

TRƯỜNG THPT NHO QUAN A
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

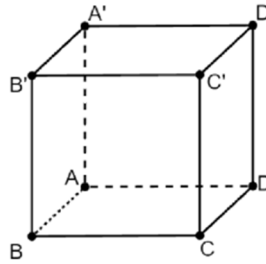
KIỂM TRA GIỮA KỲ I - NĂM HỌC 2024 - 2025

Môn: TOÁN, Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi
001

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó tổng của các vectơ $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC}$ là

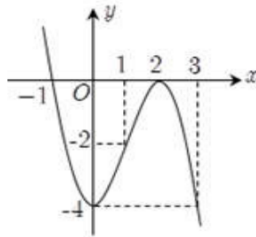
- A. $\overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AD'}$. D. $\overrightarrow{AB'}$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị số hàm số $y = \frac{4x^2 - x + 1}{3x + 2}$ là đường thẳng

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $x = \frac{4}{3}$. C. $x = -\frac{2}{3}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 3. Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y = f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-4; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	-	0	+
y	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	
		\swarrow	\searrow	\nearrow	
		-4	-2		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA'} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$

Câu 7. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 2$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(\frac{1}{3}; \frac{58}{27})$. C. $(\frac{1}{3}; 1)$. D. $(2; 1)$.

Câu 8. Trong không gian, cho hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} . Vectơ \overrightarrow{AC} bằng

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$. B. $-\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. C. \overrightarrow{AB} . D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		-	0	+	
y	6		2		9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$. B. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$. C. $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$. D. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$, gọi $M = \frac{a}{e^b}$ ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$) là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5; -2]$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$?

- A. 3. B. 9. C. 17. D. 27.

Câu 11. Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 - (m + 1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $\frac{-3}{4} < m < 0$. B. $\frac{-3}{4} \leq m \leq 0$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq \frac{-3}{4}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)(x - 4), \forall x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -4$. D. $x = 4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Một hãng được phẩm cần một số lọ đựng thuốc dạng hình trụ với dung tích $16\pi cm^3$. Để ít tổn nguyên liệu sản xuất nhất thì bán kính đáy R của lọ bằng $2cm$.
- b) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số M và Giá trị nhỏ nhất của hàm số m thỏa mãn
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -1 .

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, chỉ ra mệnh đề đúng, mệnh đề sai.

a) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm mỗi ngày sản xuất được x vải lụa $1 \leq x \leq 18$. Tổng chi phí sản xuất x vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Lợi nhuận tối đa mà hộ thu được trong một ngày là 1200.

b) Biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tâm đối xứng $I(2; -1)$.

d) Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b = 0$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{BB'}$. b) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{BB'}$.

c) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} = 2\overrightarrow{CC'}$. d) $\overrightarrow{BB'} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{BC'}$.

Câu 4. Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

a) Hàm số $y = g(x) = \frac{x^2-1}{x}$ không có cực trị.

b) Hàm số $y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

c) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

d) Một doanh nghiệp mua một chiếc máy giá 5000 (USD) để sản xuất $x(kg)$ sản phẩm loại A. Trong thực tế, mỗi kg sản phẩm được sản xuất ra cần phải có nguyên liệu với giá 4 (USD). Khi doanh nghiệp này sản xuất một số lượng rất lớn sản phẩm thì chi phí để sản xuất được mỗi kg sản phẩm giảm dần và đạt giá trị nhỏ nhất là 4,1 (USD).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có $A(2; -2)$ là một điểm cực tiểu. Tính $S = a + b$.

Câu 2. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức:

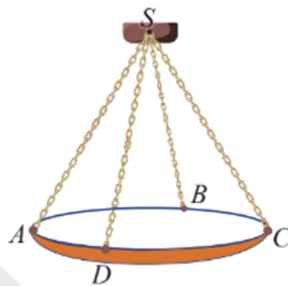
$$C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000,$$

trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỷ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ cho x cuốn tạp chí. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Câu 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét. Tại thời điểm vận tốc tức thời của con tàu đạt giá trị lớn nhất, kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu km? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tích các khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc (C) đến hai đường tiệm cận bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S, ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Gọi \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 . Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích (gần đúng đến hàng phần chục, đơn vị N).



Câu 6. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x+m}{mx-4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
001	B	C	C	D	B	D	A	D	D	B	B	D

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
001	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
001	14	2,2	136	3	14,4	3

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Do $ACC'A'$ là hình bình hành, theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-\frac{2}{3})^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-\frac{2}{3})^-} y = -\infty$.

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = -\frac{2}{3}$.

Câu 3.

Lời giải

Xét hình chóp $M.ABC$ ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên D khi $f'(x) \geq 0 \forall x \in D$.

Theo đồ thị $y = f'(x)$ đã cho, $f'(x) \geq 0 \forall x \in (-\infty; -1)$.

Câu 5.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0^{(+)}} y = +\infty$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$ và tiệm cận đứng là $x = 0$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

Vì O là trung điểm của AC' nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$

Câu 7.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$y'' = 6x - 4.$$

$y''(1) = 2 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Khi đó: $x_{CT} = 1; y_{CT} = 2$.

$y''\left(\frac{1}{3}\right) = -2 < 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{3}$.

Câu 8.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 9.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5; 7)$, ta có: $\min_{[-5; 7)} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = e^x(x^2 + 2x - 3)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-5; -2] \\ x = 1 \notin [-5; -2] \end{cases}$$

Ta có $y(-5) = \frac{22}{e^5}; y(-3) = \frac{6}{e^3}; y(-2) = \frac{1}{e^2}$

Khi đó $\max_{[-5; -2]} y = \frac{6}{e^3} \Rightarrow a = 6; b = 3 \Rightarrow a + b = 9$.

Câu 11.

Lời giải

Ta có: $y = mx^3 + mx^2 - (m + 1)x + 1 \Rightarrow y' = 3mx^2 + 2mx - m - 1$

Trường hợp 1: $m = 0 \Rightarrow y' = -1 < 0$. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} (1)

Trường hợp 2: $m \neq 0$. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi:

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (2m)^2 - 4.3m.(-m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 16m^2 + 12m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{3}{4} \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m < 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq 0$.

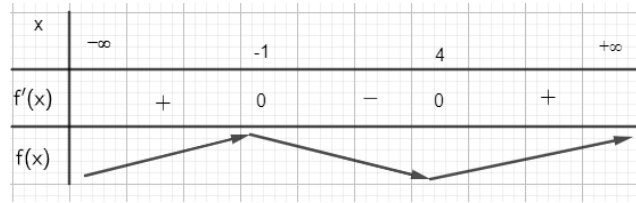
Câu 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = (x + 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu



Dựa vào bảng biến thiên $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 4$.
 $\Rightarrow x = 4$ là điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Câu 13.

Lời giải

a. Đúng.

Dựa vào BBT suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(-2; +\infty)$ bằng -3 .

b. Sai.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x - 7, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-2; 1) \\ x = \frac{7}{3} \notin (-2; 1) \end{cases}$$

$$y(-2) = -1, y(1) = -7, y(-1) = 5. \text{ Vậy } \max_{[-2; 1]} y = y(-1) = 5.$$

c. Sai.

$$\text{Có } y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \geq 0, \forall x \in [2; 3] \text{ nên hàm số } y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1} \text{ đồng biến trên } [2; 3].$$

$$\text{Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số } y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1} \text{ trên } [2; 3] \text{ bằng } y(3) = \frac{7}{2}.$$

d. Đúng.

$$\text{Ta có } V = \pi R^2 h = 16\pi \Rightarrow h = \frac{16}{R^2}.$$

Để ít tổn nguyên liệu nhất thì diện tích toàn phần của lọ phải nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } S_{\text{tp}} = 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + \frac{32\pi}{R} = 2\pi R^2 + \frac{16\pi}{R} + \frac{16\pi}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{16\pi}{R} \cdot \frac{16\pi}{R}} = 24\pi.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow 2\pi R^2 = \frac{16\pi}{R} \Leftrightarrow R = 2(\text{cm}).$$

Câu 14.

Lời giải

Đúng.

Dựa vào đồ thị, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. Sai.

$$\text{Hàm số } y = \frac{2x-1}{x+1} \text{ có tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \text{ suy ra } y = 2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty \text{ suy ra } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy tâm đối xứng đồ thị hàm số là $I(-1; 2)$. Sai.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - x} = 1.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - 2}{x - 1} = 3$$

Suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 3$.

Vậy $a + b = 4$. Đúng.

Khi bán x mét vải lụa:

$$+ \text{ Số tiền thu được là } B(x) = 220x.$$

$$+ \text{ Lợi nhuận thu được là } L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500.$$

Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

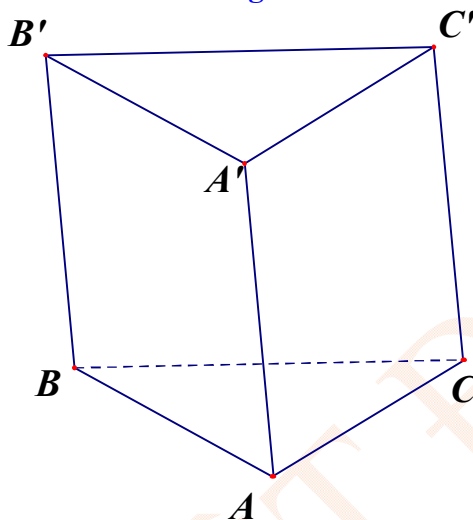
$$\text{Ta có } L'(x) = -3x^2 + 6x + 240,$$

$$L'(x) = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ hoặc } x = -8.$$

Bảng biến thiên:

x	1	10	18	
$L'(x)$		+	0	-
$L(x)$	-258	1200	-1040	

Lợi nhuận tối đa khi bán x mét vải lụa là 1200.

Câu 15.**Lời giải**

a) đúng: Ta có $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$ suy ra $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{CC'}$

b) sai: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'B} - \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{B'B} \neq \overrightarrow{BB'}$

c) đúng: $\overrightarrow{BB'} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{BB'} + 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC'}$

d) đúng: Ta có

$$\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{B'A'} + 2\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} + 2\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} + 2\overrightarrow{BB'} = 3\overrightarrow{BB'}$$

Câu 16.**Lời giải**

a. Sai.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-4; 0)$.

b. Sai.

Điều kiện xác định: $x \neq -1$

$y' = f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \neq -1$ nên hàm số $y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

c. Đúng.

Điều kiện xác định: $x \neq 0$

Ta có: $g'(x) = \frac{x^2+1}{x^2} > 0 \forall x \neq 0$ nên $g(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định. Do đó hàm số $y = g(x) = \frac{x^2-1}{x}$ không có cực trị.

d. Sai.

Chi phí sản xuất x (kg) sản phẩm loại A là $5000 + 4x$.

Chi phí sản xuất mỗi (kg) sản phẩm loại A là $T(x) = \frac{5000+4x}{x}$.

TXĐ: $D = (0; +\infty)$. $T'(x) = \frac{-5000}{x^2} < 0 \forall x \in D$.

Mặt khác với $x = 10^5 \in D$, $T(x) = 4,05 < 4,1$ nên 4,1 không phải là GTNN của $T(x)$ trên D .

Câu 17.

Lời giải

$$f'(x) = 4x^3 - 6x + a; f''(x) = 12x^2 - 6$$

Vì $A(2; -2)$ là một điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2a + b = -6 \\ a = -20 \\ f''(2) = 42 > 0 \text{ (ld)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 34 \end{cases}$$

Vậy $S=14$.

Câu 18.

Lời giải

Đáp án: 2,2

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng, tức là 0,4 vạn đồng.

Suy ra chi phí phát hành cho x cuốn là $0,4x$.

Theo đề bài, ta có tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là:

$$T(x) = C(x) + 0,4x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000, \text{ với } x > 0.$$

$$\text{Ta có } f(x) = M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}.$$

Xét hàm số $f(x) = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}$, với $0 < x \leq 30000$.

$$f'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = \frac{0,0001x^2 - 10000}{x^2};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10000 \text{ (do } x > 0).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	0	10000	30000	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$f(10000)$	$f(30000)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $M(x)$ nhỏ nhất khi $x = 10000$.

Do đó, số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình thấp nhất là $x = 10000$.

Vậy chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản 10000 cuốn là: $M(10000) = 2,2$.

Câu 19.

Lời giải

Vận tốc tức thời của con tàu là: $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ (km/s);

$$v'(t) = -0,06t + 2,2.$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}.$$

t	0	$\frac{110}{3}$	$+\infty$	
$v'(t)$		+	0	-
$v(t)$			$v\left(\frac{110}{3}\right)$	

$$\Rightarrow [v(t)]_{\max} \text{ khi } t = \frac{110}{3}.$$

$$h\left(\frac{110}{3}\right) = \frac{3670}{27} \approx 136 \text{ (km)}.$$

Câu 20.

Lời giải

Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $\Delta_1: x = -1 \Leftrightarrow x + 1 = 0$

Đường tiệm cận ngang là $\Delta_2: y = 2 \Leftrightarrow y - 2 = 0$.

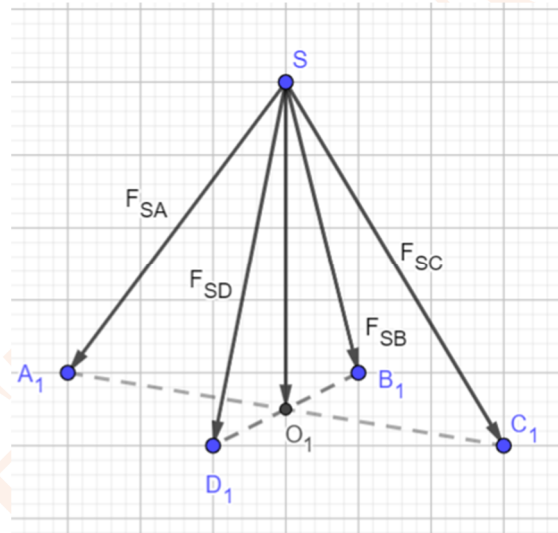
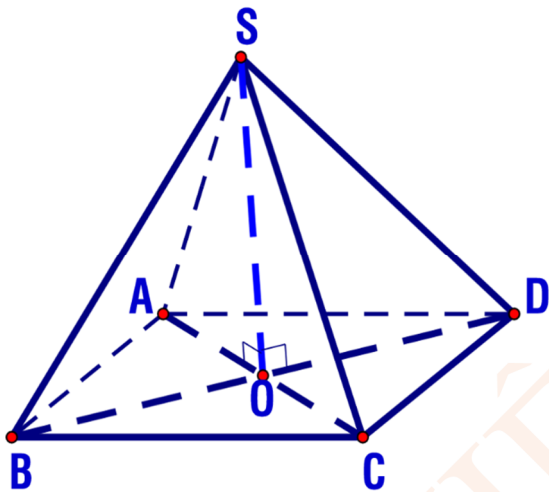
Giả sử $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0+1}\right) \in (C), x_0 \neq -1$.

Ta có: $d(M; \Delta_1) = |x_0 + 1|$ và $d(M; \Delta_2) = \left| \frac{2x_0-1}{x_0+1} - 2 \right| = \frac{3}{|x_0+1|}$.

Suy ra $d(M; \Delta_1) \cdot d(M; \Delta_2) = |x_0 + 1| \cdot \frac{3}{|x_0+1|} = 3$.

Câu 21.

Lời giải



Áp dụng công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , ta có độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm là

$$|\vec{P}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50 \text{ (N)}.$$

Gọi $\vec{F}_{SA}, \vec{F}_{SB}, \vec{F}_{SC}, \vec{F}_{SD}$ lần lượt là lực căng cho mỗi sợi xích SA, SB, SC, SD. Vì chiếc đèn chùm ở vị trí cân bằng nên ta có

$$\begin{cases} |\vec{F}_{SA}| = |\vec{F}_{SB}| = |\vec{F}_{SC}| = |\vec{F}_{SD}| \\ \vec{F}_{SA} + \vec{F}_{SB} + \vec{F}_{SC} + \vec{F}_{SD} = \vec{P} \end{cases}$$

Lấy các điểm A_1, B_1, C_1, D_1 sao cho $\vec{SA}_1 = \vec{F}_{SA}, \vec{SB}_1 = \vec{F}_{SB}, \vec{SC}_1 = \vec{F}_{SC}, \vec{SD}_1 = \vec{F}_{SD}$. Gọi O_1 là tâm của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$, ta có hình chóp $S.A_1B_1C_1D_1$ là hình chóp tứ giác đều.

Suy ra

$$\vec{F}_{SA} + \vec{F}_{SC} = \frac{1}{2}\vec{P} \Rightarrow \vec{SA}_1 + \vec{SC}_1 = \frac{1}{2}\vec{P}$$

$$\Rightarrow \vec{SO}_1 = \frac{1}{4}\vec{P}$$

$$\Rightarrow SO_1 = \frac{1}{4}|\vec{P}| = \frac{25}{2}.$$

Vì tam giác SA_1C_1 đều nên ta có $|\vec{F}_{SA}| = |\vec{SA}_1| = \frac{SO_1}{\cos 30^\circ} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ (N)}.$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ N}.$

Câu 22.

Lời giải

Trả lời: 3

TH1: Nếu $m = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}x.$

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R}.$

$y' = \frac{1}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên \mathbb{R} , nên $m = 0$ thỏa mãn.

TH2: Nếu $m \neq 0$.

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{m} \right\}$.

$y' = \frac{4-m^2}{(mx-4)^2}$, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \neq \frac{4}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Từ 2 TH trên ta được $-2 < m < 2$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\} \Rightarrow$ Có 3 giá trị nguyên của m .

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A. $\vec{A'C}$. B. $\vec{CA'}$. C. $\vec{AC'}$. D. $\vec{C'A}$.

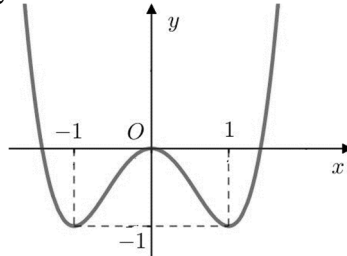
Câu 2. Cho hàm số $y = -x^4 - 8x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 1)$. B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 0$.
C. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0; 1)$. D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A. \vec{BC} . B. $\vec{BD'}$. C. \vec{BD} . D. $\vec{BA'}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

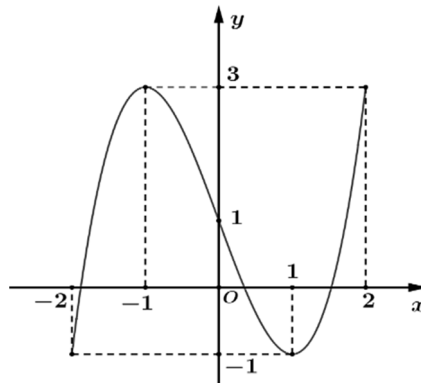


- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{3-2x}$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. 1. B. -2. C. -1. D. 3.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A. $\vec{C'A}$. B. $\vec{AC'}$. C. $\vec{A'C}$. D. $\vec{CA'}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	2	$+\infty$	-2

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $x = 2$ B. $y = -1$ C. $x = -1$ D. $x = -2$

Câu 9. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 10. Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ trên đoạn $[-1; 3]$. Khi đó tổng $M + m$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(39; 42)$. B. $(0; 2)$. C. $(3; 5)$. D. $(59; 61)$.

Câu 11. Cho hàm số nào $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 2)^2$. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} là

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ có E là trung điểm của AD , F là trung điểm của BC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DF}$ c) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{EF}$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$, với m là tham số

a) Khi đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = 2x - 2m$.

- b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{m\}$.
c) Có hai giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị.
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ khi $m = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m}$, với m là tham số thực dương

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $\min_{[2; 4]} y = y(2)$.

b) Chỉ có duy nhất một giá trị của tham số m để $\min_{[2; 4]} y = \frac{9}{5}$.

- c) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
d) Trên đoạn $[2; 4]$ thì đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị dương.

Câu 4. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ nhận trung điểm đoạn nối hai điểm cực trị làm tâm đối xứng.
b) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .
c) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 1}$ nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng.
d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

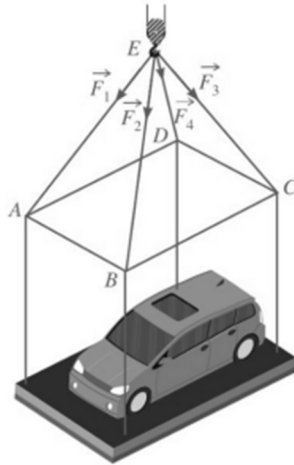
Câu 1. Tìm góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x}$. (Lấy đơn vị độ)

Câu 2. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t) = -t^4 + 24t^2 + 500$ (m/s). Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (s) đến $t = 5$ (s), chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào? Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 3. Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến thời điểm $t = 126$ (s) được cho bởi công thức $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Hỏi tàu con thoi đạt vận tốc lớn nhất bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng

lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 470 N và trọng lượng của khung sắt là 300 N .



Câu 5. Cho hàm số $f(x) = |\sqrt{2}x|$. Hỏi hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x =$

Câu 6. Gọi S là tập hợp các số nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$. Tính tổng T của các phần tử trong S .

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
002	A	A	B	B	B	C	C	C	A	A	D	B

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
002	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

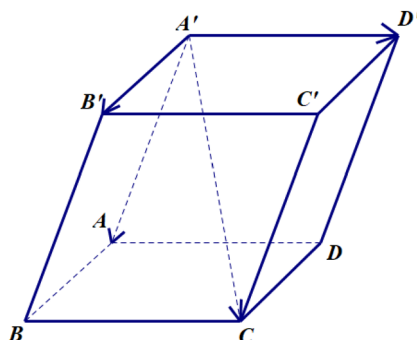
- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
002	45	3,46	1254	1328	0	45

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'} = \vec{A'C'}$.

Câu 2.

Lời giải

Ta có $y' = -4x^3 - 16x = -4x(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

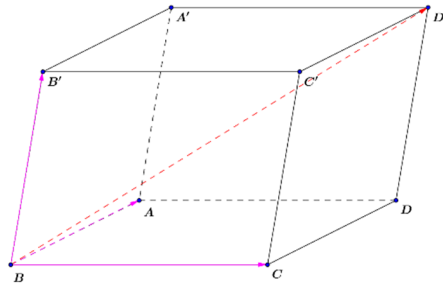
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$	
y'		+	0	-
y			1	
	$-\infty$			$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 1)$.

Câu 3.

Lời giải



$$\vec{u} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BB'} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD'}$$

Câu 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có, trên khoảng $(-1; 0)$ $f'(x) < 0$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$

Câu 5.

Lời giải

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} \frac{x+2}{3-2x} = -\infty$ nên đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

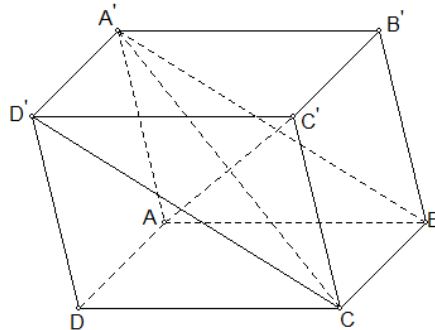
Câu 6.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $\min_{[-2; 2]} f(x) = f(1) = -1$.

Câu 7.

Lời giải



Do $A'B'BA$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'B}$. Lại có, $A'BCD'$ cũng là hình bình hành nên $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$. Vậy $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$ suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = -1$.

Câu 9.

Lời giải

Do \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$. Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 3]$.

Ta có: $y' = 6x^2 + 6x - 12; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-1; 3) \\ x = -2 \notin (-1; 3) \end{cases}$

Nên $y(-1) = 14; y(1) = -6; y(3) = 46$.

Vậy $M = 46; m = -6 \Rightarrow M + m = 40 \in (39; 42)$.

Câu 11.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ ($x = 2$ là nghiệm kép).

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗			

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B

Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

$$\Leftrightarrow y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 (ld) \\ \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases}$$

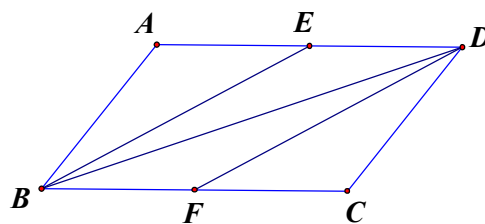
$$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; \dots; -3\}$

Vậy có 7 số nguyên thỏa mãn.

Câu 13.

Lời giải



a) Đúng: Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta được: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

b) Đúng: Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $AB = AD; AD // BC$

E là trung điểm $AD \Rightarrow DE = \frac{1}{2}AD$;

F là trung điểm $BC \Rightarrow BF = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow DE = BF; DE // BF \Rightarrow BEDF$ là hình bình hành.

Nên theo quy tắc hình bình hành, ta có $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} \Rightarrow \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DF}$

c) Sai: Ta có: $BD; EF$ cắt nhau nên \overrightarrow{BD} không thể bằng được \overrightarrow{EF} .

d) Đúng: Ta có $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$.

Theo quy tắc hình bình hành ta được: $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$.

Câu 14.

Lời giảiĐúng: Hàm số xác định khi $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$ nên tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ Đúng: Đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x-m)^2}$. Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác m hay $g(x) =$

$x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2$ có hai nghiệm phân biệt khác m .

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(m) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + m + 2 > 0 \\ m^2 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1; 2)$$

Vì m nguyên nên $m = \{0; 1\}$ nên có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn. Đúng: Hàm số đạt cực trị tại

$$x = -1 \text{ thì } y'(-1) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Thử lại với $m = \frac{1}{2}$ thì $y' = \frac{x^2 - x - 2}{x - \frac{1}{2}}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0.5	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	↗ y_1 ↘		$-\infty$	$+\infty$	↘ y_2 ↗		$+\infty$

Vậy với $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Đúng: Cho hàm số $y = \frac{u(x)}{v(x)}$. Nếu hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y = \frac{u'(x)}{v'(x)}$.

Áp dụng vào bài toán ta được $y = \frac{(x^2 - 2mx + m + 2)^2}{(x - m)^2} = 2x - 2m$

Câu 15.

Lời giảiSai: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ Đúng: Trên đoạn $[2; 4]$ thì đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị dương

Với $m > 0$ ta có $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0, \forall x \in [2; 4]$

Do đó $\min_{[2; 4]} y = y(2) = \frac{2m + 3}{m + 2} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow m = 3$ Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $\min_{[2; 4]} y = y(4)$

Đúng: Chỉ có duy nhất một giá trị của tham số m để $\min_{[2; 4]} y = \frac{9}{5}$ là $m = 3$

Câu 16.

Lời giảiĐúng.

Do đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 nên tung độ bằng -2 . Sai.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng. Sai.

Do $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - x} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{x - 1} = 3$. Suy ra đường thẳng $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Đúng.

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	↗ 2 ↘		$-\infty$	$+\infty$	↘ 6 ↗		$+\infty$

+Căn cứ bảng biến thiên:

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là (2; 6).

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là (0; 2).

Trung điểm đoạn nối hai điểm cực trị có tọa độ (1; 4).

+ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+2x-2}{x-1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2x-2}{x-1} = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Theo c) $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao của hai đường tiệm cận có tọa độ (1; 4).

+ Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ nhận trung điểm đoạn nối hai điểm cực trị làm tâm đối xứng.

Câu 17.

Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$

+ Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x + \frac{1}{x}\right) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

+ Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x} - x\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.

Do đó góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho bằng 45° .

Câu 18.

Lời giải

Ta có $v'(t) = -4t^3 + 48t = -4t(t^2 - 12)$, $v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm 2\sqrt{3} \end{cases}$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t)$ trên đoạn $[0; 5]$,

ta có $v(0) = 500$, $v(2\sqrt{3}) = 664$, $v(5) = 475$.

Vậy vận tốc lớn nhất khi $t = 2\sqrt{3} \approx 3,46$.

Câu 19.

Lời giải

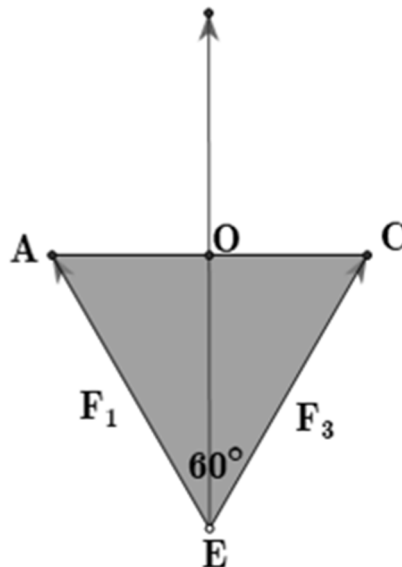
Ta có: $v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$

$v'(t) = 0 \Leftrightarrow 0,003906t^2 - 0,18058t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 46,23 \end{cases}$
 $v(0) = 83$;
 $v(46,23) = 18,67$;
 $v(126) = 1254,05$.

Tàu con thoi đạt vận tốc lớn nhất bằng 1254 (ft/s).

Câu 20.

Lời giải



Ta có $\widehat{AEC} = 60^\circ$

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 2\vec{EO} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2|\vec{EO}| \Rightarrow |\vec{F}_1|\sqrt{3} = 470\sqrt{3}$

Tương tự ta cũng có $\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = |\vec{F}_2|\sqrt{3} = 470\sqrt{3}$

Vậy trọng lực ô tô là: $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4) - (\text{trọng lực khung sắt}) \approx 1328(N)$

Câu 21.

Lời giải

Ta có: $y = f(x) = |\sqrt{2}x| = \begin{cases} -\sqrt{2}x & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{2}x & \text{khi } x \in (0; +\infty) \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Dễ thấy, hàm số $y = f(x) = |\sqrt{2}x|$ liên tục và xác định trên $(-\infty; +\infty)$.

Với số $h > 0$ ta có: với mọi $x \in (-h; h) \subset (-\infty; +\infty)$ và $x \neq 0$ thì $y = f(x) = |\sqrt{2}x| > 0 = f(0)$

Do đó, hàm số $y = f(x) = |\sqrt{2}x|$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 22.

Lời giải

Trả lời: 45

Nếu $m = 0 \Rightarrow y = 5$ là hàm hằng.

Nếu $m \neq 0$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-1}{2m} \right\}$. Đạo hàm $y' = \frac{m^2 - 10m}{(2mx + 1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0, \forall x \in (3; +\infty) \\ \frac{-1}{2m} \notin (3; +\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m < 0 \\ \frac{-1}{2m} \notin (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m < 0 \\ \frac{-1}{2m} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 10 \\ m \geq -\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 10.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 9\} \Rightarrow T = 45$.

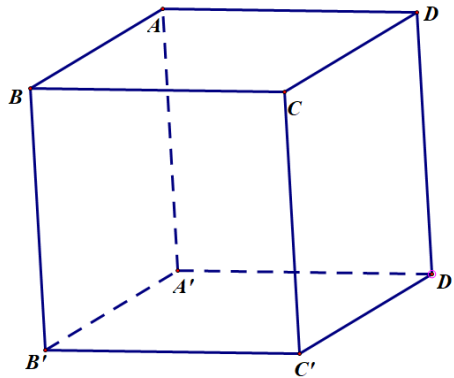
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

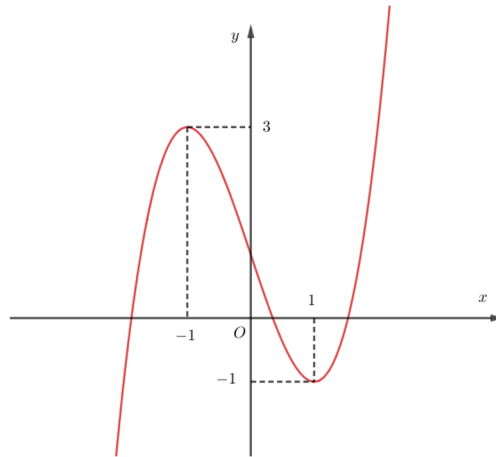
- A. $y = x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $x = 2$. D. $y = 2x - 1$

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau:



- A. $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$ B. $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$
C. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$ D. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

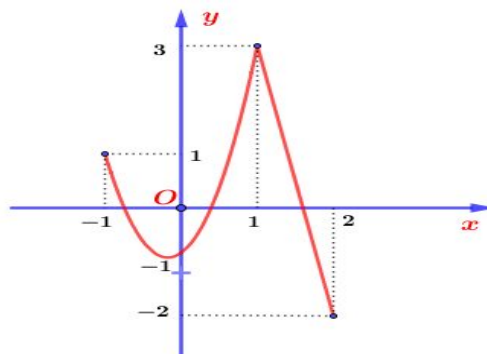
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

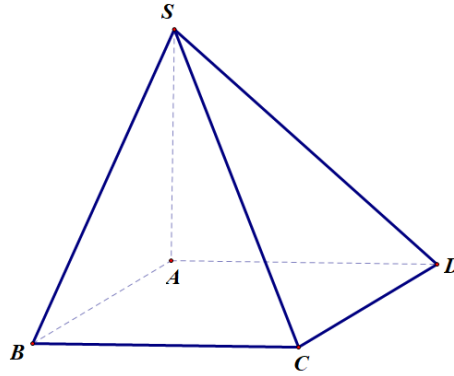
A. -1.

B. 3.

C. 2

D. 1.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, vectơ nào sau đây bằng vectơ \overrightarrow{AB} ?



A. \overrightarrow{DC} .

B. \overrightarrow{AD} .

C. \overrightarrow{CD} .

D. \overrightarrow{BC}

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		
	3	↗			3
			$-\infty$	↘	

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = 1$.

B. $y = 3$.

C. $x = 3$.

D. $y = 1$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Hai véc tơ nào có cùng độ dài.

A. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AC}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 5$ liên tục và xác định trên \mathbb{R} . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

B. Đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

C. Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

D. Đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 2)^4(x - 1)(x + 3)\sqrt{x^2 + 3}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Câu 11. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 4

B. 6

C. 5

D. 7

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$. Tính $M - m$.

A. 4.

B. 1.

C. 9.

D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD và $\vec{b} = \overrightarrow{AB}, \vec{c} = \overrightarrow{AC}, \vec{d} = \overrightarrow{AD}$. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) Ba điểm A, I, G thẳng hàng.

$$\text{b) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - \vec{d}).$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}).$$

$$\text{d) } \overrightarrow{GI} = -\frac{1}{12}(\vec{b} - \vec{c} - \vec{d}).$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2+1}{x-2}$ (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) là $y = 2x + 4$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) là $y = 2x$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) là $y = 2$.

d) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) là $x = 2$.

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có 1 điểm cực trị.

b) Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là $y_s = 4$.

c) Có 15 giá trị nguyên của tham số b để hàm số $y = -3x^4 + 8x^2 + bx$ có đúng ba điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 4. Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + m - 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng 10 khi và chỉ khi $m = 6$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng 10 khi và chỉ khi $m = 11$.

c) Với $m = 1$, giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 4.

d) Với $m = 1$, tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tại trường THPT Y, để giảm nhiệt độ trong các phòng học từ nhiệt độ ban đầu là 28°C , một hệ thống điều hòa làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^\circ\text{C}$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t (tính từ thời điểm bật máy) được cho bởi công thức

$T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ ($t \in [0; 10]$). Nhiệt độ thấp nhất trong phòng có thể đạt được trong khoảng thời gian 10 phút đó gần đúng bằng bao nhiêu?

Câu 2. Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích là 96.000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100.000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Câu 3. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số hàm số $y = \frac{2x^2-3x+3}{x+1}$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

Câu 4. Tìm giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+3mx-m+2}{x-1}$ có tiệm cận xiên tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 4 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (0; 20]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$?

Câu 6. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
003	D	A	A	B	A	C	A	C	B	B	D	B

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
003	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
003	18,4	83	1	0,67	2	26

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2x - 1 + \frac{1}{2x-1} - (2x - 1) \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x-1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn D

Câu 2.

Lời giải

Theo quy tắc 3 điểm, ta có Chọn A là đúng.

Ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$ (vô lí) nên Chọn A sai.

Theo quy tắc hình hộp ta có Chọn A, D đúng.

Câu 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Câu 4.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là 3.

Câu 5.

Lời giải

Câu 6.

Lời giải

Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 7.

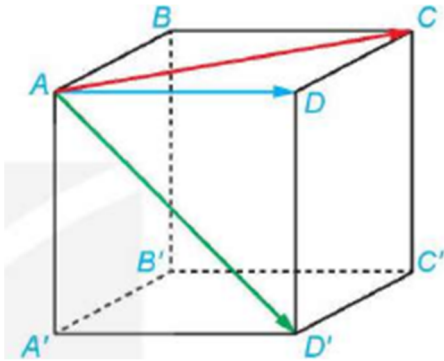
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã có phương trình là $x = 1$.

Câu 8.**Lời giải**

Vì $|\overrightarrow{AD'}| = |\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$ nên hai véc tơ có cùng độ dài là $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$.

**Câu 9.****Lời giải****Chọn B**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y'' = -6x + 6.$$

$y''(-1) = 12 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

$y''(3) = -12 < 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 10.**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^4(x-1)(x+3)\sqrt{x^2+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 11.**Lời giải**

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+) $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

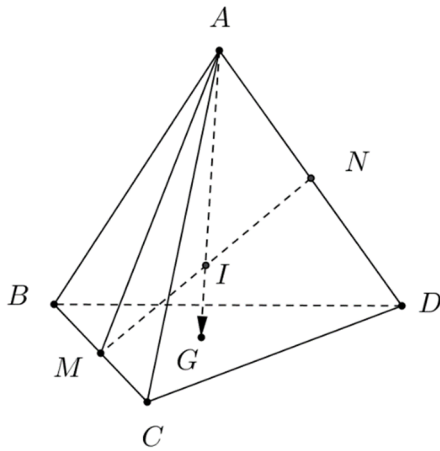
Câu 12.**Lời giải**

Ta có: $y' = -\frac{4}{x^2} + 1 = \frac{x^2-4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$

Ta có: $y(1) = 6, y(2) = 5, y(3) = \frac{16}{3} \Rightarrow M = 6, m = 5 \Rightarrow M - m = 1.$

Câu 13.

Lời giải



Vi G là trọng tâm của tam giác BCD nên ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$. Vi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD nên ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(-\vec{b} - \vec{c} + \vec{d}).$$

Vi I là trung điểm của MN nên ta có: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$.

Mà $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$.

Do đó, $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG}$ nên suy ra ba điểm A, I, G thẳng hàng. Từ kết quả $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG}$ suy ra $\overrightarrow{GI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{12}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$.

Câu 14.

Lời giải

Điều kiện: $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2+1}{x-2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2+1}{x-2} = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x(x-2)} = 2$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x^2 + 1}{x-2} - 2x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 1}{x-2} = 4$$

Nên $y = 2x + 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Đúng Sai. Đúng Sai.

Câu 15.

Lời giải

a/ Đúng.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

b/ Sai.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

c/ Sai.

Ta có $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

d/ Đúng.

Ta có: $y' = -12x^3 + 16x + b$ Xét phương trình $-12x^3 + 16x = -b$. (1)

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x) = -12x^3 + 16x$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
y'	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$		$-\frac{64}{9}$		$\frac{64}{9}$		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-\frac{64}{9} < -b < \frac{64}{9} \Leftrightarrow -\frac{64}{9} < b < \frac{64}{9}$.

Do $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b \in \{-7, -6, \dots, 6, 7\}$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số b thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 16.

Lời giải Với $m = 1$ ta có $y = x^3 + 3x^2$

Khi đó $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; 1) \\ x = -2 \notin (-1; 1) \end{cases}$
 $y(-1) = 2, y(0) = 0, y(1) = 4$

$\Rightarrow \max_{[-1;1]} y = 4$.

Chọn ĐÚNG. Từ câu a ta có tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 4.

Chọn SAI. Ta có $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; 1) \\ x = -2 \notin (-1; 1) \end{cases}$
 $y(-1) = m + 1, y(0) = m - 1, y(1) = m + 3$

$\Rightarrow \max_{[-1;1]} y = m + 3, \min_{[-1;1]} y = m - 1$.

Ta có $\max_{[-1;1]} y = m + 3 = 10 \Leftrightarrow m = 7$

Chọn SAI. Ta có $\min_{[-1;1]} y = m - 1 = 10 \Leftrightarrow m = 11$

Chọn ĐÚNG.

Câu 17.

Lời giải

Đáp số: 18,4

Xét hàm số $f(t) = -0.008t^3 - 0.16t + 28$ trên đoạn $[0; 10]$.

Ta có : $f'(t) = -0.024t^2 - 0.16 < 0, \forall t \in [0; 10]$.

Do đó $\min_{[0; 10]} f(t) = f(10) \approx 18.4$.

Vậy nhiệt độ thấp nhất trong phòng có thể đạt được trong khoảng thời gian 10 phút đó gần đúng là 18,4°.

Câu 18.

Lời giải

Diện tích của đáy hộp là: $S = \frac{V}{h} = \frac{96.000}{60} = 1600cm^2 = 0,16m^2$

Gọi chiều dài cạnh đáy của hộp là $x, (x > 0, m)$

Chiều rộng của hộp là $\frac{0,16}{x}$

Gọi $F(x)$ là hàm chi phí để làm bể cá.

Chi phí để hoàn thành bể cá:

$$\begin{aligned} F(x) &= 0,16 \times 100.000 + 2.0,6x \cdot 70.000 + 2.0,6 \cdot \frac{0,16}{x} \cdot 70.000 \\ &= 16.000 + 48.000x + \frac{13440}{x} \end{aligned}$$

Câu toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTNN.

$$F'(x) = 84.000 - \frac{13440}{x^2}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 84.000 - \frac{13440}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

Bảng biến thiên:

X	0	0,4	$+\infty$
F'(x)	-	0	+
F(x)		F_{\min}	

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là: 83.200 đồng.

Câu 19.

Lời giải

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{2x^2 + 4x - 6}{(x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(1; 1) \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \Rightarrow B(-3; -15) \end{cases}$$

$\overrightarrow{AB}(-4; -16) = -4(1; 4)$. Khi đó, một vecto pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (4; -1)$.

Phương trình đường thẳng AB có dạng: $4(x - 1) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow y = 4x - 3$.

Do đó $a = 4; b = -3$. Vậy $a + b = 4 + (-3) = 1$.

Câu 20.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \frac{2x^2 + 3mx - m + 2}{x - 1} = 2x + 3m + 2 + \frac{2m + 4}{x - 1}$$

Với $m = -2$ thì hàm số trở thành $y = 2x - 4$. Đây là hàm số bậc nhất nên không có tiệm cận.

Với $m \neq 2$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (2x + 3m + 2)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2m+4}{x+2} = 0$.

Do đó với $m \neq 2$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $\Delta: y = 2x + 3m + 2$.

Δ cắt trục hoành tại điểm $A\left(\frac{-3m-2}{2}; 0\right)$ và cắt trục tung tại $B(0; 3m + 2)$.

Từ đó $OA = \frac{|-3m-2|}{2} = \frac{|3m+2|}{2}$, $OB = |3m + 2|$.

Theo giả thiết: $S_{OAB} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB = 4 \Leftrightarrow \frac{|3m+2|}{2} \cdot |3m + 2| = 8 \Leftrightarrow (3m + 2)^2 = 16 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 3m + 2 = -4 \\ 3m + 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \text{ (loại)} \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = \frac{2}{3}$.

Câu 21.

Lời giải

Trả lời: 2

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$.

Ta có $y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$.

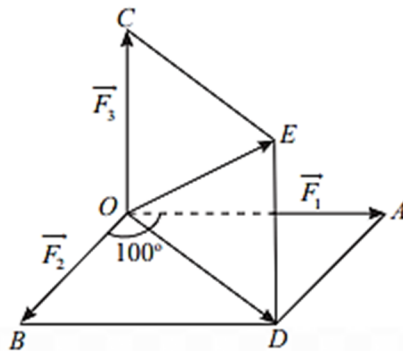
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi $\begin{cases} 3m - 2 > 0 \\ -3m \notin (-\infty; -6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ -3m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Do m nguyên và $m \in (0; 20]$ nên $m = 1; m = 2$.

Câu 22.

Lời giải:



Hình 12

Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là 25 N, 12 N, 4 N.

Vẽ $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là

$$\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$, suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D .

$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26$ N.

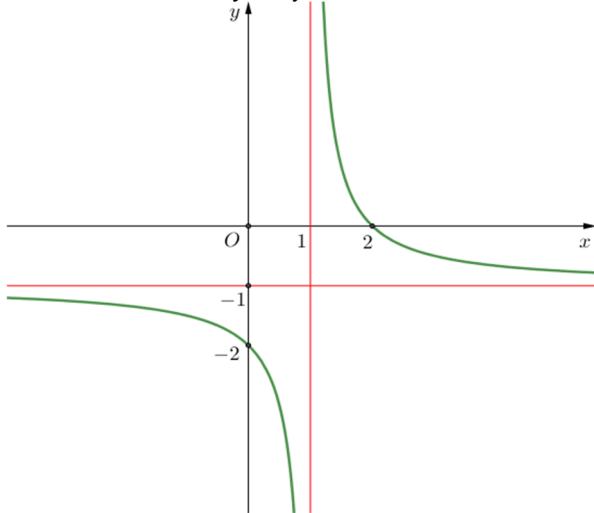
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-5; -2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là

- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $y = 1$ D. $y = -1$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{DA} - \vec{DC}$. B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$.
C. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} - \vec{CB}$. D. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$.

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ bằng

- A. 0. B. a . C. $\frac{a^2}{2}$. D. a^2 .

Câu 6. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x - e \cdot x$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0; +\infty)} y = \frac{33}{5}$ B. $\min_{(0; +\infty)} y = 7$ C. $\min_{(0; +\infty)} y = 0$ D. $\min_{(0; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \vec{AB} và \vec{EG} ?

- A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 45° .

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \vec{SA} - \vec{SC}$

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (2 - x)(x + 1)^2(x - 1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 10. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ là:

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 11. Cho một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 10 cm x 16 cm. Người ta cắt bỏ 4 góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hình hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng

- A. 5 m. B. 2 m. C. 4 m. D. 3 m.

Câu 12. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 1)x - m + 2$ có hai điểm cực trị dương là

- A. $m \in (-\infty; 1) \cup (1; 2)$. B. $m \in (\frac{1}{2}; +\infty)$.
 C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (1; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 c) Hàm số $y = f(2x - 1)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$.
 d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2. Giả sử sự lây lan của một loại virus trên cơ thể người ở một địa quốc gia có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 9t^2 + 100$, $0 \leq t \leq 10$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (người) và t là thời gian tính từ thời điểm có ca bệnh đầu tiên đến thời điểm khảo sát (tuần).

- a) Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 208.
 b) Số người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó sau 3 tuần là 154 người.
 c) Biết đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Virus sẽ lây lan nhanh nhất ở tuần 5.
 d) Sau 10 tuần địa phương đó vẫn còn người bị nhiễm bệnh.

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của BC .

- a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A'B} = \frac{3}{2}$ b) $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AM} = \vec{0}$.
 c) $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'B}) = 60^\circ$ d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C)

- a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 b) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y = x^2$.
 c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.
 d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x + y - \pi = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA})$ bằng

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Câu 3. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

Câu 4. Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500.000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50.000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng

trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất?

Câu 5. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} ?

Câu 6. Theo định luật II Newton (Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:

$\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó \vec{a} là vectơ gia tốc (m/s^2), \vec{F} là vectơ lực (N)



Hình 20

Hình 20 tác dụng lên vật, m (kg) là khối lượng của vật.

Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
005	A	D	D	D	A	C	D	B	C	D	B	D

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
005	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
005	24	2	4	1000	7	25

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; -2)$.

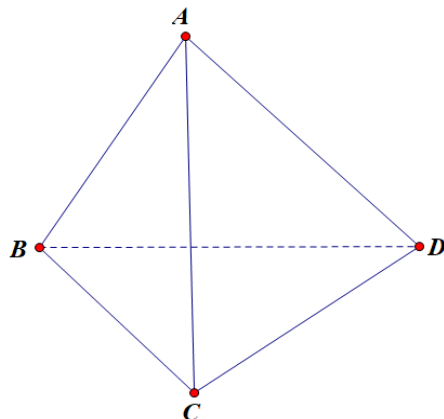
Câu 2.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y = -1$

Câu 3.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$

Câu 4.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ (-) sang (+) khi qua các điểm $x = -1; x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 5.

Lời giải

Do $AB \perp AD$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = 90^\circ$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Câu 6.

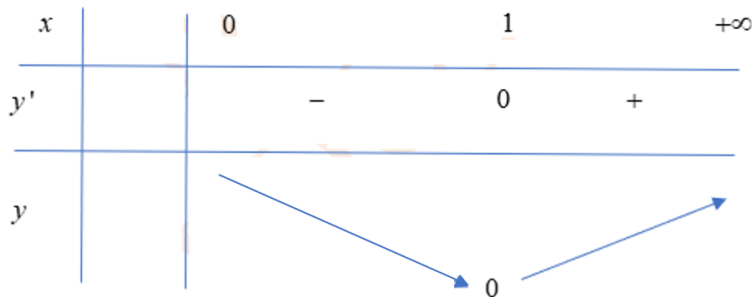
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = e^x - e \cdot x$ trên khoảng $(0; +\infty)$

Ta có $\Rightarrow y' = e^x - e.$

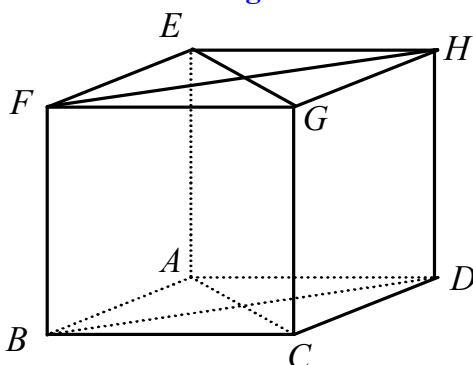
Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$



$\Rightarrow \min_{(0; +\infty)} y = y(1) = 0.$

Câu 7.

Lời giải



Ta có: $EG \parallel AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật)

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$$

Câu 8.

Lời giải

Ta có: $|\vec{u}| = |\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{6}$.

Câu 9.

Lời giải

Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+1)^2(x-1)^5 < 0 \Leftrightarrow (2-x)(x-1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 10.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2; -2\}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

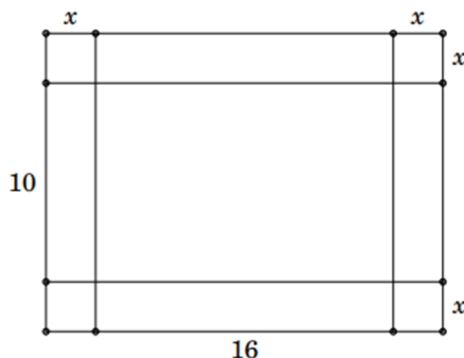
$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 11.

Lời giải



Giả sử độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng x , ($0 < 2x < 10, 0 < x < 5$).

Khi đó hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng x , chiều rộng bằng $10 - 2x$ và chiều dài bằng $16 - 2x$

Suy ra hình hộp chữ nhật có thể tích $V = x(10 - 2x)(16 - 2x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$

Xét hàm số $f(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$ trên $(0; 5)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases}. \text{ Bảng biến thiên hàm số } f(x) \text{ trên } (0; 5) \text{ như sau:}$$

x	0	2	5	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗ ↘		

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 5)$ tại $x = 2$ hay hình hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất khi độ dài cạnh hình vuông của miếng tôn bị cắt bỏ bằng 2m.

Câu 12.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Để hàm số có hai điểm cực trị dương thì phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \\ a \cdot c = 2m - 1 > 0 \\ -\frac{b}{a} = 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty).$$

Vậy $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 13.

Lời giải Sai Đúng Đúng Xét hàm số $y = f(2x - 1)$ có $y' = 2f'(2x - 1)$

Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow 2f'(2x - 1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \leq -2 \\ 2x - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq 1 \end{cases}$

Vậy hàm số $y = f(2x - 1)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(1; +\infty)$.

Câu 14.

Lời giải

a. Ta có $N(3) = 154$, nên số người bị nhiễm bệnh sau 3 tuần là 154 người.

Chọn ĐÚNG.

b. Ta có $N(10) = 0$ nên sau 10 tuần địa phương đó không còn người bị nhiễm bệnh.

Chọn SAI.

c. Với $0 \leq t \leq 10$:

$$N'(t) = -3t^2 + 18t$$

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases} \text{ (t/m)}.$$

Ta có: $N(0) = 100$; $N(6) = 208$; $N(10) = 0$.

nên số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 208 người.

Chọn ĐÚNG.

d. Ta có: $N'(t) = -3t^2 + 18t$.

Đặt $f(t) = -3t^2 + 18t$, $0 \leq t \leq 10$.

$$f'(t) = -6t + 18$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3 \text{ (t/m)}$$

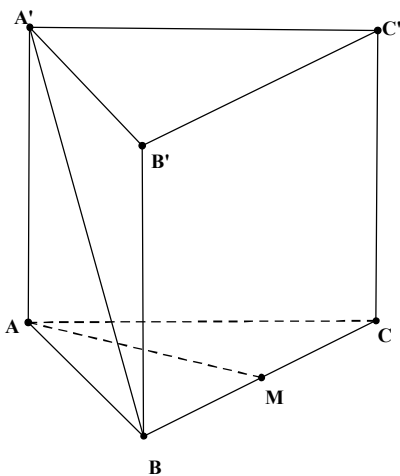
Khi đó, $f(0) = 0$; $f(3) = 27$; $f(10) = -120$.

Vậy, Virus sẽ lây lan nhanh nhất ở tuần 3.

Chọn SAI.

Câu 15.

Lời giải



sai: Theo tính chất lăng trụ tam giác đều ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AM$.

Do đó $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \neq \vec{0}$. **đúng:** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ =$

$\frac{1}{2}$. **sai:**

M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Áp dụng hiệu hai vecto ta có $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A'B} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AA'}) \\ &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \text{ (Do } AA' \perp (ABC) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AC} = 0) \text{ Sai:} \end{aligned}$$

ΔABC đều có AM là trung tuyến nên AM cũng là đường cao của tam giác. Do đó $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'B}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A'B}}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{A'B}|} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 16.

Lời giải Đúng: Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Sai: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x$ đi qua gốc tọa độ nên không hình thành được tam giác. Đúng: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = x$ nên giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $I(1; 1)$ nằm trên parabol $y = x^2$. Đúng: Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y = x$ vuông góc với đường thẳng $y = -x + \pi$

Câu 17.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}^2 + |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= AB^2 + AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{BAC}) = 4^2 + 4 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 4^2 + \frac{4^2}{2} = \frac{3 \cdot 4^2}{2} = 24. \end{aligned}$$

Câu 18.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị phải có đúng 1 tiệm cận đứng \Leftrightarrow Phương trình $f(x) = x^2 + 4x + m = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = -1 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ \Delta' > 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m = 0 \\ 4 - m > 0 \\ 1 - 4 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương thỏa mãn đề bài.

Câu 19.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$ nên hàm số có hai điểm cực trị là $x_1 = 1 - \sqrt{2}$; $x_2 = 1 + \sqrt{2}$. Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1 + \sqrt{2}; 2\sqrt{2} - 2)$ và $B(1 - \sqrt{2}; -2 - 2\sqrt{2})$.

Từ đó ta có phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x - 4$

Toạ độ giao điểm của d với hai trục tọa độ là $C(2; 0)$ và $D(0; -4)$.

Diện tích tam giác cần tính là $S = \frac{1}{2} OC \cdot OD = 4$.

Câu 20.

Lời giải

Gọi giá tiền mà chủ khách sạn cho thuê một phòng là x (nghìn đồng). ($500 \leq x$)

Vì cứ tăng giá thêm 50.000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống nên số phòng được thuê là: $60 - \frac{x-500}{50} \cdot 2 = 80 - \frac{x}{25}$ (phòng).

Khi đó tổng doanh thu tương ứng trong 1 ngày là: $x \left(80 - \frac{x}{25}\right) = 80x - \frac{x^2}{25}$ (nghìn đồng).

Đặt $f(x) = 80x - \frac{x^2}{25}$. Ta có:

$$f'(x) = 80 - \frac{2x}{25} = 0 \Leftrightarrow x = 1000.$$

Vì $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm nên $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1000$.
Vậy để tổng doanh thu là lớn nhất thì chủ khách sạn nên cho thuê phòng với giá 1000 (nghìn đồng) một ngày (tức 1 triệu đồng một ngày).
Câu trả lời là: 1000 nghìn đồng.

Câu 21.

Lời giải

Trả lời: 7

Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

$$\Leftrightarrow y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; \dots; -3\}$$

Vậy có 7 số nguyên thỏa mãn.

Câu 22.

Lời giải:

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$, suy ra $|\vec{F}| = m|\vec{a}| = 0,5 \cdot 50 = 25 \text{ (N)}$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là 25 N.

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		0		-3		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số

A. 3

B. 2

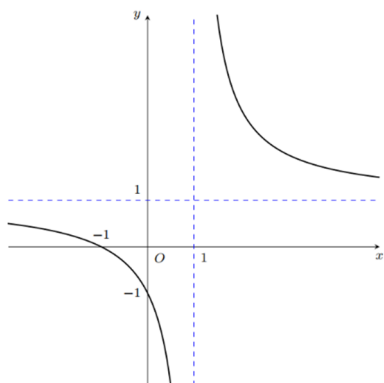
C. 4

D. 1

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là



A. $x = -1; y = 1$.

B. $x = 1; y = -1$.

C. $x = -1; y = -1$.

D. $x = 1; y = 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = 1; y = 1$

Câu 3. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-4; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

+ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

+ $y' = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

+ Bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$+$	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

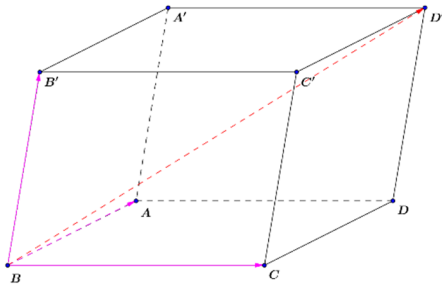
A. \vec{BD} .

B. $\vec{BD'}$.

C. \vec{BC} .

D. $\vec{BA'}$.

Lời giải



$$\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BB'} + (\vec{BA} + \vec{BC}) = \vec{BB'} + \vec{BD} = \vec{BD'}$$

Câu 5. Cho $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$$

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 3)$ đạt được tại $x = x_0$. Giá trị x_0 là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+) Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 3)$

x	-1	0	2	3
y'	+	0	-	0
y	-1	3	-1	3

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-1; 3)$ bằng 3 đạt được tại $x = 0$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 6}{x - 1}$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. $I(1; 2)$.

B. $I(2; 2)$.

C. $I(2; 2)$.

D. $I(1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 - x + 6}{x - 1} = x + \frac{6}{x - 1}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{x - 1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.

$$\text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 6}{x - 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x + 6}{x - 1} = -\infty.$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 6}{x - 1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $x = 1$; $y = x$ là điểm $I(1; 1)$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x + 2)(x + 1)(x^2 - 1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

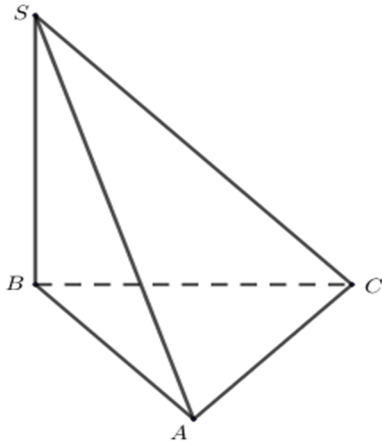
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 1)^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 9. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

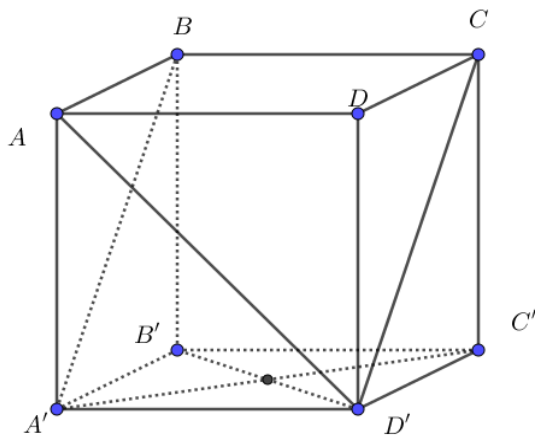
D. 90° .

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = \widehat{SAB}$.

Xét ΔSBA vuông tại B ta có: $\tan(\widehat{SAB}) = \frac{SB}{AB} = \sqrt{3}$. Suy ra: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = 60^\circ$.

Câu 10. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$.



A. $\sqrt{3}a$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. $\sqrt{6}a$.

D. $2\sqrt{3}a$.

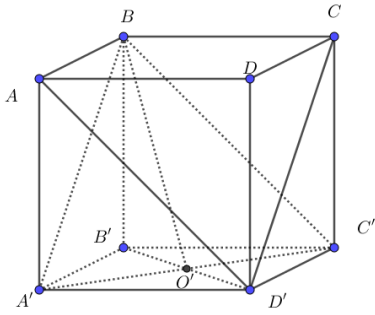
Lời giải

Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có $ABC'D'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$, do đó $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC'} = 2\overrightarrow{BO'}$.

Tam giác $BA'C'$ là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $BO' = \frac{\sqrt{3}}{2}a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Từ đó độ dài của vectơ $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$ bằng $\sqrt{6}a$.



Câu 11. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + 5m + 4)x - 1$ có hai điểm cực trị trái dấu?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2 - 2mx + m^2 + 5m + 4$.

Để hàm số có hai điểm cực trị trái dấu thì $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Suy ra $ac < 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m + 4 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -1$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2\}$

Vậy có 2 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 12. Người ta cần xây một bể nước ngầm dạng khối hộp chữ nhật có thể tích bằng $500m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Chi phí để xây bể là 2,5 triệu đồng/ m^2 . Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 1040,04 triệu đồng. B. 1050,04 triệu đồng. C. 1060,04 triệu đồng. D. 1052,26 triệu đồng.

Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là $x(m)$, ($x > 0$).

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $3x$.

Gọi h là chiều cao của bể, ta có $V = Sh = 3x^2 \cdot h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{3x^2}$.

Diện tích xây dựng của bể là

$$S = 2h \cdot x + 2h \cdot 3x + 2x \cdot 3x = 6x^2 + 8hx = 6x^2 + 8 \cdot \frac{500}{3x^2} \cdot x = 6x^2 + \frac{4000}{3x}$$

Cách 1: Xét hàm số $f(x) = 6x^2 + \frac{4000}{3x}$, $x > 0$ ta có

$$f'(x) = 12x - \frac{4000}{3x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10}{\sqrt[3]{9}}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{10}{\sqrt[3]{9}}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
			+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ bằng $f\left(\frac{10}{\sqrt[3]{9}}\right)$ khi $x = \frac{10}{\sqrt[3]{9}} \approx 4,807(m)$.

Vậy chi phí thấp nhất để xây bể là $f\left(\frac{10}{\sqrt[3]{9}}\right) \cdot 2,5 = \left[6\left(\frac{10}{\sqrt[3]{9}}\right)^2 + \frac{4000}{3 \cdot \frac{10}{\sqrt[3]{9}}}\right] \cdot 2,5 \approx 1040,04$ (triệu đồng).

Cách 2:

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có:

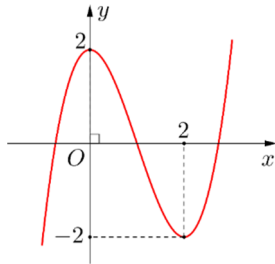
$$f(x) = 6x^2 + \frac{4000}{3x} = 6x^2 + \frac{2000}{3x} + \frac{2000}{3x} \geq 3 \sqrt[3]{6x^2 \cdot \frac{2000}{3x} \cdot \frac{2000}{3x}} = 3 \sqrt[3]{\frac{8000000}{3}}$$

Dấu bằng xảy ra khi $6x^2 = \frac{2000}{3x} \Leftrightarrow x = \frac{10}{\sqrt[3]{9}}$.

Suy ra chi phí thấp nhất để xây bể là $3\sqrt[3]{\frac{8000000}{3}} \cdot 2,5 \approx 1040,04$ triệu đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm là $x = 2$ và $x = -2$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng $f(2)$.
- d) Hàm số $y = f(x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = -2$.

Chọn SAI. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		2	↘		$+\infty$
				-2			

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn SAI. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		2	↘		$+\infty$
				-2			

Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng $f(2) = -2$.

Chọn ĐÚNG. Ta có: $y' = 2x \cdot f'(x^2)$.

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Các nghiệm $-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}$ của y' là nghiệm đơn hoặc bội lẻ nên y' đổi dấu khi qua mỗi nghiệm đó.

Vậy hàm số $y = f(x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn ĐÚNG.

Câu 14. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy

thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

- b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
 c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bằng công thức $-0,01x^3 + 15x - 100$.
 d) A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

Đúng: Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là $C(10) = 10 + 30 \cdot 10 = 400$ triệu. Sai: Số tiền mà A thu được (gọi là doanh thu) từ việc bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B là: $R(x) = x \cdot P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3$ triệu đồng

Thay $x = 10$ ta được $R(10) = 449$ triệu đồng. Đúng: Lợi nhuận (triệu đồng) mà A thu được là:
 $P(x) = R(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ Đúng: Xét hàm số $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ với ($0 \leq x \leq 100$) ta có:

$$P'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \in [0; 100]$$

Ta có $P(0) = -100$; $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$; $P(100) = 400$

Bảng biến thiên

x	0	$50\sqrt{2}$	100	
y'		+	0	-
y	100	$500\sqrt{2} - 100$	400	

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{[0; 100]} P = P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 667$

Vậy A thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm cho B mỗi tháng và lợi nhuận lớn nhất thu được khoảng 607 triệu đồng.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^2+2x+1}{x+3}$ có đồ thị là (C) .

- a) $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x+3}, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$.
 b) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.
 c) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
 d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$.

Lời giải

Đúng, vì $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x+3} = \frac{x^2+3x-x-3+4}{x+3} = \frac{(x+3)(x-1)+4}{x+3} = x - 1 + \frac{4}{x+3}$. Đúng, vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Sai, vì $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = -\infty$ suy ra đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$. Đúng, vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x+3} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] =$

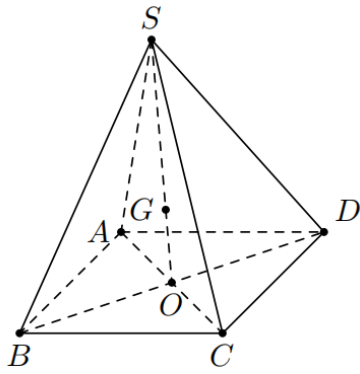
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+3} = 0 \text{ suy}$$

ra đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 1$. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$.

Câu 16. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\vec{GS} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

- a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{SO}$.
 b) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.
 c) $\vec{SB} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC}$.
 d) $\vec{GS} = 3\vec{OG}$.

Lời giải



- (a) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$
 (b) Đúng: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
 (c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$; $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$
 (d) Sai: Ta có $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{GO}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{m - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = m \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = m$.

Để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Suy ra $mx^2 - 1 = 0$ có một nghiệm bằng 1 hoặc bằng 2.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m - 1 = 0 \\ 4m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Với $m = 1 \Rightarrow y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 2$.

Với $m = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{\frac{1}{4}x^2-1}{x^2-3x+2} = \frac{x+2}{4(x-1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa bài.

Câu 18. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (hình ảnh 2. 20).



Hình 2.20

Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 920(km/h), trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900(km/h) và 920(km/h) lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ \vec{F}_1 và \vec{F}_2 với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 900(km/h), máy bay giữ nguyên hướng bay nên hai véc tơ \vec{F}_1 và \vec{F}_2 có cùng hướng và $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k > 0$).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của chiếc máy bay khi đạt 900(km/h) và 920(km/h).

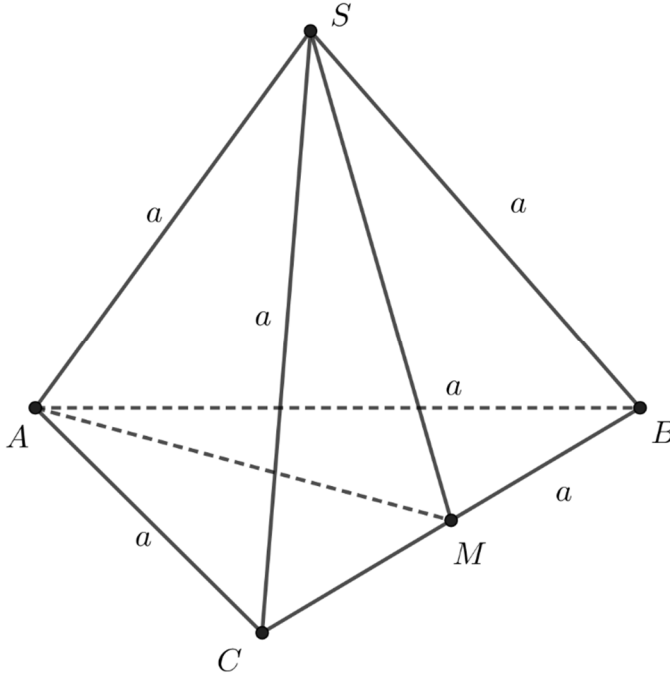
Suy ra $v_1 = 900$ (km/h), $v_2 = 920$ (km/h).

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên $\left| \frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} \right| = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2| \Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2$.

Từ đó suy ra: $k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

Câu 19. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh a , M là trung điểm của cạnh BC . Tính $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{SB})$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải:



Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SB} &= (\overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SA}) \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = SM \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSM} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} \\ &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \cos 30^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ \\ &= \frac{a^2}{4} \end{aligned}$$

Suy ra: $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{SB}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SB}}{AM \cdot SB} = \frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0,29$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

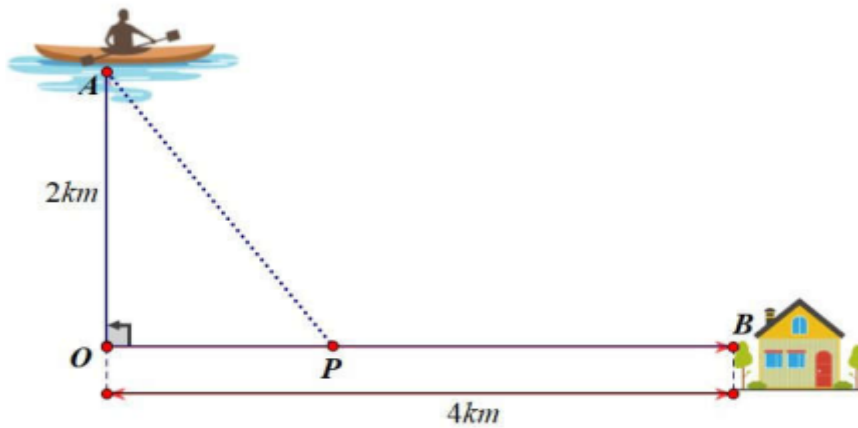
Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 1 \end{cases}$

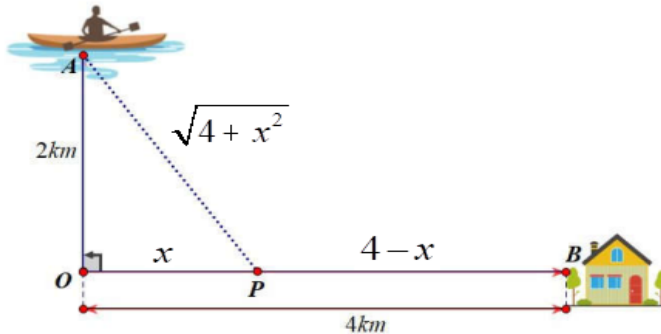
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0; 5)$, $B(2; 1)$

Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị bằng $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 21. Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông $2km$, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là $4km$. Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc $6m/h$ và chạy bộ trên bờ với vận tốc $10km/h$. Khoảng cách ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu?



Lời giải



Đặt $OP = x$ ($0 < x < 4$) $\Rightarrow BP = 4 - x$; $AP = \sqrt{4 + x^2}$.
 Khoảng thời gian để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t(x) = t_{AP} + t_{PB} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{6} + \frac{4-x}{10} \quad (h), \Rightarrow t'(x) = \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10}$$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{4+x^2} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ 4x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

BBT:

x	0	$\frac{3}{2}$	4
$t'(x)$		-	0
			+
$t(x)$			$\frac{2}{3}$

Từ BBT suy ra khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{\min} = \frac{2}{3} \quad (h) = \frac{2}{3} \cdot 60 \quad (\text{phút}) = 40 \quad \text{phút.}$$

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị tham số $m \in (-10; 100)$ để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + mx - 2024m$ đồng biến trên tập số thực.

Lời giải

$$y' = x^2 - 2x + m.$$

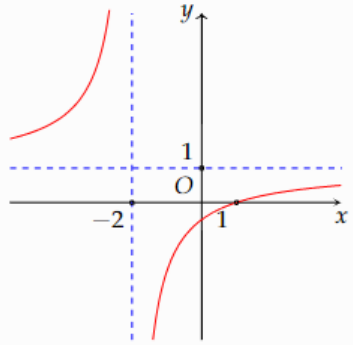
Hàm số đồng biến trên tập số thực khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$

Vậy có tất cả 99 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. $x = -2$. B. $y = 1$. C. $y = -2$. D. $x = 1$.

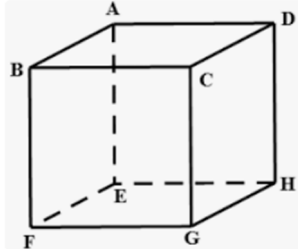
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC, AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Góc giữa PQ và AB là

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD} . B. \overrightarrow{DB} . C. \overrightarrow{BH} . D. \overrightarrow{AE} .

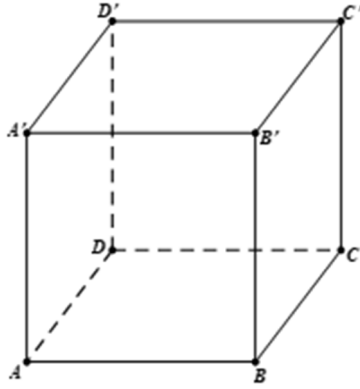
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = -3$. D. $x = 5$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và \overrightarrow{CD} là



- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng:

- A. $y = x + 1$. B. $y = x$. C. $y = 2x - 1$ D. $y = x - 1$.

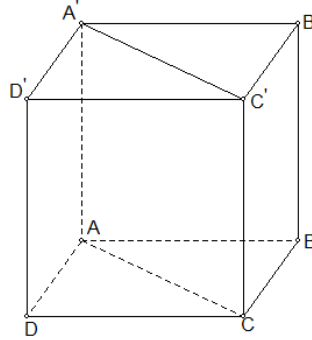
Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 10. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 11. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Vi rút lây lan nhanh nhất vào thời gian nào?

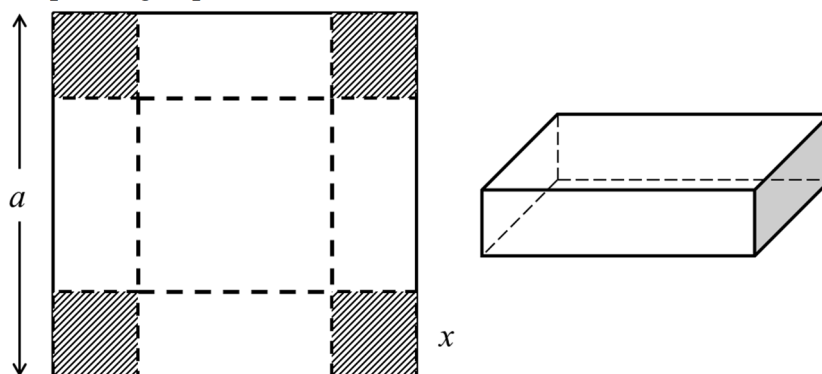
- A. Tuần 8. B. Tuần 6. C. Tuần 4. D. Tuần 12.

Câu 12. Cho biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$. Khi đó

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in (2; 3)$. C. $m \in (0; 1)$. D. $m \leq -1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a. Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.

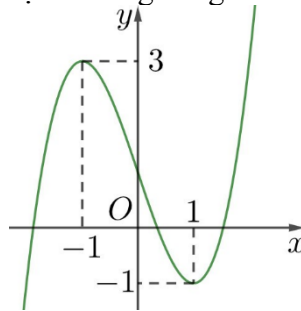


- a) Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{27}$.
- b) Thể tích hộp lớn nhất bằng $\frac{a^3}{27}$.
- c) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{12}$.
- d) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{6}$.

Câu 2. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 6$.
- b) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
- c) Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 5x + 15$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình của mỗi sản phẩm. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là đường thẳng $y = 5$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau

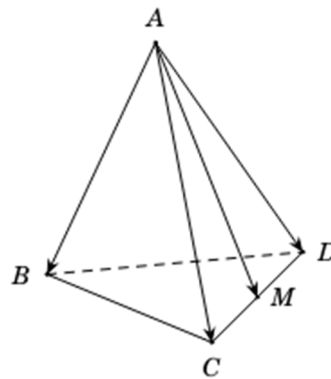


Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) Phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $d: y = -3x$
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- c) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là 2.
- d) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị trái dấu.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

- a) $\vec{AM} \cdot \vec{AB} = -\frac{a^2}{2}$.
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2}{2}$.



- c) $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$.
- d) $\vec{AM} \cdot \vec{CD} = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = a$. Tìm a .

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = -3\vec{j} + \vec{k}$ và $\vec{b} = (1; m; 6)$. Giá trị của m để \vec{a} vuông góc với \vec{b} bằng

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

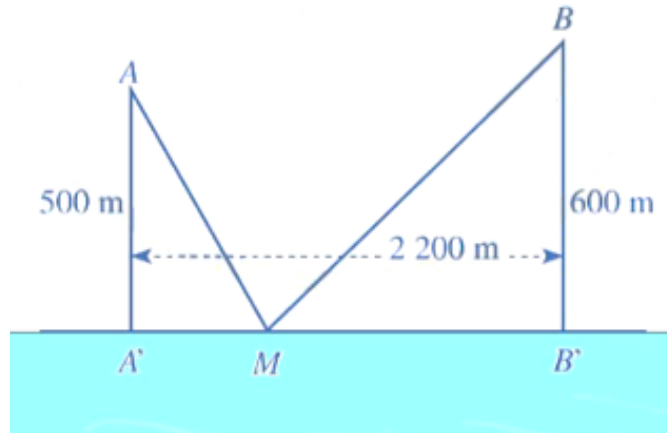
x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm m để hàm số $y = f(x^3 + 4x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị là A và B . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Ông A muốn mua một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng $100 m^2$ để làm khu vườn. Để chi phí xây dựng bờ rào xung quanh khu vườn là ít tốn kém nhất thì ông A đã mua mảnh đất có kích thước $a(m) \times b(m)$ (với a là chiều dài, b là chiều rộng của khu vườn). Khi đó kết quả của $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Có hai xã cùng ở một bên bờ sông Lam. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và $A'B' = 2200m$ (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
007	B	B	D	B	A	C	A	B	C	B	C	A

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
007	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
007	2	2	=3	0,25	30	46,6

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 2.

Lời giải

Ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 3.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PQ} \Rightarrow AB \perp PQ$

Câu 4.

Lời giải

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $EH = AD$ và hai vectơ $\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 6.

Lời giải

Ta có: AA' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $AA' \perp CD$. Vậy, $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1} = x + 1 + \frac{1}{x+1}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+1} = 0$

Vậy tiệm cận xiên là: $y = x + 1$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất là 3 khi $x = 1$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -f'(1 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 0 \\ 1 - x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng xét dấu y' .

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 1)$.

Câu 10.

Lời giải

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overline{A'C'} = \overline{AC}$.

Khi đó, $\overline{AC} + \overline{C'D'} = \overline{A'C'} + \overline{C'D'} = \overline{A'D'}$. Vậy $|\overline{AC} + \overline{C'D'}| = |\overline{A'D'}| = A'D' = 1$.

Câu 11.

Lời giải

Tốc độ lây lan của virus là $N'(t) = -3t^2 + 24t$. Tốc độ lây lan nhanh nhất khi $N'(t)$ đạt GTLN

Ta có $N''(t) = -6t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Bảng biến thiên

t	0	4	12	
$N''(t)$	0	+	0	-
$N'(t)$	0	128	0	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy vi rút lây lan nhanh nhất vào thời điểm tuần thứ 4.

Câu 12.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$

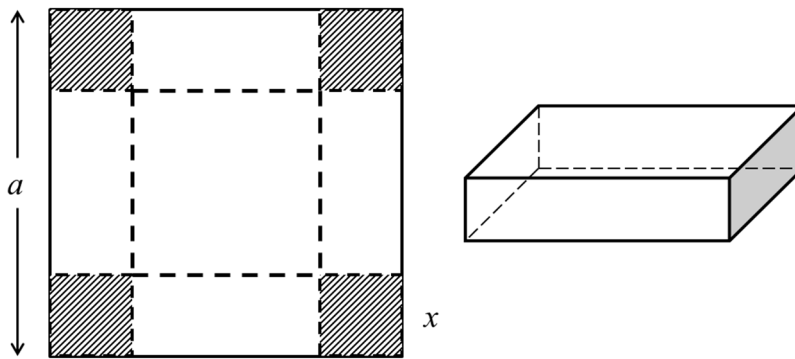
Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 khi $\Delta' = (-3)^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$

Theo đề bài ta có $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 13.



Lời giải

Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông bị cắt ($0 < x < \frac{a}{2}$).

Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a - 2x)^2$ ($0 < x < \frac{a}{2}$).

$V'(x) = (a - 2x)^2 + x \cdot 2(a - 2x) \cdot (-2) = (a - 2x)(a - 6x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$ ($0 < x < \frac{a}{2}$).

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{2}$	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0		$\frac{2a^3}{27}$	0

Vậy $\max_{(0; \frac{a}{2})} V(x) = V\left(\frac{a}{6}\right) = \frac{2a^3}{27}$. Sai: Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng

$\frac{a}{12}$. Đúng: Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{6}$. Đúng: Thể tích của khối hộp

lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{27}$. Sai: Thể tích hộp lớn nhất bằng $\frac{a^3}{27}$.

Câu 14.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = 1$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$. Ta có

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2-3x}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$. Ta có $y =$

$$\frac{x^2-3x+2}{x+3} = x - 6 + \frac{20}{x+3}$$

Vậy đường thẳng $y = x - 6$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{C(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+15}{x} = 5$.

Vậy đường thẳng $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 15.

Lời giải Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. Giá trị cực đại là $y = 3$, giá trị cực tiểu là $y = -1$. Do đó tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $3 - 1 = 2$. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị là $x = \pm 1$. Gọi $d: y = ax + b$ là đường thẳng qua hai điểm cực trị $A(-1; 3), B(1; -1)$.

$$A, B \in d \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 3 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow d: y = -2x + 1$$

Câu 16.

Lời giải

a. Đúng: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

b. Đúng: Ta có đ'

c. Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

Mặt khác AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{CD}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

d. Ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$

Câu 17.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$, vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0, x-2 > 0$ khi $x > 2$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ nên $a = 2$.

Câu 18.

Lời giải

$$\vec{a} = -3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (0; -3; 1)$$

Để \vec{a} vuông góc với \vec{b} thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 0.1 + (-3).m + 1.6 = 0 \Rightarrow m = 2$

Câu 19.

Lời giải

Trả lời : 3

Đặt $t = x^3 + 4x + m \Rightarrow t' = 3x^2 + 4$ nên t đồng biến trên $(-1; 1)$ và $t \in (m - 5; m + 5)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m - 5; m + 5)$.

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên ta được } \begin{cases} m - 5 \geq -2 \\ m + 5 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 20.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x - 9$ nên có hai điểm cực trị $A(-1; 6)$ và $B(3; -26)$

Phương trình đường thẳng qua AB là $8x + y + 2 = 0$. Khi đó $d(O; AB) = \frac{2}{\sqrt{65}}$.

Câu 21.

Lời giải

Đáp số: 30.

Để chi phí xây dựng bờ rào là ít tốn kém nhất thì chu vi mảnh đất phải bé nhất.

Gọi x là chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật ($x > 0$)

Suy ra chiều rộng là $\frac{100}{x}$

Chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là $C(x) = 2x + \frac{200}{x}$

Ta có: $C'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$

$C'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow x = 10$ (vì $x > 0$)

Bảng biến thiên

x	0	10	$+\infty$
$C'(x)$	-	0	+
$C(x)$	$+\infty$	40	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0;+\infty)} C(x) = C(10) = 40$

Suy ra chu vi mảnh đất hình chữ nhật bé nhất khi chiều dài bằng 10 m, chiều rộng bằng 10 m
 Vậy $a + 2b = 30$.

Câu 22. Đặt $AM = x(m)$.

Suy ra $BM = AB' - AM = 2200 - x(m)$.

Rõ ràng, x phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 2200$.

Áp dụng định lý Pythagore ta tính được:

$$AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{500^2 + x^2} \text{ (m)};$$

$$BM = \sqrt{BB'^2 + B'M^2} = \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2} \text{ (m)}.$$

Tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là

$$D = AM + BM = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2} \text{ (m)}.$$

Xét hàm số $D(x) = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ với $x \in (0; 2200)$.

$$\text{Ta có } D'(x) = \frac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \frac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}};$$

Trên khoảng $(0; 2200)$, ta thấy $D'(x) = 0$ khi $x = 1000$.

Bảng biến thiên của hàm số $D(x)$ như sau:

x	0	1 000	2 200
$D'(x)$	-	0	+
$D(x)$	$500 + 200\sqrt{130}$	$1100\sqrt{5}$	$600 + 100\sqrt{509}$

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $D(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $1100\sqrt{5}$ tại $x = 1000$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách cần tìm là $1100\sqrt{5}$ m.

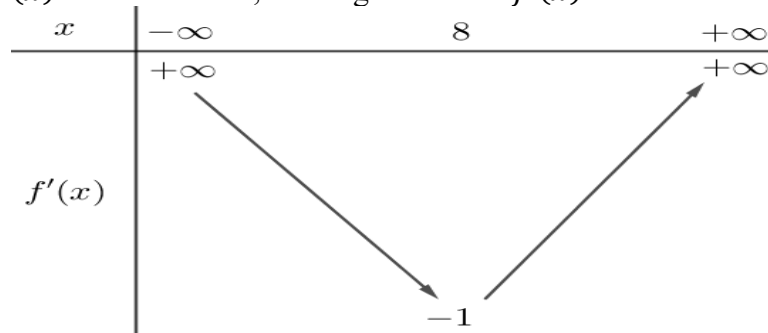
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

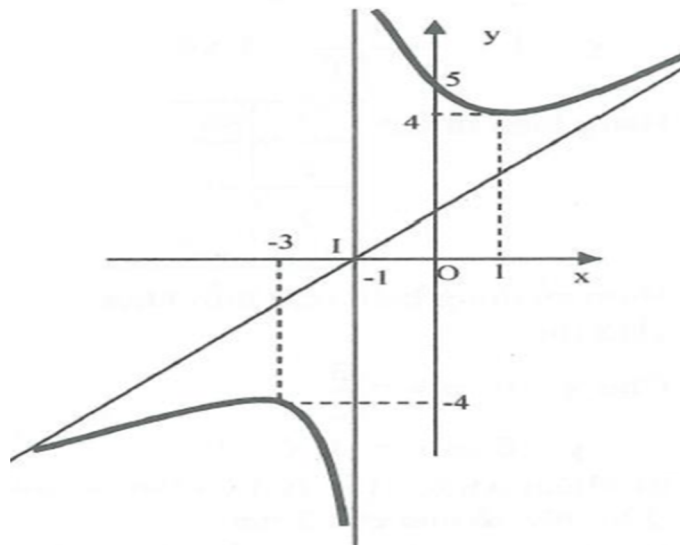
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức, có bảng biến thiên $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

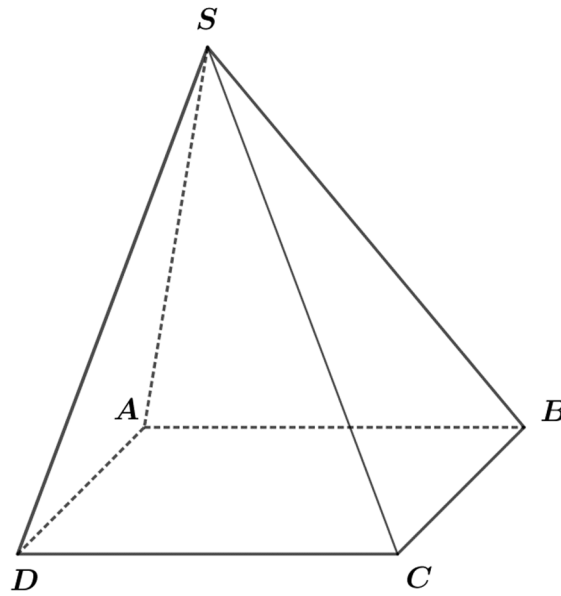
Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. $y = 4$. B. $x = -1$. C. $y = -4$. D. $x = 1$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}$.



- A. $|\vec{SD} - \vec{SA} + \vec{SC} - \vec{SB}| = a\sqrt{3}$. B. $|\vec{SD} - \vec{SA} + \vec{SC} - \vec{SB}| = a\sqrt{2}$.
 C. $|\vec{SD} - \vec{SA} + \vec{SC} - \vec{SB}| = a$. D. $|\vec{SD} - \vec{SA} + \vec{SC} - \vec{SB}| = 2a$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khi đó, tích $\vec{AB'} \cdot \vec{AD'}$ bằng

- A. a^2 . B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. C. $\sqrt{2}a^2$. D. $\frac{1}{2}a^2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2+4}{x}$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ đạt được tại điểm nào?

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \vec{BD} , $\vec{B'C}$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

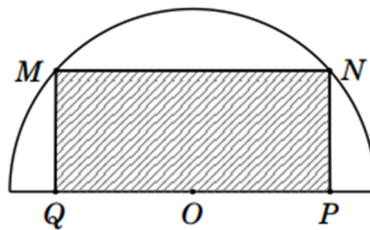
Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \vec{A'C'} - \vec{A'A}$ theo a ?

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3x+5}{x+2}$.

- A. $y = x + 1$. B. $y = x + 3$. C. $y = x + 2$. D. $y = x$.

Câu 11. Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên).



Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là

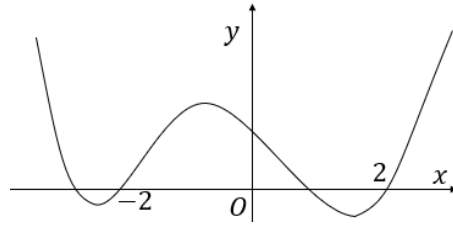
- A. $9\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2+4m+3)x + 2021m + 2022$ (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có các điểm cực trị nằm về cùng một phía của trục tung.

- A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -3 \end{cases}$. C. $-3 < x < -1$. D. $m \in \emptyset$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



- a) Số điểm cực trị của hàm số $h(x) = |f(x)|$ là 7.
 b) Hàm số đã cho có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
 c) Hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.
 d) Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|)$ là 7.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, OC .

- a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC})$.
 b) $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CM}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
 c) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{a^2}{2}$.
 d) $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA}| = a\sqrt{2}$.

Câu 3. Giả sử sự lây lan một loại virus ở một địa phương được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tính theo tuần). Đạo $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số người tối đa bị nhiễm bệnh là 25600.
 b) Trong 4 tuần đầu số người nhiễm bệnh tăng dần.
 c) Tốc độ nhiễm bệnh ở tuần thứ hai là 3600 người/tuần.
 d) Tuần có tốc độ nhiễm bệnh cao nhất là tuần thứ tám.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 1}$.

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = 5$.
 b) Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$.
 c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -1$.
 d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 2mx - m-2}$. Biết với $m = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a + b$

Câu 2. Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 4$. Tính $(\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})$

Câu 3. Theo định luật II Newton (Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ trong đó } \vec{a} \text{ là vectơ gia tốc (m/s}^2\text{), } \vec{F} \text{ là vectơ lực (N)}$$



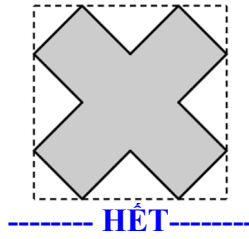
Hình 20 tác dụng lên vật, m (kg) là khối lượng của vật.

Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

Câu 4. Hàm số $y = -\frac{x}{4} + \cos^2 \frac{x}{2}$ có bao nhiêu điểm cực đại trên đoạn $[-\pi; \pi]$?

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m - 1)x^3 - (m - 1)x^2 + 3x + 2024$ đồng biến trên tập xác định?

Câu 6. Từ hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gập thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng (làm tròn đến hàng phần mười)



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
008	A	B	B	D	A	B	A	D	A	A	D	B

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
008	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
008	7	56	25	1	10	11,3

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		0	4		$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn B

Câu 4.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BC}$ mà $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Suy ra $|\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}| = |2\overrightarrow{AD}| = 2AD = 2a$.

Câu 5.

Lời giải

Có $AB' = AD' = B'D' = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta AB'D'$ là tam giác đều
 $\Rightarrow \widehat{B'AD'} = 60^\circ$

Có $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = AB' \cdot AD' \cdot \cos \widehat{B'AD'} = a^2$.

Câu 6.

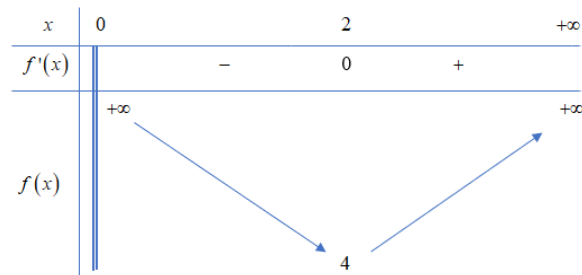
Lời giải

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2+4}{x}, \forall x \in (0; +\infty)$

Ta có $f'(x) = \frac{x^2-4}{x^2}$. Khi đó $f'(x) = 0, x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x = 2$.

Ngoài ra: $\lim_{x \rightarrow 0^+} = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty$

Ta có bảng biến thiên hàm số như sau:



Khi đó: Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại điểm $x = 2$

Câu 7.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$. Do đó,

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \widehat{D'B'C'}$$

Vì $B'C' = CD' = D'B'$ nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều.

Suy ra $\widehat{D'B'C'} = 60^\circ$

Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$

Câu 8.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

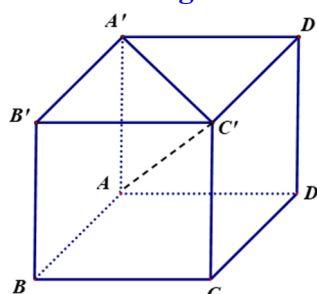
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 9.

Lời giải



Ta có $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$

Câu 10.

Lời giải

Ta có $y = f(x) = \frac{x^2+3x+5}{x+2} = x + 1 + \frac{3}{x+2}$. Khi đó, $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+2} = 0$ hoặc

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+2} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 11.

Lời giải

Đặt $OQ = x$, ($0 < x < 3$) $\Rightarrow MQ = \sqrt{MO^2 - OQ^2} = \sqrt{9 - x^2}$

Ta có $S_{MNPQ} = PQ \cdot MQ = 2x \cdot \sqrt{9 - x^2} \leq 2 \cdot \frac{x^2 + 9 - x^2}{2} = 9$

Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 4m + 3 = 0$.

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị nằm về cùng một phía của trục tung

$\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m + 2)^2 - (m^2 + 4m + 3) > 0 \\ m^2 + 4m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m > -1 \\ m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -3 \end{cases}$$

Câu 13.

Lời giải

Đáp án

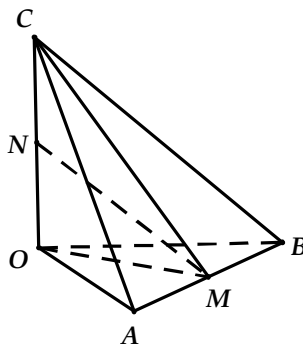
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy, hàm số có 3 điểm cực trị, trong đó có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị có hoành độ dương nên hàm số $g(x) = f(|x|)$ có $2 \cdot 1 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Ta thấy $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt, hàm số có 3 điểm cực trị nên số điểm cực trị của hàm số $h(x) = |f(x)|$ là $3 + 4 = 7$.

Câu 14.

Lời giải



Sai

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{ON}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}). \text{Đúng}$$

Ta có: $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CM}) = \overrightarrow{OMC}$.

Xét ΔOAB vuông cân tại O : $AB = a\sqrt{2}$; $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét ΔOMC vuông tại O : $CM = \sqrt{OM^2 + OC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$\cos \widehat{OMC} = \frac{OM}{CM} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Đúng

Ta có: $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}AO^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}a^2$.

(Vì $BC \perp OA \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$). Sai

Ta có: $(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA})^2 = CB^2 + OA^2 + 2\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{OA} = 2a^2 + a^2 = 3a^2$.

$\Rightarrow |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA}| = a\sqrt{3}$.

Câu 15.

Lời giải

Ý a) Ta có: $N'(t) = -3t^2 + 24t \Rightarrow N'(2) = 36$.

Vậy tốc độ nhiễm bệnh ở tuần thứ hai là 36 (trăm người).

Chọn ĐÚNG.

Ý b) Ta có: $N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}$.

Bảng xét dấu của $N'(t)$ như sau:

t	0		8		12
$N'(t)$	0	+	0	-	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $N(t)$ đồng biến trên $(0; 8)$.

Chọn ĐÚNG.

Ý c) Ta có: $N(0) = N(12) = 0$; $N(8) = 256 \Rightarrow \underset{[0;12]}{\text{Max}} N(t) = N(8) = 256$.

Vậy số người tối đa bị nhiễm bệnh là 256 (trăm người).

Chọn ĐÚNG.

Ý d) Ta có: $N''(t) = -6t + 24$.

$N''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Bảng biến thiên của $N'(t)$ như sau:

t	0		4		12
$N''(t)$	0	+	0	-	
$N'(t)$	0	48			-144

Từ bảng biến thiên suy ra, tuần có nhiều người mắc bệnh nhất là tuần thứ tư.

Chọn SAI.

Câu 16.

Lời giải Đúng. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+5x+4}{x^2+x} = 2$. Sai. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2+5x+4}{x+1} - 2x \right) =$

$2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$ Đúng. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+5x+4}{x^2+x} = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2+5x+4}{x+1} - 2x \right) =$

$2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$ Đúng.

Câu 17.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 - 2mx - m - 2 = 0(1)$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 4m + 8 = 0 \\ 4m^2 + 4m + 8 > 0 \\ 2^2 - 2m \cdot 2 - m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} vn \\ m = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}$$

Vậy $a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7$.

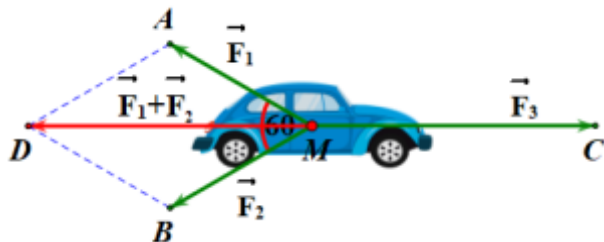
Câu 18.

Lời giải

\vec{a}, \vec{b} vuông góc nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Ta có $(\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a}^2 - \vec{b}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 6^2 - 4^2 - 0 = 56$

Câu 19. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực \vec{F}_3 là (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Đáp số: 43,3

- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (Với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành).

- Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$

$MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$

- Do $\widehat{AMB} = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$

- Do ô tô đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}(N)$

Vậy cường độ của \vec{F}_3 là $25\sqrt{3} \approx 43,3(N)$.

Câu 20.

Lời giải

Đáp số: 1.

Hàm số xác định trên $[0; \pi]$.

Ta có $y = -\frac{x}{4} + \cos^2 \frac{x}{2} = -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x$.

Suy ra $y' = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \sin x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [-\pi; \pi]$ nên $x \in \left\{-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right\}$.

Bảng biến thiên

x	$-\pi$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	π		
y'		-	0	+	0	-
y		↗		↘		↗

Vậy hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 21.

Lời giải

Đáp số: 10.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 3$.

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: $m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Khi đó $y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 \geq 0$ luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó $3(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - 9(m-1) \leq 0 \\ a = m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 10 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

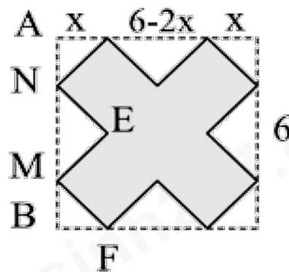
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Vậy có tất cả 10 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22.

Lời giải:

Gọi cạnh hình tam giác cân bị cắt bỏ có độ dài x ($0 < x < 3$)



$$\begin{aligned} \Rightarrow AN = BM = x &\Rightarrow MN = 6 - 2x \\ \Rightarrow EM = EN &= \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $MF = x\sqrt{2}$,

Có chiều cao $EN = \frac{6-2x}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow V = MF^2 \cdot EN = 2x^2 \cdot \frac{6-2x}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}x^2(6-2x) = -2\sqrt{2}x^3 + 6\sqrt{2}x^2$$

$$\Rightarrow V' = -6\sqrt{2}x^2 + 12\sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\max} = V(2) = -2\sqrt{2} \cdot 2^3 + 6\sqrt{2} \cdot 2^2 = 8\sqrt{2}.$$