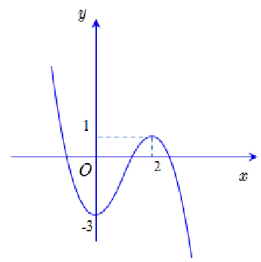
Đề 1	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

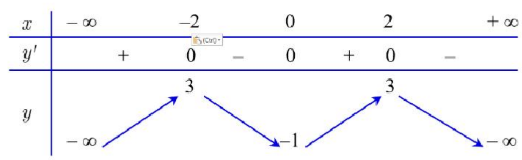
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-3;1)$.

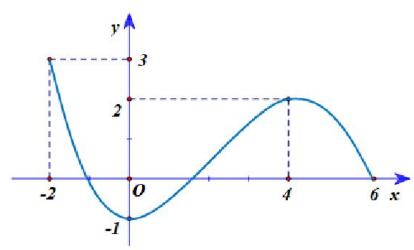
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ như hình dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng.

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

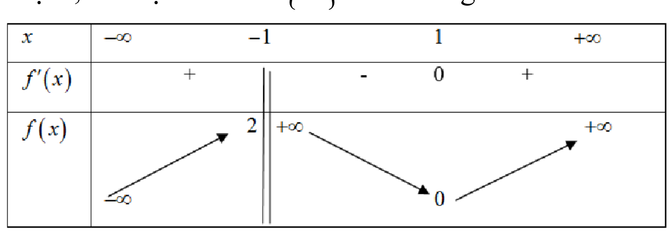
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;6]$. Hiệu $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



A. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$.
B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 6. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $f''(x_0)=0$ và $f'(x_0)=0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số

B. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu $f''(x_0)>0$ và $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng.

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(4x^2-1)^{-3}$.

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $D=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 11. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x}=9$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=1$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=5$. **B.** $x=10$. **C.** $x=7$. **D.** $x=9$.

Câu 14. Cho $a>0, a\neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a}\right)$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 2.

Câu 15. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\frac{1}{3}V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{12}V$. **D.** $\frac{1}{4}V$.

Câu 16. Hình chóp tứ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

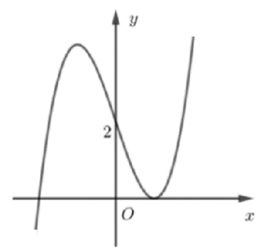
A. 6. **B.** 20 **C.** 12. **D.** 8.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x-1)x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



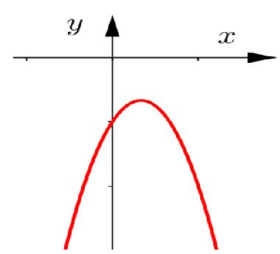
A. $y=x^3+3x+2$.

B. $y=-3x^3-3x+2$.

C. $y=x^3-3x+2$.

D. $y=x^3-3x-2$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=x^3-2x-1$.

B. $y=-x^3+2x^2-x-2$.

C. $y=-x^3+x^2-x+2$.

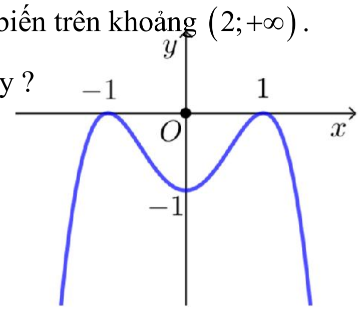
D. $y=-x^3+2x^2+x+2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

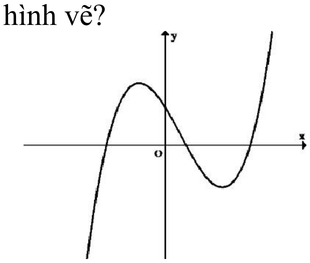
Câu 21. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=-x^4+3x^2-2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=-x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+3x^2-3$.

Câu 22. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-x^2-2x+1$. **B.** $y=-x^3+x^2-2x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.

Câu 23. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+x-2}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

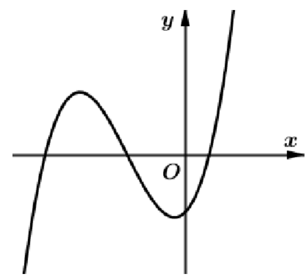
Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+5=0$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=\left(x+2\right)^3\left(x-1\right)^2\left(x-2\right)$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 26. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



A. $y=x^3-2x^2+x-1$.

B. $y=x^3-x^2+x-1$.

C. $y=x^3-x^2-1$.

D. $y=x^3+3x^2+x-1$.

Câu 27. Cho $\log_{12}3=a$. Tính $\log_{24}18$ theo a.

A. $\dfrac{3a+1}{3+a}$. **B.** $\dfrac{3a-1}{3+a}$. **C.** $\dfrac{3a-1}{3-a}$. **D.** $\dfrac{3a+1}{3-a}$.

Câu 28. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **B.** $y=\log_{\frac{\pi}{3}}\left(x^2+1\right)$. **C.** $y=\left(\dfrac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 29. Với các số $a,b>0,a\neq1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3}(ab^6)$ bằng

A. $3+2\log_a b$. **B.** $3+\dfrac{1}{2}\log_a b$. **C.** $2+3\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{3}+2\log_a b$.

Câu 30. Một người gửi 50 triệu vào ngân với lãi suất 6% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc đểvtính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 13 năm. **D.** 14 năm.

Câu 31. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên 8 lần. **C.** Giảm đi 2 lần. **D.** Tăng lên 2 lần.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA=a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$

A. $2a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $\left(MA'C'\right)$ cắt cạnh BC của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tại N. Tính $k=\dfrac{MN}{A'C'}$.

A. $k=\dfrac{1}{2}$. **B.** $k=\dfrac{1}{3}$. **C.** $k=\dfrac{2}{3}$. **D.** $k=1$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{2}{3}$. **B.** $V = \frac{1}{6}$. **C.** $V = \frac{1}{12}$. **D.** $V = \frac{1}{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

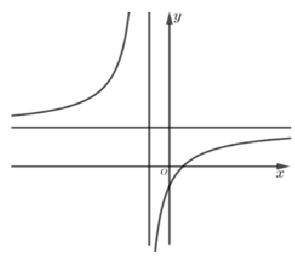
A. 16. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 38. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{x^2 - x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

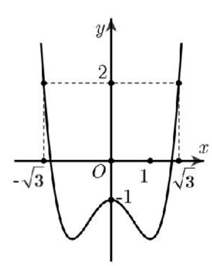
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như ở bảng sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $f\left(x + \frac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f\left(-\sqrt{3}\right)$. **C.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f\left(\sqrt{3}\right)$. **D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của d và (C). Tính tích $k_1.k_2$.

A. $k_1.k_2=3$. **B.** $k_1.k_2=4$. **C.** $k_1.k_2=\dfrac{1}{4}$. **D.** $k_1.k_2=2$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $\left(|m|<5\right)$ để hàm số $y=\left|x^3-(m-2)x^2-mx-m^2\right|$ có ba điểm cực tiểu?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $m\in[-5;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+(4-m)x+2$ với m là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left[\dfrac{1}{5};5\right]$.

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 47. Cho các hàm số $f(x)=3^{(x-2)^2}$ và $g(x)=-x^2+2\left(m^2+1\right)x+1-4m^2$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để bất phương trình $f(x)\le g(x)$ có nghiệm duy nhất.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 48. Cho hai đường cong $(C_1): y=x^4-(m+1)x^2+2$ và $(C_2): y=2(x+1)^4-4x^2-8x+3m$. Biết rằng mỗi đường cong $(C_1),(C_2)$ đều có ba điểm cực trị tạo thành tam giác, đồng thời hai tam giác đó đồng dạng với nhau. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trơn, hình vẽ bên. Gọi hàm $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Hỏi phương trình $g'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 14. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4\cos^3 x-\cos 2x+\left(m-3\right)\cos x-1=0$ có đúng bốn nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.A	5.C	6.B	7.D	8.C	9.C	10.C
11.A	12.B	13.D	14.A	15.D	16.D	17.A	18.C	19.C	20.D
21.B	22.A	23.D	24.D	25.A	26.D	27.D	28.C	29.D	30.B
31.A	32.B	33.A	34.D	35.C	36.D	37.B	38.A	39.A	40.B
41.B	42.D	43.D	44.D	45.C	46.D	47.A	48.C	49.C	50.C

ĐÁP ÁN Đề 1 — Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

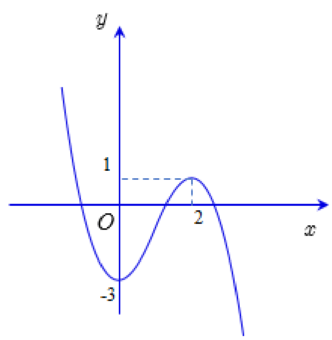
Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x\neq\dfrac{1}{2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{x-2}{2x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{x-2}{2x-1}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ là đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng.

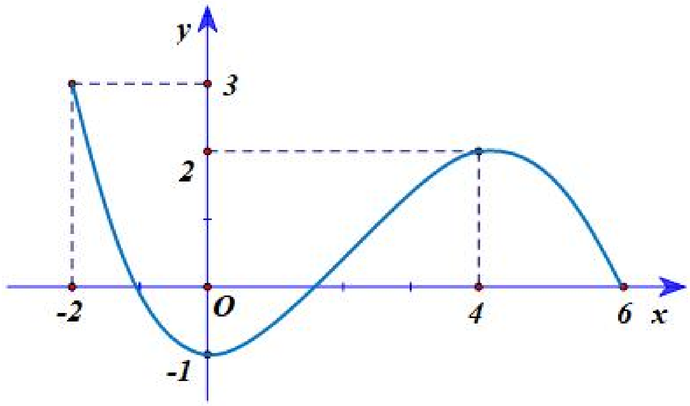
A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm2$ và giá trị cực đại bằng 3.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-2;6\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-2;6\right]$. Hiệu $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất $M=3$ tại $x=-2$ và đạt giá trị nhỏ nhất $m=-1$ tại $x=0$. Vậy $M-m=4$.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2 ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$. **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. **D.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C

Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1\Rightarrow A$ đúng.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1\Rightarrow B$ đúng.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ $\Rightarrow C$ sai.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang $\Rightarrow D$ đúng.

Câu 6. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $f''\left(x_0\right)=0$ và $f'\left(x_0\right)=0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số

B. Nếu $f'\left(x\right)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f\left(x\right)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu $f''\left(x_0\right)>0$ và $f'\left(x_0\right)=0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'\left(x_0\right)=0$

Lời giải

Chọn B

Đáp án A sai. Ví dụ: Hàm số $y=f\left(x\right)=x^4$ có $f''\left(0\right)=0$ và $f'\left(0\right)=0$ nhưng $x_0=0$

là điểm cực trị của hàm số

Đáp án B đúng vì $f(x)$ liên tục tại x_0 nên $f(x)$ xác định tại $x = x_0$ và $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 nên hàm số đạt cực trị tại x_0

Đáp án C sai do không thỏa mãn dấu hiệu nhận biết điểm cực đại.

Đáp án D sai do khi $f'(x_0) = 0$ thì $x = x_0$ chưa chắc đã là điểm cực trị của hàm số vì $f'(x)$ có thể không đổi dấu khi x qua điểm x_0.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ ta thấy: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có: $f(-1) = 0$, $f(0) = 5$, $f(2) = 1$, $f(3) = 4$.

Mặt khác hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ nên $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;\ 2)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng.

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-3}$.

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $D=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định là: $4x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm\frac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 11. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x}=9$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$3^{x^2+x}=9\Leftrightarrow 3^{x^2+x}=3^2\Leftrightarrow x^2+x=2\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Vậy tích tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x-1}=8\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

Vậy $x=2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=5$. **B.** $x=10$. **C.** $x=7$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$

$\log_2(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=8\Leftrightarrow x=9$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=9$.

Câu 14. Cho $a>0, a\neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a}\right)$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a}\right)=\log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\frac{3}{2}}=2.\frac{3}{2}\log_a a=3$.

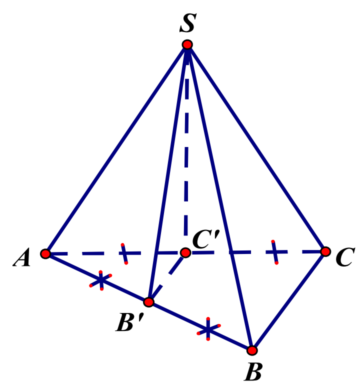
Vậy $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a}\right)=3$.

Câu 15. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của AB,AC. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\frac{1}{3}V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{12}V$. **D.** $\frac{1}{4}V$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tỷ số thể tích $\frac{V_{A.SB'C'}}{V_{A.SBC}}=\frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. Do đó $V_{A.SB'C'}=\frac{1}{4}V_{A.SBC}$ hay $V_{S.AB'C'}=\frac{1}{4}V$.

Câu 16. Hình chóp tứ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 6. **B.** 20 **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Chóp tứ giác $\Rightarrow$ có 5 đỉnh, 5 mặt

Suy ra số cạnh là: $5+5-2=8$

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x-1)x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

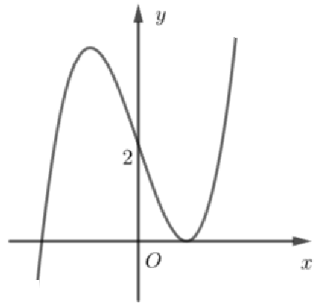
$$f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)^2(x-1)x^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=0\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu y'.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	+	

Từ bảng xét dấu y' ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu là $x=1$.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 + 3x + 2.$

B. $y = -3x^3 - 3x + 2.$

C. $y = x^3 - 3x + 2.$

D. $y = x^3 - 3x - 2.$

Lời giải

Chọn C

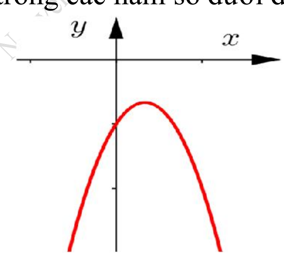
Câu B, $a = -3 < 0 \Rightarrow$ nét cuối của đồ thị đi xuống$\Rightarrow$ không thỏa

Câu D, với $x = 0 \Rightarrow y = -2$, đồ thi hàm số không qua điểm $(0;2) \Rightarrow$ không thỏa

Câu A, $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên không có 2 cực trị như hình vẽ $\Rightarrow$ không thỏa

Vậy chọn C

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 2x - 1$. **B.** $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

C. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ căn cứ vào đồ thị hàm $y = f'(x)$ là một parabol quay bề lõm xuống nên $a < 0$ nên loại phương án A, giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ nên loại D, $f'(x) < 0$ với mọi x nên hàm luôn nghịch biến nên chọn

C.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

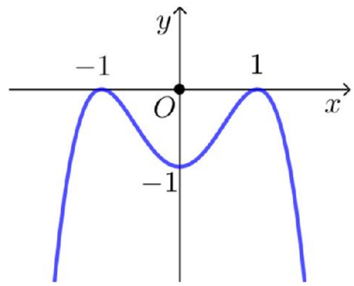
Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 21. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào dạng đồ thị ta dự đoán hàm số đã cho có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên hàm số có hệ số tự do $c = -1$.

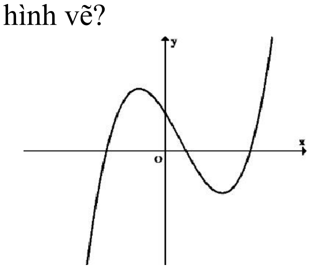
Do vậy ta loại đáp án **A** và **D.**

Xét đáp án **B** có đạo hàm : $y' = -4x^3 + 4x$ và $y'(1) = 0$; $y'(-1) = 0$.

Xét đáp án **C** có đạo hàm : $y' = -4x^3 + 2x$ và $y'(1) = -2 \neq 0$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$ nên $y'(\pm 1) = 0$. Do vậy ta chọn đáp án **B.**

Câu 22. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^3 - x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng của đồ thị như hình vẽ ta nhận thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$, hàm số có hai cực trị trái dấu. Do đó chỉ có đáp án **A** thỏa mãn.

Câu 23. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+x-2}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

➢ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

➢ $x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

➢ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^+} y=\dfrac{1}{3} \\ \lim\limits_{x\to -2^-} y=-\infty,\ \lim\limits_{x\to -2^+} y=+\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{5}{2}$.

Dễ thấy: $-3<-\dfrac{5}{2}<2$ nên từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y=-\dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 25. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=(x+2)^3(x-1)^2(x-2)$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

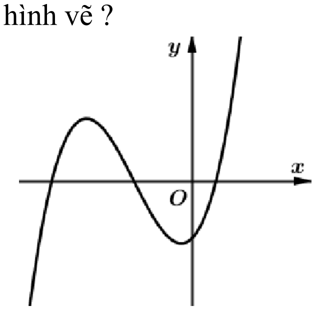
Lời giải

Chọn A

$f'(x)=(x+2)^2(x-1)(6x^2-8x-4)$.

Phương trình $f'(x)=0$ có một nghiệm bội chẵn $x=-2$ và ba nghiệm đơn là $x=1,\ x=\dfrac{2-\sqrt{10}}{3},\ x=\dfrac{2+\sqrt{10}}{3}$. Vậy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 26. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



A. $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$. **B.** $y = x^3 - x^2 + x - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta thấy hàm số có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị tại $x_1, x_2\left(x_1 + x_2 < 0\right)$.Trong đó x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Do đó chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 27. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a.

A. $\dfrac{3a+1}{3+a}$. **B.** $\dfrac{3a-1}{3+a}$. **C.** $\dfrac{3a-1}{3-a}$. **D.** $\dfrac{3a+1}{3-a}$.

Lời giải

Chọn D

Có $a = \log_{12} 3 = \dfrac{1}{\log_3 12} = \dfrac{1}{\log_3 3 + \log_3 4} = \dfrac{1}{1 + 2\log_3 2}$

$\Leftrightarrow \log_3 2 = \dfrac{1-a}{2a}$

$$\log_{24} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 24} = \frac{\log_3 9 + \log_3 2}{\log_3 3 + \log_3 8} = \frac{2 + \log_3 2}{1 + 3\log_3 2} = \frac{2 + \dfrac{1-a}{2a}}{1 + 3.\dfrac{1-a}{2a}} = \frac{3a+1}{3-a}.$$

Câu 28. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{3}}\left(x^2 + 1\right)$. **C.** $y = \left(\dfrac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

+ Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $\left(0; +\infty\right)$, loại **A.**

+ Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{3}}\left(x^2 + 1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$y' = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln\dfrac{\pi}{3}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, y' đổi dấu khi qua $x = 0$, loại **B.**

+ Hàm số $y = \left(\dfrac{2}{e}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, có cơ số $\dfrac{2}{e} < 1 \Rightarrow y = \left(\dfrac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$, chọn **C.**

+ Hàm số $y = \left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, có cơ số $\dfrac{\pi}{3} > 1 \Rightarrow y = \left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$, loại **D.**

Câu 29. Với các số $a, b > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3}\left(ab^6\right)$ bằng

A. $3 + 2\log_a b$. **B.** $3 + \dfrac{1}{2}\log_a b$. **C.** $2 + 3\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{3} + 2\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{a^3}(ab^6) = \frac{1}{3}(\log_a a + 6\log_a b) = \frac{1}{3} + 2\log_a b$.

Câu 30. Một người gửi 50 triệu vào ngân với lãi suất 6% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc đểvtính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 13 năm. **D.** 14 năm.

Lời giải

Chọn B

Đặt $A = 50$ triệu; $r = 6\%$; $B = 100$ triệu.

Số tiền gồm cả gốc và lãi sau n năm: $A(1+r)^n$.

Ta có phương trình: $A(1+r)^n = B \Rightarrow n \geq \log_{(1+r)}\left(\frac{B}{A}\right) \approx 11,90$.

Câu 31. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên 8 lần. **C.** Giảm đi 2 lần. **D.** Tăng lên 2 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp tam giác đều là a và chiều cao là h thì diện tích đáy của hình chóp là $B = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$ và thể tích ban đầu của hình chóp là: $V_1 = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}h.a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$

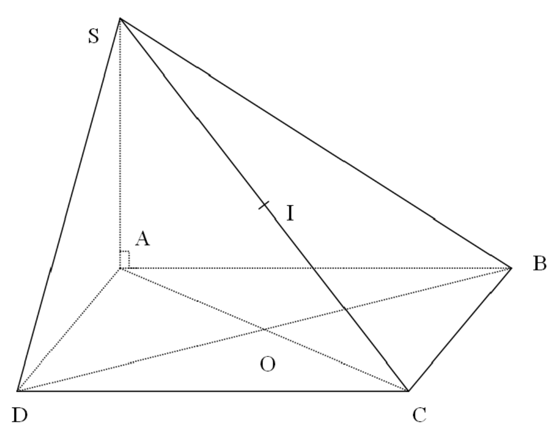
Nếu tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp mới sẽ là: $V_2 = \frac{1}{3}.\frac{h}{4}.(2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{3}.h.a^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = V_1$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$

A. $2a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm cạnh SC. Do $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$. Vậy A nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Ta lại có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \quad (Do\ SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$. Vậy D nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Tương tự B cũng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông. Vậy mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm là I và bán kính $R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{6a^2 + 2a^2}}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

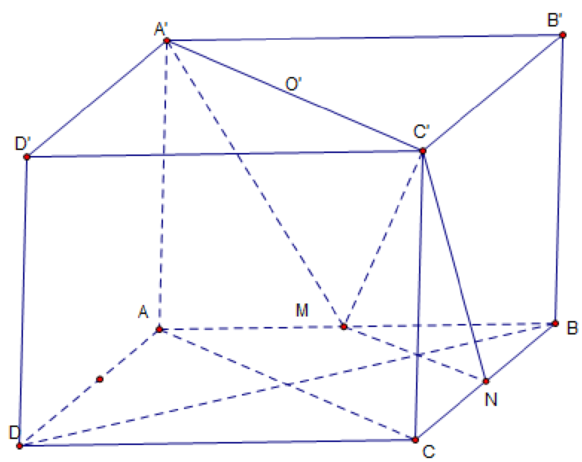
Diện tích mặt cầu cần tìm là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi a^2$.

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tại N. Tính $k = \frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$. **B.** $k = \frac{1}{3}$. **C.** $k = \frac{2}{3}$. **D.** $k = 1$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC \subset (ABC)$, $A'C' \subset (MA'C')$, AC song song với $A'C'$ suy ra MN song song với $A'C'$.

Do M là trung điểm của AB nên N là trung điểm của BC.

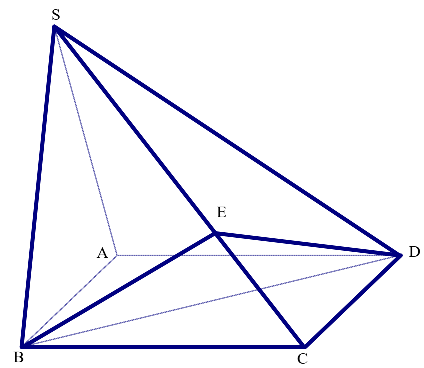
Vậy $k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{MN}{AC} = \frac{1}{2}$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{2}{3}$. **B.** $V = \frac{1}{6}$. **C.** $V = \frac{1}{12}$. **D.** $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



+ Vì $SE = 2EC$ nên $\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{2}{3}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD} = 2S_{\Delta BDC}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{SBCD} = 1 \Leftrightarrow V_{SBCD} = \dfrac{1}{2}$.

+ $\dfrac{V_{SBED}}{V_{SBCD}} = \dfrac{SB}{SB}.\dfrac{SE}{SC}.\dfrac{SD}{SD} = \dfrac{SE}{SC} = \dfrac{2}{3}$.

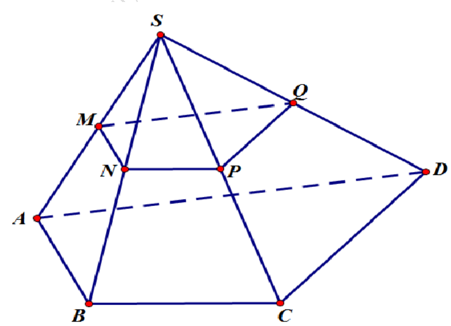
$\Rightarrow V_{SBED} = \dfrac{2}{3}.V_{SBCD} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. 16. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \dfrac{1}{8}V_{S.ABC}$.

$\dfrac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SP}{SC}.\dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \dfrac{1}{8}V_{S.ACD}$.

Do đó $V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \dfrac{1}{8}\left(V_{S.ABC} + V_{S.ACD}\right) = \dfrac{1}{8}V_{S.ABCD} = 4$

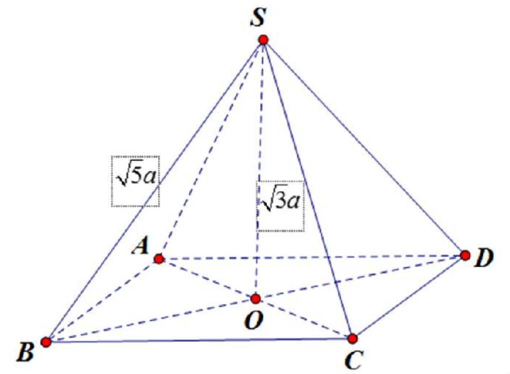
Vậy $V_{S.MNPQ} = 4$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

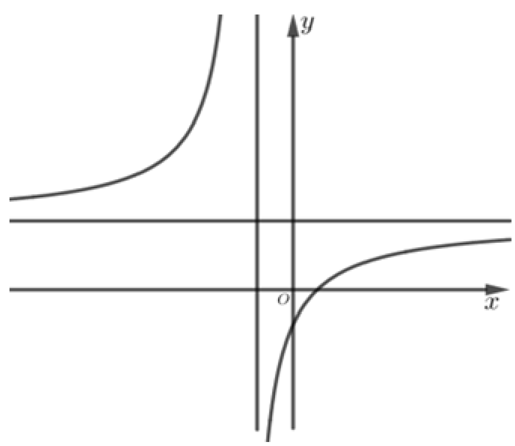
$+ \ OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{2}a \Rightarrow BD = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = \dfrac{BD}{\sqrt{2}} = 2a$.

$\Rightarrow S_{ABCD} = (AB)^2 = 4a^2$.

$+ V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SO = \dfrac{4\sqrt{3}}{3} a^3$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 37. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy

• tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$

• tiệm cận đứng $x = \dfrac{-d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $\dfrac{-d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$

• giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\dfrac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 38. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tập xác định $D=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{3x^2+x}{(3x+1)\left(2x-\sqrt{x^2-x}\right)}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{x}{2x-\sqrt{x^2-x}}=\frac{1}{4};$$

$\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=0$ và $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=\frac{1}{3},$$

và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\dfrac{2x+x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\dfrac{2+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=1$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{3}$ và $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như ở bảng sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ gt ta có BBT của $g(x)=f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$g'(x)=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$. $g'(x)=0\Leftrightarrow\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=0$

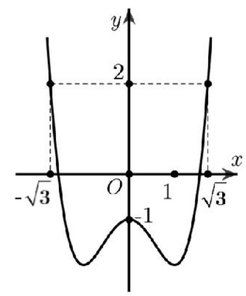
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\dfrac{1}{x^2}=0\\ f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\end{array}\right.$$

BXD của $g'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	||	+	0	-	

Hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Chọn **A.**

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

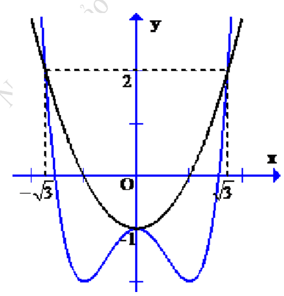
C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(\sqrt{3}\right)$. **D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $h'(x)=3f'(x)-3x^2+3 \Leftrightarrow h'(x)=3\left[f'(x)-\left(x^2-1\right)\right]$.

Đồ thị hàm số $y=x^2-1$ là một parabol có toạ độ đỉnh $C(0;-1)$, đi qua $A\left(-\sqrt{3};2\right)$, $B\left(\sqrt{3};2\right)$.



Từ đồ thị hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=x^2-1$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$.

x	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$
$h'(x)$		-	0	-	
$h(x)$	$h\left(-\sqrt{3}\right)$	↘		↘	$h\left(\sqrt{3}\right)$

Với $h\left(-\sqrt{3}\right)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$, $h\left(\sqrt{3}\right)=3f\left(\sqrt{3}\right)$.

Vậy $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của d và (C). Tính tích $k_1.k_2$.

A. $k_1.k_2 = 3$. **B.** $k_1.k_2 = 4$. **C.** $k_1.k_2 = \frac{1}{4}$. **D.** $k_1.k_2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{1}{(x+2)^2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $\frac{x+1}{x+2} = -2x+m-1, x \neq -2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - (m-6)x - 2m + 3 = 0 \quad (*)$$

Có: $\Delta = (m-6)^2 - 8(-2m+3) = m^2 + 4m + 12 > 0, \forall m$ và $x = -2$ không thỏa mãn $(*)$ nên phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq -2$ với mọi m.

Suy ra đường thẳng d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2.

Hệ số góc của các tiếp tuyến tại các giao điểm lần lượt là

$$k_1 = y'(x_1) = \frac{1}{(x_1+2)^2}; \; k_2 = y'(x_2) = \frac{1}{(x_2+2)^2}$$

Theo Vi – et: $x_1 + x_2 = \frac{m-6}{2}; x_1.x_2 = \frac{-2m+3}{2}$

Từ đó : $k_1.k_2 = \frac{1}{\left[(x_1+2)(x_2+2)\right]^2} = \frac{1}{\left[x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4\right]^2} = \frac{1}{\left[\frac{-2m+3}{2} + 2.\frac{m-6}{2} + 4\right]^2} = 4$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (2x+2)f'(x^2+2x)$.

Hàm số $y = f(x^2+2x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow (2x+2)f'(x^2+2x) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 > 0 \\ f'(x^2+2x) < 0 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} 2x+2 < 0 \\ f'(x^2+2x) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 + 2x < -2 \\ x^2 + 2x > 3 \end{array}\right. \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x < -1 \\ -2 < x^2 + 2x < 3 \\ x^2 + 2x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x > 1 \text{ hoặc } \left[\begin{array}{l} -3 < x < -1 - \sqrt{2} \\ -1 - \sqrt{2} < x < -1 \end{array}\right.$$

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $(|m| < 5)$ để hàm số $y = \left|x^3 - (m-2)x^2 - mx - m^2\right|$ có ba điểm cực tiểu?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\left|x^3-(m-2)x^2-mx-m^2\right|$ có ba điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y=x^3-(m-2)x^2-mx-m^2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành $\Leftrightarrow x^3-(m-2)x^2-mx-m^2=0\ (1)$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $x^3-(m-2)x^2-mx-m^2=0 \Leftrightarrow (x-m)\left(x^2+2x-m\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2+2x-m=0\ (2) \end{array}\right.$.

Để (1) có ba nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt khác m

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1>0 \\ m^2+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m\neq 0 \end{cases} \Rightarrow m\in(-1;0)\cup(0;+\infty)$.

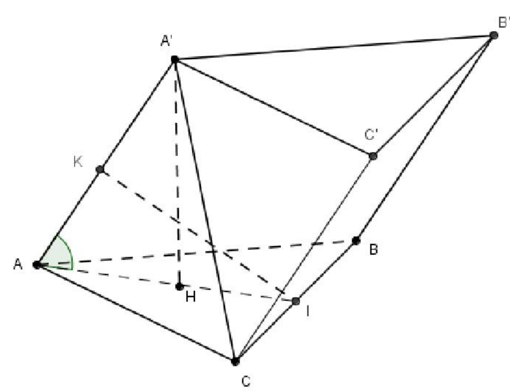
Do m nguyên và $|m|<5$ nên suy ra $m\in\{1;2;3;4\}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $m\in[-5;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mp(ABC) và I là trung điểm BC.

Ta có $BC\perp AA'$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AA'. Khi đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC.

Mặt khác $d\left(AA', BC\right)=IK=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác ABC đều cạnh $m\in[-5;2)\Rightarrow AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $AH=\dfrac{2}{3}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác AIK vuông tại K có $\sin\widehat{KAI}=\dfrac{IK}{AI}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \widehat{KAI}=30^\circ$.

Xét tam giác vuông $AA'H$ vuông tại H có $A'H=AH.\tan 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a}{3}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

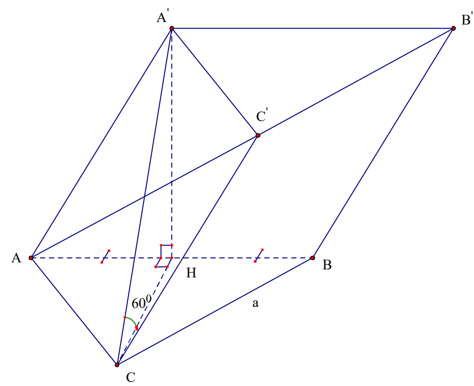
Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC).

Ta có: $A'H\perp(ABC)\Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow\widehat{(A'C,(ABC))}=\widehat{(A'C,HC)}=\widehat{A'CH}=60^0$.

$CH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác vuông $A'HC$, ta có: $A'H=CH.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}$, $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=(1-m^3)x^3+3x^2+(4-m)x+2$ với m là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc

$\left[\frac{1}{5};5\right]$.

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f(x)=0$

$\Leftrightarrow(1-m^3)x^3+3x^2+(4-m)x+2=0$

$\Leftrightarrow m^3x^3+mx=x^3+3x^2+4x+2$

$\Leftrightarrow(mx)^3+mx=(x+1)^3+x+1\quad(1)$

Xét hàm số $g(t)=t^3+t$ có $g'(t)=3t^2+1>0$ với mọi số thực t.

Suy ra hàm số $g(t)=t^3+t$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

Phương trình $\Leftrightarrow mx=x+1 \Leftrightarrow (m-1)x=1$

Ta nhận thấy với $m=1$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $m\neq 1$ phương trình có nghiệm $x=\dfrac{1}{m-1}$. Để phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left[\dfrac{1}{5};5\right]$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{5}\leq \dfrac{1}{m-1}\leq 5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{5}\leq m-1\leq 5 \Leftrightarrow \dfrac{6}{5}\leq m\leq 6$ thỏa mãn $m\neq 1$.

Mà m là số tự nhiên nên $m\in\{2;3;4;5;6\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn bài.

Câu 47. Cho các hàm số $f(x)=3^{(x-2)^2}$ và $g(x)=-x^2+2(m^2+1)x+1-4m^2$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để bất phương trình $f(x)\leq g(x)$ có nghiệm duy nhất.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $f(x)=3^{(x-2)^2}$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(x)=2(x-2).3^{(x-2)^2}$. Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=1$ khi $x=2$.

Xét hàm số $g(x)=-x^2+2(m^2+1)x+1-4m^2$

$g'(x)=-2x+2(m^2+1)$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		m^2+1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	m^4-2m^2+2	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{\mathbb{R}} g(x)=m^4-2m^2+2$ khi $x=m^2+1$.

Do đó: $f(x)\leq g(x)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \underset{\mathbb{R}}{Max}\, g(x)=\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)$

$\Leftrightarrow m^4-2m^2+2=1 \Leftrightarrow m^4-2m^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-1\end{array}\right.$.

Vậy ta chọn đáp án **A**

Câu 48. Cho hai đường cong $(C_1): y=x^4-(m+1)x^2+2$ và $(C_2): y=2(x+1)^4-4x^2-8x+3m$. Biết rằng mỗi đường cong $(C_1),(C_2)$ đều có ba điểm cực trị tạo thành tam giác, đồng thời hai tam giác đó đồng dạng với nhau. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $(C_1): y = x^4 - (m+1)x^2 + 2$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 2(m+1)x; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m+1}{2} \end{array}\right.$.

Đồ thị (C_1) có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2} > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Ba điểm cực trị của (C_1) là $A(0;2), B\left(\sqrt{\dfrac{m+1}{2}}; -\dfrac{(m+1)^2}{4} + 2\right), C\left(-\sqrt{\dfrac{m+1}{2}}; -\dfrac{(m+1)^2}{4} + 2\right)$.

Ta có: $AB = AC = \sqrt{\dfrac{m+1}{2} + \dfrac{(m+1)^4}{16}}; BC = \sqrt{2(m+1)} \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

Xét $(C_2): y = 2(x+1)^4 - 4x^2 - 8x + 3m$.

Ta có: $y' = 8(x+1)^3 - 8(x+1); y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1 = 0 \\ (x+1)^2 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 4 + 3m \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 + 3m \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 + 3m \end{array}\right.$.

Ba điểm cực trị của (C_2) là: $M(-1; 4+3m), N(0; 2+3m), P(-2; 2+3m)$.

Ta có: $MN = \sqrt{5}, MP = \sqrt{5}, NP = 2 \Rightarrow \Delta MNP$ cân tại M.

$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Leftrightarrow \dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{\dfrac{m+1}{2} + \dfrac{(m+1)^4}{16}}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{2(m+1)}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{1 + \dfrac{(m+1)^3}{8}} = \sqrt{5}$

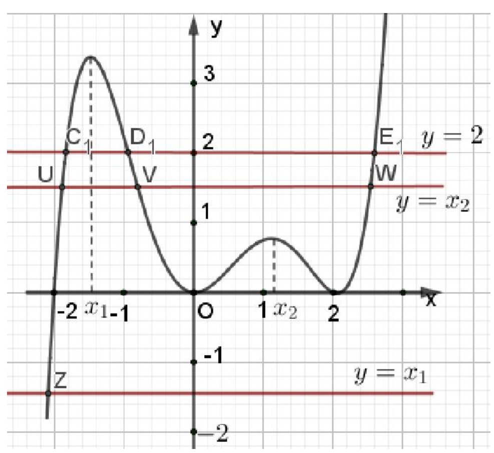
$\Leftrightarrow (m+1)^3 = 32 \Leftrightarrow m = 2\sqrt[3]{4} - 1$ và $m = 2\sqrt[3]{4} - 1 \approx 2{,}17 \in (2;3)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trơn, hình vẽ bên. Gọi hàm $g(x) = f[f(x)]$. Hỏi phương trình $g'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 14. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $g'(x) = f'[f(x)].f'(x), x \in \mathbb{R}$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'[f(x)].f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0\ (1) \\ f'[f(x)] = 0\ (2) \end{array}\right.$.

Từ đồ thị có thể thấy: (1) có các nghiệm nghiệm $x = x_1 \in (-2;-1), x = 0, x = x_2 \in (1;2), x = 2$;

Xét phương trình (2) ta có: $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=x_1 \\ f(x)=0 \\ f(x)=x_2 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$

$f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x=-2, x=0, x=2$.

Dựng các đường thẳng $y=2, y=x_1 \in(-2;-1), y=x_2 \in(1;2)$ ta thấy:

$f(x)=2$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5 tương ứng là hoành độ các điểm C_1, D_1, E_1

$f(x)=x_1$ có nghiệm duy nhất x_6 ứng với hoành độ điểm Z.

$f(x)=x_2$ có 3 nghiệm x_7, x_8, x_9 tương ứng là hoành độ các điểm U, V, W.

Từ đồ thị có thể thấy các điểm nghiệm $-2,0,2,x_1,x_2,\ldots,x_9$ hoàn toàn phân biệt nên phương trình $g'(x)=0$ có tổng cộng 12 nghiệm phân biệt.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4\cos^3 x-\cos 2x+(m-3)\cos x-1=0$ có đúng bốn nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$4\cos^3 x-\cos 2x+(m-3)\cos x-1=0 \Leftrightarrow 4\cos^3 x-(2\cos^2 x-1)+(m-3)\cos x-1=0$.

$\Leftrightarrow \cos x\left(4\cos^2 x-2\cos x+m-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x=0 & (1) \\ 4\cos^2 x-2\cos x+m-3=0 & (2) \end{array}\right.$.

Phương trình (1) có không có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Xét phương trình $4\cos^2 x-2\cos x+m-3=0 \quad (2)$.

Đặt $t=\cos x$, với $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t\in(0;1)$.

Khi đó (2) trở thành: $4t^2-2t+m-3=0 \Leftrightarrow 4t^2-2t-3=-m. \qquad (3)$

Để thỏa mãn yêu cầu thì phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt $t\in(0;1) \Leftrightarrow$ đồ thị hai hàm số $\begin{cases} f(t)=4t^2-2t-3,\ t\in(0;1) \\ y=-m \end{cases}$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Xét hàm số $f(t)=4t^2-2t-3$, với $t\in(0;1)$.

t	0	$\frac{1}{4}$	1
$f(t)$	-3	$-\frac{13}{4}$	-1

Từ bảng biến thiên: $-\frac{13}{4}<-m<-3 \Leftrightarrow 3<m<\frac{13}{4}$.

Vậy không có giá trị m nguyên nào thỏa mãn.

Đề 2 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Hàm số $f(x)=\log_3(x^2-4x)$ có đạo hàm trên miền xác định là $f'(x)$. Chọn kết quả đúng.

A. $f'(x)=\dfrac{\ln 3}{x^2-4x}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-4x)\ln 3}$. **C.** $f'(x)=\dfrac{(2x-4)\ln 3}{x^2-4x}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 3}$.

Câu 2. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln\dfrac{a^2}{b}$ bằng

A. $\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$. **B.** $\ln a+\dfrac{1}{2}\ln b$. **C.** $2\ln a+\ln b$. **D.** $2\ln a-\ln b$.

Câu 3. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

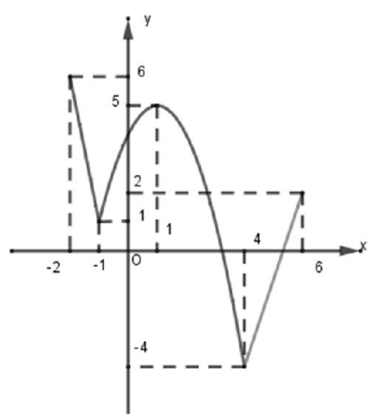
A. $\log x+\log y=\log(xy)$. **B.** $\log(x+y)=\log x+\log y$.

C. $\log\sqrt{xy}=\dfrac{1}{2}(\log x+\log y)$. **D.** $\log\dfrac{x}{y}=\log x-\log y$.

Câu 4. Với x và y là hai số thực dương tùy ý, $\ln(x^3y^2)$ bằng

A. $2\ln x+3\ln y$. **B.** $3(\ln x+\ln y)$. **C.** $\dfrac{1}{3}\ln x+\dfrac{1}{2}\ln y$. **D.** $3\ln x+2\ln y$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$, có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên miền $[-2;6]$. Tính giá trị của biểu thức $T=2M+3m$.



A. 16. **B.** 0. **C.** 7. **D.** -2.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là số nào sau đây?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

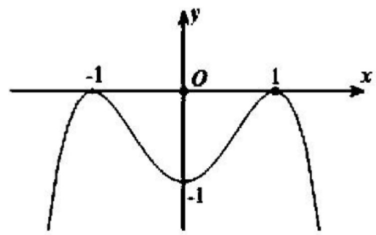
A. -4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận ngang.
B. Đồ thị có đúng 2 tiệm cận ngang.
C. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng.
D. Đồ thị không có tiệm cận ngang đứng và tiệm cận ngang.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

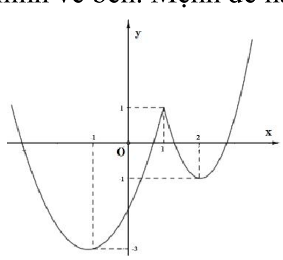
A. $(-1;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên.
Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3		-1		0		1		2		3
f'(x)		+	0	-	0	-	0	+	0	-	

A. Đạt cực tiểu tại $x = 1$. **B.** Đạt cực đại tại $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại $x = 2$. **D.** Đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó



A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$
C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

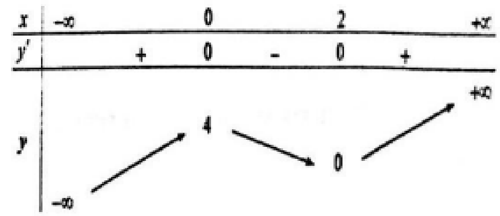
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; 3$	$\nearrow$	5

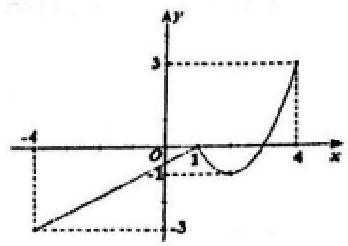
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;4)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$.



Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-4;4]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 4 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 16. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$ là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 17. Trong các hình đa diện đều dưới đây, hình nào có số cạnh ít nhất?

A. Hình lập phương. **B.** Hình tứ diện đều.
C. Hình bát diện đều. **D.** Hình thập nhị diện đều.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 18. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 19. Bảng biến thiên trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	-5	↘	-6	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 - 5$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 5$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 - 5$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+7=0$.

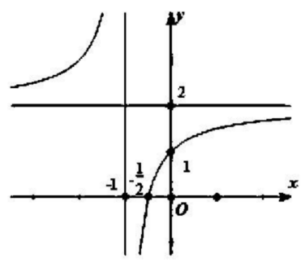
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(2x+1)(x-3)(x+5)^4$. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

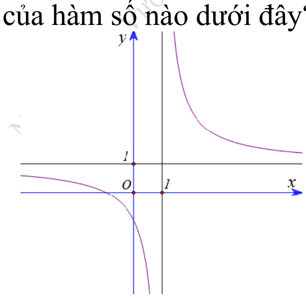
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của 1 trong 4 hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 23. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

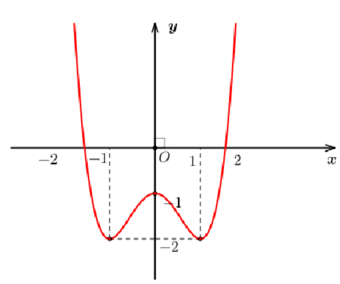


A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 24. Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[1;4]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. $\dfrac{65}{4}$. **B.** 16. **C.** $\dfrac{49}{4}$. **D.** 10.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10;+\infty)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=AA'=2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $9\pi a^2$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $\frac{9\pi a^2}{4}$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30. Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

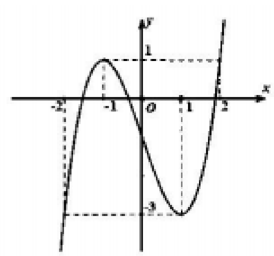
A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 31. Cho đồ thị hàm số $f(x)=2x^2+mx+3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt hoành độ a,b,c. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $1-3m$. **D.** $3-m$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)-1)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

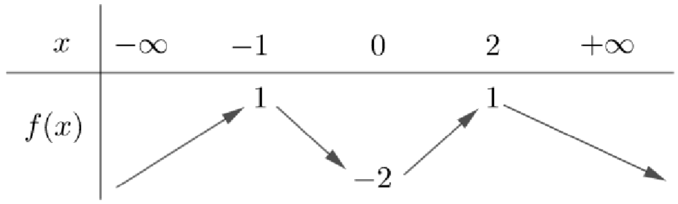
Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-1), \forall \in \mathbb{R}$. Hàm số $y=2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y=\frac{x^3-4x}{x^3-3x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(2x)$ đạt cực đại tại

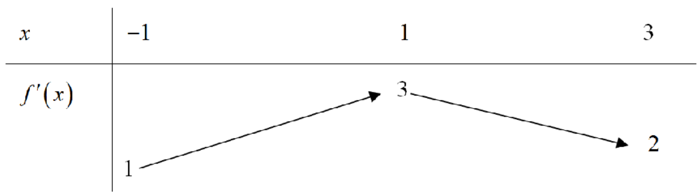


A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(x^3-3x\right)=m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$?

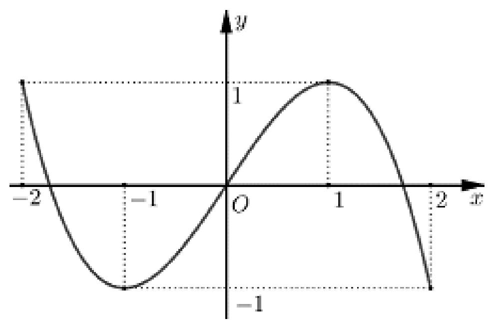
A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 37. Cho $f(x)$ mà hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m+x^2<f(x)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;3)$ là



A. $m<f(0)$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m\le f(3)$. **D.** $m<f(1)-\frac{2}{3}$.

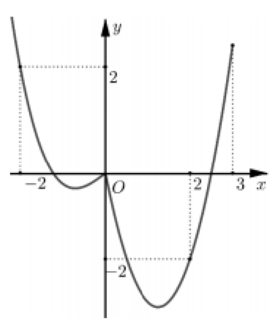
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y=f(\cos x)+x^2-x$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.



Hàm số $y=\left|f(x)+\frac{1}{2}x^2-f(0)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2;3)$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=6f\left(x-1\right)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 41. Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày $08/03$ là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. $25/03$. **B.** $26/03$. **C.** $23/03$. **D.** $24/03$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 45. Nếu tăng mỗi cạnh đáy thêm 1 thì thể tích sẽ tăng thêm 30, còn nếu tăng cạnh bên thêm 1 thì thể tích sẽ tăng thêm 9. Hỏi nếu tăng đồng thời các cạnh đáy và cạnh bên thêm 1 thì thu được hình hộp mới có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 90. **B.** 84. **C.** 123. **D.** 114.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

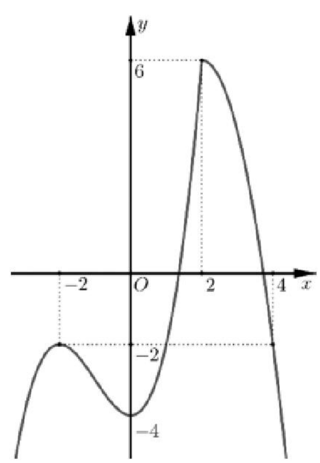
Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^4-2mx^2+4-2m^2$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-10;10\right)$ để hàm số $y=|f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 45. Cho các số thực x, y thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $3x^2-2xy-y^2=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+xy+2y^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(4;7\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(1;4\right)$. **D.** $\left(7;10\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\dfrac{1}{3}f\left(\dfrac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[-2,2\right]$.



A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

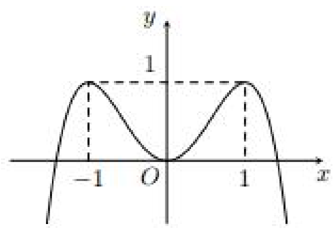
Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	0		1		2		3		5
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $mf(x)+\sqrt{3x}\le 2019f(x)-\sqrt{10-2x}$ nghiệm đúng với mọi $x\in[0;5]$.

A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2019. **D.** Vô số.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên đây, trong đó a,b,c,d,e là các hệ số thực. Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA=a\sqrt{11}$, cosin góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=AB=BC=CD=DA=1$. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. AC cắt BD tại O. Khi thể tích khối $S.ABCD$ lớn nhất thì thể tích khối chóp $O.G_1G_2G_3G_4$ bằng

A. $\frac{1}{81}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{1}{54}$. **D.** $\frac{2}{81}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.D	5.B	6.A	7.C	8.C	9.D	10.C
11.B	12.D	13.B	14.D	15.C	16.B	17.B	18.D	19.A	20.C
21.A	22.C	23.B	24.B	25.C	26.B	27.A	28.A	29.A	30.A
31.B	32.C	33.C	34.D	35.C	36.B	37.B	38.A	39.D	40.D
41.A	42.D	43.A	44.C	45.C	46.C	47.A	48.B	49.C	50.C

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Hàm số $f(x)=\log_3(x^2-4x)$ có đạo hàm trên miền xác định là $f'(x)$. Chọn kết quả đúng.

A. $f'(x)=\dfrac{\ln 3}{x^2-4x}$.

B. $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-4x)\ln 3}$.

C. $f'(x)=\dfrac{(2x-4)\ln 3}{x^2-4x}$.

D. $f'(x)=\dfrac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

$$f'(x)=\frac{(x^2-4x)'}{(x^2-4x)\ln 3}=\frac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 3}.$$

Câu 2. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln\dfrac{a^2}{b}$ bằng

A. $\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$. **B.** $\ln a+\dfrac{1}{2}\ln b$. **C.** $2\ln a+\ln b$. **D.** $2\ln a-\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln\dfrac{a^2}{b}=\ln a^2-\ln b=2\ln a-\ln b$.

Suy ra $|z_1+3z_2|=4OK\geq 20-4\sqrt{22}$

Câu 3. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log x+\log y=\log(xy)$.

B. $\log(x+y)=\log x+\log y$.

C. $\log\sqrt{xy}=\dfrac{1}{2}(\log x+\log y)$.

D. $\log\dfrac{x}{y}=\log x-\log y$.

Lời giải

Chọn B

Với x, y là các số thực dương, ta có $\log x+\log y=\log(xy)$ nên $\log(x+y)=\log x+\log y$ sai.

Câu 4. Với x và y là hai số thực dương tùy ý, $\ln(x^3y^2)$ bằng

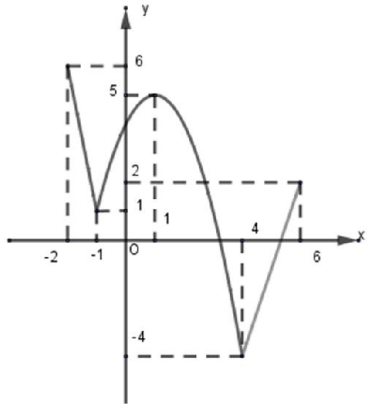
A. $2\ln x+3\ln y$. **B.** $3(\ln x+\ln y)$. **C.** $\dfrac{1}{3}\ln x+\dfrac{1}{2}\ln y$. **D.** $3\ln x+2\ln y$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln(x^3y^2)=\ln x^3+\ln y^2=3\ln x+2\ln y$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$, có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên miền $[-2;6]$. Tính giá trị của biểu thức $T=2M+3m$.



A. 16. **B.** 0. **C.** 7. **D.** -2.

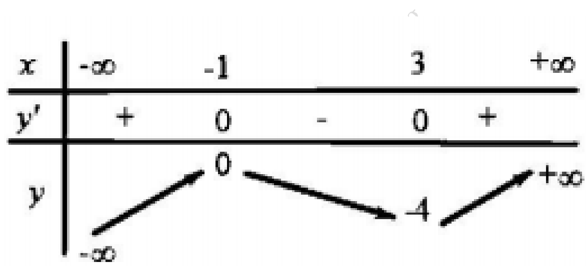
Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy: $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên miền $\left[-2;6\right]$ là $M=6$, $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên miền $\left[-2;6\right]$ là $m=-4$.

Do đó, $T=2M+3m=2.6+3.(-4)=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là số nào sau đây?



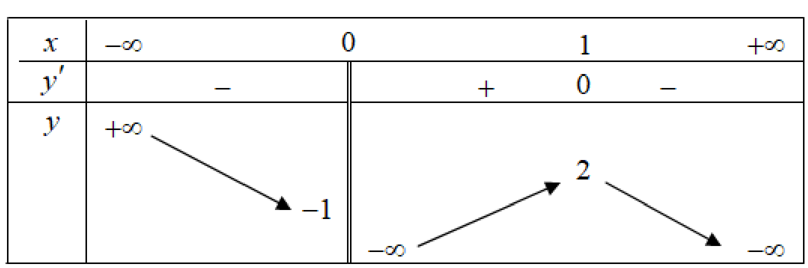
A. -4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-4$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số.



A. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận ngang.
B. Đồ thị có đúng 2 tiệm cận ngang.
C. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng.
D. Đồ thị không có tiệm cận ngang đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

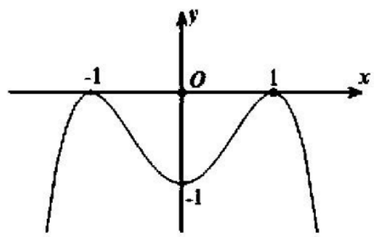
Nhìn vào bảng biến thiên ta có:

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

2) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty\end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên.

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3		-1		0		1		2		3
f'(x)		+	0	-	0	-	0	+	0	-	

A. Đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** Đạt cực đại tại $x=-1$.

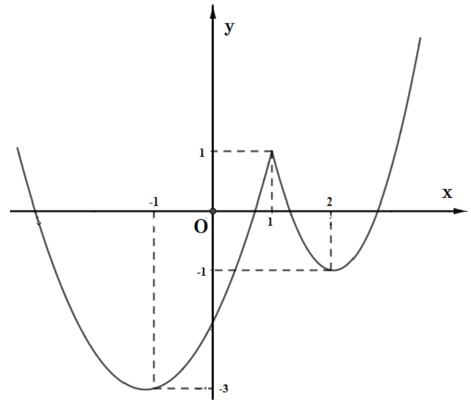
C. Đạt cực đại tại $x=2$. **D.** Đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Có $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=0$ $\Rightarrow$ hàm số không đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó



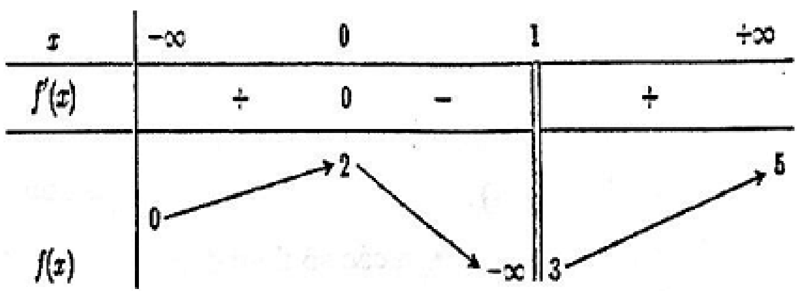
A. Nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.
B. Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$
C. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
D. Nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số là đường có hướng đi lên tính từ trái qua phải nên hàm số trên đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A. 4.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

Lời giải

Chọn B

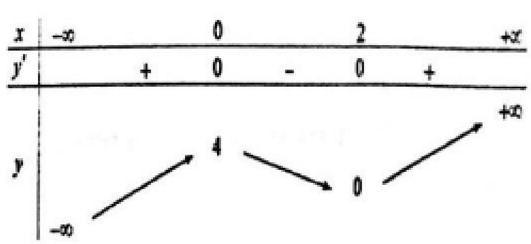
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ suy ra tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ suy ra tiệm cận ngang là đường thẳng $y=5$

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$

Vậy tổng số tiệm cận là 3

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;4)$.

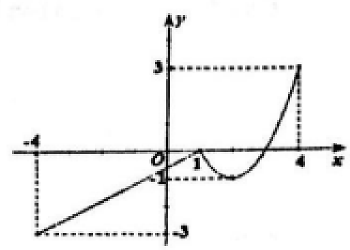
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-4;4]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 4 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo hình vẽ ta có: $M=\max\limits_{[-4;4]} f(x)=3$; $m=\min\limits_{[-4;4]} f(x)=-3$.

Vậy: $M-m=6$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)=0$ và đổi dấu tại các điểm $x=\{-3;3;4\}$.

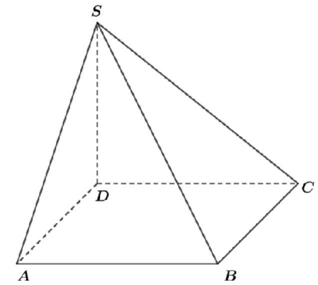
Suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=a$, cạnh bên $SD=2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SD.S_{ABCD}=\frac{1}{3}SD.AB.BC=\frac{1}{3}.2a.3a.a=2a^3$.

Câu 16. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$ là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=a^2.3a=3a^3$

Câu 17. Trong các hình đa diện đều dưới đây, hình nào có số cạnh ít nhất?

A. Hình lập phương. **B.** Hình tứ diện đều.

C. Hình bát diện đều. **D.** Hình thập nhị diện đều.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương: có 12 cạnh.
Hình tứ diện đều: có 6 cạnh.
Hình bát diện đều: có 12 cạnh.
Hình thập nhị diện đều: có 30 cạnh.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 18. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3m\}$.

Ta có: $y'=\frac{3m-2}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi

$y'>0,\forall x\in(-\infty;-6)\Leftrightarrow\begin{cases}3m-2>0\\-3m\notin(-\infty;-6)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{2}{3}\\-3m\geq-6\end{cases}\Leftrightarrow\frac{2}{3}<m\leq 2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2\}$.

Câu 19. Bảng biến thiên trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	$-$	0	+	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	-5	↘	-6	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-5$. **B.** $y=-x^4+2x^2-5$. **C.** $y=x^4+2x^2-5$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Xét hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2-5$.

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

$y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Rightarrow x_1=-1$ hoặc $x_2=0$ hoặc $x_3=1$.

Cách 2: Điểm có tọa độ $(1;-6)$ thuộc đồ thị hàm số nên thay vào 4 phương án chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+7=0$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	+	0	$-$	0	+	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f\left(x\right)+7=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{7}{2}$. $\left(1\right)$

Số nghiệm của phương trình $\left(1\right)$ bằng số giao điểm của đồ thị hai hàm số $\begin{cases} y=f\left(x\right) \\ y=-\dfrac{7}{2} \end{cases}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=-\dfrac{7}{2}$ luôn cắt đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho luôn có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'\left(x\right)=\left(2x+1\right)\left(x-3\right)\left(x+5\right)^4$. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

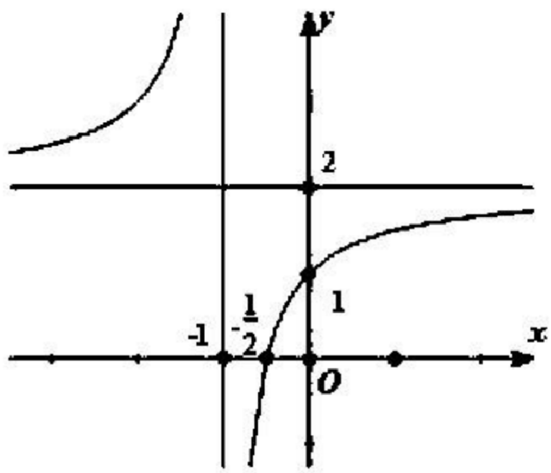
Chọn A

Xét $f'(x)=(2x+1)(x-3)(x+5)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=3 \\ x=-5 \end{array}\right.$; Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-5		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có tất cả hai điểm cực trị.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của 1 trong 4 hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

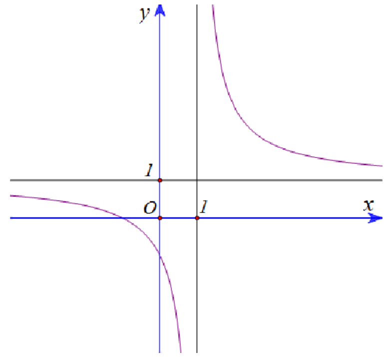
Lời giải

Chọn C

Trên hình vẽ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Trong bốn đáp án chỉ có hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$. Đáp án $A;B$ loại vì đồ thị các hàm số này là một đường liên tục. Đáp án D loại vì đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Vì vậy chọn đáp án C.

Câu 23. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

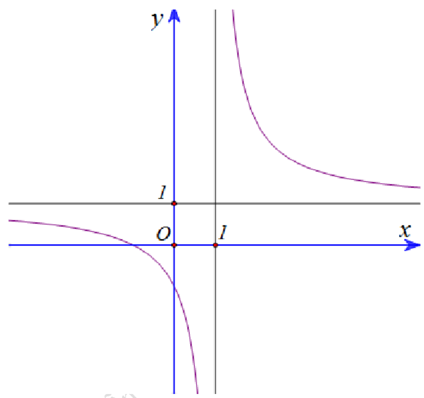


A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B



Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đồ thị có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Ta loại được các đáp án A, C và **D.**

Xét chiều biến thiên và tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ ta thấy khớp với đồ thị đã cho. Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 24. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[1;4]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. $\dfrac{65}{4}$. **B.** 16. **C.** $\dfrac{49}{4}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

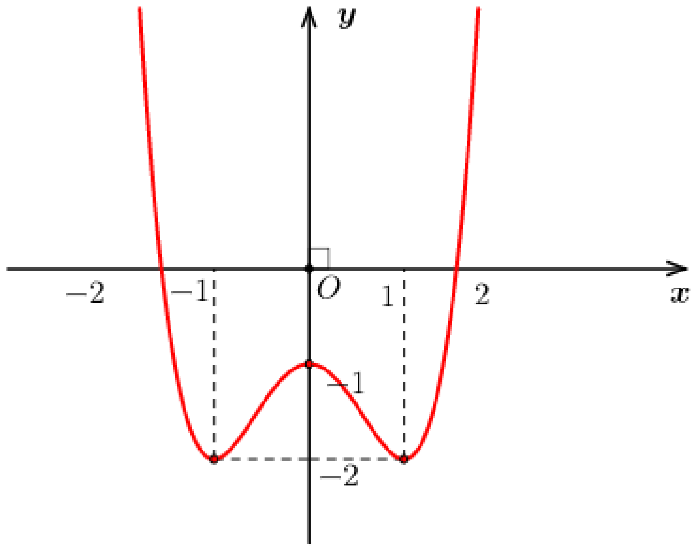
Ta có $y'=1-\dfrac{9}{x^2}=\dfrac{x^2-9}{x^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3\notin[1;4] \\ x=3\in[1;4] \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	1		3		4
y'		$-$	0	$+$	
y	10	$\searrow$	6	$\nearrow$	$\dfrac{25}{4}$

Từ bảng biến thiên suy ra $m = 6,\ M = 10 \Rightarrow m + M = 16$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c\,(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đường: $\begin{cases} (C): y = ax^4 + bx^2 + c \\ d: y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{-m-6}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(10; +\infty) \Leftrightarrow y' > 0\ \forall x \in (10; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m - 6 > 0 \\ -m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ -m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \leq m < -6$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-10; -9; -8; -7\}$.

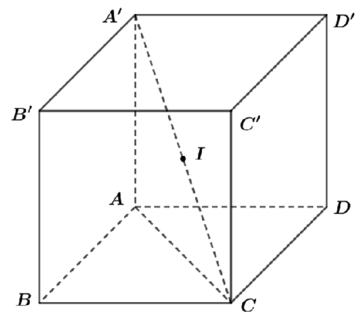
Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $9\pi a^2$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $\frac{9\pi a^2}{4}$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cũng là trung điểm của một đường chéo $A'C$ (giao các đường chéo) của hình hộp.

Hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh dài, rộng, cao là: $AD = 2a$, $AB = a$, $AA' = 2a$.

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là: $R = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2 + AA'^2}}{2} = \frac{3a}{2}$.

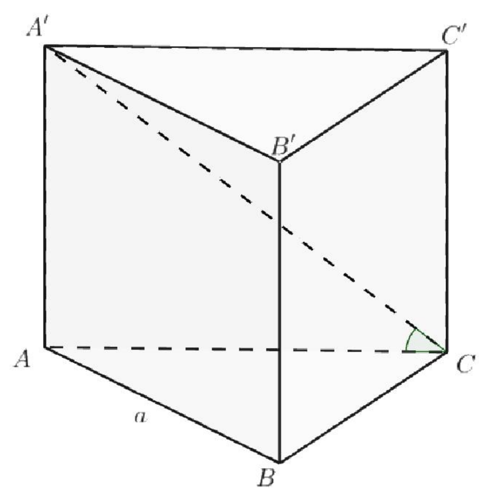
$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Có: $\widehat{\left(A'C,(ABC)\right)} = \widehat{A'CA} = 45°$.

Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = a$.

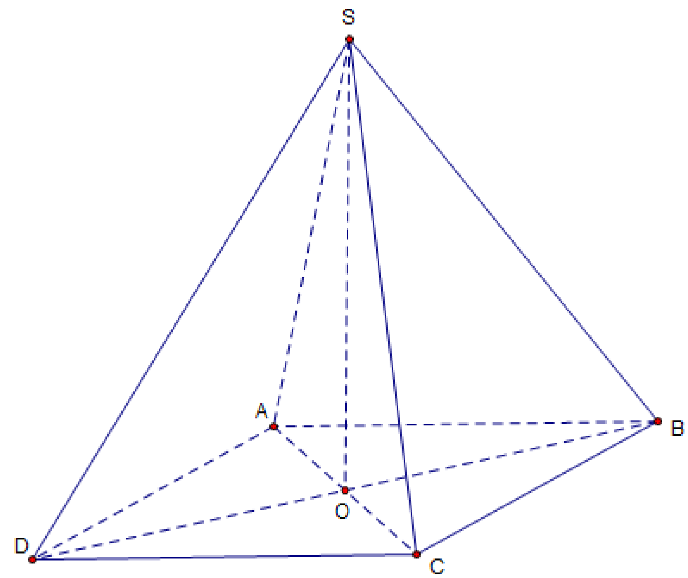
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = AA'.S_{\Delta ABC} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của BD và AC.

Ta có $SO \perp (ABCD)$, $\widehat{SAO} = 60°$, $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $SO = AO.\tan\widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $S_{ABCD} = a^2$.

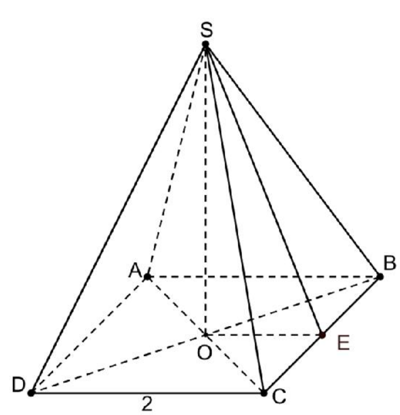
Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 30. Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C** $4\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ như hình vẽ

Kẻ $OE \perp BC \Rightarrow E$ là trung điểm BC và $BC \perp (SOE)$

Do đó $BC \perp SE$

Xét ΔSOE vuông tại O, ta có

$SE^2 = SO^2 + OE^2$

$\Rightarrow SE = \sqrt{SO^2 + 1}$

Mặt khác

$S_{xq} = 4S_{\Delta SBC}$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 4.\frac{1}{2}.SE.BC$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 2.\sqrt{SO^2 + 1}.2$

$\Leftrightarrow SO = \sqrt{2}\,(x > 0)$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}.2^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ (đvtt)

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 31. Cho đồ thị hàm số $f(x) = 2x^2 + mx + 3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt hoành độ a,b,c. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{f'(a)} + \frac{1}{f'(b)} + \frac{1}{f'(c)}$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $1 - 3m$. **D.** $3 - m$.

Lời giải

Chọn B

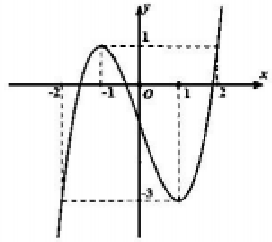
Đồ thị hàm số $f(x) = 2x^2 + mx + 3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt hoành độ a,b,c

□ $f(x) = 2(x-a)(x-b)(x-c)$

$f'(x) = 2[(x-b)(x-c) + (x-a)(x-c) + (x-a)(x-b)]$

$$P = \frac{1}{f'(a)} + \frac{1}{f'(b)} + \frac{1}{f'(c)}$$
$$= \frac{1}{2(a-b)(a-c)} + \frac{1}{2(b-a)(b-c)} + \frac{1}{2(c-a)(c-b)}$$
$$= \frac{-(b-c)-(c-a)-(a-b)}{2(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= 0$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\in(-2;-1) \\ x=x_2\in(-1;0) \\ x=x_3\in(1;2) \end{array}\right.$

Khi đó: $f\left(f(x)-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=x_1\in(-2;-1) \\ f(x)-1=x_2\in(-1;0) \\ f(x)-1=x_3\in(1;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1+x_1\in(-1;0) \\ f(x)=1+x_2\in(0;1) \\ f(x)=1+x_3\in(2;3) \end{array}\right.$

+ Ta thấy hai phương trình $f(x)=1+x_1\in(-1;0)$; $f(x)=1+x_2\in(0;1)$ đều có ba nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=1+x_3\in(2;3)$ có một nghiệm.

Vậy phương trình $f\left(f(x)-1\right)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2\left(x^2-1\right),\forall\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-2f'(-x)=-2(-x)^2\left[(-x)^2-1\right]=-2x^2\left(x^2-1\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của y' ta được:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-4x}{x^3-3x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}}=1$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Ta có:

$$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^3-4x}{x^3-3x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}=\frac{8}{9}$$

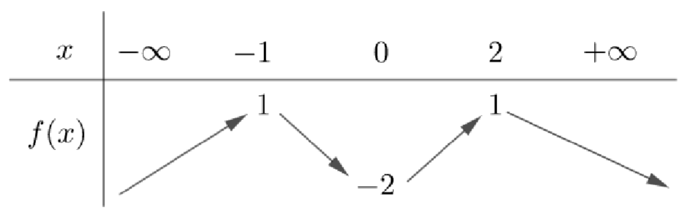
$$\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^3-4x}{x^3-3x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}=\frac{8}{9}.$$

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x^3-4x}{x^3-3x-2}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}=-\infty$$

Do đó đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(2x)$ đạt cực đại tại



A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=f(2x)\Rightarrow g'(x)=2f'(2x)$

$$g'(x)=0\Rightarrow 2f'(2x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x=-1\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}\\ 2x=0\Rightarrow x=0\\ 2x=2\Rightarrow x=1\end{array}\right.$$

Với $x=-1\Rightarrow g'(-1)=2f'(-2)>0.$

Với $x=-\dfrac{1}{4}\Rightarrow g'\left(-\dfrac{1}{4}\right)=2f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)<0.$

Với $x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow g'\left(\dfrac{1}{2}\right)=2f'(1)>0.$

Với $x=2\Rightarrow g'(2)=2f'(4)<0.$

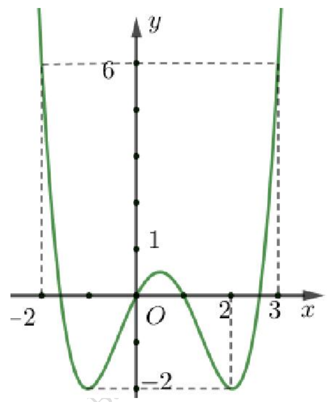
Ta có BBT sau:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$g(x)$		↗	CĐ	↘	CT	↗	CĐ	↘	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-\frac{1}{2}$ và $x=1$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3-3x)=m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 7.



Lời giải

Chọn B

Đặt $t=g(x)=x^3-3x,\ x\in[-1;2]$

$g'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $[-1;2]$

x	-1		1		2
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	2	↘	-2	↗	2

Suy ra với $t=-2$, có 1 giá trị của x thuộc đoạn $[-1;2]$.

$t\in(-2;2]$, có 2 giá trị của x thuộc đoạn $[-1;2]$.

Phương trình $f(x^3-3x)=m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-2;2]$. (1)

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ và m nguyên ta có hai giá trị của m thỏa mãn điều kiện (1) là: $m=0,\ m=-1$.

Câu 37. Cho $f(x)$ mà hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;3)$ là

x	-1		1		3
$f'(x)$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

A. $m < f(0)$. **B.** $m \le f(0)$. **C.** $m \le f(3)$. **D.** $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 - m > 0$.

Đặt $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 - m$. Suy ra $g'(x) = f'(x) + x^2 - 2x$.

Ta xét hàm $h(x) = x^2 - 2x$ có bảng biến thiên dưới đây :

x	-1		1		3
$h(x)$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

Từ bảng biến thiên của $f'(x)$ và $h(x)$ ta suy ra

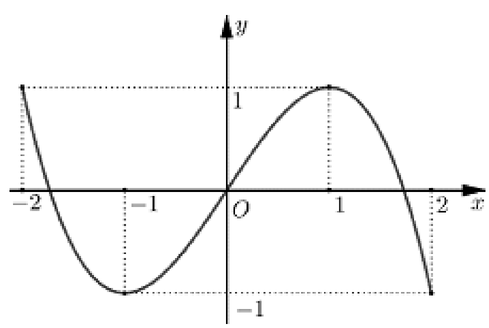
$g'(x) = f'(x) + h(x) = f'(x) + x^2 - 2x > 0,\ \forall x \in (-1;3)$,

Suy ra $g'(x) = f'(x) + h(x) = f'(x) + x^2 - 2x > 0,\ \forall x \in (0;3)$

Suy ra hàm số $f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 - m$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Suy ra để $f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 - m > 0,\ \forall x \in (0;3)$ thì $f(0) + \frac{1}{3}.0^3 - 0^2 - m \ge 0 \Leftrightarrow m \le f(0)$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$.

Ta có $g'(x) = -\sin x.f'(\cos x) + 2x - 1$.

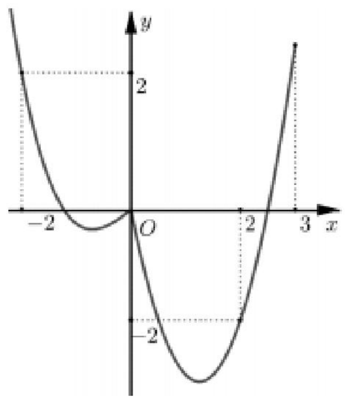
Do $\cos x \in [-1;1]$ và từ đồ thị hàm số $f'(x)$ suy ra $f'(\cos x) \in [-1;1]$.

Từ đó suy ra $|-\sin x.f'(\cos x)| \le 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow g'(x) = -\sin x.f'(\cos x) + 2x - 1 \Rightarrow g'(x) = -\sin x.f'(\cos x) + 2x - 1 \ge -1 + 2x - 1 = 2x - 2$

$\Rightarrow g'(x) > 0,\ \forall x > 1$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.



Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2;3)$?

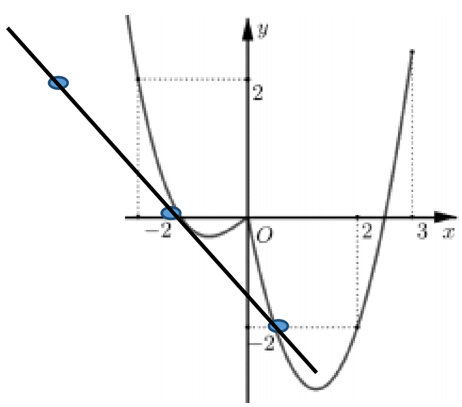
A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số: $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0)$ trên khoảng $(-2;3)$.

$g'(x) = f'(x) + x$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.



$g(0 = f(0) + \frac{1}{2}.0 - f(0) = 0$

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên sau:

x	-2		0		2		3
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	g(-2)		0		g(2)		g(3)

Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-2;3)$ thì $g(x)$ có duy nhất một điểm cực trị $x=2$.

Do đó phương trình $g(x)=0$ có tối đa hai nghiệm trên khoảng $(-2;3)$. Vậy hàm số $y=|g(x)|$ có nhiều nhất $1+2=3$ điểm cực trị trong khoảng $(-2;3)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=6f(x-1)-2x^3+3x^2$ trên $\mathbb{R}$

Ta có $g'(x)=6f'(x-1)-6x^2+6x=6\left[f'(x-1)-x^2+x\right]$.

Xét dấu của $f'(x-1)$: ta có $f'(x-1)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\le x-1\le 0\\ x-1=1\\ x-1\ge 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0\le x\le 1\\ x=2\\ x\ge 3\end{array}\right.$.

(trong đó $f'(x-1)=0 \Leftrightarrow x\in\{0;1;2;3\}$)

Dựa vào dấu của $f'(x-1)$ và $(-x^2+x)$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$-x^2+x$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	| chưa xác định		

Như vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 41. Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày $08/03$ là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. $25/03$. **B.** $26/03$. **C.** $23/03$. **D.** $24/03$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số lượng công việc đã hoàn thành trong ngày đầu là $a\left(a>0\right)$, khi đó số lượng công việc phải hoàn thành trong 23 ngày tiếp theo là $23a$

Đặt $r=4\%$

Số lượng công việc làm được trong ngày thứ 2, thứ 3,. thứ n lần lượt là $a\left(1+r\right)$,

$a\left(1+r\right)^2,.,a\left(1+r\right)^{n-1}$

Công việc được hoàn thành khi và chỉ khi $a\left(1+r\right)+\ a\left(1+r\right)^2+...+a\left(1+r\right)^{n-1}=23a$

$$\Leftrightarrow\left(1+r\right)\times\frac{\left(1+r\right)^{n-1}-1}{r}=23\Leftrightarrow\left(1+r\right)^{n-1}=\frac{23r}{1+r}+1$$

$$\Leftrightarrow n-1=\log_{1+r}\left(\frac{23r}{1+r}+1\right)\Leftrightarrow n\approx17.157$$

Do đó, kể từ ngày 08/03 số ngày cần để hoàn thành công việc là 18 ngày

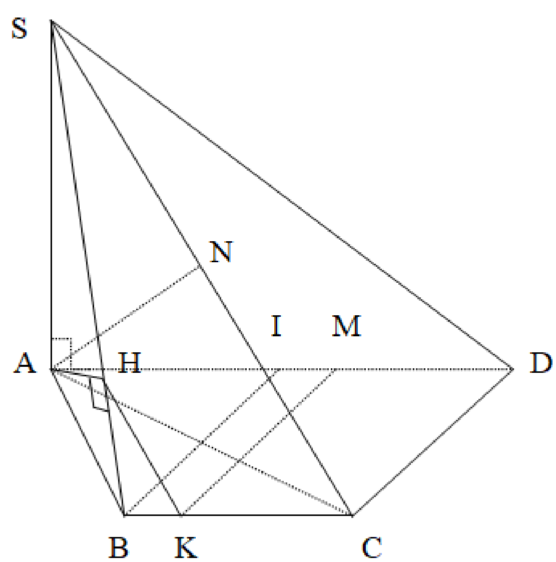
Vậy công việc được hoàn thành vào ngày 25/03

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AD nên tứ giác $ABCD$ cũng nội tiếp đường tròn đường kính AD. Gọi I là trung điểm AD thì các tam giác $\triangle IAB,\triangle IBC,\triangle ICD$ đều cạnh a và $AC\perp CD$ nên $AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=a\sqrt{3}$. Lấy $K\in BC;M\in AD$ sao cho $HK\parallel SC;\ KM\parallel CD\Rightarrow d\left(H;(SCD)\right)=d\left(K;(SCD)\right)=d\left(M;(SCD)\right)$

$\triangle SAB$ vuông tại A có $SB=2a$ và $SH.SB=SA^2\Leftrightarrow SH=\frac{3a^2}{2a}=\frac{3a}{2}\Rightarrow\frac{SH}{SB}=\frac{3}{4}=\frac{KC}{CB}=\frac{MD}{DI}$.

Vậy $\frac{MD}{AD}=\frac{MD}{2DI}=\frac{3}{8}\Rightarrow\frac{d\left(M;\left(SCD\right)\right)}{d\left(A;\left(SCD\right)\right)}=\frac{3}{8}$. Do $\begin{cases}AC\perp CD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SAC\right)$.

Trong $mp\left(SAC\right)$ kẻ $AN\perp SC$ tại N thì $AN\perp\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(A;\left(SCD\right)\right)=AN$.

$\triangle SAC$ vuông cân tại A (Do $SA=AC=a\sqrt{3}$) nên $AN=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $d\left(H;\left(SCD\right)\right)=d\left(M;\left(SCD\right)\right)=\frac{3}{8}.AN=\frac{3a\sqrt{6}}{16}$

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 45. Nếu tăng mỗi cạnh đáy thêm 1 thì thể tích sẽ tăng thêm 30, còn nếu tăng cạnh bên thêm 1 thì thể tích sẽ tăng thêm 9. Hỏi nếu tăng đồng thời các cạnh đáy và cạnh bên thêm 1 thì thu được hình hộp mới có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 90. **B.** 84. **C.** 123. **D.** 114.

Lời giải

Chọn A

Gọi a, b, l, h lần lượt là độ dài hai cạnh đáy, cạnh bên và đường cao của hình hộp.

Giả sử α là góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy, β là góc giữa hai cạnh đáy. Khi đó $h=l\sin\alpha$ và $B=ab\sin\beta$.

Gọi V là thể tích ban đầu của hình hộp. Ta có

$$V=Bh=abl\sin\beta\sin\alpha=45.$$

Gọi V_1 là thể tích của hình hộp sau khi tăng mỗi cạnh đáy thêm 1. Ta có

$$V_1=B_1h=\left(a+1\right)\left(b+1\right)l\sin\beta\sin\alpha=45+30=75.$$

Gọi V_2, h_2 lần lượt là thể tích và đường cao của hình hộp sau khi tăng cạnh bên thêm 1. Ta có

$$\frac{h}{h_2}=\frac{l}{l+1}\Rightarrow h_2=\left(l+1\right)\frac{h}{l}=\left(l+1\right)\sin\alpha\ \Rightarrow V_2=B.h_2=ab\left(l+1\right)\sin\beta.\sin\alpha=45+9=54.$$

Gọi V_3 là thể tích của hình hộp sau khi tăng đồng thời mỗi cạnh đáy và cạnh bên thêm 1. Như vậy, đường cao hình hộp bằng h_2.Ta có

$$V_3=B_1.h_2=\left(a+1\right)\left(b+1\right)\left(l+1\right)\sin\beta.\sin\alpha=\frac{\left(a+1\right)\left(b+1\right)\left(l+1\right)\sin\beta\sin\alpha.abl\sin\beta\sin\alpha}{abl\sin\beta\sin\alpha}$$

$$=\frac{\left(a+1\right)\left(b+1\right)l\sin\beta\sin\alpha.ab\left(l+1\right)\sin\beta\sin\alpha}{abl\sin\beta\sin\alpha}=\frac{V_1.V_2}{V}=\frac{75.54}{45}=90.$$

Nhóm câu hỏi vậng dụng cao

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^4-2mx^2+4-2m^2$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-10;10\right)$ để hàm số $y=|f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là R, là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số của x^4 dương

Ta có số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ cộng với số lần đồ thị hàm số $y=f(x)$ xuyên qua Ox. Do vậy, để hàm số $y=|f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị thì xảy ra 2 trường hợp

TH1. Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị và không xuyên qua Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab<0 \\ y_{CT}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab<0 \\ f\left(\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\right)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m<0 \\ m^2-2m^2+4-2m^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -3m^2+4\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le \dfrac{2}{\sqrt{3}}$$

m là số nguyên $m\in(-10;10)$ nên $m=1$

TH2. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị và xuyên qua Ox đúng 2 lần

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab\ge 0 \\ y_{CT}\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab\ge 0 \\ c\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m\ge 0 \\ 4-2m^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} m\le -\sqrt{2} \\ m\ge \sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\le -\sqrt{2}$$

m là số nguyên $m\in(-10;10)$ nên $m=-9;-8;...;-2$

Kết luận: Có 9 số m thỏa mãn

Câu 45. Cho các số thực x, y thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $3x^2-2xy-y^2=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+xy+2y^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(7;10)$.

Lời giải

Chọn C

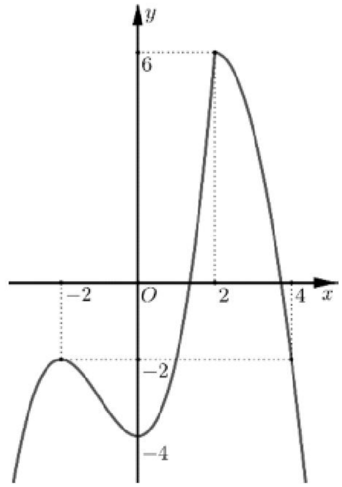
Ta có $P-\dfrac{5}{4}=P-\dfrac{1}{4}.5=\left(x^2+xy+2y^2\right)-\dfrac{1}{4}\left(3x^2-2xy-y^2\right)=\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{3y}{2}\right)^2\ge 0$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

Suy ra $P\ge \dfrac{5}{4}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{3y}{2}=0 \\ 3x^2-2xy-y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3y \\ 32y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow (x;y)=\left(\dfrac{-3\sqrt{10}}{8};\dfrac{\sqrt{10}}{8}\right)$ hoặc $(x;y)=\left(\dfrac{3\sqrt{10}}{8};\dfrac{-\sqrt{10}}{8}\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\dfrac{5}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\dfrac{1}{3}f\left(\dfrac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2,2]$.



A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m \Leftrightarrow \frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+2\left(\frac{x}{2}+1\right)-2=m$

Đặt $\frac{x}{2}+1=t$, với $x\in[-2,2]$ thì $t\in[0,2]$

Bài toán tương đương hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f(t)+2t-2=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0,2]$.

Xét hàm số $h(t)=\frac{1}{3}f(t)+2t-2$ có $h'(t)=\frac{1}{3}f'(t)+2$

Vì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0,2)$ nên $f'(x)>0, \forall x\in(0,2)$.

Do đó $h'=\frac{1}{3}f'(t)+2>0$ với $\forall t\in[0,2]$ hay hàm số $h(t)=\frac{1}{3}f(t)+2t-2$ đồng biến trên $[0,2]$.

Suy ra $\underset{[0,2]}{\text{Max}}\,h(t)=h(2)=\frac{1}{3}f(2)+2.2-2=4$; $\underset{[0,2]}{\text{Min}}\,h(t)=h(0)=\frac{1}{3}f(0)+2.0-2=\frac{-10}{3}$.

Để phương trình $\frac{1}{3}f(t)+2t-2=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0,2]$ thì $\frac{-10}{3}\le m\le 4$

Hay $m\in\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	0	1	2	3	5
$f(x)$	4		3		3
		1		1	

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $mf(x)+\sqrt{3x}\le 2019f(x)-\sqrt{10-2x}$ nghiệm đúng với mọi $x\in[0;5]$.

A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2019. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Trên $[0;5]$, ta có: $mf(x)+\sqrt{3x}\le 2019f(x)-\sqrt{10-2x}\Leftrightarrow m\le 2019-\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)}$.

Xét hàm số $g(x)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên đoạn $[0;5]$.

$$g'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x}}-\frac{1}{\sqrt{10-2x}}=\frac{3\sqrt{10-2x}-2\sqrt{3x}}{2\sqrt{3x}.\sqrt{10-2x}}$$

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow x=3\in[0;5]$.

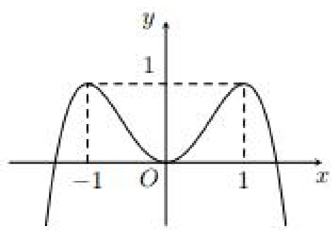
Do $g(0)=\sqrt{10}$, $g(3)=5$ và $g(5)=\sqrt{15}$ nên $\max\limits_{[0;5]} g(x)=g(3)=5$.

Mặt khác $\min\limits_{[0;5]} f(x)=f(3)=1$ nên

$$m\le 2019-\frac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)},\ \forall x\in[0;5]$$

$$\Leftrightarrow m\le \min_{[0;5]}\left(2019-\frac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{f(x)}\right)=2019-\frac{5}{1}=2014.$$

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên đây, trong đó a,b,c,d,e là các hệ số thực. Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta có dạng đồ thị của hàm trùng phương nên $b=d=0\Rightarrow f(x)=ax^4+cx^2+e$

Ta có $f'(x)=4ax^3+2cx$.

Từ đồ thị $\Rightarrow\begin{cases}f'(1)=0\\f(0)=0\\f(1)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2c=0\\e=0\\a+c+e=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\e=0\Rightarrow f(x)=x^4+2x^2.\\c=2\end{cases}$

$\Rightarrow f\left(\sqrt{x}\right)=x^2+2x$ và $f\left(\sqrt{f(x)}\right)=f^2(x)+2f(x)$.

Như vậy phương trình $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$.

$\Leftrightarrow f^2(x)+2f(x)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ với $f(x)\ge 0$.

Đặt $t=f(x)\,(t\ge 0)$ ta được phương trình $g(t)=0$ với $g(t)=t^2-3t-2\sqrt{t}+1$.

Nhận thấy: Hàm số $g(t)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $g(0).g(1)<0$

$\Rightarrow g(t)=0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(0;1)$.

Hàm số $g(t)$ liên tục trên đoạn $[1;4]$ và $g(1).g(4)<0$

$\Rightarrow g(t)=0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(1;4)$.

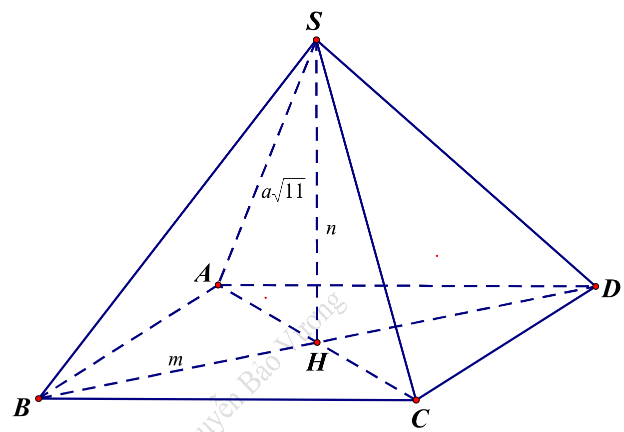
Mà $g(t)=0$ là phương trình bậc hai chỉ có tối hai nghiệm nên $g(t)=0$ có duy nhất một nghiệm thuộc $(0;1)$. Suy ra $f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}-1=0$ có duy nhất một nghiệm $f(x)\in(0;1)$. Suy ra phương trình $f(x)=a$ với $a\in(0;1)$ luôn có 4 nghiệm *x* phân biệt.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA=a\sqrt{11}$, cosin góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ nên $SH\perp(ABCD)$. Đặt $m=HA$, $n=SH$. Do tam giác SAH vuông tại H nên $m^2+n^2=11a^2$

Xây dựng hệ trục tọa độ như sau: $H(0;0;0)$, $B(m;0;0)$, $D(-m;0;0)$, $C(0;m;0)$, $S(0;0;n)$

Khi đó phương trình mặt phẳng (SBC) là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{m}+\frac{z}{n}=1$ hay véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là $\overrightarrow{n_1}=(n;n;m)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (SCD) là: $\frac{x}{-m}+\frac{y}{m}+\frac{z}{n}=1$ hay véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là $\overrightarrow{n_2}=(n;-n;-m)$

Do cosin góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$ nên $\frac{1}{10}=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|}$ hay

$\frac{m^2}{2n^2+m^2}=\frac{1}{10}$ mà $n^2=11a^2-m^2$

Vậy $\frac{m^2}{2n^2+m^2}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow\frac{m^2}{22a^2-m^2}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow m^2=2a^2\Rightarrow m=a\sqrt{2}\Rightarrow SH=3a$

$m=HA=a\sqrt{2}$ nên $AB=2a$,

Chiều cao của hình chóp là $SH=3a$.

Diện tích của hình vuông là $S_{ABCD}=4a^2$.

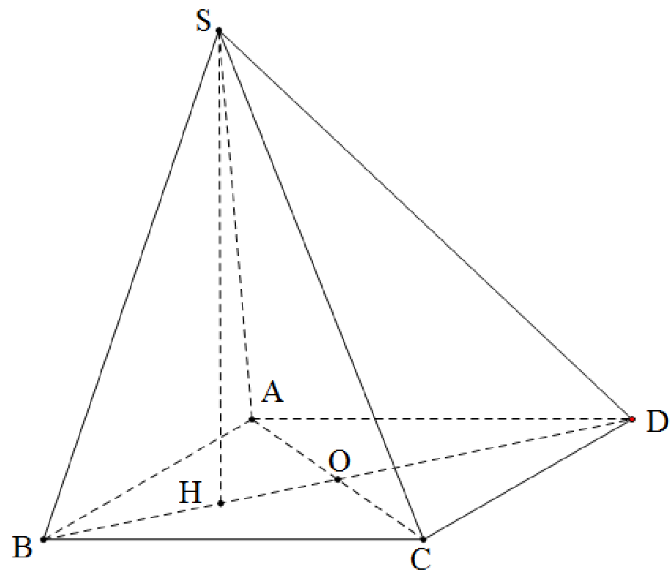
Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}.4a^2.3a=4a^3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=AB=BC=CD=DA=1$. Gọi G_1 , G_2, G_3 , G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB , SBC , SCD , SDA . AC cắt BD tại O. Khi thể tích khối $S.ABCD$ lớn nhất thì thể tích khối chóp $O.G_1G_2G_3G_4$ bằng

A. $\frac{1}{81}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{1}{54}$. **D.** $\frac{2}{81}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} AC\perp BD \\ AC\perp SO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD^2=OC^2+OD^2 \\ SC^2=OC^2+SO^2 \end{cases}$

$\Rightarrow SO=OD=\frac{1}{2}BD \Rightarrow \Delta SBD$ vuông tại S.

Lại có: $\begin{cases} AC\perp BD \\ AC\perp SO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD^2=OC^2+OD^2 \\ SC^2=OC^2+SO^2 \end{cases}$

Dựng $SH\perp BD$ tại $H \Rightarrow AC\perp SH \Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Đặt $SD=x\,(x>0)$.

Ta có $BD=\sqrt{SB^2+SD^2}=\sqrt{1+x^2} \Rightarrow OD=\frac{\sqrt{1+x^2}}{2}$.

$\Rightarrow OC=\sqrt{1-\frac{1+x^2}{4}}=\frac{\sqrt{3-x^2}}{2} \Rightarrow AC=\sqrt{3-x^2}, \left(0<x<\sqrt{3}\right)$

$\Leftrightarrow S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{3-x^2}$.

Tam giác SBD vuông tại S có đường cao $SH=\frac{SB.SD}{BD}=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{ABCD}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{3-x^2}\le\frac{1}{6}\cdot\frac{x^2+3-x^2}{2}=\frac{1}{4}$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{6}}{2}$ hay $\max V_{S.ABCD}=\frac{1}{4}$.

Khi $V_{S.ABCD}=\frac{1}{4}$ ta có: $S_{G_1G_2G_3G_4}=\frac{2}{9}S_{ABCD}, d\left(O,\left(G_1G_2G_3\right)\right)=\frac{1}{3}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)=\frac{1}{3}SH$.

$\Rightarrow V_{O.G_1G_2G_3G_4}=\frac{2}{27}V_{S.ABCD}=\frac{2}{27}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{54}$.

Vậy khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất thì $V_{O.G_1G_2G_3G_4}=\frac{1}{54}$.

Đề 3 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(-\infty;+\infty)$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(ab)=\log a.\log b$. **B.** $\log\frac{a}{b}=\log b-\log a$.

C. $\log\frac{a}{b}=\frac{\log a}{\log b}$. **D.** $\log(ab)=\log a+\log b$.

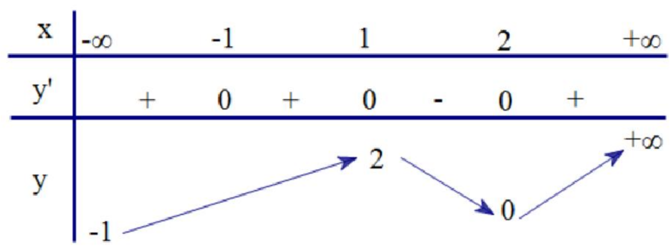
Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4. Với a,b là hai số dương tuỳ ý thì $\log\left(a^3b^2\right)$ có giá trị bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $3\left(\log a+\frac{1}{2}\log b\right)$. **B.** $2\log a+3\log b$. **C.** $3\log a+\frac{1}{2}\log b$. **D.** $3\log a+2\log b$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

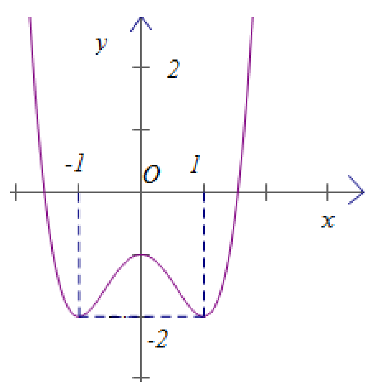
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số có hai cực trị.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

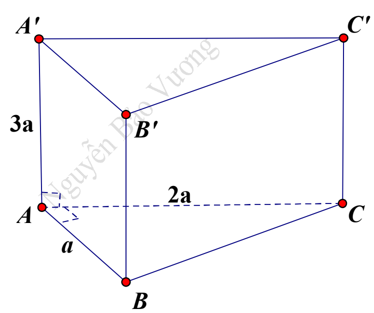
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1 ‖ 1	↘	$+\infty$	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và đạt cực đại tại $x=2$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và không có điểm cực đại.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+x+2019$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-\infty;1\right)$ và nghịch biến trên $\left(1;+\infty\right)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$ và nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$.

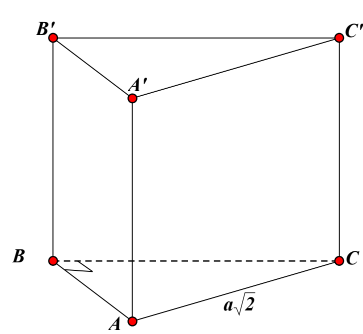
Câu 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=2a$, $AA'=3a$. Thể tích V của lăng trụ đó



A. $V=a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=3a^2$.

Câu 10. Lăng trụ có chiều cao bằng a, đáy là tam giác vuông cân và có thể tích bằng $2a^3$. Cạnh góc vuông của đáy lăng trụ bằng
A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $3a$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 12. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

A. $y = x^3$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = x^{-2}\left(x \neq 0\right)$. **D.** $y = 3^x$.

Câu 13. Đặt $\log_3 4 = a$, tính $\log_{64} 81$ theo a.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3}{4a}$. **D.** $\frac{4}{3a}$.

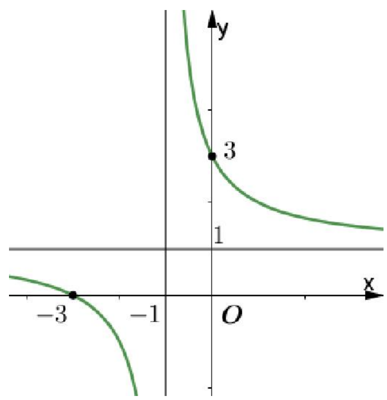
Câu 14. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	-∞		-3		0		3		+∞
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	+∞	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	+∞

Tìm m để phương trình $2f\left(x\right) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = -2$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -1$.

Câu 15. Hình vẽ là của đồ thị hàm số



A. $y = \frac{x+3}{x-1}$. **B.** $y = \frac{x-3}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x+3}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 16. Một người gửi 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?. Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 10 năm. **B.** 11 năm. **C.** 9 năm. **D.** 12 năm

Câu 17. Cho hàm số $y = \left|-2x^2 + 3x + 5\right|$ đạt cực đại tại

A. $x = -\frac{3}{4}$. **B.** $x = \frac{3}{4}$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 1,\ x = -\frac{5}{2}$.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

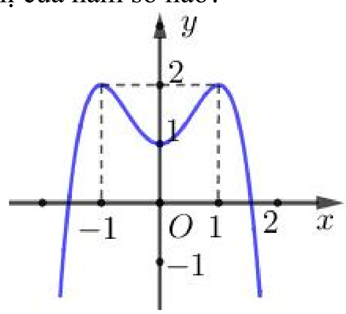
Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. 29. **B.** -3. **C.** 1. **D.** $\frac{13}{4}$.

Câu 20. Đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 21. Đường cong hình hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘		↗	3	↘	
					-1				
	$-\infty$								$-\infty$

có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2019;2019]$ để phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 4016. **D.** 2019.

Câu 23. Số nào sau đây là điểm cực đại của hàm số $y=x^4-2x^3+x^2+2$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24. Hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 25. Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 26. Hệ số góc tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi E, F lần lượt là điểm trên các cạnh $A'D'$ và $A'B'$ sao cho $A'E=\frac{2}{3}A'D'$ và $A'F=\frac{2}{3}A'B'$. Tính thể tích khối chóp $A.BDEF$?

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{5a^3}{18}$.

Câu 28. Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

A. $5cm$. **B.** $3cm$. **C.** $4cm$. **D.** $6cm$.

Câu 29. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a, $a\sqrt{3}$ và $2a$.

A. $8a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính chiều cao h của hình chóp đó.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{28}}{3}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{33}}{3}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{11}}{3}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 31. Cho hình bát diện đều có cạnh a và điểm I nằm trong hình bát diện. Tính tổng khoảng cách từ điểm I đến tất cả các mặt của bát diện.

A. $\dfrac{4a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2; AD=2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P). Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD. Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng:

A. $\dfrac{28\pi}{9}$. **B.** $\dfrac{28\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{56\pi}{9}$. **D.** $\dfrac{56\pi}{3}$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi E,F,G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD và M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm ΔABC, ΔABD, ΔACD, ΔBCD. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo V.

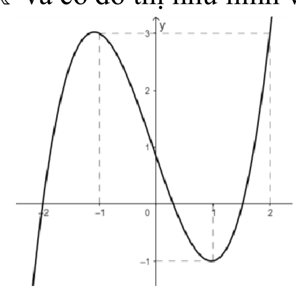
A. $\dfrac{V}{9}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{2V}{9}$. **D.** $\dfrac{V}{27}$.

Câu 34. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $[1;2)$.

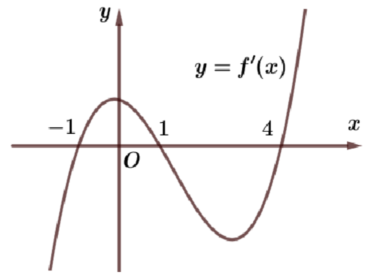
Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4-x^2})=m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\sqrt{2};\sqrt{3})$ là:

A. [-1;3]. **B.** $[-1;f(\sqrt{2})]$. **C.** $(-1;f(\sqrt{2})]$. **D.** (-1;3].

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Cho bốn mệnh đề sau:

1) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai cực trị

2) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$

3) $f\left(1\right)>f\left(2\right)>f\left(4\right)$.

4) Trên đoạn $\left[-1;4\right]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $f\left(1\right)$.

Số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

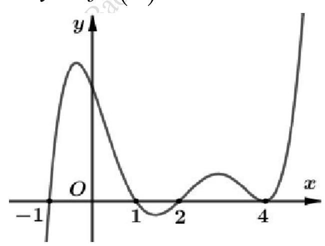
Câu 37. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-6x^2+24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 42. **B.** 30. **C.** 50. **D.** 63.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

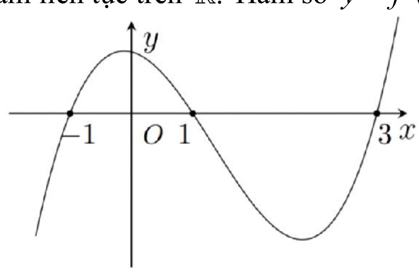
Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên dưới



Hàm số $g\left(x\right)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{f\left(1-2x\right)}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in\left[-5;5\right]$ để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 41. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm được cho bởi bảng dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	0	+	

Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\left||x|^3-3x^2+2\right|>2$ là:

A. $(-3;2)$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(-3;3)\setminus\{-2;0\}$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Câu 43. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|\sin x-\dfrac{x}{4}\right|, x\in(-\pi;\pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(4x-x^2)+\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\dfrac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

A. $\dfrac{25}{3}$. **B.** 15. **C.** $\dfrac{19}{3}$. **D.** 12.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

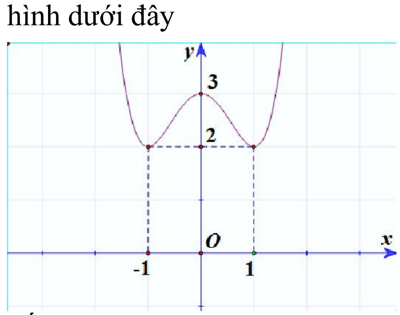
Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 46. Gọi m_0 là giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-6mx+4$ cắt đường tròn tâm $I(1;0)$ bán kính bằng $\sqrt{2}$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(0;1)$. **B.** $m_0\in(3;4)$. **C.** $m_0\in(1;2)$. **D.** $m_0\in(2;3)$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Hàm số $g(x)=\ln(f(x))$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 48. Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

A. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{3\pi}}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+2\left(C\right)$. Xét hai điểm $A\left(a;y_A\right)$ và $B\left(b;y_B\right)$ phân biệt của đồ thị $\left(C\right)$ mà tiếp tuyến tại A và B song song. Biết rằng đường thẳng AB đi qua $D\left(5;3\right)$. Phương trình của AB là

A. $x-y-2=0$. **B.** $x+y-8=0$. **C.** $x-3y+4=0$. **D.** $x-2y+1=0$.

Câu 50. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3+x^2-m}{x+1}$ trên $\left[0;2\right]$ bằng 5. Tham số m nhận giá trị là

A. -5. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -8.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.D	5.C	6.C	7.C	8.A	9.C	10.B
11.D	12.C	13.D	14.A	15.C	16.B	17.B	18.D	19.D	20.B
21.D	22.D	23.A	24.A	25.D	26.C	27.D	28.B	29.D	30.B
31.A	32.C	33.D	34.D	35.D	36.D	37.A	38.D	39.D	40.B
41.C	42.D	43.D	44.D	45.C	46.A	47.B	48.A	49.D	50.C

Đề 3 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(-\infty;+\infty)$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{1}{3}$ là số không nguyên nên hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $2-x>0 \Leftrightarrow x<2$.

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(ab)=\log a.\log b$. **B.** $\log\frac{a}{b}=\log b-\log a$.

C. $\log\frac{a}{b}=\frac{\log a}{\log b}$. **D.** $\log(ab)=\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log(ab)=\log a+\log b$ suy ra khẳng định **D** đúng và **A** sai.

$\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$ suy ra khẳng định **B** và **C** sai.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=[\ln(x-2)]^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x-2>0 \\ \ln(x-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x-2>e^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>3 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho $D=(3;+\infty)$.

Câu 4. Với a,b là hai số dương tuỳ ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $3\left(\log a+\frac{1}{2}\log b\right)$. **B.** $2\log a+3\log b$. **C.** $3\log a+\frac{1}{2}\log b$. **D.** $3\log a+2\log b$.

Lời giải

Chọn D

Vì a, b là hai số dương nên $\log(a^3b^2)=\log a^3+\log b^2=3\log a+2\log b$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-1	$\nearrow$			2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số có hai cực trị.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

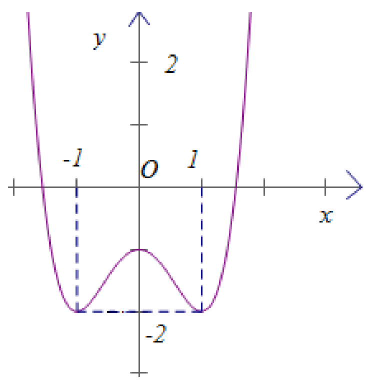
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$.

Do đó hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy đồ thị đi xuống từ trái qua phải trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Do đó, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1			2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$		0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1 \;\|\; 1$	$\searrow$		$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và không có điểm cực đại.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực tiểu là $y=-2$.

Hàm số không có điểm cực đại.

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+x+2019$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

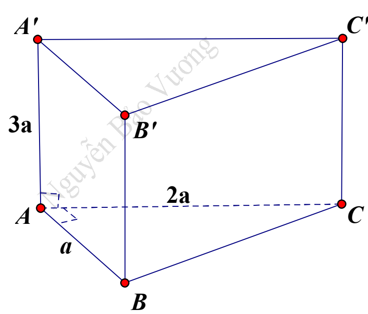
Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0,\forall x$ và $y'=0\Leftrightarrow x=1$ (tại hữu hạn điểm)

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=2a$, $AA'=3a$. Thể tích V của lăng trụ đó



A. $V=a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=3a^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{1}{2}a.2a.3a=3a^3$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=3a^3$.

Câu 10. Lăng trụ có chiều cao bằng a, đáy là tam giác vuông cân và có thể tích bằng $2a^3$. Cạnh góc vuông của đáy lăng trụ bằng

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $3a$.

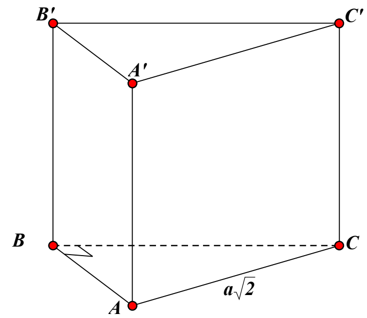
Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh góc vuông của đáy là x $(x>0)$.

Theo bài ra ta có: $S_{ñaùy}=\frac{V}{h}\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=2a^2\Leftrightarrow x=2a$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Trong $\Delta ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = \left(a\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow AB = BC = a.$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.BB' = \frac{1}{2}AB.BC.BB' = \frac{a^3}{2}$.

Câu 12. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

A. $y = x^3$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = x^{-2}\left(x \neq 0\right)$. **D.** $y = 3^x$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên trên, hàm số thỏa mãn bảng biến thiên phải có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Do đó chỉ có hàm số $y = x^{-2}\left(x \neq 0\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn bảng biến thiên trên.

Câu 13. Đặt $\log_3 4 = a$, tính $\log_{64} 81$ theo a.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3}{4a}$. **D.** $\frac{4}{3a}$.

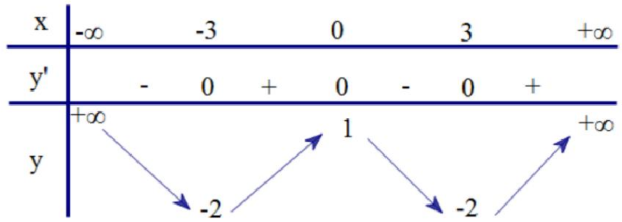
Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{64} 81 = \log_{4^3}\left(3^4\right) = \frac{4}{3}\log_4 3 = \frac{4}{3\log_3 4} = \frac{4}{3a}$.

Vậy $\log_{64} 81 = \frac{4}{3a}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Tìm m để phương trình $2f\left(x\right)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m=-2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

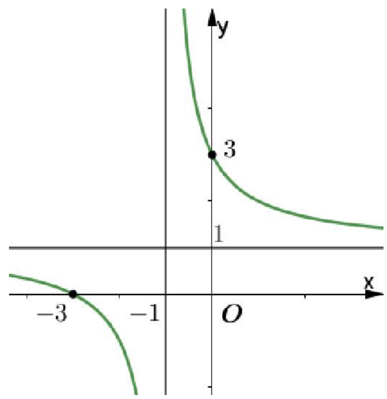
Lời giải

Chọn A

$2f\left(x\right)+m=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{m}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $2f\left(x\right)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-\dfrac{m}{2}=1\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 15. Hình vẽ là của đồ thị hàm số



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị của hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Do đó ta loại được phương án A và **D.**

Mặt khác đồ thị hàm số qua điểm $\left(-3;0\right)$ nên loại phương án **B.**

Vậy hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 16. Một người gửi 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?. Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 10 năm. **B.** 11 năm. **C.** 9 năm. **D.** 12 năm

Lời giải

Chọn B

Theo công thức lãi kép số tiền nhận được sau n năm là: $A(1+r)^n$.

$\Rightarrow A(1+r)^n > 600000000 \Leftrightarrow 300000000(1+\frac{7}{100})^n > 600000000 \Leftrightarrow n > \log_{(1+\frac{7}{100})} 2 \approx 10,24$

Suy ra: $n = 11$.

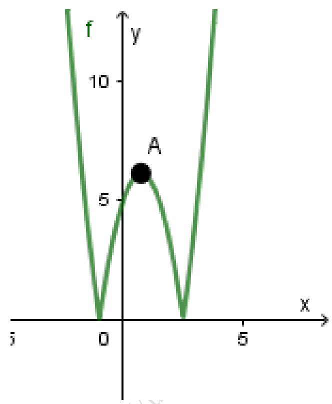
Câu 17. Cho hàm số $y = \left|-2x^2+3x+5\right|$ đạt cực đại tại

A. $x = -\frac{3}{4}$. **B.** $x = \frac{3}{4}$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 1,\ x = -\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

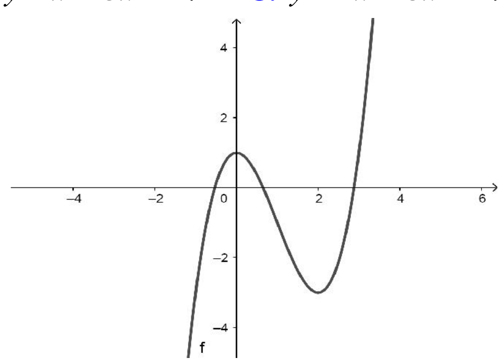
Xét hàm số: $y = -2x^2+3x+5$ (*), có đồ thị là Parabol đỉnh $A\left(\frac{3}{4};\frac{49}{8}\right)$, từ đồ thì của hàm số (*) ta suy ra đồ thị hàm số $y = \left|-2x^2+3x+5\right|$ có dạng:



Dựa vào đồ thị hàm số hàm số $y = \left|-2x^2+3x+5\right|$, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A\left(\frac{3}{4};\frac{49}{8}\right)$ có hoành độ: $x = \frac{3}{4}$

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3-3x^2$. **B.** $y = x^3+3x^2+1$. **C.** $y = -x^3+3x^2+1$. **D.** $y = x^3-3x^2+1$.



Lời giải

Chọn D

Nhận xét: hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số a dương $\Rightarrow$ Loại phương án **C.**

+ Có $x=0$ và $x=2$ là hai điểm cực trị $\Rightarrow$ Loại phương án **B.**

+ Cắt trục tung tại điểm $(0;1)$ $\Rightarrow$ Loại phương án **A.**

Kiểm tra đáp án D: có $a = 1 > 0$;

$y' = 3x^2-6x$, $\forall x \in D$,

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow$ $x=0$ và $x=2$ là hai điểm cực trị của hàm số

$y(0)=1$

$\Rightarrow$ phương án D thỏa mãn.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. 29. **B.** -3. **C.** 1. **D.** $\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$y'=-4x^3+6x$.

+) $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;2]\\x=\frac{\sqrt{6}}{2}\in[0;2]\\x=-\frac{\sqrt{6}}{2}\notin[0;2]\end{array}\right.$.

+) $y(0)=1;y\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{13}{4};y(2)=-3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là $\frac{13}{4}$.

Câu 20. Đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$.

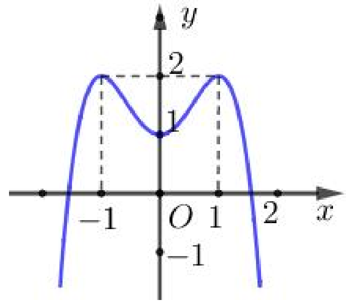
+) $\lim\limits_{x\to1^+}\left(\frac{x-1}{x^2+2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to1^+}\left(\frac{1}{x+3}\right)=\frac{1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\left(\frac{x-1}{x^2+2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to1^-}\left(\frac{1}{x+3}\right)=\frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$.

+) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\left(\frac{x-1}{x^2+2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to(-3)^+}\left(\frac{1}{x+3}\right)=+\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\left(\frac{x-1}{x^2+2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\left(\frac{1}{x+3}\right)=-\infty$) nên đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$.

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x-1}{x^2+2x-3}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có 2 tiệm cận.

Câu 21. Đường cong hình hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 + 1$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét:

Quan sát đồ thị ta có nhận xét đây là đồ thị của hàm bậc 4: $y = ax^4 + bx^2 + c(a \neq 0)$,

và các hàm số đã cho trong các đáp án cũng là hàm bậc 4.

Ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên ta loại ngay 2 đáp án A và **C.**

Mặt khác: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$. Vậy loại đáp án B, chọn đáp án **D.**

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 4016. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $f(x)$. Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m < -1 \end{array}\right. \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; ..; -2; 3\} \Rightarrow$ có 2019 giá trị m thỏa đề bài.

Câu 23. Số nào sau đây là điểm cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^3 + x^2 + 2$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 - 6x^2 + 2x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$y''=12x^2-12x+2$

Xét $y''(\frac{1}{2})=-1<0$, $y''(0)=2>0$ $y''(1)=2>0$

Vậy hàm số có điểm cực đại là $x=\frac{1}{2}$

Câu 24. Hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2+6x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Nhìn vào bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Vậy hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 25. Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định là $(1;+\infty)$.

Tiệm cận đứng: $x=1$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$.

Tiệm cận ngang: $y=0$ vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\sqrt{x}.\sqrt{1-\frac{1}{x^3}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{x}.\sqrt{1-\frac{1}{x^3}}}=0$.

Vậy có 2 đường tiệm cận là $x=1$ và $y=0$.

Câu 26. Hệ số góc tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$y=f(x)=x^3-3x^2+2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là $f'(1)=3.1^2-6.1=-3$.

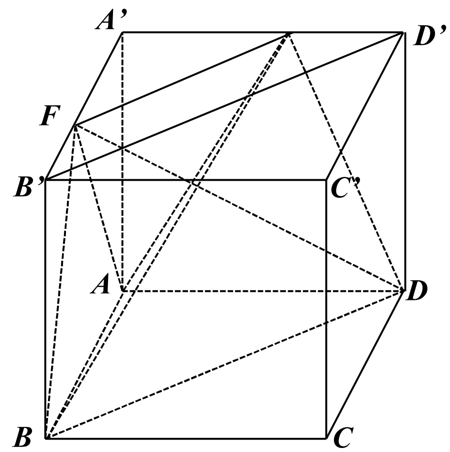
Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi E, F lần lượt là điểm trên các cạnh $A'D'$ và $A'B'$ sao cho $A'E=\frac{2}{3}A'D'$ và $A'F=\frac{2}{3}A'B'$. Tính thể tích khối chóp $A.BDEF$?

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{5a^3}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.



Ta có

$V_{A.BDEF} = V_{ABDF} + V_{ADEF}$.

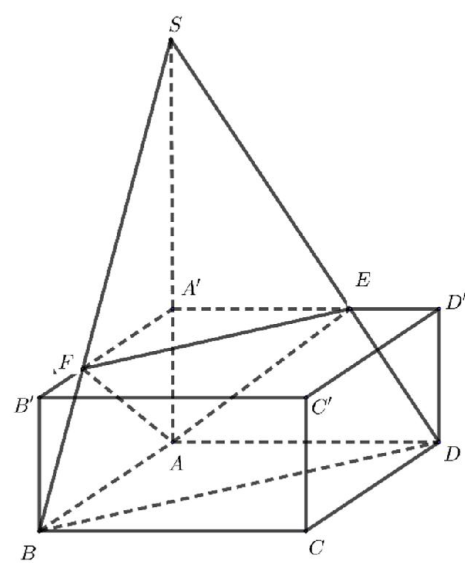
Mà

$V_{ABDF} = \frac{1}{3}.S_{ABF}.DA = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.a = \frac{a^3}{6}$.

$EF \,//\, B'D' \,//\, BD \Rightarrow V_{ADEF} = V_{ABEF} = \frac{1}{3}.S_{ABF}.EA' = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{2a}{3} = \frac{a^3}{9}$

Vậy $V_{A.BDEF} = \frac{a^3}{6} + \frac{a^3}{9} = \frac{5a^3}{18}$.

Cách 2.



Ta có $\begin{cases} BF = (BDEF) \cap (ABB'A'); \\ DE = (BDEF) \cap (ADD'A'); \\ AA' = (ADD'A') \cap (ABB'A'). \end{cases}$

Suy ra BF, DE, AA' song song từng đôi hoặc đồng quy tại 1 điểm. Do giả thiết $A'E = \frac{2}{3}A'D'$ nên ta có DE và AA' cắt nhau tại S. Vậy BF, DE, AA' đồng quy tại S.

Dễ thấy $V_{A.BCEF} = V_{S.ABD} - V_{S.AEF} = (1-k)V_{S.ABD}$,

trong đó $k = \frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}} = \frac{SF}{SD}.\frac{SE}{SB}$.

Áp dụng Định lý Talet trong trong ΔSAB và ΔSAD (vì $A'F // AB$ và $A'E // AD$) ta có

$\frac{SF}{SD} = \frac{A'F}{AD} = \frac{A'F}{A'D'} = \frac{2}{3}$ và $\frac{SE}{SB} = \frac{A'E}{AB} = \frac{A'E}{A'B'} = \frac{2}{3} = \frac{SA'}{SA}$.

Từ đó suy ra: $k = \frac{4}{9}$ và $SA = 3AA' = 3a$.

Ngoài ra, $V_{S.ABD} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABD} = \frac{SA}{3}.\frac{1}{2}.AB.AD = \frac{3a}{3}.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt).

Do đó $V_{A.BCEF} = \left(1 - \frac{4}{9}\right)\frac{a^3}{2} = \frac{5a^3}{18}$.

Câu 28. Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

A. $5cm$. **B.** $3cm$. **C.** $4cm$. **D.** $6cm$.

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài cạnh hình vuông ban đầu là $a(cm)$ $(a > 0)$. Khi đó thể tích hình lập phương là $a^3(cm^3)$.

Độ dài cạnh hình vuông lúc tăng thêm $2cm$ là $a + 2(cm)$. Thể tích hình lập phương khi đó là $(a+2)^3(cm^3)$.

Theo giả thiết ta có: $a^3 + 98 = (a+2)^3 \Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 90 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3 \\ a = -5 \end{array}\right.$.

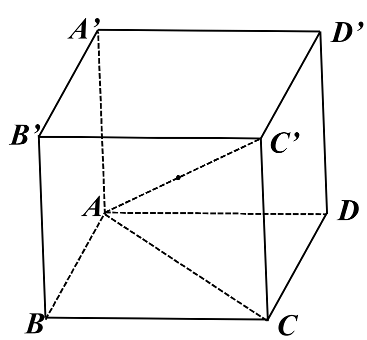
Do $a > 0$ nên $a = 3$.

Câu 29. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a, $a\sqrt{3}$ và $2a$.

A. $8a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Xét khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O, với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 2a$. Dễ thấy O cách đều các đỉnh của khối hộp này nên mặt cầu ngoại tiếp khối hộp có tâm O, bán kính $R = \dfrac{AC'}{2}$.

Ta có

$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$, $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow R = \dfrac{AC'}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp này là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

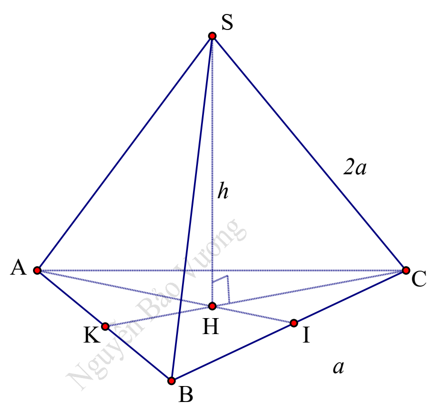
Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính chiều cao h của hình chóp đó.

A. $h = \dfrac{a\sqrt{28}}{3}$. **B.** $h = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$. **C.** $h = \dfrac{a\sqrt{11}}{3}$. **D.** $h = \dfrac{a\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$, gọi H là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $SH \perp (ABC)$ tại H suy ra $h = SH$.

Gọi K là trung điểm của AB suy ra $CK \perp AB$ tại K.

Xét tam giác CKB vuông tại K có

$$CB = a, KB = \frac{a}{2} \Rightarrow CK^2 = CB^2 - KB^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Mặt khác H là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $CH = \dfrac{2}{3}CK = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SHC vuông tại H suy ra

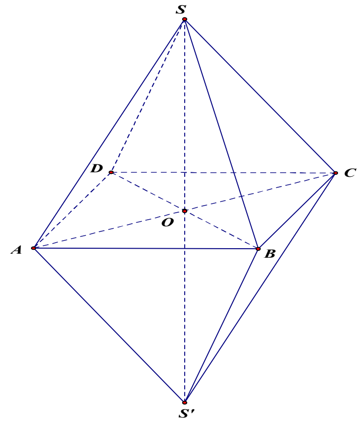
$$SH^2 = SC^2 - HC^2 = (2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{11a^2}{3} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{33}}{3} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

Câu 31. Cho hình bát diện đều có cạnh a và điểm I nằm trong hình bát diện. Tính tổng khoảng cách từ điểm I đến tất cả các mặt của bát diện.

A. $\dfrac{4a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Hình bát diện đều có thể tích bằng thể tích của hai hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, ở đây các cạnh đều bằng a.

Gọi V là thể tích khối bát diện đều.

Ta có: $S_{ABCD} = a^2$, $S_{SAB} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow V = 2V_{S.ABCD} = 2.\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Do đó tổng khoảng cách từ điểm I đến tất cả các mặt của tứ diện bằng:

$\sum d = d_1 + d_2 + d_3 + ... + d_8 = \dfrac{3V_{I.SAB}}{S_{SAB}} + \dfrac{3V_{I.SBC}}{S_{SBC}} + ... + \dfrac{3V_{I.S'CD}}{S_{SCD}}$

Mà $S_{SAB} = S_{SBC} = S_{SCD} = ... = S_{S'CD}$, $V_{I.SAB} + V_{I.SCD} + ... + V_{I.S'CD} = V$

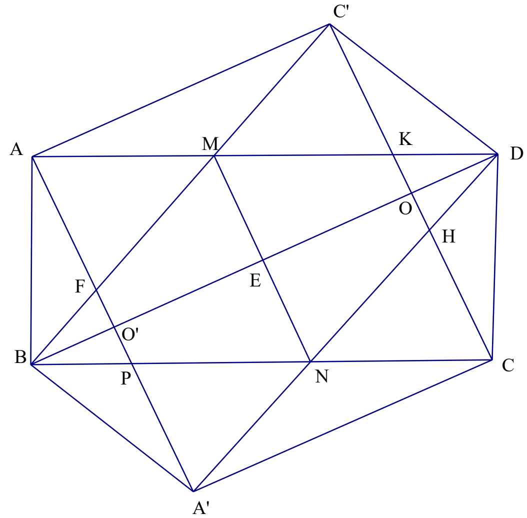
$\Rightarrow \sum d = \dfrac{3V}{S_{SAB}} = \dfrac{3.\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{4a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2; AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P). Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD. Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng:

A. $\dfrac{28\pi}{9}$. **B.** $\dfrac{28\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{56\pi}{9}$. **D.** $\dfrac{56\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi A' đối xứng với A qua BD, C' đối xứng với C qua BD. Gọi
$M = BC' \cap AD; K = CC' \cap AD; H = A'D \cap CC'; O = DB \cap CC';$
$N = A'D \cap BC; E = MN \cap BD; P = BC \cap A'A; O' = A'A \cap BD; F = A'A \cap BC'.$

Ta có: $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2}; O'A' = OC = \dfrac{BC.DC}{BD} = \sqrt{3}; BO' = OD = \sqrt{DC^2 - OC^2} = 1;$

$DO' = BD - BO' = 3;\ OE = EO' = \dfrac{1}{2}O'O = 1;$

$\dfrac{OH}{OC} = \dfrac{OH}{O'A'} = \dfrac{OD}{DO'} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow OH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}; \dfrac{OH}{EN} = \dfrac{OD}{DE} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow EN = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Gọi V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích các khối nón tròn xoay sinh bởi các tam giác $OCD; O'A'D; END; OHD$ khi quay xung quanh đường thẳng BD. Ta có:

$V_1 = \dfrac{1}{3}\pi.OC^2.OD = \pi$

$V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.O'A'^2.O'D = 3\pi$

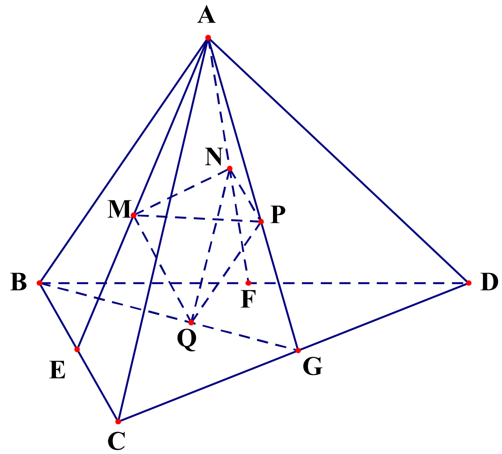
$V_3 = \dfrac{1}{3}\pi.EN^2.DE = \dfrac{8\pi}{9}$

$V_4 = \dfrac{1}{3}\pi.OH^2.OD = \dfrac{\pi}{9}$

$V = 2\left(V_1 + V_2 - V_4 - \left(V_3 - V_4\right)\right) = \dfrac{56\pi}{9}$

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD và M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm ΔABC, ΔABD, ΔACD, ΔBCD. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo V.

A. $\dfrac{V}{9}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{2V}{9}$. **D.** $\dfrac{V}{27}$.



Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta MNP \sim \Delta EFG$ và $\dfrac{MN}{EF} = \dfrac{2}{3}$

$\Delta EFG \sim \Delta DCB$ và $\dfrac{EF}{DC} = \dfrac{1}{2}$

Do đó $\Delta MNP \sim \Delta DCB$ và $\dfrac{MN}{DC} = \dfrac{1}{3}$ □ $\dfrac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}} = \dfrac{1}{9} \Rightarrow S_{\Delta MNP} = \dfrac{1}{9} S_{\Delta BCD}$

Mặt khác $d\left(Q,\left(MNP\right)\right) = \dfrac{1}{3} d\left(A,\left(BCD\right)\right)$

Suy ra $V_{MNPQ} = \dfrac{1}{27} V$.

Câu 34. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\left(m+1\right)x + 2m + 2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$ là

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;1\right) \cup \left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left[1;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

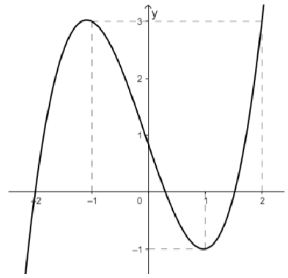
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-m\right\}$.

$y' = \dfrac{m^2 - m - 2}{\left(x+m\right)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$ thì

$$\begin{cases} y' < 0 \\ -m \notin \left(-1;+\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m^2 - m - 2}{\left(x+m\right)^2} < 0 \\ -m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2.$$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4-x^2})=m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\sqrt{2};\sqrt{3})$ là:

A. $[-1;3]$. **B.** $[-1;f(\sqrt{2})]$. **C.** $(-1;f(\sqrt{2})]$. **D.** $(-1;3]$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=g(x)=\sqrt{4-x^2}$ với $x\in[-\sqrt{2};\sqrt{3})$.

Suy ra: $g'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow x=0\in[-\sqrt{2};3)$.

Ta có:

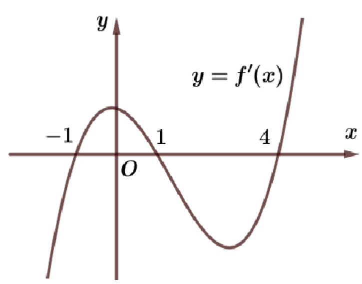
$g(0)=2$, $g(-\sqrt{2})=\sqrt{2}$, $g(\sqrt{3})=1$.

Mà hàm số $g(x)$ liên tục trên $[-\sqrt{2};\sqrt{3})$

Suy ra, $t\in(1;2]$.

Từ đồ thị, phương trình $f(t)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;2]$ khi $m\in(-1;3]$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Cho bốn mệnh đề sau:

1) Hàm số $y=f(x)$ có hai cực trị

2) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

3) $f(1)>f(2)>f(4)$.

4) Trên đoạn $[-1;4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ là $f(1)$.

Số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta thấy:

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;4)$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;1)\cup(4;+\infty)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	CT	↗	$CĐ$	↘	CT	↗	

Dựa vào bảng biến thiên đáp án đúng là mệnh đề số 3 và 4

Câu 37. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-6x^2+24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 42. **B.** 30. **C.** 50. **D.** 63.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=3x^4-8x^3-6x^2+24x-m$ có

$f'(x)=12x^3-24x^2-12x+24=(x^2-1)(12x-24); f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

BBT:

x	-∞		-1		1		2		+∞
f '(x)		-	0	+	0	-	0	+	
f(x)	+∞	↘	- m - 19	↗	- m + 13	↘	- m + 8	↗	+∞

Hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-6x^2+24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-6x^2+24x-m\right|$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt, khi đó:

$\begin{cases} -m+13>0 \\ -m+8<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<13 \\ m>8 \end{cases} \Rightarrow m\in S=\{9;10;11;12\}$.

Tổng các phần tử của S là $9+10+11+12=42$.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

+) Với $m=0$; ta có hàm số $y=\dfrac{x-2}{-2x+4}=-2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Với $m \neq 0$, ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất hoặc $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.

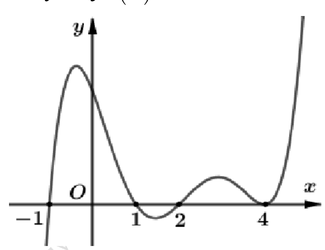
- $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow 1-4m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$.

- $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$. $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\4m=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{1}{4}\\m=0\end{cases}$

$\Rightarrow$ $m=0$ không thỏa mãn điều kiện.

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{f(1-2x)}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

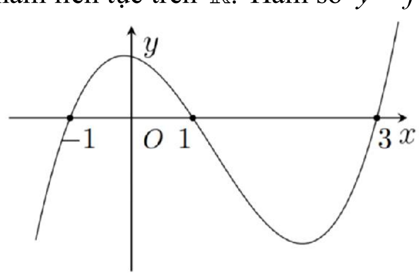
Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<2\end{array}\right.$.

Ta có $g'(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{f(1-2x)} f'(1-2x).(-2).\ln\dfrac{1}{2}$

Xét $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(1-2x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-2x<-1\\1<1-2x<2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>1\\-\dfrac{1}{2}<x<0\end{array}\right.$.

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu của $g'(x)=f'(x+m)$ như sau

Hàm số

x	$-\infty$	biế	$-m-1$	ảng	$-m+1$		$-m+3$		$+\infty$
$g'(x)$			$-$	$+$	0	$-$	0	$-$	$+$

$\lfloor 1-m\le 1<2\le 3-m \Leftrightarrow \lfloor 0\le m\le 1$.

Do đó $S=\{-5;-4;-3;0;1\}$. Chọn đáp án **B.**

Câu 41. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm được cho bởi bảng dưới đây

x	-∞		0		2		+∞
f'(x)		+	0	−	0	+	

Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2f'(2x-2); y'<0\Leftrightarrow 0<2x-2<2\Leftrightarrow 1<x<2$.

Vậy hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\left||x|^3-3x^2+2\right|>2$ là:

A. $(-3;2)$. **B.** $(-3;3)$.

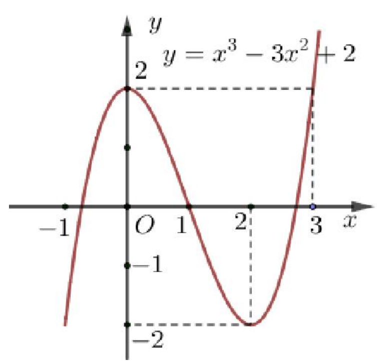
C. $(-3;3)\setminus\{-2;0\}$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

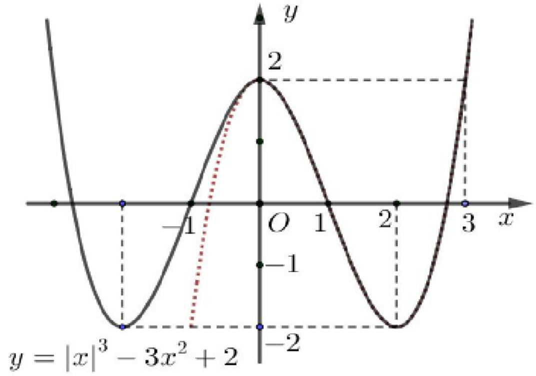
Chọn D

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y'=3x^2-6x; y'=0\Leftrightarrow x=0; x=2$

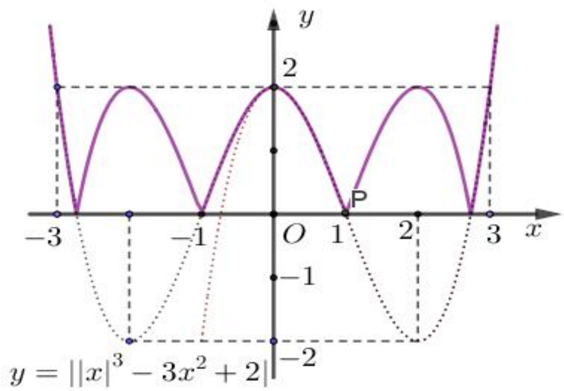
Ta có đồ thị hàn số $y=x^3-3x^2+2$ là:



Suy ra đồ thị hàm số $y=|x|^3-3x^2+2$ là:



Suy ra đồ thị hàm số $y=\left||x|^3-3x^2+2\right|$ là:



Từ đồ thị suy ra bất phương trình $\left||x|^3-3x^2+2\right|>2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Câu 43. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|\sin x-\frac{x}{4}\right|, x\in(-\pi;\pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\sin x-\frac{x}{4}$ với $x\in(-\pi;\pi)$.

Ta có $y'(x)=\cos x-\frac{1}{4}, y'(x)=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right) \\ x=x_2\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right) \end{array}\right.$.

$y(x_1)=\sin x_1-\frac{x_1}{4}=-\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{x_1}{4}<-\frac{\sqrt{15}}{4}+\frac{\pi}{8}<0$.

$y(x_2)=\sin x_2-\frac{x_2}{4}=\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{x_2}{4}>\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{\pi}{8}>0$.

BBT

x	$-\pi$		x_1		x_2		π
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$\frac{\pi}{4}$		$f(x_1)$		$f(x_2)$		$\frac{-\pi}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có hai điểm cực trị và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khác x_1, x_2. Suy ra hàm số $y=\left|\sin x-\frac{x}{4}\right|$, với $x\in(-\pi;\pi)$ có 5 điểm cực trị.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

A. $\frac{25}{3}$. **B.** 15. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'\left(4x-x^2\right).(4-2x)+x^2-6x+8=2(2-x)\left[f'(4x-x^2)+\frac{4-x}{2}\right]$

Xét thấy $\forall x\in[1;3]\Rightarrow 3\le 4x-x^2\le 4\Rightarrow f'(4x-x^2)>0$

Mặt khác $\frac{4-x}{2}>0\ \forall x\in[1;3]$

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

$g(1)=f(3)+\frac{19}{3}<f(4)+\frac{17}{3}=5+\frac{17}{3}=\frac{32}{3}$

$g(3)=f(3)+\frac{19}{3}<f(4)+\frac{19}{3}=5+\frac{19}{3}=\frac{34}{3}$

$g(2)=5+7=12.$

$\Rightarrow g(1)<g(3)<g(2)$

Vậy $\max\limits_{[1;3]} g(x)=12$ tại $x=2$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2(x-1).f'\left(x^2-2x\right)$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=a\in(-\infty;-1) \\ x^2-2x=b\in(-1;0) \\ x^2-2x=c\in(0;1) \\ x^2-2x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & \\ x^2-2x-a=0, a\in(-\infty;-1) & (1) \\ x^2-2x-b=0, b\in(-1;0) & (2) \\ x^2-2x-c=0, c\in(0;1) & (3) \\ x^2-2x-d=0, d\in(1;+\infty) & (4) \end{array}\right..$$

Phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình $(2),(3),(4)$ đều có hai nghiệm phân biệt khác 1 và do b,c,d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình $(2),(3),(4)$ cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'\left(x^2-2x\right)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là 7.

Câu 46. Gọi m_0 là giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-6mx+4$ cắt đường tròn tâm $I(1;0)$ bán kính bằng $\sqrt{2}$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(0;1)$. **B.** $m_0\in(3;4)$. **C.** $m_0\in(1;2)$. **D.** $m_0\in(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm $y'=3x^2-6m$ có hai nghiệm phân biệt khi $m>0$. Ta có

$y=\frac{1}{3}x\left(3x^2-6m\right)-4mx+4$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-6mx+4$ là

$(d): y=-4mx+4$.

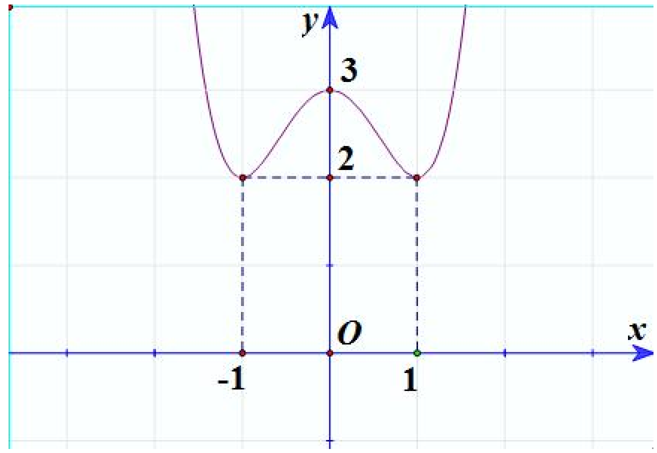
Đường thẳng (d) cắt đường tròn tâm $I(1;0)$ bán kính bằng $\sqrt{2}$ tại hai điểm phân biệt A,B thì

$S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{BIA}=\sin\widehat{BIA}\le 1$, đẳng thức xảy ra khi ΔIAB vuông tại I, lúc này, với

$h=\mathrm{d}(I,d)$ thì $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{IA^2}+\frac{1}{IB^2}=1\Rightarrow h=1\Rightarrow \frac{|4m-4|}{\sqrt{16m^2+1}}=1\Leftrightarrow m=\frac{15}{32}>0.$

Vậy $m_0=\frac{15}{32}\in(0;1)$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Hàm số $g(x)=\ln(f(x))$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

Suy ra $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)>0,\ \forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

Ta có $g(x)=\ln[f(x)]$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

Với $g'(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$ và $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)>0$ khi $x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

Suy ra $g'(x)>0$, $\forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$

Vậy Hàm số $g(x)=\ln[f(x)]$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 48. Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

A. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{3\pi}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h,r là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Ta có $V=\pi r^2h\Leftrightarrow h=\dfrac{V}{\pi r^2}$.

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+2\pi r\dfrac{V}{\pi r^2}=2\pi r^2+\dfrac{2V}{r}=2\pi r^2+\dfrac{V}{r}+\dfrac{V}{r}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho ba số $2\pi r^2,\ \dfrac{V}{r},\dfrac{V}{r}$ ta có

$S_{tp} \geq 3\sqrt[3]{2\pi r^2.\frac{V}{r}.\frac{V}{r}} = 3\sqrt[3]{\frac{2\pi V^2}{r}}$ không đổi

Dấu bằng xảy ra khi $2\pi r^2 = \frac{V}{r} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ ta có

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2\left(C\right)$. Xét hai điểm $A\left(a;y_A\right)$ và $B\left(b;y_B\right)$ phân biệt của đồ thị $\left(C\right)$ mà tiếp tuyến tại A và B song song. Biết rằng đường thẳng AB đi qua $D\left(5;3\right)$. Phương trình của AB là

A. $x-y-2=0$. **B.** $x+y-8=0$. **C.** $x-3y+4=0$. **D.** $x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn D

$+\ y = f\left(x\right) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2 \Rightarrow f'\left(x\right) = \frac{3}{2}x^2 - 3x$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại $A\left(a;y_A\right)$ của đồ thị $\left(C\right)$ là $f'\left(a\right) = \frac{3}{2}a^2 - 3a$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại $B\left(b;y_B\right)$ của đồ thị $\left(C\right)$ là $f'\left(b\right) = \frac{3}{2}b^2 - 3b$

($a \neq b$ vì A và B phân biệt).

Mà tiếp tuyến tại A và B song song nên $f'\left(a\right) = f'\left(b\right) \Leftrightarrow \frac{3}{2}a^2 - 3a = \frac{3}{2}b^2 - 3b$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(a^2-b^2\right) - 3\left(a-b\right) = 0 \Leftrightarrow 3\left(a-b\right)\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b\left(l\right) \\ a+b=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow b = 2-a$.

$+\ A\left(a;\frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 2\right); B\left(b;\frac{1}{2}b^3 - \frac{3}{2}b^2 + 2\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}\left(a-b;\frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{2}b^3 - \frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{2}b^2\right) = \frac{1}{2}\left(a-b\right)\left(2;a^2+ab+b^2-3a-3b\right)$

$\Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n}\left(a^2+ab+b^2-3a-3b;-2\right) = \left(a^2-2a-2;-2\right)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $A\left(a;\frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 2\right)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

$\left(a^2-2a-2\right)\left(x-a\right) - 2.\left[y - \left(\frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 2\right)\right] = 0$.

Mà đường thẳng AB đi qua $D\left(5;3\right) \Rightarrow \left(a^2-2a-2\right)\left(5-a\right) - 2.\left[3 - \left(\frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 2\right)\right] = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=3 \end{array}\right.$.

Với $a=-1$, phương trình đường thẳng AB là $x+1-2y=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0$.

Với $a=3$, phương trình đường thẳng AB là $x-3-2.\left(y-2\right)=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0$.

Cách trắc nghiệm

Dễ thấy AB đi qua điểm uốn $I\left(1;1\right) \Rightarrow$ đường thẳng AB trùng với đường thẳng ID.

$\Rightarrow \overrightarrow{ID}\left(4;2\right) = 2\left(2;1\right) \Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của đường thẳng AB là $\vec{n}\left(1;-2\right)$, chọn **D.**

Câu 50. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3+x^2-m}{x+1}$ trên $[0;2]$ bằng 5. Tham số m nhận giá trị là

A. -5. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -8.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow[0;2]\subset D$.

Ta có: $y=\dfrac{x^3+x^2-m}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{2x^3+4x^2+2x+m}{(x+1)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow 2x^3+4x^2+2x+m=0\Leftrightarrow -\left(2x^3+4x^2+2x\right)=m$ (1).

Ta có $y(0)=-m; y(2)=4-\dfrac{m}{3}$

Đặt $g(x)=-\left(2x^3+4x^2+2x\right)\Rightarrow g'(x)=-\left(6x^2+8x+2\right)=0\Leftrightarrow x=-1\vee x=-\dfrac{1}{3}$.

Trên $[0;2]$ ta có bảng biến thiên:

x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-36

Từ bảng biến thiên ta có $g(x)\in[-36;0],\forall x\in[0;2]$.

Trường hợp 1: $m>0\Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

Dễ thấy $y(0)=-m<y(2)=4-\dfrac{m}{3}\ khi\, m>0$.

Khi đó $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(2)=4-\dfrac{m}{3}=5\Leftrightarrow m=-3$ loại do $m>0$.

Trường hợp 2: $m<-36\Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

Dễ thấy $y(0)=-m>y(2)=4-\dfrac{m}{3}\ khi\ m<-36$.

Khi đó $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(0)=-m=5\Leftrightarrow m=-5$ loại do $m<-36$.

Trường hợp 3: $m\in[-36;0]\Rightarrow$ phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất (giả sử $x=x_0$).

Trên $[0;2]$ ta có bảng biến thiên:

x	0	x_0	2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$ $y(x_0)$ $\quad y=m$	-36

Nhìn vào bảng biến thiên ta có:

$+x=x_0: g(x)=m\Leftrightarrow -\left(2x^3+4x^2+2x\right)=m\Leftrightarrow 2x^3+4x^2+2x+m=0\Leftrightarrow y'=0$.

$+x\in(0;x_0): g(x)>m \Leftrightarrow -(2x^3+4x^2+2x)>m \Leftrightarrow 2x^3+4x^2+2x+m<0 \Leftrightarrow y'<0$.

$+x\in(x_0;0): g(x)<m \Leftrightarrow -(2x^3+4x^2+2x)<m \Leftrightarrow 2x^3+4x^2+2x+m>0 \Leftrightarrow y'>0$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0		x_0		2
y'		$-$	0	$+$	
y	$y(0)$	$\searrow$	$y(x_0)$	$\nearrow$	$y(2)$

Từ bảng biến thiên ta thấy $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y\in\{y(2);y(0)\}$.

Nếu $\text{m}\in[-36;-6]\Rightarrow y(0)\ge y(2)\Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(0)=-m=5\Leftrightarrow m=-5\ (l)$.

Nếu $\text{m}\in[-6;0]\Rightarrow y(0)\le y(2)\Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(2)=4-\dfrac{m}{3}=5\Leftrightarrow m=-3(n)$.

Vậy $m=-3$ thỏa đề.

Cách 2:

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow[0;2]\subset D$.

Ta có: $y=\dfrac{x^3+x^2-m}{x+1}=x^2-\dfrac{m}{x+1}\Rightarrow y'=2x+\dfrac{m}{(x+1)^2}$.

Trường hợp 1: $m\ge 0\Rightarrow y'\ge 0,\forall x\in[0;2]\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[0;2]$.

$\Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(2)=4-\dfrac{m}{3}=5\Leftrightarrow m=-3$ loại do $m>0$.

Trường hợp 2: $m<0$, giả sử $\Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(x_0)$ với $x_0\in(0;2)$. Do hàm số liên tục trên $[0;2]$

$$\Rightarrow\begin{cases}y'(x_0)=0\\ y(x_0)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2x_0(x_0+1)^2\\ \dfrac{x_0^3+x_0^2-m}{x_0+1}=5\end{cases}$$

$\Rightarrow x_0^3+x_0^2+2x_0(x_0+1)^2=5(x_0+1)\Leftrightarrow x_0=\dfrac{-5}{3}\vee x=1(n)\Rightarrow m=-8$.

Khi đó: $y'=2x+\dfrac{-8}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^3+4x^2+2x-8}{(x+1)^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng biên thiên:

x	0		1		2
y'		$-$	0	$+$	
y	8	$\searrow$	5	$\nearrow$	$\dfrac{20}{3}$

$\Rightarrow m=-8$ không thỏa yêu cầu đề.

Nên không tồn tại $x_0\in(0;2)$ để $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y=y(x_0)$.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y = y(2) \Rightarrow m = -5 \\ \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y = y(0) \Rightarrow m = -3 \end{array}\right. .$$

Nếu $m = -5 \Rightarrow y(0) = 5; y(2) = \frac{17}{3} \Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y = y(2) = \frac{17}{3} \neq 5 \Rightarrow m = -5(l)$.

Nếu $m = -3 \Rightarrow y(0) = 3; y(2) = 5 \Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y = y(2) = 5 \Rightarrow m = -3(n)$.

Vậy $m = -3$ thỏa đề.

Đề 4 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f\left(x\right)=\log_5\left(x^3-x^2-2x\right)$ xác định?

A. $x\in\left(-1;0\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** $x\in\left(0;2\right)\cup\left(4;+\infty\right)$.

C. $x\in\left(0;1\right)$. **D.** $x\in\left(1;+\infty\right)$.

Câu 2. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $y=2\log a-\dfrac{1}{2}\log b$. **B.** $y=2\ln a+\dfrac{1}{2}\ln b$. **C.** $y=\dfrac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $y=2\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

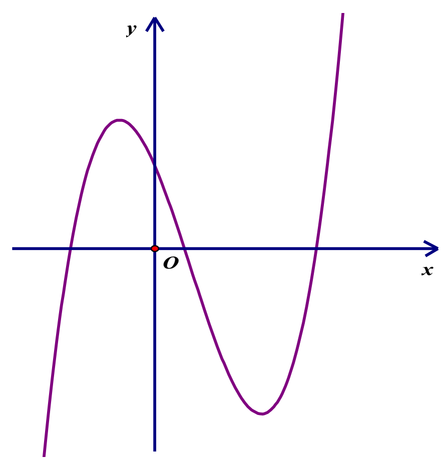
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	||	-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;2\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.$ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 8. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$..

Câu 9. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{2}$ có thể tích bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

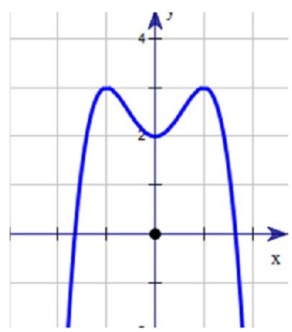
Câu 10. Cho hình hộp đứng có một mặt là hình vuông cạnh a và một mặt có diện tích là $3a^2$. Thể tích khối hộp là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 11. Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tich khối cầu là

A. $18\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $9\pi a^3$.

Câu 12. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

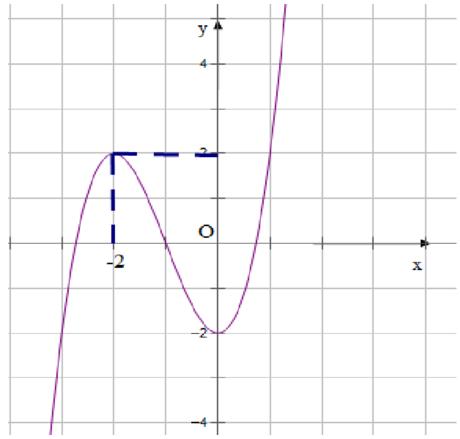
Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có 3 điểm cực trị.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4.
B. Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
D. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 14. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số $y = \dfrac{1}{f\left(x\right)+3}$ nghịch biến trong các khoảng nào sau đây?

A. $\left(-3;0\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-3\right)$ và $\left(-3;0\right)$. **D.** $\left(0;3\right)$.

Câu 16. Tìm m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - 3(m+1)x + 2m$ đạt cực trị tại điểm $x = -1$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Câu 17. Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x+1}$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ. Hỏi $\left(C\right)$ là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \left(x+1\right)^3$. **B.** $y = \left(x-1\right)^3$. **C.** $y = x^3 - 1$. **D.** $y = x^3 + 1$.

Câu 19. Hàm số $y = x^3 - 3x$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 20. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + mx^2 + \left(2m+3\right)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left(-\infty;-3\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **D.** $\left[-1;3\right]$.

Câu 21. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $\left[0;4\right]$. Tính tổng $m + 2M$.

A. $m+2M=-24$. **B.** $m+2M=51$. **C.** $m+2M=17$. **D.** $m+2M=-37$.

Câu 22. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23. Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-12x+20$ là

A. $y_{CD}=36$. **B.** $y_{CD}=-4$. **C.** $y_{CD}=-2$. **D.** $y_{CD}=2$.

Câu 24. Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{1}{2}$.

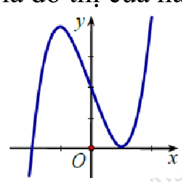
Câu 25. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 26. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

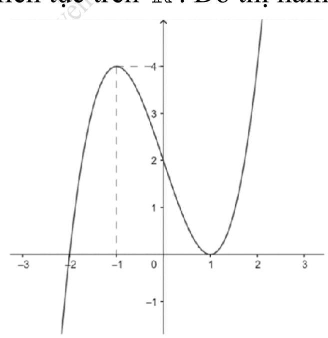
A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 27. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=x^2-3x+2$. **D.** $y=x^4-x^2+2$.

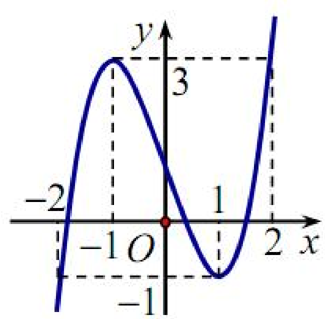
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là

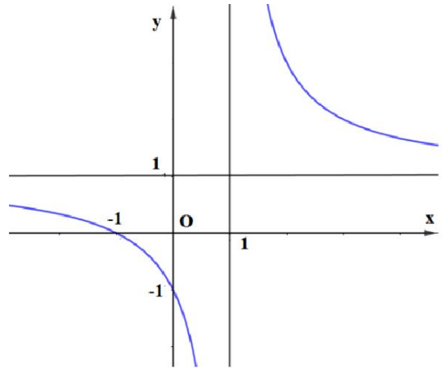
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 29. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là



A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 30. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y=(x+3)^{\frac{3}{2}}-\sqrt[4]{5-x}$ là

A. $D=(-3;5]$. **B.** $D=(-3;+\infty)\setminus\{5\}$. **C.** $D=(-3;5)$. **D.** $D=(-3;+\infty)$.

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33. Biết tứ diện đều $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}a^3$. Xác định AB.

A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+2}{9^x}$.

A. $y'=\dfrac{1+(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1-(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$. **C.** $y'=\dfrac{1-2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{1+2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$.

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1-x}{2^x}$

A. $y'=\dfrac{2-x}{2^x}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 2.(x-1)-1}{(2^x)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{x-2}{2^x}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2.(x-1)-1}{2^x}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

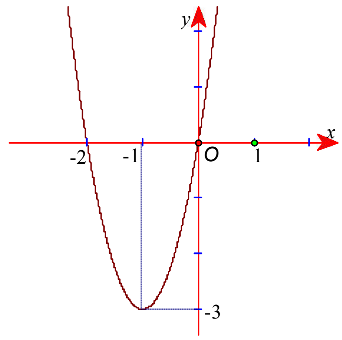
Câu 36. Ông An gửi 320 triệu đồng vào ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu(số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị).

A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. **B.** 200 triệu đồng và 120 triệu đồng.
C. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng. **D.** 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=(1-m^3)x^3+3x^2+(4-m)x+2$, với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2018;2018]$ sao cho $f(x)\geq 0,\forall x\in[2;4]$?

A. 4037. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

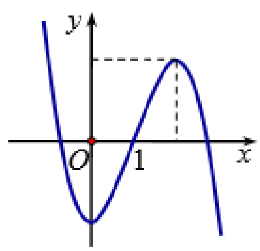
Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. -4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 39. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Hỏi Δ và $\left(C\right)$ có bao nhiêu điểm chung?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m+\sqrt{m+1+\sqrt{1+\sin x}}=\sin x$ có nghiệm là đoạn $\left[a;b\right]$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=4a-\dfrac{1}{b}-\sqrt{2}$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 41. Gọi T là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{16x+m-4}=4x^2-18x+4-m$ có đúng 1 nghiệm. Tính tổng số phần tử của T.

A. 0. **B.** 20. **C.** -20. **D.** 10.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	0		1		3
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	8	↗	9	↘	5

Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f\left(x\right)\geq mx^2\left(x^2-2\right)+2m$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0;3\right]$. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 0.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 43. Một hình hộp chữ nhật có kích thước $a(\text{cm})\times b(\text{cm})\times c(\text{cm})$, trong đó a, b, c là các số nguyên và $1\le a\le b\le c$. Gọi $V(\text{cm}^3)$ và $S(\text{cm}^2)$ lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối hộp. Biết $V=S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 10. **B.** 12. **C.** 21. **D.** 4.

Câu 44. Cho hàm số $f'(x)=(x-2)^2(x^2-4x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=f(x^2-10x+m+9)$ có 5 điểm cực trị?

A. 18. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 15.

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2019. **B.** 2017. **C.** 2020. **D.** 2018.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C), điểm *M* thay đổi thuộc đường thẳng $d: y=1-2x$ sao cho qua *M* có hai tiếp tuyến của (C) với hai tiếp điểm tương ứng là *A*, ***B***. Biết rằng đường thẳng *AB* luôn đi qua một điểm cố định là *H*. Tính độ dài đường thẳng *OH*.

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{58}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $|f(x+h)-f(x-h)|\le h^2, \forall x\in\mathbb{R}, \forall h>0$. Đặt $g(x)=[x+f'(x)]^{2019}+[x+f'(x)]^{29-m}-(m^4-29m^2+100)\sin^2 x-1$, m là tham số nguyên và $m<27$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 108. **B.** 58. **C.** 100. **D.** 50.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+...+\dfrac{x^{2019}}{2019!}-e^x & \text{khi } x\ge 0\\ -x^2-10x & \text{khi } x<0\end{cases}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương và chia hết cho 5 của tham số m để bất phương trình $m-f(x)\le 0$ có nghiệm?

A. 5. **B.** 25. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 49. Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mồng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định $0,8\%$ /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo(lãi kép). Vào ngày mồng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do có việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường $(30/06/2018)$ anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền(làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

A. 49.024.000 đồng. **B.** 47.401.000 đồng. **C.** 46.641.000 đồng. **D.** 45.401.000 đồng.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chọp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\dfrac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k=\dfrac{IA}{IS}$?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.C	5.A	6.B	7.C	8.A	9.A	10.B
11.C	12.A	13.D	14.C	15.D	16.A	17.D	18.B	19.B	20.D
21.A	22.A	23.A	24.B	25.A	26.B	27.B	28.C	29.B	30.B
31.A	32.D	33.D	34.C	35.D	36.D	37.B	38.A	39.B	40.A
41.C	42.C	43.A	44.B	45.A	46.D	47.C	48.A	49.C	50.B

Đề 4 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_5(x^3-x^2-2x)$ xác định?

A. $x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $x\in(0;2)\cup(4;+\infty)$.

C. $x\in(0;1)$. **D.** $x\in(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Biểu thức xác định khi $x^3-x^2-2x>0\Leftrightarrow x(x-2)(x+1)>0\Leftrightarrow x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$.

Câu 2. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $y=2\log a-\dfrac{1}{2}\log b$. **B.** $y=2\ln a+\dfrac{1}{2}\ln b$.

C. $y=\dfrac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $y=2\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{b}}\right)=\ln a^2-\ln\sqrt{b}=2\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$. **D.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=1\Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	||	-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

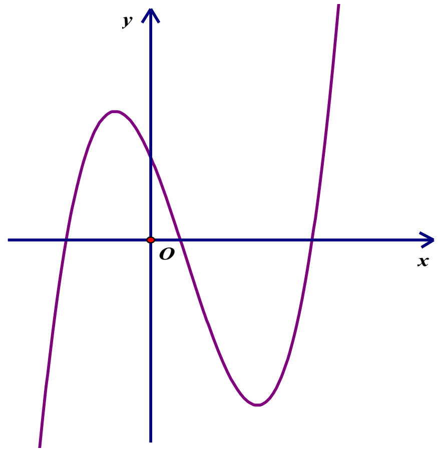
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy $y'<0,\forall x\in(0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	4	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$

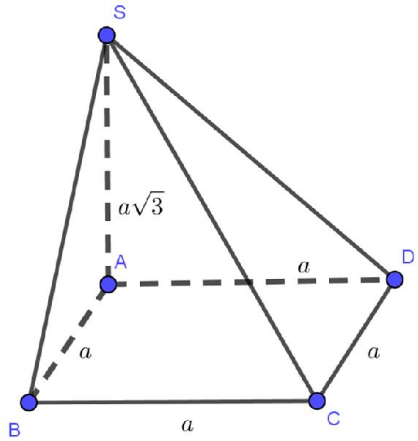
Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.$ABCD$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và diện tích đáy $B = a^2$.

Nên có thể tích $V = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$..

Lời giải

Chọn A

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

Thể tích $V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4}.3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{2}$ có thể tích bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Chiều cao hình lăng trụ: $h = a\sqrt{3}$, diện tích đáy: $S_{đáy} = a^2$

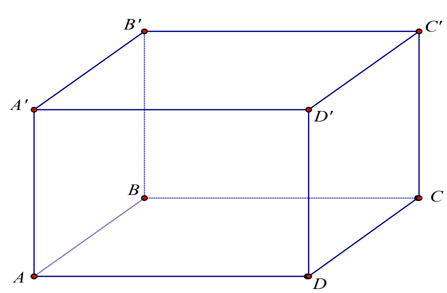
Thể khối lăng trụ là: $V = S_{đáy}.h = a^2.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho hình hộp đứng có một mặt là hình vuông cạnh a và một mặt có diện tích là $3a^2$. Thể tích khối hộp là

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử mặt $ABB'A'$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt $ABCD$ có diện tích bằng $3a^2$.

Do đó chiều cao $h = AA' = a$, diện tích đáy là $B = S_{ABCD} = 3a^2$.

Suy ra thể tích của khối hộp đó là $V = 3a^2 a = 3a^3$.

Câu 11. Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tich khối cầu là

A. $18\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $9\pi a^3$.

Lời giải

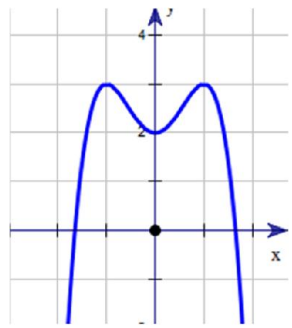
Chọn C

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$ nên $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$

Thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi (3a)^3 = 36\pi a^3$

Câu 12. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị là của hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số a âm.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4.

B. Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5.

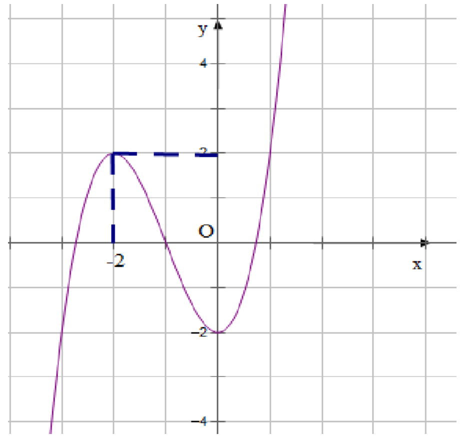
Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$. Vậy hàm số không có giá trị lớn nhất.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **<u>C</u>.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ suy ra tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $D=\mathbb{R}$

Do đó số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)-1}$ chính là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$.

Qua đồ thị ta có: Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)+3}$ nghịch biến trong các khoảng nào sau đây?

A. $(-3;0)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$.

C. $(-\infty;-3)$ và $(-3;0)$. **<u>D</u>.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x)=\dfrac{1}{f(x)+3}$, Điều kiện $f(x)\neq -3$. Như vậy phương án **A** và **C** loại vì trong các miền này chứa giá trị x để $f(x)=-3$.

Ta có: $g'(x)=-\dfrac{f'(x)}{(f(x)+3)^2}$. Theo bảng biến thiên ta nhận thấy trên khoảng $(0;3)$ thì $f'(x)>0\Rightarrow\ g'(x)<0$ và trên khoảng $(-3;0)$ ta có $f'(x)<0\Rightarrow\ g'(x)>0$. Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)+3}$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 16. Tìm m để hàm số $y=x^3+mx^2-3(m+1)x+2m$ đạt cực trị tại điểm $x=-1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2+2mx-3(m+1)$.

Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=-1 \Leftrightarrow y'(-1)=0 \Leftrightarrow 3(-1)^2+2m(-1)-3(m+1)=0$

$\Leftrightarrow 3-2m-3m-3=0 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 17. Đường thẳng $y=2x-1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Số điểm chung của đường thẳng $y=2x-1$ với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$ là số nghiệm của phương trình $2x-1=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

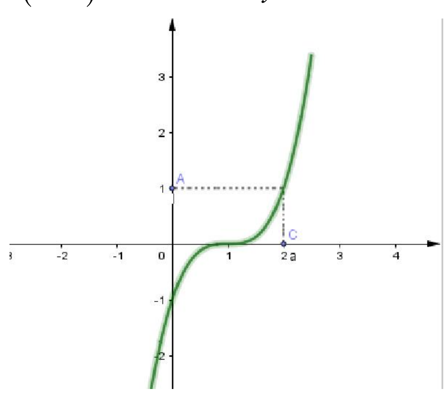
Ta có: $2x-1=\dfrac{x^2-x-1}{x+1} \Leftrightarrow (2x-1)(x+1)=x^2-x-1 \quad (x\neq -1)$

$\Leftrightarrow 2x^2+x-1=x^2-x-1 \Leftrightarrow x^2+2x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-2$.

Vậy đường thẳng và đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm chung.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

A. $y=(x+1)^3$. **B.** $y=(x-1)^3$. **C.** $y=x^3-1$. **D.** $y=x^3+1$.



Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị không có cực trị và đi qua hai điểm $A(1;0);B(2;1)$ do đó ta thấy hàm số $y=(x-1)^3$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19. Hàm số $y=x^3-3x$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 20. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + (2m+3)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $(-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$. **D.** $[-1;3]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ tại một số giá trị của x.

$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Câu 21. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $m + 2M$.

A. $m + 2M = -24$. **B.** $m + 2M = 51$. **C.** $m + 2M = 17$. **D.** $m + 2M = -37$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [0;4] \\ x = 3 \in [0;4] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(0) = 1$; $y(4) = -19$; $y(3) = -26$.

Vậy $m = -26$; $M = 1 \Rightarrow m + 2M = -26 + 2 = -24$.

Câu 22. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có:

+) $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+} y = +\infty \\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y = -\infty \end{cases}$ $\Rightarrow$ đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 23. Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-12x+20$ là

A. $y_{CD}=36$. **B.** $y_{CD}=-4$. **C.** $y_{CD}=-2$. **D.** $y_{CD}=2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-12$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	36	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD}=36$.

Câu 24. Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ liên tục trên $[0;1]$ và có đạo hàm $y'=\dfrac{3}{(2x+1)^2}>0 \forall x\in[0;1]$

Do đó hàm số đồng biến trên đoạn $[0;1]$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ là $y(1)=0$.

Câu 25. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\dfrac{1}{8}$.

+) $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\dfrac{1}{8}$.

+) $\lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=-\infty$.

Vậy hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 26. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

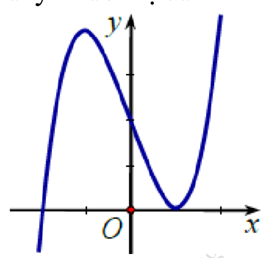
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Vậy chọn đáp án là **B.**

Câu 27. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x + 2$. **C.** $y = x^2 - 3x + 2$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 2$.

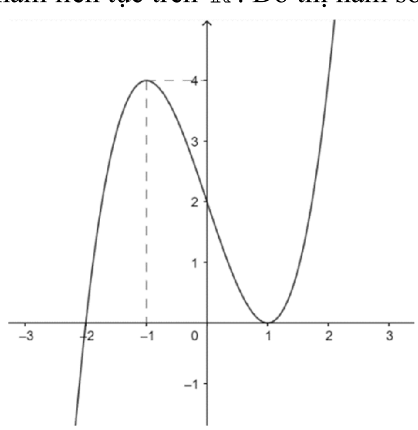
Lời giải

Chọn B

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm bậc ba $\Rightarrow C, D$ loại

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ A loại

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



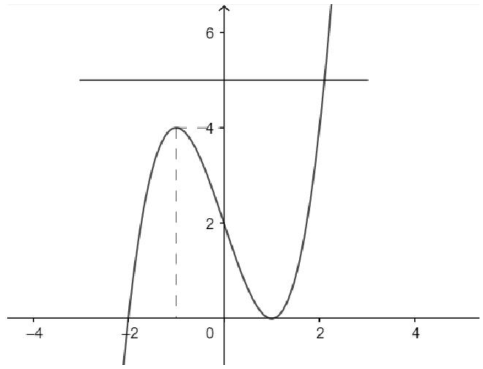
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

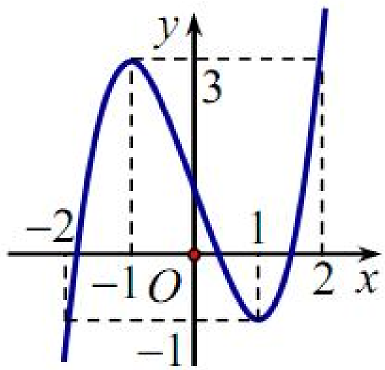
Chọn C

$y' = f'(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$.



Vì 2 đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = 5$ cắt nhau tại 1 điểm và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm ấy.
Suy ra hàm số $y = f(x) - 5x$ có 1 điểm cực trị.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ trên đoạn $[-2;2]$ là



A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

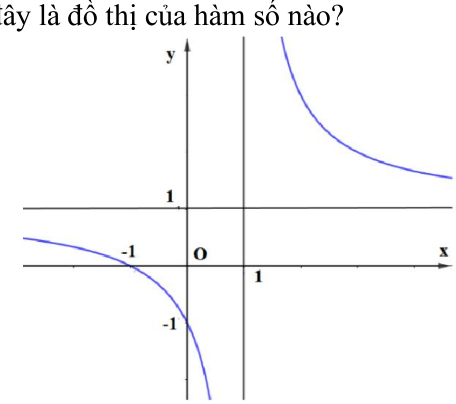
Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$.

Trên đoạn $[-2;2]$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 30. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = \frac{2x-3}{2x-2}$. **D.** $y = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có

- Tiệm cận đứng $x=1$.
- Tiệm cận ngang $y=1$.
- Giao trục Ox tại điểm có hoành độ $x=-1$.
- Giao trục Oy tại điểm có tung độ $y=-1$

Như vậy chỉ có phương án $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ thỏa mãn.

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y=(x+3)^{\frac{3}{2}}-\sqrt[4]{5-x}$ là

A. $D=(-3;5]$. **B.** $D=(-3;+\infty)\setminus\{5\}$.

C. $D=(-3;5)$. **D.** $D=(-3;+\infty)$.

Lời giải

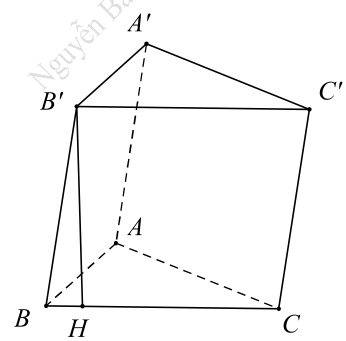
Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+3>0 \\ 5-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3<x\le 5$. Vậy tập xác định là $D=(-3;5]$.

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $(BCC'B')\perp(ABC)$ (gt).

Hạ $B'H\perp BC \Rightarrow B'H\perp(ABC)$ và $\widehat{B'BH}=\widehat{B'BC}=30°$

Suy ra chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $h=B'H=BB'.\sin 30°=2a$.

Diện tích đáy là $S_{đáy}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích của khối lăng trụ là: $V_{LT}=S_{đáy}.h=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

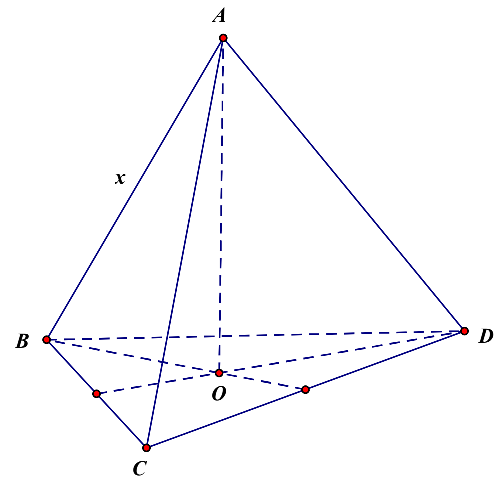
Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là: $V=\dfrac{1}{3}V_{LT}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33. Biết tứ diện đều $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}a^3$. Xác định AB.

A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt độ dài cạnh của tứ diện đều là x.

Ta có: $BO=\frac{2}{3}\frac{x\sqrt{3}}{2}=\frac{x\sqrt{3}}{3}$, $AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{x^2-\frac{x^2}{3}}=\frac{x\sqrt{6}}{3}$

Thể tích khối tứ diện đều này là $V=\frac{1}{3}\frac{x^2\sqrt{3}}{4}.\frac{x\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}x^3}{12}$.

Theo bài ra, ta có: $\frac{\sqrt{2}x^3}{12}=\frac{1}{3}a^3\Leftrightarrow x^3=2\sqrt{2}a^3\Leftrightarrow x=\sqrt{2}a$. Vậy $AB=a\sqrt{2}$.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+2}{9^x}$.

A. $y'=\frac{1+(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$. **B.** $y'=\frac{1-(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$.

C. $y'=\frac{1-2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$. **D.** $y'=\frac{1+2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y'=\frac{9^x-(x+2)9^x\ln 9}{(9^x)^2}=\frac{1-2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là: $S=\{1;2\}$

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{1-x}{2^x}$

A. $y'=\frac{2-x}{2^x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{(2^x)^2}$.

C. $y'=\frac{x-2}{2^x}$. **D.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{2^x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{(1-x)'.2^x - (2^x)'.(1-x)}{(2^x)^2} = \dfrac{-1.2^x - 2^x.\ln 2.(1-x)}{(2^x)^2} = \dfrac{\ln 2.(x-1)-1}{2^x}$

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 36. Ông An gửi 320 triệu đồng vào ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu(số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị).

A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. **B.** 200 triệu đồng và 120 triệu đồng.
C. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng. **D.** 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tiền ông An gửi ngân hàng ACB là x (triệu đồng).

Gọi số tiền ông An gửi ngân hàng VietinBank là y (triệu đồng).

Theo giả thiết ta có: $x + y = 320.000.000\ (1)$.

Và $x(1+2,1\%)^5 + y(1+0,7x)^9 = 320.000.000 + 26670725,95\ (2)$.

Giải hệ phương trình $(1),(2)$ ta thu được $x = 120.000.000,\ y = 200.000.000$.

Vậy $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{5}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = (1-m^3)x^3 + 3x^2 + (4-m)x + 2$, với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2018;2018]$ sao cho $f(x) \geq 0, \forall x \in [2;4]$?

A. 4037. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

□**Điều kiện cần:**

$$\begin{cases} f(2) \geq 0 \\ f(4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(1-m^3) + 12 + 2(4-m) + 2 \geq 0 \\ 64(1-m^3) + 48 + 4(4-m) + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m^3 + 2m - 30 \leq 0 \\ 64m^3 + 4m - 130 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)(4m^2+6m+10) \leq 0 \\ (4m-5)(16m^2+20m+26) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{3}{2} \\ m \leq \dfrac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \dfrac{5}{4}.$$

Do $m \in [-2018;2018]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2018;-2017;...;-1;0;1\}$.

□ **Điều kiện đủ:**

-Với $m = 1$, ta có: $f(x) = 3x^2 + 3x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Thỏa mãn đề bài.

-Với $m \leq 0$, ta có:

$f(x) = (1-m^3)x^3 + 3x^2 + (4-m)x + 2 \Leftrightarrow f(x) = -m^3x^3 - mx + x^3 + 3x^2 + 4x + 2$

Khi đó: $f'(x) = -3m^3x^3 - m + 3x^2 + 6x + 4 = -m(3m^3x^2 + 1) + 3x^2 + 6x + 4$.

Do $m \leq 0$ nên $-m(3m^3x^2 + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

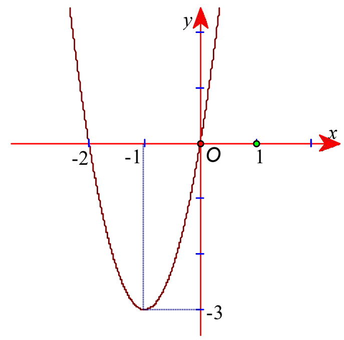
Mà $3x^2 + 6x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Rightarrow$ Thỏa mãn đề bài

Do đó $m \leq 0$ thỏa mãn.

Vậy, $m \in \{-2018;-2017;...;-1;0;1\}$ nên có tất cả 2020 số nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. -4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $y=f'(x)$ là một Parabol có đỉnh $I(-1;-3)$ và đi qua các điểm $O(0;0),(-2;0)$. Suy ra $f'(x)=3x^2+6x \Rightarrow f(x)=\int(3x^2+6x)dx=x^3+3x^2+C$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+3x^2+C$ tiếp xúc với trục hoành $y=0$ tại điểm có hoành độ âm $\Rightarrow$

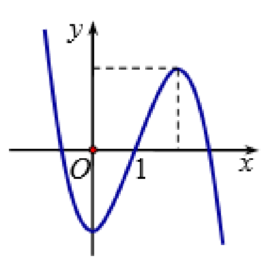
Hệ phương trình $\begin{cases}x^3+3x^2+C=0\\3x^2+6x=0\end{cases}$ có nghiệm âm.

Hệ phương trình $\begin{cases}x^3+3x^2+C=0\\3x^2+6x=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}C=-x^3-3x^2\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\C=-4\end{cases}$.

Vậy hàm số $y=f(x)=x^3+3x^2-4$.

Tìm giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+3x^2-4$ với trục $Oy: x=0$ suy ra $y=-4$.

Câu 39. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C). Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1. Hỏi Δ và (C) có bao nhiêu điểm chung?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

• Gọi $a,b\,(a<b)$ là hai nghiệm còn lại của phương trình $f'(x)=0$.

• Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		a		1		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(a)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(b)$	$\searrow$	$-\infty$

• Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điểm có hoành độ bằng 1 là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C)

$\Rightarrow$ Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 và đồ thị (C) có 3 điểm chung.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m+\sqrt{m+1+\sqrt{1+\sin x}}=\sin x$ có nghiệm là đoạn $[a;b]$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=4a-\frac{1}{b}-\sqrt{2}$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{1+\sin x}\Rightarrow \sin x=t^2-1$.

Vì $-1\le \sin x\le 1\Leftrightarrow 0\le 1+\sin x\le 2\Leftrightarrow 0\le\sqrt{1+\sin x}\le\sqrt{2};\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $0\le t\le\sqrt{2}$.

Khi đó ta có phương trình $m+\sqrt{m+1+t}=t^2-1\Leftrightarrow(m+1+t)+\sqrt{m+1+t}=t^2+t$ (2).

Xét hàm số $f(t)=t^2+t,\ t\in\left[0;\sqrt{2}\right]\Rightarrow f'(t)=2t+1>0;\ \forall t\in\left[0;\sqrt{2}\right]$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)=t^2+t$ luôn đồng biến trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Khi đó phương trình $(2)\Leftrightarrow t=\sqrt{m+1+t}\Leftrightarrow t^2=m+1+t\Leftrightarrow m=t^2-t-1$ (3).

Bảng biên thiên của hàm số $y=t^2-t-1$ trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$.

t	0		$\frac{1}{2}$		$\sqrt{2}$
$y=t^2-t-1$	-1	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$1-\sqrt{2}$

Vậy để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow(3)$ có nghiệm $t\in\left[0;\sqrt{2}\right]\Leftrightarrow-\frac{5}{4}\le m\le 1-\sqrt{2}$.

Do đó $a=-\frac{5}{4};b=1-\sqrt{2}\Rightarrow T=4a-\frac{1}{b}-\sqrt{2}=-4$.

Câu 41. Gọi T là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{16x+m-4}=4x^2-18x+4-m$ có đúng 1 nghiệm. Tính tổng số phần tử của T.

A. 0. **B.** 20. **C.** -20. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

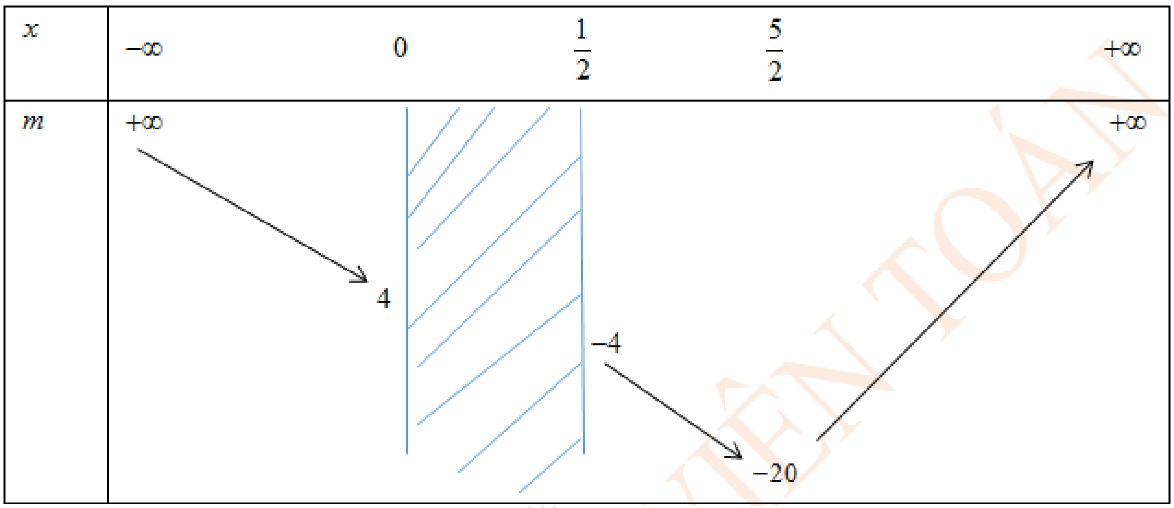
Đặt $\sqrt{16x+m-4}=y$, $y\ge 0$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2-18x+4-m=y \\ 16x+m-4=y^2 \quad (1) \end{cases}$.

Cộng từng vế ta có $4x^2-2x=y^2+y \Leftrightarrow 4x^2-y^2-2x-y=0 \Leftrightarrow (2x+y)(2x-y)-(2x+y)=0$

$$(2x+y)(2x-y-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-2x \\ y=2x-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le 0 \\ m=4x^2-16x+4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ m=4x^2-20x+5 \end{cases} \end{array}\right.$$

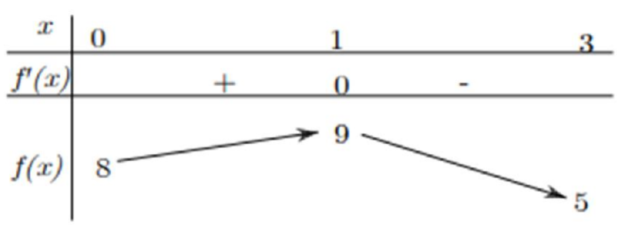
Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy phương trình đã cho có 1 nghiệm khi

$\left[\begin{array}{l} -4<m<4 \\ m=-20 \end{array}\right. \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;-20\}$ nên chọn **C**

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x)\ge mx^2(x^2-2)+2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5\le f(x)\le 9, \forall x\in[0;3]$.

Ta có: $f(x)\ge mx^2(x^2-2)+2m \Leftrightarrow m\le \dfrac{f(x)}{x^4-2x^2+2} \Leftrightarrow m\le \dfrac{f(x)}{(x^2-1)^2+1}\le \dfrac{9}{1}$

(Do $\max\limits_{[0;3]} f(x)=f(1)=9$ và $\min\limits_{[0;3]}\left[(x^2-1)^2+1\right]=1$ khi $x=1$)

$\Rightarrow \max\limits_{[0;3]} \dfrac{f(x)}{\left(x^2-1\right)^2+1} = 9$ khi $x=1 \Rightarrow m \le 9$.

Do đó, để bất phương trình $f(x) \ge mx^2\left(x^2-2\right)+2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ thì $m \le 9$.

Mà $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \{1;2;..,9\}$ nên số phần tử của S là 9.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 43. Một hình hộp chữ nhật có kích thước $a(\text{cm}) \times b(\text{cm}) \times c(\text{cm})$, trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \le a \le b \le c$. Gọi $V\left(\text{cm}^3\right)$ và $S\left(\text{cm}^2\right)$ lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 10. **B.** 12. **C.** 21. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp: $V = a.b.c$.

Diện tích toàn phần của hình hộp $S = 2(ab+ac+bc)$.

Theo bài ra có $a.b.c = 2(ab+ac+bc) \Leftrightarrow \dfrac{ab+ac+bc}{abc} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2}$.

Do $1 \le a \le b \le c \Rightarrow \dfrac{1}{a} \ge \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{1}{c} \Rightarrow \dfrac{3}{a} \ge \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \ge \dfrac{3}{c}$.

$\Rightarrow \dfrac{3}{a} \ge \dfrac{1}{2} \ge \dfrac{3}{c} \Rightarrow \begin{cases} a \le 6 \\ c \ge 6 \end{cases}$

Ta có: $\dfrac{1}{a} < \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a > 2$.

Vậy $a = 3;\ 4;\ 5;\ 6$.

+ $a = 6$, ta có: $\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{3}$.

Do $b \le c$ nên $\dfrac{1}{c} \le \dfrac{1}{b} \Rightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \le \dfrac{2}{b}$ hay $\dfrac{1}{3} \le \dfrac{2}{b} \Rightarrow b \le 6$.

$\Rightarrow a = 6;\ b = 6;\ c = 6$.

+ $a = 5$, ta có $\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{3}{10}$.

Làm tương tự như trên ta có: $\dfrac{3}{10} \le \dfrac{2}{b} \Rightarrow b \le \dfrac{20}{3} = 6,67$.

Với $b = 5 \Rightarrow c = 10\left(nhận\right)$.

Với $b = 6 \Rightarrow c = \dfrac{15}{2}\left(loại\right)$.

+ $a = 4$, ta có: $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{4}$.

Ta có: $\dfrac{1}{4} \le \dfrac{2}{b} \Rightarrow b \le 8$.

Thử lần lượt với các giá trị của $b = 4;5;\ 6;\ 7;8$ ta có các bộ số (a,b,c) sau:

$(4,5,20)$; $(4,6,12)$; $(4,8,8)$

+ $a = 3$, ta có $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{6}$.

Ta lại có $\frac{1}{6} \le \frac{2}{b} \Rightarrow b \le 12$.

Kiểm tra lần lượt các giá trị của b từ 3 đến 12 ta có được các bộ số (a,b,c) sau:

$(3,7,42)$; $(3,8,24)$; $(3,9,18)$; $(3,10,15)$; $(3,12,12)$.

Vậy có 10 bộ số.

Câu 44. Cho hàm số $f'(x)=(x-2)^2(x^2-4x+3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=f(x^2-10x+m+9)$ có 5 điểm cực trị?

A. 18. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$, $x=2$ là nghiệm kép nên khi qua giá trị $x=2$ thì $f'(x)$ không bị đổi dấu.

Đặt $g(x)=f(x^2-10x+m+9)$ khi đó $g'(x)=f'(u).(2x-10)$ với $u=x^2-10x+m+9$.

Nên $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-10=0 \\ (x^2-10x+m+9-2)^2=0 \\ x^2-10x+m+9=1 \\ x^2-10x+m+9=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ (x^2-10x+m+9-2)^2=0 \\ x^2-10x+m+8=0 \ (1) \\ x^2-10x+m+6=0 \ (2) \end{array}\right.$

Hàm số $y=f(x^2-10x+m+9)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $g'(x)$ đổi dấu 5 lần

Hay phương trình (1) và phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác 5

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1' > 0 \\ \Delta_2' > 0 \\ h(5) \ne 0 \\ p(5) \ne 0 \end{cases}$, (Với $h(x)=x^2-10x+m+8$ và $p(x)=x^2-10x+m+6$).

$\Leftrightarrow \begin{cases} 17-m>0 \\ 19-m>0 \\ -17+m \ne 0 \\ -19+m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<17$.

Vậy có 16 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2019. **B.** 2017. **C.** 2020. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn C

Gọi tiếp điểm là $M\left(x_0;\frac{x_0+2}{x_0-1}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0=\dfrac{-3}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+2}{x_0-1}$ (d).

(d) qua $A(0;a)$ $\Rightarrow \dfrac{3x_0}{(x_0-1)^2}+\dfrac{x_0+2}{x_0-1}=a \Leftrightarrow (a-1)x_0^2-2(a+2)x_0+a+2=0,(x_0\neq 1)$ (1)

Từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm x_0 phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=(a+2)^2-(a-1)(a+2)>0\\ a-1-2(a+2)+a+2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow a>-2$. Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2.

Hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành

$\Leftrightarrow y_1.y_2<0 \Leftrightarrow \dfrac{(x_1+2)(x_2+2)}{(x_1-1)(x_2-1)}<0 \Leftrightarrow \dfrac{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\dfrac{a+2}{a-1}+2\dfrac{2(a+2)}{a-1}+4}{\dfrac{a+2}{a-1}-\dfrac{2(a+2)}{a-1}+1}<0 \Leftrightarrow \dfrac{9a+6}{-3}<0 \Leftrightarrow 3a+2>0 \Leftrightarrow a>-\dfrac{2}{3}$.

Vậy $a>-\dfrac{2}{3}$. Mà a nguyên và $a\in[-2018;2018] \Rightarrow a\in\{0;1;2;...;2018\}$. Vậy có 2019 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C), điểm M thay đổi thuộc đường thẳng $d: y=1-2x$ sao cho qua M có hai tiếp tuyến của (C) với hai tiếp điểm tương ứng là A, B. Biết rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định là H. Tính độ dài đường thẳng OH.

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{58}$.

Lời giải

Chọn D

• $M\in d: y=1-2x \Rightarrow M(m;1-2m)$.

• Phương trình đường thẳng đi qua M có dạng: $y=kx+1-2m-km$.

• Điều kiện để qua M có hai tiếp tuyến với (C) là:

$\begin{cases}\dfrac{x+3}{x-1}=kx+1-2m-km\\ k=-\dfrac{4}{(x-1)^2}\end{cases}$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \dfrac{x+3}{x-1}=-\dfrac{4x}{(x-1)^2}+1-2m+\dfrac{4m}{(x-1)^2}$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow mx^2+2(2-m)x-m-2=0$ (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1\end{cases}$

• Khi đó, 2 nghiệm của phương trình (*) là hoành độ của hai điểm A, B.

+) Cho $m=2$: $2x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2} \Rightarrow A\left(\sqrt{2};5+4\sqrt{2}\right), B\left(-\sqrt{2};5-4\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AB: $y=4x+5$.

+) Cho $m=3$: $3x^2-2x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{3} \end{array}\right. \Rightarrow A'(-1;-1), B'\left(\dfrac{5}{3};7\right)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng *A'B'*: $y=3x+2$.

• *H* là điểm cố định nên *H* là giao điểm của hai đường thẳng *AB* và *A'B'*:

$$\begin{cases} 4x_H-y_H=-5 \\ 3x_H-y_H=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H=3 \\ y_H=7 \end{cases} \Rightarrow H(3;7)$$

$\Rightarrow OH=\sqrt{58}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $|f(x+h)-f(x-h)| \le h^2, \forall x\in\mathbb{R}, \forall h>0$. Đặt $g(x)=[x+f'(x)]^{2019}+[x+f'(x)]^{29-m}-(m^4-29m^2+100)\sin^2 x-1$, m là tham số nguyên và $m<27$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 108. **B.** 58. **C.** 100. **D.** 50.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\forall h>0$ thì $|f(x+h)-f(x-h)|\le h^2 \Leftrightarrow -h \le \dfrac{f(x+h)-f(x)+f(x)-f(x-h)}{h} \le h$

$\Leftrightarrow -h \le \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}+\dfrac{f(x-h)-f(x)}{-h} \le h$.

Suy ra $\lim\limits_{h\to 0^+}(-h) \le \lim\limits_{h\to 0^+}\left[\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}+\dfrac{f(x-h)-f(x)}{-h}\right] \le \lim\limits_{h\to 0^+} h$

$\Rightarrow 0 \le f'(x)+f'(x) \le 0 \Rightarrow f'(x)=0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $g(x)=x^{2019}+x^{29-m}-(m^4-29m^2+100)\sin^2 x-1$

$\Rightarrow g'(x)=2019x^{2018}+(29-m)x^{28-m}-(m^4-29m^2+100)\sin 2x$

$\Rightarrow g''(x)=2019.2018.x^{2017}+(29-m)(28-m)x^{27-m}-2(m^4-29m^2+100)\cos 2x$

Dễ thấy $g'(0)=0, \forall m<27$.

Xét $g''(0)=-2(m^4-29m^2+100)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2=4 \\ m^2=25 \end{array}\right.$.

* Khi $m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$:

\+ $m=2$ ta có $g(x)=x^{2019}+x^{27}-1$ có $g'(x)=x^{26}(2019x^{1992}+27)$ không đổi dấu khi qua $x=0$.

\+ $m=-2$ ta có $g(x)=x^{2019}+x^{31}-1$ có $g'(x)=x^{30}(2019x^{1988}+31)$ không đổi dấu khi qua $x=0$.

* Khi $m^2=25 \Leftrightarrow m=\pm 5$:

\+ $m=5$ ta có $g(x)=x^{2019}+x^{24}-1$ có $g'(x)=x^{23}(2019x^{1995}+24)$ đổi dấu khi qua $x=0$ và $x=-\sqrt[1995]{\dfrac{24}{2019}}$. Trường hợp này hàm đạt cực tiểu tại $x=0$.

\+ $m=-5$ ta có $g(x)=x^{2019}+x^{34}-1$ có $g'(x)=x^{33}(2019x^{1985}+34)$ đổi dấu khi qua $x=0$ và $x=-\sqrt[1985]{\dfrac{34}{2019}}$. Trường hợp này hàm đạt cực tiểu tại $x=0$.

*Nếu $4 < m^2 < 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < m < 5 \\ -5 < m < -2 \end{array}\right.$ thì $g''(0) > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

*Nếu $m^2 < 4$ hoặc $m^2 > 25$ thì $g''(0) < 0$ nên hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy các giá trị nguyên của $m < 27$ để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ là $S = \{-5;-4;-3;3;4;5\}$.

Tổng bình phương các phần tử của S là 100.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \ldots + \dfrac{x^{2019}}{2019!} - e^x & \text{khi } x \ge 0 \\ -x^2 - 10x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương và chia hết cho 5 của tham số m để bất phương trình $m - f(x) \le 0$ có nghiệm?

A. 5. **B.** 25. **C.** 6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

+ $m - f(x) \le 0$ có nghiệm. $\Leftrightarrow m \le f(x)$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow m \le \max\limits_{\mathbb{R}} f(x)$

+ Đặt $g_{2019}(x) = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \ldots + \dfrac{x^{2019}}{2019!} - e^x$ và $g_k(x) = g_{k+1}{}'(x)$. Khi đó

$g_0(x) = 1 - e^x \le 0, \forall x \ge 0 \Rightarrow g_1(x)$ nghịch biến trên $[0;+\infty) \Rightarrow g_1(x) \le g_1(0) = 1 - e < 0, \forall x \ge 0$.

Suy ra $g_2(x)$ nghịch biến trên $[0;+\infty)$. Tương tự, $g_{2019}(x)$ nghịch biến trên $[0;+\infty)$. Say ra

$\underset{[0;+\infty)}{Max} f(x) = g(0) = 1 - e$.

Mặt khác $\underset{(-\infty;0)}{Max} f(x) = \underset{(-\infty;0)}{Max}\{-x^2 - 10x\} = 25$.

Vậy $\Leftrightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = 25$, do đó $\Leftrightarrow m \le 25$. Suy ra $m \in \{5;10;15;20;25\}$

Câu 49. Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mồng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định $0,8\%$ /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo(lãi kép). Vào ngày mồng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do có việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường $(30/06/2018)$ anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền(làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

A. $49.024.000$ đồng. **B.** $47.401.000$ đồng.
C. $46.641.000$ đồng. **D.** $45.401.000$ đồng.

Lời giải

Chọn C

Đặt $r = 0,8\% = 0,008$; $V_o = 3.000.000$

+) Tính tổng số tiền anh sinh viên vay từ 01/09/2014 đến hết 30/08/2016 (24 tháng)

- Số tiền anh vay sau tháng thứ nhất, thứ hai, thứ 3,., tháng thứ 24 lần lượt là:

$V_1 = V_o(1+r)$

$V_2 = (V_1 + V_o)(1+r) = V_o(1+r)^2 + V_o(1+r)$

$V_3 = (V_2 + V_o)(1+r) = V_o(1+r)^3 + V_o(1+r)^2 + V_o(1+r)$

....

$V_{24} = V_o(1+r)^{24} + V_o(1+r)^{23} + \ldots + V_o(1+r)$

$= V_o(1+r) \times \dfrac{(1+r)^{24} - 1}{r} \approx 79.661.701$(đồng) = T

+) Tính số tiền anh sinh viên còn nợ sau mỗi tháng, tính từ 01/09/2016 đến hết 30/06/2018(22 tháng). Đặt $T_o = 2.000.000$

- Số tiền anh còn nợ sau tháng thứ nhất, thứ hai, thứ 3,., tháng thứ 22 lần lượt là:

$T_1 = (T - T_o)(1+r) = T(1+r) - T_o(1+r)$

$T_2 = (T_1 - T_o)(1+r) = T(1+r)^2 - T_o(1+r)^2 - T_o(1+r)$

$T_3 = (T_2 - T_o)(1+r) = T(1+r)^3 - T_o(1+r)^3 - T_o(1+r)^2 - T_o(1+r)$

....

$T_{22} = (T_{21} - T_o)(1+r) = T(1+r)^{22} - T_o(1+r)^{22} - T_o(1+r)^{21} - ... - T_o(1+r)$

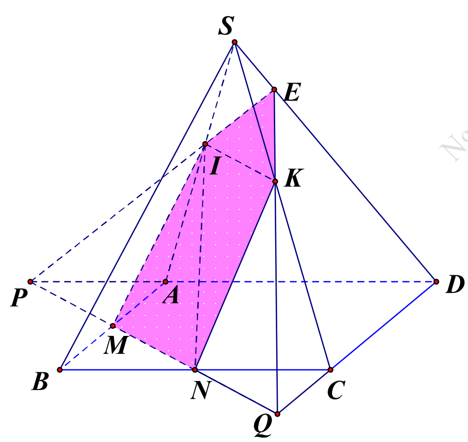
$= T(1+r)^{22} - T_o(1+r) \times \dfrac{(1+r)^{22} - 1}{r} \approx 46.641.000$ (đồng)

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chọp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\dfrac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k = \dfrac{IA}{IS}$?

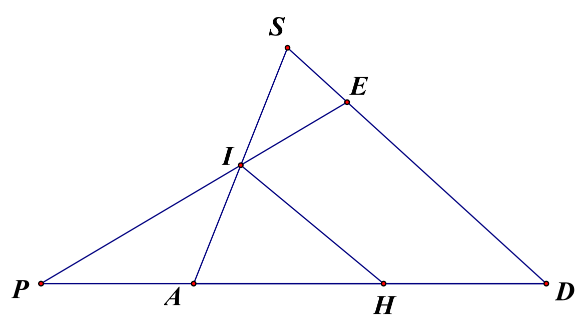
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Hình 1



Hình 2

Mặt phẳng (MNI) cắt khối chóp theo thiết diện như hình 1. Đặt $V_{S.ABCD} = V$.

Ta có $S_{\Delta APM} = S_{\Delta BMN} = \dfrac{1}{4} S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{8} S_{ABCD} \Rightarrow \dfrac{S_{\Delta APM}}{S_{ABCD}} = \dfrac{1}{8}$.

$\dfrac{d(I,(ABCD))}{d(S,(ABCD))} = \dfrac{IA}{SA} = \dfrac{k}{k+1}$.

$\Rightarrow \dfrac{V_{I.APM}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{S_{\Delta APM}}{S_{ABCD}} . \dfrac{d(I,(ABCD))}{d(S,(ABCD))} = \dfrac{k}{8(k+1)} \Rightarrow V_{I.APM} = \dfrac{k}{8(k+1)} V$.

Do $MN // AC \Rightarrow IK // AC \Rightarrow IK // (ABCD) \Rightarrow d(I;(ABCD)) = d(K;(ABCD))$.

Mà $S_{\Delta APM} = S_{\Delta NCQ} . \Rightarrow V_{I.APM} = V_{K.NCQ} = \dfrac{k}{8(k+1)} V$.

Kẻ $IH//SD$ ($H \in SD$) như hình 2. Ta có :

$\dfrac{IH}{SD} = \dfrac{AH}{AD} = \dfrac{AI}{AS} = \dfrac{k}{k+1}$.

$\dfrac{IH}{ED} = \dfrac{PH}{PD} = \dfrac{PA}{PD} + \dfrac{AH}{PD} = \dfrac{PA}{PD} + \dfrac{2AH}{3AD} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2k}{3(k+1)} = \dfrac{3k+1}{3(k+1)}$.

$\Rightarrow \dfrac{ED}{SD} = \dfrac{IH}{SD} : \dfrac{ID}{ED} = \dfrac{3k}{3k+1} \Rightarrow \dfrac{d(E,(ABCD))}{d(S,(ABCD))} = \dfrac{ED}{SD} = \dfrac{3k}{3k+1}$.

$\dfrac{S_{\Delta PQD}}{S_{ABCD}} = \dfrac{9}{8} \Rightarrow \dfrac{V_{E.PQD}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{27k}{24k+8} \Rightarrow V_{E.PQD} = \dfrac{27k}{24k+8}V$.

$V_{EIKAMNCD} = \dfrac{13}{20}V \Leftrightarrow V_{E.PDC} - V_{I.APM} - V_{K.NQC} = \dfrac{13}{20}V$

$\Leftrightarrow \dfrac{27k}{8(3k+1)}V - \dfrac{k}{8(k+1)}V - \dfrac{k}{8(k+1)}V = \dfrac{13}{20}V$

$\Leftrightarrow \dfrac{27k}{2(3k+1)} - \dfrac{k}{k+1} = \dfrac{13}{5} \Leftrightarrow k = \dfrac{2}{3}$

Đề 5 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(a^2b^3\right)$ bằng

A. $6\left(\ln a+\ln b\right)$. **B.** $2\ln a+3\ln b$. **C.** $6\ln a+\ln b$. **D.** $\frac{1}{2}\ln a+\frac{1}{3}\ln b$.

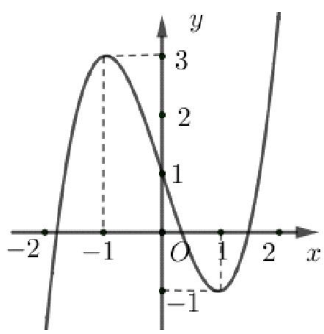
Câu 2. Cho a là số thực dương khác 3. Tính $I=\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right)$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{1}{2}$. **D.** $I=-2$.

Câu 3. Tìm đạo hàm của hàm số $y=15^x$.

A. $y'=x.15^{x-1}$. **B.** $y'=15^x\ln 15$. **C.** $y'=15^x$. **D.** $y'=\frac{15^x}{\ln 15}$.

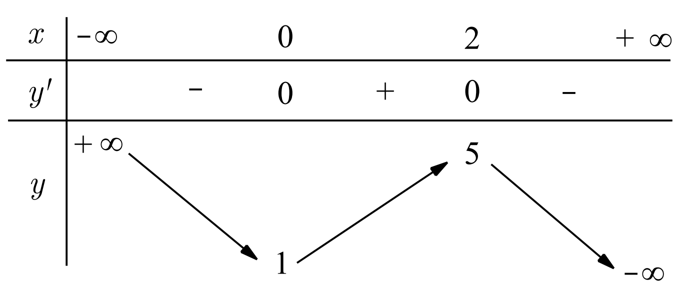
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 7. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** B^2h. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 9. Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $66\,cm^3$.Tính thể tích khối tứ diện $A'.ABC$.

A. $11\,cm^3$. **B.** $33\,cm^3$. **C.** $44\,cm^3$. **D.** $22\,cm^3$.

Câu 10. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

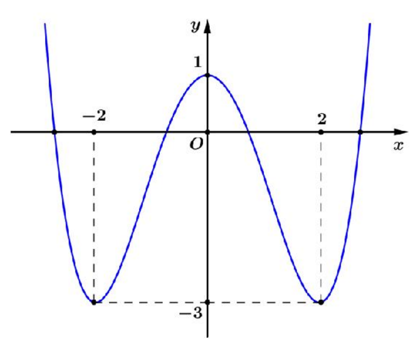
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $\left[1;2\right]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m>10$. **B.** $8<m<10$. **C.** $0<m<4$. **D.** $4<m<8$.

Câu 19. Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{7-x}$ là

A. $\left[3;7\right]$. **B.** $\left[0;2\sqrt{2}\right]$. **C.** $\left(3;7\right)$. **D.** $\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

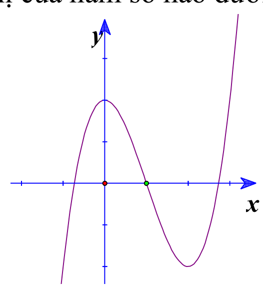
Câu 20. Cho hàm số $f\left(x\right)$ với bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 21. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+2$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3 . **C.** 5 . **D.** 2 .

Câu 24. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x-7$ trên đoạn $[-4;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 33 . **B.** 25 . **C.** 32 . **D.** 8 .

Câu 25. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3 . **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 2 .

Câu 26. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 27. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 7 phút. **C.** 8 phút. **D.** 12 phút.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V với M,N lần lượt là trung điểm AB,CD. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của $MNBC$ và $MNDA$. Tính tỉ lệ $\dfrac{V_1+V_2}{V}$.

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O là giao điểm AC và BD. Thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu lần thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 30. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích V, đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA. Tính thể tích khối chóp M.CNPQ theo V .

A. $\dfrac{3V}{8}$ **B.** $\dfrac{3V}{4}$ **C.** $\dfrac{V}{16}$ **D.** $\dfrac{3V}{16}$

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Câu 34. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 35. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$.

A. $\min\limits_{[0;1]} y=-4; \max\limits_{[0;1]} y=-3$.

B. $\min\limits_{[0;1]} y=-4; \max\limits_{[0;1]} y=3$.

C. $\min\limits_{[0;1]} y=-3; \max\limits_{[0;1]} y=4$.

D. $\min\limits_{[0;1]} y=3; \max\limits_{[0;1]} y=4$.

Câu 36. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ vuông góc với đường thẳng $y=x+1$ có phương trình

A. $y=-x-1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x-1$.

Câu 37. Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=\dfrac{10}{3}$. **B.** $S=9$. **C.** $S=10$. **D.** $S=5$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 38. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+mx+2018$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(3;4)$. Tính số phần tử của tập hợp S?

A. 10. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 40. Hàm số $y=mx^4+(m^2+m)x^2-2019$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m\in(-1;0)\cup(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$. **C.** $m\in[-1;+\infty)$. **D.** $[-1;0)\cup(0;+\infty)$.

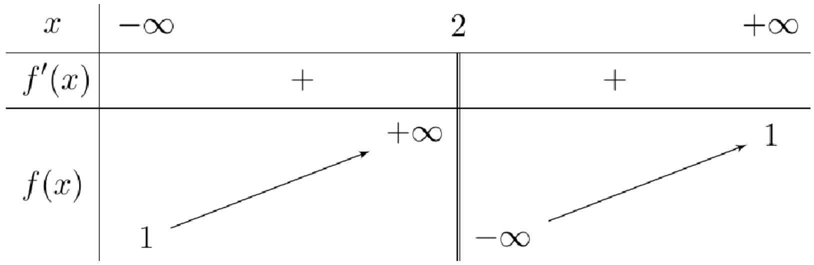
Câu 41. Hàm số trùng phương $y=f(x)=x^4+ax^2+b$ có giá trị cực tiểu bằng 2 và giá trị cực đại bằng 4. Tìm điều kiện cần và đủ của m để $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m\in\{4\}$. **B.** $m\in\{2\}\cup(4;+\infty)$. **C.** $m\in(2;4)$. **D.** $m\in(-\infty;2)\cup[4;+\infty)$.

Câu 42. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019x}{\sqrt{17x^2-1}-m|x|}$ có bốn đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang). Tính số phần tử của tập S.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

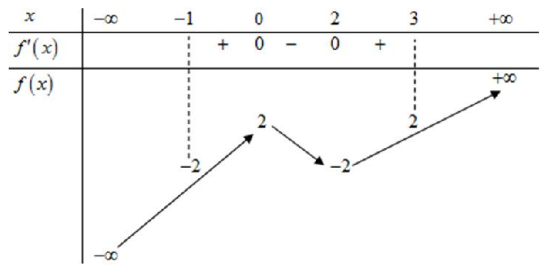
Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(1-2\sin x\right)=f\left(\left|m\right|\right)$ có nghiệm thực?

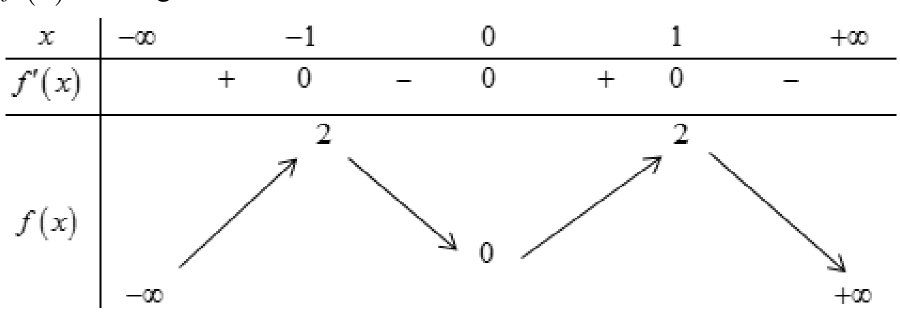
A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 45. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của $A'B'$, BC, CC'. Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ chia khối lăng trụ thành hai phần, phần chứa điểm B gọi là V_1. Gọi V là thể tích khối lăng trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{49}{144}$. **B.** $\frac{95}{144}$. **C.** $\frac{73}{144}$. **D.** $\frac{49}{95}$.

Câu 46. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f\left(\sin x\right)=1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x$ $\left(C\right)$. Gọi A,B,C,D là bốn điểm trên đồ thị $\left(C\right)$ với hoành độ lần lượt là a,b,c,d sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại A,C song song với nhau và đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích $abcd$.

A. 60. **B.** 120. **C.** 144. **D.** 180.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=2$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1. Tổng giá trị của các phần tử thuộc S bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a; $SA=SB=SC=a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.D	6.C	7.A	8.C	9.D	10.B
11.D	12.C	13.D	14.B	15.D	16.C	17.B	18.B	19.D	20.C
21.D	22.A	23.B	24.C	25.C	26.C	27.C	28.B	29.D	30.D
31.B	32.D	33.D	34.B	35.A	36.C	37.D	38.C	39.A	40.D
41.B	42.C	43.C	44.D	45.A	46.C	47.B	48.B	49.B	50.C

Đề 5	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(a^2b^3\right)$ bằng

A. $6(\ln a+\ln b)$. **B.** $2\ln a+3\ln b$. **C.** $6\ln a+\ln b$. **D.** $\frac{1}{2}\ln a+\frac{1}{3}\ln b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln\left(a^2b^3\right)=\ln a^2+\ln b^3=2\ln a+3\ln b$.

Câu 2. Cho a là số thực dương khác 3. Tính $I=\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right)$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{1}{2}$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right)=\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a}{3}\right)^2=2$.

Câu 3. Tìm đạo hàm của hàm số $y=15^x$.

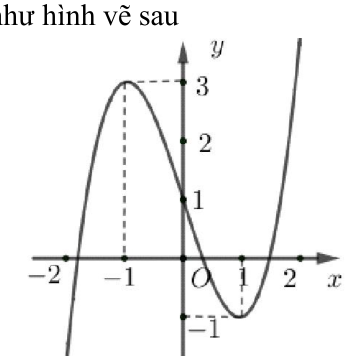
A. $y'=x.15^{x-1}$. **B.** $y'=15^x\ln 15$. **C.** $y'=15^x$. **D.** $y'=\frac{15^x}{\ln 15}$.

Lời giải

Chọn B

$y=15^x \Rightarrow y'=15^x\ln 15$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



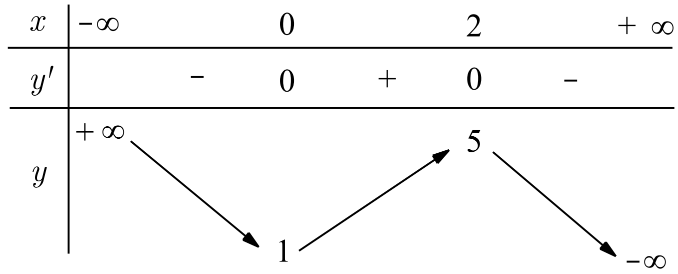
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=1$.

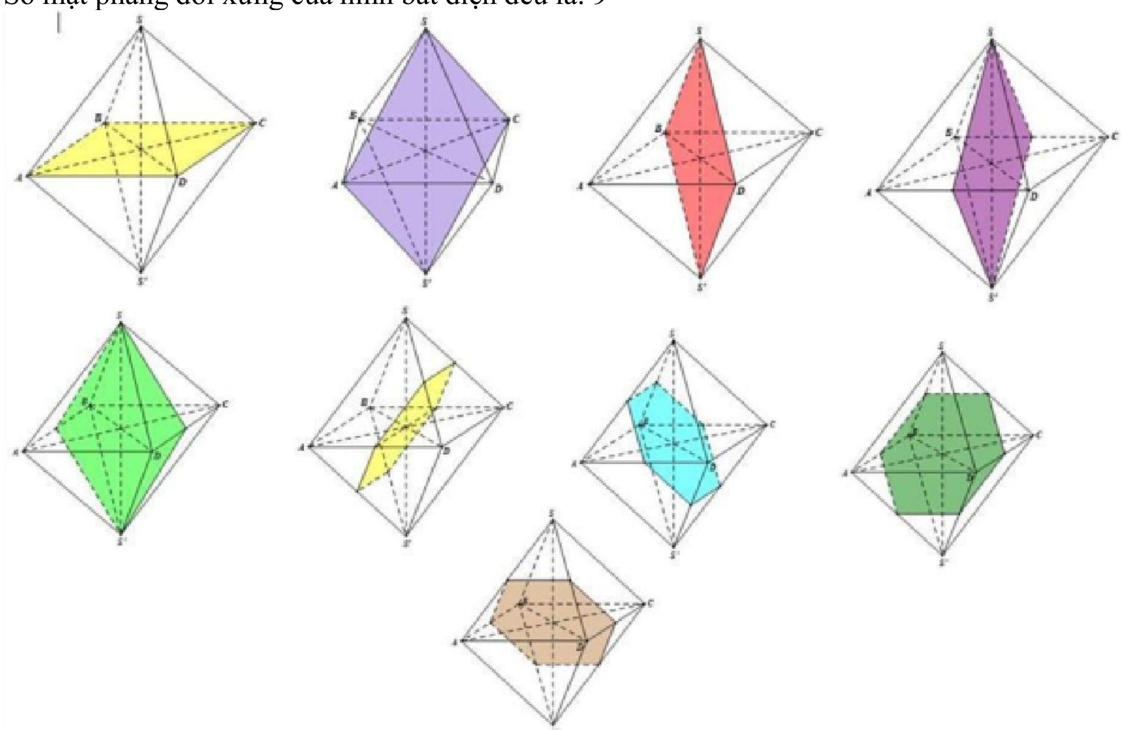
Câu 6. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là: 9



Câu 7. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** B^2h. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn A

(Công thức tính thể tích hình chóp).

Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn C

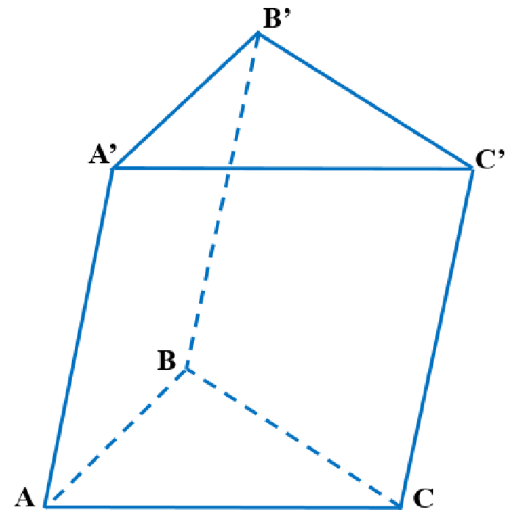
Thể tích của khối lăng trụ là: $V = S_{đáy}.h = a^2.3a = 3a^3$.

Câu 9. Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $66\,cm^3$.Tính thể tích khối tứ diện $A'.ABC$.

A. $11cm^3$. **B.** $33\,cm^3$. **C.** $44\,cm^3$. **D.** $22\,cm^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.\mathrm{d}\left(A',\left(ABC\right)\right).S_{ABC} = \frac{1}{3}.V_{A'B'C'.ABC} = 22\,cm^3$.

Câu 10. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

Câu 12. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.
Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

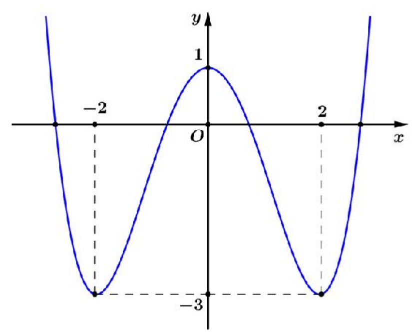
Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$

Suy ra $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ là

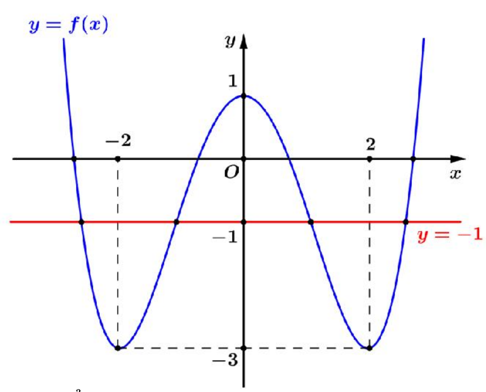


A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-1$ (hình vẽ).



Dựa vào đồ thị ta thấy có 4 giao điểm.
Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-5;5]$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có

+ $\lim\limits_{x\to(-5)^+}\frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-5$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to5^-}\frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}=+\infty$ nên đường thẳng $x=5$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 18. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m>10$. **B.** $8<m<10$. **C.** $0<m<4$. **D.** $4<m<8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\frac{1-m}{(x+1)^2}$.

- Nếu $m=1\Rightarrow y=1$ (loại).

- Nếu $m\neq1$ khi đó $y'<0,\forall x\in[1;2]$ hoặc $y'>0,\forall x\in[1;2]$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất tại $x=1,\ x=2$.

Theo bài ra: $\max\limits_{[1;2]}y+\min\limits_{[1;2]}y=8\Leftrightarrow y(1)+y(2)=\frac{1+m}{2}+\frac{2+m}{3}=8\Leftrightarrow m=\frac{41}{5}\in(8;10)$.

Câu 19. Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{7-x}$ là

A. $[3;7]$. **B.** $\left[0;2\sqrt{2}\right]$. **C.** $(3;7)$. **D.** $\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=[3;7]$.

Ta có $y'=\frac{1}{2\sqrt{x-3}}-\frac{1}{2\sqrt{7-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{x-3}=\sqrt{7-x}\Leftrightarrow x=5$.

Bảng biến thiên

x	3		5		7
y'	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$
y	2	$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$	2

Từ đó ta suy ra tập giá trị của hàm số đã cho là: $T=\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Câu 20. Cho hàm số $f\left(x\right)$ với bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Bảng biến thiên hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$

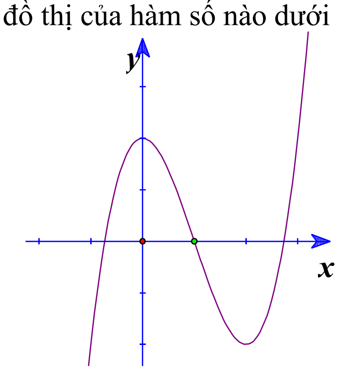
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Bảng biến thiên hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$

x	$-\infty$		x_1		-2		x_2		0		x_3		2		x_4		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 21. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+2$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn D

Dạng đồ thị đã cho của hàm số bậc ba và có $a>0$

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}\ (1)$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị:

• $y=f(x)$ là đồ thị (C) có bảng biến thiên như hình vẽ.

• $y=\frac{3}{2}$ là đường thẳng (d) song song trục hoành cắt trục tung tại điểm $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của (d) và (C).

Từ bảng biến thiên ta suy ra (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)=x^3(x-1)(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 24. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x-7$ trên đoạn $[-4;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 33. **B.** 25. **C.** 32. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x)=3x^2+6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$; Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-4;3]$ như sau:

x	-4		-3		1		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	13	$\nearrow$	20	$\searrow$	-12	$\nearrow$	20

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $M=20;\ \mathrm{m}=-12$. Vậy $M-m=32$.

Câu 25. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-4;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng.

Câu 26. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất $0,5\%$/ tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Chọn C

\+ Gọi n là số tháng ông A cần gửi.

Sau n tháng, ông A nhận được số tiền là $T=50(1+0,005)^n$.

\+ Ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng

$\Rightarrow 50(1+0,005)^n>60\Leftrightarrow n>36,56$.

Vậy sau 37 tháng ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng.

Câu 27. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 7 phút. **C.** 8 phút. **D.** 12 phút.

Lời giải

Chọn C

$$s(3)=s(0).2^3\Rightarrow s(0)=\frac{s(3)}{8}=\frac{625.000}{8}=78.125 \text{ con}.$$

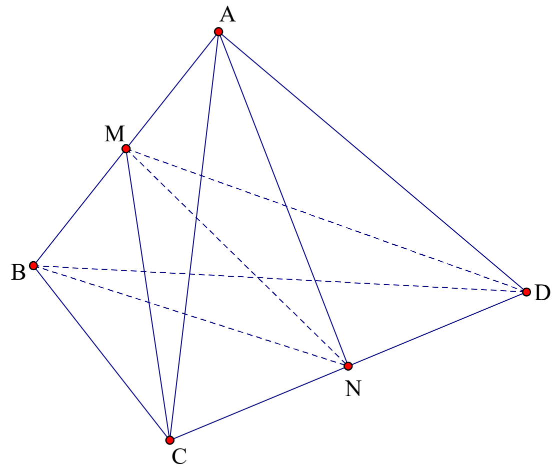
Số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con: $20.000.000=78.125.2^t\Leftrightarrow t=8$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V với M,N lần lượt là trung điểm AB,CD. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của $MNBC$ và $MNDA$. Tính tỉ lệ $\dfrac{V_1+V_2}{V}$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì M, N lần lượt là trung điểm AB, CD nên ta có:

$d\left(A,\left(MCD\right)\right)=d\left(B,\left(MCD\right)\right); d\left(C,\left(NAB\right)\right)=d\left(D,\left(NAB\right)\right)$, do đó:

$$V_{A.MCD}=V_{B.MCD}=\frac{V}{2}; V_1=V_{MNBC}=V_{C.MNB}=V_{D.MNB}=\frac{V_{B.MCD}}{2}=\frac{V}{4};$$

$$V_2=V_{MNAD}=V_{D.MNA}=V_{C.MNA}=\frac{V_{A.MCD}}{2}=\frac{V}{4}.$$

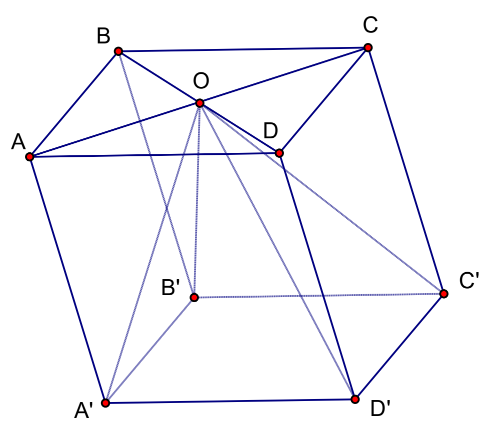
$$\Rightarrow \frac{V_1+V_2}{V}=\frac{\frac{V}{4}+\frac{V}{4}}{V}=\frac{1}{2}.$$

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O là giao điểm AC và BD. Thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu lần thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



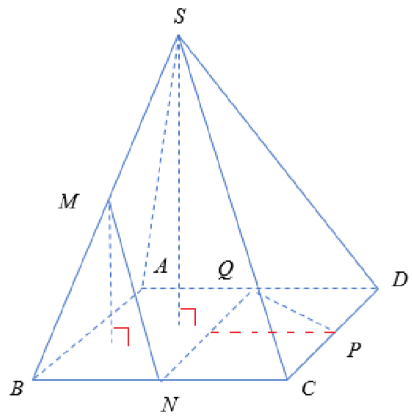
Do khối chóp và khối hộp có cùng chiều cao và diện tích đáy nên $\frac{V_{O.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{3}$

Câu 30. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích V, đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA. Tính thể tích khối chóp M.CNPQ theo V.

A. $\frac{3V}{8}$ **B.** $\frac{3V}{4}$ **C.** $\frac{V}{16}$ **D.** $\frac{3V}{16}$

Lời giải

Chọn D



Gọi h là chiều cao khối chóp $SABCD$

$d\left(M,\left(ABCD\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)=\frac{1}{2}h$

$S_{CNQP}=\frac{1}{2}S_{ABCD}-S_{QPD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}-\frac{1}{8}S_{ABCD}=\frac{3}{8}S_{ABCD}$

$V_{M.CNQP}=\frac{1}{3}d\left(M,\left(ABCD\right)\right).S_{CNQP}=\frac{3}{16}V$

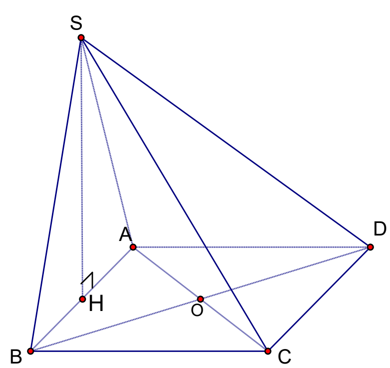
Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hình vẽ minh họa



Gọi H là trung điểm AB thì $SH\perp AB$ và $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $\begin{cases}\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)\\ \left(SAB\right)\cap\left(ABCD\right)=AB\\ SH\perp AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$. Suy ra SH là đường cao của hình chóp.

Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$

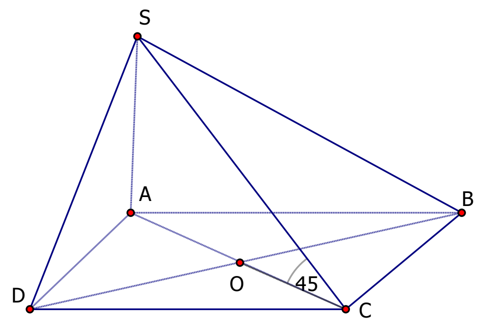
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$S_{ABCD}=a^2$

Xét ΔABC vuông tại B có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

Góc giữa SC tạo với mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA}$.

Xét ΔSAC vuông tại A có: $\tan 45^0=\dfrac{SA}{AC}\Leftrightarrow SA=AC.\tan 45^0=a\sqrt{2}$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.h\Rightarrow h=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\dfrac{3V_{S.ABC}}{\dfrac{1}{2}AB.AC\sin\widehat{BAC}}=\sqrt{3}a$

Câu 34. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{\pm 4\}$.

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to 4}y=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x+1}{x+4}=\dfrac{5}{8}$.

Suy ra đường thẳng $x=4$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to(-4)^-}y=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=-4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng.

Câu 35. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$.

A. $\min\limits_{[0;1]}y=-4;\max\limits_{[0;1]}y=-3$. **B.** $\min\limits_{[0;1]}y=-4;\max\limits_{[0;1]}y=3$.

C. $\min\limits_{[0;1]} y=-3; \max\limits_{[0;1]} y=4$.

D. $\min\limits_{[0;1]} y=3; \max\limits_{[0;1]} y=4$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$.

$y'=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;1] \\ x=4\notin[0;1] \end{array}\right.$.

$y(0)=-3; y(1)=-4$.

Suy ra $\min\limits_{[0;1]} y=-4$ tại $x=1$; $\max\limits_{[0;1]} y=-3$ tại $x=0$.

Câu 36. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ vuông góc với đường thẳng $y=x+1$ có phương trình

A. $y=-x-1$.
B. $y=-2x+1$.
C. $y=-x+1$.
D. $y=-2x-1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$ là tọa độ tiếp điểm.

Đường thẳng $d: y=x+1$ có hệ số góc $k=1$.

Tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ tại $M\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$ có hệ số góc là $f'\left(x_0\right)=2x_0-3$.

$\Delta\perp d \Leftrightarrow k.f'\left(x_0\right)=-1 \Leftrightarrow 1.\left(2x_0-3\right)=-1 \Leftrightarrow x_0=1$. Với $x_0=1$, ta có $f\left(x_0\right)=0$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)=-1(x-1)+0=-x+1$.

Câu 37. Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=\dfrac{10}{3}$.
B. $S=9$.
C. $S=10$.
D. $S=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=-3x^2+6x$.

$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;5)$ và $B(2;9)$.

$\overrightarrow{AB}=(2;4) \Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng AB qua $A(0;5)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;1)$: $2x-y+5=0$.

$d(O,AB)=\dfrac{|2.0-0+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$.

Vậy diện tích của tam giác OAB là: $S=\dfrac{1}{2}d(O,AB).AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{5}.2\sqrt{5}=5$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 38. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+mx+2018$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(3;4)$. Tính số phần tử của tập hợp S ?

A. 10. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2-2x+m$. Dễ thấy hàm số đã cho có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} y'\le 0,\forall x\in[1;2] \\ y'\ge 0,\forall x\in[3;4]\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le g(x),\forall x\in[1;2] \\ m\ge g(x),\forall x\in[3;4]\end{cases}$, với $g(x)=2x-x^2$.

$\Leftrightarrow \max\limits_{[3;4]} g(x)\le m\le \min\limits_{[1;2]} g(x)$. (1)

Mà $g'(x)=2-2x\le 0,\ \forall x\in[1;2]\cup[3;4]$ nên g' nghịch biến trên 2 khoảng đã cho.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow g(3)\le m\le g(2)$

$\Leftrightarrow -3\le m\le 0$.

Với $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1;0\}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5. **B.** 4 . **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'\le 0$

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4\le 0$

$\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 40. Hàm số $y=mx^4+(m^2+m)x^2-2019$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m\in(-1;0)\cup(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $m\in[-1;+\infty)$. **D.** $[-1;0)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=R$.

Nếu $m=0\Rightarrow$ Hàm số $y=-2019$ không có cực trị.

Nếu $m\ne 0\Rightarrow y'=2x(2mx^2+m^2+m)$.

+ $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2mx^2+m^2+m=0\quad (*)\end{array}\right.$.

+ Hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có đúng một nghiệm

$\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm hoặc $(*)$ có nghiệm $x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta'=-m^2(m+1)<0 \\ m^2+m=0\end{array}\right. \Leftrightarrow m\ge -1$.

+ Vậy $m\in[-1;0)\cup(0;+\infty)$.

Câu 41. Hàm số trùng phương $y=f(x)=x^4+ax^2+b$ có giá trị cực tiểu bằng 2 và giá trị cực đại bằng 4. Tìm điều kiện cần và đủ của m để $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m\in\{4\}$. **B.** $m\in\{2\}\cup(4;+\infty)$.

C. $m\in(2;4)$. **D.** $m\in(-\infty;2)\cup[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có bảng biến thiên của hàm số trùng phương $y=f(x)=x^4+ax^2+b$ như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)=x^4+ax^2+b$.

$f(x)=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)=x^4+ax^2+b$ tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m>4 \end{array}\right.$.

Câu 42. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019x}{\sqrt{17x^2-1}-m|x|}$ có bốn đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang). Tính số phần tử của tập S.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

Với $m\neq\sqrt{17}$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

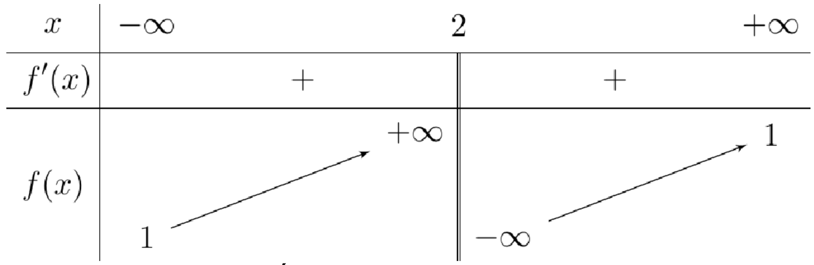
Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $\sqrt{17x^2-1}-m|x|=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow\sqrt{17x^2-1}=m|x|\Leftrightarrow\begin{cases} m\geq 0 \\ 17x^2-1=m^2x^2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\geq 0 \\ (17-m^2)x^2=1 \quad (2) \end{cases}$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow\begin{cases} m\geq 0 \\ 17-m^2>0 \end{cases}\Leftrightarrow 0\leq m<\sqrt{17}$.

Suy ra $S=\{0,1,2,3,4\}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-\dfrac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có: $\begin{cases}-\dfrac{c}{b}=2\\ \dfrac{a}{b}=1\end{cases}\Leftrightarrow a=b=-\dfrac{c}{2}\ \ (1)$

Mặt khác: $f'\left(x\right)=\dfrac{ac-b}{\left(bx+c\right)^2}$.

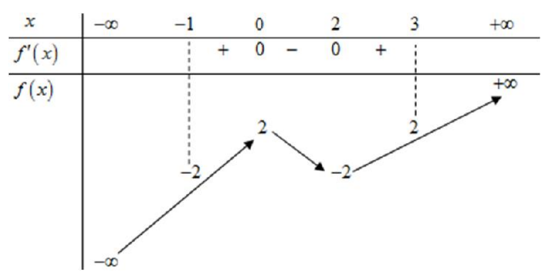
Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$ nên

$f'\left(x\right)=\dfrac{ac-b}{\left(bx+c\right)^2}>0\Leftrightarrow ac-b>0\ \ (2)$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\dfrac{c^2}{2}+\dfrac{c}{2}>0\Leftrightarrow -c^2+c>0\Leftrightarrow 0<c<1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(1-2\sin x\right)=f\left(\left|m\right|\right)$ có nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $-1\le 1-2\sin x\le 3,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó: $f\left(1-2\sin x\right)=f\left(\left|m\right|\right)$ có nghiệm $-2\le f\left(\left|m\right|\right)\le 2\Leftrightarrow -1\le\left|m\right|\le 3\Leftrightarrow\left|m\right|\le 3$

$\Leftrightarrow -3\le m\le 3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-3;-2;-1;0;1;2;3\right\}\Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

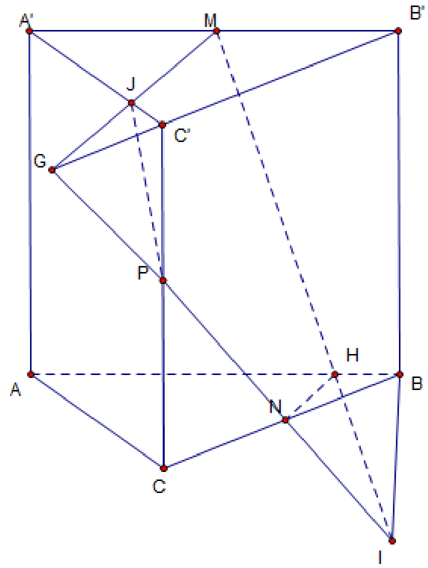
Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 45. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của $A'B'$, BC, CC'. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai phần, phần chứa điểm B gọi là V_1. Gọi V là thể tích khối lăng trụ. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$.

A. $\dfrac{49}{144}$. **B.** $\dfrac{95}{144}$. **C.** $\dfrac{73}{144}$. **D.** $\dfrac{49}{95}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = NP \cap BB'$, $G = NP \cap B'C'$, $J = MG \cap A'C'$, $H = IM \cap AB.$

Ta có $\dfrac{IH}{IM} = \dfrac{IN}{IG} = \dfrac{IB}{IB'} = \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{GC'}{GB'} = \dfrac{GP}{GI} = \dfrac{1}{3}, \dfrac{GJ}{GM} = \dfrac{1}{2}$

Ta có $V_{I.B'MG} = \dfrac{1}{3} d\left(I,\left(B'MG\right)\right).S_{B'MG} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2} d\left(B,\left(B'MG\right)\right).\dfrac{1}{2}.d\left(G,B'M\right).B'M$

$= \dfrac{3}{8} d\left(B,\left(B'MG\right)\right).\dfrac{1}{2} d\left(G,B'M\right).B'A' = \dfrac{3}{8}V$.

$\dfrac{V_{I.BHN}}{V_{I.B'MG}} = \dfrac{IB}{IB'}.\dfrac{IH}{IM}.\dfrac{IN}{IG} = \dfrac{1}{27} \Rightarrow V_{I.BHN} = \dfrac{1}{27} V_{I.B'MG} = \dfrac{1}{72} V$,

$\dfrac{V_{G.C'JP}}{V_{G.B'MI}} = \dfrac{GC'}{GB'}.\dfrac{GJ}{GM}.\dfrac{GP}{GI} = \dfrac{1}{18} \Rightarrow V_{G.C'JP} = \dfrac{1}{18} V_{I.B'MG} = \dfrac{1}{48} V$.

Khi đó $V_1 = V_{I.B'MG} - V_{I.BHN} - V_{G.C'JP} = \dfrac{3}{8}V - \dfrac{1}{48}V - \dfrac{1}{72}V = \dfrac{49}{144}V \Rightarrow \dfrac{V_1}{V} = \dfrac{49}{144}$

Câu 46. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f\left(\sin x\right)=1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sin x$, $x\in\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in\left[-1;1\right]$

Khi đó phương trình $f\left(\sin x\right)=1$ trở thành $f\left(t\right)=1,\forall t\in\left[-1;1\right]$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=f\left(t\right)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f\left(t\right)=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=a\in\left(-1;0\right)\\ t=b\in\left(0;1\right)\end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $t=a\in\left(-1;0\right)$

Ứng với mỗi giá trị $t\in\left(-1;0\right)$ thì phương trình $\sin x=t$ có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $\pi<x_1<x_2<2\pi$.

Trường hợp 2: $t=b\in\left(0;1\right)$

Ứng với mỗi giá trị $t\in\left(0;1\right)$ thì phương trình có 3 nghiệm x_1,x_2,x_3 thỏa mãn

$0<x_3<x_4<\pi;\ 2\pi<x_5<\dfrac{5\pi}{2}$;

Hiển nhiên cả 5 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Câu 47. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x\ \left(C\right)$. Gọi A,B,C,D là bốn điểm trên đồ thị $\left(C\right)$ với hoành độ lần

lượt là a,b,c,d sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại A,C song song với nhau và đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích $abcd$.

A. 60. **B.** 120. **C.** 144. **D.** 180.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-3x^2+6x+9$

Hai tiếp tuyến tại A,C song song với nhau $\Rightarrow -3a^2+6a+9=-3c^2+6c+9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=c\left(loai\right)\\ a+c=2\end{array}\right.$

Gọi $A\left(a;-3a^2+6a+9\right)$; $C\left(c;-3c^2+6c+9\right)\Rightarrow\overrightarrow{AC}\left(c-a;(c-a)(-a^2-ac-c^2+3a+3c+9)\right)$

Khi $a+c=2\Rightarrow\overrightarrow{AC}\left(c-a;(c-a)(\text{ac}+11)\right)$

Đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân ta suy ra hệ số góc của đường thẳng AC là: $\dfrac{(c-a)(\text{ac}+11)}{c-a}=\pm1\Leftrightarrow 11+ac=\pm1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}ac=-12\\ ac=-10\end{array}\right.$.

Vì AC,BD cùng trung điểm $\Rightarrow b+d=2\Rightarrow\overrightarrow{BD}\left(d-b;(\text{d}-b)(\text{bd}+11)\right)$.

Có $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=0\Rightarrow 1+\left(ac+11\right)\left(bd+11\right)=0$.

Nếu $ac=-12\Rightarrow bd=-10$.

Nếu $ac=-10\Rightarrow bd=-12$.

Vậy: $abcd=120$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $f(x)=\frac{x+m}{x+1}$ liên tục trên $[0;1]$.

Khi $m=1$ hàm số là hàm hằng nên $\max\limits_{[0;1]}f(x)=\min\limits_{[0;1]}f(x)=1$

Khi $m\neq 1$ hàm số đơn điệu trên đoạn $[0;1]$ nên

+ Khi $f(0);f(1)$ cùng dấu thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=|f(0)|+|f(1)|=|m|+\left|\frac{m+1}{2}\right|$.

+ Khi $f(0);f(1)$ trái dấu thì

$\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=0, \max\limits_{[0;1]}|f(x)|=\max\{|f(0)|;|f(1)|\}=\max\left\{|m|;\left|\frac{m+1}{2}\right|\right\}$.

TH1: $f(0).f(1)\geq 0\Leftrightarrow m(m+1)\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\leq -1\\ m\geq 0\end{array}\right.$.

$\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2\Leftrightarrow |m|+\left|\frac{m+1}{2}\right|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{5}{3}\end{array}\right.$ (thoả mãn).

TH2: $f(0).f(1)<0\Leftrightarrow m(m+1)<0\Leftrightarrow -1<m<0$

$\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2\Rightarrow \left[\begin{array}{l}|m|=2\\ \left|\frac{m+1}{2}\right|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\pm 2\\ m=-5\\ m=3\end{array}\right.$ (không thoả mãn).

Số phần tử của S là 2.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1. Tổng giá trị của các phần tử thuộc S bằng

A. 1. **B.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

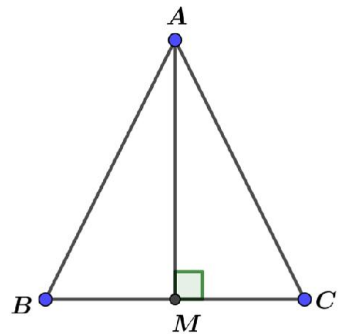
Chọn B

$y=x^4-2mx^2+m$, tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x(x^2-m), y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt và đổi dấu qua 3 nghiệm đó $\Leftrightarrow m>0$. Khi đó $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\sqrt{m}\\ x=-\sqrt{m}\end{array}\right.$

$\Rightarrow m>0$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị giả sử là $A(0;m)$, $B\left(\sqrt{m};m-m^2\right), C\left(-\sqrt{m};m-m^2\right)$



Ta thấy tam giác ABC cân tại A. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow M\left(0;m-m^2\right)$.

Ta có $\dfrac{AB}{\sin C}=2R \Leftrightarrow AB=2R.\sin C \Leftrightarrow AB=2.\dfrac{AM}{AC}$

$\Leftrightarrow AB^2=2AM \Leftrightarrow \left(m+m^4\right)^2=4m^4 \Leftrightarrow \left(m^4+2m^2+m\right)\left(m^4-2m^2+m\right)=0$

$\Leftrightarrow m^3-2m+1=0$ (do $m>0$)

$\Leftrightarrow (m-1)\left(m^2+m-1\right)=0 \overset{m>0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

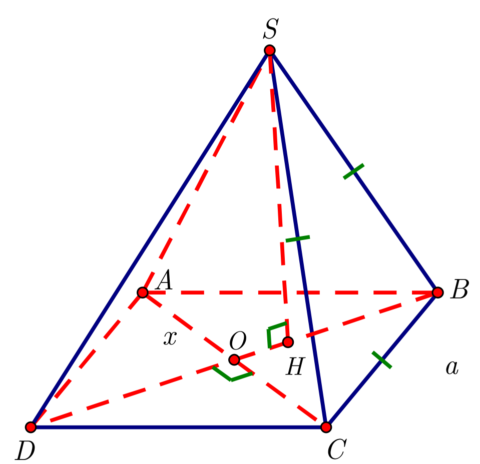
Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn bài toán là $S=1+\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a; $SA=SB=SC=a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA=SB=SC$ nên chân đường cao SH trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. $\Rightarrow H\in BO$. Tam giác SAC bằng tam giác BAC nên $OS=OB$ mà $OB=OD$ nên tam giác SBD vuông tại S. Đặt $SD=x$

Ta có $BD=\sqrt{a^2+x^2}$, $SH=\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$, $AC=2OC=2.\dfrac{\sqrt{3a^2-x^2}}{2}=\sqrt{3a^2-x^2}$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{6}SH.AC.BD=\dfrac{1}{6}.\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}.\sqrt{a^2+x^2}.\sqrt{3a^2-x^2}$

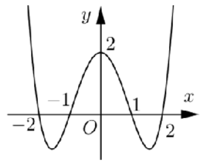
$$=\frac{1}{6}.a\sqrt{x^2(3a^2-x^2)}\le\frac{1}{6}a\left(\frac{x^2+3a^2-x^2}{2}\right)=\frac{a^3}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $SD=x=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Đề 6	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $y=5$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

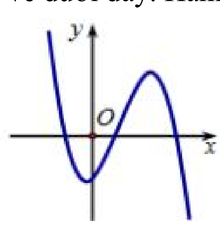
Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=\log\left(2x^2-4x+2\right)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Câu 8. Cho $\log_2 3=a, \log_2 5=b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\frac{a+b}{3}$. **B.** $\frac{1}{3(a+b)}$. **C.** $3(a+b)$. **D.** $\frac{3}{a+b}$.

Câu 9. Hàm số $y=\left(x^2-x+1\right)e^x$ có đạo hàm

A. $y'=\left(2x-1\right)e^x$. **B.** $y'=\left(x^2-x\right)e^x$. **C.** $y'=\left(x^2+x\right)e^x$. **D.** $y'=\left(x^2+1\right)e^x$.

Câu 10. Cho a, $b>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log\left(ab^2\right)=2\log a+2\log b$. **B.** $\log\left(ab\right)=\log a-\log b$.

C. $\log\left(ab\right)=\log a.\log b$. **D.** $\log\left(ab^2\right)=\log a+2\log b$.

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$ và $SA=2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB=1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 12. Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích đáy bằng V là:

A. $B=\frac{6V}{h}$. **B.** $B=\frac{3V}{h}$. **C.** $B=\frac{2V}{h}$. **D.** $B=\frac{V}{h}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 14. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 15. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 12.

Nhóm câu hỏi thông hiểu

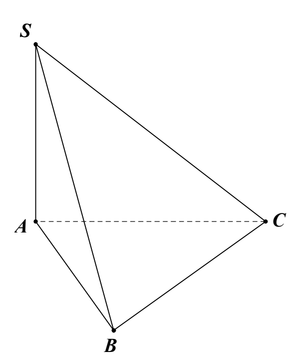
Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1;2\right\}$.

Câu 16. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{15}a$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 18. Xác định tham số m sao cho hàm số $y = x + m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x = 1$.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -6$. **D.** $m = 6$.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m-1)x - 2$ đồng biến trên tập xác định?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

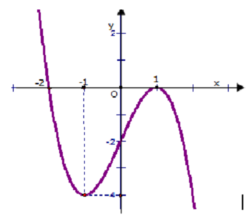
Câu 20. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$. **B.** $I(2;-4)$. **C.** $I(4;2)$. **D.** $I(-4;2)$.

Câu 21. Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. $y = \dfrac{x+1}{2x-3}$. **B.** $y = e^{-x}$. **C.** $y = \sqrt{4-x^2}$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

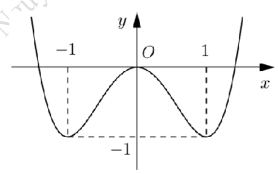


A. $y = x^3 - 3x - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

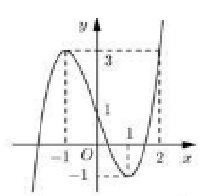
Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ sau



Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\pi^x) - \dfrac{m^2-1}{8} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 4.

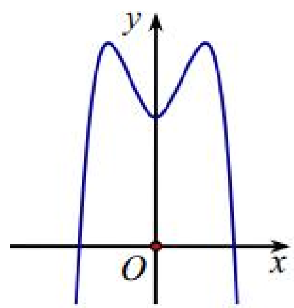
Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. 7. **B.** -20. **C.** -25. **D.** 3.

Câu 29. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 30. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+2x^2+4$. **D.** $y=-x^4+3x^2+4$.

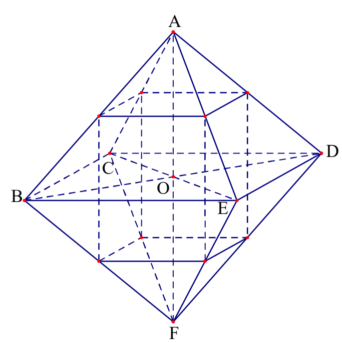
Câu 31. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ có hai điểm cực trị A,B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là:

A. $y=2x-1$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a$, $SB=2a$ và $SC=3a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của cạnh SB và SC. Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMN$

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 33. Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ cạnh a, tính theo a thể tích V của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ A và F của hình bát diện (xem hình vẽ).



A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O là giao điểm của AC' và $A'C$. Xác định ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O.

A. Tứ diện $ABCD'$. **B.** Tứ diện $ABC'D$. **C.** Tứ diện $AB'CD$. **D.** Tứ diện $A'BCD$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh bên tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=3a$ và $SA\perp(ABC)$. Biết $AB=BC=2a$, $\widehat{ABC}=120°$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a, tam giác ABD đều, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ tam giác đều *ABC. A'B'C'* có $AB=2a, AA'=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ *ABC. A'B'C'*.

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V=12$. Gọi M,N lần lượt trung điểm $SA, SB; P$ là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS=2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q. Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 40. Tính tổng các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0$ trong khoảng $(0;2\pi)$.

A. $S=5\pi$. **B.** $S=\frac{7\pi}{6}$. **C.** 4π. **D.** $\frac{11\pi}{6}$.

Câu 41. Gọi S là tổng các giá trị của tham số m < 0 thỏa mãn giá trị nhỏ nhất trên đoạn của hàm số $y=f(x)=x^3-2mx^2-4m^2x+100$ bằng 12. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. $-15<S<-10$. **B.** $-5<S<0$. **C.** $-20<S<-15$. **D.** $10<S<-5$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 43. Cho hàm số $y=x+p+\frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2;-2)$. Tính pq.

A. $pq=2$. **B.** $pq=\frac{1}{2}$. **C.** $pq=\sqrt{3}$. **D.** $pq=1$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

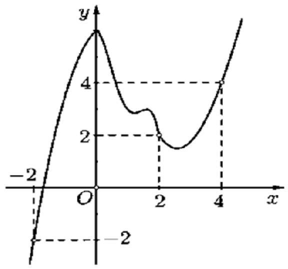
A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{2x+m}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

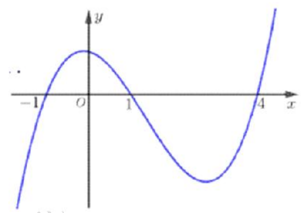
Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $g(x)=\left|2f(x)-x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

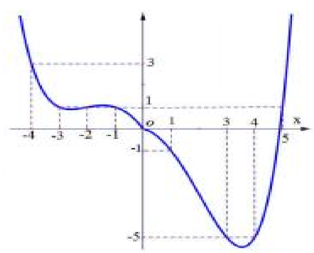
A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ trong đó $m,n,p,q,r\in\mathbb{R}$.Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=16m+8n+4p+2q+r$ có tất cả bao nhiêu phần tử?



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)=m-3$ có nghiệm



A. 13. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 49. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất $2,1\%$ một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 70656000. **B.** 65393000. **C.** 79760000. **D.** 74813000.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{\dfrac{m}{2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}m+\dfrac{4}{3}\sin\left(x^2+2019\right)}}=\sin\left(x^2+2019\right)$ có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 6.

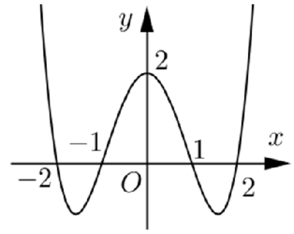
BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.D	5.D	6.C	7.D	8.D	9.C	10.D
11.B	12.B	13.C	14.B	15.A	16.A	17.C	18.A	19.C	20.D
21.D	22.D	23.C	24.D	25.C	26.C	27.B	28.C	29.C	30.D
31.D	32.B	33.D	34.B	35.B	36.A	37.B	38.A	39.B	40.C
41.B	42.B	43.D	44.A	45.A	46.A	47.C	48.A	49.D	50.A

Đề 6 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm câu hỏi nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x=1$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $y=5$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{x-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{x-1}=0$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y=0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

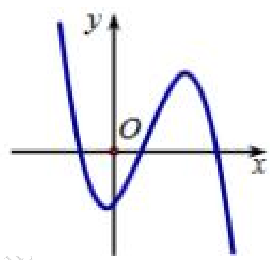
A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=\log\left(2x^2-4x+2\right)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2x^2-4x+2>0 \Leftrightarrow 2\left(x-1\right)^2>0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Câu 8. Cho $\log_2 3=a, \log_2 5=b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\dfrac{a+b}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3(a+b)}$. **C.** $3(a+b)$. **D.** $\dfrac{3}{a+b}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{15} 8=3\log_{15} 2=\frac{3}{\log_2 15}=\frac{3}{\log_2 3+\log_2 5}=\frac{3}{a+b}$$

Vậy $\left|z_1+z_2\right|=2$.

Câu 9. Hàm số $y=\left(x^2-x+1\right)\mathrm{e}^x$ có đạo hàm

A. $y' = (2x-1)e^x$. **B.** $y' = (x^2-x)e^x$. **C.** $y' = (x^2+x)e^x$. **D.** $y' = (x^2+1)e^x$.

Lời giải

Chọn C

$D = \mathbb{R}$.

$y' = (x^2-x+1)'.e^x + (x^2-x+1)(e^x)' = (2x-1)e^x + (x^2-x+1)e^x = (x^2+x)e^x$.

Câu 10. Cho a, $b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$. **B.** $\log(ab) = \log a - \log b$.

C. $\log(ab) = \log a.\log b$. **D.** $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$.

Lời giải

Chọn D

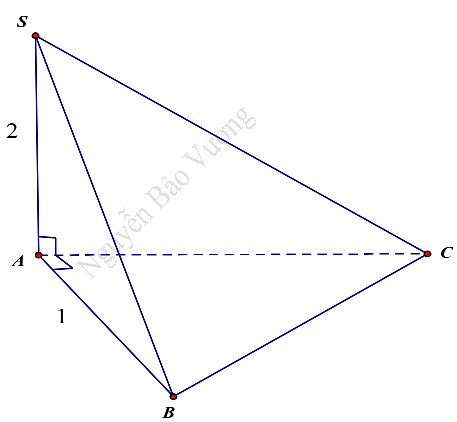
Ta có: $\log(ab^2) = \log a + \log(b^2) = \log a + 2\log b$.

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}$

Câu 12. Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích đáy bằng V là:

A. $B = \frac{6V}{h}$. **B.** $B = \frac{3V}{h}$. **C.** $B = \frac{2V}{h}$. **D.** $B = \frac{V}{h}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp có chiều h và diện tích đáy B có công thức là: $V = \frac{1}{3}Bh$.

$\Leftrightarrow B = \frac{3V}{h}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$, chiều cao $SA=3a$. Khi đó $V=\frac{1}{3}a^2.3a=a^3$.

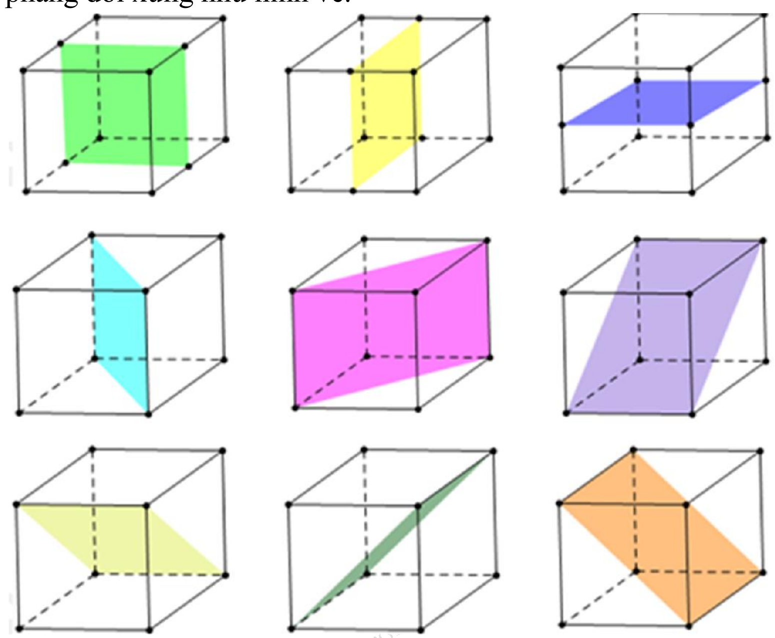
Câu 14. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 15. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Có 9 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



Nhóm câu hỏi thông hiểu

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\pi}$ là $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 16. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

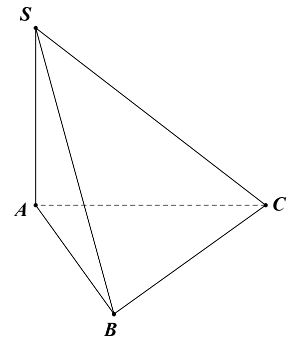
Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^3+3x^2=3x^2+3x \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 3 điểm.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{15}a$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

Do SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng đáy. Từ đó suy ra: $\left(\widehat{SC;(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC;AC}\right)=\widehat{SCA}$.

Trong tam giác ABC vuông tại B có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5}a$.

Trong tam giác SAC vuông tại A có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{\sqrt{15}a}{\sqrt{5}a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60°$.

Vậy $\left(\widehat{SC;(ABC)}\right)=60°$.

Câu 18. Xác định tham số m sao cho hàm số $y=x+m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=6$.

Lời giải

Chọn A

$y'=f'(x)=1+\dfrac{m}{2\sqrt{x}},(x>0)$

Để hàm số đạt cực trị tại $x=1$ thì $f'(1)=0\Leftrightarrow 1+\dfrac{m}{2}=0\Leftrightarrow m=-2$.

Thử lại với $m=-2$, hàm số $y=x-2\sqrt{x}$ có cực tiểu tại $x=1$, do đó $m=-2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3+3mx^2+(m-1)x-2$ đồng biến trên tập xác định?

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+6mx+m-1$. Để hàm số đồng biến trên tập xác định thì $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (1).

$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}3>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 9m^2-3(m-1)\le 0$. Bất phương trình có $a>0;\Delta<0$, nên bất phương trình vô nghiệm. Vậy không tìm được giá trị nào của m thỏa mãn đề bài.

Câu 20. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$. **B.** $I(2;-4)$. **C.** $I(4;2)$. **D.** $I(-4;2)$.

Lời giải

ChọnD.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{2x-3}{x+4}=-\infty$. Suy ra $x=-4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{x+4}=2$. Suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy $I(-4;2)$ là giao điểm của 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+4}$.

Câu 21. Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$. **B.** $y=e^{-x}$. **C.** $y=\sqrt{4-x^2}$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta lần lượt xét các phương án:

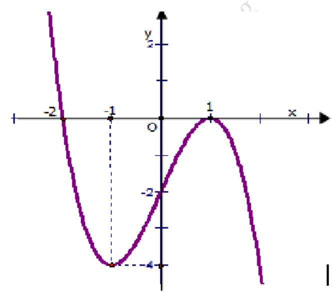
A. $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$: Hàm số không xác định tại $x=\dfrac{3}{2}\in(1;3)$ nên không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

B. $y=e^{-x}$: Hàm số có $y'=-e^{-x}<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên luôn nghịch biến.

C. $y=\sqrt{4-x^2}$: Hàm số chỉ xác định trên đoạn $[-2;2]$ nên không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

D. $y=x^4-2x^2-1$: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x-2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x-2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số ta thấy $a<0$ ta loại đáp án A và **C.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$ nên loại đáp án B vì $x=0; y=2$.

Vậy hàm số có đồ thị hàm số như trên là hàm số $y=-x^3+3x-2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

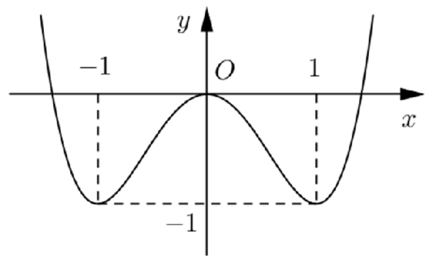
$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2019f(x)+1=0$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2019f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{2019}$.

Số nghiệm phương trình $2019f(x)+1=0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=-\dfrac{1}{2019}$ (cùng phương với trục Ox).

Dựa vào đồ thị như hình vẽ ta có d cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

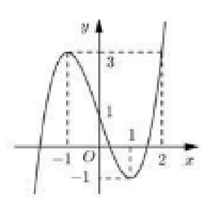
Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1)=0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" khi đi qua các điểm $x=-1$, $x=1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ sau



Số các giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình $f\left(\pi^x\right)-\dfrac{m^2-1}{8}=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\pi^x,(t>0)$, khi đó: $f\left(\pi^x\right)-\dfrac{m^2-1}{8}=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow f(t)=\dfrac{m^2-1}{8}$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<\dfrac{m^2-1}{8}<1 \Leftrightarrow -3<m<3$.

$\Rightarrow m$ là số nguyên nên $m\in\{-2;\,-1;\,0;\,1;\,2\}$.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=x^3-3x+4$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, vì thế liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

$f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in(-2;2) \\ x=1\in(-2;2) \end{array}\right.$.

Lại có: $f(-2)=2$; $f(-1)=6$; $f(1)=2$; $f(2)=6$.

Suy ra $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=6$ khi $x=-1$ hoặc $x=2$.

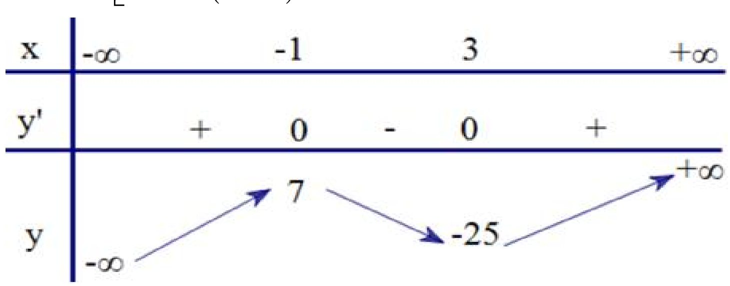
Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. 7. **B.** -20. **C.** -25. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

$y'=3x^2-6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \quad (y=-25) \\ x=-1\ (y=7) \end{array}\right.$



Dựa vào bảng biến thiên ta chọn **C.**

Câu 29. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

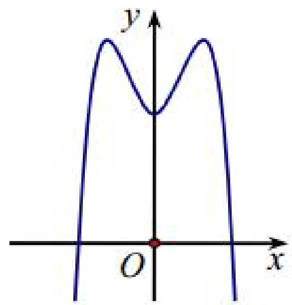
Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và $y=x$ là nghiệm phương trình:

$x^3-3x+3=x$

$$\Leftrightarrow x^3-4x+3=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ cắt nhau tại 3 điểm.

Câu 30. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+2x^2+4$. **D.** $y=-x^4+3x^2+4$.

Lời giải

Chọn D

+) Quan sát đường cong có dạng như hình vẽ trên là đồ thị của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\,(a\neq 0) \Rightarrow$ đáp án A,C loại.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$. Vậy loại đáp án B, chọn đáp án D.

Câu 31. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ có hai điểm cực trị A,B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là:

A. $y=2x-1$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=-2x+1$.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2-3x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $A(0;1), B(1;-1)$

Đường thẳng AB đi qua $A(0;1)$,có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1\,;-2)$

Phương trình đường thẳng AB : $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2} \Leftrightarrow y=-2x+1$

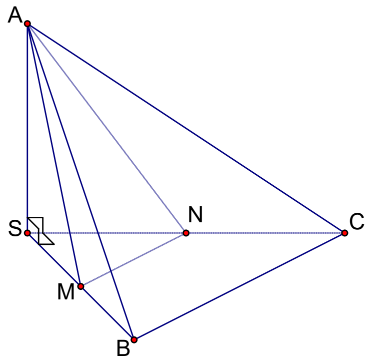
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a$, $SB=2a$ và $SC=3a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của cạnh SB và SC. Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMN$

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

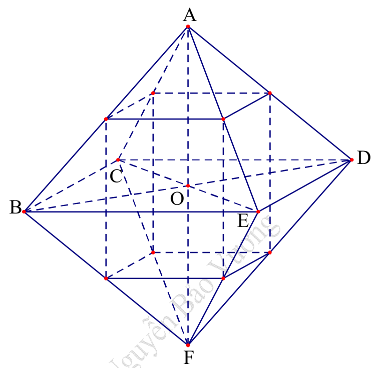
Hình vẽ



Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC} = \frac{1}{6}SA.SB.SC = a^3$

Mặc khác $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$. Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

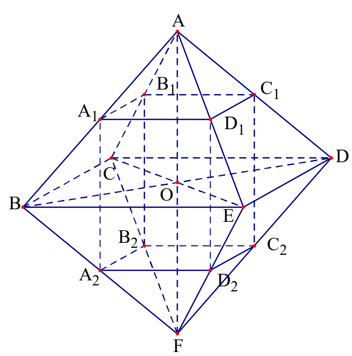
Câu 33. Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ cạnh a, tính theo a thể tích V của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ A và F của hình bát diện (xem hình vẽ).



A. $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bát diện đều.

Tứ giác $BCDE$ là hình vuông cạnh a, ta có $BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Theo tính chất đường trung bình $A_1B_1 = A_1D_1 = \frac{BE}{2} = \frac{a}{2}; A_2A_1 = \frac{AF}{2} = AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

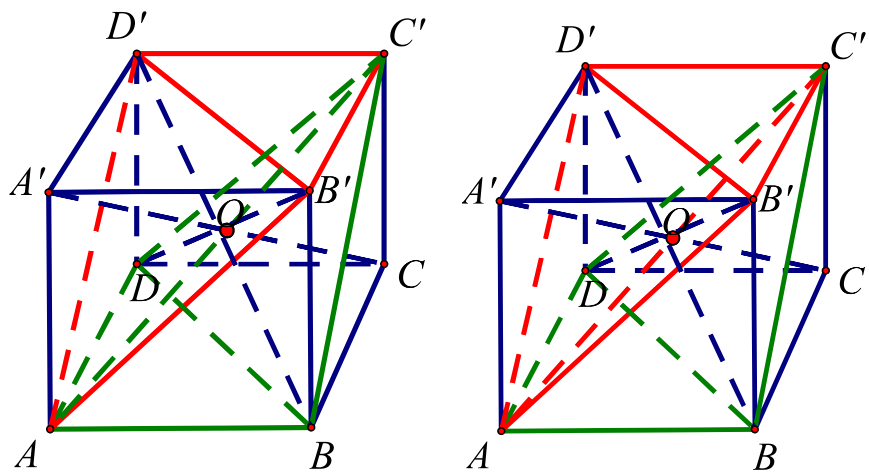
Đa diện thu được là hình hộp chữ nhật có thể tích $V = A_1B_1.A_1D_1.A_1A_2 = \frac{a}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O là giao điểm của AC' và $A'C$. Xác định ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O.

A. Tứ diện $ABCD'$. **B.** Tứ diện $ABC'D$. **C.** Tứ diện $AB'CD$. **D.** Tứ diện $A'BCD$.

Lời giải

Chọn B



A đối xứng với C' qua O.

B' đối xứng với D qua O.

C' đối xứng với A qua O.

D' đối xứng với B qua O.

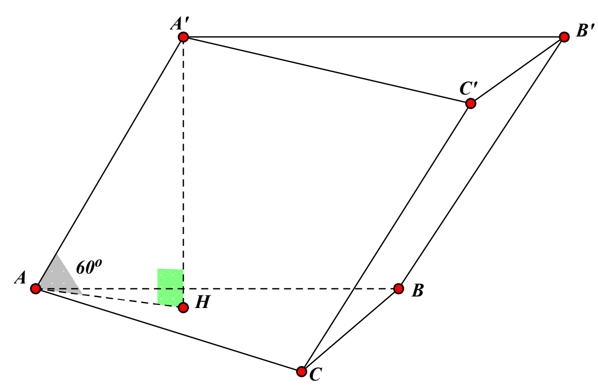
Vậy tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O là tứ diện $ABC'D$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh bên tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH' \perp (ABC) \Rightarrow (A'A,(ABC)) = \widehat{A'AH} = 60°$.

Xét $\Delta AHA'$: $\sin 60° = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow A'H = AA'.\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

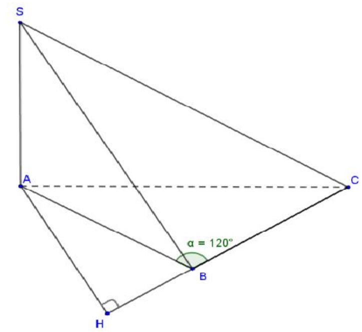
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 120°$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi S là diện tích tam giác ABC ta có $S=\frac{1}{2}BA.BC.\sin 120°=a^2\sqrt{3}$. Nên thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}Bh=a^2\sqrt{3}.3a=3a^3\sqrt{3}$.

Gọi AH là đường cao trong tam giác ABC khi đó ta có $AH=\frac{2S}{BC}=\frac{2a^2\sqrt{3}}{2a}=a\sqrt{3}$.

$SH=\sqrt{SA^2+AH^2}=2a\sqrt{3}$.

Vì $BC\perp(SAH)\Rightarrow BC\perp SH$. Nên diện tích tam giác SBC là $S_1=\frac{1}{2}BC.SH=2a^2\sqrt{3}$.

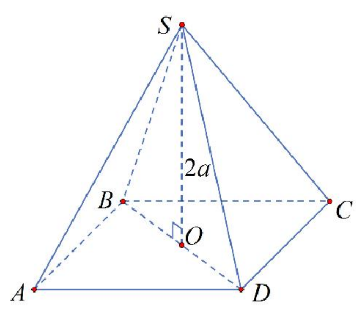
Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $d=\frac{3V}{S_1}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2a^2\sqrt{3}}=\frac{3a}{2}$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a, tam giác ABD đều, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $h=SO=2a$, $S=S_{ABCD}=2S_{ABD}=2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

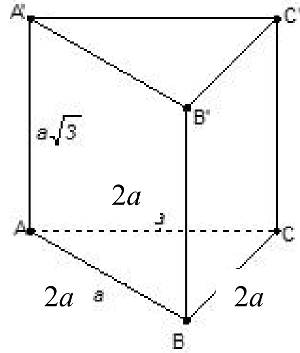
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a, AA'=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên ΔABC là tam giác đều và $AA'\perp(ABC)$.

• $AA'\perp(ABC)\Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ là: $h=AA'=a\sqrt{3}$.

• ΔABC là tam giác đều có $AB=2a\Rightarrow\Delta ABC$ diện tích là:

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{(AB)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

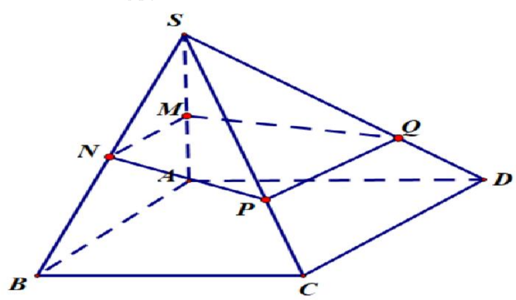
$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ là: $V_{S.ABC}=h.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V=12$. Gọi M,N lần lượt trung điểm $SA, SB; P$ là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS=2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q. Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{12}{25}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $PQ//CD\Rightarrow\dfrac{SQ}{SD}=\dfrac{SP}{SC}=\dfrac{2}{3}$.

Khi đó ta có: $\dfrac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow V_{SMNP}=\dfrac{1}{12}V$.

$\dfrac{V_{SMPQ}}{V_{SACD}}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}\Rightarrow V_{SMPQ}=\dfrac{1}{9}V$.

Vậy $V_{S.MNPQ}=\dfrac{7}{36}V=\dfrac{7}{3}$.

Nhóm câu hỏi vận dụng thấp

Câu 40. Tính tổng các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0$ trong khoảng $(0;2\pi)$.

A. $S=5\pi$. **B.** $S=\dfrac{7\pi}{6}$. **C.** 4π. **D.** $\dfrac{11\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(2\cos 2x+5\right)\left(\sin^4 x-\cos^4 x\right)+3=0$

$\Leftrightarrow\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)\left(2\cos 2x+5\right)+3=0\Leftrightarrow-\cos 2x\left(2\cos 2x+5\right)+3=0$

$\Leftrightarrow-2\cos^2 2x-5\cos 2x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=\dfrac{1}{2}\\ \cos 2x=-3\left(vn\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+l\pi\end{array}\right.,\left(k,l\in\mathbb{Z}\right)$

Xét họ nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ trên khoảng $\left(0;2\pi\right)$ ta có nghiệm là $x=\dfrac{\pi}{6};x=\dfrac{7\pi}{6}\in\left(0;2\pi\right)$

Xét họn nghiệm $x=-\dfrac{\pi}{6}+l\pi$ trên khoảng $\left(0;2\pi\right)$ ta có nghiệm là $x=\dfrac{5\pi}{6};x=\dfrac{11\pi}{6}$

Tổng các nghiệm là $S=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{7\pi}{6}+\dfrac{5\pi}{6}+\dfrac{11\pi}{6}=4\pi$.

Câu 41. Gọi S là tổng các giá trị của tham số m < 0 thỏa mãn giá trị nhỏ nhất trên đoạn của hàm số $y=f(x)=x^3-2m\text{x}^2-4m^2x+100$ bằng 12. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. $-15<S<-10$. **B.** $-5<S<0$. **C.** $-20<S<-15$. **D.** $10<S<-5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3\text{x}^2-4m\text{x}-4m^2;y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2m<0\\ x=\dfrac{-2m}{3}>0\end{array}\right.$

TH1: $-\dfrac{2m}{3}\geq 2\Leftrightarrow m\leq-3$

Khi đó $\underset{[1;2]}{Min}\,f(x)=f(2)=-8m^2-8m+108=12\Leftrightarrow m^2+m-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\ m=3\end{array}\right.$

Do đó $m=-4$

TH2: $-\dfrac{2m}{3}\leq 1\Leftrightarrow m\geq\dfrac{-3}{2}$

$\underset{[1;2]}{Min}\,f(x)=f(1)=-4m^2-2m+101=12\Leftrightarrow-4m^2-2m+89=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{-1+\sqrt{357}}{4}\\ m=\dfrac{-1-\sqrt{357}}{4}\end{array}\right.$

Đối chiếu đk $0>m>\dfrac{-3}{2}$ suy ra không có m thỏa mãn.

TH3: $1<-\dfrac{2m}{3}<2\Leftrightarrow-3<m<\dfrac{-3}{2}$

$\underset{[1;2]}{Min}\,f(x)=f(\dfrac{-2m}{3})=\dfrac{40}{27}m^3+100=12\Leftrightarrow m=-\sqrt[3]{\dfrac{297}{5}}<-3$

Suy ra không có m thỏa mãn.

Vậy $S=-4$

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^3-3x+m$ trên $[0;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Khi đó $f(0)=m, f(1)=m-2, f(2)=m+2$ suy ra GTLN của $f(x)$ bằng $m+2$ và GTNN của $f(x)$ bằng $m-2$.

Từ đó suy ra GTLN của $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên $[0;2]$ bằng $Max\left\{|m-2|;|m+2|\right\}$.

+Trường hợp 1: $\begin{cases} |m-2|=3 \\ |m+2|\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-1 \end{array}\right. \\ |m+2|\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

+ Trường hợp 2: $\begin{cases} |m+2|=3 \\ |m-2|\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-5 \end{array}\right. \\ |m-2|\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

Câu 43. Cho hàm số $y=x+p+\dfrac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2;-2)$. Tính pq.

A. $pq=2$. **B.** $pq=\dfrac{1}{2}$. **C.** $pq=\sqrt{3}$. **D.** $pq=1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có $y'=1-\dfrac{q}{(x+1)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$, suy ra $y'(-2)=0 \Rightarrow 0=1-q \Leftrightarrow q=1$.

Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;-2)$ nên $-2=-2+p-q \Leftrightarrow p-q=0$.

Do đó $p=q=1$.

Thử lại: với $p=q=1$ ta được $y=x+1+\dfrac{1}{x+1}$.

Ta có $y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0 \Rightarrow x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Từ đó có bảng biến thiên của hàm số:

x		-2		-1		0	
y'	+	0	-	||	-	0	+
y	-∞ ↗	-2	↘ -∞	||	+∞ ↘	2	↗ +∞

Rõ ràng đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $A(-2;-2)$. Vậy $p=q=1 \Rightarrow pq=1$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f\left(x^2 - 2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 2xf'\left(x^2-2\right)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'\left(x^2-2\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \\ x^2 - 2 = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$$

Do các nghiệm của phương trình $y' = 0$ đều là nghiệm bội lẻ, mà $y'(3) = 6f'(7) < 0$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y = f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 45. Cho hàm số $y = \dfrac{mx+2}{2x+m}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$

Xét hàm số $y = \dfrac{mx+2}{2x+m} \Rightarrow y' = \dfrac{m^2-4}{(2x+m)^2}$

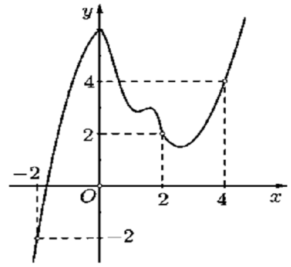
Điều kiện để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ thì

$$\left\{\begin{array}{l} y' < 0, \forall x \in (0;1) \\ -\dfrac{m}{2} \notin (0;1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2 - 4 < 0 \\ \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m}{2} \le 0 \\ -\dfrac{m}{2} \ge 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -2 < m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 0 \\ m \le -2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow 0 \le m < 2$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0$ và $m = 1$.

Nhóm câu hỏi vận dụng cao

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ sau

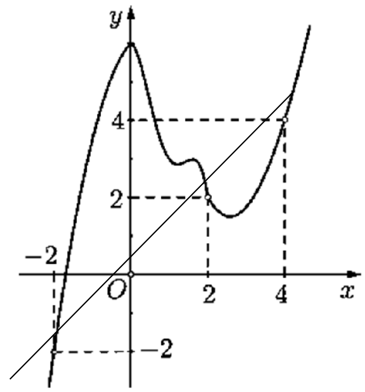


Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\left|2f\left(x\right)-x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



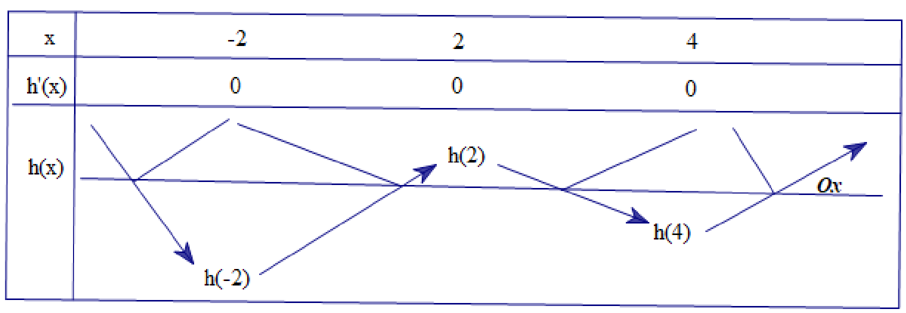
Xét hàm số $h\left(x\right)=2f\left(x\right)-x^2 \Rightarrow h'\left(x\right)=2f'\left(x\right)-2x$

Từ đồ thị ta thấy $h'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow f'\left(x\right)=x \Leftrightarrow x=-2 \vee x=2 \vee x=4$

$\int_{-2}^{2}\left(2f'\left(x\right)-2x\right)dx > \int_{2}^{4}\left(2x-2f'\left(x\right)\right)dx > 0$

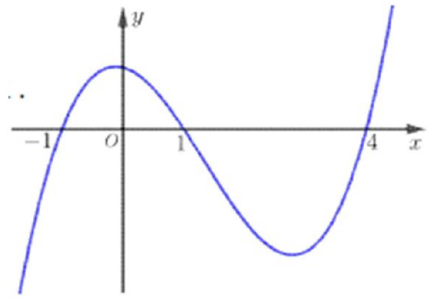
$\Leftrightarrow h\left(x\right)\Big|_{-2}^{2} > -h\left(x\right)\Big|_{2}^{4} \Leftrightarrow h\left(2\right)-h\left(-2\right) > -\left(h\left(4\right)-h\left(2\right)\right) \Leftrightarrow h\left(4\right) > h\left(-2\right)$

Bảng biến thiên



Vậy $g\left(x\right)=\left|2f\left(x\right)-x^2\right|$ có tối đa 7 cực trị

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ trong đó $m,n,p,q,r\in\mathbb{R}$.Biết rằng hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=16m+8n+4p+2q+r$ có tất cả bao nhiêu phần tử?

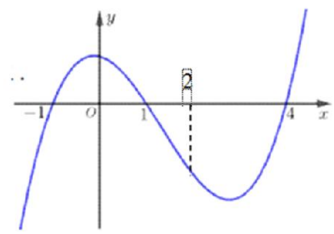


A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

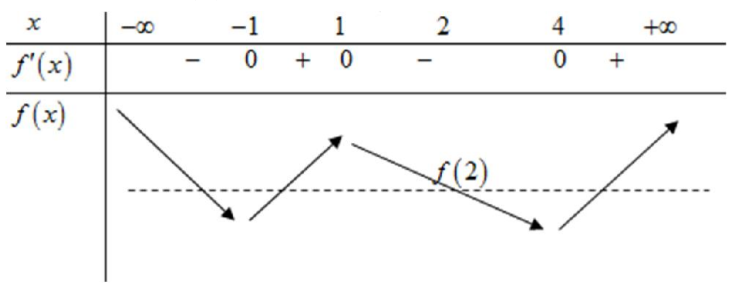
Chọn C

Ta có: $f(x)=16m+8n+4p+2q+r \Leftrightarrow f(x)=f(2)$.



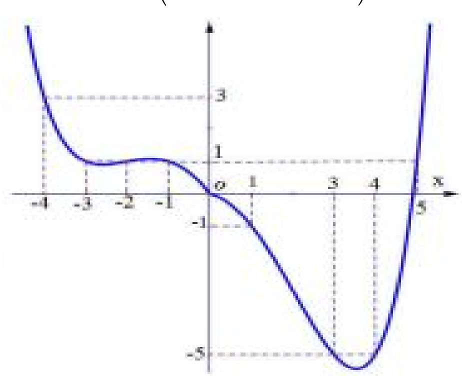
Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f(2)-f(-1)=\int_{-1}^{2} f'(x)dx>0 \Rightarrow f(2)>f(-1)$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$



Dựa vào bảng biến của hàm số $y=f(x)$,ta thấy phương trình $f(x)=16m+8n+4p+2q+r$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)=m-3$ có nghiệm



A. 13. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $6x-9x^2\ge 0 \Leftrightarrow 0\le x\le \frac{2}{3}$

Đặt $t=3-4\sqrt{6x-9x^2}$; $0\le x\le \frac{2}{3}$

Ta có: $t'(x)=\frac{12(3x-1)}{\sqrt{6x-9x^2}}$; $0<x<\frac{2}{3}$; $t'(x)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$ (nhận).

$t(0)=3; t\left(\frac{1}{3}\right)=-1; t\left(\frac{2}{3}\right)=3.$

Nên $-1\le t\le 3$.

Mặt khác: $f(t)=\frac{m-3}{2}$, $t\in[-1;3]$ có nghiệm.

Từ đồ thị ta có $-5\le \frac{m-3}{2}\le 1 \Leftrightarrow -7\le m\le 5$.

Do m nguyên nên có 13 giá trị m là -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Câu 49. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất $2,1\%$ một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 70656000. **B.** 65393000. **C.** 79760000. **D.** 74813000.

Lời giải

Chọn D

+ Số tiền 200 triệu đồng sau khi gửi tiết kiệm loại kì hạn quý sau 1 năm được

$200.10^6(1+0.021)^4=217336648$ đồng

+ Số tiền 200 triệu đồng sau khi gửi tiết kiệm loại kì hạn theo tháng sau 1 năm được

$200.10^6\left(1+\frac{0,73}{100}\right)^{12}=218240829$ đồng

+ Tổng số tiền thu được đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu:

$\frac{217336648}{2}(1+0.021)^4+\left(\frac{217336648}{2}+218240829\right)\left(1+\frac{0.73}{100}\right)^{12}=474812669$ đồng

Vậy số tiền lãi thu được sau 2 năm:

$474812669-400.10^6=74813000$ đồng

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{\frac{m}{2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}m+\frac{4}{3}\sin\left(x^2+2019\right)}}=\sin\left(x^2+2019\right)$ có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sin\left(x^2+2019\right)=a$, $\left(a\in[-1;1]\right).\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{m}{2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}m+\frac{4}{3}a}}=a$

Đặt $\sqrt[3]{\frac{1}{2}m+\frac{4}{3}a}=t \Rightarrow \begin{cases}\sqrt[3]{\frac{m}{2}+\frac{4}{3}t}=a\\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}m+\frac{4}{3}a}=t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{m}{2}+\frac{4}{3}t=a^3\\ \frac{m}{2}+\frac{4}{3}a=t^3\end{cases} \Rightarrow a^3+\frac{4}{3}a=t^3+\frac{4}{3}t$ (*)

Xét hàm $f(x)=x^3+\frac{4}{3}x$ với $x\in\mathbb{R}$. Ta có $f'(x)=3x^2+\frac{4}{3}>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ (*) suy ra $f(a)=f(t)\Leftrightarrow a=t$.

Do đó $\sqrt[3]{\frac{1}{2}m+\frac{4}{3}a}=a\Leftrightarrow m=2a^3-\frac{8}{3}a=f(a)$ với $a\in[-1;1]$.

Ta có $f'(a)=6a^2-\frac{8}{3}=0\Leftrightarrow a=\pm\frac{2}{3}\in[-1;1]$.

Khi đó: $f(-1)=\frac{2}{3};f\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{32}{27};f\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{32}{27};f(1)=-\frac{2}{3}$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \underset{[-1;1]}{Min}\, f(a)\le m\le \underset{[-1;1]}{Max}\, f(a)\Rightarrow\begin{cases}-\frac{32}{27}\le m\le\frac{32}{27}\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$.

Đề 7 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^4-(m+1)x^2+4$ có ba điểm cực trị.

A. $m\geq 0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m>0$.

Câu 3. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng mỗi căn hộ cho thuê với giá 2000000 đ một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đ thì sẽ có 2 căn hộ bỏ trống. Hỏi muốn thu nhập cao nhất thì công ty phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu 1 tháng?

A. 2200000 đ. **B.** 2100000 đ. **C.** 2225000 đ. **D.** 2250000 đ.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{ax^2+2}}$ có tiệm cận ngang.

A. $a\leq 0$. **B.** $a=1$ hoặc $a=4$. **C.** $a\geq 0$. **D.** $a>0$.

Câu 5. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ thoả mãn tiếp tuyến với đồ thị có hệ số góc bằng 2019 ?

A. Vô số. **B.** 2 . **C.** 0 . **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. Một giá trị khác. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $\sqrt{3}a^2$. Độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$

Câu 8. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ bằng

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 1

Câu 9. Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 10. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=2,\ y=1$. **C.** $x=1,\ y=-2$. **D.** $x=-1,\ y=-2$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 12. Hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-3x-2$. **D.** $y=3x-2$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$.. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục, có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

x	$-$		-1		0		$+$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 16. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I;J;K$ lần lượt là trung điểm của $MN;MP;MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 17. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M - m$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 18. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $a \in K$.

A. $y = f'(a)(x+a) + f(a)$. **B.** $y = f(a)(x-a) + f'(a)$.

C. $y = f'(a)(x-a) - f(a)$. **D.** $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-2\le m\le 4$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $m<-2$. **D.** $m>4$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-15$ trên đoạn $[-3;2]$.

A. $\max\limits_{[-3;2]} y=54$. **B.** $\max\limits_{[-3;2]} y=48$. **C.** $\max\limits_{[-3;2]} y=16$. **D.** $\max\limits_{[-3;2]} y=7$.

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABC$ trên SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỷ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

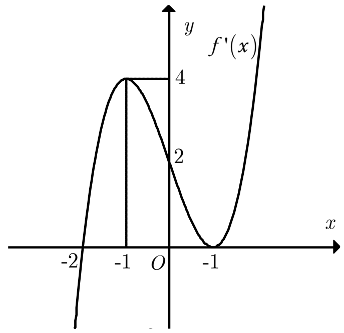
Câu 27. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ đồng biến trên khoảng nào trong những khoảng sau?

A. $(0;4)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 28. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2019. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2019}{9}$. **B.** $\frac{8068}{27}$. **C.** $\frac{673}{9}$. **D.** $\frac{4031}{81}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x-2017) - 2018x + 2019$ là:.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

A. $g(x) = 0$. **B.** $f(x) = 0$. **C.** $f(x) - g(x) = 0$. **D.** $f(x) + g(x) = 0$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[0;5]$ bằng 5 khi m là:

A. 7. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 32. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;2)$.

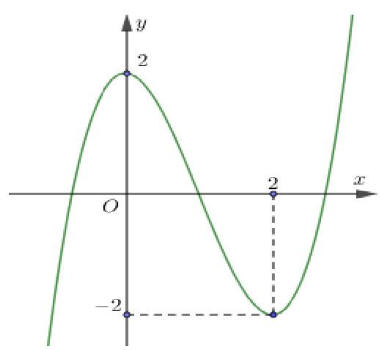
Câu 33. Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $SA = x$, $BC = y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 34. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = x^2 + x + 1$. **B.** $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$. **C.** $y = x + \sqrt{1 - x^2}$. **D.** $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.
C. Hàm số có ba cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a, SA = 2a$, SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $\frac{8a^3}{3}$. **D.** $\frac{6a^3}{3}$.

Câu 37. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-7;8)$. **B.** $(3;8)$. **C.** $(2;14)$. **D.** $(12;20)$.

Câu 38. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

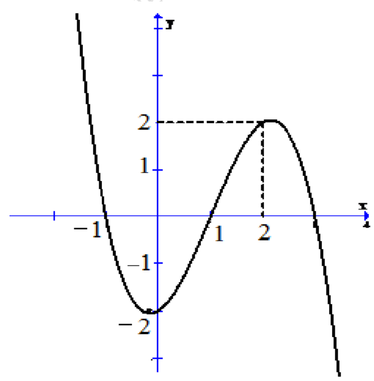
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Câu 39. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

A. $x = 1$. **B.** $y = 0$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 5$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 41. Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a; OB = b; OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào dưới đây

A. $V = 3\,a.b.c$. **B.** $V = \frac{1}{6}a.b.c$. **C.** $V = \frac{1}{3}a.b.c$. **D.** $V = \frac{1}{2}a.b.c$.

Câu 42. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 1$. Tính thể tích V_1 của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $V_1 = \frac{1}{2}$. **C.** $V_1 = \frac{1}{3}$. **D.** $V_1 = \frac{2}{3}$.

Câu 43. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

A. có hệ số góc dương. **B.** song song với đường thẳng $x=1$.

C. có hệ số góc bằng -1. **D.** song song với trục hoành.

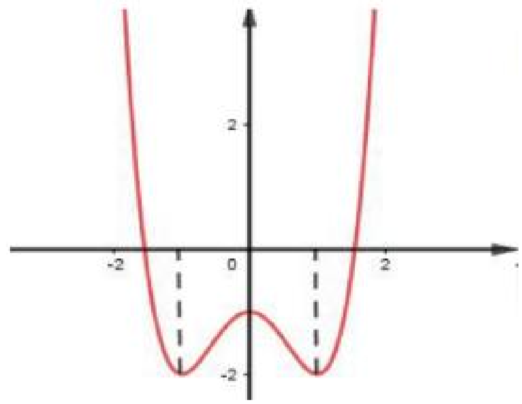
Câu 44. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. -25. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -20.

Câu 45. Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x^2-9}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+3x+6}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là:



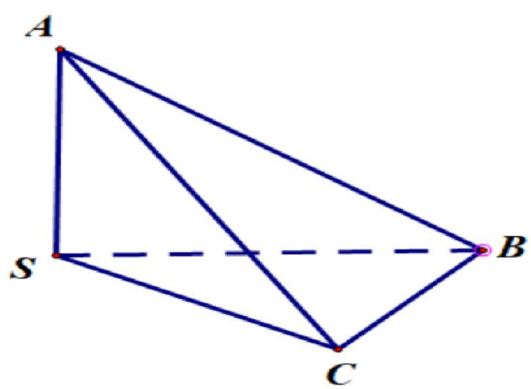
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{2}a^3$. **C .** $\dfrac{1}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{SBC}=\dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}SB.SC=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$			||				
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2 || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

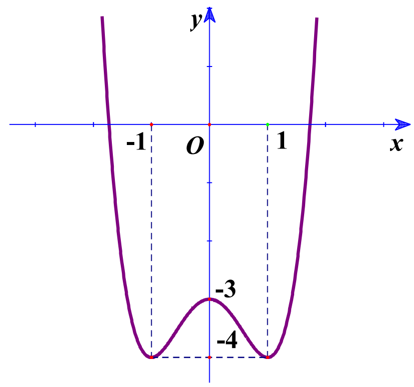
A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.



A. $2021 \le m \le 2022$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 2011 \\ m \le 2021 \end{array}\right.$. **C.** $2021 < m < 2022$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2022 \\ m < 2021 \end{array}\right.$.

Câu 50. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8 - 2m)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = -2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.C	6.C	7.C	8.D	9.B	10.A
11.B	12.D	13.C	14.C	15.D	16.D	17.C	18.D	19.D	20.A
21.B	22.B	23.A	24.B	25.A	26.D	27.C	28.C	29.D	30.C
31.C	32.C	33.A	34.D	35.D	36.B	37.D	38.C	39.B	40.B
41.B	42.B	43.D	44.A	45.C	46.B	47.C	48.C	49.C	50.B

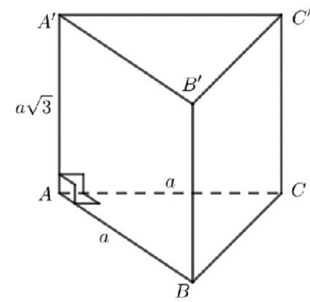
Đề 7	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có ΔABC vuông cân tại A $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2}{2}$.

$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng, nên $AA' \perp (ABC)$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^4 - (m+1)x^2 + 4$ có ba điểm cực trị.

A. $m \geq 0$. **B.** $m > -1$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow 2.\left[-(m+1)\right] < 0 \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Vậy $m > -1$.

Câu 3. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng mỗi căn hộ cho thuê với giá 2000000 đ một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đ thì sẽ có 2 căn hộ bỏ trống. Hỏi muốn thu nhập cao nhất thì công ty phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu 1 tháng?

A. 2200000 đ. **B.** 2100000 đ. **C.** 2225000 đ. **D.** 2250000 đ.

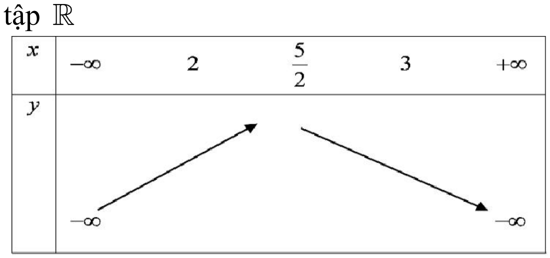
Lời giải

Chọn A

Gọi y là tiền thu nhập và x là số lần tăng tiền $(x \in \mathbb{Z})$.

Ta có $y = (2000000 + 100000x)(50 - 2x) = -2.10^5x^2 + 10^6x + 10^8$.

Lập BBT của hàm số trên tập $\mathbb{R}$



Ta có $y(2) = y(3) = 101200000$.

Dựa vào bảng biến thiên thì số tiền thu nhập nhiều nhất khi $x=2$ hoặc $x=3$.

Vậy số tiền mỗi tháng là $2000000+2.100000=2200000$

hoặc $2000000+3.100000=2300000$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{ax^2+2}}$ có tiệm cận ngang.

A. $a\le 0$. **B.** $a=1$ hoặc $a=4$. **C.** $a\ge 0$. **D.** $a>0$.

Lời giải

Chọn C

Với $a=0$ ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{-1}{x+\sqrt{x^2+1}}\right)=0$, nên đồ thị có TCN.

Với $a>0$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{ax^2+2}}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{|x|\sqrt{a+\dfrac{2}{x^2}}}\right)=0$. Nên đồ thị có TCN.

Với $a<0$

Khi đó hàm số chỉ xác định trên khoảng $\left(-\sqrt{\dfrac{-2}{a}};\sqrt{\dfrac{-2}{a}}\right)$. Do đó không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x\to\pm\infty$.

Vậy để hàm số có tiệm cận ngang thì $a\ge 0$.

Câu 5. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ thoả mãn tiếp tuyến với đồ thị có hệ số góc bằng 2019 ?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$,

Tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2019 nên $y'(x)=2019\Leftrightarrow\dfrac{-1}{(x-1)^2}=2019$ vô nghiệm.

Vậy không tồn tại tiếp tuyến với đồ thị có hệ số góc bằng 2019.

Câu 6. Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. Một giá trị khác. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Chọn C

+ Xét hàm số $f(x)=x^2+2x+a-4$, ta có $f'(x)=2x+2, f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.

$f(-2)=a-4$, $f(-1)=a-5$, $f(1)=a-1$.

+ Do $a-5<a-4<a-1$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$ bằng $\max\{|a-1|;|a-5|\}$ nên có 3 trường hợp xảy .

TH1: Nếu $|a-1|>|a-5|\Leftrightarrow(a-1)^2>(a-5)^2\Leftrightarrow 8a>24\Leftrightarrow a>3$ thì

$\max\limits_{[-2;1]}y=y(1)=|a-1|>2$.

TH2: Nếu $|a-1|<|a-5| \Leftrightarrow (a-1)^2<(a-5)^2 \Leftrightarrow 8a<24 \Leftrightarrow a<3$ thì

$\max\limits_{[-2;1]} y = y(-1) = |a-5| > 2$.

TH3: Nếu $|a-1|=|a-5| \Leftrightarrow (a-1)^2=(a-5)^2 \Leftrightarrow 8a=24 \Leftrightarrow a=3$ thì

$\max\limits_{[-2;1]} y = y(-1) = y(1) = 2$.

Để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $a=3$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $\sqrt{3}a^2$. Độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ là: $V=\sqrt{3}a^2.a\sqrt{2}=\sqrt{6}a^3$.

Câu 8. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Phương trình có 1 nghiệm nên số giao điểm của đường cong và đường thẳng là 1.

Câu 9. Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-2;4]$.

Ta có $y'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{8+2x-x^2}}$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \dfrac{-x+1}{\sqrt{8+2x-x^2}}=0 \Leftrightarrow x=1 \ (y=3)$.

Bảng biến thiên

x	-2		1		4
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số trên đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 10. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=2,\ y=1$. **C.** $x=1,\ y=-2$. **D.** $x=-1,\ y=-2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{1}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$. Suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to1^+}(2x+1)=3>0$; $\lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0$ khi $x\to1^+$.

$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$ vì $\lim\limits_{x\to1^-}(2x+1)=3>0$; $\lim\limits_{x\to1^-}(x-1)=0$ và $x-1<0$ khi $x\to1^-$.

Suy ra $x=1$ là tiệm cận đứng.

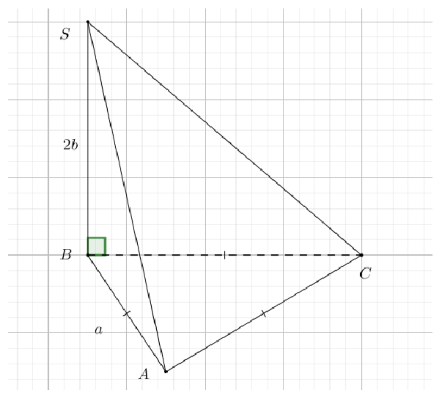
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có ΔABC đều cạnh a, nên $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Đường cao $h=SB=2a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SB.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. Hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-3x-2$. **D.** $y=3x-2$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của (C) với trục tung là $(0;-2)$.

Ta có $y'=-3x^2+3, y'(0)=3$.

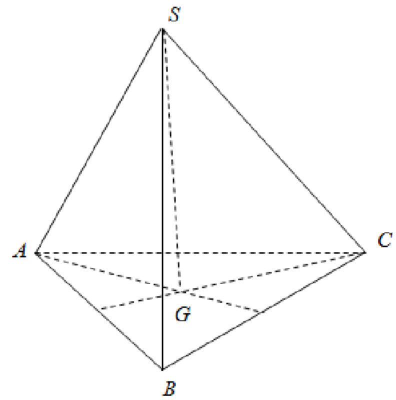
Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là $y=3x-2$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.d\left(S,\left(ABC\right)\right)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $d\left(G,AC\right)=\frac{1}{3}d\left(B,AC\right)$.

$\Rightarrow S_{AGC}=\frac{1}{2}AC.d\left(G,AC\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AC.d\left(B,AC\right)=\frac{1}{3}S_{ABC}$.

Do đó $V_{S.AGC}=\frac{1}{3}S_{AGC}.d\left(S,\left(ABC\right)\right)=\frac{1}{3}.\left[\frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(S,\left(ABC\right)\right)\right]=\frac{1}{3}V_{S.ABC}$.

Vậy: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}=3$.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$.. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có diện tích đáy của lăng trụ là $B=3a^2$, chiều cao của lăng trụ (bằng độ dài cạnh bên) là $h=2a$ nên thể tích khối lăng trụ là: $V=B.h=3a^2.2a=6a^3$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục, có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

x	–		-1		0		+
y'		–	0	+	0	–	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

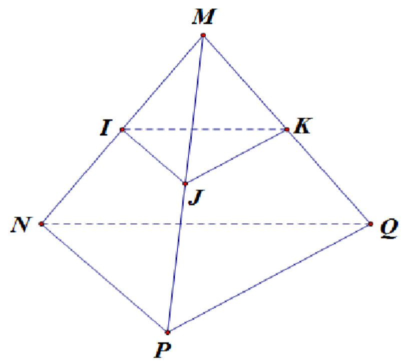
Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 16. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I;J;K$ lần lượt là trung điểm của $MN;MP;MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}=\frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

Câu 17. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét trên $[3;5]$ hàm số liên tục.

Ta có $y'=\frac{-2}{(x-1)^2}<0, \forall x\in[3;5]$ nên hàm số luôn nghịch biến trên $[3;5]$.

Khi đó $f(3)=2$ và $f(5)=\frac{3}{2}$ suy ra $M=2$ và $m=\frac{3}{2}$.

Vậy $M-m=\frac{1}{2}$.

Câu 18. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2x-1+\sqrt{4x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x-1+\sqrt{4x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(2x-1)^2-(4x^2-4)}{2x-1-\sqrt{4x^2-4}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-4x+3}{2x-1-\sqrt{4x^2-4}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-4+\frac{3}{x}}{2-\frac{1}{x}+\sqrt{4-\frac{4}{x^2}}}=-1$

và $\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\left(2x-1+\sqrt{4x^2-4}\right) = \lim_{x\to+\infty} x\left(2-\frac{1}{x}+\sqrt{4-\frac{4}{x^2}}\right) = +\infty$

Vậy $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $a\in K$.

A. $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.
B. $y=f(a)(x-a)+f'(a)$.
C. $y=f'(a)(x-a)-f(a)$.
D. $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M(a;f(a))\in(C)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm $M(a;f(a))$ có dạng:

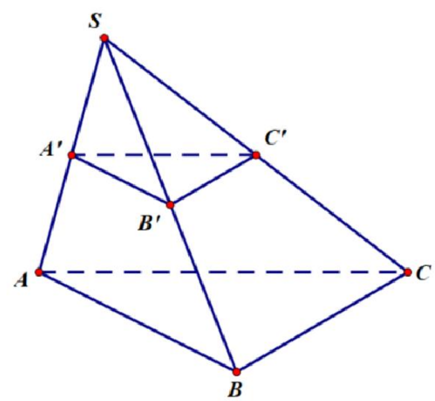
$y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.
B. $\frac{V}{2}$.
C. $\frac{V}{4}$.
D. $\frac{V}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$.

Mà các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC.

Nên $\frac{SA'}{SA}=\frac{1}{2}$, $\frac{SB'}{SB}=\frac{1}{2}$, $\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}$.

Suy ra: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

Hay $V_{S.A'B'C'}=\frac{V}{8}$.

Vậy: thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng $\frac{V}{8}$.

Nhận xét: nếu hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ theo thứ tự đồng dạng với tỉ số bằng k, với $k>0$ thì $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=k^3$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-2\le m\le 4$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $m<-2$. **D.** $m>4$.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<4$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ứng với một giá trị của $2-x$ sẽ có một giá trị x nên số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình $f(x)-1=0$ có ba nghiệm phân biệt, vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$, $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên đoạn $[-3;2]$.

A. $\max\limits_{[-3;2]} y = 54$. **B.** $\max\limits_{[-3;2]} y = 48$. **C.** $\max\limits_{[-3;2]} y = 16$. **D.** $\max\limits_{[-3;2]} y = 7$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đã xác định và liên tục trên đoạn $[-3;2]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$; $\begin{cases} x \in (-3;2) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-3;2) \\ 4x^3 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array} \right.$

Tính $y(-3) = 48$, $y(2) = -7$, $y(0) = -15$, $y(1) = -16$, $y(-1) = -16$.

Vậy $\max\limits_{[-3;2]} y = 48$.

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABC$ trên SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỷ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

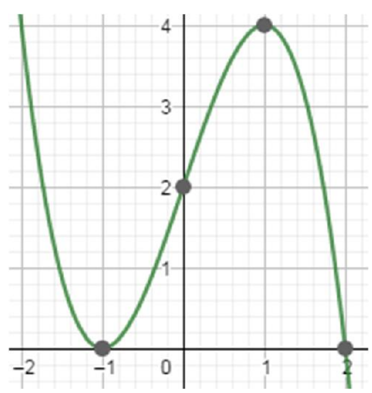
Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{27}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn D



Từ đồ thị ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 27. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong những khoảng sau?

A. $(0;4)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn C

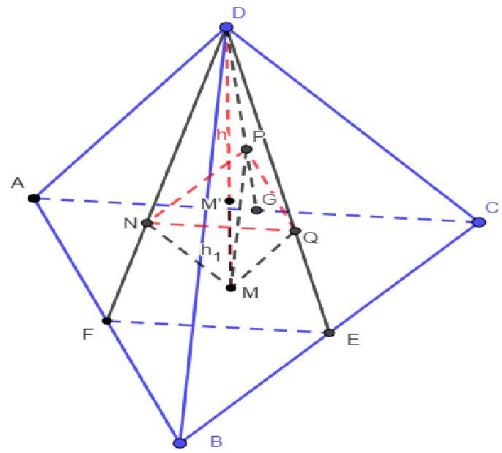
Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$. Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{array} \right.$.

Câu 28. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2019. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2019}{9}$. **B.** $\frac{8068}{27}$. **C.** $\frac{673}{9}$. **D.** $\frac{4031}{81}$.

Lời giải

Chọn C



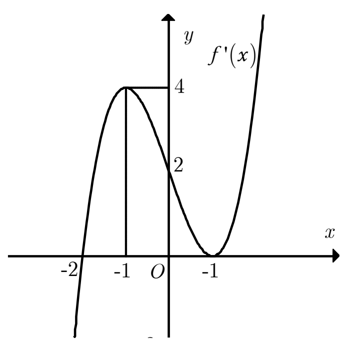
+ Gọi $M' = DM \cap (NPQ)$, $h = d(D,(ABC)), h_1 = d(M,(NPQ))$.

$+(NQP)//(ABC) \Rightarrow \frac{h_1}{h} = \frac{MM'}{MD} = \frac{FN}{FD} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{3}h$.

$+\ \frac{NQ}{EF} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{NQ}{AC} = \frac{1}{3}$, tương tự ta có $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{AB} = \frac{1}{3}$ nên ΔNPQ và ΔABC đồng dạng theo tỉ số $k = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\Delta NPQ} = \frac{1}{9}S_{\Delta ABC}$.

+ Vậy $V_{MNPQ} = \frac{1}{3}h_1.S_{\Delta NPQ} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.h.\frac{1}{9}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{27}V_{ABCD} = \frac{673}{9}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



sau:

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x-2017) - 2018x + 2019$ là:.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = f(x-2017) - 2018x + 2019$.

Ta có: $g'(x) = f'(x-2017) - 2018$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x-2017)$ là phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f'(x)$ theo phương trục hoành sang phải 2017 đơn vị.

Đồ thị hàm số $y = f'(x-2017)$ cắt đường thẳng $y = 2018$ tại duy nhất một điểm có hoành độ $x_0 > 1$ và giá trị hàm số $g'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua điểm x_0 nên hàm số đạt cực tiểu tại x_0,

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

A. $g(x) = 0.$ **B.** $f(x) = 0.$

C. $f(x) - g(x) = 0.$ **D.** $f(x) + g(x) = 0.$

Lời giải

Chọn C

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[0;5]$ bằng 5 khi m là:

A. 7. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$y' = 6x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0		1		5	$+\infty$
y'		0	$-$	0	$+$		
y		m		$m-1$		$175+m$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{[0;5]} y = m - 1$.

Theo giả thiết, $m - 1 = 5 \Leftrightarrow m = 6$.

Câu 32. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

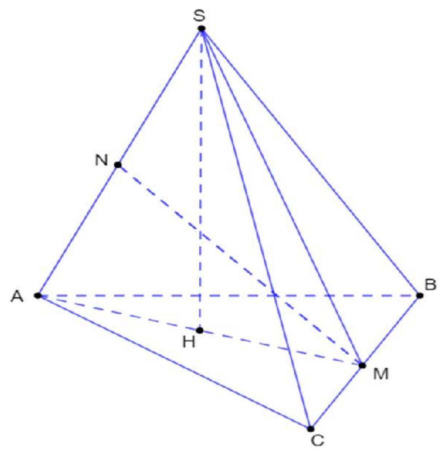
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến $(-1;1)$.

Câu 33. Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $SA = x$, $BC = y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Do $SB = SC = AB = AC = 1$ nên các tam giác SBC và ABC là tam giác cân.

Gọi M là trung điểm BC, khi đó ta có $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (ABC) \perp (SAM)$.

Kẻ $SH \perp AM$, khi đó $SH \perp (ABC)$.

Ta có $AM = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} \cdot y$.

Gọi N là trung điểm SA. Tam giác SMA cân tại M nên MN là đường cao và $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}$.

Ta có $MN.SA = AH.AM$ nên $AH = \frac{MN.SA}{AM} = \frac{x\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{\sqrt{4 - y^2}}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{4 - y^2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} \cdot y$

$= \frac{1}{12} xy\sqrt{4 - x^2 - y^2} \le \frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 34. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = x^2 + x + 1$. **B.** $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$. **C.** $y = x + \sqrt{1 - x^2}$. **D.** $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đồ thị dạng parabol nên không có đường tiệm cận ngang.

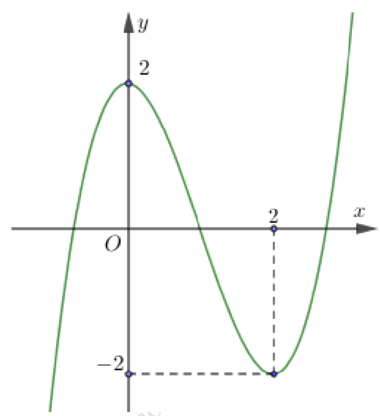
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-x+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{\dfrac{1}{x}}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-x+1}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{\dfrac{1}{x}}=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x}$ không có đường tiệm cận ngang.

Hàm số .. có tập xác định $D=[-1;1]$ nên đồ thị hàm số này cũng không có đường tiệm cận ngang.

Xét hàm số $y=x+\sqrt{x^2+1}$, ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}=0$ nên suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$, có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.
C. Hàm số có ba cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2. Loại A.
Hàm số có hai cực trị. Loại C
$\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$ nên GTLN và GTNN của hàm số khác 2 và -2. Loại B

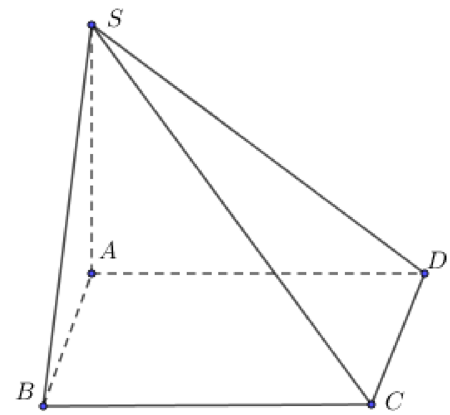
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a,BC=2a,SA=2a$, SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{6a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a.a.2a=\dfrac{4a^3}{3}$.



Câu 37. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-7;8)$. **B.** $(3;8)$. **C.** $(2;14)$. **D.** $(12;20)$.

Lời giải

Chọn D

$y' = 6x^2 + 6x - 12$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $y(-1) = 15,\ y(2) = 6,\ y(1) = -5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 15 khi $x = -1$.

Câu 38. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2 .
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 5 tại $x = 0$ và có giá trị cực tiểu bằng 1 tại $x = 2$. Từ các đáp án A, B, C, D ta chọn C.

Câu 39. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

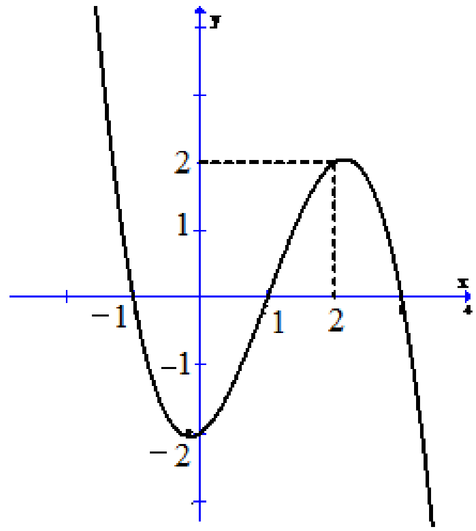
A. $x = 1$. **B.** $y = 0$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{5}{x-1} = 0$ nên tiệm cận ngang là đường thẳng y = 0 .

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(0;2)$ đồ thị là một đường đi lên theo chiều từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 41. Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a; OB = b; OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào dưới đây

A. $V = 3a.b.c$. **B.** $V = \frac{1}{6}a.b.c$. **C.** $V = \frac{1}{3}a.b.c$. **D.** $V = \frac{1}{2}a.b.c$.

Lời giải

Chọn B

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau nên:

$OA \perp (OBC)$ và ΔOBC vuông tại O.

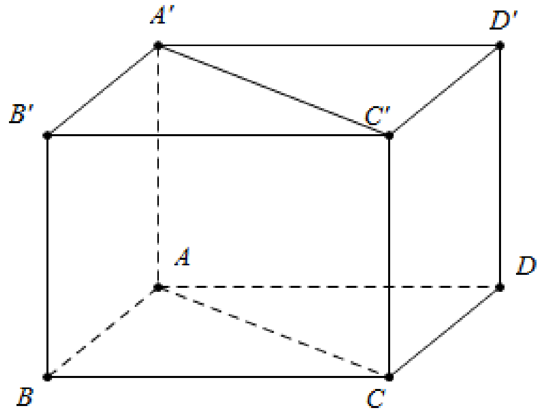
Vậy thể tích khối tứ diện: $V = \frac{1}{3}.OA.\frac{1}{2}.OB.OC = \frac{1}{6}a.b.c$.

Câu 42. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 1$. Tính thể tích V_1 của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $V_1 = \frac{1}{2}$. **C.** $V_1 = \frac{1}{3}$. **D.** $V_1 = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta thấy $S_{ABC}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.

Nên thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V_1=AA'.S_{ABC}=AA'.\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{1}{2}V=\frac{1}{2}$.

Câu 43. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5$

A. có hệ số góc dương. **B.** song song với đường thẳng $x=1$.
C. có hệ số góc bằng -1. **D.** song song với trục hoành.

Lời giải

Chọn D

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $k=0$.
Do đó, tiếp tuyến đó song song với trục hoành.

Câu 44. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. -25. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -20.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Vì hệ số $a=1>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=3$ và giá trị cực tiểu $y_{CT}=-25$.

Câu 45. Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

A. $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x^2-9}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x^2+3x+6}$.

Lời giải

Chọn C

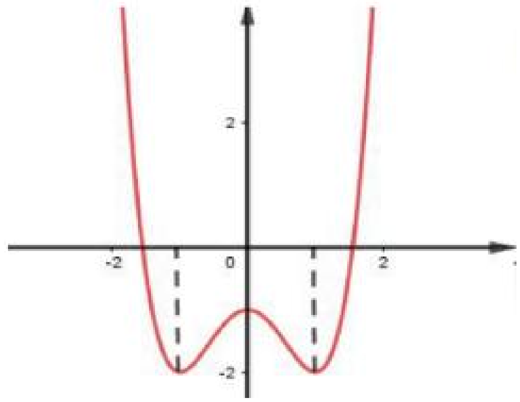
Xét đáp án A có $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}},\forall x\in\mathbb{R}$, có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$, $y=1$ không có tiệm cận đứng nên loại.

Xét đáp án B có $y=\frac{x+2}{x-1}$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$, có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ nên loại.

Xét đáp án C có $y=\frac{x+1}{x^2-9}$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$, có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$ và có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-3$, $x=3$ nên chọn.

Xét đáp án C có $y=\dfrac{x+2}{x^2+3x+6}$, $\forall x\in\mathbb{R}$, có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$ và không có tiệm cận đứng nên loại.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là:



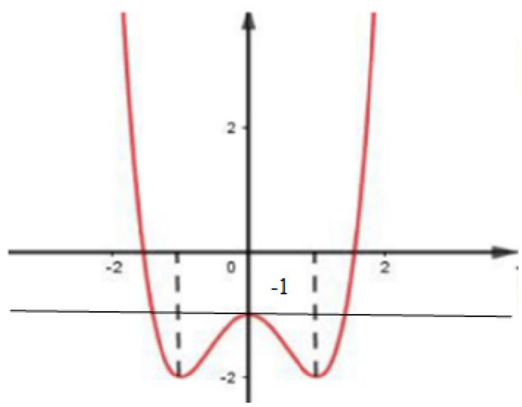
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-1$.

Dựa đồ thị ta có phương trình $f(x)+1=0$ có 3 nghiệm.

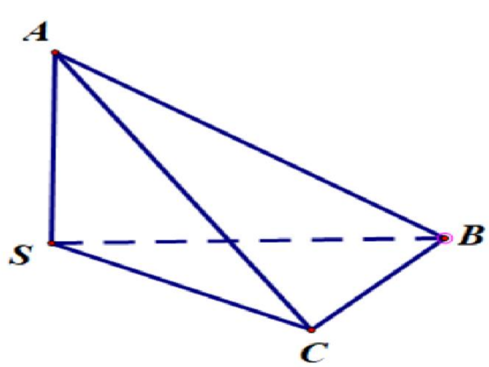


Câu 47. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{6}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{SBC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}SB.SC=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{a^3}{6}.$$

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{-1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1			1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	||		$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	↗	2 || $+\infty$		↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn C

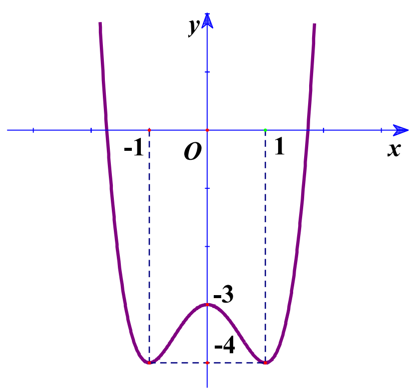
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Dấu $f'\left(x\right)$ đổi từ $\left(-\right)$ sang $\left(+\right)$ khi qua 1 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

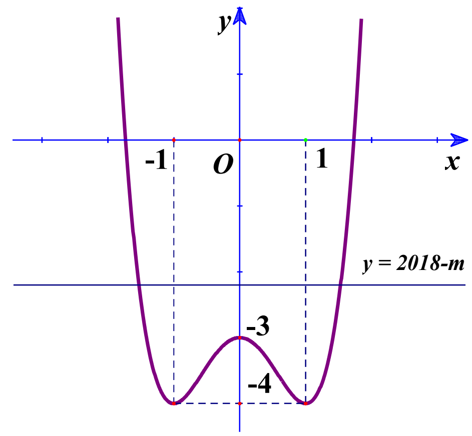
Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)+m-2018=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.



A. $2021\le m\le 2022$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2011 \\ m\le 2021 \end{array}\right.$. **C.** $2021<m<2022$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2022 \\ m<2021 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C



Phương trình $f\left(x\right)+m-2018=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=2018-m$.

Số nghiệm của phương trình trên chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=2018-m$.

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy phương trình $f\left(x\right)=2018-m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-4<2018-m<-3 \Leftrightarrow 2021<m<2022$.

Câu 50. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(8-2m\right)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

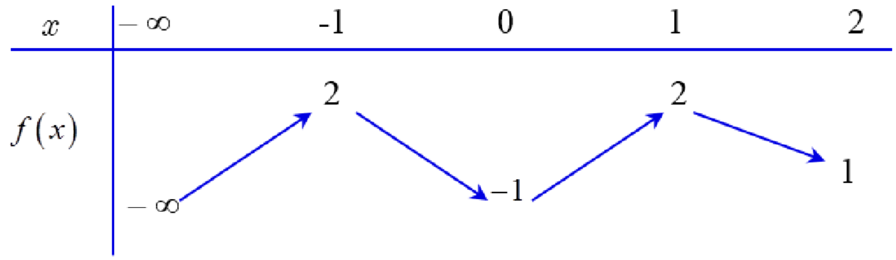
$y'=x^2-2mx+8-2m$.

Hàm số y đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=x^2-2mx+8-2m\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta'=m^2-\left(8-2m\right)\leq 0\\ a=1>0\end{cases} \Leftrightarrow m^2+2m-8\leq 0 \Leftrightarrow -4\leq m\leq 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m=2$.

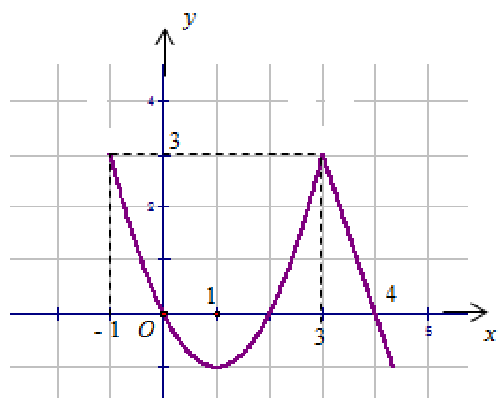
Đề 8	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;2]$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai** về hàm số đã cho?



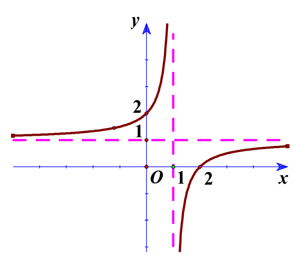
A. Giá trị cực đại bằng 2.
B. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.
C. Giá trị cực tiểu bằng -1.
D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(2;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$				$-\infty$ || $+\infty$				$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

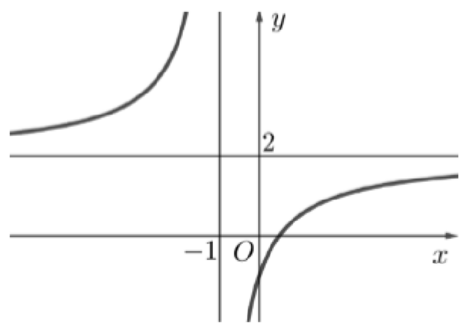
x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(1;3\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

C. Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-1;1\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(1;2\right)$.

Câu 7. Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 2$. **C.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'<0,\forall x\neq -1$.

Câu 8. Cho $\log_3 5=a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{3}}75=2a$. **B.** $\log_{\sqrt{3}}75=2+4a$. **C.** $\log_{\sqrt{3}}75=\dfrac{1+2a}{2}$. **D.** $\log_{\sqrt{3}}75=4a$.

Câu 9. Với $0<a\neq 1$. Biểu thức nào sau đây có giá trị dương?

A. $\log_2\left(\log_{\sqrt[4]{a}}a\right)$. **B.** $\log_a\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)$. **C.** $\log_a\left(\dfrac{1}{\log 10}\right)$. **D.** $\log_2\left(\log_{a^2}a\right)$.

Câu 10. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Cạnh của hình lập phương đó bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\log_2 x}{x}$ là

A. $f'\left(x\right)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$. **B.** $f'\left(x\right)=\dfrac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$. **C.** $f'\left(x\right)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2\ln 2}$. **D.** $f'\left(x\right)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2}$.

Câu 12. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua một căn hộ chung cư trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua căn hộ chung cư là bao nhiêu?

A. 394 triệu đồng. **B.** 396 triệu đồng. **C.** 397 triệu đồng. **D.** 395 triệu đồng.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(5x-3)$ có dạng $y'=\dfrac{a}{(5x-3)\ln b}(a;b\in\mathbb{Z},a<10)$. Tính $a+b$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 14. Cho $\log_a x=2$, $\log_b x=3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $\log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P=6$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=\dfrac{1}{6}$. **D.** $P=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 15. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $\left(ABCD\right)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $A.SBC$ là bao nhiêu?

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ có hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. $3a$ **B.** $\dfrac{3a}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** a

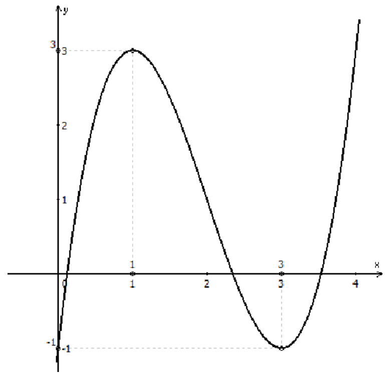
Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB=a$, $AA'=2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là trung điểm H của cạnh BC. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AB = a$, $AD = 2BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và SD tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 21. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$. **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$. **D.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(2)$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x) - x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

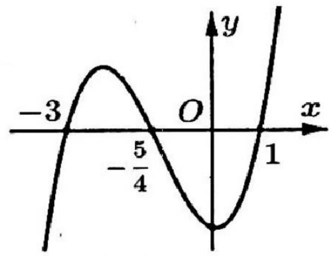
Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 26. Hàm số $f(x)=(x-1)^2+(x-2)^2+...+(x-2019)^2$ $(x\in\mathbb{R})$ đạt giá trị nhỏ nhất khi x bằng

A. 2019. **B.** 1010. **C.** 2020. **D.** 0.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+m$ $(a,b,c,d,m\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



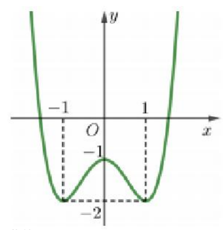
Tập nghiệm của phương trình $f(x)=m$ có số phần tử là:

A. 3 **B** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+9$ có đồ thị là (C). Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(0;9)$. **B.** $M(2;5)$. **C.** $M(5;2)$. **D.** $M(9;0)$.

Câu 29. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^3-1$. **D.** $y=-x^4+2x^3-1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

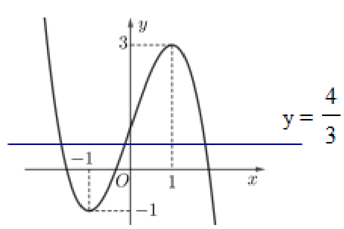
Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2\sin x-3\cos x+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in\left(-\infty;-\sqrt{13}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\sqrt{13}\right]$. **C.** $m\in\left[\sqrt{13};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[-\sqrt{13};+\infty\right)$.

Câu 32. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x^2-5}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

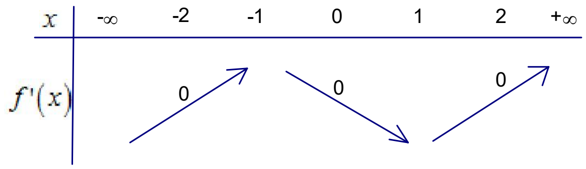
Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-4=0$ .là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ là



A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(1)$.

Câu 35. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 36. Cho bất phương trình $\sqrt[3]{x^4+x^2+m}-\sqrt[3]{2x^2+1}+x^2\left(x^2-1\right)>1-m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x>1$.

A. $m>1$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m\geq \dfrac{1}{2}$. **D.** $m>\dfrac{1}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=3$. Xét hàm số $g(x)=f(3x-1)+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$.

A. 13. **B.** -7. **C.** -13. **D.** -1.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)(2+x)(\sin x+2)+2019$. Hàm số $y=f(1-x)+2019x-2018$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3\,;\,+\infty)$. **B.** $(1\,;\,+\infty)$. **C.** $(0\,;\,3)$. **D.** $(-\infty\,;\,3)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-x)-x-\sqrt{x^2+2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 40. Có bảo nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 12. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 41. Biết hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+3(m-1)x^2+9x+1$ nghịch biến trên khoảng $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1-x_2|=6\sqrt{3}$ thì có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn đề bài?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

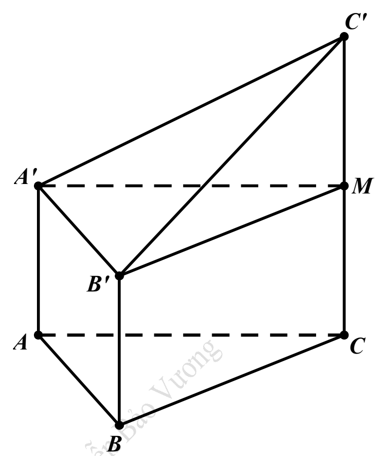
Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + (2+m)x^2 + 4 + 2m$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

A. $m \le -4$. **B.** $m < -4$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $m > -2$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3, AC = 4, AD = 6$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

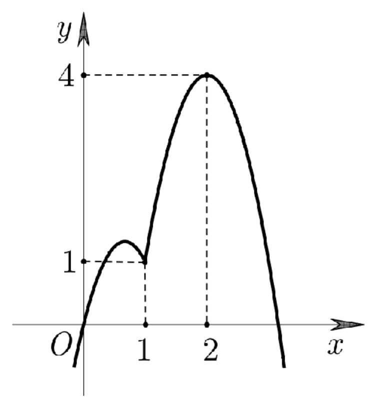
A. $\dfrac{27\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Câu 44. Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó các cạnh AA', BB', CC' đều vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = BB' = \dfrac{1}{2}CC' = a$. Tính theo a thể tích V của khối đa diện đó.



A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

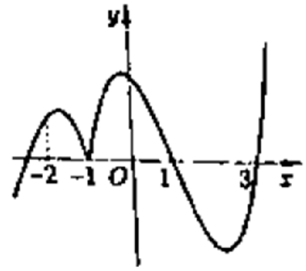
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\left(mx + m^2\sqrt{5-x^2} + 2m + 1\right)f(x) \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2;2]$?

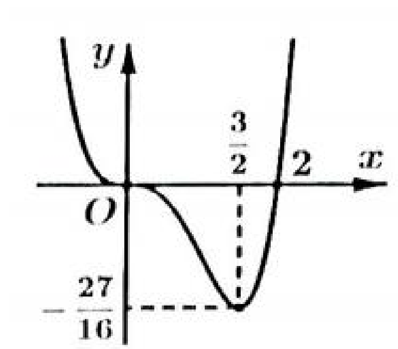


A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x)=x^4-(m+1)x^2+2$ và $g(x)=2x^4-4x^2+3m$. Giả sử đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B, C và đồ thị hàm số $g(x)$ có ba điểm cực trị là M, N, P. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai tam giác ABC và MNP đồng dạng với nhau?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hinh vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2|\sin x|)=f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc $[-\pi;2\pi]$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Bất phương trình $(x^2+1)f(x)\ge m$ có nghiệm trên khoảng $(-1;2)$ khi và chỉ khi

A. $m<10$. **B.** $m\le 15$. **C.** $m<27$. **D.** $m<15$.

Câu 50. Cho bất phương trình $m\sqrt{1-x}+12\sqrt{1-x^2}\ge 16x+3m\sqrt{1+x}+2m+15$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-9;9]$ để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 10.

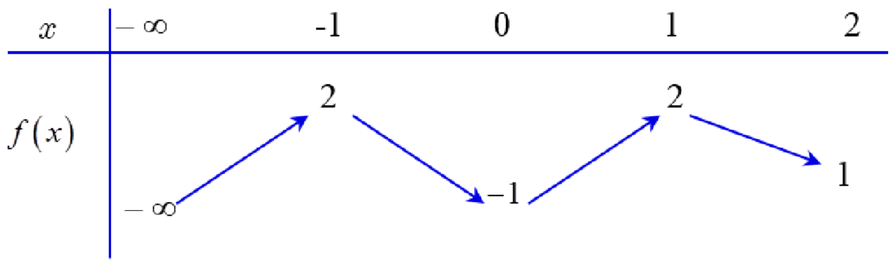
BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.D	5.B	6.D	7.C	8.B	9.A	10.D
11.B	12.C	13.A	14.B	15.B	16.A	17.D	18.A	19.B	20.D
21.D	22.C	23.B	24.D	25.C	26.B	27.A	28.B	29.B	30.C
31.C	32.D	33.B	34.B	35.A	36.B	37.C	38.C	39.A	40.A
41.B	42.C	43.C	44.B	45.C	46.A	47.B	48.B	49.D	50.B

Đề 8	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Nhóm dạng câu nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;2]$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai** về hàm số đã cho?



A. Giá trị cực đại bằng 2.

B. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

C. Giá trị cực tiểu bằng -1.

D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Lời giải

Chọn B

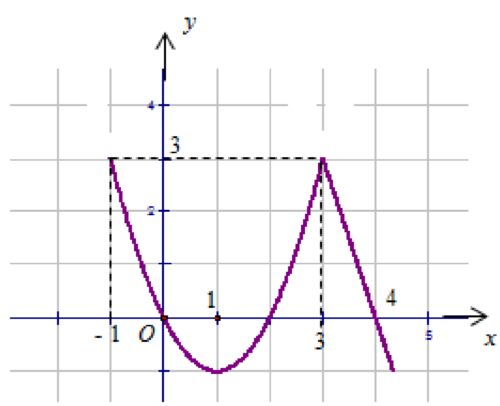
Hàm số có 1 điểm cực tiểu: $x=0$ $\Rightarrow$ B **sai**.

Giá trị cực đại bằng 2 $\Rightarrow$ A đúng.

Giá trị cực tiểu bằng -1 $\Rightarrow$ C đúng.

Hàm số có 2 điểm cực đại: $x=-1; x=1$ $\Rightarrow$ D đúng.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(2;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

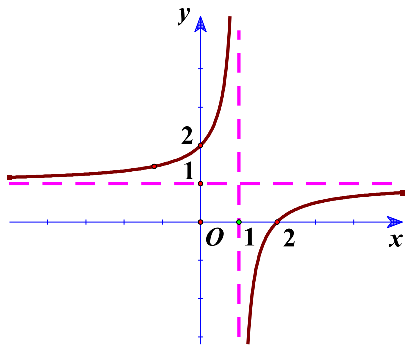
Chọn C

Từ đồ thị của hàm số, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	-1		1		3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
f		↘		↗		↘	

Từ đó suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1, y=1$ nên loại phương án **C,** **D.** Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên loại phương án **B.**

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ ↘		↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	$+$	0	-	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(1;3\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

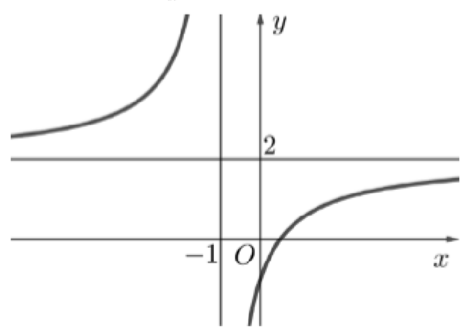
C. Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-1;1\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(1;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;3\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$. Vậy **D** là phương án đúng.

Câu 7. Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 2$. **C.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'<0,\forall x\neq -1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có đường cận đứng là đường thẳng $x=-1$ nên tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Đồ thị hàm số là đường đi lên từ trái qua phải trong từng khoảng xác định nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Vậy $y'>0,\forall x\neq -1$.

Câu 8. Cho $\log_3 5=a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{3}}75=2a$. **B.** $\log_{\sqrt{3}}75=2+4a$. **C.** $\log_{\sqrt{3}}75=\dfrac{1+2a}{2}$. **D.** $\log_{\sqrt{3}}75=4a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\sqrt{3}} 75 = \log_{3^{\frac{1}{2}}}(3.25) = 2\log_3(3.25) = 2\left(\log_3 3 + \log_3 5^2\right) = 2\left(1 + 2\log_3 5\right) = 2 + 4a$.

Câu 9. Với $0 < a \neq 1$. Biểu thức nào sau đây có giá trị dương?

A. $\log_2\left(\log_{\sqrt[4]{a}} a\right)$. **B.** $\log_a\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)$. **C.** $\log_a\left(\frac{1}{\log 10}\right)$. **D.** $\log_2\left(\log_{a^2} a\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2\left(\log_{\sqrt[4]{a}} a\right) = \log_2\left(\log_{a^{\frac{1}{4}}} a\right) = \log_2 4 = 2$

Ta có $\log_a\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right) = \log_a\left(a^{-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{4}$ và $\log_a\left(\frac{1}{\log 10}\right) = \log_a 1 = 0$

Ta có $\log_2\left(\log_{a^2} a\right) = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

Câu 10. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Cạnh của hình lập phương đó bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lập phương cạnh x là x^3. Vậy $x^3 = 2\sqrt{2}a^3 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Nhóm dạng câu thông hiểu

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\log_2 x}{x}$ là

A. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. **B.** $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}$. **C.** $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2 \ln 2}$. **D.** $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = \frac{\log_2 x}{x}$.

Ta có $f'(x) = \frac{(\log_2 x)'.x - (x)'.\log_2 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{x\ln 2}.x - \log_2 x}{x^2} = \frac{1 - \ln 2.\log_2 x}{x^2 \ln 2} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}$.

Câu 12. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu . Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua một căn hộ chung cư trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua căn hộ chung cư là bao nhiêu?

A. 394 triệu đồng. **B.** 396 triệu đồng. **C.** 397 triệu đồng. **D.** 395 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thúc lãi suất kép:

$T_n = A(1+r)^n$.

Sau 3 năm người đó nhận được số tiền là: $T_3 = A(1,08)^3$.

Theo bài ra ta có phương trình: $A(1,08)^3 = 500 \Leftrightarrow A = \dfrac{500}{(1,08)^3} \approx 397$ triệu đồng.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(5x-3)$ có dạng $y' = \dfrac{a}{(5x-3)\ln b}(a;b \in \mathbb{Z}, a < 10)$. Tính $a+b$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$.

Ta được: $y' = (\log_2(5x-3))' = \dfrac{(5x-3)'}{(5x-3)\ln 2} = \dfrac{5}{(5x-3)\ln 2}$.

Khi đó $a = 5; b = 2$. Suy ra $a+b = 7$.

Theo định lí Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 10$.

Câu 14. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $\log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P = 6$. **B.** $P = -6$. **C.** $P = \dfrac{1}{6}$. **D.** $P = -\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Với a, b là các số thực lớn hơn 1 ta có:

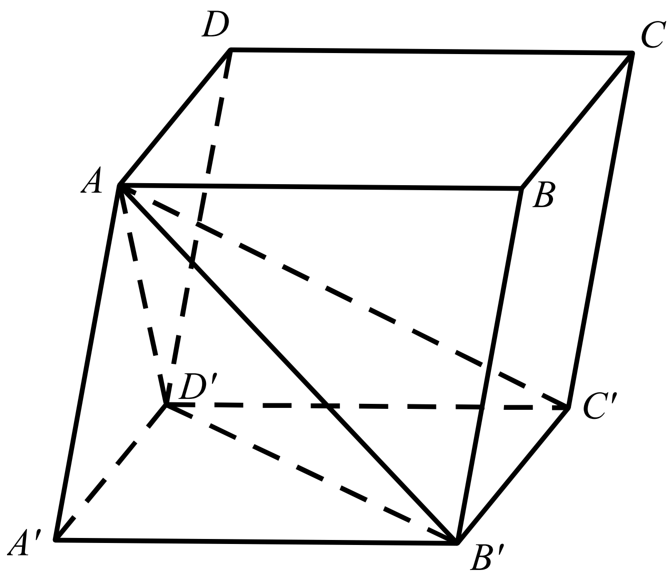
$$\log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - \log_x b^2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - \frac{2}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = -6.$$

Câu 15. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi h là chiều cao của khối hộp và S là diện tích của hình bình hành $A'B'C'D'$, ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = h.S = 1$.

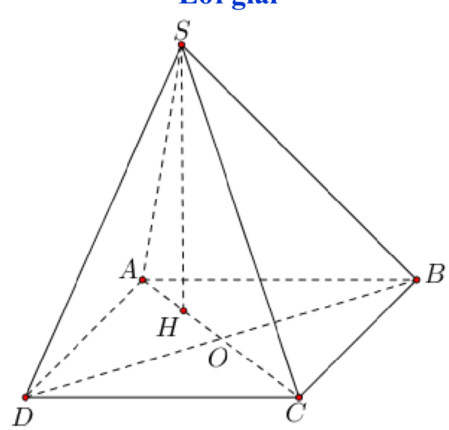
Xét khối tứ diện $AB'C'D'$ có chiều cao của tứ diện hạ từ A bằng h, diện tích đáy $S_{B'C'D'} = \frac{1}{2}S$.

Vậy $V_{AB'C'D'} = \frac{1}{3}h.\frac{1}{2}S = \frac{1}{6}h.S = \frac{1}{6}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AC.

Ta có $SO=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ suy ra ΔSAO là tam giác đều.

$\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

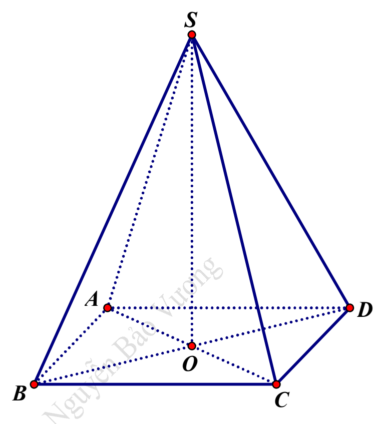
Vậy $V=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $A.SBC$ là bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Luôn có $SO\perp(ABCD)$.

Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $OD=\frac{BD}{2}=\frac{AB\sqrt{2}}{2}=\frac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Tam giác SOD vuông tại O nên $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{(2a)^2-(a\sqrt{2})^2}=a\sqrt{2}$.

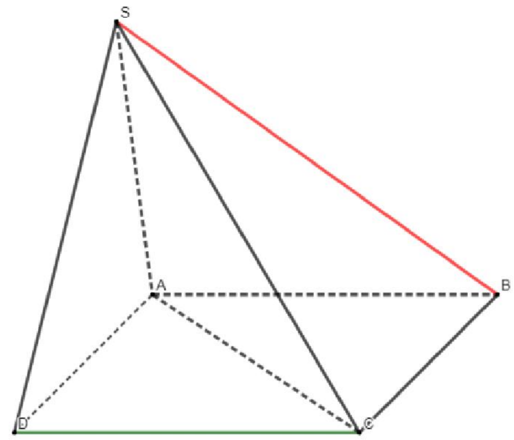
Thể tích hình chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.SO.AB^2=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Mà $V_{A.SBC}=V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SO.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.SO.\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}=\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ có hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. $3a$ **B.** $\frac{3a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** a

Lời giải



Chọn A

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{ABC}$

Do đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}h.S_{ABCD}=\frac{1}{3}h.\left(2S_{ABC}\right)=2V_{S.ABC}=2V_{C.SAB}$ suy ra $V_{C.SAB}=a^3$.

Ta có $CD//AB \Leftrightarrow CD//(SAB)$ nên khoảng cách giữa 2 đường thẳng CD và AB là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

Ta gọi khoảng cách $d\left(C;(SAB)\right)=h_C$.

Khi đó:

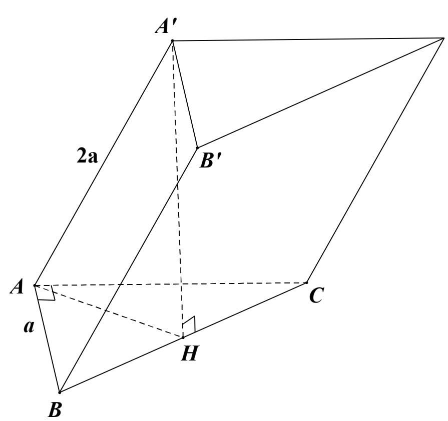
$$\begin{cases} V_{C.SAB}=a^3 \\ V_{C.SAB}=\frac{1}{3}h_C.S_{SAB} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}h_C.S_{SAB}=a^3 \Rightarrow h_C=\frac{3a^3}{S_{SAB}}=\frac{3a^3}{a^2}=3a.$$

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB=a$, $AA'=2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow BC=a\sqrt{2}; AH=\frac{1}{2}BC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AH$

Trong tam giác $AA'H$ vuông tại H ta có: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = a\frac{\sqrt{14}}{2}$.

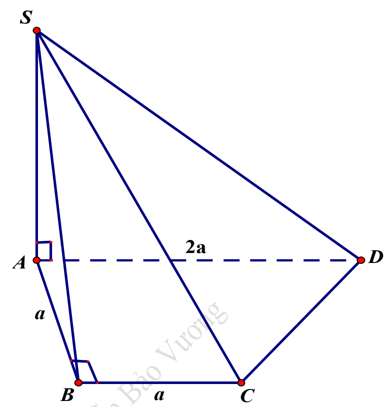
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = a\frac{\sqrt{14}}{2}.\frac{1}{2}.a.a = \frac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AB = a$, $AD = 2BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và SD tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

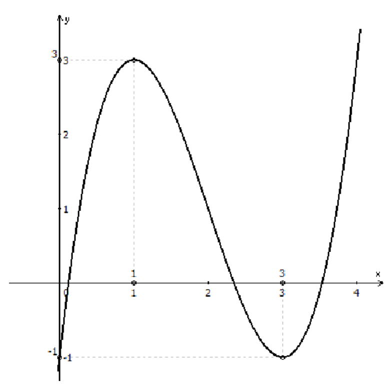


Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SDA} = 60^0$.

Xét tam giác vuông SAD vuông tại A ta có $SA = AD.\tan 60^0 = 2a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}(AD + BC).AB.SA = \frac{1}{6}.(2a + a)a.2a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 21. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$. **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$. **D.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có

TXĐ: $D = R$.

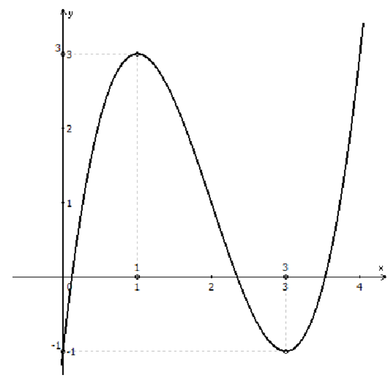
$y' = 3x^2 - 12x + 9$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

BBT

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị



Nhánh cuối đi lên $\Rightarrow$ loại **C.**

Đồ thị đi qua điểm $M(0;-1) \Rightarrow$ loại **B.**

Đồ thị đi qua điểm $(3;-1) \Rightarrow$ loại **A.**

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Do không tồn tại $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ và $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{1 - \dfrac{2}{x}} + 1}{1 - \dfrac{1}{x}} = 2$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-\sqrt{1 - \dfrac{2}{x}} + 1}{1 - \dfrac{1}{x}} = 0$.Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là: $y = 2$ và $y = 0$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

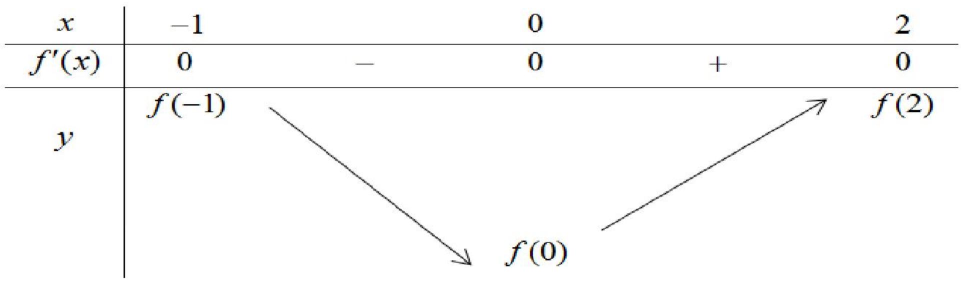
A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn B

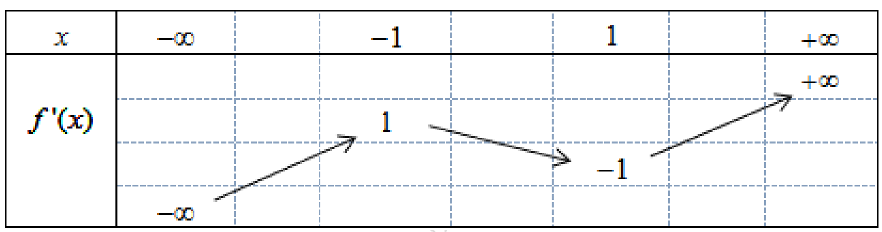
Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $f(0)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(x)-x$ có bao nhiêu điểm cực trị?



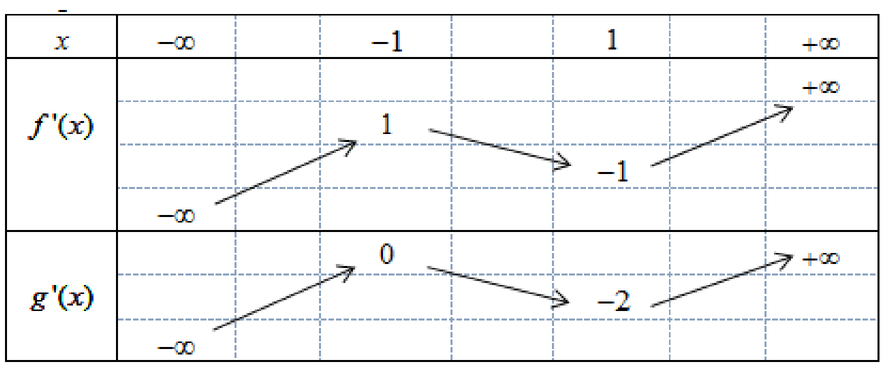
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

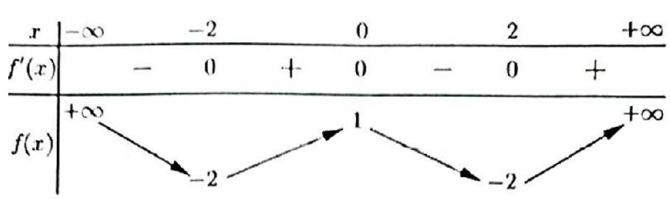
$g(x)=f(x)-x \Rightarrow g'(x)=f'(x)-1$

Ta có bảng biến thiên như sau:



Vậy hàm số $g(x)=f(x)-x$ có 1 điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $2f(x)+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{-m}{2}$.

Phương trình $2f(x)+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{-m}{2}$ tại 4 điểm phân biệt.

Căn cứ vào bảng biến thiên suy ra $-2<\frac{-m}{2}<1 \Leftrightarrow -2<m<4$.

Mà m nguyên, nên $m\in\{-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 26. Hàm số $f(x)=(x-1)^2+(x-2)^2+...+(x-2019)^2\ (x\in\mathbb{R})$ đạt giá trị nhỏ nhất khi x bằng

A. 2019. **B.** 1010. **C.** 2020. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

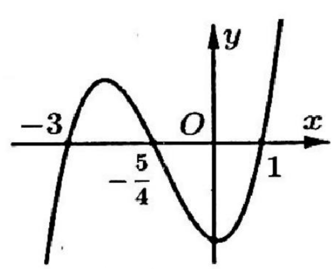
Ta có: $y'=2(x-1)+2(x-2)+...+2(x-2019)=2\left[2019x-(1+2+...+2019)\right]$

$\Leftrightarrow y'=2(2019x-1010.2019)$; $y'=0\Leftrightarrow x=1010$.

x	$-\infty$		1010		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=1010$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+m\ (a,b,c,d,m\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tập nghiệm của phương trình $f(x)=m$ có số phần tử là:

A. 3 **B** 2 **C.** 1 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Theo đồ thị hàm số ta có:

$$f'(x)=4a(x+3)\left(x+\frac{5}{4}\right)(x-1)$$
$$=a\left(4x^3+13x^2-2x-15\right)$$
$$=4ax^3+13x^2-2ax-15a$$

Khi đó: $f(x)=ax^4+\frac{13}{3}ax^3-ax^2-15ax+m\,(a\neq 0)$

$$f(x)=m\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow x\left(x^3+\frac{13}{3}x^2-x-15\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{5}{3}\\x=-3\end{array}\right.$$

V ậy phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm.

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+9$ có đồ thị là (C). Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(0;9)$. **B.** $M(2;5)$. **C.** $M(5;2)$. **D.** $M(9;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2-6x$.

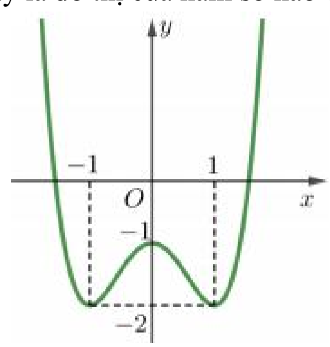
Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (y=9)\\x=2\ (y=5)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị (C) là $M(2;5)$.

Câu 29. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^3-1$. **D.** $y=-x^4+2x^3-1$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta thấy hình vẽ trên là đồ thị của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$ nên ta loại đáp án C và đáp án D.

+ Lại có $y\left(0\right)=-1$ nên ta loại đáp án A, chọn đáp án B.

Câu 30. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-1;3\right)$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2\sin x-3\cos x+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in\left(-\infty;-\sqrt{13}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\sqrt{13}\right]$. **C.** $m\in\left[\sqrt{13};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[-\sqrt{13};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2\cos x+3\sin x+m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2\cos x+3\sin x+m\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m\geq -2\cos x-3\sin x,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\geq\max\limits_{x\in\mathbb{R}}f(x)$, với $f(x)=-2\cos x-3\sin x$.

Xét hàm số $y=f(x)=-2\cos x-3\sin x$. Khi đó phương trình $y=-2\cos x-3\sin x$ có nghiệm $\Leftrightarrow\left(-2\right)^2+\left(-3\right)^2\geq y^2\Leftrightarrow-\sqrt{13}\leq y\leq\sqrt{13}$. Do đó $\max\limits_{x\in\mathbb{R}}f(x)=\sqrt{13}$. Vậy $m\geq\sqrt{13}$.

Câu 32. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x^2-5}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

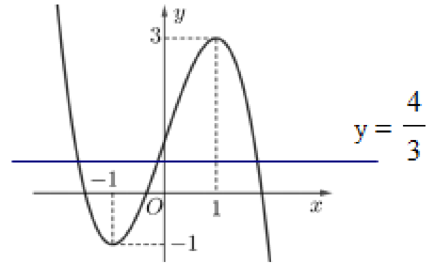
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\left(\sqrt{5}\right)^+}y=-\infty\Rightarrow x=\sqrt{5}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x^2-5}$.

$\lim\limits_{x\to\left(-\sqrt{5}\right)^+}y=-\infty\Rightarrow x=\sqrt{5}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x^2-5}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x^2-5}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=\pm\sqrt{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-4=0$ .là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$.

Vì $-1<\frac{4}{3}<3$ nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Nhóm dạng câu vận dụng thấp

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	↗	0		0 ↘		0	↗

A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in[-1;1]\Rightarrow 2x\in[-2;2]$.

Từ bảng biến thiên của $y=f'(x)$ thì bảng biến thiên $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Ta thấy $\forall x\in[-1;1]$ ta có $\begin{cases} f(2x)\le f(0) \\ -\sin^2 x\le 0=\sin(0) \end{cases}$, do đó $g(x)\le g(0)=f(0)$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.

Câu 35. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=(-2019;2019)\cup(2019;+\infty)$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+2019}}{x-2019}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2019}{x^2}}}{1-\frac{2019}{x}}=0$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to 2019^-}\frac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}=\lim_{x\to 2019^-}\frac{\sqrt{x+2019}}{x-2019}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 2019^+}\frac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}=\lim_{x\to 2019^+}\frac{\sqrt{x+2019}}{x-2019}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -2019}\frac{\sqrt{x+2019}}{|x|-2019}=\lim_{x\to -2019}\frac{\sqrt{x+2019}}{-x-2019}=\lim_{x\to -2019}\frac{-1}{\sqrt{x+2019}}=-\infty$$

$\Rightarrow$ Các đường thẳng $x=-2019$, $x=2019$ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 36. Cho bất phương trình $\sqrt[3]{x^4+x^2+m}-\sqrt[3]{2x^2+1}+x^2\left(x^2-1\right)>1-m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x>1$.

A. $m>1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m\ge\frac{1}{2}$. **D.** $m>\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt[3]{x^4+x^2+m}-\sqrt[3]{2x^2+1}+x^2\left(x^2-1\right)>1-m \quad (1)$

$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^4+x^2+m}+x^4+x^2+m>\sqrt[3]{2x^2+1}+2x^2+1$

Xét hàm số $f(t)=\sqrt[3]{t}+t$ có $f'(t)=\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}+1>0\,\forall t\ne 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $f\left(x^4+x^2+m\right)>f\left(2x^2+1\right)\Leftrightarrow x^4+x^2+m>2x^2+1\Leftrightarrow m>-x^4+x^2+1$. (2)

Xét hàm số $g(x)=-x^4+x^2+1$ có $g'(x)=-4x^3+2x<0\,\forall x>1$ nên hàm số $g(x)=-x^4+x^2+1$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x>1$ khi bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x>1 \Leftrightarrow m\ge\max\limits_{[1;+\infty)}g(x)=g(1)=1$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max\limits_{[-1;2]}f(x)=3$. Xét hàm số $g(x)=f(3x-1)+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\max\limits_{[0;1]}g(x)=-10$.

A. 13. **B.** -7. **C.** -13. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=3x-1\Rightarrow g(x)=f(u)+m$.

$x\in[0;1]\Rightarrow u\in[-1;2]$.

Do $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $\max\limits_{[0;1]} g\left(x\right) = \max\limits_{[-1;2]}\left(f\left(u\right)+m\right) = \max\limits_{[-1;2]} f\left(u\right)+m = 3+m$.

Để $\max\limits_{[0;1]} g\left(x\right) = 10 \Leftrightarrow m = -13$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right) = \left(1-x\right)\left(2+x\right)\left(\sin x+2\right)+2019$. Hàm số $y = f\left(1-x\right)+2019x-2018$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(3\ ;\ +\infty\right)$. **B.** $\left(1\ ;\ +\infty\right)$. **C.** $\left(0\ ;\ 3\right)$. **D.** $\left(-\infty\ ;\ 3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $y = g\left(x\right) = f\left(1-x\right)+2019x-2018$.

Vì hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y = g\left(x\right)$ cũng xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'\left(x\right) = -f'\left(1-x\right)+2019$.

Để tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = g\left(x\right)$ ta tìm các giá trị của x sao cho $g'\left(x\right) < 0 \Leftrightarrow -f'\left(1-x\right)+2019 < 0 \Leftrightarrow f'\left(1-x\right)-2019 > 0$

$\Leftrightarrow x\left(3-x\right)\left(\sin\left(1-x\right)+2\right) > 0$

$\Leftrightarrow x\left(3-x\right) > 0$ $\left(\text{do } \sin\left(1-x\right)+2 > 0,\ \forall x\right)$

$\Leftrightarrow 0 < x < 3$

Vậy hàm số $y = f\left(1-x\right)+2019x-2018$ nghịch biến trên khoảng $\left(0\ ;\ 3\right)$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f\left(3-x\right)-x-\sqrt{x^2+2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(3;5\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(2;6\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -f'\left(3-x\right)-1-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' \le 0 \Leftrightarrow f'\left(3-x\right)+1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}} \ge 0$.

Vì $\sqrt{x^2+2} > \sqrt{x^2} = \left|x\right| \ge x\ \forall x$ nên $\dfrac{\left|x\right|}{\sqrt{x^2+2}} < 1$ hay $1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}} > 0\ \forall x$.

Xét đáp án A, với $3 < x < 5$ thì $-2 < 3-x < 0$ suy ra $f'\left(3-x\right) > 0$. Vậy đúng.

Chọn đáp án **A.**

Câu 40. Có bảo nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 12. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=2x^3-2mx+3$. Ta có $g'(x)=6x^2-2m$ và $g(1)=5-2m$.

Để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ và $g(1)\ge 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}6x^2-2m\ge 0,\forall x>1\\ 5-2m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m\le 3x^2,\forall x>1\\ m\le \dfrac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m\le \frac{5}{2}.$$

Kết hợp giả thiết suy ra có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Trường hợp 2: Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$ và $g(1)\le 0$.

Điều này không xảy ra vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(6x^2-2m\right)=+\infty>0$.

Vậy có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 41. Biết hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+3(m-1)x^2+9x+1$ nghịch biến trên khoảng $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $\left|x_1-x_2\right|=6\sqrt{3}$ thì có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn đề bài?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2+6(m-1)x+9$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|=6\sqrt{3}$

$$\begin{cases}\Delta'_{y'}>0\\ \left|x_1-x_2\right|=\dfrac{2\sqrt{\Delta'_{y'}}}{|a|}=6\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[3(m-1)\right]^2-9>0\\ \dfrac{2\sqrt{\left[3(m-1)\right]^2-9}}{1}=6\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow \sqrt{\left[3(m-1)\right]^2-9}=3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 9m^2-18m=27\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-1(N)\\ m=3(L)\end{array}\right..$$

Nhận xét: Nếu phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow \left|x_1-x_2\right|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\left(x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a};x_2=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}\Rightarrow \left|x_1-x_2\right|=\frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|}\right)$$

Bài toán trên thật ra chỉ cần giải điều kiện $\left|x_1-x_2\right|=\dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|}=6\sqrt{3}$ là đủ.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+(2+m)x^2+4+2m$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

A. $m\le -4$. **B.** $m<-4$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $m>-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3+2(2+m)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$ khi và chỉ khi $y'\le 0,\forall x\in(-1;0)$ (1).

$(1)\Leftrightarrow 2x^2+m+2\ge 0,\forall x\in(-1;0)\Leftrightarrow 2x^2+2\ge -m,\forall x\in(-1;0)$

$\Leftrightarrow \underset{x\in(-1;0)}{Min}(2x^2+2)\ge -m\Leftrightarrow m\ge -2.$

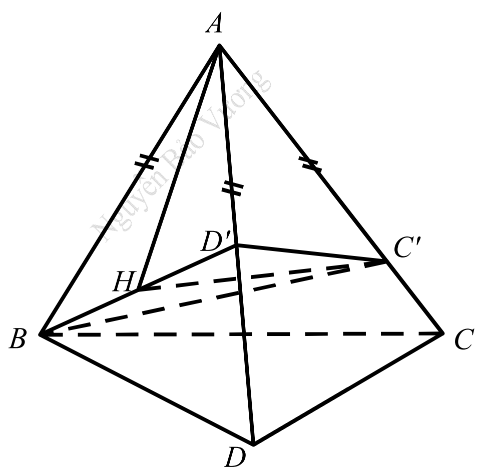
Vậy với $m\ge -2$ thì hàm số $y=x^4+(2+m)x^2+4+2m$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3, AC=4, AD=6$, $\widehat{BAC}=60^\circ$, $\widehat{CAD}=90^\circ$, $\widehat{BAD}=120^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Lấy các điểm C', D' lần lượt trên cạnh và AC, AD sao cho $AB=AC'=AD'=3$.

Áp dụng định lí Côsin ta có:

$$BD'^2=AB^2+AD'^2-2\,AB.AD'\cos\widehat{BAD}=9+9-2.9.\left(-\frac{1}{2}\right)=9.3=27\Leftrightarrow BD'=3\sqrt{3}.$$

Tam giác BAC' là tam giác đều nên $BC'=3$, tam giác $D'AC'$ vuông tại A nên $C'D'=3\sqrt{2}$.

Xét tam giác $BD'C'$ có $BD'^2=BC'^2+C'D'^2$, nên tam giác vuông tại C'.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(BD'C')$, vì $AB=AC'=AD'$ nên $HB=HC'=HD'$.

Mặt khác, tam giác $BD'C'$ vuông tại C' nên H là trung điểm của BD'.

Ta có, $AH=\sqrt{AB^2-\dfrac{BD'^2}{4}}=\sqrt{9-\dfrac{27}{4}}=\dfrac{3}{2}$.

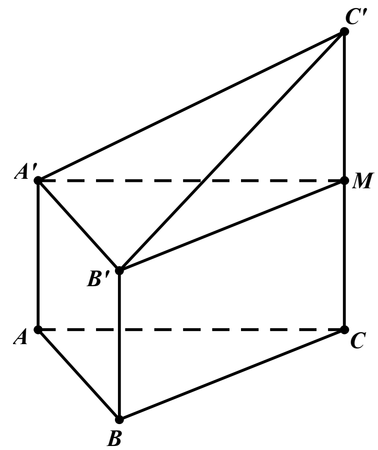
Thể tích khối tứ diện $ABC'D'$ bằng

$$V_{ABC'D'}=\frac{1}{3}AH.S_{BC'D'}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.\frac{1}{2}.3.3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

$$\frac{V_{ABC'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AC'.AD'}{AC.AD} = \frac{3}{4}.\frac{3}{6} = \frac{9}{24} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{24}{9}V_{ABC'D'} = 6\sqrt{2}.$$

Câu 44. Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó các cạnh AA', BB', CC' đều vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = BB' = \frac{1}{2}CC' = a$. Tính theo a thể tích V của khối đa diện đó.



A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm đoạn thẳng CC'.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \frac{1}{2}.a.a.\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Diện tích tam giác $S_{A'B'M} = S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

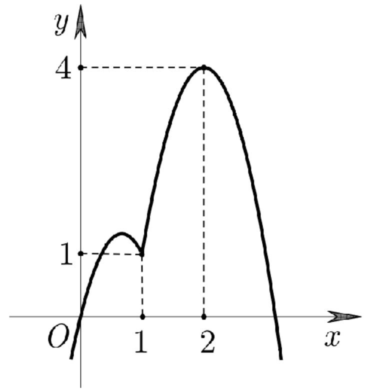
Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'M$ là: $V_{ABC.A'B'M} = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $C'.A'B'M$ là: $V_{C'.A'B'M} = \frac{1}{3}.S_{A'B'M}.C'M = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Thể tích đa diện cần tính là: $V = V_{ABC.A'B'M} + V_{C'.A'B'M} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} + \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Nhóm dạng câu vận dụng cao

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=\left|3f(x)-x^3\right|$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;3)$.

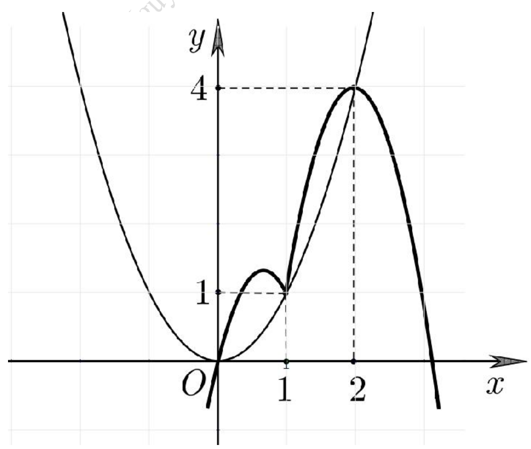
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=3f(x)-x^3$. Khi đó hàm số gốc chính là $y=\left|g(x)\right|$.

$g'(x)=3f'(x)-3x^2$. $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2$.

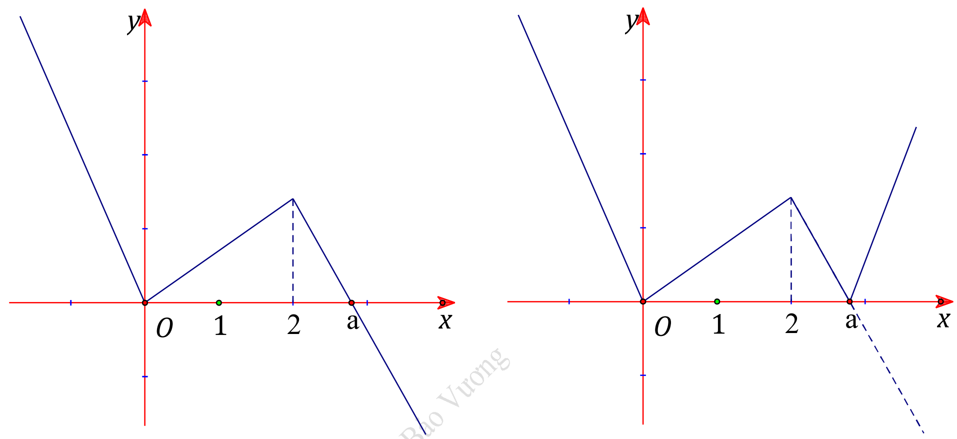
Vẽ đồ thị hàm số $y=x^2$ lên cùng hệ trục với đồ thị $y=f'(x)$, ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ là $x=0,x=1,x=2$ hay phương trình $f'(x)=x^2$ có 3 nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.



Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↘	0	↗		↗		↘	

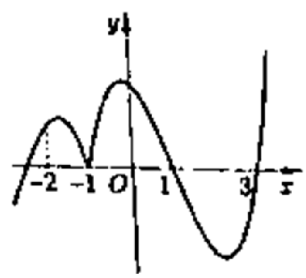
Ta có đồ thị minh họa như sau:



$y=g(x)$ $\quad$ $y=|g(x)|$

Từ đồ thị ta thấy, hàm số $y=|g(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và $(a;+\infty)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\left(mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1\right)f(x)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-2;2]$?



A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=mx+m^2\sqrt{5-x^2}+2m+1$

Ta có $g(x)f(x)\ge 0\,\forall x\in[-2;2]\Leftrightarrow\begin{cases} g(x)\ge 0\,\forall x\in[-2;1] \\ g(x)\le 0\ \forall x\in(1;2]\end{cases}$

TH1: $m > -1$ vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \ge 0$ khi đó $g(x) > 0\ \forall x \in [1;2]$.

TH2: $m < -1$ vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \le -2$ khi đó $g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{11}m^2 + 7m + 2\right) > 0$.

TH3: $m = -1$ khi đó $g(x) = \sqrt{5 - x^2} - x - 1$

$$g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{5-x^2}} - 1 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow -x = \sqrt{5-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ x^2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{5}{2}}$$

x	-2		$-\sqrt{\frac{5}{2}}$		1		2
$g'(x)$		+	0	-		-	
$g(x)$	2	↗	$\sqrt{10}-1$	↘	0	↘	-2

Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x) \ge 0\ \forall x \in [-2;1], g(x) \le 0\ \forall x \in (1;2]$ nên $m = -1$ thỏa mãn.

Vậy $m = -1$.

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x) = x^4 - (m+1)x^2 + 2$ và $g(x) = 2x^4 - 4x^2 + 3m$. Giả sử đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B, C và đồ thị hàm số $g(x)$ có ba điểm cực trị là M, N, P. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai tam giác ABC và MNP đồng dạng với nhau?

A. 2.　　**B.** 1.　　**C.** 3.　　**D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 2(m+1)x = 2x(2x^2 - m - 1)$. Hàm số $f(x)$ có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{\frac{m+1}{2}} \\ x = \sqrt{\frac{m+1}{2}} \end{array}\right.$.

Suy ra $A(0;2)$, $B\left(\sqrt{\frac{m+1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} + 2\right)$, $C\left(-\sqrt{\frac{m+1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} + 2\right)$.

$BC = 2\sqrt{\frac{m+1}{2}} = \sqrt{2m+2}$, $\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{\frac{m+1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4}\right)$, $\overrightarrow{AC} = \left(\sqrt{\frac{m+1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4}\right)$.

Ta có $g'(x) = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1)$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Suy ra $M(0;3m)$, $N(-1;3m-2)$, $P(1;3m-2)$.

$\overrightarrow{MN}=(-1;-2)$, $\overrightarrow{MP}=(1;-2)$.

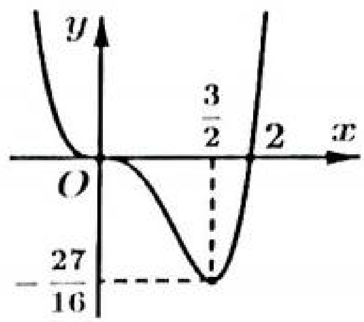
Nhận xét: Tam giác ABC cân tại A. Tam giác MNP cân tại M.

Nên hai tam giác ABC và MNP đồng dạng $\Rightarrow \cos\widehat{BAC}=\cos\widehat{NMP}$

$$\Leftrightarrow \frac{-\frac{m+1}{2}+\frac{(m+1)^4}{16}}{\frac{m+1}{2}+\frac{(m+1)^4}{16}}=\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{-\frac{1}{2}+\frac{(m+1)^3}{16}}{\frac{1}{2}+\frac{(m+1)^3}{16}}=\frac{3}{5} \Leftrightarrow (m+1)^3=32 \Leftrightarrow m=2\sqrt[3]{4}-1.$$

Kết hợp điều kiện $m>-1$ suy ra có một giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hinh vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2|\sin x|)=f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc $[-\pi;2\pi]$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2|\sin x|,(0\le t\le 2)\Rightarrow \cos 2x=\frac{2-t^2}{2}$:

• $t=0$: phương trình có 4 nghiệm thuộc $[-\pi;2\pi]$.

• $t=2$: phương trình có 3 nghiệm thuộc $[-\pi;2\pi]$.

• $0<t<2$: Đặt $\cos\alpha=\frac{2-t^2}{2},\left(\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\right)\Rightarrow x=\pm\frac{\alpha}{2}+k\pi\,(k\in Z)$.

$\Rightarrow$ phương trình có 6 nghiệm phân biệt thuộc $(-\pi;2\pi)$.

Khi đó: Phương trình $f(2|\sin x|)=f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc $[-\pi;2\pi]$

$\Leftrightarrow f(t)=f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc $(0;2)$.

$\Leftrightarrow -\frac{27}{16}<f\left(\frac{m}{2}\right)<0.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \dfrac{m}{2} < 2 \\ \dfrac{m}{2} \neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases}$.

$\Rightarrow m \in \{1;\ 2\}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $(x^2+1)f(x) \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-1;2)$ khi và chỉ khi

A. $m < 10$. **B.** $m \leq 15$. **C.** $m < 27$. **D.** $m < 15$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = (x^2+1)f(x)$

Qua BBT ta có hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $g(x) = (x^2+1)f(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$. Suy ra, hàm số $g(x) = (x^2+1)f(x)$ liên tục trên $[-1\ ;\ 2]$

Bất phương trình $(x^2+1)f(x) \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-1;2)$ khi và chỉ khi $m < \max\limits_{[-1;2]} g(x)$

Ta có $g'(x) = 2xf(x) + (x^2+1)f'(x)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2xf(x) + (x^2+1)f'(x) = 0 \quad (1)$

Từ BBT ta cũng có $f'(0) = 0$, do đó (1) có nghiệm $x = 0$

Xét trên $(0\ ;\ 2)$: $2xf(x) + (x^2+1)f'(x) > 0$ nên (1) vô nghiệm.

Xét trên $(-1\ ;\ 0)$: $2xf(x) + (x^2+1)f'(x) < 0$ nên (1) vô nghiệm.

Do đó $g'(x) = 0$ có nghiệm $x = 0$ trên $(-1;2)$

Mặt khác, $g(-1) = 8;\ g(0) = 2;\ g(2) = 15$. Suy ra $\max\limits_{[-1;2]} g(x) = 15$.

Vậy $m < 15$.

Câu 50. Cho bất phương trình $m\sqrt{1-x} + 12\sqrt{1-x^2} \geq 16x + 3m\sqrt{1+x} + 2m + 15$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-9;9]$ để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;1]$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}1-x\ge 0\\1+x\ge 0\\1-x^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\-1\le x\le 1\\x\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Ta có $m\sqrt{1-x}+12\sqrt{1-x^2}\ge 16x+3m\sqrt{1+x}+2m+15$

$\Leftrightarrow m\left(3\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}+2\right)\le 12\sqrt{1-x^2}-16x-15$

Xét $g(x)=3\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x},\forall x\in[-1;1]$

Có $g'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}>0,\forall x\in(-1;1)$.

Suy ra $\min\limits_{[-1;1]}g(x)=g(-1)=-\sqrt{2}$, $\max\limits_{[-1;1]}g(x)=g(1)=3\sqrt{2}$.

Đặt $t=3\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$. Điều kiện $t\in\left[-\sqrt{2};3\sqrt{2}\right]$

Ta có $t^2=10+8x-6\sqrt{1-x^2}\Rightarrow 12\sqrt{1-x^2}-16x=20-2t^2$. Vì $t\in\left[-\sqrt{2};3\sqrt{2}\right]$ nên $t+2>0$.

Ta được bất phương trình $m(t+2)\le 5-2t^2\Leftrightarrow m\le\dfrac{-2t^2+5}{t+2}=h(t)\Leftrightarrow m\le\min\limits_{\left[-\sqrt{2};3\sqrt{2}\right]}h(t)$

Ta có $h'(t)=\dfrac{-2t^2-8t-5}{(t+2)^2}$. $h'(t)=0\Leftrightarrow 2t^2+8t+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\notin\left[-\sqrt{2};3\sqrt{2}\right]\\t=-2+\dfrac{\sqrt{6}}{2}\end{array}\right.$

Ta có $h\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$, $h\left(3\sqrt{2}\right)=-\dfrac{31}{3\sqrt{2}+2}$, $h\left(-2+\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)=8-2\sqrt{6}$

$\Rightarrow m\le\min\limits_{\left[-\sqrt{2};3\sqrt{2}\right]}h(t)=-\dfrac{31}{3\sqrt{2}+2}$

Kết hợp với $m\in[-9;9]$ ta được $-9\le m\le-\dfrac{31}{3\sqrt{2}+2}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-9,-8,-7,-6,-5\}$.

Đề 9 Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. **D.** $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

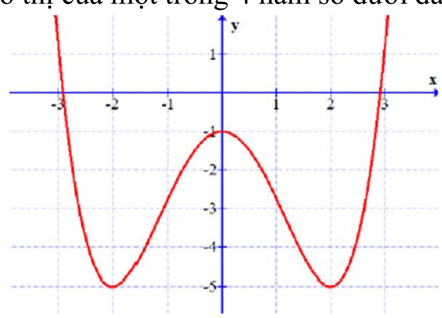
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong 4 hàm số dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$. **C.** $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$. **D.** $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$.

Câu 4. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

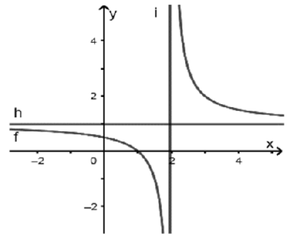
A. (C) có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$. **B.** (C) có đúng một trục đối xứng.

C. (C) có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$. **D.** (C) có đúng một tâm đối xứng.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{-x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

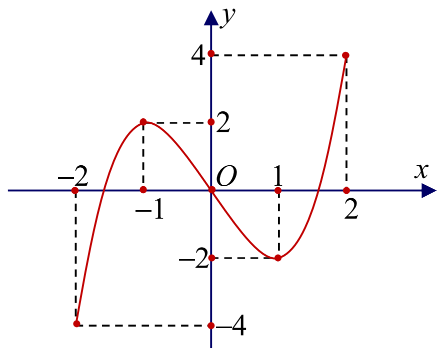
A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 0$. **D.** $y = -2$.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 2$. **C.** $y' > 0, \forall x \neq 1$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 2$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây.



A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

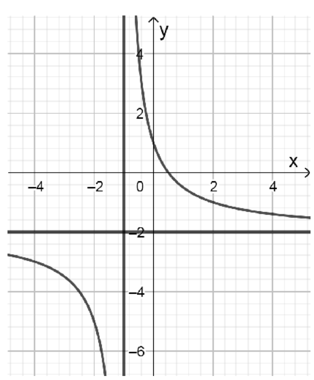
Hàm số đạt cực đại tại điểm:

A. $x = 0$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là

A. $y = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = 2$.

Câu 10. Đồ thị hình bên là của hàm số:



A. $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 11. Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, x, y > 0, m \neq 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a x = \log_a b . \log_b x$. **B.** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b$.

Câu 12. Hàm số $y = \log\left(x^2 - 4x + 3\right)$ có đạo hàm dương khi:

A. $x \in (1;3)$. **B.** $x \in (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

C. $x \in (2;+\infty)$. **D.** $x \in (3;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \ln\left(x^4 + 2x\right)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = 4^{2x}$ là:

A. $y' = 4.4^{2x}\ln 2$. **B.** $y' = 4^{2x}.\ln 2$. **C.** $y' = 4^{2x}\ln 4$. **D.** $y' = 2.4^{2x}\ln 2$.

Câu 15. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 17. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. Mười. **B.** Năm. **C.** Bảy. **D.** Sáu.

Câu 18. Trong 1 bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cùng một cường độ âm và cùng một tần số. Khi hát, mức cường độ âm của 1 ca sĩ là $68\,\text{dB}$. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là $83\,\text{dB}$. Biết mức cường độ âm L được tính theo công thức: $L = 10\log\frac{I}{I_0}$, trong đó I là cường độ âm, I_0 là cường độ âm chuẩn. Số ca sĩ trong ban hợp ca gần nhất với kết quả nào sau đây:

A. 32 người. **B.** 16 người. **C.** 8 người. **D.** 10 người.

Câu 19. Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ chỉ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại một điểm duy nhất $M(a;b)$. Tổng $a + b$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 20. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua $A(3\,;2)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 21. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - 2}$. Khi đó ta có

A. $9M + m = 0$. **B.** $9M - m = 0$. **C.** $M + 9m = 0$. **D.** $M + m = 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(1) > -3$. **B.** $f(1) < -3$. **C.** $f(1) \le -\frac{11}{4}$. **D.** $f(1) \ge -\frac{11}{4}$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 24. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x+1\right)^2x^3\left(x+2\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định $\left(-\infty;4\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $\left(-\infty;4\right]$.

x	$-\infty$		1		2		3		4
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-7=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

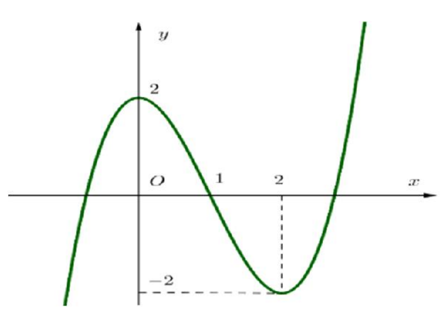
Câu 27. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x+2}$, $x+y+2=0$ và đường thẳng $x=2$. Giá trị của S là

A. $\dfrac{40}{3}$. **B.** $\dfrac{43}{4}$. **C.** $\dfrac{15}{2}$. **D.** 21.

Câu 28. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $\left(C\right):y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ song song với đường thẳng $\Delta:y=3x+2$ là.

A. $y=3x+2$ **B.** $y=3x-2$ **C.** $y=3x+14$ **D.** $y=3x+5$

Câu 29. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+4=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$ là:

A. $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=0$. **B.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=-41$. **C.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=15$. **D.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=-50$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+1)x-1$ đạt cực đại tại $x=-2$?

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** Không tồn tại m. **D.** $m=-1$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tich V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{8}$.

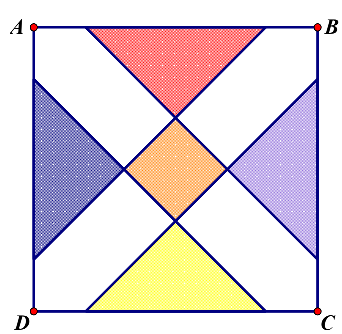
Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $I.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

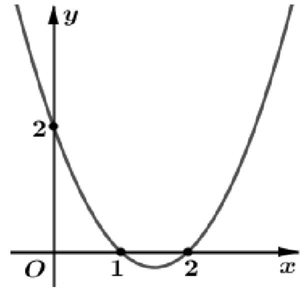
A. $\frac{V_1}{V_2}=6$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=3$.

Câu 36. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4, chính giữa có một hình vuông đồng tâm với $ABCD$. Biết rằng bốn tam giác là bốn tam giác cân. Hỏi tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{19}{3}$. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f\left(2x-3x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới dây.

A. $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2019;2019)$ để hàm số $y=\left|x^5-5x^3-20x+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 94. **B.** 48. **C.** 47. **D.** 95.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$?

A. $m\le 0;1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\le 0$. **D.** $1\le m<2$.

Câu 40. Tìm m để đồ thị (C)của $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=mx+m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0),B,C$ sao cho ΔOBC có diện tích bằng 64.

A. $m=14$. **B.** $m=15$. **C.** $m=16$. **D.** $m=17$.

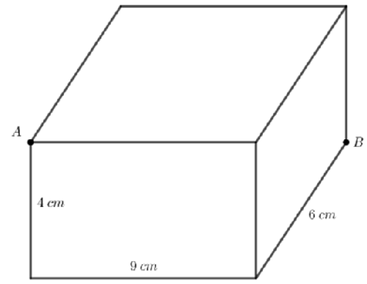
Câu 41. Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên 1m^2 và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên 1m^2. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với con số nào sau đây?

A. 67398224 đồng. **B.** 67593346 đồng.
C. 63389223 đồng. **D.** 67398228 đồng.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA=BC=3;\ SB=AC=4;SC=AB=2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{390}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{390}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

Câu 43. Cho một hình hộp chữ nhật có kích thước ba cạnh lần lượt là $4cm$, $6cm$, $9cm$ như hình vẽ. Một con kiến ở vị trí A muốn đi đến vị trí B. Biết rằng con kiến chỉ có thể bò trên các cạnh hoặc trên bề mặt của hình hộp đã cho. Gọi $x\ cm$ là quãng đường ngắn nhất con kiến đi từ A đến B. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $x \in [13;14)$. **B.** $x \in [12;13)$. **C.** $x \in [15;16)$. **D.** $x \in [14;15)$.

Câu 44. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

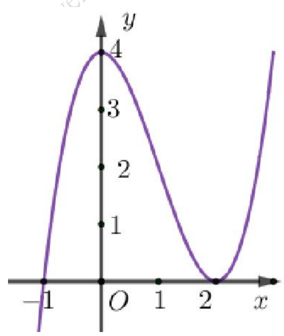
Câu 45. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$. Gọi M, m tương ứng là GTLN và GTNN của $Q = f\left(\dfrac{5x - y + 2}{x + y + 4}\right)$. Tổng $M + m$ bằng:

A. $-4 - 3\sqrt{2}$. **B.** $-4 - 5\sqrt{2}$. **C.** $-4 - 4\sqrt{2}$. **D.** $-4 - 2\sqrt{2}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m-2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1.

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(f(x))$ là.



A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

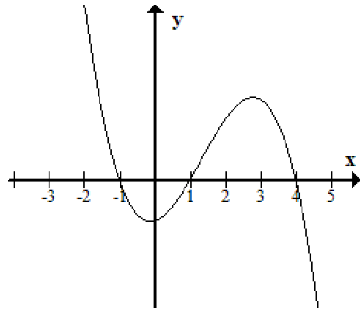
Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2018	$\searrow$	-2020	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = |f(x - 2018) + 2019|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

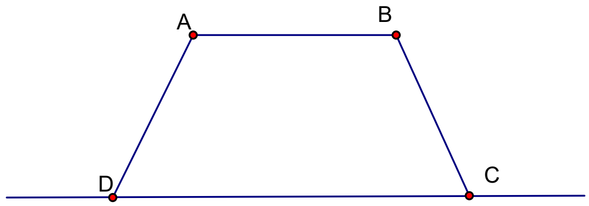
A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây.



A. $(1;3)$.　　**B.** $(-1;0)$.　　**C.** $(-2;-1)$.　　**D.** $(0;1)$.

Câu 50. Một người nông dân có 3 tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $12(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ. Hỏi ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu m^2?



A. $100\sqrt{3}$.　　**B.** $106\sqrt{3}$.　　**C.** $108\sqrt{3}$.　　**D.** $120\sqrt{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.B	5.B	6.B	7.B	8.C	9.A	10.D
11.C	12.D	13.C	14.A	15.A	16	17.D	18.A	19.D	20.D
21.A	22.C	23.A	24.C	25.A	26.B	27.A	28.C	29.B	30.B
31.D	32.D	33.D	34.C	35.A	36.C	37.D	38.D	39.A	40.C
41.A	42.B	43.A	44.A	45.C	46.A	47.C	48.B	49.B	50.C

Đề 9 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. **D.** $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Lời giải

Chọn C

$y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x - 4 = -2x^2 - (x-2)^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

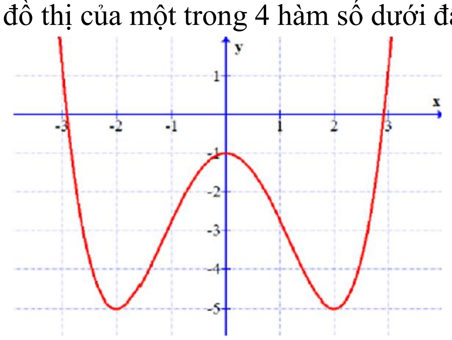
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong 4 hàm số dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$. **C.** $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$. **D.** $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có hệ số $a > 0$ và 3 điểm cực trị là $x = \pm 2, x = 0$ nên nhận đáp án B

Câu 4. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. (C) có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$. **B.** (C) có đúng một trục đối xứng.

C. (C) có một tiệm cận đứng $x=\frac{1}{2}$. **D.** (C) có đúng một tâm đối xứng.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+2}{2x-1}=\frac{1}{2}\Rightarrow$ (C) có tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x+2}{2x-1}=\infty\Rightarrow$ (C) có tiệm cận đứng $x=\frac{1}{2}$.

$I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của (C).

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{-x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

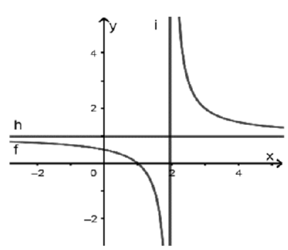
Chọn B

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{-x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-1-\frac{2}{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{-1-\frac{2}{x}}=-1.$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-1-\frac{2}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{-1-\frac{2}{x}}=-1.$$

Vậy hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\forall x\neq 2$. **C.** $y'>0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 2$.

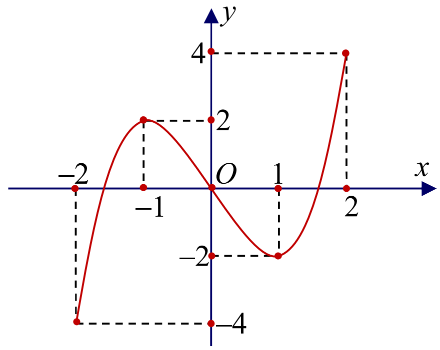
Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Đồ thị gồm hai nhánh đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến $\Rightarrow y'<0\Rightarrow$ loại C, **D.**

$x=2$ là tiệm cận đứng nên phương án B đúng.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây.



A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hình vẽ ta có hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm:

A. $x = 0$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có điểm cực đại $x = 2$.

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là

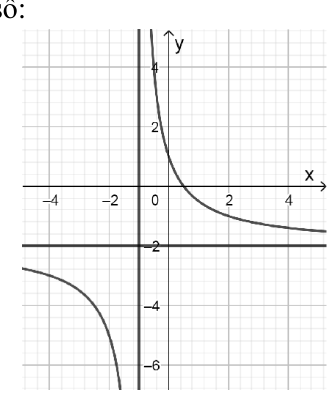
A. $y = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x+1}{x-2} = 3$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x+1}{x-2} = 3$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

Câu 10. Đồ thị hình bên là của hàm số:



A. $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang $y=-2$

Giao điểm với trục tung là $(0;1) \Rightarrow y=\dfrac{1-2x}{x+1}$

Câu 11. Cho $0<a\neq 1, 0<b\neq 1, x, y>0, m\neq 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a x=\log_a b.\log_b x$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_b y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_{a^m} b=\dfrac{1}{m}\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

$\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y.$

Câu 12. Hàm số $y=\log\left(x^2-4x+3\right)$ có đạo hàm dương khi:

A. $x\in(1;3)$. **B.** $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

C. $x\in(2;+\infty)$. **D.** $x\in(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

$y'=\dfrac{2x-4}{\left(x^2-4x+3\right)\ln 10}$.

$y'>0 \Leftrightarrow 2x-4>0 \Leftrightarrow x>2.$

Kết hợp với tập xác định suy ra để $y'>0$ thì $x\in(3;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x^4+2x\right)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\dfrac{4x^3+2}{x^4+2x} \Rightarrow f'(1)=2$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=4^{2x}$ là:

A. $y'=4.4^{2x}\ln 2$. **B.** $y'=4^{2x}.\ln 2$. **C.** $y'=4^{2x}\ln 4$. **D.** $y'=2.4^{2x}\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\left(a^u\right)'=a^u.u'.\ln a$, ta có:

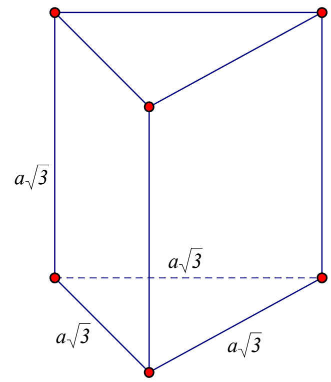
$\left(4^{2x}\right)'=4^{2x}.(2x)'.\ln 4=2.\ln 4.4^{2x}=2.4^{2x}.\ln\left(2^2\right)=4.4^{2x}.\ln 2$.

Câu 15. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng nên ta có

$V = B.h = \frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề, ta có thể tích hình chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SD$

ABCD là hình chữ nhật nên $S_{ABCD} = AB.BC = 4a^2$

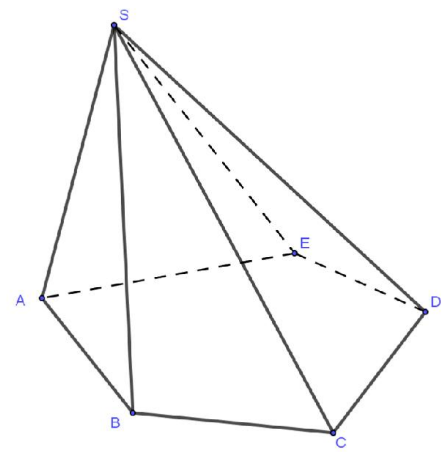
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.4a^2.2a = \frac{8}{3}a^3$

Câu 17. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. Mười. **B.** Năm. **C.** Bảy. **D.** Sáu.

Lời giải

Chọn D



Hình chóp ngũ giác có tất cả 6 mặt gồm 5 mặt bên và mặt đáy.

Tổng quát: Hình chóp n_giác có $n+1$ mặt.

Câu 18. Trong 1 bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cùng một cường độ âm và cùng một tần số. Khi hát, mức cường độ âm của 1 ca sĩ là 68dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 83dB. Biết mức cường độ âm L được tính theo công thức: $L=10\log\dfrac{I}{I_0}$, trong đó I là cường độ âm, I_0 là cường độ âm chuẩn. Số ca sĩ trong ban hợp ca gần nhất với kết quả nào sau đây:

A. 32 người. **B.** 16 người. **C.** 8 người. **D.** 10 người.

Lời giải

Chọn A

Cường độ âm của 1 ca sĩ là I_1 và n ca sĩ là $I_2=nI_1$.

Suy ra mức cường độ âm của 1 ca sĩ là $L_1=10\log\dfrac{I_1}{I_0}$, n ca sĩ là $L_2=10\log\dfrac{I_2}{I_0}$.

Suy ra $L_2-L_1=10\log\dfrac{I_2}{I_1}=10\log\dfrac{nI_1}{I_1}=10\log n$ mà $L_2-L_1=83-68=15$.

Suy ra $10\log n=15 \Leftrightarrow n=10^{\frac{3}{2}}\approx 32$.

Số ca sĩ trong ban hợp ca gần nhất với 32.

Câu 19. Biết rằng đồ thị hàm số $y=2x^3-5x^2+3x+2$ chỉ cắt đường thẳng $y=-3x+4$ tại một điểm duy nhất $M(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3-5x^2+3x+2$ và đường thẳng $y=-3x+4$ là:

$2x^3-5x^2+3x+2=-3x+4 \Leftrightarrow 2x^3-5x^2+6x-2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}\cdot$

Thay $x=\dfrac{1}{2}$ vào $y=-3x+4$ ta được $y=\dfrac{5}{2}\cdot$

Nên đồ thị hàm số $y=2x^3-5x^2+3x+2$ cắt đường thẳng $y=-3x+4$ tại điểm $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

Tổng $a+b=3$.

Câu 20. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đi qua $A(3\,;2)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6x$

Phương trình tiếp tuyến d với đồ thị hàm số tại $M\left(x_0;y_0\right)$ có dạng

$$y=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0 \Leftrightarrow y=\left(3{x_0}^2-6x_0\right)\left(x-x_0\right)+{x_0}^3-3{x_0}^2+2 \qquad (1)$$

đi qua A nên ta được phương trình

$$2=\left(3{x_0}^2-6x_0\right)\left(3-x_0\right)+{x_0}^3-3{x_0}^2+2$$

$$\Leftrightarrow 2{x_0}^3-12{x_0}^2+18x_0=0 \Leftrightarrow 2x_0(x_0-3x)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=3 \end{array}\right.$$

+) $x_0=0$ thay vào ta được phương trình tiếp tuyến d_1 là $y=2$.

+) $x_0=3$ thay vào ta được phương trình tiếp tuyến d_2 là $y=9x-25$.

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua $A(3;2)$.

Ta cũng có thể sử dụng đồ thị của hàm số để suy ra đáp án

Câu 21. Gọi M,m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2\cos x+1}{\cos x-2}$. Khi đó ta có

A. $9M+m=0$. **B.** $9M-m=0$. **C.** $M+9m=0$. **D.** $M+m=0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\cos x=t\ \left(|t|\le 1\right)$ ta có $y(t)=\dfrac{2t+1}{t-2}$

$y'=\dfrac{-5}{(t-2)^2}<0.\ \forall t\in[-1;1] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;1]$

$\Rightarrow M=\underset{[-1;1]}{Max}\,y(t)=y(-1)=\dfrac{1}{3}$ và $m=\underset{[-1;1]}{Min}\,y(t)=y(1)=-3$.

Nên chọn **A.**

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=\dfrac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(1)>-3$. **B.** $f(1)<-3$. **C.** $f(1)\le -\dfrac{11}{4}$. **D.** $f(1)\ge -\dfrac{11}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{f'(x)\left[g(x)+1\right]-g'(x)\left[f(x)+3\right]}{\left[g(x)+1\right]^2} \Rightarrow y'(1)=\dfrac{f'(1)\left[g(1)+1\right]-g'(1)\left[f(1)+3\right]}{\left[g(1)+1\right]^2}$

Vì $y'(1)=f'(1)=g'(1)\ne 0$ nên ta có

$$\frac{f'(1)\left[g(1)+1\right]-g'(1)\left[f(1)+3\right]}{\left[g(1)+1\right]^2}=f'(1) \Leftrightarrow \frac{g(1)+1-\left[f(1)+3\right]}{\left[g(1)+1\right]^2}=1$$

$$\Rightarrow g(1)+1-[f(1)+3]=[g(1)+1]^2 \Rightarrow f(1)=-[g(1)]^2-g(1)-3=-\frac{11}{4}-\left[g(1)+\frac{1}{2}\right]^2$$

$$\Rightarrow f(1)\le -\frac{11}{4}$$

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m=0 \Rightarrow y=-1$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m=0$.

Trường hợp 2: $m\ne 0 \Rightarrow m^2>0$.

Hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị

$\Leftrightarrow -m^2.\left(m^2-2019m\right)\ge 0 \Leftrightarrow m^2-2019m\le 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 2019$.

Vì $m\ne 0 \Rightarrow 0<m\le 2019$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+1)^2x^3(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu trên $(-\infty;4]$.

x	$-\infty$		1		2		3		4
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

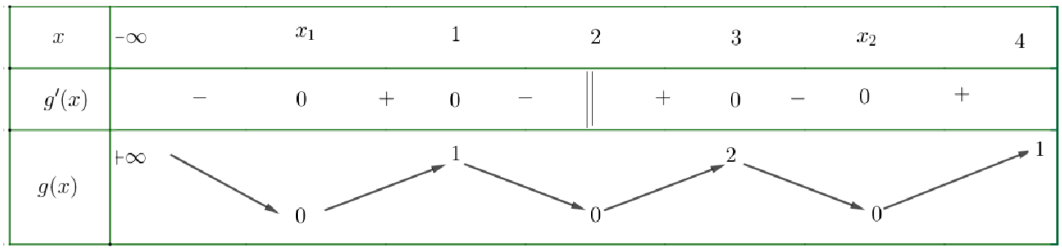
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

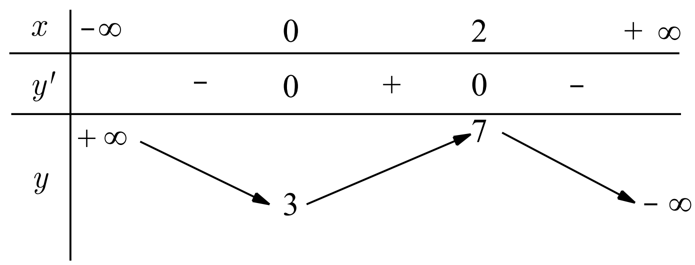
Gọi x_1 và x_2 là hai số thỏa mãn $x_1<1$ và $f\left(x_1\right)=0$, $3<x_2<4$ và $f\left(x_2\right)=0$

Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bảng biến thiên như sau



Suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 3 điểm cực tiểu trên $\left(-\infty;4\right]$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-7=0$ là

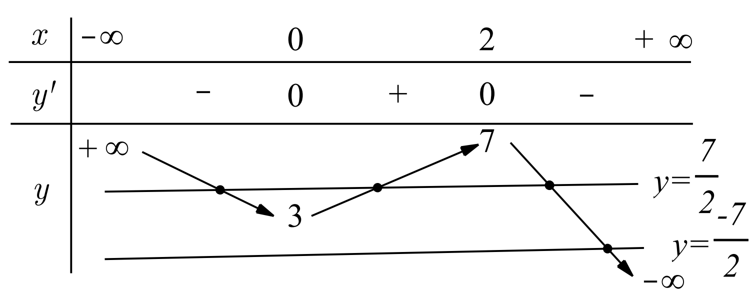
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\left|f\left(x\right)\right|-7=0 \Leftrightarrow \left|f\left(x\right)\right|=\dfrac{7}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=\dfrac{7}{2} \\ f\left(x\right)=-\dfrac{7}{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y=\dfrac{7}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt và đường thẳng $y=-\dfrac{7}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 1 điểm.

Vậy phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-7=0$ có 4 nghiệm thực.

Câu 27. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x+2}$, $x+y+2=0$ và đường thẳng $x=2$. Giá trị của S là

A. $\dfrac{40}{3}$. **B.** $\dfrac{43}{4}$. **C.** $\dfrac{15}{2}$. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x+y+2=0 \Leftrightarrow y=-x-2$.

Khi đó PTHĐGĐ là $\sqrt{x+2}=-x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} -x-2 \geq 0 \\ x^2+3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x=-1;\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-2$

Vậy $S=\int_{-2}^{2}\left|\sqrt{x+2}+x+2\right|dx=\frac{40}{3}$.

Câu 28. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=\frac{2x+1}{x+2}$ song song với đường thẳng $\Delta: y=3x+2$ là.

A. $y=3x+2$ **B.** $y=3x-2$ **C.** $y=3x+14$ **D.** $y=3x+5$

Lời giải

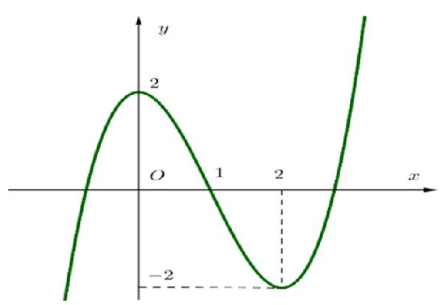
Chọn C

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với $\Delta: y=3x+2$ nên gọi toạ độ tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$ ta có

$$y'(x_0)=3 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0+2)^2}=3 \Leftrightarrow (x_0+2)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=-3 \end{array}\right.$$

- $x_0=-1 \Rightarrow (d): y=3(x+1)-1=3x+2$.
- $x_0=-3 \Rightarrow (d): y=3(x+3)+5=3x+14$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+4=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$2f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hai hàm số $\begin{cases} y=f(x) \\ y=-2 \end{cases}$. Dựa vào đồ thị thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x)+4=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $\left[-4;4\right]$ là:

A. $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=0$. **B.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=-41$. **C.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=15$. **D.** $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=-50$.

Lời giải

Chọn B

$f'\left(x\right)=3x^2-6x-9$

$f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in\left[-4;4\right] \\ x=3\in\left[-4;4\right] \end{array}\right.$

$f\left(-4\right)=-41; f\left(-1\right)=40; f\left(3\right)=8; f\left(4\right)=15$

Vậy $\min\limits_{[-4;\,4]} f(x)=-41$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m+1\right)x-1$ đạt cực đại tại $x=-2$?

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** Không tồn tại m. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2mx+m+1$.

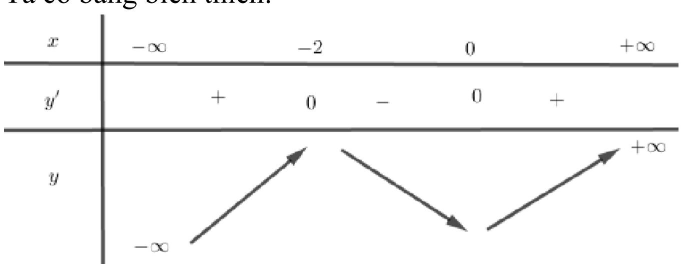
Giả sử $x=-2$ là điểm cực đại của hàm số đã cho, khi đó

$y'\left(-2\right)=0 \Leftrightarrow \left(-2\right)^2-2m\left(-2\right)+m+1=0 \Leftrightarrow 5m+5=0 \Leftrightarrow m=-1$.

Với $m=-1$, ta có $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-1$.

$y'=x^2+2x$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận $m=-1$ là giá trị cần tìm.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA$.

+) $S_{\Delta ABC}=a^2.\frac{\sqrt{3}}{4}$.

+) $SA = 2a$.

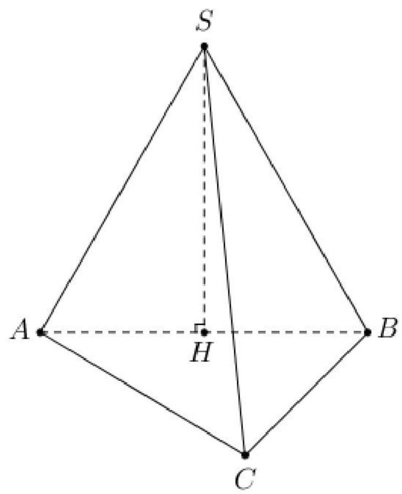
Vậy : $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}a^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB, ta có $SH \perp AB$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.a^2.\sin 120° = \frac{a^3}{8}$.

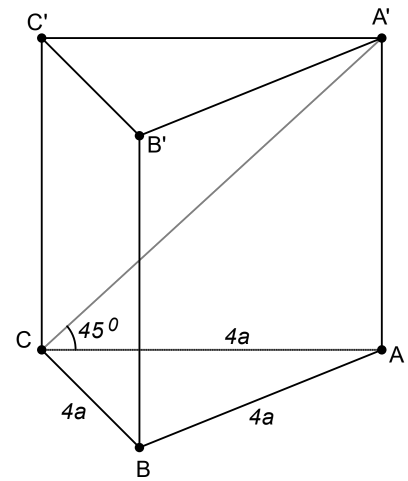
Vậy $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và đáy là tam giác đều.

Ta có:

• $A'A \perp (ABC) \Rightarrow (A'C;(ABC)) = \widehat{A'CA} = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow A'A = AC = 4a$.

• $S_{\Delta ABC} = \dfrac{(AB)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = 4a^2\sqrt{3}$.

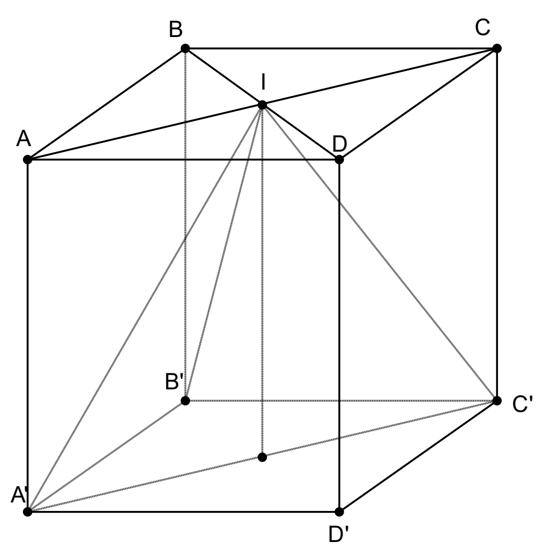
$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 4a.4a^2\sqrt{3} = 16a^3\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $I.A'B'C'$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = 6$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 3$.

Lời giải

Chọn A



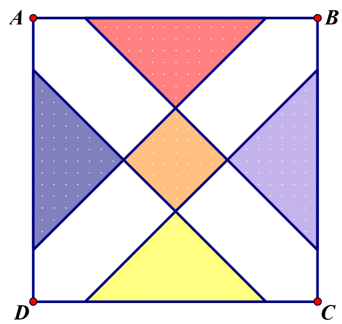
Ta có:

$V_1 = AA'.S_{A'B'C'D'}$

$V_2 = \frac{1}{3}d\left(I;\left(A'B'C'\right)\right).S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3}d\left(A;\left(A'B'C'\right)\right).\frac{1}{2}S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6}AA'.S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6}V_1$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 6$

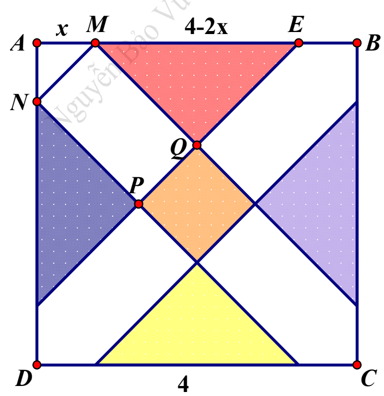
Câu 36. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4, chính giữa có một hình vuông đồng tâm với $ABCD$. Biết rằng bốn tam giác là bốn tam giác cân. Hỏi tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{19}{3}$. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AM = x$ $\left(0 < x < 4\right) \Rightarrow ME = 4 - 2x$.

$2MQ^2 = \left(4 - 2x\right)^2$

$\Leftrightarrow MQ^2 = 2(2 - x)^2$

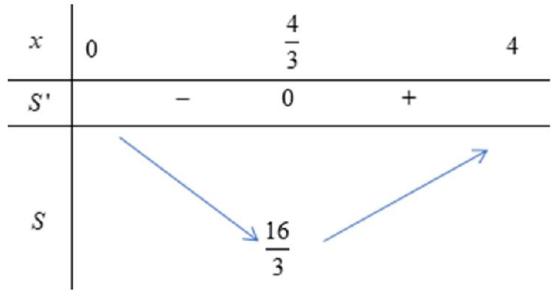
$\Leftrightarrow MQ = \sqrt{2(2 - x)}$

Gọi S tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ.

$S = 4.\frac{MQ^2}{2} + PQ^2 = 2MQ^2 + MN^2 = (4 - 2x)^2 + (x\sqrt{2})^2 = 6x^2 - 16x + 16$

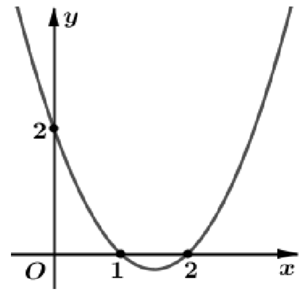
$S' = 12x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$

Bảng biến thiên



Vậy $S_{\min} = \frac{16}{3}$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f\left(2x - 3x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới dây.

A. $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = (2-6x) f'\left(2x-3x^2\right)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến $\Rightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2-6x>0 \\ f'\left(2x-3x^2\right)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2-6x<0 \\ f'\left(2x-3x^2\right)<0 \end{cases} \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} 2-6x>0 \\ f'\left(2x-3x^2\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} 2x-3x^2<1 \\ 2x-3x^2>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} 3x^2-2x+1>0 \\ 3x^2-2x+2<0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} 3x^2-2x+1>0 \forall x \in R \\ 3x^2-2+2<0 : \text{vô nghiêm} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 2-6x<0 \\ f'\left(2x-3x^2\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{3} \\ 1<2x-3x^2<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{3} \\ \begin{cases} 3x^2-2x+1<0 \\ 3x^2-2x+2>0 \end{cases} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} 3x^2 - 2x + 1 < 0 : \text{vô nghiệm} \\ 3x^2 - 2x + 2 > 0, \forall x \in R \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy hàm số $y = f\left(2x - 3x^2\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2019; 2019)$ để hàm số $y = \left|x^5 - 5x^3 - 20x + m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 94. **B.** 48. **C.** 47. **D.** 95.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x + m$.

Ta có $f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x^4 - 15x^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'(x)		+	0	−	0	+	
y (x)	$-\infty$	↗	$48+m$	↘	$-48+m$	↗	$+\infty$

Để hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ phải cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $y = f(x)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $y(x_1).y(x_2) < 0$.

Ta có $y(x_1).y(x_2) = (m + 48)(m - 48) < 0 \Leftrightarrow -48 < m < 48$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-47; -46; ..; -2; -1; 0; 1; 2; ...; 46; 47\}$. Vậy có 95 số.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$?

A. $m \le 0; 1 \le m < 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m \le 0$. **D.** $1 \le m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \tan x$, với $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$ thì ta được $t \in (0; 1)$. Khi đó hàm số trở thành $y(t) = \dfrac{t - 2}{t - m}$.

$$y'(t) = \frac{2 - m}{(t - m)^2}, \forall t \in (0; 1).$$

Đề hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$, tức là hàm số $y(t) = \dfrac{t - 2}{t - m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $y'(t)>0 \Leftrightarrow \begin{cases}2-m>0\\ m\neq t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<2\\ m\notin(0;1)\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\leq 0\\ 1\leq m<2\end{array}\right.$.

Câu 40. Tìm m để đồ thị (C)của $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=mx+m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0),B,C$ sao cho ΔOBC có diện tích bằng 64.

A. $m=14$. **B.** $m=15$. **C.** $m=16$. **D.** $m=17$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x^2+4=mx+m \Leftrightarrow (x+1)(x^2-4x+4-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ (x-2)^2=m(*)\end{array}\right.$$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ m\neq 9\end{cases}$

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2-\sqrt{m} \Rightarrow B\left(2-\sqrt{m};3m-m\sqrt{m}\right)\\ x=2+\sqrt{m} \Rightarrow C\left(2+\sqrt{m};3m+m\sqrt{m}\right)\end{array}\right.$$

$\overrightarrow{OB}\left(2-\sqrt{m};3m-m\sqrt{m}\right),\overrightarrow{OC}\left(2+\sqrt{m};3m+m\sqrt{m}\right)$

$\Rightarrow S_{\Delta OBC}=\frac{1}{2}\det\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)=m\sqrt{m}=64 \Rightarrow m=16.$

Cách 2:

$d(\mathrm{O},\mathrm{BC})=\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$

$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_b-y_c)^2}=\sqrt{(m^2+1)(x_B-x_C)^2}$

$=\sqrt{(m^2+1)\left[(x_B+x_C)^2-4x_Bx_C\right]}=\sqrt{(m^2+1)4m}$

$\Rightarrow S_{\Delta OBC}=\frac{1}{2}d(\mathrm{O},\mathrm{BC}).BC=m\sqrt{m}=64 \Leftrightarrow m=16.$

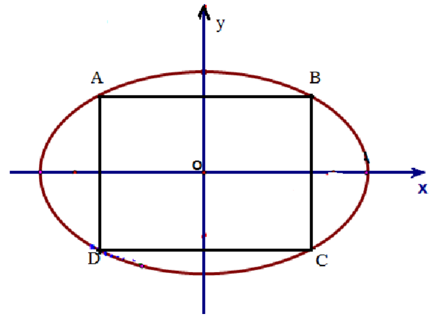
Câu 41. Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên $1\,\mathrm{m}^2$ và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên $1\,\mathrm{m}^2$. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với con số nào sau đây?

A. 67398224 đồng. **B.** 67593346 đồng.
C. 63389223 đồng. **D.** 67398228 đồng.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, phương trình của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (0 < b < a)$.



Theo giả thiết $\begin{cases} 2a = 10 \\ 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Giả sử hình chữ nhật nội tiếp elip (E) là $ABCD$ với $B(x; y); x > 0, y > 0.$

Khi đó $S_{ABCD} = 2x.2y = 4xy.$

Diện tích của eilp (E) là $S_{(E)} = ab\pi = 20\pi.$

Kí hiệu 1 đơn vị bằng 1000000

Số tiền cần dùng là

$T = S_{ABCD}.1 + \left(S_{(E)} - S_{ABCD}\right).1,2 = S_{(E)}.1,2 - 0,2.S_{ABCD} = 24\pi - 0,2.S_{ABCD}.$

Số tiền T nhỏ nhất $\Leftrightarrow S_{ABCD}$ lớn nhất.

Ta có $S_{ABCD} = 4xy = 80\left(\frac{x}{5}\right)\left(\frac{y}{4}\right) \le 80.\frac{\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2}{2} = 40.$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{4} \\ \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\sqrt{2}}{2} \\ y = 2\sqrt{2} \end{cases}$

Vậy $T_{\min} = (24\pi - 0,2.40).1000000 = 67398223,69 \approx 67398224$ đồng.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3;\ SB = AC = 4; SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

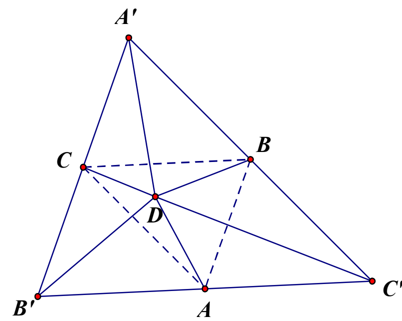
A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{390}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{390}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

+Ta giải bài toán tổng quát sau:

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.



Dựng tứ diện $D.A'B'C'$ sao cho A,B,C lần lượt là trung điểm của $B'C',C'A',A'B'$. Khi đó tứ diện $D.A'B'C'$ có các cạnh DA',DB',DC' đôi một vuông góc.

Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{DA'B'C'}=\frac{1}{24}DA'.DB'.DC'$

Ta có $\begin{cases} DA'^2+DC'^2=4b^2 \\ DA'^2+DB'^2=4a^2 \\ DB'^2+DC'^2=4c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DA'^2=2(a^2+b^2-c^2) \\ DB'^2=2(a^2-b^2+c^2) \\ DC'^2=2(-a^2+b^2+c^2) \end{cases}$

Khi đó: $V_{ABCD}=\frac{1}{24}DA'.DB'.DC'=\frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{(-a^2+b^2+c^2)(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)}$

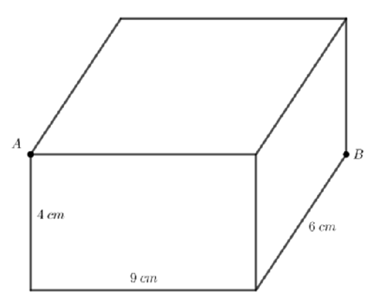
+Áp dụng công thức trên ta được:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{(-a^2+b^2+c^2)(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)}$

$=\frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left[-(3)^2+4^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2\right]\left[3^2-4^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2\right]\left[3^2+4^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2\right]}$

$=\frac{1}{6\sqrt{2}}.\sqrt{1755}=\frac{1}{6\sqrt{2}}.3\sqrt{195}=\frac{\sqrt{390}}{4}.$

Câu 43. Cho một hình hộp chữ nhật có kích thước ba cạnh lần lượt là $4cm$, $6cm$, $9cm$ như hình vẽ. Một con kiến ở vị trí A muốn đi đến vị trí B. Biết rằng con kiến chỉ có thể bò trên các cạnh hoặc trên bề mặt của hình hộp đã cho. Gọi $x\ cm$ là quãng đường ngắn nhất con kiến đi từ A đến B. Khẳng định nào sau đây là đúng?

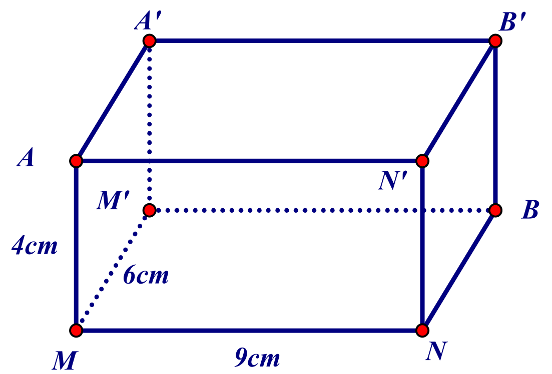


A. $x\in[13;14)$. **B.** $x\in[12;13)$. **C.** $x\in[15;16)$. **D.** $x\in[14;15)$.

Lời giải

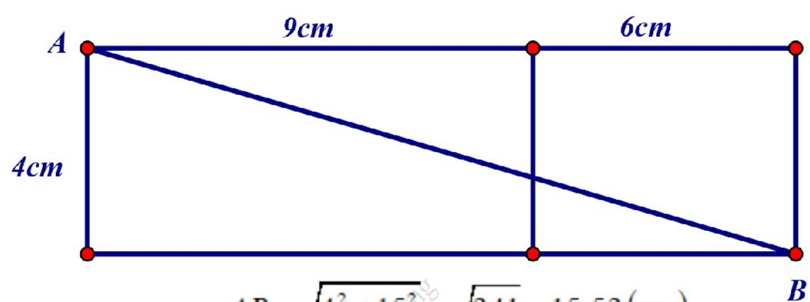
Chọn A

Ta ký hiệu lại hình vẽ như sau



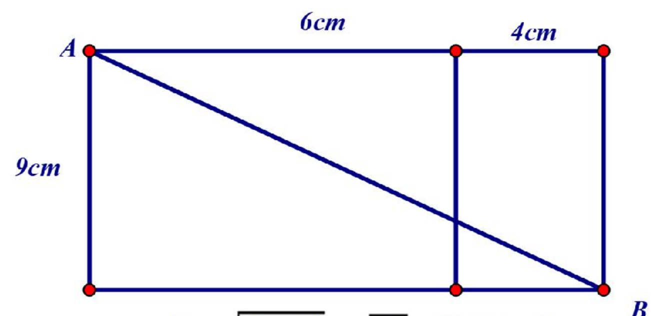
. Dễ thấy, hình đã cho là hình hộp chữ nhật. Để con kiến đi quãng đường ngắn nhất thỏa mãn điều kiện của đề bài thì chỉ có 2 trường hợp sau đây:

Trường hợp 1: Nếu con kiến đi trên các mặt phẳng $AMNN' \to NN'B'B$ thì đoạn ngắn nhất là AB .



$AB = \sqrt{4^2 + 15^2} = \sqrt{241} \approx 15,52\left(cm\right)$

Trường hợp 2: Nếu con kiến đi trên các mặt phẳng $AA'B'N' \to NN'B'B$ thì đoạn ngắn nhất là AB .



$AB = \sqrt{9^2 + 10^2} = \sqrt{181} \approx 13,45(cm)$

Do đó đoạn đường ngắn nhất con kiến có thể đi là $x \approx 13,45(cm)$. Chọn **A.**

Câu 44. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Đặt: $I = \lim\limits_{x \to +\infty} y$; $J = \lim\limits_{x \to -\infty} y$.

$I=\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x\right)+\left(2x-\sqrt{4x^2+3x+2}\right)+(m-1)x\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{3x^2+2}{\sqrt[3]{\left(x^3+3x^2+2\right)^2}+x\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}+x^2}-\dfrac{3x+2}{2x+\sqrt{4x^2+3x+2}}+(m-1)x\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{3+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right)^2}+\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}}+1}-\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2+\sqrt{4+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}+(m-1)x\right]$.

Đặt: $f(x)=\dfrac{3+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right)^2}+\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}}+1}-\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2+\sqrt{4+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{1}{4}\\ I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+(m-1)x\right]\end{cases}$.

$J=\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x\right)-\left(2x+\sqrt{4x^2+3x+2}\right)+(m+3)x\right]$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{3x^2+2}{\sqrt[3]{\left(x^3+3x^2+2\right)^2}+x\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}+x^2}+\dfrac{3x+2}{2x-\sqrt{4x^2+3x+2}}+(m+3)x\right]$.

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{3+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right)^2}+\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}}+1}+\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2+\sqrt{4+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}+(m+3)x\right]$.

Đặt: $g(x)=\dfrac{3+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right)^2}+\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}}+1}+\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2+\sqrt{4+\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\dfrac{7}{4}\\ J=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)+(m+3)x\right]\end{cases}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi hoặc I hoặc J có giới hạn hữu hạn.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}m-1=0\\ m+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-3\end{array}\right.\Rightarrow S=\{-3;1\}$.

Tổng các phần tử của S là -2.

Câu 45. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2+y^2-xy=1$ và hàm số $f(t)=2t^3-3t^2+1$. Gọi M, m tương ứng là GTLN và GTNN của $Q=f\left(\dfrac{5x-y+2}{x+y+4}\right)$. Tổng $M+m$ bằng:

A. $-4-3\sqrt{2}$. **B.** $-4-5\sqrt{2}$. **C.** $-4-4\sqrt{2}$. **D.** $-4-2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\dfrac{5x-y+2}{x+y+4}$. Theo giả thiết, $x^2-xy+y^2=1\Leftrightarrow\dfrac{3}{4}(x-y)^2+\dfrac{1}{4}(x+y)^2=1$

nên ta đặt $\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(x-y) \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{2}(x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\cos\varphi \\ x+y = 2\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\cos\varphi + \sin\varphi \\ y = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cos\varphi + \sin\varphi \end{cases}$ $(0 \le \varphi \le 2\pi)$.

Khi đó, $t = \dfrac{2\sqrt{3}\cos\varphi + 4\sin\varphi + 2}{2\sin\varphi + 4} \Leftrightarrow (t-2).\sin\varphi - \sqrt{3}.\cos\varphi = 1-2t \quad (1)$.

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow (t-2)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2 \ge (1-2t)^2 \Leftrightarrow 3t^2 - 6 \le 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2}$.

Xét hàm số $Q = f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1,\ t \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$.

$f'(t) = 6t^2 - 6t$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right] \\ t = 1 \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right] \end{array}\right.$.

$f\left(-\sqrt{2}\right) = -5 - 4\sqrt{2}$; $f(0) = 1$; $f(1) = 0$; $f\left(\sqrt{2}\right) = -5 + 4\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \begin{cases} M = \max Q = \max\limits_{\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]} f(t) = f(0) = 1 \\ m = \min Q = \min\limits_{\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]} f(t) = f\left(-\sqrt{2}\right) = -5 - 4\sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy $M + m = -4 - 4\sqrt{2}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m-2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1.

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 4x^3 + (m-2)x^2 + 8x + 4 = 0$

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m-2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1 $\Leftrightarrow$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

$(*) \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 8x + 4 = (2-m)x^2$

$\Leftrightarrow 2 - m = x^2 - 4x + \dfrac{8}{x} + \dfrac{4}{x^2}$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của $(C): y = x^2 - 4x + \dfrac{8}{x} + \dfrac{4}{x^2}\ (x > 1)$ với đường thẳng $y = 2 - m$ song song với trục hoành.

Xét hàm số $y = x^2 - 4x + \dfrac{8}{x} + \dfrac{4}{x^2}\ (x > 1)$.

$y' = 2x - 4 - \dfrac{8}{x^2} - \dfrac{8}{x^3} = \dfrac{2x^4 - 4x^3 - 8x - 8}{x^2}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{3}\ (\text{loại}) \\ x = 1 + \sqrt{3}\ (\text{nhận}) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

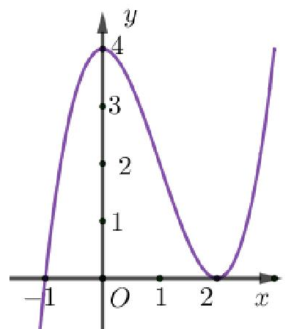
x	1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	9	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
					$y=2-m$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, ycbt $\Leftrightarrow 0<2-m<9 \Leftrightarrow -7<m<2$.

Vì m nguyên nên $m\in\{-6,-5,...,1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(f(x))$ là.



A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x).f'(f(x))$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f'(f(x))=0 \end{array}\right.$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$f'(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0(*) \\ f(x)=2(**) \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị suy ra:

Phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Phương trình có ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=m(-1<n<0) \\ x=n(0<n<1) \\ x=p(p>2) \end{array}\right.$

$g'(x)=0$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=m \\ x=0 \\ x=n \\ x=2 \\ x=p \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		m		0		n		2		p		$+\infty$
$f'(x)$		+	|	+	|	+	0	-	|	-	0	+	|	+	
$f'(f(x))$		+	0	-	0	+	|	+	0	-	0	-	0	+	
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)=f(f(x))$ có 6 cực trị.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	$-$	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2018	↘	-2020	↗	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x-2018)+2019\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

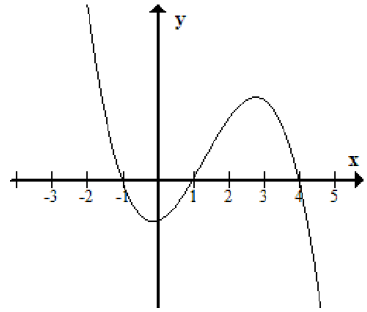
Chọn B

Ta có bảng biến thiên của các hàm số $f(x-2018)$, $f(x-2018)+2019$, $\left|f(x-2018)+2019\right|$ như sau:

x	$-\infty$				2017				2021				$+\infty$
$f(x-2018)$	$-\infty$		↗		2018		↘		-2020		↗		$+\infty$
$f(x-2018)+2019$	$-\infty$		↗		4037		↘		-1		↗		$+\infty$
$\left\|f(x-2018)+2019\right\|$	$+\infty$	↘	0	↗	4037	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số $y=\left|f(x-2018)+2019\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây.



A. $(1;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]'=2x.f'\left(x^2\right)$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'\left(x^2\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=-1\\ x^2=1\\ x^2=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\\ x=\pm 2\end{array}\right.$.

Theo đồ thị: $f'\left(x^2\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1<x^2<1\\ x^2>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2<1\\ x^2>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1<x<1\\ x>2\\ x<-2\end{array}\right.$,

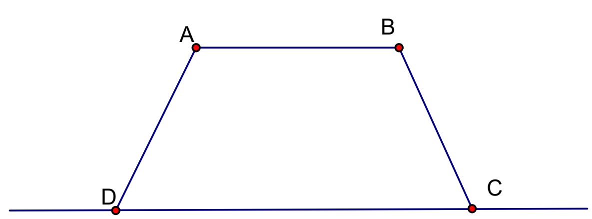
$f'\left(x^2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2<-1\\ 1<x^2<4\end{array}\right. \Leftrightarrow 1<x^2<4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x<-1\\ 1<x<2\end{array}\right.$.

Suy ra bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$2x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f(x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

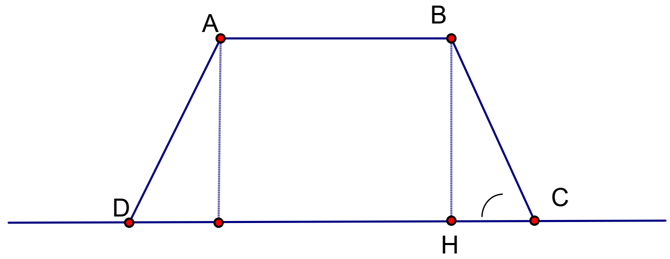
Câu 50. Một người nông dân có 3 tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $12(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ . Hỏi ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu m^2 ?



A. $100\sqrt{3}$. **B.** $106\sqrt{3}$. **C.** $108\sqrt{3}$. **D.** $120\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường cao BH, gọi số đo 2 góc ở đáy CD của hình thang là $x, x \in (0°;90°)$.

Diện tích mảnh vườn là:

$S = \frac{1}{2}BH(AB + CD) = \frac{1}{2}BC.\sin x(2.AB + 2BC.\cos x) = \frac{1}{2}AB^2(2\sin x + \sin 2x)$

Xét hàm số $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ với $x \in (0^0;90^0)$ có $f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{array}\right.$

Do $x \in (0^0;90^0)$ nên ta nhận $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 60^0$. Ta có bảng biến thiên:

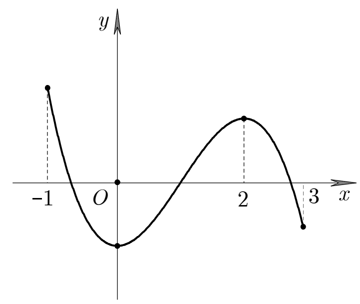
x	0^0		60^0		90^0
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\underset{(0^0;90^0)}{Max} f(x) \le \frac{3\sqrt{3}}{2}$ đạt được tại $x = 60^0$.

$\Rightarrow MaxS = 108\sqrt{3}(m^2)$ khi góc ở đáy CD của hình thang bằng 60^0 $(\widehat{C} = \widehat{D} = 60^0)$.

Đề 10	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = 2$.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x = 0$, $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = -1$.
D. Hàm số có hai điểm cực đại $x = -1$, $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-4	↗	5	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.
C. Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	2	↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

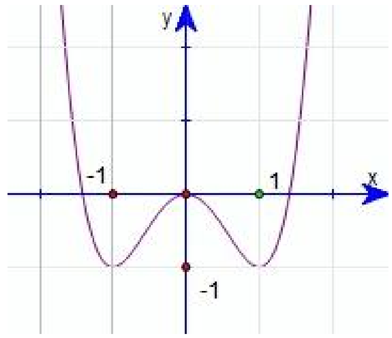
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

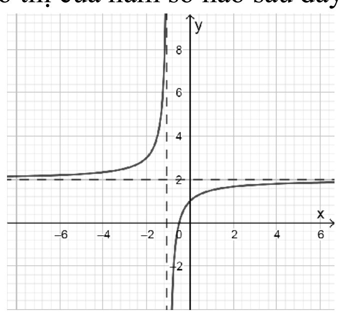
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

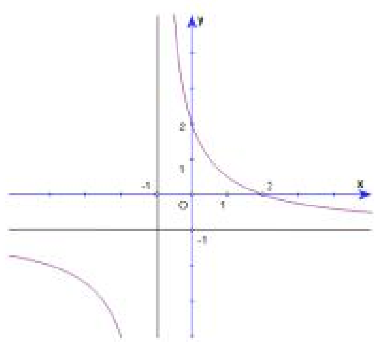
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



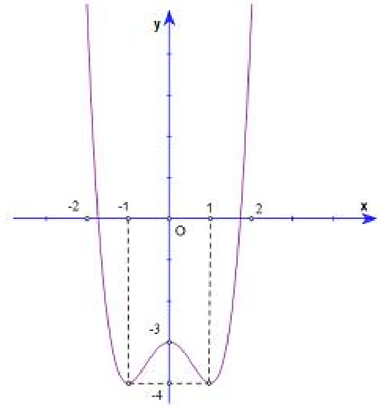
A. $y=\dfrac{2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{1-x}$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^4+x^2+2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Hàm số $y=\dfrac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

A. $R\backslash\{-3\}$. **B.** R. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 11. Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^3-8\right)^{\frac{e}{2}}$ là:

A. $D=[2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Câu 12. Cho a,b là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\log(ab)=\log a+\log b$. **B.** $\log(ab)=\log a.\log b$.

C. $\log\dfrac{a}{b}=\dfrac{\log a}{\log b}$. **D.** $\log\dfrac{a}{b}=\log b-\log a$.

Câu 13. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. Chỉ có lôgarit của một số thực dương.
B. Chỉ có lôgarit của một số thực lớn hơn 1.
C. Có lôgarit của một số thực bất kỳ.
D. Chỉ có lôgarit của một số thực dương khác 1.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(100a^3\right)$ bằng

A. $6\log a$. **B.** $10+3\log a$. **C.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\log a$. **D.** $2+3\log a$.

Câu 15. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 16. Số cạnh của hình bát diện đều là

A. $x=8$. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=e^{x+1}-2$ trên đoạn $[0;3]$

A. e^4-2. **B.** e^2-2. **C.** $e-2$. **D.** e^3-2.

Câu 18. Có bao nhiêu khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, biết $AB=2a$, $AC=a$, $BC'=2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 20. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Lấy điểm M thuộc cạnh AA' sao cho $MA=2MA'$. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** $\dfrac{V}{9}$. **C.** $\dfrac{V}{18}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{3}$, $SA\perp(ABCD)$, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Gọi M là trung điểm cạnh SB, N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN=\dfrac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22. Cho khối hộp $ABCDA'B'C'D'$ có thể tích V. Các điểm M,N,P thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AP}=4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V.

A. $6V$. **B.** $8V$. **C.** $12V$. **D.** $4V$.

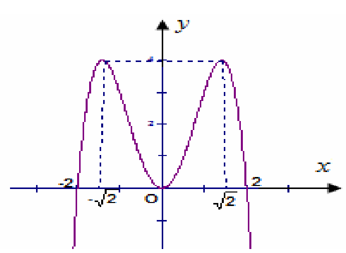
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y			0		|| $+\infty$				$+\infty$
	$-\infty$	↗		↘	$-\infty$ ||	↘	2	↗	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 24. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+4x$. **B.** $y=x^3-4x$. **C.** $y=x^4-4x^2$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Tính $M-m$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2017}\cdot(x-1)^{2018}.(x+1)^{2019},\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

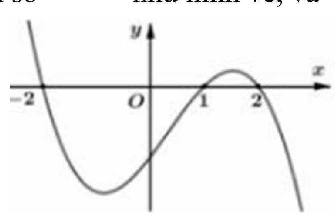
Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{4-x}+\sqrt{3}$ trên tập xác định của nó là

A. $2+\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 0. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ, và $f(-2)=f(2)=0$.



Hàm số $g(x)=\left[f(3-x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

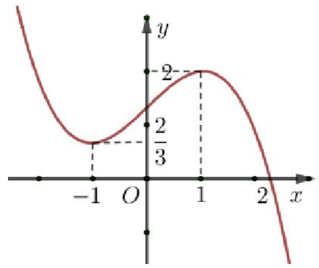
Câu 34. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc đoạn $[-5;5]$ của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của X là

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 35. Tìm tập hợp S tất cả tham số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

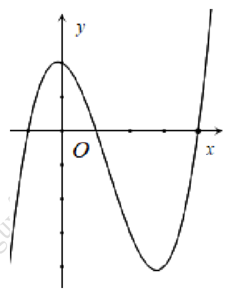
A. $S=[-1;0]$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{-1\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x+2019)=1$ là



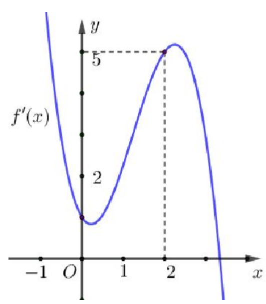
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình dưới. Hỏi hàm số $y=f(3-2x)+2019$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;0)$

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không có cực trị.

D. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không đạt cực trị tại $x=0$.

Câu 39. Cho hàm số $y=\frac{x}{1-x}(C)$ và điểm $A(-1;1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=mx-m-1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho AM^2+AN^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 40. Gọi M, m lần lượt là giá tị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2-x\sqrt{2}\right|$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+m\sqrt{2}$ bằng

A. $4-2\sqrt{2}$ **B.** $2+\sqrt{2}$ **C.** $1+\sqrt{2}$ **D.** $3\sqrt{2}-2$

Câu 41. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x+1+\dfrac{m}{x-2}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

A. $[0;1)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $[0;+\infty)\backslash\{1\}$. **D.** $(-\infty;0)$.

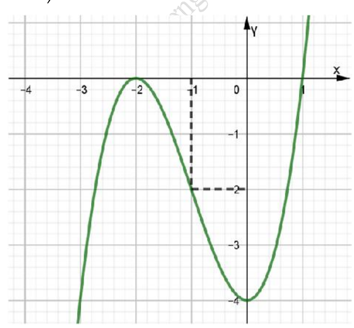
Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông. Số phần tử của tập hợp S là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{4x-x^2}-1\right)=m$ có nghiệm là



A. $[-2;0]$. **B.** $[-4;-2]$. **C.** $[-4;0]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi V_1 là thể tích phần không gian bên trong chung của hai hình tứ diện $ACB'D'$ và $A'C'BD$, V_2 là phần không gian bên trong hình lập phương đã cho mà không bị chiếm chỗ bởi hai khối tứ diện nêu trên. Tính tỉ số $\dfrac{V_2}{V_1}$?

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$. **D.** 2.

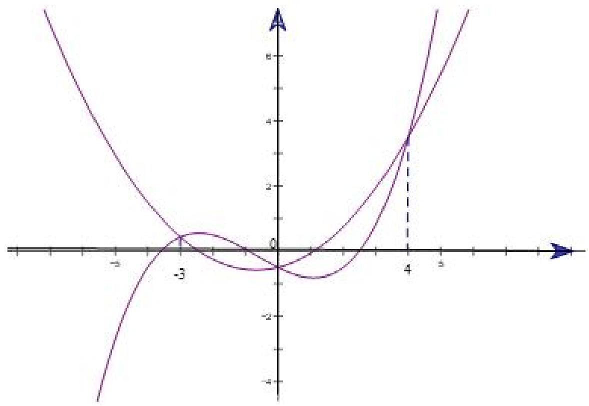
Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^5-x^4\right)-m\left(x^4-x^3\right)+x-\ln x-1\ge 0$ thỏa mãn với mọi $x>0$. Tính tổng các giá trị trong tập hợp S.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 47. Với hai số thực a,b bất kì, ta kí hiệu $f_{(a,b)}(x)=|x-a|+|x-b|+|x-2|+|x-3|$.Biết rằng luôn tồn tại duy nhất số thực x_0 để $\min_{x\in R} f_{(a,b)}(x)=f_{(a,b)}(x_0)$ với mọi số thực a,b thỏa mãn $a^b=b^a$ và $0<a<b$. Số x_0 bằng

A. $2e-1$ **B.** $2,5$ **C.** e **D.** $2e$

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-3,0,4$. Hàm số $g(x)=\dfrac{ax^4}{4}+\dfrac{b-3a}{3}x^3+\dfrac{c-2b}{2}x^2+(d-c)x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(0;4)$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AC và vuông góc với mặt phẳng (SCD), cắt đường thẳng SD tại E. Gọi V và V_1 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABCD$ và $D.ACE$, biết $V=5V_1$. Tính côsin của góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Câu 50. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$ bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

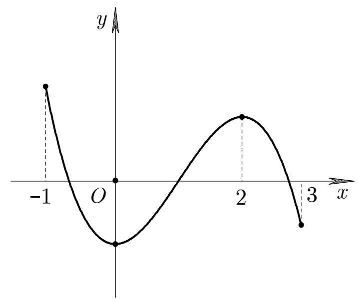
A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $4\sqrt{3}a^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.D	5.D	6.B	7.C	8.D	9.B	10.C
11.D	12.A	13.A	14.D	15.A	16.B	17.A	18.B	19.C	20.B
21.B	22.B	23.D	24.D	25.C	26.D	27.C	28.B	29.C	30.D
31.C	32.B	33.A	34.B	35.C	36.C	37.A	38.A	39.A	40.C
41.B	42.D	43.C	44.C	45.D	46.C	47.C	48.D	49.A	50.A

Đề 10 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = 2$.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x = 0$, $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = -1$.
D. Hàm số có hai điểm cực đại $x = -1$, $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta suy ra: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	||	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-4		5		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.
C. Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có:
Hàm số không có giá trị lớn nhất nhỏ nhất.
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.
Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa và bảng biến thiên ta thấy:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

+ $\lim\limits_{x\to0^-} y = \lim\limits_{x\to0^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm sô có đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

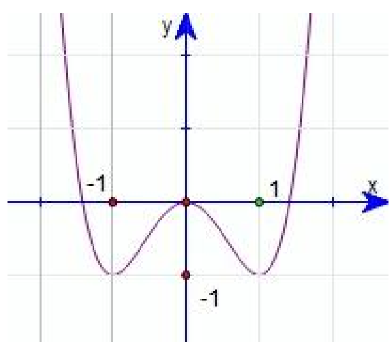
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

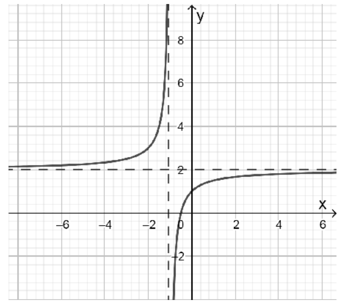
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

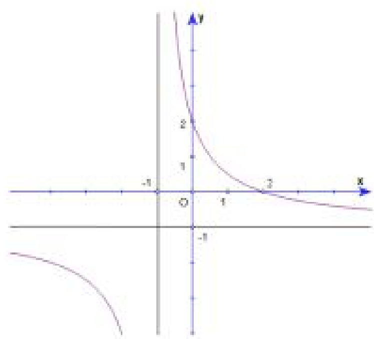
Xét đáp án A có $y'=0\ \ \forall x\neq -1$ nên loại.

Xét đáp án B có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0\ \ \forall x\neq -1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định; tiệm cận đứng là $x=-1$, tiệm cận ngang là $y=2$ nên chọn.

Xét đáp án C: đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ nên loại.

Xét đáp án D: đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ nên loại.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^4+x^2+2$.

Lời giải

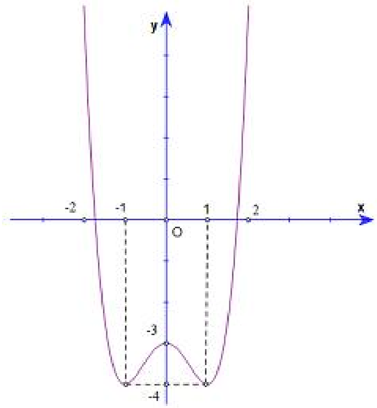
Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị (C) nhận $x=-1$ và $y=-1$ lần lượt là tiệm cận đứng, tiệm cận ngang.

Nên đáp án là đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là $y(3)=-4$

Câu 10. Hàm số $y=\dfrac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

A. $\mathrm{R}\backslash\{-3\}$. **B.** R. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{5-2x}{x+3}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\{-3\}$.

$y'=\dfrac{-11}{(x+3)^2}<0$, với $x\in D$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

Câu 11. Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^3-8\right)^{\frac{e}{2}}$ là:

A. $D=[2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Vì số mũ không nguyên nên điều kiện xác định là: $x^3-8>0 \Leftrightarrow x>2$

Câu 12. Cho a,b là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\log(ab)=\log a+\log b$. **B.** $\log(ab)=\log a.\log b$.

C. $\log\frac{a}{b}=\frac{\log a}{\log b}$.   **D.** $\log\frac{a}{b}=\log b-\log a$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức logarit

Câu 13. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. Chỉ có lôgarit của một số thực dương.
B. Chỉ có lôgarit của một số thực lớn hơn 1.
C. Có lôgarit của một số thực bất kỳ.
D. Chỉ có lôgarit của một số thực dương khác 1.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa của lôgarit thì chỉ có lôgarit của một số thực dương

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(100a^3\right)$ bằng

A. $6\log a$.   **B.** $10+3\log a$.   **C.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\log a$.   **D.** $2+3\log a$.

Lời giải

Chọn D

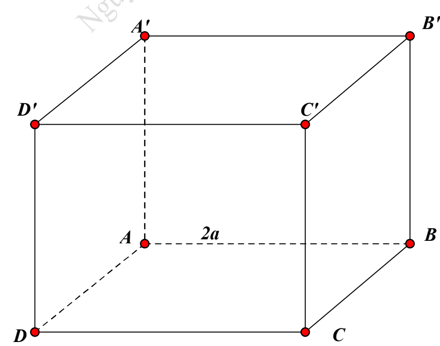
Với a là số thực dương tùy ý, ta có: $\log\left(100a^3\right)=\log 100+\log a^3=2+3\log a$.

Câu 15. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$.   **B.** $2a^3$.   **C.** a^3.   **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A



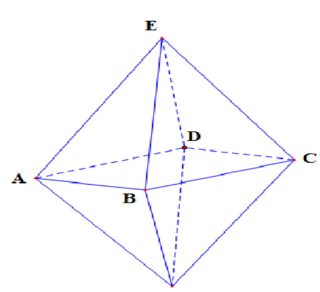
Thể tích khối lập phương là $V=\left(2a\right)^3=8a^3$.

Câu 16. Số cạnh của hình bát diện đều là

A. $x=8$.   **B.** 12.   **C.** 10.   **D.** 14.

Lời giải

Chọn B



Lý thuyết

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=e^{x+1}-2$ trên đoạn $\left[0;3\right]$

A. e^4-2. **B.** e^2-2. **C.** $e-2$. **D.** e^3-2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right)=e^{x+1}>0,\forall x$, do đó hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0;3\right]$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;3]} f\left(x\right)=f\left(3\right)=e^4-2$.

Do đó $M=4;m=2$ nên $M+m=6$

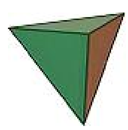
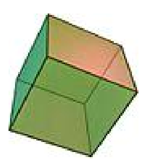
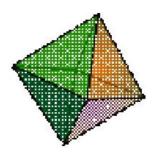
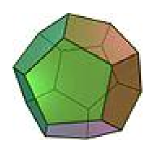
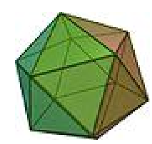
Câu 18. Có bao nhiêu khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có 5 khối đa diện đều như sau:

Năm khối đa diện đều				
Tứ diện đều	*Khối lập phương*	*Khối bát diện đều*	*Khối mười hai mặt đều*	*Khối hai mươi mặt đều*
				

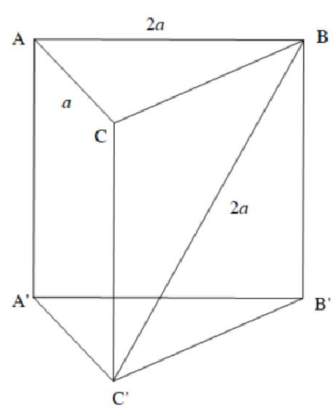
Số khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều là 3.

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, biết $AB=2a$, $AC=a,\ BC'=2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông tại C nên $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=a\sqrt{3}$.

Tam giác BCC' vuông tại C nên $CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=a$.

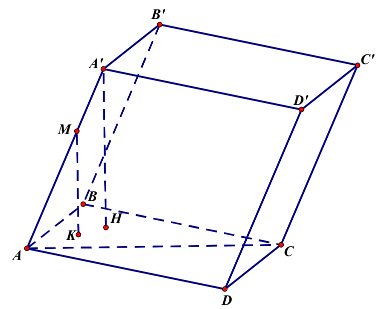
Thể tích của khối lăng trụ là $V=S_{ABC}.CC'=\dfrac{1}{2}AC.BC.CC'=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 20. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Lấy điểm M thuộc cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{18}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích hình hộp là $V = B.h$

Gọi diện tích tam giác ABC là B', ta có: $B' = \frac{1}{2}B$

Gọi $A'H$ là đường cao hạ từ A' xuống mặt phẳng đáy: $A'H \perp (ABCD)$ tại H, đặt $h = A'H$. Dựng $MK \perp (ABCD)$ tại K, ta có $MK // A'H$ và có tỉ số $\frac{MK}{A'H} = \frac{MA}{A'A} = \frac{2}{3}\,(gt) \Rightarrow h' = \frac{2}{3}h$.

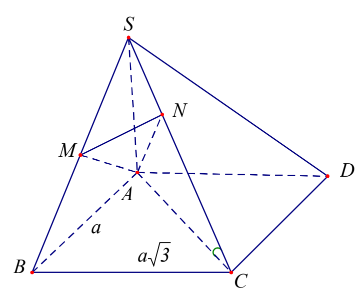
Gọi V là thể tích hình chóp $M.ABC$, ta có: $V' = \frac{1}{3}.B'.h' = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}B.\frac{2}{3}h = \frac{1}{9}B.h = \frac{V}{9}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Gọi M là trung điểm cạnh SB, N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 45^0$

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6}V_{S.ABC} = \frac{1}{6}.\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = 2a.\tan 45^0 = 2a$.

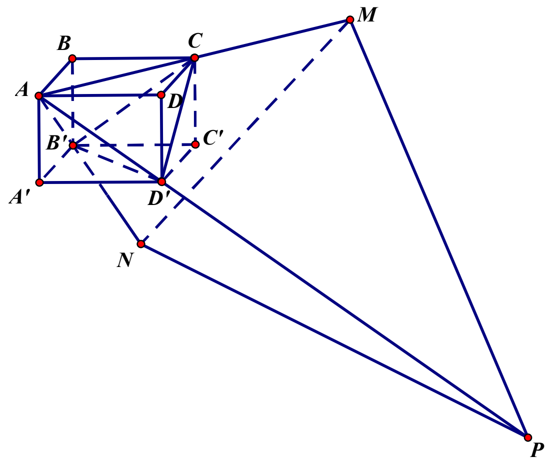
$\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6}.\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 22. Cho khối hộp $ABCDA'B'C'D'$ có thể tích V. Các điểm M,N,P thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AP}=4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V.

A. $6V$. **B.** $8V$. **C.** $12V$. **D.** $4V$.

Lời giải

Chọn B



Ta có thể tích các tứ diện $V_{AA'B'D'}=V_{BACB'}=V_{CC'B'D'}=V_{DACD'}=\dfrac{1}{6}V$

$\Rightarrow V_{AB'D'C}=V-V_{AA'B'D'}-V_{BACB'}-V_{CC'B'D'}-V_{DACD'}=V-\dfrac{4}{6}V=\dfrac{1}{3}V$.

Vì $\dfrac{V_{AB'D'C}}{V_{AMNP}}=\dfrac{AB'}{AN}.\dfrac{AC}{AM}.\dfrac{AD'}{AP}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$ nên $V_{AMNP}=24V_{AB'D'C}=24.\dfrac{V}{3}=8V$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

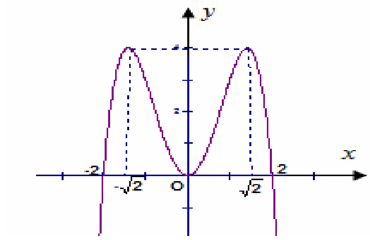
$2f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$ (1).

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cắt đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Vậy (1) vô nghiệm.

Câu 24. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+4x$. **B.** $y=x^3-4x$. **C.** $y=x^4-4x^2$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương, nên loại đáp án A và **B.**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ suy ra $a<0$ nên loại **C.**

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=\dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$.

Xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1 (*)$.

Số nghiệm phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$. Suy ra phương trình $f(x)=-1$ có hai nghiệm.

Câu 27. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

+ Tập xác định $D=(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;+\infty)$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to-2^-} y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-2}{x^2-4}=-\infty \Rightarrow x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to2} y=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có 2 đường tiệm cận .

Câu 28. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Tính $M-m$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[3;5]$.

+ $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0\ \forall x\in[3;5]$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên $[3;5]$.

$M=\max\limits_{[3;5]} f(x)=f(3)=2$ khi $x=3$.

$m=\min\limits_{[3;5]} f(x)=f(5)=\dfrac{3}{2}$ khi $x=5$.

Vậy $M-m=2-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2017}.(x-1)^{2018}.(x+1)^{2019},\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x)=x^{2017}.(x-1)^{2018}.(x+1)^{2019}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

BXD:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta thấy $f'(x)=0$ tại $x=-1;\ x=0;\ x=1$ nhưng $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x=-1;\ x=0$.

Suy ra hàm số đạt cực trị tại $x=-1;\ x=0$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{4-x}+\sqrt{3}$ trên tập xác định của nó là

A. $2+\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 0. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;4]$.

Ta có $y'=\dfrac{-1}{2\sqrt{4-x}}<0,\forall x\in D$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		4
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\sqrt{3}$

Từ bảng biến thiên suy ra $\underset{(-\infty;4]}{Min}\, y=\sqrt{3}$ khi $x=4$. Vậy chọn **D.**

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

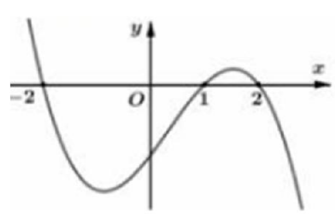
$$f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right..$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ, và $f(-2)=f(2)=0$.



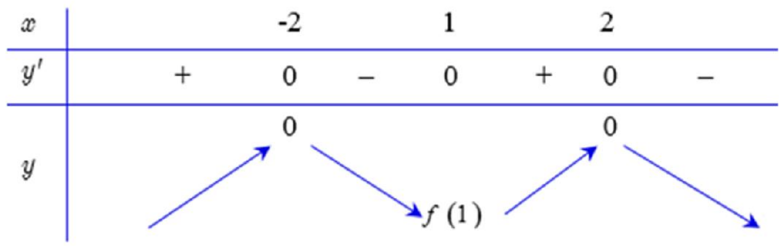
Hàm số $g(x)=\left[f(3-x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ và $f(-2)=f(2)=0$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:



$\Rightarrow f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(3-x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

Ta có $g(x)=\left[f(3-x)\right]^2\Rightarrow g'(x)=-2.f(3-x).f'(3-x)$.

Để hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow f'(3-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<3-x<1\\3-x>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2<x<5\\x<1\end{array}\right.$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)+1=t$, phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ trở thành $\sqrt{f(t)+1}=t+1$

$\sqrt{f(t)+1}=t+1\Leftrightarrow\begin{cases}t+1\ge 0\\f(t)+1=t^2+2t+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\t^3-3t^2-6t+1+1=t^2+2t+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\ (1)\\t^3-4t^2-8t+1=0\ (2)\end{cases}$

Bấm máy giải phương trình ta có ba nghiệm gần đúng là $5,43745;0,11822;-1,55567$.Trong số đó, có hai nghiệm $t\approx 5,43745$ và $t\approx 0,11822$ thỏa mãn điều kiện

Thay nghiệm gần đúng $t\approx 5,43745$ vào phương trình $f(x)+1=t$, ta được phương trình $x^3-3x^2-6x+1+1=5,43745$, bấm máy ta được một nghiệm thực gần đúng là $5,263897$

Thay nghiệm gần đúng $t\approx 0,11822$ vào phương trình $f(x)+1=t$, ta được phương trình $x^3-3x^2-6x+1+1=0,11822$, bấm máy ta được 3 nghiệm thực gần đúng.

Đối chiếu với đáp án và chọn A

Câu 34. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc đoạn $[-5;5]$ của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của X là

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y = x^3 - 3x^2 + mx - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0 \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x, \forall x \in (2;+\infty)$

Đặt $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (2;+\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	1	2		$+\infty$
f'(x)			-	
f(x)		0	$\searrow$	

Vậy $m \geq 0 \Rightarrow m \in \{0;1;2;3;4;5\}$. Có 6 giá trị

Câu 35. Tìm tập hợp S tất cả tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $S = [-1;0]$. **B.** $S = \varnothing$. **C.** $S = \{-1\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ có

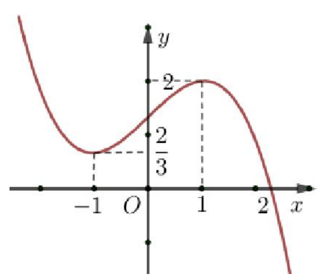
$y' = \left(\frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3\right)'$

$= x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 - 2m = 1 > 0$.

Suy ra để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là $x_1 = m$ và $x_2 = m + 2$ phải thoả mãn $\begin{cases} m \leq -1 \\ m + 2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x + 2019) = 1$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

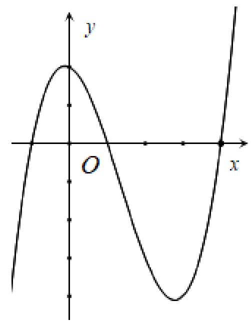
Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x + 2019) = 1$ có số nghiệm bằng số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt nên số nghiệm thực của phương trình $f(x+2019)=1$ là 3.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình dưới. Hỏi hàm số $y=f(3-2x)+2019$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;0)$

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f(3-2x)+2019$.

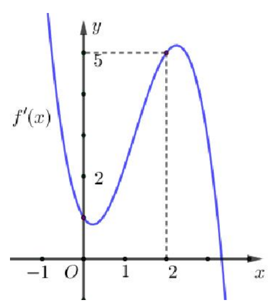
- Tập xác định: D = $\mathbb{R}$

- Ta có $y'=(-2).f'(3-2x)$

Hàm số nghịch biến khi $y'<0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x)<0 \Leftrightarrow f'(3-2x)>0$

Dựa vào hình vẽ, suy ra $\left[\begin{array}{l}-1<3-2x<1\\3-2x>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1<x<2\\x<-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$. Như vậy, đáp án A đúng.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không có cực trị.

D. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không đạt cực trị tại $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y'=f'(x)-2x-1$

$y'=0 \Leftrightarrow f'(x)=2x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

$y'(-1)=f'(-1)+2-1>0$

$y'(1)=f'(1)-2-1<0$

$y'(3)=f'(3)-6-1<0$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 39. Cho hàm số $y=\dfrac{x}{1-x}(C)$ và điểm $A(-1;1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=mx-m-1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho AM^2+AN^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

• Nhận thấy:

Điểm $I(1;-1)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C), đồng thời $I(1;-1)$ là điểm cố định thuộc đường thẳng d $\Rightarrow$ I là trung điểm của MN.

• Ta có:

$$P=AM^2+AN^2=\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IM}\right)^2+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IN}\right)^2=2\overrightarrow{AI}^2+\overrightarrow{IM}^2+\overrightarrow{IN}^2+2\overrightarrow{AI}(\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}\right)$$

$=2AI^2+2IM^2=16+2IM^2$

$\Rightarrow P$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM^2$ nhỏ nhất.

Giả sử: $M\left(x_0;\dfrac{x_0}{1-x_0}\right)$ với $x_0\neq 1$ ta có:

$$IM^2=(x_0-1)^2+\left(\frac{x_0}{1-x_0}+1\right)^2=(x_0-1)^2+\frac{1}{(1-x_0)^2}\geq 2$$

$$\Rightarrow P_{\min}=20\Leftrightarrow |x_0-1|=\frac{1}{|1-x_0|}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=2\end{array}\right.\Rightarrow m=-1.$$

Câu 40. Gọi M, m lần lượt là giá tị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2-x\sqrt{2}\right|$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+m\sqrt{2}$ bằng

A. $4-2\sqrt{2}$ **B.** $2+\sqrt{2}$ **C.** $1+\sqrt{2}$ **D.** $3\sqrt{2}-2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=f(x)=\left|x^2-\sqrt{2}x\right|\geq 0,\forall x\in[-1;2]$. Dấu bằng xảy ra khi $x=0$ hoặc $x=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow m=\underset{[-1;2]}{min}f(x)=0$.

Xét hàm số $g(x)=x^2-x\sqrt{2}$, với $x\in[-1;2]$.

$g'(x)=2x-\sqrt{2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in[-1;2]$

$g(-1)=1+\sqrt{2}$, $g(2)=4-2\sqrt{2}$, $g(\dfrac{\sqrt{2}}{2})=-\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow M = \max\limits_{[-1;2]}|g(x)| = \left\{|g(-1)|,|g(2)|,\left|g(\frac{\sqrt{2}}{2})\right|\right\} = 1+\sqrt{2}$.

Vậy: $M+\sqrt{2}m = 1+\sqrt{2}$.

Câu 41. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x+1+\dfrac{m}{x-2}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

A. $[0;1)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $[0;+\infty)\setminus\{1\}$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

• Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 1 - \dfrac{m}{(x-2)^2} \geq 0, \forall x \in D$

$\Leftrightarrow m \leq (x-2)^2, \forall x \in D$

Xét hàm số $f(x) = (x-2)^2$ ta có:

$f'(x) = 2x-4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy, để hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì $m \leq 0$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông. Số phần tử của tập hợp S là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

• $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$.

• Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow x^2 - m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow -m-1 > 0$.

$\Leftrightarrow m < -1$.

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{m+1} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{m+1} \end{array}\right.$.

• Giả sử A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\Rightarrow A\left(-\sqrt{m+1}; -2m-1\right), B\left(0; m^2\right), C\left(\sqrt{m+1}; -2m-1\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\sqrt{m+1}; (m+1)^2\right), \overrightarrow{CB} = \left(-\sqrt{m+1}; (m+1)^2\right)$

ΔABC vuông tại $B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}=0 \Leftrightarrow -(m+1)+(m+1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right. \Rightarrow m=0$.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-2|x|-3\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x|\neq -1 \\ |x|\neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow |x|\neq 3 \Leftrightarrow x\neq \pm 3$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x^2+3}{x^2-2x-3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x^2+3}{x^2+2x-3}=+\infty$.

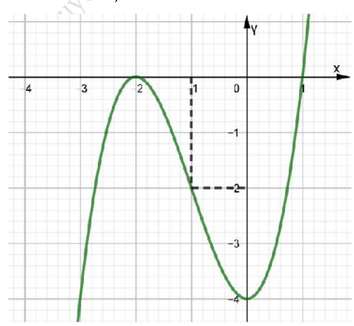
$\Rightarrow x=\pm 3$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1+\dfrac{3}{x^2}}{1-\dfrac{2}{|x|}-\dfrac{3}{x^2}}=1$.

$\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là 3.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{4x-x^2}-1\right)=m$ có nghiệm là

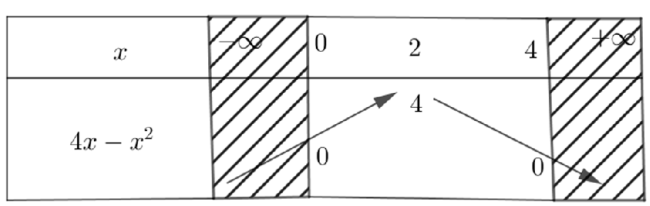


A. $[-2;0]$. **B.** $[-4;-2]$. **C.** $[-4;0]$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f\left(\sqrt{4x-x^2}-1\right)=m$ có điều kiện $0\le x\le 4$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra, với $0\le x\le 4$ thì $-1\le \sqrt{4x-x^2}-1\le 1$. Đặt $t=\sqrt{4x-x^2}-1$, $-1\le t\le 1$..

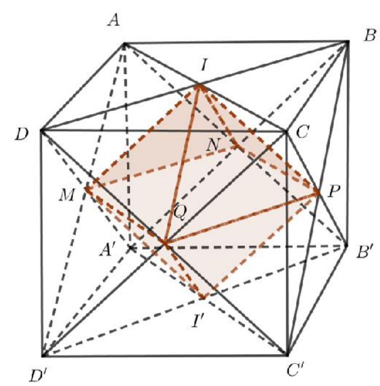
Phương trình đã cho trở thành $f(t)=m$. Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ có nghiệm $t\in[-1;1]\Leftrightarrow -4\le m\le 0$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi V_1 là thể tích phần không gian bên trong chung của hai hình tứ diện $ACB'D'$ và $A'C'BD$, V_2 là phần không gian bên trong hình lập phương đã cho mà không bị chiếm chỗ bởi hai khối tứ diện nêu trên. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$?

A. 3. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, I', M, N, P, Q lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$, $AA'D'D$, $ABB'A'$, $BB'C'C$, $CDD'C'$. Ta được V_1 là thể tích khối bát diện đều với 6 đỉnh I, I', M, N, P, Q cạnh

$MN=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V_1=2V_{I.MNPQ}=2.\frac{1}{3}d\left(I,(MNPQ)\right).S_{MNPQ}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$.

$\frac{V_{ABIN}}{V_{ABCB'}}=\frac{AI}{AC}.\frac{AN}{AB'}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

$V_2=8V_{ABIN}=8.\frac{1}{4}V_{ABCB'}==8.\frac{1}{4}.\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$. Vậy $\frac{V_2}{V_1}=2$

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^5-x^4\right)-m\left(x^4-x^3\right)+x-\ln x-1\ge 0$ thỏa mãn với mọi $x>0$. Tính tổng các giá trị trong tập hợp S.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=m^2\left(x^5-x^4\right)-m\left(x^4-x^3\right)+x-\ln x-1$. Ta có $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ và $f'(x)=m^2\left(5x^4-4x^3\right)-m\left(4x^3-3x^2\right)+1-\frac{1}{x}$.

Bất phương trình đã cho viết thành $f(x)\ge 0$. Giả sử $y=f(x)$ có đồ thị là .

$f(x)\ge 0$ với mọi $x>0$ khi và chỉ khi đồ thị không nằm phía dưới trục Ox.

Mặt khác và Ox có điểm chung là $A(1;0)$. Nên điều kiện cần để đồ thị không nằm phía dưới trục Ox là Ox tiếp xúc với tại $A(1;0)$.

Suy ra, $f'(1)=0 \Leftrightarrow m^2-m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Với $m=0$ ta có bất phương trình đã cho trở thành $f(x)=x-\ln x-1\geq 0$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)\geq 0, \forall x>0$. Suy ra $m=0$ thỏa mãn điều kiện.

Với $m=1$ ta có bất phương trình đã cho trở thành $f(x)=x^5-2x^4+x^3-\ln x+x-1\geq 0$.

$$f'(x)=5x^4-8x^3+3x^2-\frac{1}{x}+1=\frac{5x^5-8x^4+3x^3+x-1}{x}=\frac{(x-1)(5x^4-3x^3+1)}{x}$$

Ta có $5x^4-3x^3+1=\left(2x^2-\frac{3}{4}x\right)^2+\left(x^2-\frac{9}{32}\right)^2+1-\left(\frac{9}{32}\right)^2>0$.

Suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$. Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)\geq 0, \forall x>0$. Suy ra $m=1$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy $S=\{0;1\}$.

Câu 47. Với hai số thực a,b bất kì, ta kí hiệu $f_{(a,b)}(x)=|x-a|+|x-b|+|x-2|+|x-3|$.Biết rằng luôn tồn tại duy nhất số thực x_0 để $\min\limits_{x\in R} f_{(a,b)}(x)=f_{(a,b)}(x_0)$ với mọi số thực a,b thỏa mãn $a^b=b^a$ và $0<a<b$. Số x_0 bằng

A. $2e-1$ **B.** $2,5$ **C.** e **D.** $2e$

Lời giải

Chọn C

Ta có $a^b=b^a \Leftrightarrow b\ln a=a\ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{a}=\frac{\ln b}{b}\ (*)$.

Xét hàm số $y=\frac{lnx}{x}$, trên tập xác định $D=(0;+\infty)$

$y'=\frac{1-\ln x}{x^2}$, $y'=0 \Leftrightarrow x=e$

Bảng biến thiên

x	0		a		e		b		$+\infty$
y'				$+$	0	$-$			
y	$-\infty$	↗			$\frac{1}{e}$		↘		0

Có $\begin{cases} 0 < a < b \\ f(a) = f(b) \end{cases}$

Kết hợp với bảng biến thiên suy ra $a < e < b$ (1).

Ta lại có $f_{(a,b)}(x) = |x-a| + |b-x| + |x-2| + |3-x| \geq |x-a+b-x| + |x-2+3-x| = b-a+1$.

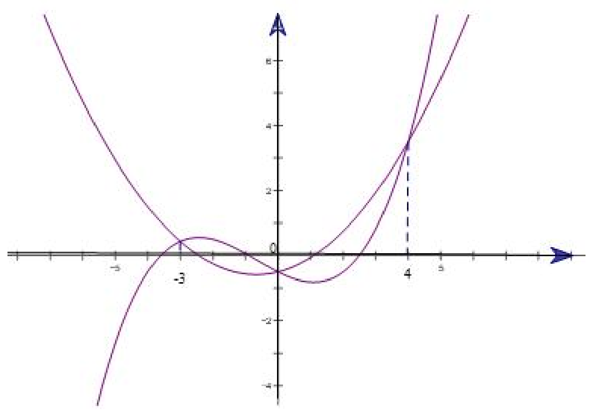
Suy ra $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f_{(a,b)}(x) = b-a+1 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x \leq b \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra số thực duy nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x = e$

Thử lại: khi $x = e$ thì $f(e) = b-a+1$.

Vậy $\min\limits_{x\in R} f_{(a,b)}(x) = f_{(a,b)}(x_0) = f_{(a,b)}(e)$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-3, 0, 4$. Hàm số $g(x) = \frac{ax^4}{4} + \frac{b-3a}{3}x^3 + \frac{c-2b}{2}x^2 + (d-c)x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn D

$g'(x) = ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-2b)x + d - c = f(x) - f'(x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3;0;4\}$.

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f'(x) \Leftrightarrow x \in (-\infty;-3) \cup (0;4)$.

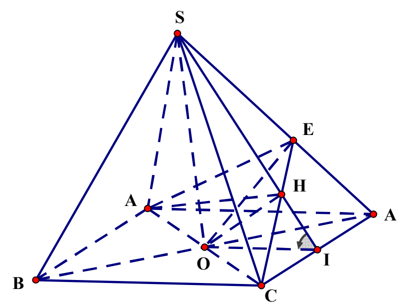
Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(0;4)$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AC và vuông góc với mặt phẳng (SCD), cắt đường thẳng SD tại E. Gọi V và V_1 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABCD$ và $D.ACE$, biết $V = 5V_1$. Tính côsin của góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow$ tứ diện $OSCD$ có OS, OC, OD đôi một vuông góc.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng $(SCD) \Rightarrow H$ là trực tâm ΔSCD.

Nối C với H cắt SD tại một điểm, điểm đó là E và $(P) = (ACE)$.

$V_1 = \frac{1}{5}V \Rightarrow V_1 = \frac{2}{5}V_{S.ACD} = \frac{2}{5}V_{D.ACS} \Rightarrow DE = \frac{2}{5}DS \Rightarrow SE = \frac{3}{5}DS.$

Đặt: $SD = 5a, (a > 0)$ suy ra $DE = 2a, SE = 3a$.

Vì $AC \perp (SBD) \Rightarrow SD \perp AC$ và $SD \perp CE$ nên $SD \perp (ACE)$.

Gọi I là giao điểm của SH với $CD \Rightarrow SI \perp CD, OI \perp CD$ và I là trung điểm của CD.

Gọi φ là góc giữa (SCD) và $(ABCD) \Rightarrow \varphi = \widehat{SIO}$.

Trong tam giác SOD vuông tại O, OE là đường cao

$$\Rightarrow \begin{cases} OD^2 = ED.SD = 10a^2 \\ SO^2 = SE.SD = 15a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OD = a\sqrt{10} \\ SO = a\sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow CD = 2a\sqrt{5}.$$

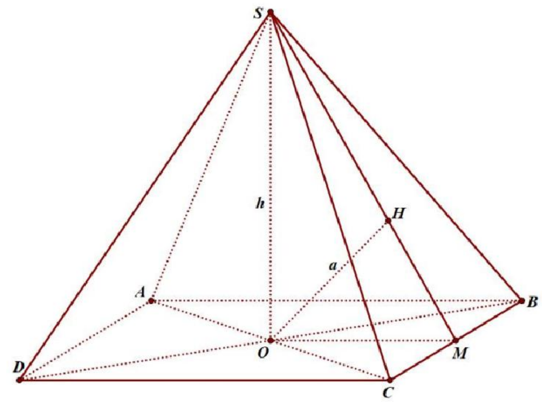
Do đó $OI = \frac{1}{2}CD = a\sqrt{5}$ và $SI = 2a\sqrt{5} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{OI}{SI} = \frac{1}{2}$.

Câu 50. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$ bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $4\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của mặt đáy, M là trung điểm cạnh BC.
Dễ thấy do $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp ABCD$.
Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống SM trong mp$(SMO) \Rightarrow OH \perp SM$.
Hơn nữa, $OM \perp BC$ và $SM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow OH \perp BC$.
Từ và $\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O;(SBC)) = OH$.
Do O là trung điểm cạnh AC nên $d(A;(SBC)) = 2d(O;(SBC)) = 2OH$.
Theo giả thiết $d(A;(SBC)) = 2a \Rightarrow OH = a$.
Giả sử chiều dài cạnh đáy là $2x$ ($x > a$ do $OM > OH$) và $SO = h\,(h > 0)$.
Trong tam giác vuông SOM

$$OH^2 = \frac{h^2x^2}{h^2+x^2} \Rightarrow a^2 = \frac{h^2x^2}{h^2+x^2} \Rightarrow h^2(x^2-a^2) = a^2x^2 \Rightarrow h^2 = \frac{a^2x^2}{x^2-a^2}$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}h.(4x^2) \Leftrightarrow V^2 = \frac{16}{9}h^2x^4 \Leftrightarrow V^2 = \frac{16}{9}\frac{a^2x^2}{x^2-a^2}x^4 \Leftrightarrow V^2 = \frac{16a^2}{9}\frac{x^6}{x^2-a^2}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{16a^2}{9}\frac{x^6}{x^2-a^2}$ trên khoảng $(a;+\infty)$, ta có:

$$f'(x) = \frac{16a^2}{9}\frac{4x^7-6x^5a^2}{(x^2-a^2)^2} = \frac{16a^2}{9}.\frac{2x^5(2x^2-3a^2)}{(x^2-a^2)^2};\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}a \end{array}\right.$$

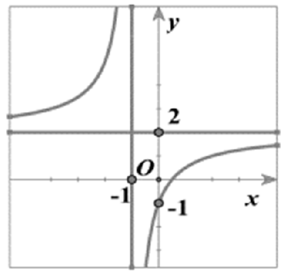
Ta có BBT:

x	a		$\sqrt{\frac{3}{2}}a$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$12a^6$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $12a^6$ nên khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}a^3$.

Đề 11	Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

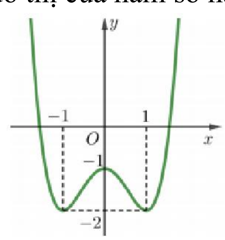
Câu 2. Tính thể tích của khối lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a:

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là

A. $y=3x-2$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=x-\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=-x+\dfrac{2}{3}$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?

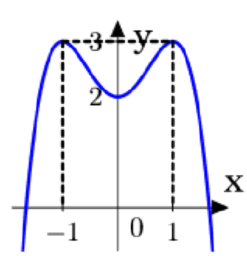


A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^3-1$. **D.** $y=-x^4+2x^3-1$.

Câu 5. Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-4\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m=1; m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

Câu 6. Đồ thị đã cho là của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^4+2x^2-2$. **C.** $y=-x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 4. **B.** -5. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 3.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 11. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$ **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$

Câu 12. Tính thể tích của khối tứ diện đều cạnh a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $V=a^3$

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0

Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 15. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác
C. Hai khối chóp tứ giác
D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

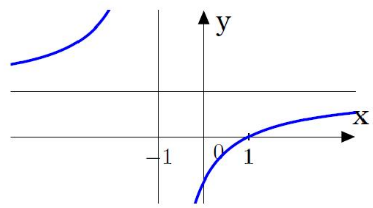
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x=2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=1$

Câu 17. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây:

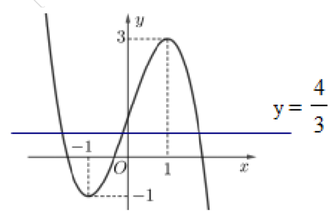


A. $y=\dfrac{1-x}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{16a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right)-4=0$ .là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SB=2a$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21. Đường thẳng $d: y=3x+1$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=\dfrac{2x^2-2x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài AB.

A. $AB=4\sqrt{15}$ **B.** $AB=4\sqrt{2}$ **C.** $AB=4\sqrt{10}$ **D.** $AB=4\sqrt{6}$.

Câu 22. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là

A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

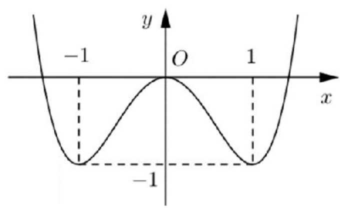
Câu 24. Cho một khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $96cm^2$. Tính thể tích khối lập phương đã cho.

A. $48\sqrt{6}cm^3$. **B.** $\dfrac{32}{3}cm^3$. **C.** $96cm^3$. **D.** $64cm^3$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 4.

Câu 28. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 29. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. 7. **B.** -20. **C.** -25. **D.** 3.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính bán kính của mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$?

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{7a}{12}$. **C.** $\dfrac{7a}{16}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos x$ là phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a - b$

A. 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 32. Cho hình chóp S.ABC có thể tích bằng V. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC. (α) là mặt phẳng qua A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Tính thể tích khối tứ diện $S.AMN$

A. $\dfrac{V}{9}$ **B.** $\dfrac{V}{2}$ **C.** $\dfrac{4V}{9}$ **D.** $\dfrac{V}{4}$

Câu 33. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$ và $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=6$.

A. $m=-3$ **B.** $m=3$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=1$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB,SC. Tính thể tích khối chóp $S.AMND$ biết rằng khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3.

A. $\dfrac{a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<-1$ hoặc $m>1$. **D.** $m>1$.

Câu 38. Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty;0]\cup[16;+\infty)$. **B.** $(16;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;0)\cup(16;+\infty)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60^0. Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$

A. $8a^2\pi$ **B.** $\dfrac{32a^2\pi}{3}$ **C.** $\dfrac{8a^2\pi}{3}$ **D.** $4a^2\pi$

Câu 40. Tìm m để bất phương trình $x+\dfrac{4}{x-1}\ge m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$

A. $m\le 5$ **B.** $m\le -3$ **C.** $m\le 3$ **D.** $m\le -1$

Câu 41. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+\left(m^2-1\right)x^2+1-2m$ có một cực đại và hai cực tiểu.

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

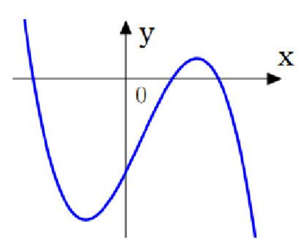
Câu 42. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a<0,b<0,c<0,d<0$.

B. $a<0,b>0,c>0,d>0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d>0$.

D. $a<0,b>0,c>0,d<0$.



Câu 43. Cho hai hàm số $y=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và các cạnh bên bằng nhau. Góc giữa các mặt phẳng (SAB), (SAD) và mặt phẳng đáy lần lượt là 45^0 và 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết chiều cao của hình chóp là $a\sqrt{3}$.

A. $V=4a^3$ **B.** $V=2a^3$ **C.** $V=3a^3$ **D.** $V=3a^3\sqrt{3}$

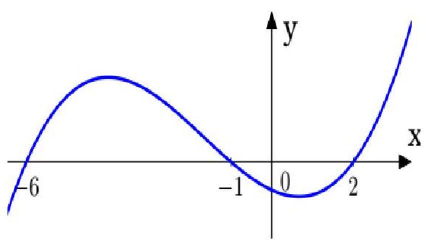
Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $m>2$. **B.** $\begin{cases} m<-2 \\ m\neq -\frac{5}{2} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m\neq -\frac{5}{2} \end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$

Câu 46. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{48}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=f(3-x^2)+2018$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;1)$.

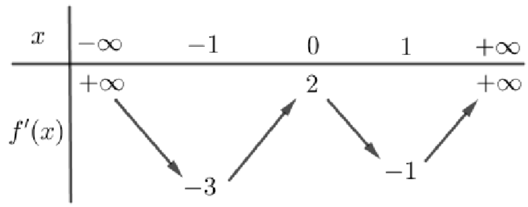
Câu 48. Cho hình chóp $SABC$ có $AC=a$, $BC=2a$, $\widehat{ACB}=120°$, cạnh bên SA vuông góc đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A $\frac{a^3\sqrt{105}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{21}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{42}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=|x^4-2mx^2+2m-1|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2;2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 50. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$, bảng biến thiên của hàm số $f'\left(x\right)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - 2x\right)$ là

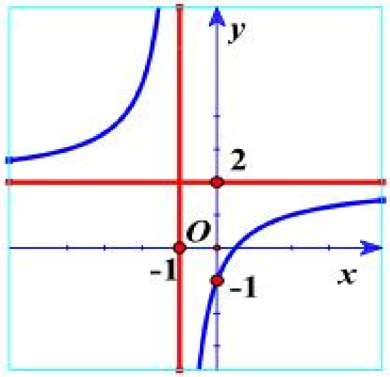
A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.B	5.C	6.D	7.D	8.C	9.D	10.C
11.B	12.A	13.A	14.D	15.A	16.C	17.B	18.A	19.B	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.C	26.D	27.B	28.A	29.C	30.B
31.C	32.C	33.B	34.C	35.A	36.D	37.D	38.D	39.A	40.B
41.B	42.D	43.B	44.A	45.C	46.B	47.A	48.C	49.C	50.C

Đề 11 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Vì đồ thị có tiệm cận ngang $y=2$, tiệm cận đứng $x=-1$, cắt trục Oy tại $(0;-1)$.

Đáp án A sai vì đồ thị $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ cắt Oy tại $(0;1)$.

Đáp án B sai vì đồ thị $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ có tiệm cận ngang $y=1$.

Đáp án C sai vì đồ thị $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$

Câu 2. Tính thể tích của khối lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a:

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích tam giác đều ABC: $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Suy ra: $V=AA'.S_{ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là

A. $y=3x-2$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=x-\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=-x+\dfrac{2}{3}$.

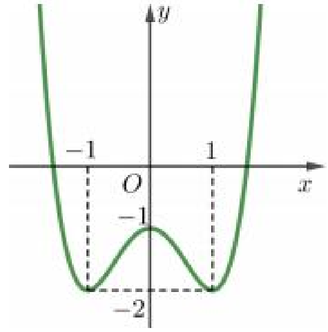
Lời giải

Chọn C

* $y'=x^2+2x-2$; $y'(1)=1$

* Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là: $y=x-\dfrac{2}{3}$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^3 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^3 - 1$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta thấy hình vẽ trên là đồ thị của hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\left(a \neq 0\right)$ nên ta loại đáp án C và đáp án D.

+ Lại có $y\left(0\right) = -1$ nên ta loại đáp án A, chọn đáp án B.

Câu 5. Tìm m để hàm số $f\left(x\right) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $m = 1; m = -3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$f'\left(x\right) = x^2 + 2mx + \left(m^2 - 4\right)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ suy ra $f'\left(1\right) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right.$

Với $m = 1$ ta có $f'\left(x\right) = x^2 + 2x - 3; f''\left(x\right) = 2x + 2$; $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

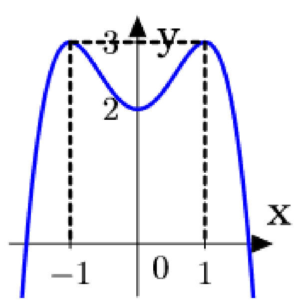
Khi đó $f''\left(1\right) = 4 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$: không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Với $m = -3$ ta có $f'\left(x\right) = x^2 - 6x + 5; f''\left(x\right) = 2x - 6$; $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 5 \end{array}\right.$

Khi đó $f''\left(1\right) = -4 < 0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$: thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy $m = -3$ thì ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 6. Đồ thị đã cho là của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy trên $(1;+\infty)$ đồ thị "đi xuống" suy ra $a<0$.

Mặt khác đồ thị đi qua điểm $A(1;3)$ nên chỉ có hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ có đồ thị như hình.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+2x^2-3$.

B. $y=-\dfrac{1}{4}x^4+3x^2-3$.

C. $y=x^4+2x^2-3$.

D. $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ nên hệ số $a>0$.

Mà phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số cần tìm là $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;3)$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 4. **B.** -5. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

Xét trên đoạn $[0;2]$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(Tm) \\ x=-3(loai) \end{array}\right.$

$f(0)=4$; $f(1)=3$; $f(2)=\dfrac{10}{3}$.

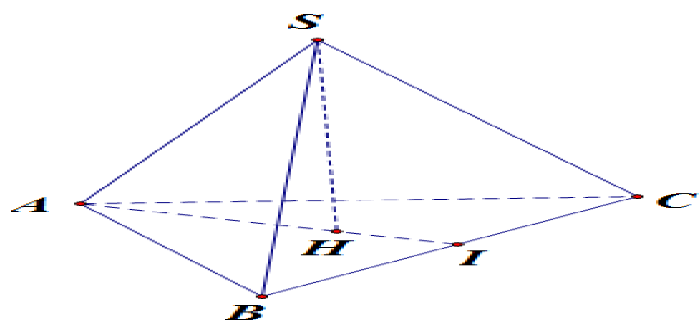
Do đó $\min\limits_{[0;2]} f(x)=3$.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm đoạn BC, H là tâm tam giác đáy ABC.
Hình chóp $S.ABC$ là chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

Tam giác ABC đều nên $AH=\dfrac{2}{3}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{3}}=a\dfrac{\sqrt{33}}{3}$.

Vậy $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Câu 11. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$ **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$

Lời giải

Chọn B

+/ Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ có TXĐ là $D=[-2;2]$ nên không có giới hạn ở vô cực. Vậy đồ thị hàm số không có TCN.

+/ Hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x}$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có TCN.

+/ Hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có TCN.

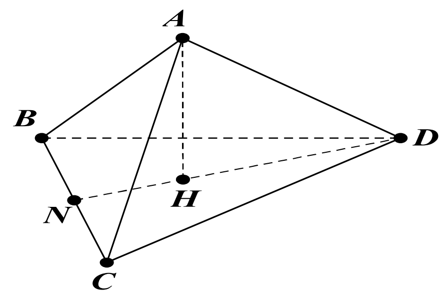
+/ Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có TCN là $y=0$.

Câu 12. Tính thể tích của khối tứ diện đều cạnh a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $V=a^3$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{\Delta BCD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$DH=\frac{2}{3}DN=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Suy ra: $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta BCD}.AH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=3$.

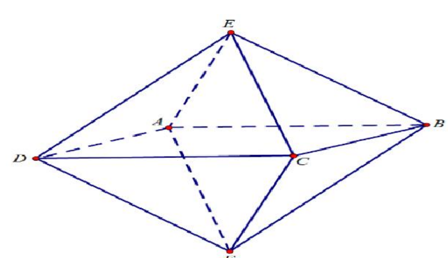
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)-3=0$ có 3 nghiệm.

Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D



Câu 15. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

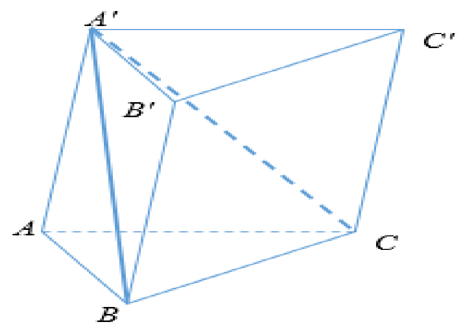
B. Hai khối chóp tam giác

C. Hai khối chóp tứ giác

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Lời giải

Chọn A



Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện: khối chóp tam giác $A'.ABC$ và khối chóp tứ giác $A'.BCC'B'$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

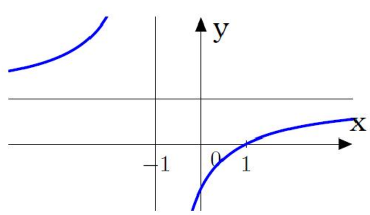
A. $x=2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 17. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây:



A. $y=\dfrac{1-x}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn đồ thị ta thấy $x=-1$ là tiệm cận đứng nên ta loại **A,** **C.**

Tiệm cận ngang $y>0$ nên loại **D.**

Vậy đáp án **B.**

Câu 18. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{16a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn A

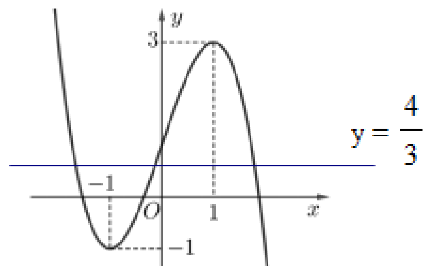
Công thức tính thể khối lăng trụ: $V = B.h$

B diện tích đáy và h là chiều cao.

Diện tích đáy: $B = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$, chiều cao: $h = 4a$

$V = 2a^2.4a = 8a^3$

Câu 19. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right) - 4 = 0$ .là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

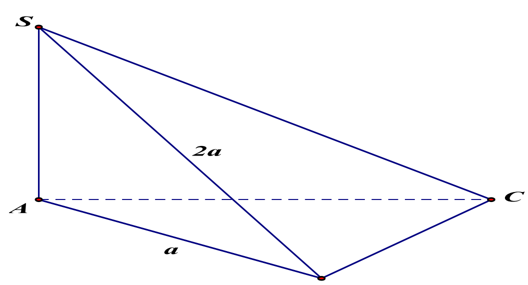
Ta có: $3f\left(x\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow f\left(x\right) = \dfrac{4}{3}$.

Vì $-1 < \dfrac{4}{3} < 3$ nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SB = 2a$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Chọn C

Có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Có $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3}{4}$.

Câu 21. Đường thẳng $d: y = 3x + 1$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài AB.

A. $AB = 4\sqrt{15}$ **B.** $AB = 4\sqrt{2}$ **C.** $AB = 4\sqrt{10}$ **D.** $AB = 4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 3x + 1$ và đồ thị (C) $y = \dfrac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ là nghiệm phương trình: $\dfrac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1} = 3x + 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 3 = (3x+1)(x-1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 3 = 3x^2 - 2x - 1$

$\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$

+) $x = 2 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow A(2;7)$

+) $x = -2 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow B(-2;-5)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-4;-12)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{(-4)^2 + (-12)^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

Câu 22. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ là

A. 2 **B.** 0

C. 3 **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ là $D = [-3;-1) \cup (-1;1) \cup (1;+\infty)$.

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} y = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} y = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to 1} y = \dfrac{1}{8} \Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng khi $x \to 1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ có 1 tiệm cận đứng.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:

Chọn D

+ Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABC), \mathrm{SH} = \mathrm{a}\sqrt{3}$.

+ $S_{\Delta ABC} = 2a^2$.

$+V=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho một khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $96cm^2$. Tính thể tích khối lập phương đã cho.

A. $48\sqrt{6}cm^3$. **B.** $\frac{32}{3}cm^3$. **C.** $96cm^3$. **D.** $64cm^3$.

Lời giải:

Chọn D

Giả sử hình lập phương có cạnh $a\Rightarrow S_{tp}=6.a^2=96\Rightarrow a=4cm\Rightarrow V=4^3=64cm^3$.

Câu 25. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-2\right)^2\left(x-3\right)^3\left(x-4\right)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

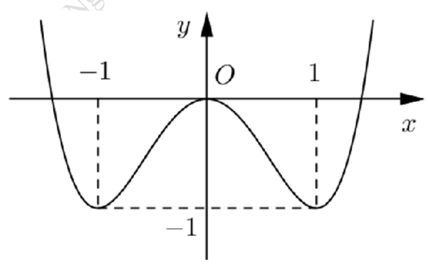
$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘		↗		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2019f(x)+1=0$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

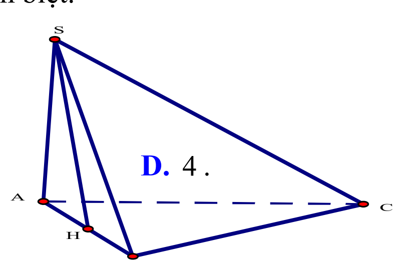
Ta có: $2019f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2019}$.

Số nghiệm phương trình $2019f(x)+1=0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d:y=-\frac{1}{2019}$ (cùng phương với trục Ox).

Dựa vào đồ thị như hình vẽ ta có d cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+4$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ bằng



A. 10. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)=x^3-3x+4$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, vì thế liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

$f'\left(x\right)=3x^2-3$, $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in\left(-2;2\right)\\x=1\in\left(-2;2\right)\end{array}\right.$.

Lại có: $f\left(-2\right)=2$; $f\left(-1\right)=6$; $f\left(1\right)=2$; $f\left(2\right)=6$.

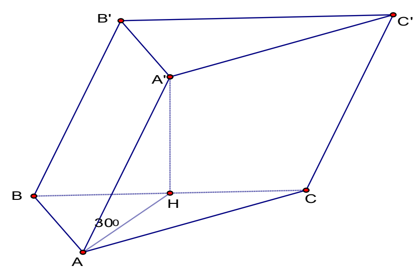
Suy ra $\max\limits_{[-2;2]} f\left(x\right)=6$ khi $x=-1$ hoặc $x=2$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu của A' xuống $\left(ABC\right)$ là trung điểm BC. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn A



Tam giác *ABC* đều cạnh *a*, có đường cao $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vì *H* là hình chiếu của *A'* trên mặt đáy nên *A'A* có hình chiếu trên mặt đáy *(ABC)* là *AH*. Suy ra: $\widehat{A'AH}=\left(A'A;\left(ABC\right)\right)=30^0$

Đường cao: $A'H=AH\tan 30^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{a}{2}$

Thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 29. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. 7. **B.** -20. **C.** -25. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

$y'=3x^2-6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\quad\left(y=-25\right)\\x=-1\left(y=7\right)\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-25	$\nearrow$	$+\infty$

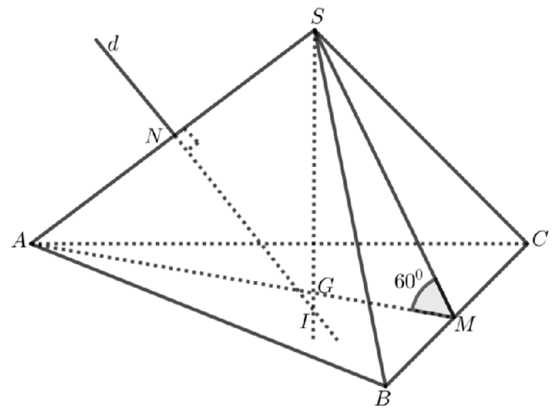
Dựa vào bảng biến thiên ta chọn **C.**

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính bán kính của mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{7a}{12}$. **C.** $\frac{7a}{16}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G, M lần lượt là trọng tâm của ΔABC và trung điểm của BC.

Do ΔABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp của ΔABC; vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SG \perp (ABC)$. Vậy ta có SG là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Trong ΔSGA dựng đường trung trực d của cạnh bên SA, d cắt SG tại I và cắt SA tại trung điểm N.

Ta có: $\begin{cases} I \in SG \Rightarrow IA = IB = IC \\ I \in d \Rightarrow IA = IS \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $R = IS$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có: $\begin{cases} AM \perp BC \\ SG \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SGM)$. Mà $SM \subset (SGM) \Rightarrow SG \perp BC$.

Vì: $\begin{cases} (ABC) \cap (SBC) = BC \\ (ABC) \supset AM \perp BC \\ (SBC) \supset SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMG} = 60^0$.

Có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}; AG = 2GM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔSGM vuông tại G, ta có $\tan 60^0 = \frac{SG}{GM} \Leftrightarrow SG = GM.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}$

Xét hai tam giác vuông đồng dạng SNI và SGA ta có:

$$\frac{SN}{SG} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow SI = \frac{SA^2}{2SG} = \frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2 - AG^2}} = \frac{SG^2 + AG^2}{2\sqrt{SG^2 + AG^2 - AG^2}}$$

$$\Leftrightarrow SI = \frac{SG^2 + AG^2}{2SG} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}{2.\frac{a}{2}} = \frac{7a}{12}.$$

Vậy $R = \frac{7a}{12}$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos x$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a - b$

A. 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = 2\sin^2 x - \cos x = -2\cos^2 x - \cos x + 2 = -2\left[(\cos x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16}\right] \le \frac{15}{8} \Rightarrow a - b = 7$

Câu 32. Cho hình chóp S.ABC có thể tích bằng V. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC. (α) là mặt phẳng qua A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Tính thể tích khối tứ diện $S.AMN$

A. $\frac{V}{9}$ **B.** $\frac{V}{2}$ **C.** $\frac{4V}{9}$ **D.** $\frac{V}{4}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $MN // BC$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SM.SN}{SA.SB.SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{4}{9}V$$

Câu 33. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

***Trường hợp 1:** $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

- Với $m = 1$: $y' = -1 < 0 \Rightarrow m = 1$ thỏa YCBT.
- Với $m = -1$: $y' = -4x - 1 \Rightarrow m = -1$ không thỏa YCBT.

***Trường hợp 2:** $m^2 - 1 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne \pm 1$.

$$y' \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)^2 - 3(m^2-1)(-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m < 1 \Rightarrow m = 0.$$

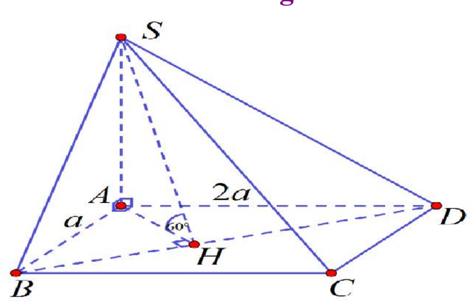
Vậy có 2 số nguyên m thỏa YCBT.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $AH \perp BD$ tại $H \Rightarrow \begin{cases} AH \perp BD \\ SA \perp BD \end{cases} \Rightarrow SH \perp BD$.

Do đó: $\left[(SBD);(ABCD)\right] = (AH;SH) = \widehat{SHA} = 60°$.

Có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{(2a)^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow$

$SA = AH.\tan SHA = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}.\tan 60° = \dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.

$S_{ABCD} = AB.AD = a.2a = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.2a^2.\dfrac{2a\sqrt{15}}{5} = \dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

A. $m = -3$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = 1$

Lời giải

Chọn A

$y' = 3x^2 - 6x + m$

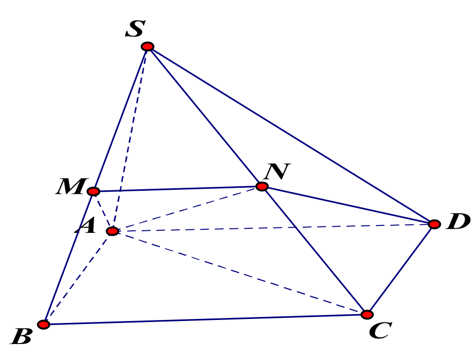
Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 khi $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$. $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 3m > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.AMND$ biết rằng khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3.

A. $\dfrac{a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$V_{S.AMND} = V_{S.AMN} + V_{S.AND} = \dfrac{SM.SN.SA}{SB.SC.SA}V_{S.ABC} + \dfrac{SA.SN.SD}{SA.SC.SD}V_{S.ACD} = \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2}\right)V_{S.ABC} = \dfrac{3}{8}V_{S.ABCD} = \dfrac{3}{4}a^3$

Nên chọn D

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m<-1$ hoặc $m>1$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x\neq -m$.

$y'=\dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1>0 \\ -m\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \vee m>1 \\ m\geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m>1$.

Câu 38. Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty;0]\cup[16;+\infty)$. **B.** $(16;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;0)\cup(16;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $mx+1=\dfrac{x-3}{x+1}$ (điều kiện: $x\neq -1$)

$\Leftrightarrow mx^2+mx+4=0$ (*) (vì $x=-1$ không là nghiệm của phương trình)

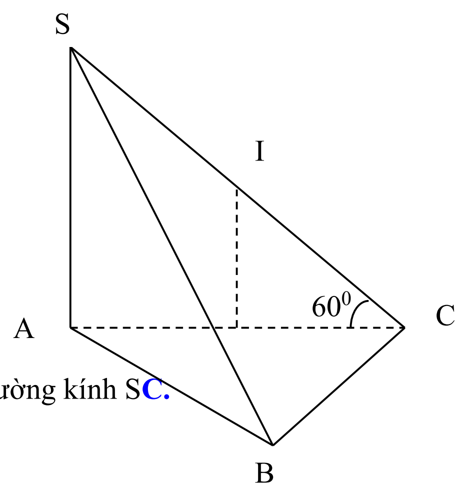
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=m^2-16m>0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(16;+\infty)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60^0. Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$

A. $8a^2\pi$ **B.** $\dfrac{32a^2\pi}{3}$ **C.** $\dfrac{8a^2\pi}{3}$ **D.** $4a^2\pi$

Lời giải



Chọn A

Gọi I là trung điểm của SC.

$AC=a\sqrt{2}$

Ta có $\widehat{SAC}=90^0\ (1)$ (theo gỉa thiết)

$\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp SB \Rightarrow \widehat{SBC}=90^0\ (2)$

Từ (1), (2) suy ra: hình chóp $S.ABC$ nội tiếp mặt cầu đường kính SC.

$R=\dfrac{1}{2}SC=\dfrac{1}{2}\dfrac{AC}{\cos 60^0}=a\sqrt{2}$

Vậy diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$ là: $8\pi a^2$

Câu 40. Tìm m để bất phương trình $x+\dfrac{4}{x-1}\geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$

A. $m\leq 5$ **B.** $m\leq -3$ **C.** $m\leq 3$ **D.** $m\leq -1$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f\left(x\right)=x+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$

$$f'\left(x\right)=1-\frac{4}{\left(x-1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
f'		+	0	-	||	-	0	+	
f		↗	-3	↘	||	↘		↗	

Dựa vào BBT yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\le -3$

Câu 41. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+\left(m^2-1\right)x^2+1-2m$ có một cực đại và hai cực tiểu.

A. $m\in\left(1;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;-1\right)$.

C. $m\in\left(0;1\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-1\right)x^2+1-2m$ có một cực đại và hai cực tiểu khi và chỉ khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và đồ thị có hướng quay xuống dưới

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<-1$$

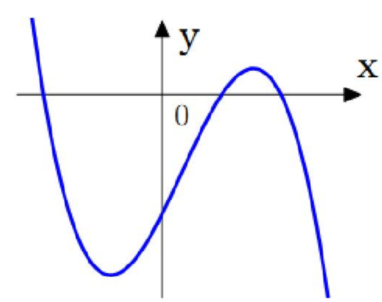
Câu 42. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a<0,b<0,c<0,d<0$.

B. $a<0,b>0,c>0,d>0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d>0$.

D. $a<0,b>0,c>0,d<0$.



Lời giải

Chọn D

- Từ đồ thị của hàm số nhận xét được hệ số $a<0$

- Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía so với trục Oy nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac<0$ mà $a<0$ suy ra $c>0$.

- Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $\left(0;d\right)$ ở phía dưới trục Ox nên $d<0$

- Từ đồ thị ta thấy được $x_{CT}+x_{CD}=\dfrac{-2b}{3a}>0 \Leftrightarrow ab<0$ mà $a<0$ suy ra $b>0$.

Do đó ta có $a<0, b>0, c>0, d<0$.

Câu 43. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

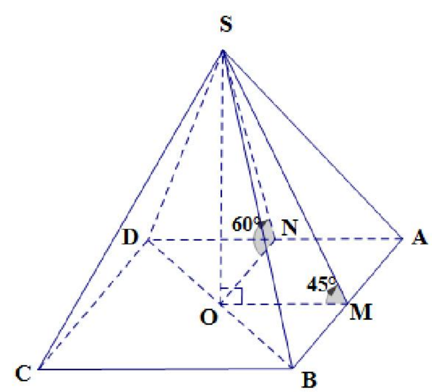
$$\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}=|x+2|-x-m \Leftrightarrow \frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}-|x+2|+x=-m \ (1)$$

Xét $f(x)=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}-|x+2|+x, x\in D=\mathbb{R}\setminus\{-3;-2;-1;0\}$

Ta có $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}-2, x\in(-2;+\infty)\cup D=D_1\\ \dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+2x+2, x\in(-\infty;-2)\cup D=D_2\end{cases}$

Có

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}, \forall x\in D_1\\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}+2, \forall x\in D_2\end{cases}$$



Dễ thấy $f'(x)>0, \forall x\in D_1\cup D_2$, ta có bảng biến thiên

x	-∞	-3		-2		1		0		+∞
f'(x)	+	‖	+	‖	+	‖	+	‖	+	
f(x)	-∞ ↗	+∞ ‖ -∞	↗	+∞ ‖ -∞	↗	+∞ ‖ -∞	↗	+∞ ‖ -∞	↗	2

Hai đồ thị cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biện khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 4 nghiệm phân biệt, từ bảng biến thiên ta có: $-m\geq 2\Leftrightarrow m\leq -2$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và các cạnh bên bằng nhau. Góc giữa các mặt phẳng (SAB), (SAD) và mặt phẳng đáy lần lượt là 45^0 và 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết chiều cao của hình chóp là $a\sqrt{3}$.

A. $V=4a^3$ **B.** $V=2a^3$ **C.** $V=3a^3$ **D.** $V=3a^3\sqrt{3}$

Lời giải.

Chọn A

Gọi đường cao của hình chóp là SO.

Kẻ $OM \perp AB,\ M \in AB,\ ON \perp AD,\ N \in AD$.

Suy ra: $AB \perp SM$ $\left(\text{do } AB \perp (SOM)\right)$

mà $SA = SB \Rightarrow M$ là trung điểm của AB.

Tương tự ta chứng minh được N là trung điểm AD.

Dễ thấy $OMAN$ là hình chữ nhật nên $AD = 2AN = 2OM$, $AB = 2AM = 2ON$.

Theo gt: $\widehat{SMO} = \widehat{\left((SAB),(ABCD)\right)} = 45^0 \Rightarrow \dfrac{SO}{OM} = \tan 45^0 \Rightarrow OM = SO = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow AD = 2OM = 2a\sqrt{3}$.

Tương tự: $\widehat{SNO} = \widehat{\left((SAD),(ABCD)\right)} = 60^0 \Rightarrow \dfrac{SO}{OM} = \tan 60^0 \Rightarrow ON = \dfrac{SO}{\tan 60^0} = a$

$\Rightarrow AB = 2ON = 2a$. Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.AB.AD = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.2a.2a\sqrt{3} = 4a^3$

Câu 45. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $m > 2$. **B.** $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+1}{x^2 - 2mx + 4} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}}{1 - \dfrac{2m}{x} + \dfrac{4}{x^2}} = 0$

Tương tự: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = 0$

Vậy đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang. Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì đồ thị hàm số phải có hai đường tiệm cận đứng nữa

$\Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm $x = -1$ của tử

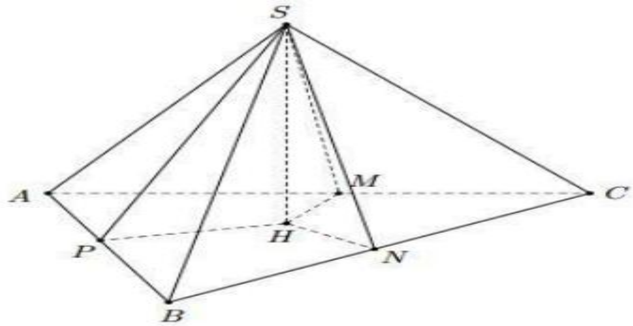
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ 5 + 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Câu 46. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$

A. $\dfrac{1}{36}$. **B.** $\dfrac{1}{48}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC)

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AC, BC, AB.

Đặt $SH = h \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.h.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{h\sqrt{3}}{12}$.

Ta có $SP = \frac{2S_{ABC}}{AB} = 2S_{SAB} = \frac{6V_{S.ABC}}{d\left(C;(SAB)\right)} = \frac{\frac{h\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{30}}{20}} = h\sqrt{10}$

$\Rightarrow PH = \sqrt{SP^2 - SH^2} = 3h$

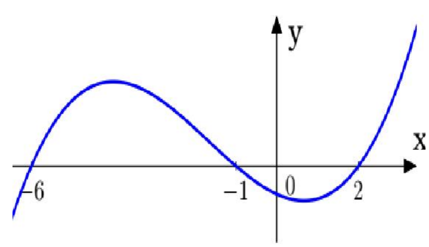
Tương tự, tính được $HM = 2h, HN = h$.

Ta có: $S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HAC} + S_{HBC} = \frac{1}{2}(HP + HM + HN)$

$\Leftrightarrow 3h = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12}.\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{48}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(3 - x^2) + 2018$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = f(3 - x^2) + 2018$.

$g'(x) = -2x.f'(3 - x^2)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(3-x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 3-x^2=-6 \\ 3-x^2=-1 \\ 3-x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \\ x=\pm 2 \\ x=\pm 1 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

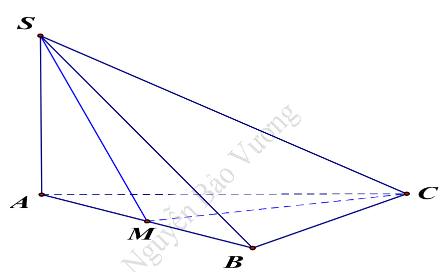
Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trong khoảng $(-1;0)$.

Câu 48. Cho hình chóp $SABC$ có $AC=a$, $BC=2a$, $\widehat{ACB}=120°$, cạnh bên SA vuông góc đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{21}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{105}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối chop $V=\dfrac{1}{3}\text{dt}(ABC).SA$.

$dt(ABC)=\dfrac{1}{2}CA.CB\sin\widehat{ACB}=\dfrac{1}{2}a.2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Dựng $CM\perp AB$. Mặt khác $SA\perp(ABC)$ nên $SA\perp AM$ $\Rightarrow CM\perp(SAB)$. Do đó góc giữa SC và (SAB) là $\widehat{CSM}$.

Trong tam giác ABC ta có $AB^2=AC^2+BC^2-2AC.BC.\cos 120°=7a^2\Rightarrow AB=a\sqrt{7}$.

$CM=\dfrac{2\text{dt}(ABC)}{AB}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Trong tam giác vuông SCM ta có $SC=\dfrac{CM}{\sin 30°}=\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Trong tam giác vuông SAB ta có $SA^2=SC^2-AC^2=\dfrac{35a^2}{49}\Rightarrow SA=\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$.

Thể tích khối tứ diện $SABC$ là $V=\dfrac{1}{3}\text{dt}(ABC).SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a\sqrt{35}}{7}=\dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=\left|x^4-2mx^2+2m-1\right|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2;2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Đặt $f(x)=x^4-2mx^2+2m-1$, ta có $f'(x)=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Trường hợp 1. Nếu $m\le 0\,(1)$, $f(x)$ có duy nhất một cực trị tại điểm $x=0$, khi đó hàm số $|f(x)|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $f(0)<0\Leftrightarrow 2m-1<0\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{2}\,(2)$. Kết hợp (1) và (2) ta được $m\le 0$.

Trường hợp 2. Nếu $m>0$, $f(x)$ có 3 điểm cực trị, dựa và các kết quả về đồ thị hàm số trùng phương, ta thấy $|f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị khi và chỉ khi

$f\left(\pm\sqrt{m}\right)\ge 0\Leftrightarrow -m^2+2m-1\ge 0\Leftrightarrow (m-1)^2\le 0\Leftrightarrow m=1$ (thỏa điều kiện $m>0$).

Suy ra trên đoạn $[-2;2]$ có các giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán là $m=-2; m=-1; m=0; m=1$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2(x-1).f'\left(x^2-2x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=a\in(-\infty;-1)\\x^2-2x=b\in(-1;0)\\x^2-2x=c\in(0;1)\\x^2-2x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1&\\x^2-2x-a=0,a\in(-\infty;-1)&(1)\\x^2-2x-b=0,b\in(-1;0)&(2)\\x^2-2x-c=0,c\in(0;1)&(3)\\x^2-2x-d=0,d\in(1;+\infty)&(4)\end{array}\right..$$

Phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình $(2),(3),(4)$ đều có hai nghiệm phân biệt khác 1 và do b,c,d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình $(2),(3),(4)$ cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'\left(x^2-2x\right)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là 7.

Đề 12 | Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Trong một hình đa diện. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
B. Ba mặt bất kì có ít nhất một đỉnh chung.
C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

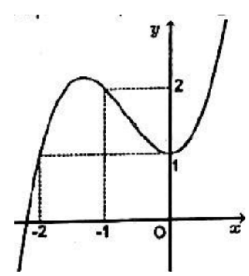
Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{8x-5}{x+3}$. Kết luận nào sau đây đúng?
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
C. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Chọn kết luận **Sai** trong các kết luận sau:



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-2;-1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$. Chọn kết luận đúng.
A. Hàm số đạt cực tiểu tại x=3. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại x= - 1.
C. Hàm số đạt cực đại tại x=1. **D.** Hàm số đạt cực đại tại x=3

Câu 6. Tìm số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1-x$.
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 7. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?
A. 10 **B.** 8 **C.** 6 **D.** 12

Câu 8. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C)của hàm số $y=x^3-3x+1$biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y=9x+17$

A. $\left[\begin{array}{l} y=9x+19 \\ y=9x-21 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=9x-19 \\ y=9x+21 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y=9x-15 \\ y=9x+17 \end{array}\right.$. **D.** $y=9x-15$

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15

Câu 10. Trung điểm tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của hình:

A. Hình lập phương. **B.** Hình tứ diện.

C. Hình lăng trụ tam giác. **D.** Hình bát diện.

Câu 11. Đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{2x^2+1}{2-x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+1}{1+x}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$. **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$.

Câu 12. Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?

A. 15. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

C. Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là:

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Câu 15. Số mặt đối xứng của hình lập phương là

A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 9.

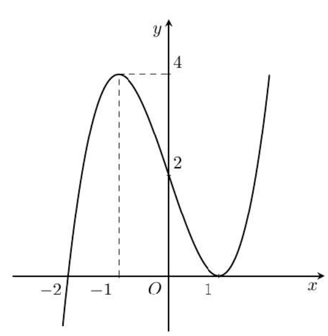
Câu 16. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $SABC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai?**



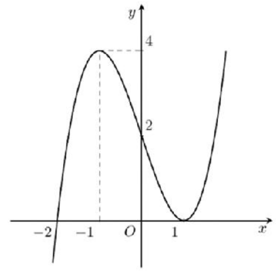
A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-2;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

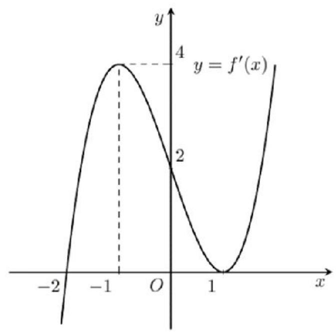
D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

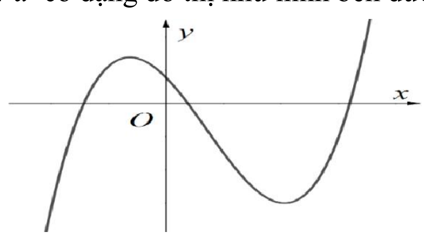
A. $(-\infty;2);\ (1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 21. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	-1	↘	-5	↗	

A. $y = -x^3 - 3x - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng đồ thị như hình bên dưới.



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $ab < 0$, $bc > 0$, $cd < 0$. **B.** $ab > 0$, $bc > 0$, $cd < 0$.

C. $ab < 0$, $bc < 0$, $cd > 0$. **D.** $ab < 0$, $bc < 0$, $cd > 0$.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\cos 2x - 4\sin x$ là:

A. 1. **B.** -7. **C.** -5. **D.** $\dfrac{11}{3}$.

Câu 24. Hàm số $y = x^3 - (m+2)x + m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi:

A. $m = -1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

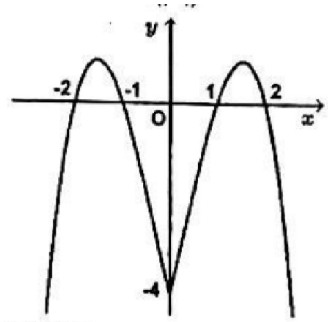
Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 26. Với giá trị nào của m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang?

A. $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \pm 1$ **D.** Không có m.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$ **B.** $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ **D.** $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

Câu 28. Một khối lập phương có cạnh bằng $a(cm)$. Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm $2(cm)$ thì thể tích của khối tăng thêm $98(cm^3)$. Giá trị của a là

A. $6cm$. **B.** $5cm$. **C.** $4cm$. **D.** $3cm$

Câu 29. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 30. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

Câu 31. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là *4cm* và *8cm* là hai khối đa diện đồng dạng.

B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.

C. Hai khối tứ diện lần lượt có diện tích mỗi mặt là $3m^2$ và $12m^2$ là hai khối đa diện.

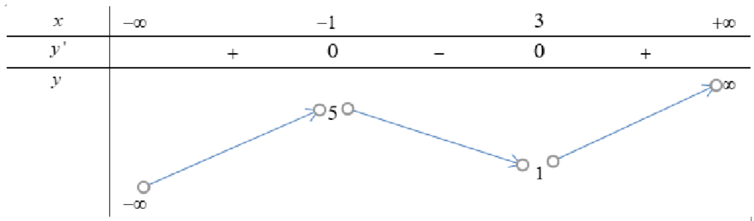
D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Câu 32. Cho hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn kết quả **đúng:**

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{\pi}{3}$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{6}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{\pi}{6}$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

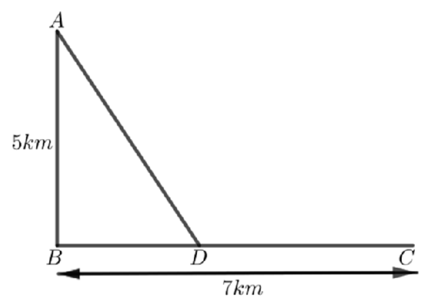
Câu 35. Cho chóp tứ giác đều $SABCD$ có thể tích V ,với O là tâm của đáy. Lấy M trung điểm SC. Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng:

A. $\frac{V}{4}$ **B.** $\frac{V}{2}$ **C.** $\frac{V}{16}$ **D.** $\frac{V}{8}$

Câu 36. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x^2-m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 4\end{array}\right.$. **B.** $m\in\left[0;4\right]$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m< 0 \\ m> 4\end{array}\right.$. **D.** $m\in\left(0;4\right)$.

Câu 37. Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí D với vận tốc $4\left(km/h\right)$, rồi đi bộ đến C với vận tốc $6\left(km/h\right)$. Biết A cách B một khoảng $5km$, B cách C một khoảng $7km$ (hình vẽ). Hỏi vị trí điểm D cách A bao xa để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất?



A. $AD=5\sqrt{3}km$. **B.** $AD=2\sqrt{5}km$. **C.** $5\sqrt{2}km$. **D.** $AD=3\sqrt{5}km$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x-m-\sqrt{9-x^2}=0$ có đúng một nghiệm dương?

A. $m\in\left(-3;3\right]$. **B.** $m\cup\left[-3;3\right]\cup\left\{-3\sqrt{2}\right\}$.

C. $m\in\left[0;3\right]$. **D.** $m=\pm 3\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Hỏi đồ thị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

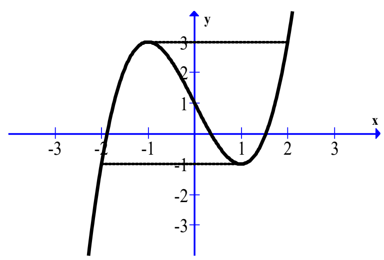
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5

Câu 40. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị (C) mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{-1}{3}x + 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0

Câu 41. Cho hàm số $y = f(\mathrm{x})$ liên tục trên đoạn $[-2,2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(\mathrm{x}+2) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2,2]$ là:



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 42. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30^0 và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách giữa MN và AC' là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\frac{a}{3}$

Câu 43. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm BD. Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 45. Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$ có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10;10)s$, để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$

A. 9. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 17

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là ngũ giác đều có thể tích là V. Nếu tăng chiều cao của khối chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài các cạnh đáy đi 3 lần ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V'. Tỉ số thể tích $\frac{V'}{V}$ là:

A. 3 **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** 1 **D.** $\frac{1}{3}$

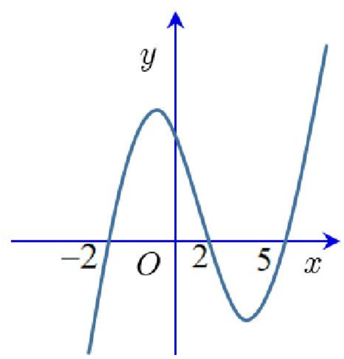
Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sin x-m}{\sin x+1}$. Tìm giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ bằng -2

A. $m=5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 50. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau có hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (Hộp không có nắp), với thể tích là $108dm^3/1$hộp. Giá inox là 47.000 đồng/1dm^2. Hãy tính toán sao cho tổng tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (Nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa cắt bỏ)?

A. 1.692.000.000 đồng. **B.** 507.666.000 đồng.

C. 1.015.200.000 đồng. **D.** 253.800.000 đồng.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.D	5.A	6.A	7.A	8.D	9.D	10.D
11.D	12.D	13.B	14.B	15.D	16.D	17.C	18.C	19.C	20.C
21.B	22.A	23.B	24.D	25.D	26.A	27.A	28.D	29.A	30.B
31.D	32.C	33.B	34.D	35.D	36.D	37.D	38.A	39.B	40.B
41.C	42.A	43.A	44.D	45.D	46.D	47.A	48.A	49.B	50.B

Đề 12 Đề ôn thi giữa kỳ 1 - Lớp 12

Câu 1. Trong một hình đa diện. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.

B. Ba mặt bất kì có ít nhất một đỉnh chung.

C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.

D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của hình đa diện.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{8x-5}{x+3}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=\dfrac{29}{(x+3)^2}>0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

Nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

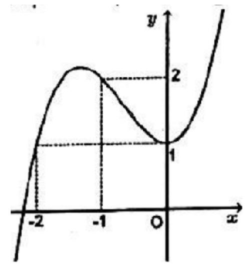
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, ta thấy $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 4. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Chọn kết luận **Sai** trong các kết luận sau:



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

* Trong khoảng $(-2;-1)$ đồ thị hàm số có một phần đi lên, một phần đi xuống nên hàm số không nghịch biến trên $(-2;-1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$. Chọn kết luận đúng.

A. Hàm số đạt cực tiểu tại x=3. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại x= - 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại x=1. **D.** Hàm số đạt cực đại tại x=3

Lời giải

Chọn A

$y=x^3-3x^2-9x+2$

Ta có $y'=3x^2-6x-9.$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Do đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy A đúng. **Chọn A.**

Câu 6. Tìm số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1-x$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

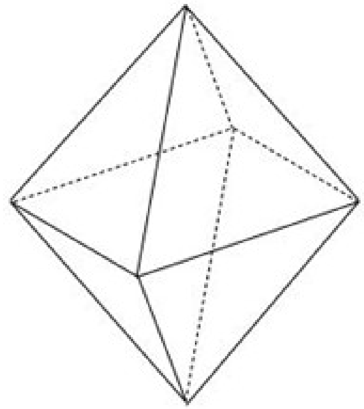
Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-2x^2+2x+1=1-x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x=0 \Leftrightarrow x=0$

Câu 7. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10 **B.** 8 **C.** 6 **D.** 12

Lời giải



Hình bát diện đều thuộc loại $\{3;4\}$ có 10 đỉnh. Chọn **A.**

Câu 8. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+1$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y=9x+17$

A. $\left[\begin{array}{l} y=9x+19 \\ y=9x-21 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=9x-19 \\ y=9x+21 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y=9x-15 \\ y=9x+17 \end{array}\right.$. **D.** $y=9x-15$

Lời giải:

Chọn D

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y=9x+17$ nên phương trình tiếp tuyến có dạng $y=9x+b\,(b\neq 17)$

$y'(x_0)=9 \Leftrightarrow x_0=\pm 2$

TH1: $x_0=2 \Rightarrow y_0=3$

Do đó phương trình tiếp tuyến là $y=9x-15$

TH2: $x_0=-2 \Rightarrow y_0=-1$

Do đó phương trình tiếp tuyến là $y=9x+17$ (loại).

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15

Lời giải:

Chọn D

$f'(x)=6x^2+6x-12$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$;

$\max\limits_{[-1;2]} f(x)=\max\{f(-1);f(1);f(2)\}=15$

Câu 10. Trung điểm tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của hình:

A. Hình lập phương. **B.** Hình tứ diện.

C. Hình lăng trụ tam giác. **D.** Hình bát diện.

Lời giải

Đáp án D.

Câu 11. Đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{2x^2+1}{2-x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+1}{1+x}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$. **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$.

Lời giải

Đáp án D.

Cách 1: Sử dụng máy tính tính $\lim\limits_{x\to\infty} y$, cả 2 câu **A.** B, đều ra ∞. Câu C ra bằng $\frac{-1}{2}$. Câu D có $\lim\limits_{x\to\infty} y = 2$,

suy ra đáp án **D**

Cách 2:

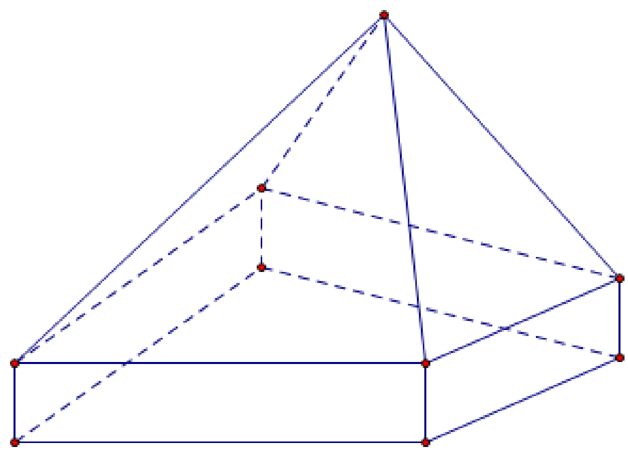
Sử dụng quy tắc tính nhanh dạng $\frac{\infty}{\infty}$. Hai câu A,B đều bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên KQ bằng ∞: Loại.

Câu C, bậc tử bằng bậc mẫu KQ bằng $\frac{-1}{2}$: Loại.

Câu D, bậc tử bằng bậc mẫu KQ bằng $\frac{2}{1} = 2$, suy ra đáp án **D.**

Câu 12. Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?

A. 15. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 16.



Lời giải

Chọn D

Có tất cả 16 cạnh.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

C. Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Lời giải

Đáp án B.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất.

Vậy kết luận hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4 là sai.

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(1;0\right)$ là:

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Đáp án B.

Ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}\Rightarrow y'(1)=\dfrac{1}{2}$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(1;0\right)$ có phương trình: $y=\dfrac{1}{2}(x-1)+0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$

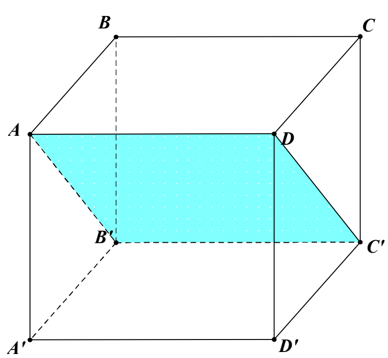
Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$.

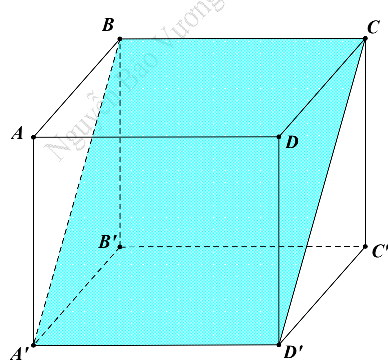
Câu 15. Số mặt đối xứng của hình lập phương là

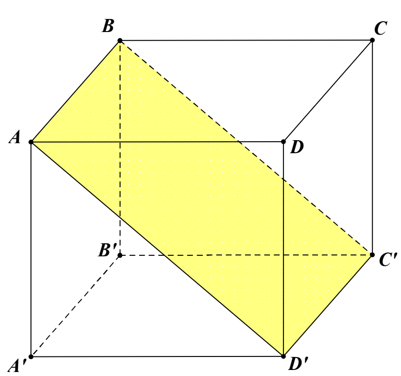
A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 9.

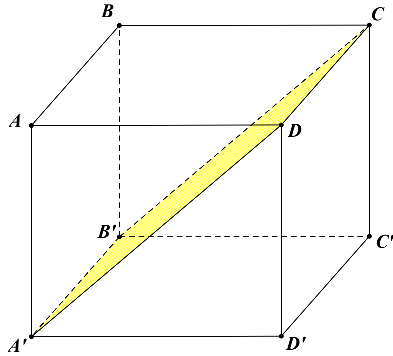
Lời giải

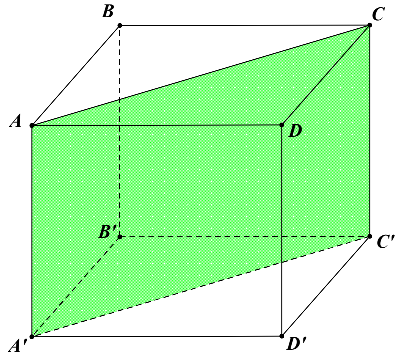
Đáp án D.

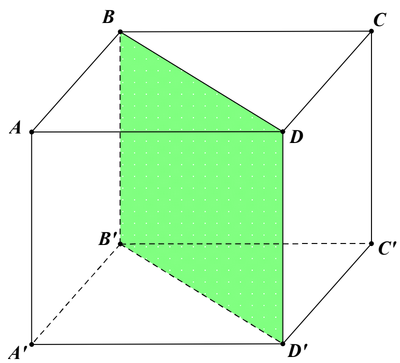


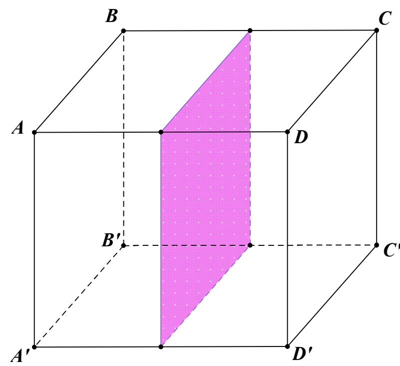


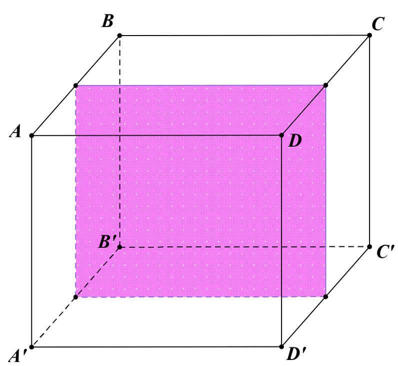


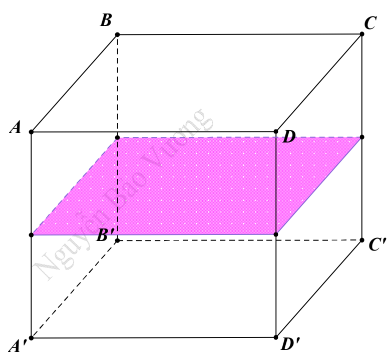












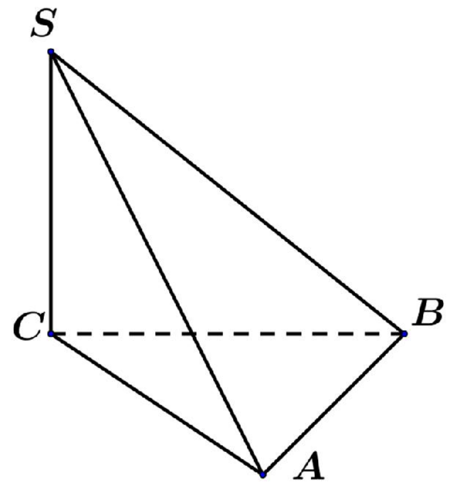
Mặt phẳng đối xứng tạo bởi các mặt chéo (mặt dựng bởi các cặp cạnh đối diện): 6 mặt.
Mặt phẳng đối xứng tạo bởi trung điểm các cạnh (hình vẽ): 3 mặt
Tổng số mặt đối xứng: 9 mặt

Câu 16. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $SABC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{SABC} = \frac{1}{3}SC.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng:

$TXD: D = [3;+\infty)$

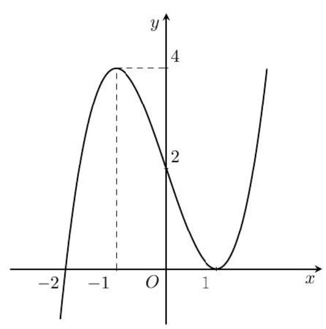
$x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \notin D \\ x=-3 \notin D \end{array}\right. \Rightarrow$ Hàm số không có tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6} = 0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai?**



A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2;1)$.

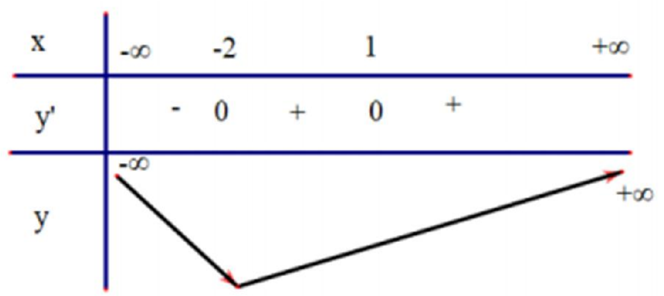
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Lời giải

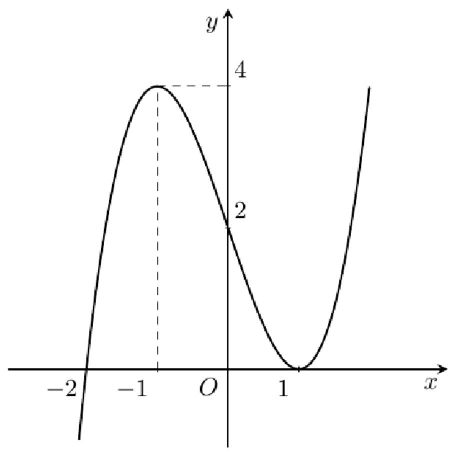
Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có BBT sau:



Dựa vào BBT ta có, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ nên khẳng định ở đáp án C là khẳng định sai.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là hàm số nào?



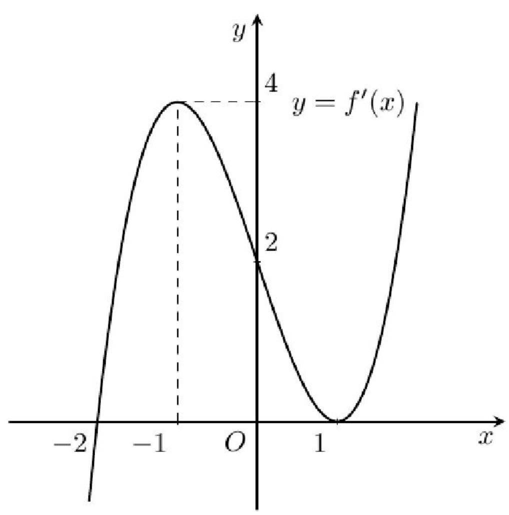
A. $y=x^3-x^2+1$. **B.** $y=x^3+x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có hướng "đi lên" từ trái sang phải trong khoảng $(1;+\infty)$ nên hệ số $a>0$ và đồ thị đi qua điểm $(0;2)$ nên hàm số đó là $y=x^3-3x+2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;2)$; $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy, trên khoảng $(-2;+\infty)$ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía trên trục hoành nên $f'(x)\ge 0, \forall x\in(-2;+\infty)$ và $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$ suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Câu 21. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	

A. $y=-x^3-3x-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

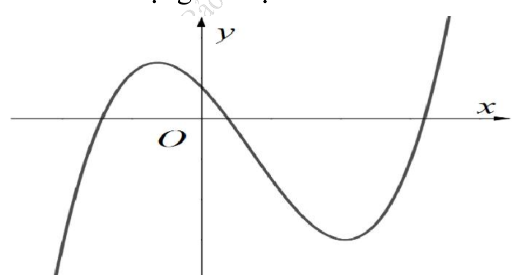
Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$.

Do đó ta loại các đáp án A, C, D. Vậy chọn B.

Câu 22. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có dạng đồ thị như hình bên dưới.



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $ab<0$, $bc>0$, $cd<0$. **B.** $ab>0$, $bc>0$, $cd<0$.

C. $ab<0$, $bc<0$, $cd>0$. **D.** $ab<0$, $bc<0$, $cd>0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{a>0}$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow \boxed{d>0}$

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{3a}>0 \Rightarrow \boxed{b<0}$;

$x_1x_2=\dfrac{c}{3a}<0 \Rightarrow \boxed{c<0}$. Vậy $ab<0$, $bc>0$, $cd<0$.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là:

A. 1. **B.** -7. **C.** -5. **D.** $\dfrac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$y=3\cos 2x-4\sin x=-6\sin^2 x-4\sin x+3$

Đặt $t=\sin x, t\in[-1,1]$, ta được hàm số $y=-6t^2-4t+3,\ t\in[-1,1]$

$y'=-12t-4=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{3}\in[-1,1]$

$y(1)=-7,\quad y(-1)=1,\quad y(-\frac{1}{3})=\frac{11}{3}$

$\min\limits_{[-1;1]} y=-7$

Các khác: sử dụng MTCT

Câu 24. Hàm số $y=x^3-(m+2)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi:

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D.

* Ta có: $y'=3x^2-(m+2)$, $y''=6x$.

* Để hàm số $y=x^3-(m+2)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m+1=0 \\ 6>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi H là trung điểm của AB

$(SAB)\perp(ABCD), (SAB)\cap(ABCD)=AB$,

$SH\perp AB \Rightarrow SH\perp(ABCD)$

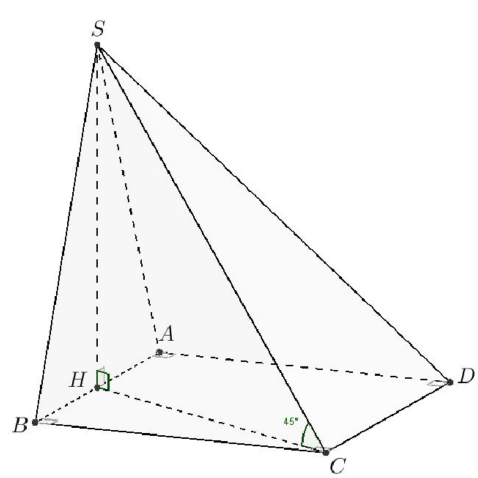
Do đó: $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCH}=45^0$

Xét tam giác vuông BHC:

$HC=\sqrt{BC^2+BH^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Xét tam giác vuông SHC: $SH=HC=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Suy ra: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$



Câu 26. Với giá trị nào của m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang?

A. $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \pm 1$ **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số muốn có tiệm cận ngang thì tập xác định phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$, xét điều kiện $mx^2 - 3x + 7 \geq 0\ (1)$, để (1) có tập nghiệm chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì ta phải có $m > 0$.

Đến đây ta có hai giải pháp:

Giải pháp 1. Xét $m = 1$ thì $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(x - \sqrt{x^2 - 3x + 7}\right) = \frac{3}{2}$ nên đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang. Do đó đáp án cần tìm $m = 1$.

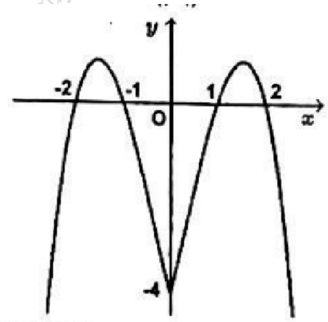
Giải pháp 2. Với $m > 0$ ta có

$$\lim_{x \to -\infty}\left(x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}\right) = \lim_{x \to -\infty} x\left(1 + \sqrt{m - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty}\left(x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{(1-m)x^2 + 3x - 7}{x + \sqrt{mx^2 - 3x + 7}}\ (2)$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì giới hạn ở (2) phải hữu hạn, khi đó ta phải có $m = 1$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$ **B.** $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ **D.** $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

Lời giải

Chọn A.

Ta có giao điểm của đồ thị hàm số với Oy là $A(0;-4)$ nên loại phương án B, C

Giao điểm có hoành độ dương của đồ thị với trục hoành là $B(1;0)$, $C(2;0)$ nên chọn **A.**

Câu 28. Một khối lập phương có cạnh bằng $a\,(cm)$. Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm $2\,(cm)$ thì thể tích của khối tăng thêm $98\,(cm^3)$. Giá trị của a là

A. $6\,cm$. **B.** $5\,cm$. **C.** $4\,cm$. **D.** $3\,cm$

Lời giải.

Chọn D

Thể tích ban đầu của khối lập phương là: $V = a^3\left(cm^3\right)$

Thể tích khối lập phương sau khi tăng kích thước mỗi cạnh them $2(cm)$ là: $V = (a+2)^3\left(cm^3\right)$

Theo bài ra ta có: $(a+2)^3 - a^3 = 98 \Leftrightarrow a = 3(cm)$

Câu 29. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{1+|x|}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Ta có tập xác định của hàm số đã cho $D = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng

Lại có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+x} = -1 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1-x} = 1 \end{cases}$

Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang $y = \pm 1$

Chọn đáp án **A.**

Câu 30. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải:

Đáp án B.

Ta có hình lăng trụ n – giác có n cạnh đáy trên, n cạnh đáy dưới, n cạnh bên nên hình lăng trụ có $3n$ cạnh hay số cạnh phải chia hết cho 3.

Câu 31. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là *4cm* và *8cm* là hai khối đa diện đồng dạng.

B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.

C. Hai khối tứ diện lần lượt có diện tích mỗi mặt là $3m^2$ và $12m^2$ là hai khối đa diện.

D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Lời giải

Đáp án D.

Vì Khối lăng trụ tứ giác đều có mặt đáy phải là hình vuông mà khối hộp chữ nhật thì mặt đáy là hình chữ nhật.

Câu 32. Cho hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn kết quả **đúng:**

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{\pi}{3}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\dfrac{\pi}{6}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{\pi}{6}$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Đáp án C.

Ta có $y' = 1 - 2\cos 2x;\ y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pm\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

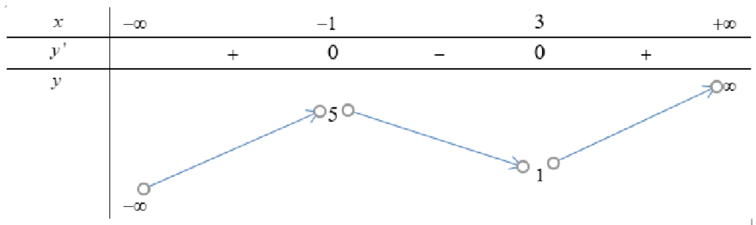
$y''=4\sin 2x$.

Tính $y''\left(\frac{\pi}{6}+k\pi\right)=4.\sin\left(\frac{\pi}{3}+k2\pi\right)=2\sqrt{3}>0$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{\pi}{6}$.

$y''\left(\frac{-\pi}{6}+k\pi\right)=4.\sin\left(\frac{-\pi}{3}+k2\pi\right)=-2\sqrt{3}<0$, suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{-\pi}{6}$.

Đáp án C

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



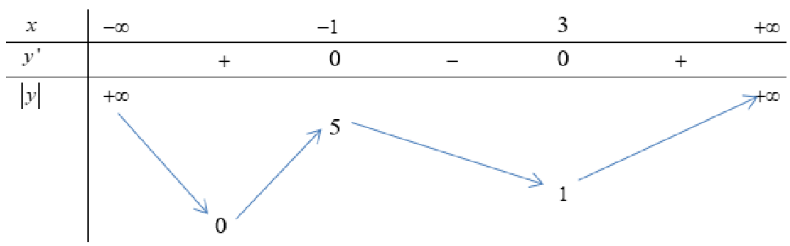
Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta suy ra bảng biến thiên hàm số $y=|f(x)|$ như sau



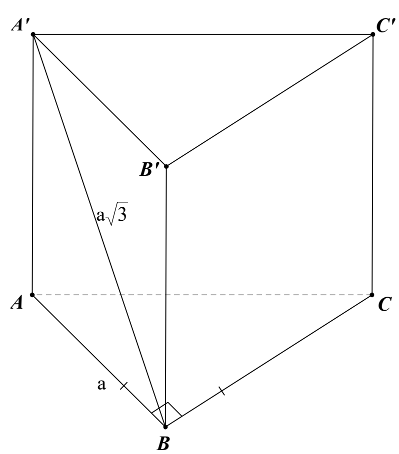
Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Đáp án D.



Diện tích đáy ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a.a = \frac{a^2}{2}$.

Chiều cao $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

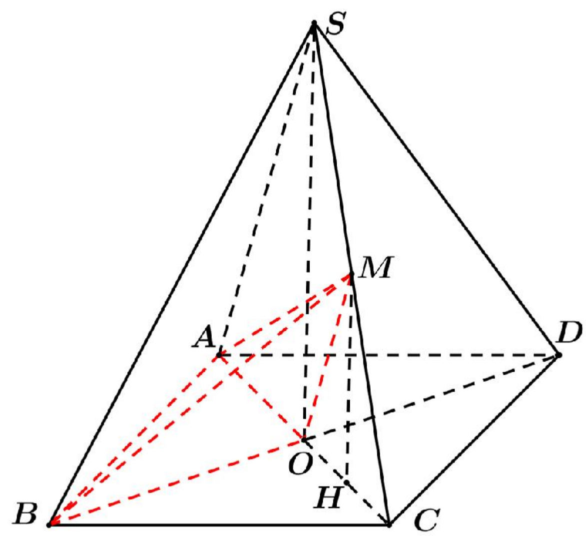
Thể tích khối lăng trụ $V_{lt} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Cho chóp tứ giác đều $SABCD$ có thể tích V, với O là tâm của đáy. Lấy M trung điểm SC. Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng:

A. $\frac{V}{4}$ **B.** $\frac{V}{2}$ **C.** $\frac{V}{16}$ **D.** $\frac{V}{8}$

Lời giải

Chọn D



Trong ΔSAC kẻ $MH \perp SO$, ta có $MH // SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$

$MH = \frac{1}{2}SO$ (vì MH là đường trung bình ΔSOC)

Lại có $S_{AOB} = \frac{1}{4}S_{ABCD}$.

$V_{MAOB} = \frac{1}{3}.MH.S_{AOB} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.SO.\frac{1}{4}.S_{ABCD} = \frac{1}{8}V_{SABCS} = \frac{V}{8}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$. **B.** $m \in [0;4]$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 4 \end{array}\right.$. **D.** $m \in (0;4)$.

Lời giải

Chọn D

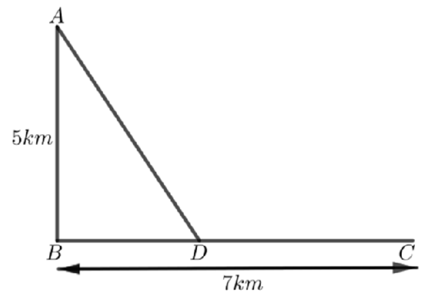
Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - m$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow f(0).f(-2) < 0$

$\Leftrightarrow (-m).(4-m) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 37. Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí D với vận tốc $4\left(km/h\right)$, rồi đi bộ đến C với vận tốc $6\left(km/h\right)$. Biết A cách B một khoảng $5km$, B cách C một khoảng $7km$ (hình vẽ). Hỏi vị trí điểm D cách A bao xa để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất?



A. $AD=5\sqrt{3}km$. **B.** $AD=2\sqrt{5}km$. **C.** $5\sqrt{2}km$. **D.** $AD=3\sqrt{5}km$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $AD=x$ với $x\ge 5$ và được tính bằng km. Khi đó $BD=\sqrt{x^2-25}$; $CD=7-\sqrt{x^2-25}$

Ta có thời gian đi từ $A\to D$ là $\dfrac{x}{4}\left(h\right)$ và thời gian đi từ $D\to C$ là $\dfrac{7-\sqrt{x^2-25}}{6}\left(h\right)$.

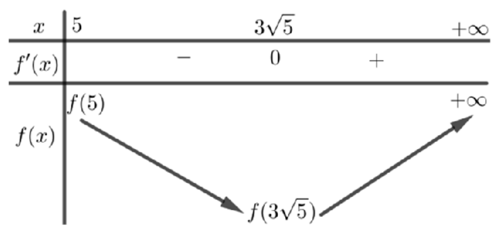
Xem hàm số $f\left(x\right)$ là hàm biểu diễn thời gian đi từ $A\to C$.

Lúc đó xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{4}+\dfrac{7-\sqrt{x^2-25}}{6}$ với $x\ge 5$.

Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{x}{6\sqrt{x^2-25}}=\dfrac{3\sqrt{x^2-25}-2x}{12\sqrt{x^2-25}}$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-25}-2x=0\Leftrightarrow 9\left(x^2-25\right)=4x^2\Leftrightarrow x=3\sqrt{5}$.

Bảng biến thiên:



Qua bảng biến thiên ta nhận thấy thời gian đi từ $A\to C$ nhanh nhất ứng với khoảng cách từ $A\to D$ là $3\sqrt{5}\left(km\right)$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x-m-\sqrt{9-x^2}=0$ có đúng một nghiệm dương?

A. $m\in\left(-3;3\right]$. **B.** $m\cup\left[-3;3\right]\cup\left\{-3\sqrt{2}\right\}$.

C. $m\in\left[0;3\right]$. **D.** $m=\pm 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương: $f\left(x\right)=x-\sqrt{9-x^2}=m, x\in\left[-3;3\right]$

Ta có $f'(x)=1-\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ 9-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{-3\sqrt{2}}{2}$.

Xét bảng biến thiên

x	-3		$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$		0		3
y'		$-$	0	$+$	|	$+$	
y	-3	$\searrow$	$-3\sqrt{2}$		$\nearrow$		3

Vậy để phương trình có đúng một nghiệm thì $-3<m\le 3$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Hỏi đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Từ BBT của hàm số $y=f(x)$ ta có BBT của hàm số $y=|f(x)|$ như hình vẽ sau

x	$-\infty$		α		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT của $y=|f(x)|$ ta thấy đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có 3 điểm cực trị

Câu 40. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị (C) mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y=\frac{-1}{3}x+1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Vì tiếp tuyến của đồ thị vuông góc đường thẳng $d: y=\frac{-1}{3}x+1$ ta có hệ số góc tiếp tuyến $k=3$

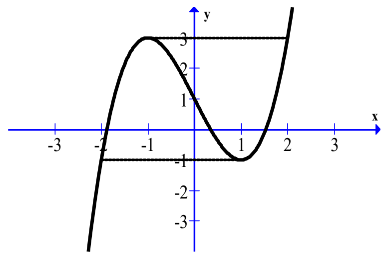
Gọi tiếp điểm là điểm $M(x_0;y_0)$. Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'(x_0)=3x_0^2-3$

Ta có pt $3x_0^2-3=3 \Leftrightarrow x_0^2=2 \Leftrightarrow x_0=\pm\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Có 2 tiếp điểm là $M_1(\sqrt{2};2-\sqrt{2})$ và $M_2(\sqrt{2};2+\sqrt{2})$

Vậy có 2 tiếp tuyến của (C) vuông góc $d: y=\dfrac{-1}{3}x+1$

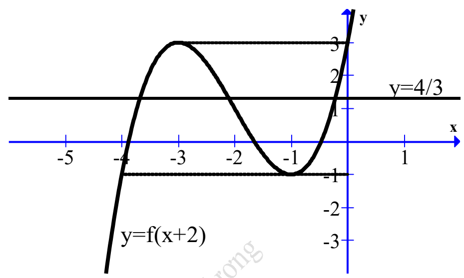
Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2,2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x+2)-4=0$ trên đoạn $[-2,2]$ là:



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $3f(x+2)-4=0 \Leftrightarrow f(x+2)=\dfrac{4}{3}$ (*). Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị $y=f(x+2)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$.

Đồ thị hàm số $y=f(x+2)$ có được từ phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ theo véc tơ $\vec{u}(-2;0)$.

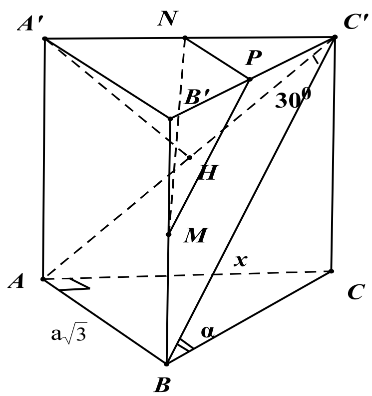
Đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x+2)$ tại 3 điểm, suy ra phương trình (*) có 3 nghiệm.

Câu 42. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC=a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30^0 và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách giữa MN và AC' là

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\dfrac{a}{3}$

Lời giải

Chọn **A.**



Ta có: $\widehat{\left(BC',(AA'C'C)\right)}=\widehat{BC'A}=30^0$ và $\widehat{\left(BC',(ABC)\right)}=\widehat{C'BC}=\alpha$

+) Đặt $AB=x\Rightarrow BC=\sqrt{3a^2+x^2}$, $CC'=BC.\tan\alpha=\sqrt{\dfrac{3(x^2+3a^2)}{5}}$, $AC'=AB.\cot 30^0=x\sqrt{3}$

Ta có: $AC^2+CC'^2=AC'^2\Rightarrow x=a\sqrt{2}\Rightarrow CC'=a\sqrt{3}, AC'=a\sqrt{6}$

+) Gọi P là trung điểm của B'C', suy ra:

$(MNP)//(ABC')\Rightarrow d(MN,AC')=d((MNP),(ABC'))=d(N,(ABC'))=\dfrac{1}{2}d(A',(ABC'))$

Kẻ $A'H\perp AC'\Rightarrow A'H\perp(ABC')\Rightarrow d(A',(ABC'))=A'H=\dfrac{AA'.A'C'}{AC'}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Suy ra: $d(MN,AC')=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}\Rightarrow$ Đáp án.

$A'O\perp(ABCD)$; $AO=\dfrac{AC}{2}=a\sqrt{2}$

$A'O=\sqrt{AA'^2-AO^2}=a\sqrt{2}$

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.A'O=4a^2.a\sqrt{2}=8a^3\sqrt{2}$

Câu 43. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y'=-3x^2-2mx+4m+9\le 0\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\le 0\\-3<0\forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow m^2-(-3)(4m+9)\le 0\Leftrightarrow m^2+12x+27\le 0\Leftrightarrow -9\le x\le -3$.

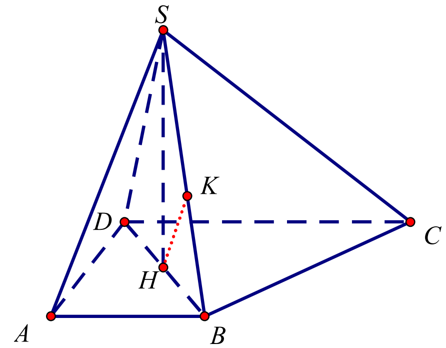
Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn

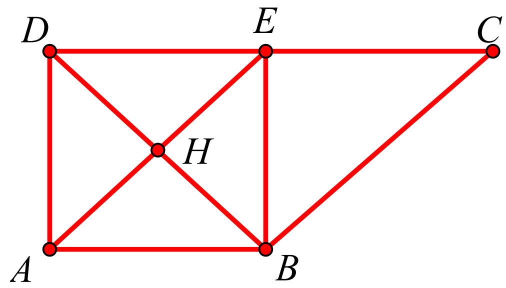
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $CD=2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm BD. Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\dfrac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn **D.**





Gọi E là trung điểm của CD. Dễ thấy $ADBE$ là hình vuông $\Rightarrow \widehat{DBE}=45°$, tam giác BCE vuông cân tại E nên $\widehat{EBC}=45°$. Vậy $\widehat{DBC}=90°$

Mặt khác ta có $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SH.S_{BDC}=\frac{1}{3}SH.\left(\frac{1}{2}BE.CD\right)=\frac{1}{3}SH.\left(\frac{1}{2}.a.2a\right)=SH.\frac{a^2}{3}$. Vậy

$SH\frac{a^2}{3}=\frac{a^3}{\sqrt{6}}\Leftrightarrow SH=\frac{3a}{\sqrt{6}}$

Gọi K là hình chiếu của H lên cạnh SB ta có $\begin{cases}BC\perp SH\\BC\perp DB\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SBD)\Rightarrow BC\perp HK$

Đồng thời $HK\perp SB$ nên $HK\perp(SBC)$. Vậy $d\left(H;(SBD)\right)=HK$

Ta có $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HB^2}=\frac{1}{\left(\frac{3a}{\sqrt{6}}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{8}{3a^2}\Leftrightarrow HK=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Dễ thấy $AH//BC$ (cùng vuông góc với BD) $\Rightarrow d\left(A;(SBC)\right)=d\left(H;(SBC)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 45. Cho đồ thị $(C):y=x^3-3x^2$ có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)s$, để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$

A. 9. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 17

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;y_0)$ là

$y=y'(x_0)(x=x_0)+y_0\Leftrightarrow y=(3x_0^2-6x_0)(x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$

Vì tiếp tuyến đi qua $B(0;b)$ nên ta có:

$b=(3x_0^2-6x_0)(0-x_0)+x_0^3-3x_0^2\Leftrightarrow b=-2x_0^3+3x_0^2\quad(*)$

Có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$ khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm duy nhất

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của $g(x)=-2x^3+3x^2$ và $h(x)=b$

Xét hàm số $g(x)=-2x^3+3x^2$ ta có

$g'(x)=-6x^2+6x; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị $h(x)=b$ là đường thẳng vuông góc với trục Oy tại điểm có tung độ bằng b

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} b>1 \\ b<0 \end{array}\right.$

Với $b \in \mathbb{Z}$ và $b \in (-10;10)$ suy ra $b \in S=\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

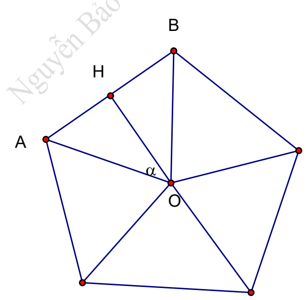
Có 17 giá trị của b thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là ngũ giác đều có thể tích là V. Nếu tăng chiều cao của khối chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài các cạnh đáy đi 3 lần ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V'. Tỉ số thể tích $\frac{V'}{V}$ là:

A. 3 **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** 1 **D.** $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi a, h lần lượt là độ dài cạnh đáy và chiều cao của khối chóp ban đầu

Gọi a', h' lần lượt là độ dài cạnh đáy và chiều cao của khối chóp sau khi đã thay đổi.

$a'=\frac{a}{3}$, $h'=3h$

Chi ngũ giác đều thành 5 tam giác cân có đỉnh là tâm O. $\alpha=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$

Ta có: $HO=\frac{AH}{\tan\alpha} \Rightarrow S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}HO.AB=\frac{1}{2}\frac{AH}{\tan\alpha}.AB=\frac{AB^2}{4\tan\alpha}$ $\left(AH=\frac{1}{2}AB\right)$

Suy ra diện tích đáy: $S_d=5S_{\Delta OAB}=\frac{5AB^2}{4\tan\alpha}$

$+) V=\frac{1}{3}S_d h=\frac{1}{3}.\frac{5a^2h}{4\tan\alpha}$

$+) V'=\frac{1}{3}S_d'h'=\frac{1}{3}.\frac{5(a')^2h'}{4\tan\alpha}=\frac{1}{3}.\frac{5\left(\frac{a}{3}\right)^2.3h}{4\tan\alpha}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{5a^2h}{4\tan\alpha}=\frac{1}{3}V$

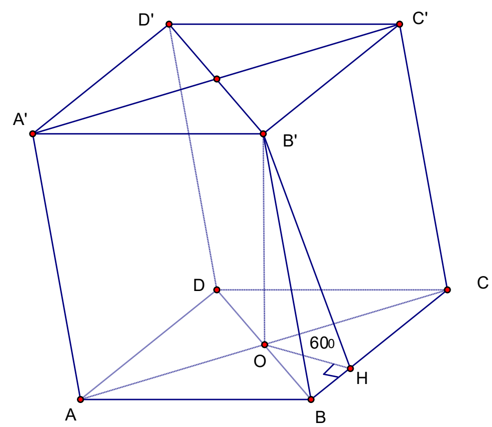
Vậy $\frac{V'}{V}=\frac{1}{3}$. Chọn D

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BC tại H.

Từ đó ta suy ra được $\widehat{B'HO}=((ABCD);(BCC'B'))=60^0$.

Hình thoi $ABCD$ ghép bởi hai tam giác đều cạnh a là ΔABC và ΔADC.

+) $S_{ABCD}=2S_{\Delta ABC}=2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

+) $OC=\frac{a}{2};OB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra: $OH.BC=OB.OC \Leftrightarrow OH.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

$OB'=OH.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3}=\frac{3a}{4}$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.OB'=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{3a}{4}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. Chọn A

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sin x-m}{\sin x+1}$. Tìm giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ bằng -2

A. $m=5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sin x = t; x \in \left[0;\frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow t \in [0;1]$

Khi đó hàm số đã cho trở thành $g(t) = \frac{t-m}{t+1}; t \in [0;1]$

Ta có $g'(t) = \frac{1+m}{(t+1)^2}$

+ Nếu $m = -1$ hàm số đã cho trở thành $g(t) = -1$ không thỏa mãn ycbt

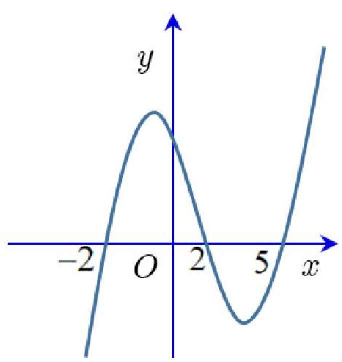
+ Nếu $m > -1 \Rightarrow g'(t) = \frac{1+m}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [0;1]$, hàm số đồng biến trên $[0;1]$

Do đó $\max\limits_{\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]} f(x) = \max\limits_{[0;1]} g(t) = g(1) = \frac{1-m}{2} = -2 \Leftrightarrow m = 5\,(tm)$

+ Nếu $m < -1 \Rightarrow g'(t) = \frac{1+m}{(t+1)^2} < 0, \forall t \in [0;1]$, hàm số nghịch biến trên $[0;1]$

Do đó $\max\limits_{\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]} f(x) = \max\limits_{[0;1]} g(t) = g(0) = -m = -2 \Leftrightarrow m = 2\,(\mathrm{k}\,tm)$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Đáp án B.

Cách 1.

Ta có: $g'(x) = -2.f'(3-2x)$.

Ta có: $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < 3-2x < 2 \\ 3-2x > 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x < -1 \end{array}\right.$

Do đó chọn đáp án **B.**

Cách 2.

Ta có: $g'(x) = (3-2x)'.f'(3-2x) = -2f'(3-2x)$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên K khi $g'(x) < 0\ \forall x \in K \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0\ \forall x \in K$.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến khi $\left[\begin{array}{l} 3-2x>5 \\ -2<3-2x<2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ \frac{1}{2}<x<\frac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 50. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau có hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (Hộp không có nắp), với thể tích là $108dm^3$ / 1hộp. Giá inox là 47.000 đồng/1dm². Hãy tính toán sao cho tổng tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (Nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa cắt bỏ)?

A. $1.692.000.000$ đồng. **B.** $507.666.000$ đồng.

C. $1.015.200.000$ đồng. **D.** $253.800.000$ đồng.

Lời giải:

Đáp án B.

Giả sử hộp cần sản xuất có cạnh đáy bằng $x(dm)$, chiều cao bằng $y(dm)$.

Ta có: $V=x^2y=108$.

Tổng diện tích 1 chiếc hộp (không kể nắp): $S=x^2+4.xy=x^2+4.\frac{108}{x}$.

Chi phí ít nhất khi diện tích inox cần sử dụng cho mỗi hộp là nhỏ nhất.

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2+4.\frac{108}{x}\left(x>0\right)\Rightarrow f'\left(x\right)=2x-\frac{432}{x^2}, y'=0\Leftrightarrow x=6$.

$\Rightarrow \min\limits_{\left(0;+\infty\right)} f\left(x\right)=f\left(6\right)=108$.

Số tiền tối thiểu để sản xuất 100 chiếc hộp là: $T=108.100.47000=507.600.000$ (đồng).