

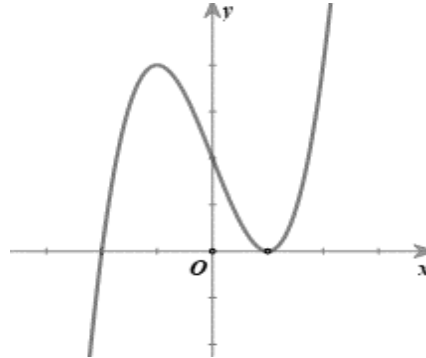
Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$

Câu 4. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

- A. $y = 2x - 5$. B. $y = x - 2$. C. $y = x + 5$. D. $y = x - 5$.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 2$. B. $y = x^2 + 1$. C. $y = x^3 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$, $\overline{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overline{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overline{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overline{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overline{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overline{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{b}$, $\overline{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. B. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
 C. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. D. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A. $\min_{[0; 3]} y = -3$. B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. C. $\min_{[0; 3]} y = -1$. D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 10. Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số có đồ thị là đường cong $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Nồng độ oxygen trong nước thấp nhất vào các thời điểm nào ?

- A. $t = 0$. B. $t = \frac{1}{4}$. C. $t = \frac{1}{3}$. D. $t = 0, 3$.

Câu 11. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

- A. 64 cm^2 . B. 4 cm^2 . C. 16 cm^2 . D. 8 cm^2 .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MG}$

B. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{GD}$

C. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$

D. $\overline{GM} + \overline{GN} = \vec{0}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overline{AB} = \overline{AC}$.

b) $\overline{CC'} + \overline{AB} = \overline{AB'}$.

c) $\overline{A'G} = \overline{A'A} + \overline{A'B} + \overline{A'C}$.

d) $|\overline{A'A} + \overline{A'B} + \overline{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$;

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$;

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm A, B tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 16.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số có 3 điểm cực trị.

c) Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Câu 16. Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.

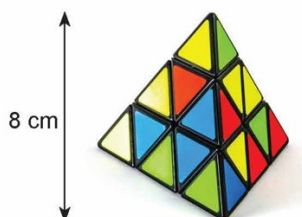
b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.

c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.

d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overline{AI} = 3\overline{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$			2		$-\infty$		$+\infty$	
					$-\infty$		-4	

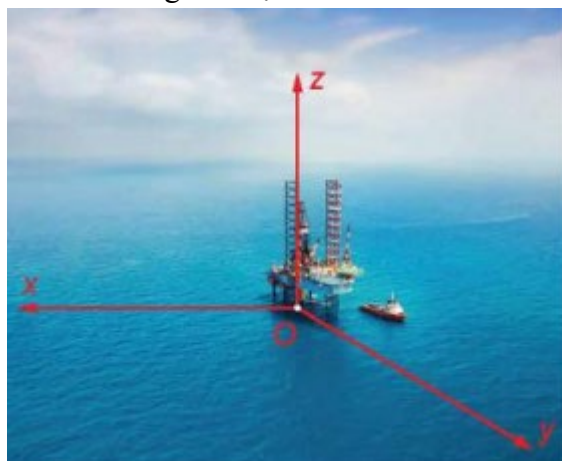
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 19. Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (làm tròn đến hàng đơn vị):

Câu 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Kí hiệu $M = \underset{[2;3]}{\text{Max}y}$ và $m = \underset{[2;3]}{\text{Min}y}$. Khi đó $M + m$ bằng

Câu 22. Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km . Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan $10km$ về phía tây, $5km$ về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển $4359m$. Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là



----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	C	D	C	A	A	C	C	C	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2	-4	780	4,47	0,25	12

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra đáp án A.

Câu 4: Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

- A. $y = 2x - 5$. B. $y = x - 2$. C. $y = x + 5$. D. $y = x - 5$.

Lời giải

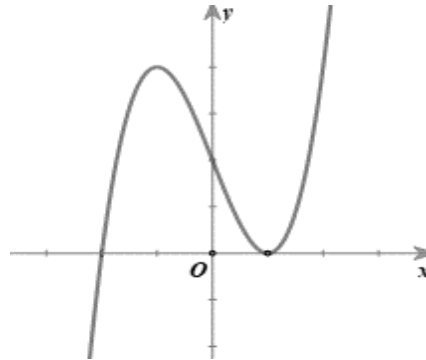
Chọn C

Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x}{x(x - 2)} = 1$; $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x - 2} = 5$.

Vậy đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x \rightarrow +\infty$.

Tương tự do $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 5$ nên đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x \rightarrow -\infty$.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 2$. B. $y = x^2 + 1$. C. $y = x^3 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$ loại đáp án B, C.

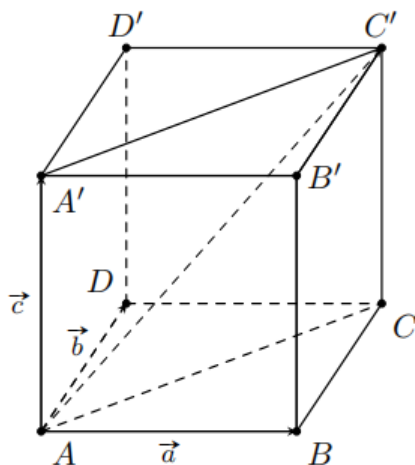
$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ loại đáp án A. Đáp án đúng D.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là
A. $(-1; 2; -3)$. **B.** $(2; -3; -1)$. **C.** $(2; -1; -3)$. **D.** $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

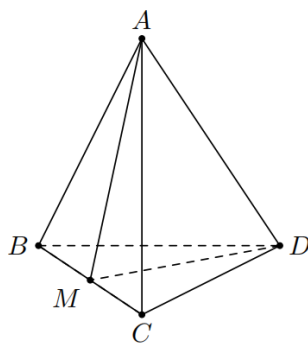
$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$$

- Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. **D.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Chọn A



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}). \end{aligned}$$

- Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A.** $\min_{[0; 3]} y = -3$. **B.** $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. **C.** $\min_{[0; 3]} y = -1$. **D.** $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên $[0;3]$

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0;3]$. Ta có $y(0) = -1; y(3) = \frac{1}{2}$. Do đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(0) = -1$

Câu 10: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số có đồ thị là đường cong $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Nồng độ oxygen trong nước thấp nhất vào các thời điểm nào ?

A. $t = 0$.

B. $t = \frac{1}{4}$.

C. $t = \frac{1}{3}$.

D. $t = 0,3$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên $[0; +\infty)$ có $y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$.

Mặt khác: $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right] = 5$ và $\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right] = 5$.

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$		
$y'(t)$		-	0	+	
$y(t)$	5		0		5

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{[0; +\infty)} y(t) = 0$ khi $t = \frac{1}{3}$

Câu 11. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

A. 64 cm^2 .

B. 4 cm^2 .

C. 16 cm^2 .

D. 8 cm^2 .

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh của hình chữ nhật: $a, b; 0 < a, b < 8$.

Ta có: $2(a+b) = 16 \Leftrightarrow a+b = 8 \Leftrightarrow b = 8-a$

Diện tích: $S(a) = a(8-a) = -a^2 + 8a$; $S'(a) = -2a + 8$; $S'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4$

Bảng biến thiên:

a	0	4	8		
$S'(a)$		+	0	-	
$S(a)$	0		16		0

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$

B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$

C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

D. $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm :

$$\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}; \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}; \vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$$

Suy ra: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ hay $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\vec{AB} = \vec{AC}$.

b) $\vec{CC'} + \vec{AB} = \vec{AB'}$.

c) $\vec{A'G} = \vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C}$.

d) $|\vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Mệnh đề **sai**.

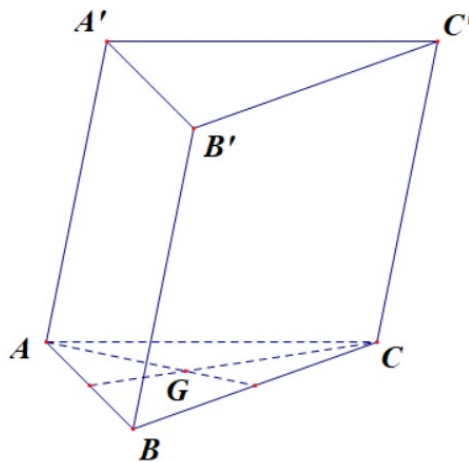
b) $\vec{CC'} + \vec{AB} = \vec{AA'} + \vec{AB} = \vec{AB'}$. Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $\vec{A'G} = \vec{A'A} + \vec{AG}$, $\vec{A'G} = \vec{A'B} + \vec{BG}$, $\vec{A'G} = \vec{A'C} + \vec{CG}$.

Từ đó suy ra $3\vec{A'G} = \vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C} + \vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG}$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$ do đó $3\vec{A'G} = \vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C}$. Mệnh đề **sai**.

d) $\vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C} = 3\vec{A'G}$ nên $|\vec{A'A} + \vec{A'B} + \vec{A'C}| = 3|\vec{A'G}|$. Xét tam giác vuông $A'AG$ ta có

$$A'G^2 = A'A^2 + AG^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Leftrightarrow A'G = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Mệnh đề đúng.}$$



Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$;

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$;

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm A, B tạo thành tam giác có diện tích bằng 16.

Lời giải

a) Đúng. TXĐ của hàm số $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty$. Suy ra $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Sai. Ta có: $f(x) = x - 4 + \frac{5}{x+2}$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x-4)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x+2} = 0$.

Suy ra đường thẳng $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Đúng. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$.

d) Sai. Đường tiệm cận xiên $y = x - 4$ của đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(4; 0)$, cắt trục tung tại điểm $B(0; -4)$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ tam giác OAB có diện tích

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 8.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số có 3 điểm cực trị.

c) Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Lời giải

a) Mệnh đề Sai vì trên $(-1; +\infty)$ hàm vừa nghịch biến vừa đồng biến.

b) Mệnh đề Đúng, dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$.

c) Mệnh đề Sai.

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} suy ra hàm số $y = f(1-x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Hàm số $y = f(1-x)$ có $y' = -f'(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow f'(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -2 \\ 1-x = 0 \\ 1-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}. \text{ Có } y'(4) = -f'(1-4) = -f'(-3) > 0$$

Nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; 3)$. Suy ra mệnh đề sai.

d) Mệnh đề Đúng.

Ta có: $g'(x) = -f'(1-x) + x^2 - 4x + 3$.

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$-f'(1-x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$x^2 - 4x + 3$	$+$	$+$	0	$-$	0
$g'(x)$	kx dấu	$+$	0	$-$	0

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 16. Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8 \cdot 2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây), suy ra mệnh đề **sai**.

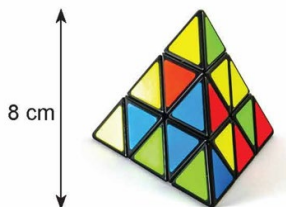
d) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây)

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294 \cdot 30 - 4,9 \cdot 30^2 = 4430(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**.

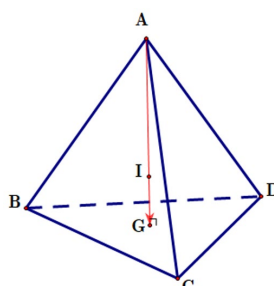
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thoả mãn $\overline{AI} = 3\overline{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Lời giải

Đáp số: $2cm$.



Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Do đó, $\overline{AI} = 3\overline{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}AG$

Vì chiều cao của rubik bằng 8 cm nên $AG = 8\text{ cm} \Rightarrow IG = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2(\text{cm})$

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó bằng 2 cm .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$-\infty$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

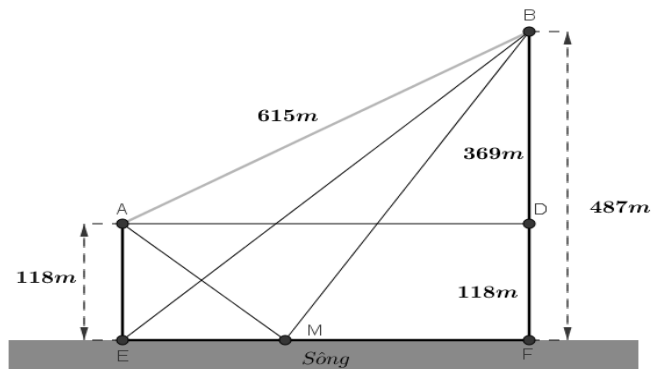
Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

Câu 19. Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (làm tròn đến hàng đơn vị):

Lời giải

Đáp số: 780 m



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B . Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được:

$$MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M .

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}.$$

$$\begin{aligned}
f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \left[(492 - x)^2 + 487^2 \right] = (492 - x)^2 (x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}
\end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 492]$. So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\frac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780(m)$

Câu 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có: $y = 3x^2 - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

Tọa độ hai điểm cực trị của hàm số là $A(-1; 3)$ và $B(1; -1)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Kí hiệu $M = \max_{x \in [2; 3]} y$ và $m = \min_{x \in [2; 3]} y$. Khi đó $M + m$ bằng

Lời giải

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

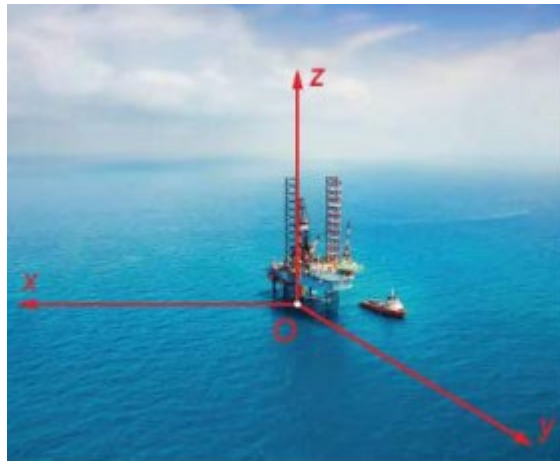
$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$$

Do đó hàm số đồng biến trên $[2; 3]$

$$\text{Khi đó: } M = \max_{x \in [2; 3]} y = \frac{3-2}{3+1} = \frac{1}{4} \text{ và } m = \min_{x \in [2; 3]} y = \frac{2-2}{2+1} = 0$$

$$\text{Vậy } M + m = \frac{1}{4}$$

Câu 22. Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km . Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan 10 km về phía tây, 5 km về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển 4359 m . Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là



Lời giải

Đáp án: 12.

Tọa độ của radar là $(0; 0; 0)$. Đổi đơn vị $4359\text{ m} = 4,359\text{ km} \approx \sqrt{19}\text{ km}$

Chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(10; 5; -\sqrt{19})$ đối với hệ trục tọa độ nói trên (do ở độ sâu cách mặt nước biển $\sqrt{19}\text{ km}$. Mà Oz hướng lên trời nên cao độ âm). Khoảng cách từ tàu thám hiểm tới radar là $\sqrt{10^2 + 5^2 + \sqrt{19}^2} = 12\text{ km}$.

----- Hết -----

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>