

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1

TOÁN LỚP 12

ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- Câu 2:** Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. \mathbb{R} . **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

- Câu 3:** Hàm số $y = \log_{0,5}(-x^2 + 4x)$ có số điểm cực trị là?
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

- Câu 4:** Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ nghịch biến trên các khoảng nào?
A. $(-4; 2)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. **D.** $(-4; -1)$.

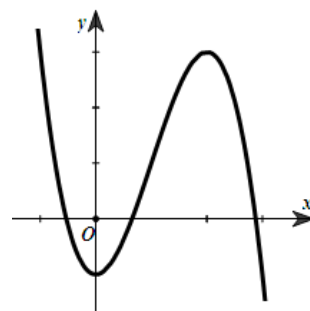
- Câu 5:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 3)$ đạt được tại $x = x_0$. Giá trị x_0 là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

- Câu 6:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2}$ là
A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -\frac{1}{2}$.

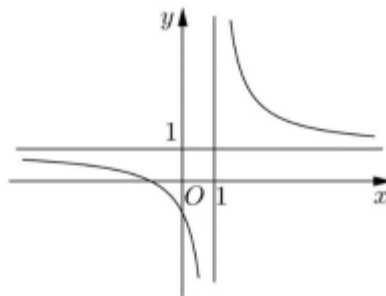
- Câu 7:** Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{1}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là
A. $x = 2$. **B.** $y = x - 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = 2x - 1$

- Câu 8:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

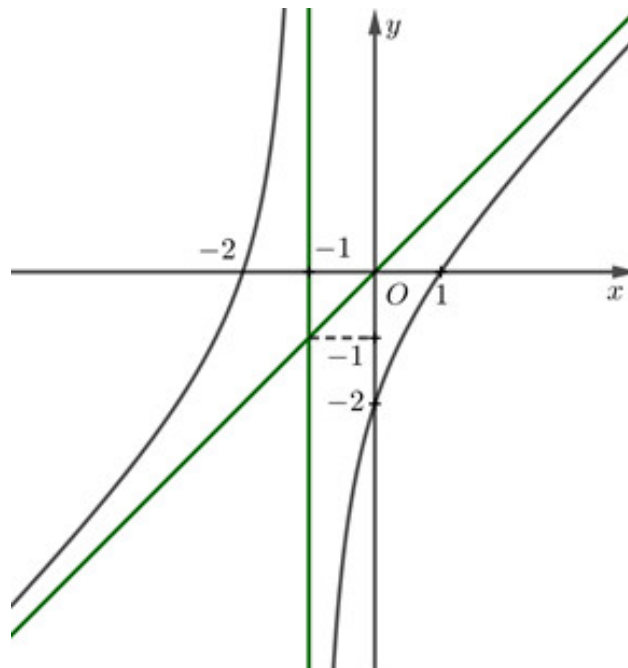


- Câu 9:** Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



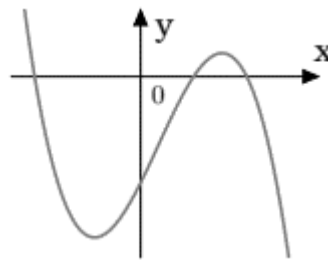
- A.** $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ **B.** $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 10: Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?



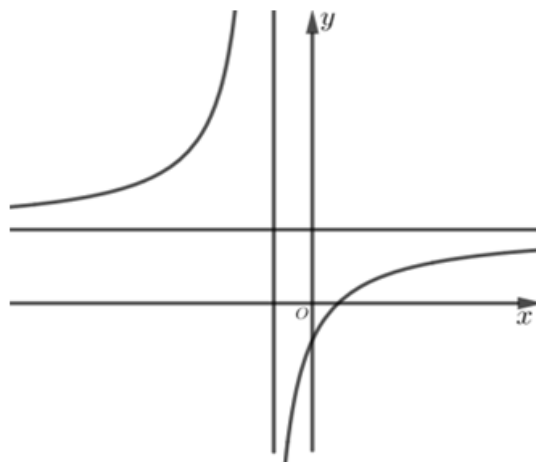
- A. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$. C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
 C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

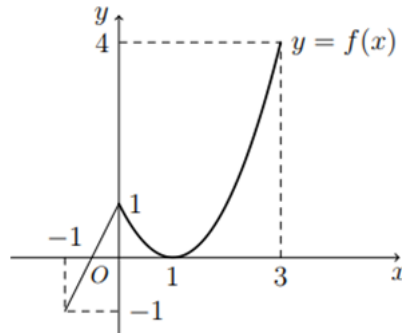
Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$					2	$-\infty$

\swarrow \searrow \nearrow \nwarrow
 0

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
- c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.
- d) Hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ là -1 .
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ là 4 .
- c) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ thì $M - m = 5$.
- d) Hàm số $g(x) = f(x-3)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[2;6]$ là -1 .

Câu 3: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.

- a) Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là 34 nghìn người.
- b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$.
- d) Dân số của thị trấn đó không thể vượt quá 26 nghìn người.

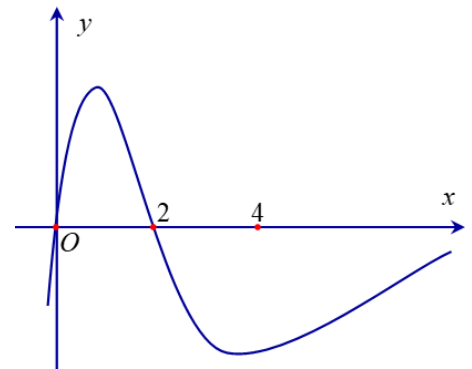
Câu 4: Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày. $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng /một đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày.

- Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888.
- Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở lợi nhuận thu được là 1584 khi đó cơ sở phải sản xuất được 9 đôi giày.
- Cơ sở này sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận thu được là nhiều nhất.
- Lợi nhuận tối đa thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-3)(x-5)$. Hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 2: Cho hàm số có $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1 . Tìm x_0 và x_1 .



Câu 3: Số lượng sản phẩm bán được của một cửa hàng quần áo trong t được cho bởi công thức: $S(t) = 200 \left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t} \right)$ với $t \geq 1$. Xem $y = S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có dạng $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a, b) = 1$. Tính $P = a - 2b$

Câu 4: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x+1}$ có dạng $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng

Câu 5: Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500.000 đồng/ ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50.000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất?

Câu 6: Một công ty sản xuất những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp đủ chứa được 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tồn ít nguyên vật liệu nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phân mười)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (6; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Câu 2: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** \mathbb{R} . **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2}$

$y' < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{(x^2-3x+2)\ln 2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 < 0 \\ x \in D \end{cases} \Leftrightarrow x < 1$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 3: Hàm số $y = \log_{0,5}(-x^2 + 4x)$ có số điểm cực trị là?

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện $-x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$. Suy ra TXĐ: $D = (0; 4)$.

Ta có $y' = \frac{-2x+4}{(-x^2+4x)\ln 0,5}$.

Với điều kiện trên, ta có

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x+4}{(-x^2+4x)\ln 0,5} = 0 \Leftrightarrow -2x+4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Bảng xét dấu y'

x	0	2	4
y'	-	0	+

Dựa theo bảng xét dấu, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 4: Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ nghịch biến trên các khoảng nào?

- A. $(-4; 2)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. **D. $(-4; -1)$.**

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có. $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}, \forall x \in D$.

Khi đó $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	\nearrow	-11	\searrow	$-\infty$	+
				$+\infty$	\searrow	1
					\nearrow	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 3)$ đạt được tại $x = x_0$. Giá trị x_0 là

- A. 1. B. 2. **C. 0.** D. 3.

Lời giải

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

+) Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên khoảng $(-1; 3)$

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	-1	\nearrow	3	\searrow	-1
				\nearrow	3

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-1; 3)$ bằng 3 đạt được tại $x = 0$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2} = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn B

Câu 7: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{1}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $y = x - 2$.

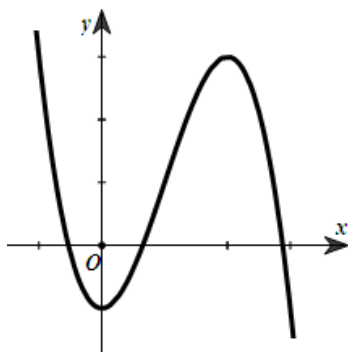
C. $y = x - 1$.

D. $y = 2x - 1$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2x - 1 + \frac{1}{2x - 1} - (2x - 1) \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x - 1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

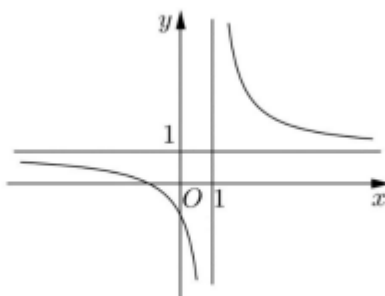
C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị có dạng đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên đáp án D đúng.

Câu 9: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$

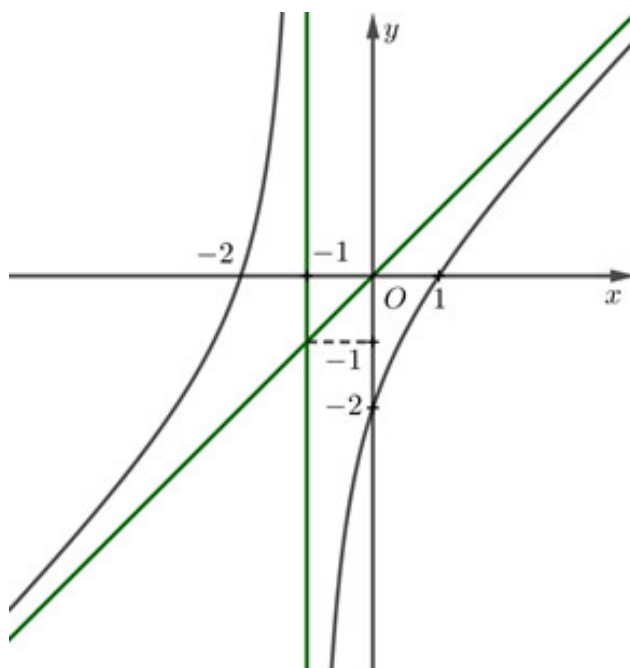
D. $y = x^3 - 3x - 1$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$

Câu 10: Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

B. $y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$

D. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$

Lời giải

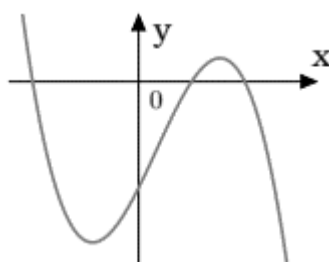
Loại đáp án C vì đồ thị đã cho không phải dạng đồ thị của hàm số.

Loại đáp án D vì tiệm cận đứng của đồ thị này là $x = 2$ còn tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là $x = -1$.

Loại đáp án B vì đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 1$ còn đồ thị đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -2$ và $x = 1$.

Đáp án A là đáp án đúng.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Chọn D

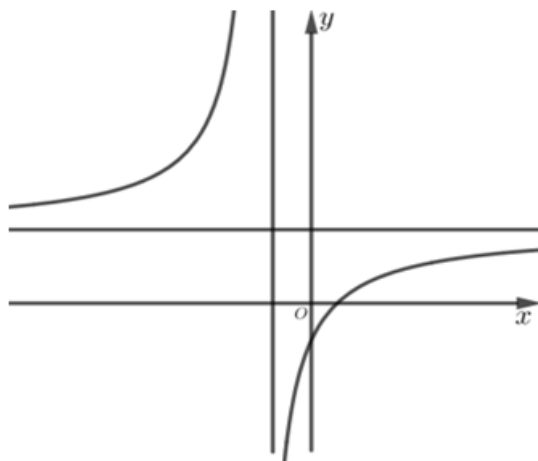
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy

- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$
- tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $\frac{-d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$

Vậy $c > 0, d > 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		0		2		$-\infty$

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
 c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.
 d) Hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

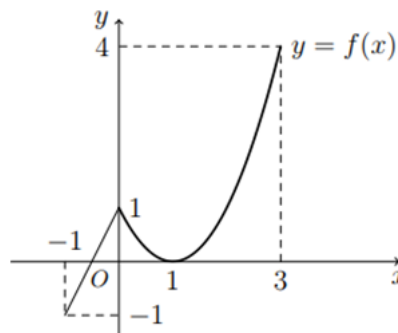
a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

d) Đúng. Xét hàm số $y = f(2x-1)$ có $y' = 2f'(2x-1)$

$$\text{Hàm số nghịch biến khi } y' \leq 0 \Leftrightarrow 2f'(2x-1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \leq -2 \\ 2x-1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ là -1 .
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ là 4 .
 c) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ thì $M - m = 5$.
 d) Hàm số $g(x) = f(x-3)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[2;6]$ là -1 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ là -1 .
 b) Hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ không có giá trị lớn nhất.
 c) Trên $[-1;3]$ $M = 4, m = -1$ thì $M - m = 5$.
 d) Đặt $t = x-3$ vì $x \in [2;6] \Rightarrow t \in [-1;3]$

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t \in [-1; 3]$

Dựa vào đồ thị ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t)$ trên $[-1; 3]$ là -1 .

- Câu 3:** Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$.
- Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là 34 nghìn người.
 - Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng.
 - Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$.
 - Dân số của thị trấn đó không thể vượt quá 26 nghìn người.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là $f(55) = \frac{26 \cdot 55 + 10}{55 + 5} = 24$ nghìn người. **Suy ra a) sai.**

b) Đạo hàm của hàm số $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2} > 0$ ($\forall t \neq -5$) luôn nhận giá trị dương trên khoảng.

Suy ra b) sai.

c) Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t+10}{t+5} = 26$. Do đó đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$. **Suy ra c) đúng.**

d) Ta có $f(t) = \frac{26t+10}{t+5} < \frac{26t+130}{t+5} = 26$. Vì vậy dân số của thị trấn đó không thể vượt quá 26 nghìn người. **Suy ra d) đúng.**

- Câu 4:** Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày. $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng / một đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày.

- Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888.
- Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở lợi nhuận thu được là 1584 khi đó cơ sở phải sản xuất được 9 đôi giày.
- Cơ sở này sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận thu được là nhiều nhất.
- Lợi nhuận tối đa thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Lợi nhuận thu được là $L(x) = T(x) - C(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$.

Một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là:

$$L(10) = -10^3 + 6 \cdot 10^2 + 288 \cdot 10 - 592 = 1888. \text{ Chọn đúng.}$$

b) Lợi nhuận thu được là 1584, khi đó ta có $1584 = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 - 288x + 2176 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{273} \\ x = -1 - \sqrt{273} \\ x = 8 \end{cases}$$

Chọn sai.

c) Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$ với $1 \leq x \leq 20$.

$$L'(x) = -3x^2 + 12x + 288$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x + 288 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8(l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	12	20
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-299	2000	-432

Vậy cơ sở sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận đạt cao nhất. Chọn đúng.

d) Khi đó lợi nhuận tối đa đạt được trong một ngày là 1980. Chọn sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-3)(x-5)$. Hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Lời giải

Trả lời : 7

Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$.

Có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2) = 2x(x^2-1)(x^2-3)(x^2-5)$.

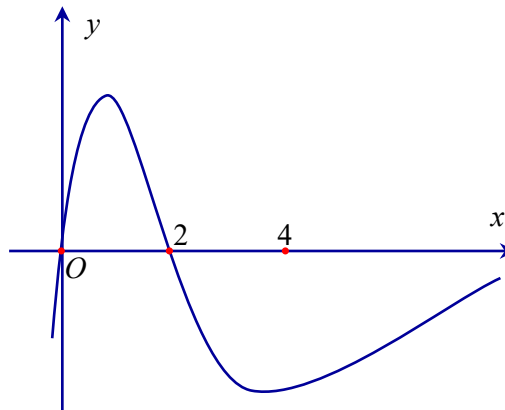
$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x^2-1)(x^2-3)(x^2-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{5}$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào BXD ta thấy $g'(x)$ đổi dấu 7 lần, vậy hàm số $y = g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 2: Cho hàm số có $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1 . Tìm x_0 và x_1 .



Lời giải

Trả lời : 6.

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên.

x	0	2	4	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(4)$	

Vậy giá trị lớn nhất $M = f(2) \Rightarrow x_1 = 2$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$ nên $f(2) > f(3) \Rightarrow f(2) - f(3) > 0$.

Theo giả thuyết: $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(4) = f(2) - f(3) > 0 \Rightarrow f(0) > f(4)$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất $m = f(4) \Rightarrow x_0 = 4$.

Vậy $x_0 = 4; x_1 = 2$, ta có $x_0 + x_1 = 6$

Câu 3: Số lượng sản phẩm bán được của một cửa hàng quần áo trong t được cho bởi công thức:
 $S(t) = 200 \left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t} \right)$ với $t \geq 1$. Xem $y = S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có dạng $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a, b) = 1$. Tính $P = a - 2b$

Lời giải

Trả lời : 394

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(t) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 200 \left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t} \right) = 200 \cdot \frac{2}{3} = \frac{400}{3} \Rightarrow a = 400; b = 3$

Vậy $P = a - 2b = 400 - 6 = 394$

Câu 4: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x + 1}$ có dạng $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời : 1

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{2x^2 + 4x - 6}{(x+1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(1; 1) \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \Rightarrow B(-3; -15) \end{cases}$$

$\overline{AB}(-4; -16) = -4(1; 4)$. Khi đó, một vecto pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (4; -1)$.

Phương trình đường thẳng AB có dạng: $4(x - 1) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow y = 4x - 3$.

Do đó $a = 4; b = -3$. Vậy $a + b = 4 + (-3) = 1$.

Câu 5: Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500.000 đồng/ ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50.000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời : 1000

Gọi giá tiền mà chủ khách sạn cho thuê một phòng là x . ($500 \leq x$)

Vì cứ tăng giá thêm 50.000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống nên số phòng được thuê là: $60 - \frac{x - 500}{50} \cdot 2 = 80 - \frac{x}{25}$.

Khi đó tổng doanh thu tương ứng trong 1 ngày là: $x \left(80 - \frac{x}{25} \right) = 80x - \frac{x^2}{25}$.

Đặt $f(x) = 80x - \frac{x^2}{25}$. Ta có:

$$f'(x) = 80 - \frac{2x}{25} = 0 \Leftrightarrow x = 1000.$$

Vì $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm nên $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1000$.

Vậy để tổng doanh thu là lớn nhất thì chủ khách sạn nên cho thuê phòng với giá 1000 một ngày.

Câu 6: Một công ty sản xuất những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp đủ chứa được 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời : 14,7

Ta có: $10l = 10000cm^3$.

Gọi x ($x > 0$) là bán kính của chiếc xô. Khi đó $V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2}$.

Diện tích phần tôn làm chiếc xô là:

$$S(x) = \pi x^2 + 2\pi xh = \pi x^2 + 2\pi x \frac{V}{\pi x^2} = \pi x^2 + 2 \frac{10000}{x} = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$$

$$S'(x) = 2\pi x - \frac{20000}{x^2} = \frac{2\pi x^3 - 20000}{x^2}.$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\pi x^3 - 20000 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{10000}{\pi} \Leftrightarrow x = 10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$	$+\infty$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$			

Ta thấy diện tích phần nhôm làm chiếc xô nhỏ nhất khi bán kính đáy xô là $x = 10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \approx 14,7$ (cm)

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1

TOÁN LỚP 12

ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -3. C. -2. D. 2.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. (0; 2). B. (0; +∞). C. (-∞; 0). D. (2; +∞).

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 4: Điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -5$. C. $x = 2$. D. $x = 5$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ trên khoảng $(-1; 5)$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

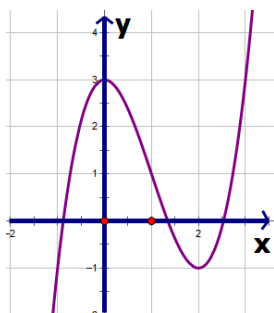
Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ là

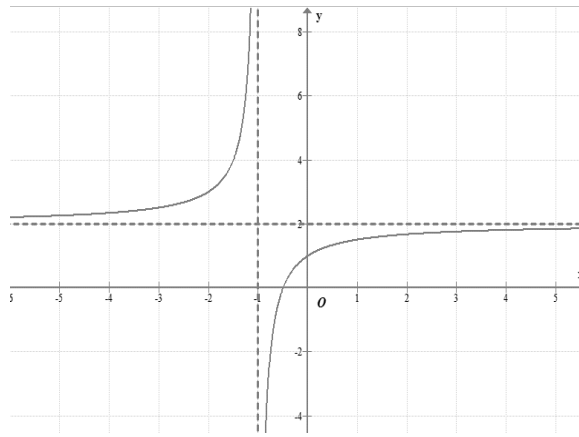
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



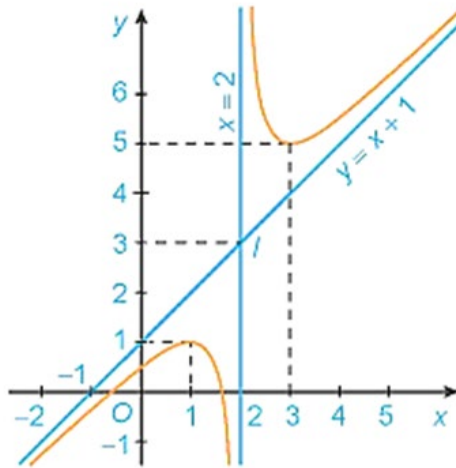
- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = x^3 - 3x + 3$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Câu 9: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



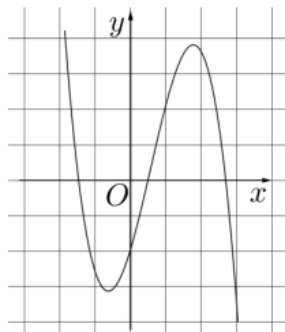
- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



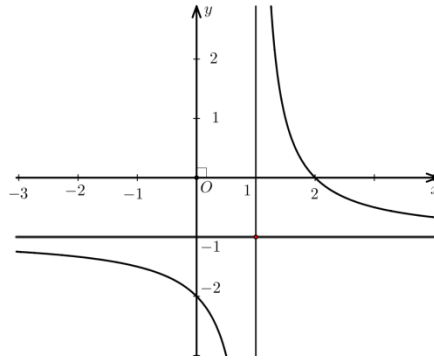
- A. $y = \frac{x^2-x-1}{x+2}$. B. $y = \frac{x^2-x-1}{x-2}$. C. $y = \frac{x^2-2x-1}{x-2}$. D. $y = \frac{x^2-x+1}{x-2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



- A.** $T = 6$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = -8$. **D.** $T = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = 7^{x^3-x^2-x-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
 b) $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3-x^2-x-1} \cdot \ln 7$.
 c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
 d) Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ với $(0 \leq t \leq 90)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi công thức $f(t) = V'(t)$.

- a) Thể tích nước của bể bơi sau 20 phút bơm là 2000.
 b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t là $f(t) = 90t^2 - t^3$.
 c) Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 70 đến phút thứ 90.
 d) Tốc độ bơm lớn nhất tại thời điểm $t = 60$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị là (C) .

- a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 2$.
 b) Đồ thị (C) nhận điểm $I(1;1)$ làm tâm đối xứng.
 c) Đường thẳng $d: y = x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt có độ dài bằng $4\sqrt{5}$.
 d) Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Khi đó tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4.

Câu 4: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v = 10$ thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1 km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông với vận tốc $x(km/h)$ là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v = 30$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là 43000 đồng.

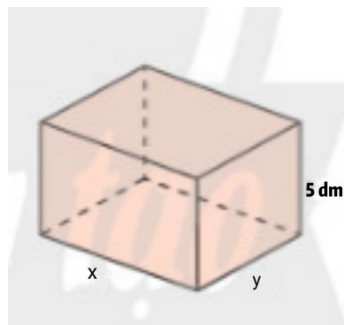
d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

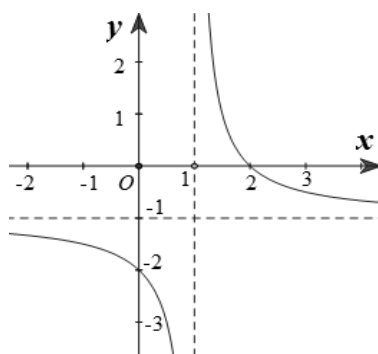
Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + m^2 - 6}{x + 2}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 + 4x + \frac{17}{4}}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $1m^3$. Chiều cao của bể là $5dm$, các kích thước khác là $x(m)$, $y(m)$ với $x > 0$ và $y > 0$. Diện tích toàn phần của bể là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.



Câu 4: Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$.



Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

- Câu 5:** Một rạp chiếu phim có sức chứa 800 người, trung bình mỗi ngày rạp có khoảng 360 khách với giá mỗi vé là 100.000đ. Nếu giá mỗi vé giảm 10.000đ thì mỗi ngày rạp có thêm 60 khách đến xem. Hỏi cần giảm giá vé đến bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của rạp là lớn nhất.
- Câu 6:** Giả sử một công ty du lịch bán tour với giá là x /khách thì doanh thu sẽ được biểu diễn qua hàm số $f(x) = -200x^2 + 550x$. Công ty phải bán giá tour cho một khách là bao nhiêu để doanh thu từ tua xuyên Việt là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- HẾT -----

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

- Câu 4:** Điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$ là
- A. $x = 1$. B. $x = -5$. C. $x = 2$. D. $x = 5$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có

$$y' = \frac{(-2x + 2)(x + 2) - (-x^2 + 2x - 1)}{(x + 2)^2} = \frac{-x^2 - 4x + 5}{(x + 2)^2}.$$

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ (tm)} \\ x = 1 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	-2	1	$+\infty$				
y'	-	0	+	+	0	-			
y	$+\infty$	↘	12	↗	$+\infty$	↘	0	↗	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$ và $y_{CT} = 12$.

- Câu 5:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ trên khoảng $(-1; 5)$ là
- A. 0. B. 2. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x + 4 \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

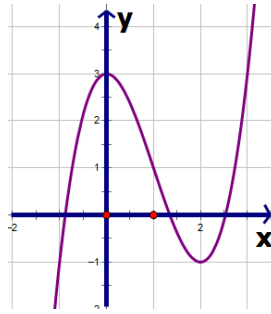
$$\text{Xét } y' = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (-1; 5).$$

BBT của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ trên khoảng $(-1; 5)$:

x	-1	1	5		
y'		0			
y	$\sqrt{7}$	↘	$\sqrt{3}$	↗	$\sqrt{19}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ trên khoảng $(-1; 5)$ là: $\sqrt{3}$

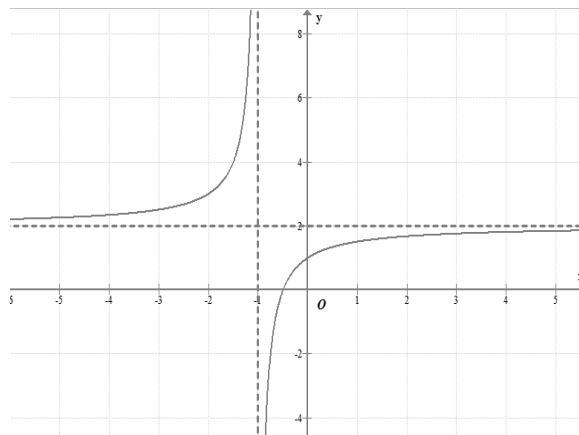
- Câu 6:** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:
- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}$.



Dựa vào hình dạng đồ thị ta có: $a > 0$ nên loại đáp án A và C

Ta lại có đồ thị đi qua điểm $A(2; -1)$ nên chọn đáp án D

Câu 9: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

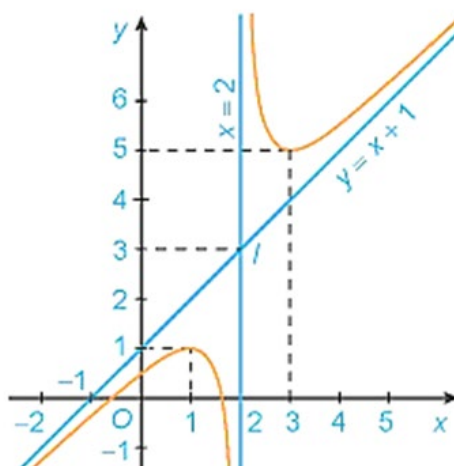
D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn phương án **B**.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

Lời giải

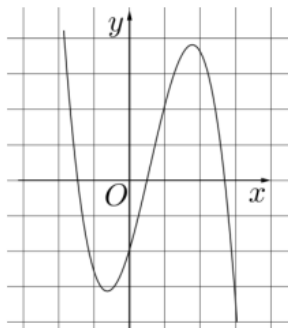
Đồ thị có TCD $x = 2$ loại đáp án **A**.

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ $\frac{1}{2}$ loại đáp án **D.**

Đồ thị đi qua điểm $(1;1)$ loại đáp án **C.**

Vậy hàm số thỏa mãn đề bài là hàm số của đáp án **B.**

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$

Lời giải

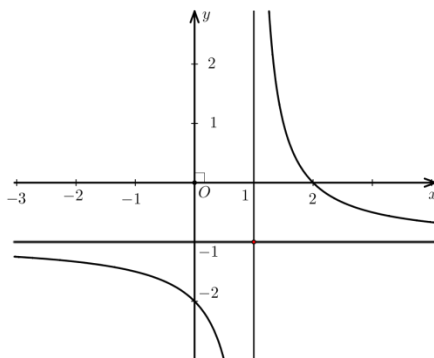
Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án

D. Do $(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0.$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



A. $T = 6.$

B. $T = 0.$

C. $T = -8.$

D. $T = 2.$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

$$\text{TCD: } x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$$

$$\text{TCN: } y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$$

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: $x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$

Vậy $T = \frac{a - 2b + 3d}{c} = \frac{-c - 4c - 3c}{c} = -8$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
- b) $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- d) Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Vậy a) đúng.

b) Ta có $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$.

Vậy b) đúng.

c) Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
	+	0	-	+

Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{3}$.

Vậy 3) sai.

d) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = [f(e^x)]' = e^x \cdot f'(e^x) = e^x \cdot (3e^{2x} - 2e^x - 1) \cdot 7^{e^{3x} - e^{2x} - e^x - 1} \cdot \ln 7$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3e^{2x} - 2e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ e^x = -\frac{1}{3} (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Vậy d) đúng.

Câu 2: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ với $(0 \leq t \leq 90)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi công thức $f(t) = V'(t)$.

a) Thể tích nước của bể bơi sau 20 phút bơm là 2000.

b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t là $f(t) = 90t^2 - t^3$.

c) Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 70 đến phút thứ 90.

d) Tốc độ bơm lớn nhất tại thời điểm $t = 60$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) $V(20) = \frac{1}{100} \left(30 \cdot 20^3 - \frac{20^4}{4} \right) = 2000$. Vậy a) Đúng

b) Ta có $V'(t) = \frac{1}{100} (90t^2 - t^3) \Rightarrow f(t) = \frac{1}{100} (90t^2 - t^3)$. Vậy b) Sai

c) Ta có $V''(t) = \frac{1}{100} (180t - 3t^2) \Leftrightarrow V''(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 60 \\ t = 0 \end{cases}$

+) Ta có bảng biến thiên của hàm số

t	0	60	90
$V''(t)$	$+$	0	$-$
$V'(t)$	0	1080	0

Suy ra tốc độ bơm giảm từ phút thứ 60 đến phút thứ 90. Vậy c) Đúng

d) Từ bảng biến thiên ta có tốc độ lớn nhất khi $t = 60$. Vậy d) Đúng.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị là (C) .

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

b) Đồ thị (C) nhận điểm $I(1;1)$ làm tâm đối xứng.

c) Đường thẳng $d: y = x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt có độ dài bằng $4\sqrt{5}$.

d) Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Khi đó tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 2$. Vậy câu a) đúng.

b) Đồ thị (C) nhận giao điểm 2 đường tiệm cận là $x = 2$ và $y = 1$ là tâm đối xứng. Dẫn đến $I(2;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C) . Vậy câu b) sai.

c) Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+2}{x-2} = x-1$ ($x \neq 2$) $\Leftrightarrow x+2 = (x-1)(x-2)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 4 \Rightarrow y = 3 \end{cases}. \text{ Từ đó, } A(0;-1), B(4;3). \text{ Dẫn đến } AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}.$$

Vậy câu c) sai.

d) Ta có $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; 1 + \frac{4}{x_0 - 2}\right)$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $d_1 = |x_0 - 2|$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang: $d_2 = |y_0 - 1| = \left|1 + \frac{4}{x_0 - 2} - 1\right| = \frac{4}{|x_0 - 2|}$.

$$d_1 + d_2 = |x_0 - 2| + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq 2\sqrt{|x_0 - 2| \cdot \frac{4}{|x_0 - 2|}}$$

$$\Rightarrow \min(d_1 + d_2) = 4 \Leftrightarrow |x_0 - 2| = \frac{4}{|x_0 - 2|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \end{cases}. \text{ Vậy câu d) đúng.}$$

Câu 4: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v = 10$ thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1 km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông với vận tốc $x(km/h)$ là

$$f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3.$$

c) Khi vận tốc $v = 30$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Thời gian tàu chạy quãng đường $1km$ là: $\frac{1}{10}$

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{10} \cdot 480000 = 48000$.

b) Sai

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc của tàu, $x > 0$

Thời gian tàu chạy quãng đường $1km$ là: $\frac{1}{x}$

+) Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$.

+) Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p = kx^3$

Mà khi $x = 10 \Rightarrow p = 30 \Rightarrow k = 0,03$. Nên $p = 0,03x^3$

Do đó chi phí phần 2 để chạy $1 km$ là: $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$.

Vậy tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

c) Đúng

Tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

Thay $x = v = 30$ vào ta có $f(30) = \frac{480}{30} + 0,03 \cdot 30^2 = 43$.

d) Đúng

$f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2 = \frac{240}{x} + \frac{240}{x} + 0,03x^2 \geq 3\sqrt[3]{1728} = 36$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + m^2 - 6}{x + 2}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

Lời giải

Trả lời: 5

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 4x - m^2 + 8}{(x + 2)^2}$.

Hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi đạo hàm y' không đổi dấu trên mỗi khoảng xác định.

+ $y' = \frac{x^2 + 4x - m^2 + 8}{(x+2)^2}$ không đổi dấu trên mỗi khoảng xác định khi:

TH1: Phương trình $x^2 + 4x - m^2 + 8 = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow (x+2)^2 = m^2 - 4$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow m = \pm 2$.

TH2: $x^2 + 4x - m^2 + 8 = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow (x+2)^2 = m^2 - 4$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 + 4x + \frac{17}{4}}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,12

Đặt: $g(x) = x^4 + 4x + \frac{17}{4}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\Rightarrow g'(x) = 4x^3 + 4; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$		\searrow	$\frac{5}{4}$	\nearrow	

Dựa vào bảng biến thiên Suy ra: $g(x) \geq \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$

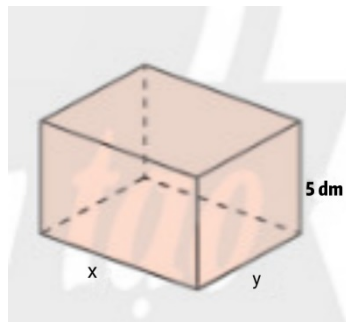
Vậy $\min f(x) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ tại $x = -1$.

Câu 3: Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp

có thể tích bằng $1m^3$. Chiều cao của bể là $5dm$, các kích thước khác là $x(m)$, $y(m)$ với $x > 0$

và $y > 0$. Diện tích toàn phần của bể là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đường tiệm cận

xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.



Lời giải

Trả lời: 5

Do thể tích của bể là $1m^3$ nên $0,5xy = 1 \Leftrightarrow xy = 2$

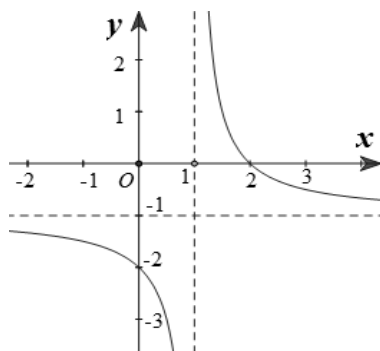
Diện tích toàn phần của bể là $S(x) = xy + 2 \cdot 0,5x + 2 \cdot 0,5y = 2 + x + \frac{2}{x}$, ($x > 0$)

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (S(x) - (x + 2)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$

Suy ra đồ thị hàm số $S(x)$ có đường tiệm cận xiên là $y = x + 2 \Rightarrow a = 1; b = 2$

$$P = a^2 + b^2 = 5$$

Câu 4: Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$.



Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đường tiệm cận ngang $y = a$, đường tiệm cận đứng $x = -c$ và cắt

Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y = -1$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b + c = -1 - 1 + 2 = 0.$$

Câu 5: Một rạp chiếu phim có sức chứa 800 người, trung bình mỗi ngày rạp có khoảng 360 khách với giá mỗi vé là 100.000đ. Nếu giá mỗi vé giảm 10.000đ thì mỗi ngày rạp có thêm 60 khách đến xem. Hỏi cần giảm giá vé đến bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của rạp là lớn nhất.

Trả lời: 80

Lời giải

Gọi x là giá tiền một vé, y là số người mua vé tương ứng.

Ta có giá tiền tỉ lệ nghịch với số người mua vé nên $y = ax + b$

Khi $x = 100$ thì $y = 360$, Khi $x = 90$ thì $y = 420$ nên ta có hệ phương trình

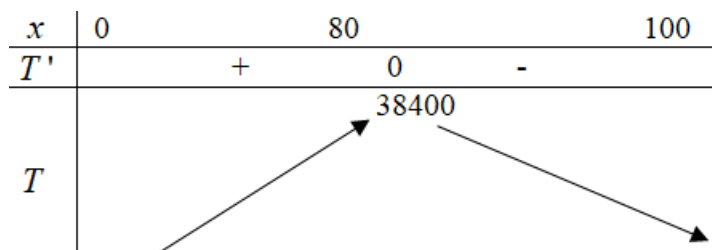
$$\begin{cases} 100a + b = 360 \\ 90a + b = 420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 960 \end{cases}$$

Hay $y = -6x + 960$.

Doanh thu của rạp chiếu phim là $T(x) = xy = x(-6x + 960) = -6x^2 + 960x$ với $0 < x \leq 100$

$$T' = -12x + 960 = 0 \Leftrightarrow x = 80$$

BBT



Vậy khi giá vé là 80.000đ thì doanh thu của Rạp là lớn nhất.

Câu 6: Giả sử một công ty du lịch bán tour với giá là x /khách thì doanh thu sẽ được biểu diễn qua hàm số $f(x) = -200x^2 + 550x$. Công ty phải bán giá tour cho một khách là bao nhiêu để doanh thu từ tua xuyên Việt là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,38

Doanh thu là $f(x) = -200x^2 + 550x$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -400x + 550. \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{11}{8}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$		$\frac{3025}{8}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$.

Vậy công ty cần bán tour với giá 1,38 triệu đồng/khách thì doanh thu sẽ cao nhất.

----- HẾT -----

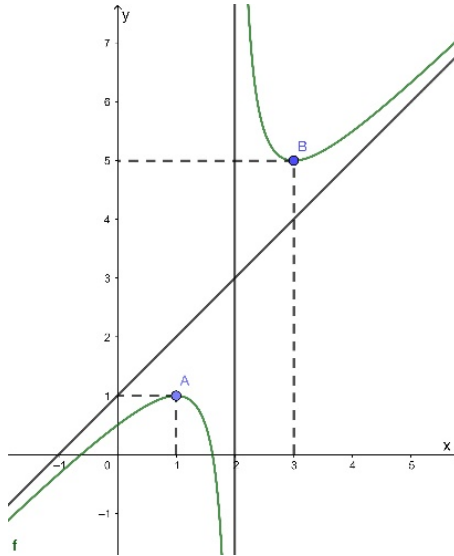
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1

TOÁN LỚP 12

ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-5; 2)$

Câu 3: Hàm số $y = \sqrt{2024x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.** $(1012; 2024)$. **B.** $(2024; +\infty)$. **C.** $(0; 1012)$. **D.** $(1; 2024)$.

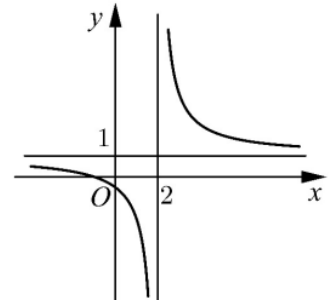
Câu 4: Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên nửa khoảng $[1; +\infty)$ là.

- A.** 0 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

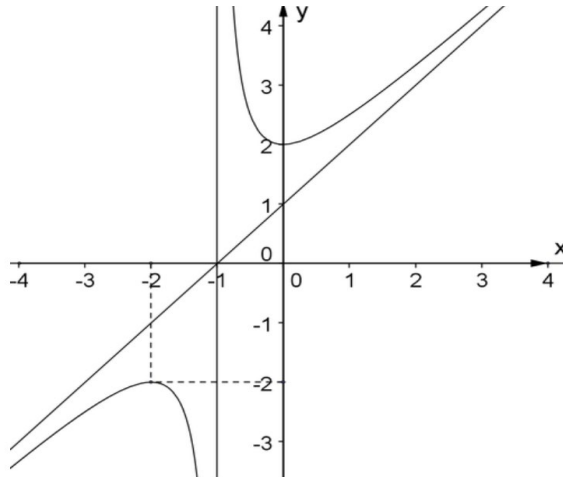
Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là:

- A.** $y = 2$. **B.** $x = 2$.
C. $y = 1$. **D.** $x = 1$.

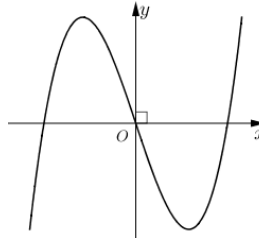
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

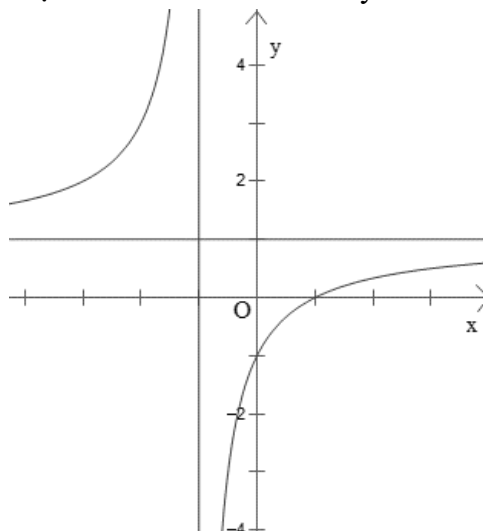
- A.** $x = 2$. **B.** $y = x - 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = x + 1$

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

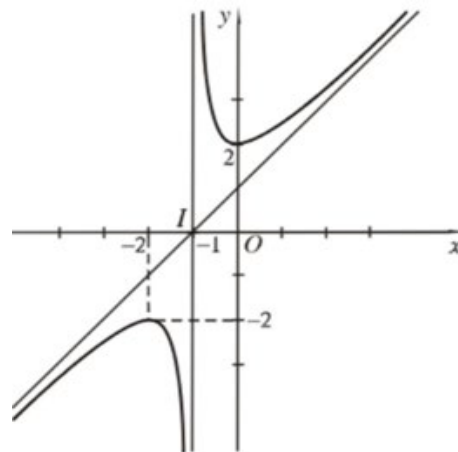
Câu 9: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$. **C.** $y = x^4 - 3x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 10: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

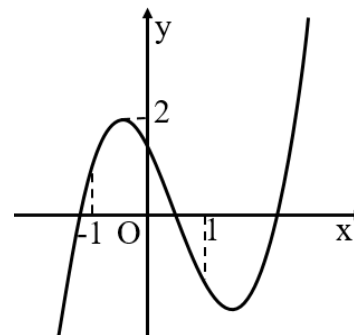
- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.
 C. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.



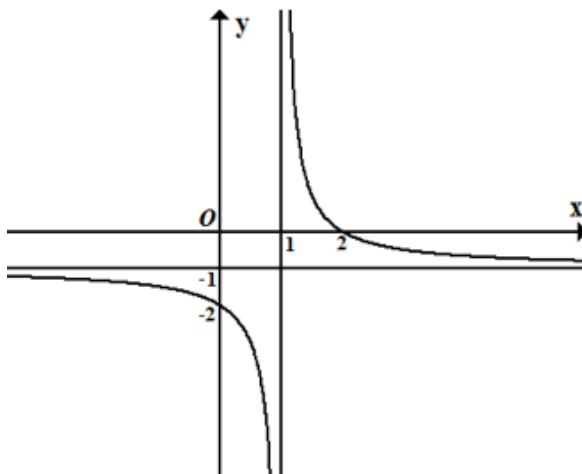
Câu 11: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

Khẳng định nào là đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
 D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



- A. $T = -8$. B. $T = 2$. C. $T = 6$. D. $T = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \log_5(x^2 + 4x)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

b) $f'(x) = \frac{2x + 4}{(x^2 + 4x) \log 5}$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 2: Người ta muốn làm một cái hộp hình chữ nhật không có nắp có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích 100 cm^3 . Giả sử giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $10000 \text{ VNĐ}/m^2$ và giá tiền vật liệu làm mặt bên là $5000 \text{ VNĐ}/m^2$. Gọi x (cm) là chiều rộng, y (cm) chiều cao của hộp và T là tổng tiền chi phí để làm hộp.

a) Thể tích khối hộp đã cho là: $V = 2x^2y \text{ (cm}^3\text{)}$.

b) Giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $20000x^2 \text{ (VNĐ)}$.

c) Tổng tiền chi phí làm hộp là $T = 2x^2 + \frac{150}{x} \text{ (VNĐ)}$.

d) Để chi phí làm hộp nhỏ nhất thì chiều cao của hộp là $4,47 \text{ (cm)}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

c) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 4 điểm có tọa độ nguyên.

d) Giả sử đường thẳng $(d_m): y = mx - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đồng thời tam giác ABC vuông tại đỉnh $C(-2; 0)$. Khi đó, tổng tất cả các giá trị của tham số m tìm được bằng 9.

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ T ($0^\circ \leq T \leq 30^\circ$) được cho bởi công thức $V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$.

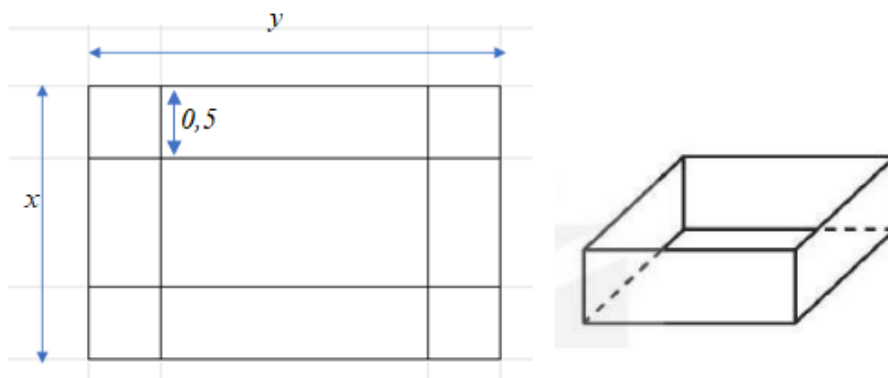
(Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012).

Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x}$ trên $\left(\frac{1}{2}; 4\right]$

. Tính giá trị $M + m$

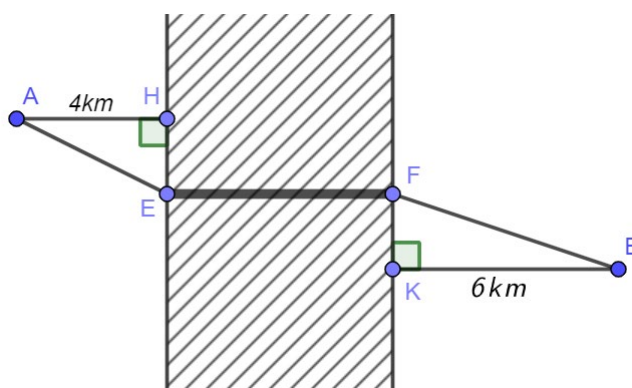
Câu 3: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là $x(m), y(m)$ với $x > 1$ và $y > 1$ và diện tích bằng $4m^2$, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có chiều cao bằng $0,5m$. Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Câu 4: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Câu 5: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Câu 6: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $4km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $6km$ (hình vẽ), biết $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến h phần chục)

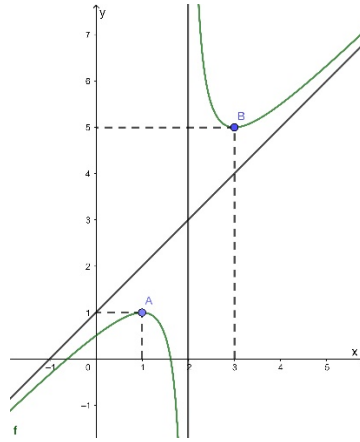


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 2: Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-5; 2)$

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 3: Hàm số $y = \sqrt{2024x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.** $(1012; 2024)$. **B.** $(2024; +\infty)$. **C.** $(0; 1012)$. **D.** $(1; 2024)$.

Lời giải

TXĐ: $D = [0; 2024]$

$$y' = \left(\sqrt{2024x - x^2} \right)' = \frac{2024 - 2x}{2\sqrt{2024x - x^2}} = \frac{1012 - x}{\sqrt{2024x - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1012$$

$y' < 0 \Leftrightarrow x \in (1012; 2024)$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1012; 2024)$.

Câu 4: Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

TXĐ của hàm số là $D = (-2; 2)$.

Ta có: $y' = \frac{-2x}{4 - x^2}$.

Trên khoảng $(-2; 2)$ ta có $4 - x^2 > 0$

Khi đó $y' > 0$ khi $-2x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

Kết hợp với $(-2; 2)$ suy ra hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên nửa khoảng $[1; +\infty)$ là.

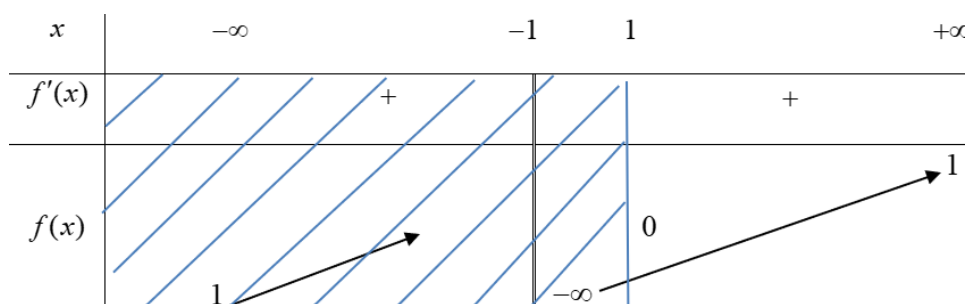
- A.** 0 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Lời giải

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

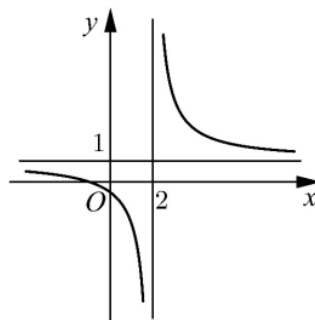
Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{[1; +\infty)} f(x) = f(1) = 0$.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây

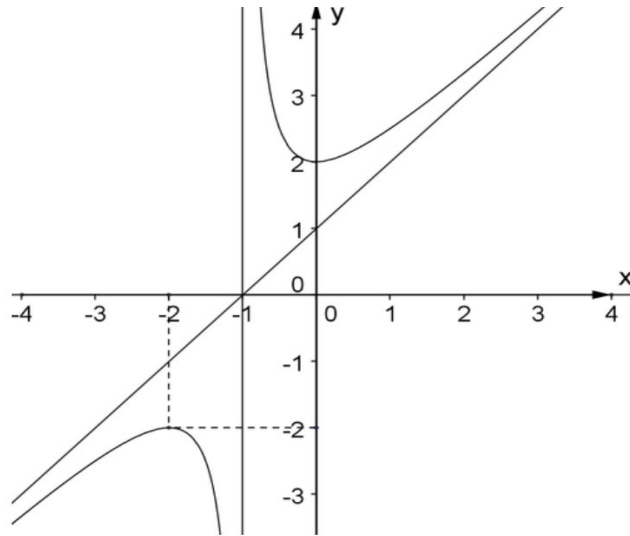


Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là:

- A.** $y = 2$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



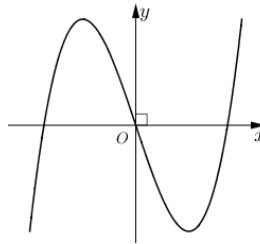
Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 2$. B. $y = x - 2$. C. $y = x - 1$. D. $y = x + 1$

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

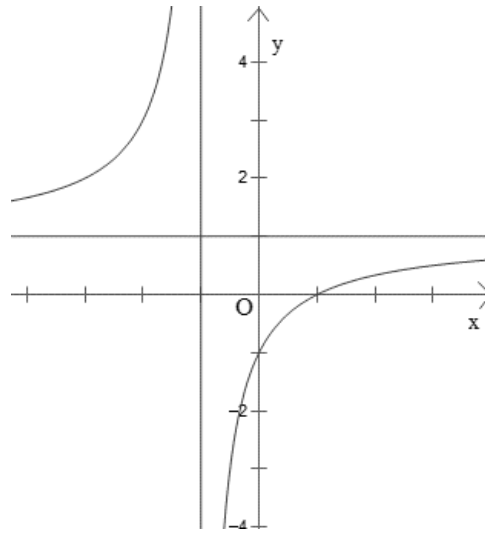


- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 9: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

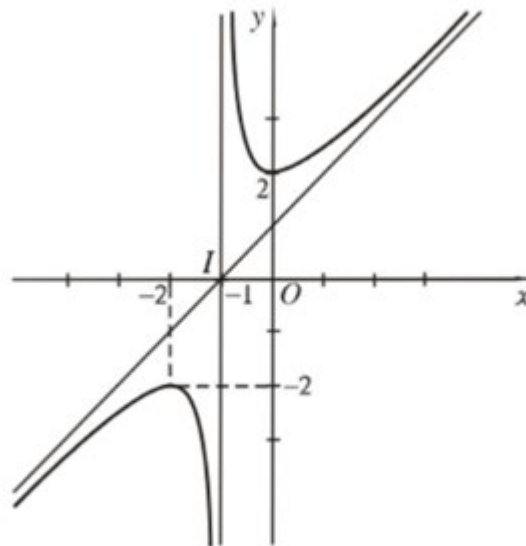
Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) \Rightarrow Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

\Rightarrow A đúng.

Câu 10: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$.

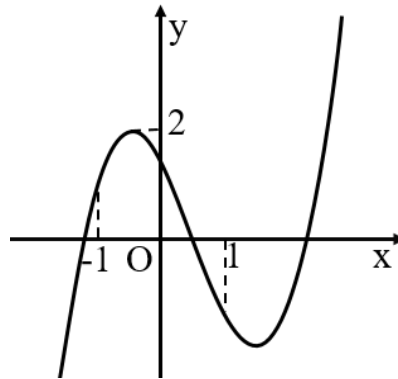
D. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Lời giải

Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ nên loại C,

Và đi qua điểm có tọa độ $(-2; 2)$ nên loại B, **D. Chọn A**

Câu 11: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

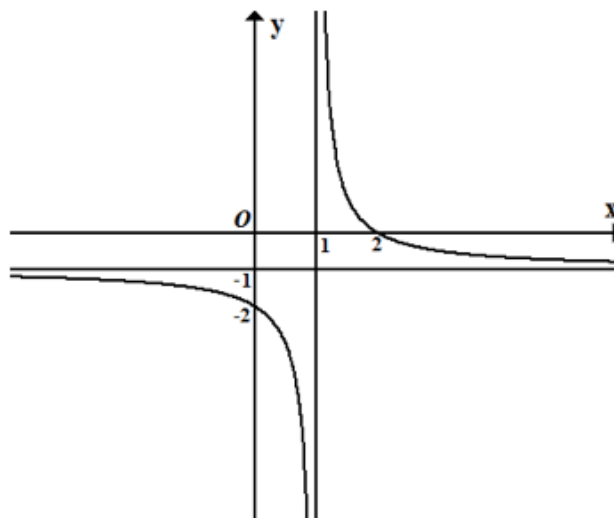
+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức

$T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.
- Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2;0)$, $B(0;-2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac - b \neq 0$), ta

suy ra

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.
- Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$, $B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đổi chiều lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2 \cdot 2 + 3(-1) = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \log_5(x^2 + 4x)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

b) $f'(x) = \frac{2x+4}{(x^2+4x)\log 5}$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Điều kiện $x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Vậy a) đúng.

b) Ta có $f'(x) = \frac{2x+4}{(x^2+4x)\ln 5} = 0$.

Vậy b) sai.

c) Ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	0	$+\infty$
y'	$-$		$+$	
y	$+\infty$		$-\infty$	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -4)$.

Vậy c) sai.

d) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = [f(e^x)]' = e^x \cdot f'(e^x) = e^x \cdot \frac{2e^x + 4}{(e^{2x} + 4e^x) \ln 5} > 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Vậy d) đúng.

Câu 2: Người ta muốn làm một cái hộp hình chữ nhật không có nắp có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích 100 cm^3 . Giả sử giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $10000 \text{ VNĐ}/\text{m}^2$ và giá tiền vật liệu làm mặt bên là $5000 \text{ VNĐ}/\text{m}^2$. Gọi x (cm) là chiều rộng, y (cm) chiều cao của hộp và T là tổng tiền chi phí để làm hộp.

a) Thể tích khối hộp đã cho là: $V = 2x^2 y \text{ (cm}^3\text{)}$.

b) Giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $20000x^2 \text{ (VNĐ)}$.

c) Tổng tiền chi phí làm hộp là $T = 2x^2 + \frac{150}{x} \text{ (VNĐ)}$.

d) Để chi phí làm hộp nhỏ nhất thì chiều cao của hộp là $4,47 \text{ (cm)}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có khối hộp có chiều rộng là x (cm), chiều dài là $2x$ (cm) và chiều cao là y (cm). Khi đó thể tích khối hộp $V = 2x \cdot x \cdot y = 2x^2 y \text{ (cm}^3\text{)}$. Vậy a) đúng.

b) Diện tích đáy hộp $S_1 = x \cdot 2x = 2x^2 \text{ (cm}^2\text{)} = 2x^2 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$ suy ra chi phí để làm đáy hộp là $T_1 = 2x^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10000 = 2x^2 \text{ (VNĐ)}$. Vậy b) sai

c) Ta có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2(xy + 2xy) = 6xy \text{ (cm}^2\text{)} = 6xy \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$.

\implies chi phí T để làm hộp là $T = 10000 \cdot (S_1) + 5000(S_{xq}) = 2x^2 + 3xy$

+) Theo giả thiết $V = 100 \Leftrightarrow 2x^2 y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{50}{x^2}$. Suy ra $T = 2x^2 + \frac{150}{x}$. Vậy c) đúng.

d) Xét hàm số $T = 2x^2 + \frac{150}{x}$. Ta có $T' = 4x - \frac{150}{x^2}$

$T' = 0 \Leftrightarrow 4x - \frac{150}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{75}{2}}$. Ta có bảng biến thiên (với $x_0 = \sqrt[3]{\frac{75}{2}}$)

x	0	x_0	$+\infty$
T'		-	0
			+
T	$+\infty$		$+\infty$

T_{\min}

Dựa vào bảng biến thiên ta có chi phí làm hộp nhỏ nhất đạt được tại $x_0 = \sqrt[3]{\frac{75}{2}}$. Khi đó chiều cao

của hộp là $y = 50\sqrt[3]{\left(\frac{2}{75}\right)^2} \approx 4,46$ (cm). Vậy d) sai

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

c) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 4 điểm có tọa độ nguyên.

d) Giả sử đường thẳng $(d_m): y = mx - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đồng thời tam giác ABC vuông tại đỉnh C(-2;0). Khi đó, tổng tất cả các giá trị của tham số m tìm được bằng 9.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$. Vậy câu a) đúng.

b) Ta có $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1} \Leftrightarrow y = x + 3 + \frac{2}{x - 1}$. Suy ra

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(x + 3 + \frac{2}{x - 1} \right) - (x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x - 1} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(x + 3 + \frac{2}{x - 1} \right) - (x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x - 1} = 0.$$

Dẫn đến $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C). Vậy câu b) sai.

c) $M(x; y) \in (C): y = x + 3 + \frac{2}{x - 1}$ có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 2 : (x - 1) \end{cases}$. Từ đó

$$\begin{cases} x-1=2 \\ x-1=-2 \\ x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3; y=7 \\ x=-1; y=1 \\ x=2; y=7 \\ x=0; y=1 \end{cases} \cdot \text{Dẫn đến đồ thị } (C) \text{ có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên. Vậy câu c)}$$

đúng.

d) Phương trình hoành độ $mx - m = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1} \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow (m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ \Delta' = (m + 1)^2 - (m - 1)(m + 1) > 0 \\ m - 1 - 2(m + 1) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -1 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -1 \end{cases} \cdot \text{Gọi}$$

$$A(x_1; mx_1 - m), B(x_2; mx_2 - m)$$

Ta có $\overline{CA} = (x_1 + 2; mx_1 - m)$, $\overline{CB} = (x_2 + 2; mx_2 - m)$. Do tam giác ABC vuông tại C nên

$$\overline{CA} \cdot \overline{CB} = 0 \Leftrightarrow (x_1 + 2) \cdot (x_2 + 2) + (mx_1 - m) \cdot (mx_2 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 + m^2 [x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m+1}{m-1} + 4 \cdot \frac{m+1}{m-1} + 4 + m^2 \left(\frac{m+1}{m-1} - 2 \cdot \frac{m+1}{m-1} + 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m^2 + 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{9 + \sqrt{89}}{4}(n) \\ m_2 = \frac{9 - \sqrt{89}}{4}(n) \end{cases} \cdot \text{Suy ra } m_1 + m_2 = \frac{9}{2}. \text{ Vậy câu d) sai.}$$

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
- Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
- A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là $C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400$ triệu đồng. Do đó a) đúng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là

$$R(10) = 10 \cdot P(10) = 10 \cdot (45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449 \text{ triệu đồng. Do đó b) sai.}$$

c) Lợi nhuận mà A thu được là:

$$H(x) = R(x) - C(x) = xP(x) - C(x) = P(x) = 45x - 0,001x^3 - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

. Do đó c) đúng.

d) Xét hàm số $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$, ($0 \leq x \leq 100$) ta có $H'(x) = -0,003x^2 + 15$,

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \text{ (chọn).}$$

$$\text{Ta có } H(0) = -100; H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100; H(100) = 400.$$

Vậy A bán cho B khoảng $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$. Do đó d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ T ($0^\circ \leq T \leq 30^\circ$) được cho bởi công thức $V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$.

(Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012).

Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 26

Xét hàm số $f(T) = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$ với $0^\circ \leq T \leq 30^\circ$.

Nhiệt độ tăng thì thể tích của 1kg nước tăng tức hàm số $f(T)$ đồng biến.

$$f'(T) = -0,06426 + 0,0170086T - 2,037 \cdot 10^{-4}T^2.$$

$$f'(T) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 \approx 3,966 \in [0; 30] \\ T_2 \approx 79,532 > 30 \end{cases}.$$

$f'(T) > 0, \forall T \in (T_1; T_2) \Rightarrow$ hàm số $f(T)$ đồng biến trên khoảng $(T_1; T_2)$.

Suy ra khi $T \in (T_1; 30^\circ)$ thì khi nhiệt độ nước tăng thể tích của 1kg nước cũng tăng hay $a = 4; b = 30$.

Vậy $b - a = 26$.

Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x}$ trên $\left(\frac{1}{2}; 4\right]$

. Tính giá trị $M + m$

Lời giải

Trả lời: 39

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3 - 4}{x^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4x^3 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

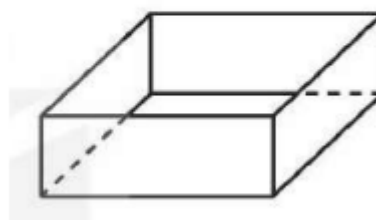
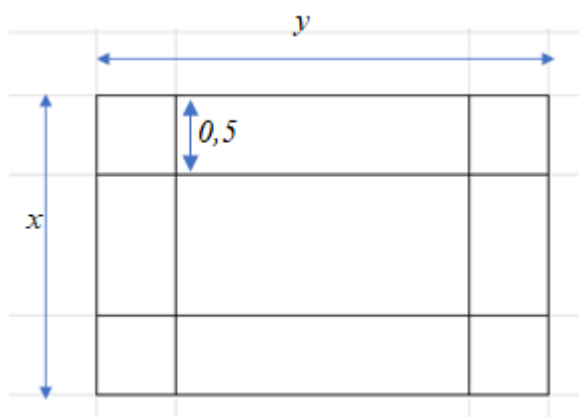
Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}$	1	4
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{17}{2}$	6	33

Suy ra, $M = \max_{\left(\frac{1}{2}; 4\right]} f(x) = 33$, $m = \min_{\left(\frac{1}{2}; 4\right]} f(x) = 6$.

Vậy, $M + m = 33 + 6 = 39$.

Câu 3: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là $x(m)$, $y(m)$ với $x > 1$ và $y > 1$ và diện tích bằng $4m^2$, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có chiều cao bằng $0,5m$. Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Lời giải

Trả lời: 2

Do tấm tôn có diện tích bằng $4m^2$ nên $xy = 4 \Leftrightarrow y = \frac{4}{x}$

Thùng có chiều cao là $0,5m$ và các kích thước còn lại của thùng là: $x-1$ và $y-1$

Thể tích của thùng là $V(x) = 0,5 \cdot (x-1)(y-1) = \frac{1}{2}(x-1)\left(\frac{4}{x}-1\right) = \frac{1}{2} \frac{(x-1)(4-x)}{x}$

Suy ra: $y = \frac{1}{V(x)} = \frac{2x}{(x-1)(4-x)}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = -\infty \Rightarrow$ đường

thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng

$x = 4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 4: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Lời giải

Trả lời: 25

Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Theo đề, ta có hệ phương trình $\begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1^3 + a.1^2 + b.1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 0 = 3.(-2)^2 + 2a.(-2) + b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$.

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

Câu 5: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg / L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Lời giải

Trả lời: 1

Xét hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$, ($t > 0$).

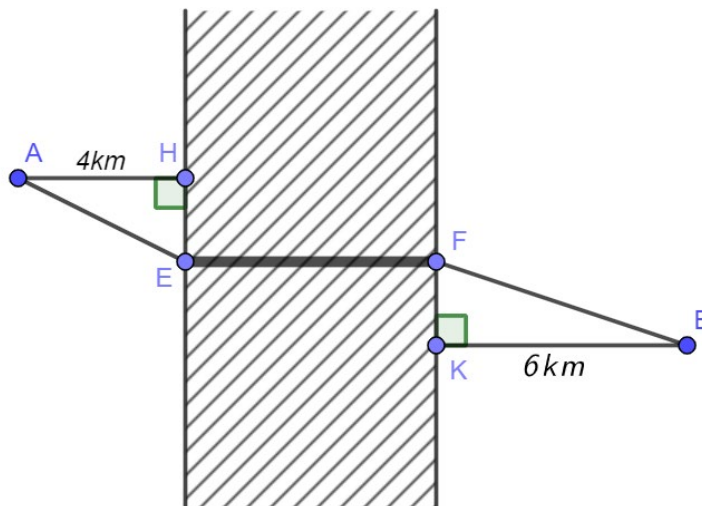
$c'(t) = \frac{1-t^2}{(t^2+1)^2}$.

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	0

Với $t = 1$ giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 6: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến h phần chục)



Lời giải

Trả lời: 8,94

Đặt $HE = x$, $FK = y$, với $x, y > 0$

$$\text{Ta có: } HE + KF = 20 \Rightarrow x + y = 20, \begin{cases} AE = \sqrt{16 + x^2} \\ BF = \sqrt{36 + y^2} = \sqrt{36 + (20 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận xét: Vì EF không đổi nên AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } AE + BF = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{(20 - x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 40x + 436} = f(x)$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 20}{\sqrt{x^2 - 40x + 436}}, \forall x \in (0; 20).$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 8$$

Bảng biến thiên

x	0	8	20
$f'(x)$		-	0 +
$f(x)$		\swarrow $10\sqrt{5}$ \searrow	

Vậy $AE = \sqrt{8^2 + 16} \approx 8,94km$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12
ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	↗ 4 ↘	↘ 0 ↗	$+\infty$

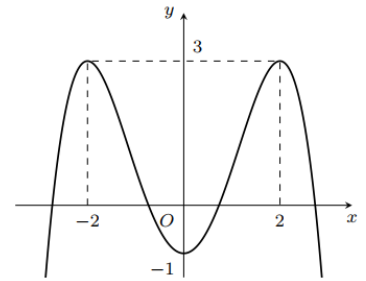
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

Điểm cực tiểu của hàm số là

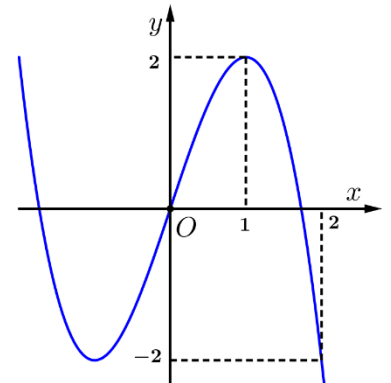
- A.** $x = -1$. **B.** $x = 0$.
C. $x = 2$. **D.** $x = 3$.



Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là

- A.** $\max_{[0;2]} f(x) = -2$. **B.** $\max_{[0;2]} f(x) = 1$.
C. $\max_{[0;2]} f(x) = 2$. **D.** $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.



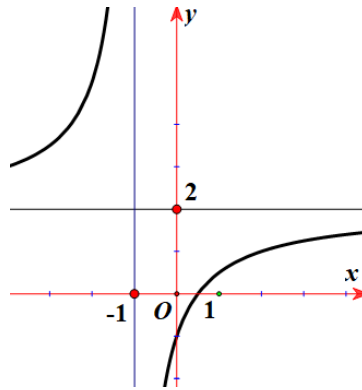
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	↗ 4 ↘	↘ -2 ↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1; +\infty)$ bằng 4.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; +\infty)$ bằng 4.
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-1; +\infty)$.
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $x = 2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = -1$.

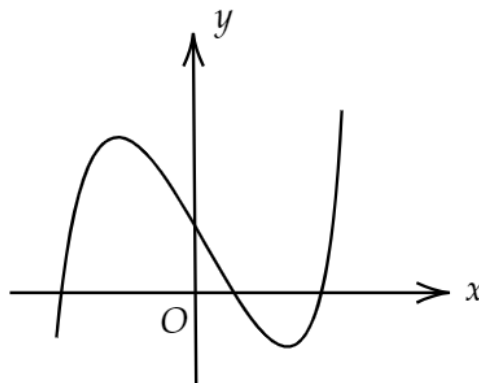
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	0	2

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $x = 2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = -1$.

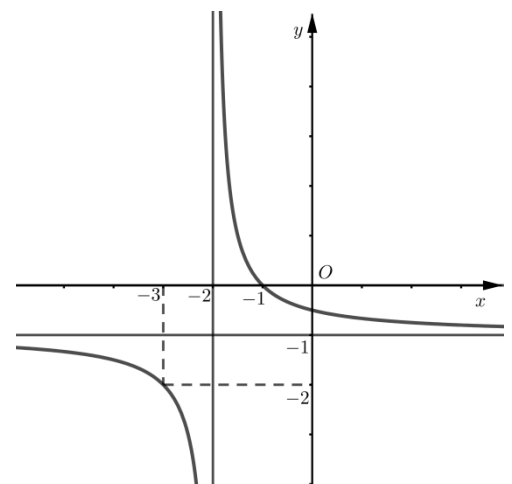
Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



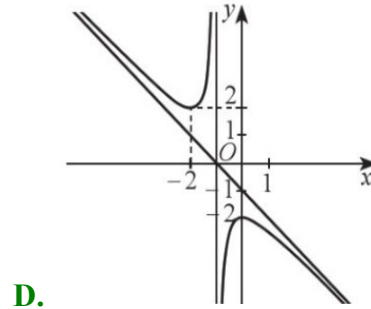
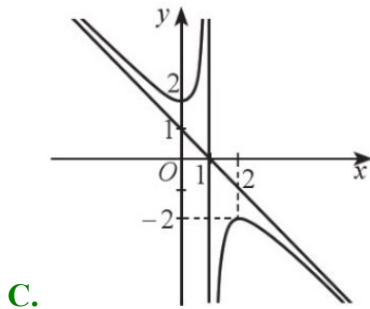
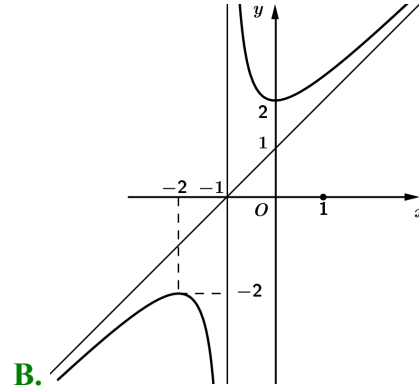
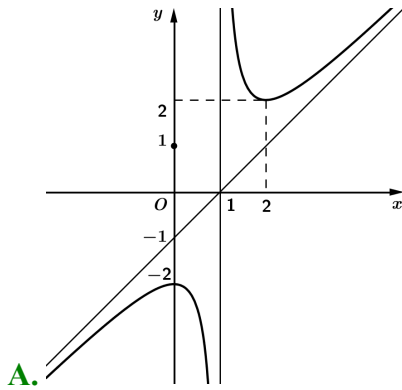
- A.** $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. **B.** $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A.** $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{x+1}{-x-2}$.
C. $y = \frac{-x+1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{x-2}{x+2}$.



Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là đường cong nào trong các đường cong sau?



Câu 10: Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-3; 1)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 11: Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu $R(x) = 200 \ln\left(1 + \frac{x}{100}\right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm $C(x) = (x - 100)^2 + 200$. Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- A.** 942. **B.** 940. **C.** 938. **D.** 939.

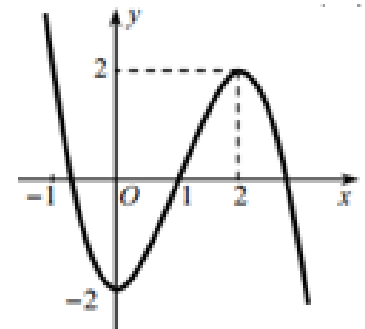
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 3)(x + 2)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f(-3) < f(-1)$. **B.** $f(0) < f(2)$. **C.** $f(1) < f(3)$. **D.** $f(-2) < f(-4)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên dưới

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -2 .
 d) Hàm số $f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.



Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.
- c) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 4 điểm có tọa độ nguyên.
- d) Giả sử đường thẳng $(d_m): y = mx - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đồng thời tam giác ABC vuông tại đỉnh $C(-2; 0)$. Khi đó, tổng tất cả các giá trị của tham số m tìm được bằng 9.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi A là hai điểm cực đại và B là điểm cực tiểu của (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R}
- b) Tọa độ các điểm cực trị là $A(2; -2), B(0; 4)$;
- c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
- d) Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x + y - 4 = 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	-3	5	$-\infty$

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 5)$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $f(1)$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một công ty sản xuất đồ chơi ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x^2 + x + 25$ (nghìn đồng). Gọi $f(x)$ là chi phí sản xuất trung bình mỗi sản phẩm. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$, có dạng: $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, coi $x \in [0; +\infty)$. Tính $a + 3b$

Câu 2: Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng) để doanh thu là lớn nhất?

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + 3}{x - 1}$. Tìm các giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng?

Câu 4: Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

Câu 5: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố đối với vi khuẩn HP được một bác sĩ mô tả với hàm số $P(t) = \frac{2t + 1}{4t^2 + 2t + 4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn HP sau thời gian t sử dụng độc tố. Sau khi sử dụng độc tố bao lâu thì số lượng vi khuẩn HP bắt đầu giảm (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘		$-\infty$	↗ $+\infty$ ↘	
				-2		

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

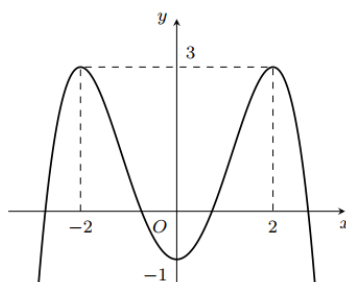
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;4)$. B. $(0;2)$. C. $(-1;1)$. D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



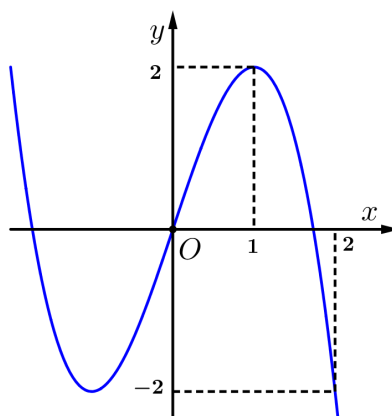
Điểm cực tiểu của hàm số là

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số, ta thấy $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là

- A. $\max_{[0;2]} f(x) = -2$. B. $\max_{[0;2]} f(x) = 1$. C. $\max_{[0;2]} f(x) = 2$. D. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra $\max_{[0;2]} f(x) = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

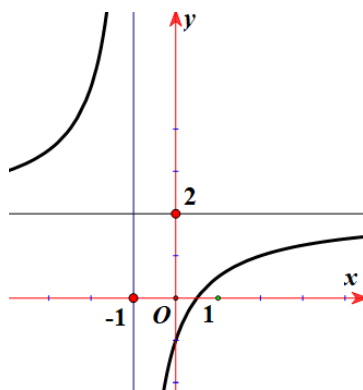
- A. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1; +\infty)$ bằng 4.
- B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; +\infty)$ bằng 4.
- C. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-1; +\infty)$.**
- D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; +\infty)$.

Lời giải

Trên $[-1; +\infty)$ ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $f(-1) = 4$; $f(3) = -2$.

Nên hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; +\infty)$ bằng -2 khi $x = 3$ và không có giá trị lớn nhất.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 2$.
- B. $y = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $x = -1$.**

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$+$	$+$
$f(x)$	2	$+\infty$	0	2

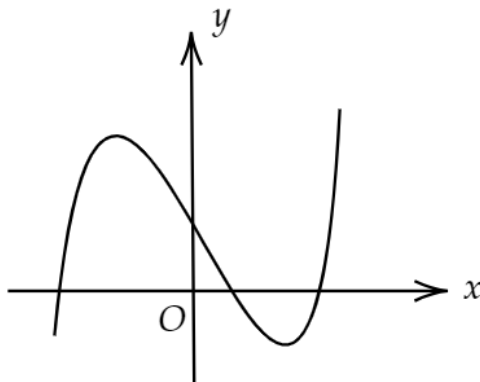
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 2$.
- B. $y = 2$.**
- C. $y = -1$.
- D. $x = -1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ nên đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

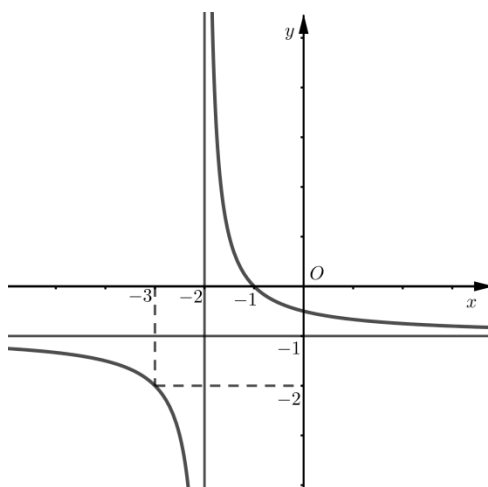


- A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. **B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$** . C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy đây là hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. **B. $y = \frac{x+1}{-x-2}$** . C. $y = \frac{-x+1}{x+2}$. D. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

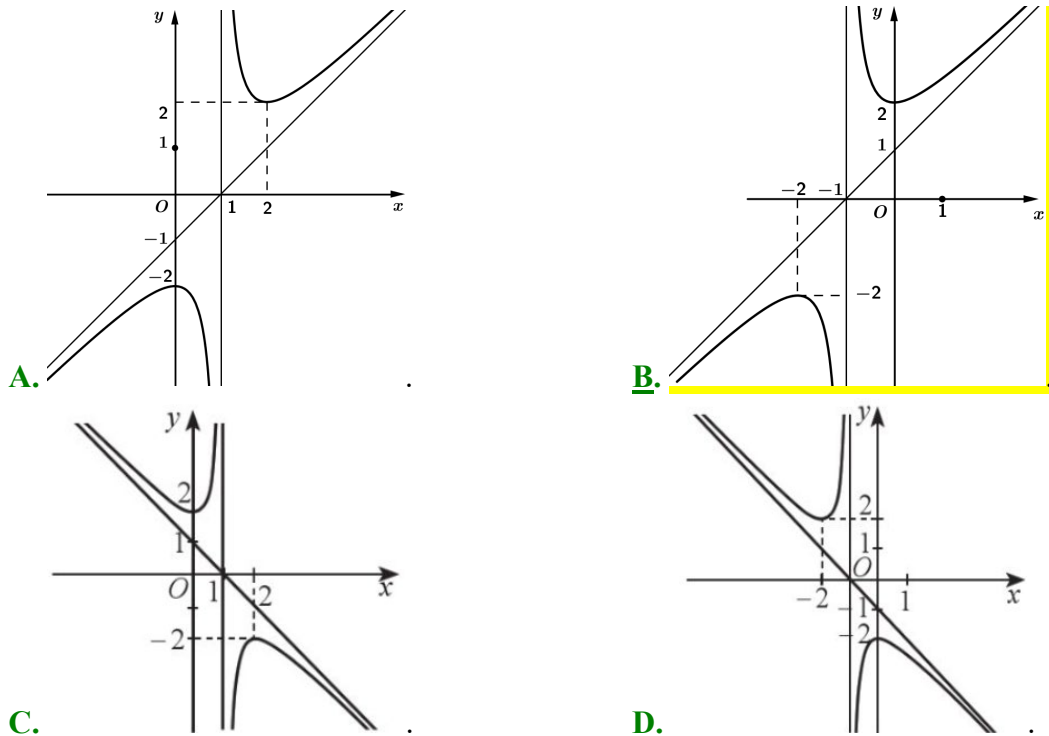
Lời giải

Gọi hàm số cần tìm là $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $\frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$ suy ra loại phương án A, D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$ suy ra loại phương án C.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là đường cong nào trong các đường cong sau?



Lời giải

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ nên loại A và C .

Mặt khác $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$ nên loại D .

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-3; 1)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y = x - 2 + \frac{4}{x + 1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{(x + 1)^2}, \forall x \in D$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 2 \\ x + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow -7$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 11: Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu $R(x) = 200 \ln\left(1 + \frac{x}{100}\right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm

$C(x) = (x-100)^2 + 200$. Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- A. 942. B. 940. C. 938. D. 939.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$. Lợi nhuận của nhà sản xuất:

$$f(x) = 200 \ln\left(1 + \frac{x}{100}\right) + 1000 - (x-100)^2 - 200 = 200 \ln\left(1 + \frac{x}{100}\right) - (x-100)^2 + 800$$

$$f'(x) = \frac{200}{x+100} - 2(x-100) = 0 \Rightarrow x = 10\sqrt{101}$$

Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là $f(10\sqrt{101}) \approx 938,88 \approx 939$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)(x+2)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(-3) < f(-1)$. B. $f(0) < f(2)$. C. $f(1) < f(3)$. D. $f(-2) < f(-4)$.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

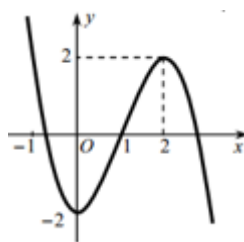
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗				↘		↗	

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên $(0; 3)$ nên A đúng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên dưới



- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -2 .
 d) Hàm số $f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Từ đồ thị hàm số $f(x)$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn SAI.

b) Từ đồ thị hàm số $f(x)$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Chọn ĐÚNG.

c) Từ đồ thị hàm số $f(x)$ suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ bằng -2 .

Chọn ĐÚNG.

d) $g(x) = f(x^2)$

$$\text{Ta có: } g'(x) = 2xf'(x^2); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

BXD của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ BXD suy ra hàm số $f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

Chọn SAI.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

c) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 4 điểm có tọa độ nguyên.

d) Giả sử đường thẳng $(d_m): y = mx - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đồng thời tam giác ABC vuông tại đỉnh $C(-2;0)$. Khi đó, tổng tất cả các giá trị của tham số m tìm được bằng 9.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$. Vậy câu a) đúng.

b) Ta có $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1} \Leftrightarrow y = x + 3 + \frac{2}{x - 1}$. Suy ra

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(x + 3 + \frac{2}{x - 1} \right) - (x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x - 1} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(x + 3 + \frac{2}{x - 1} \right) - (x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x - 1} = 0.$$

Dẫn đến $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) . Vậy câu b) sai.

c) $M(x; y) \in (C): y = x + 3 + \frac{2}{x - 1}$ có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 2 \vdots (x - 1) \end{cases}$. Từ đó

$$\begin{cases} x-1=2 \\ x-1=-2 \\ x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3; y=7 \\ x=-1; y=1 \\ x=2; y=7 \\ x=0; y=1 \end{cases} . \text{ Dẫn đến đồ thị } (C) \text{ có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên. Vậy câu c)}$$

đúng.

d) Phương trình hoành độ $mx - m = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1} \ (x \neq 1) \Leftrightarrow (m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m + 1 = 0$ có

hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ \Delta' = (m + 1)^2 - (m - 1)(m + 1) > 0 \\ m - 1 - 2(m + 1) + 1 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -1 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -1 \end{cases} . \text{ Gọi}$$

$$A(x_1; mx_1 - m), B(x_2; mx_2 - m)$$

Ta có $\overline{CA} = (x_1 + 2; mx_1 - m)$, $\overline{CB} = (x_2 + 2; mx_2 - m)$. Do tam giác ABC vuông tại C nên

$$\overline{CA} \cdot \overline{CB} = 0 \Leftrightarrow (x_1 + 2) \cdot (x_2 + 2) + (mx_1 - m) \cdot (mx_2 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 + m^2 [x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m+1}{m-1} + 4 \cdot \frac{m+1}{m-1} + 4 + m^2 \left(\frac{m+1}{m-1} - 2 \cdot \frac{m+1}{m-1} + 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m^2 + 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{9 + \sqrt{89}}{4} (n) \\ m_2 = \frac{9 - \sqrt{89}}{4} (n) \end{cases} . \text{ Suy ra } m_1 + m_2 = \frac{9}{2} . \text{ Vậy câu d) sai.}$$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi A là hai điểm cực đại và B là điểm cực tiểu của (C) .

a) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R}

b) Tọa độ các điểm cực trị là $A(2; -2), B(0; 4)$;

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$

d) Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x + y - 4 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Hàm số đa thức nên có tập xác định là \mathbb{R} . Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗ 4 ↘		0	↗ $+\infty$		

Suy ra tọa độ $A(0;4), B(2;0)$. Suy ra mệnh đề **sai**

c) Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ không có khoảng nào chứa khoảng $(-1;1)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-4}{0-4} \Leftrightarrow 2x+y-4=0$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;5)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $f(1)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x-x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 12.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

a) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị: $x_{CT} = 0; x_{CD} = 4$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ và ta nhận thấy $(-3;5)$ không phải là tập con của $(0;4)$ nên hàm số $y = f(x)$ không đồng biến trên $(-3;5)$. Suy ra mệnh đề **Sai**.

c) Vì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ nên $\max_{[1;3]} f(x) = f(3)$. Suy ra mệnh đề **Sai**.

d) Ta có: $g'(x) = (4-2x)f'(4x-x^2) + x^2 - 6x + 8 = (2-x)[2f'(4x-x^2) + 4-x]$.

Với $x \in [1;3]$ thì $4-x > 0; 3 \leq 4x-x^2 \leq 4$ nên $f'(4x-x^2) > 0$.

Suy ra $2f'(4x-x^2) + 4-x > 0 \forall x \in [1;3]$.

Bảng biến thiên

x	1	2	3
g'		+	0
g			-

Suy ra $\max_{[1;3]} g(x) = g(2) = f(4) + 7 = 12$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một công ty sản xuất đồ chơi ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x^2 + x + 25$ (nghìn đồng). Gọi $f(x)$ là chi phí sản xuất trung bình mỗi sản phẩm. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$, có dạng: $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, coi $x \in [0; +\infty)$. Tính $a + 3b$

Lời giải

Trả lời: 5

Chi phí để sản xuất trung bình một sản phẩm là $f(x) = \frac{2x^2 + x + 25}{x} = 2x + 1 + \frac{25}{x}$ (nghìn đồng).

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{25}{x} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = 2x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$.

Câu 2: Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng) để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 9

Gọi x là số lần tăng giá 100 nghìn đồng ($x > 0, x \in \mathbb{N}$).

Khi đó, số căn được cho thuê là: $100 - x$ (căn)

Tổng số tiền thu được trong một tháng là:

$$(100 - x)(8000000 + 100000x) = 100000(100 - x)(80 + x) = 100000(-x^2 + 20x + 8000) \\ = 100000[-(x - 10)^2 + 8100] \leq 810000000, \forall x > 0$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 10$ (thỏa mãn)

Vậy để thu được doanh thu là lớn nhất thì người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là: $8000000 + 100000 \cdot 10 = 9000000$ (đồng) = 9 (triệu).

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + 3}{x - 1}$. Tìm các giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng?

Lời giải

Trả lời: 20

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = \frac{-2x + 3}{x - 1} \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = 1 \Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$

Đề đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = mx^2 - 2x + 3 = 0$ vô nghiệm hoặc có 2 nghiệm khác 1:

$$+) f(x) = 0 \text{ vô nghiệm } \Delta < 0 \Leftrightarrow 4 - 12m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

$$+) f(x) = 0 \text{ có 2 nghiệm khác 1} \Rightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{3} \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

Mà $m \in [-10; 10]$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-10; -9; \dots; -2; 1; 2; \dots; 9; 10\}$

Vậy có 20 giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 4: Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

Lời giải

Trả lời: 512

Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là $50 \cdot 20 = 1000$ (con)

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là:

$$1500 : 1000 = 1,5 \text{ (kg)}.$$

Gọi số cá giống cần thả ít đi trong vụ này là: x (con), ($x > 0$)

Theo đề, giảm 8 con thì mỗi con tăng thêm 0,5kg / con

Vậy giảm x con thì mỗi con tăng thêm $0,0625x$ kg / con.

Tổng số lượng cá thu được ở vụ này:

$$F(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500.$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTLN.

$$\text{Ta có } F'(x) = -0,125x + 61.$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = 488$$

BBT

X	0	488	1000
F'(x)		+	0
F(x)			-

Vậy ông thanh phải thả số cá giống trong vụ này là: $1000 - 488 = 512$ (con).

Câu 5: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố đối với vi khuẩn HP được một bác sĩ mô tả với hàm số $P(t) = \frac{2t+1}{4t^2+2t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn HP sau thời gian t sử dụng độc tố.

Sau khi sử dụng độc tố bao lâu thì số lượng vi khuẩn HP bắt đầu giảm (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,5

Ta có $P'(t) = \frac{-8t^2 - 8t + 6}{(4t^2 + 2t + 4)^2} = \frac{2(2t-1)(-2t-3)}{(4t^2 + 2t + 4)^2}$

$$P'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{3}{2} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$P'(t)$		-	0	+	0	-
$P(t)$		↘		↗		↘

Ta thấy hàm số đạt cực đại tại $t = \frac{1}{2}$ và $P'(t) < 0, \forall t > \frac{1}{2}$ nên sau 0,5(h) thì vi khuẩn bắt đầu giảm.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘		$+\infty$		
			-2			

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $g'(x) = (2x-2)f'(x^2 - 2x + 4)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \\ f'(x^2 - 2x + 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x + 4 = 1 \\ x^2 - 2x + 4 = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x + 4 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

$$x^2 - 2x + 4 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (nghiem kép)}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	↘ -2 ↗		$+\infty$

Vậy hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 4)$ có 1 điểm cực tiểu.

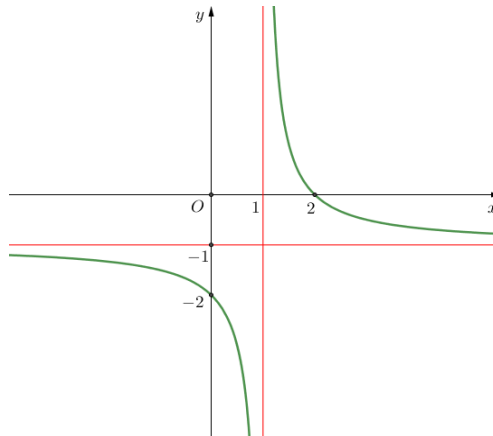
----- HẾT -----

Câu 7: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 8: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới là

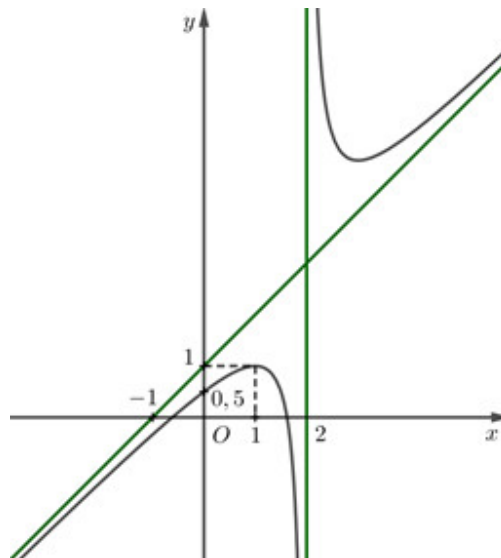


- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 9: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ có phương trình là

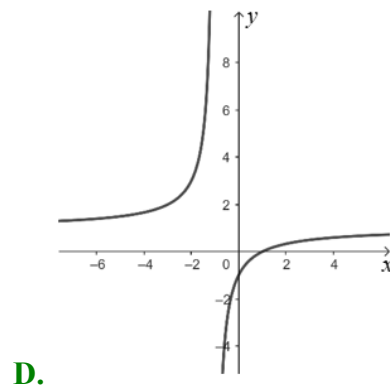
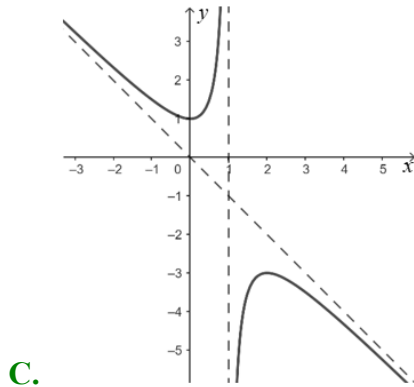
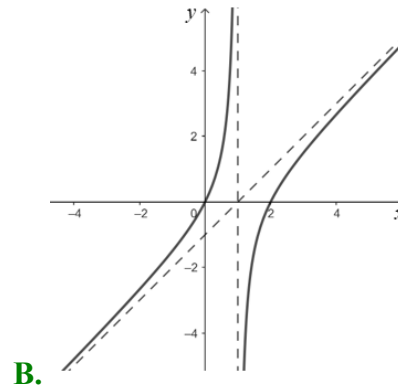
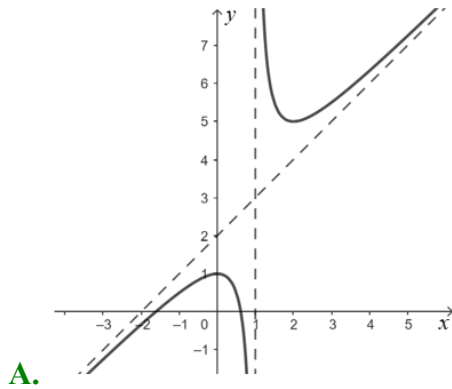
- A. $y = x - 2$. B. $y = x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $x = -1$.

Câu 10: Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào

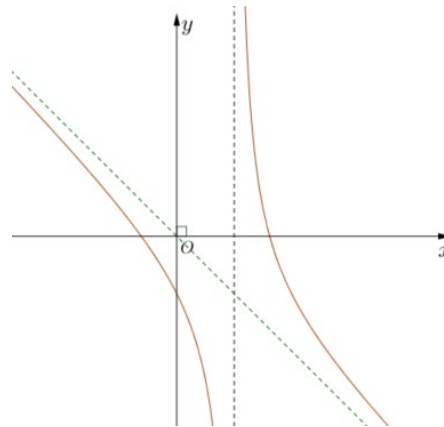


- A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$. B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$. C. $y = \frac{x - 1}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$.

Câu 11: Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$



Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a > 0, d \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ. Trong các số b, c, d, e có tất cả bao nhiêu số âm?



- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C).

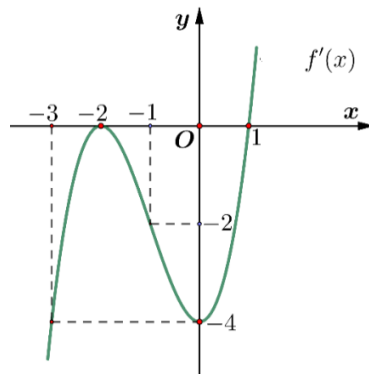
- a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.
- b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.
- d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 4$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-		+
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow
		-4		$+\infty$	$+\infty$
				0	

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.
- b) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận đứng.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $f(-2)$.
- d) Đồ thị của hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 4: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

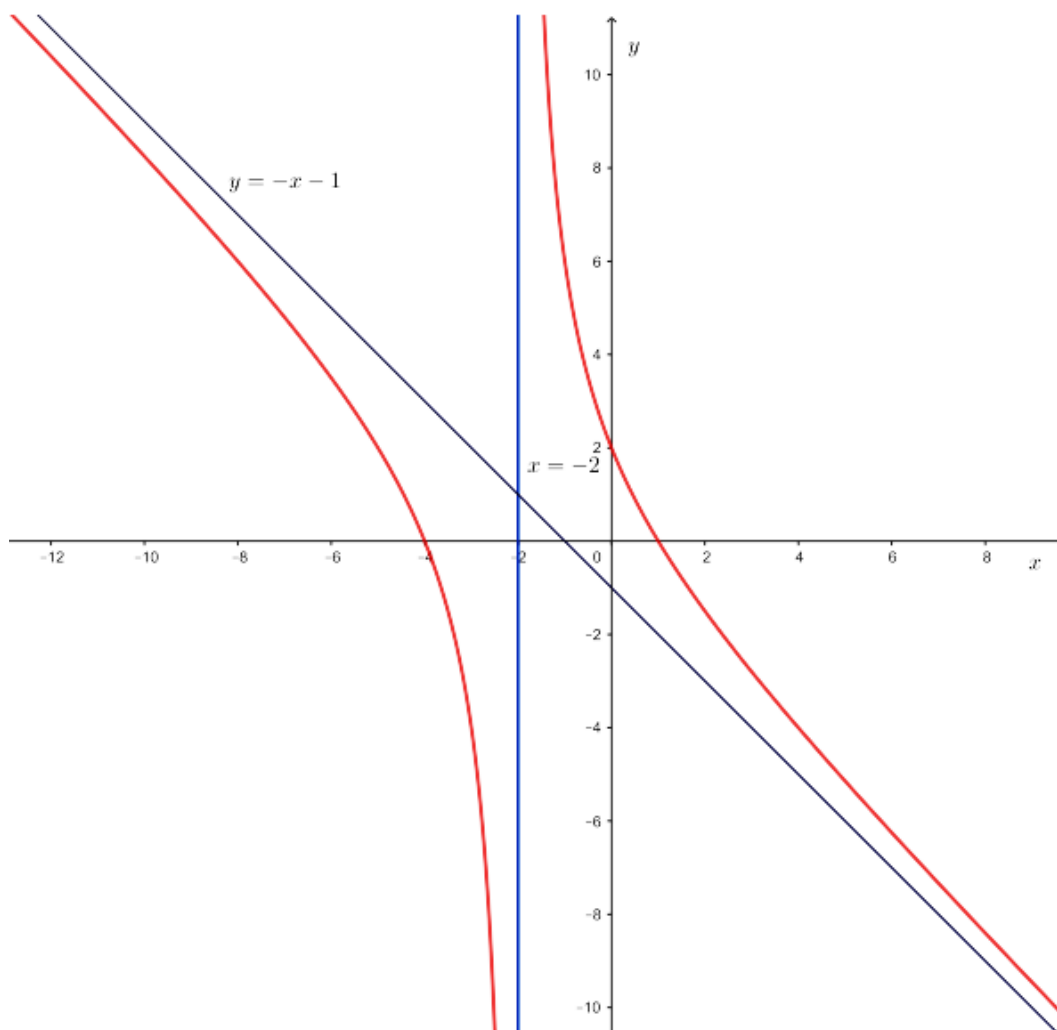
$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây } (t \geq 0)$$

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

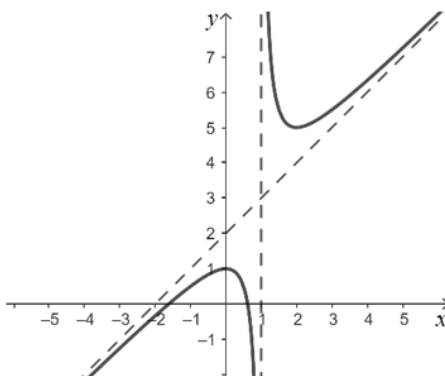
- a) Số lượng vi khuẩn sau khi nuôi cấy 1 phút là 1010 con.
- b) Lượng vi khuẩn đạt được tối đa tại thời điểm $t = 10$ giây.
- c) Trong khoảng thời gian 10 giây đầu kể từ lúc bắt đầu nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên.
- d) Sau 10 giây đầu kể từ khi bắt đầu nuôi cấy, số lượng vi khuẩn giảm dần nhưng không bao giờ thấp hơn 1000 con.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$. Khi đó giá trị của $\frac{a}{n}$ là:



Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a > 0, m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số b, c, m, n có tất cả bao nhiêu số dương?

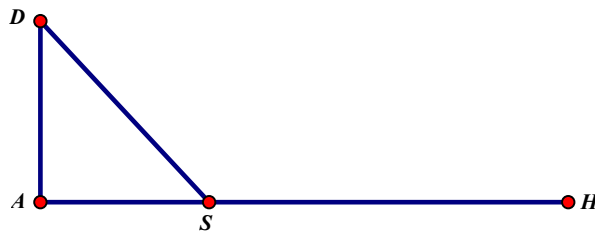


Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với $t \geq 0$ (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian nào thì vận tốc của vật tăng? Giả sử đó là khoảng $(a; b)$. Tính $a + b$?

Câu 4: Ông An dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-50; 50]$ để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận.

Câu 6: Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hoà Bình trên đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA = 15km$ và khoảng cách $AH = 40km$. Để lắp đặt đường dây điện đặt dưới nước có chi phí $6000USD / 1km$, dây điện đặt dưới đất có chi phí $3000USD / 1km$.



Hỏi điểm S cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f'(x) > 0 \forall x \in (2;5)$. Trong các khẳng định sau; khẳng định nào đúng?

- A.** Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R} .
- B.** Hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- C.** Hàm số luôn đồng biến trên $(3;4)$.
- D.** Hàm số luôn đồng biến trên $(2;6)$.

Lời giải

Do hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên hàm số liên tục trên $(2;5)$, mà $f'(x) > 0 \forall x \in (2;5) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(2;5) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(3;4) \subset (2;5)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ và đồng biến trên $(1;2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Giá trị lớn nhất của hàm số là $f(2)$.
- B.** Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $[1;2]$.
- C.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$ tại $x = 1$.
- D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất nhưng không có giá trị lớn nhất trên $[1;2]$.

Lời giải

Hàm số liên tục trên $[1;2]$ và đồng biến trên $(1;2)$ nên $\min_{[1;2]} f(x) = f(1); \max_{[1;2]} f(x) = f(2)$.

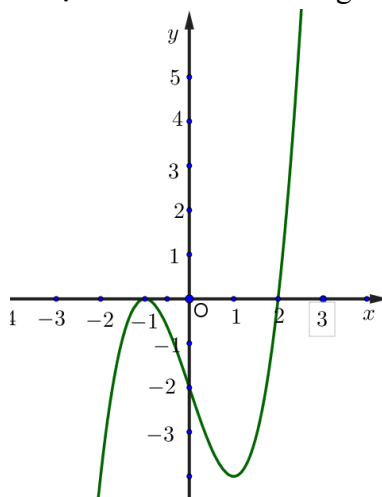
Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $y = 2$.
- B.** $y = x$.
- C.** $x = 2$.
- D.** $x = 3$.

Lời giải

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

Câu 4: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho sau?



- A.** $y = x^3 + 3x + 1$.
- B.** $y = \frac{x^2 - 1}{3x + 5}$.
- C.** $y = \log x$.
- D.** $y = x^3 - 3x - 2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy, đồ thị này là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$ và hàm số có 2 cực trị nên $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, do đó $y = x^3 - 3x - 2$ thỏa mãn.

Câu 5: Một chất điểm chuyển động với quỹ đạo theo thời gian t (đơn vị là giây) là $S(t) = t^3 - 3t^2 + 4t + 1$ (m). Hỏi trong thời gian từ lúc chuyển động đến 10 giây thì vận tốc tối đa của chất điểm đó là bao nhiêu? (đơn vị m/s)

- A. 300. B. 245. C. 234. **D. 244.**

Lời giải

Ta có $v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t + 4$.

Xét hàm số $v(t) = 3t^2 - 6t + 4$ trên $[0;10] \Rightarrow v'(t) = 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

$$\left. \begin{array}{l} v(0) = 4 \\ v(2) = 4 \\ v(10) = 244 \end{array} \right\} \Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 244.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 2}{x - 1}$. Gọi d là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì d đi qua điểm nào trong các điểm sau

- A. $M(1;1)$. B. $N(2;-3)$. **C. $P(-1;-4)$.** D. $Q(5;1)$.

Lời giải

$y = \frac{x^2 - 4x - 2}{x - 1} \Rightarrow$ phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 3$.

Vì $-4 = -1 - 3$ nên đường tiệm cận xiên đi qua điểm $P(-1;-4)$.

Câu 7: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	$+\infty$

- A.** $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. **B.** $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. **C.** $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$. **D.** $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

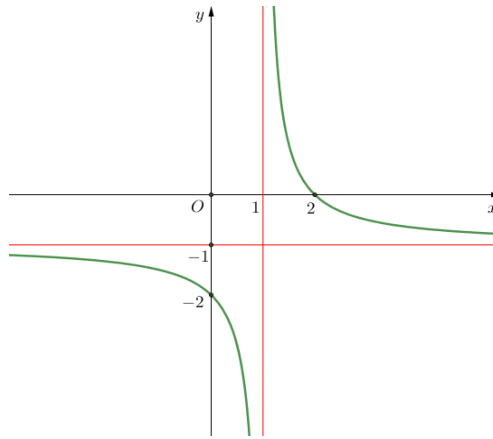
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$. Suy ra loại B và **D**.

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ nên loại **C**.

Vậy bảng biến thiên đề bài cho là của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

Câu 8: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới là



- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $y=1$. D. $y=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y=-1$

Câu 9: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 2$. B. $y = x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

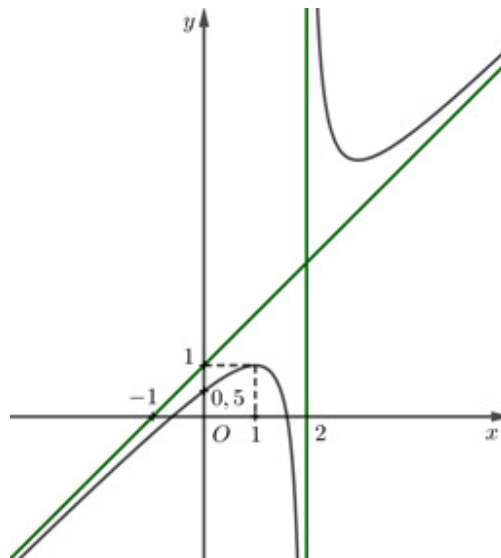
Ta có: $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1} = x - 2 + \frac{4}{x + 1}$

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x + 1} = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x + 1} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là $y = x - 2$

Câu 10: Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào



- A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$. B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$. C. $y = \frac{x - 1}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

Lời giải

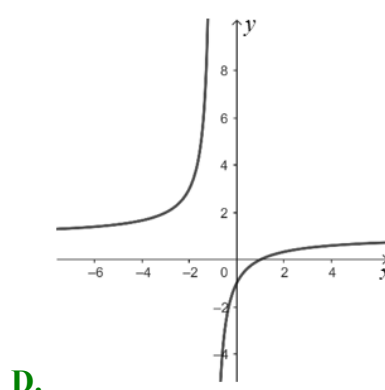
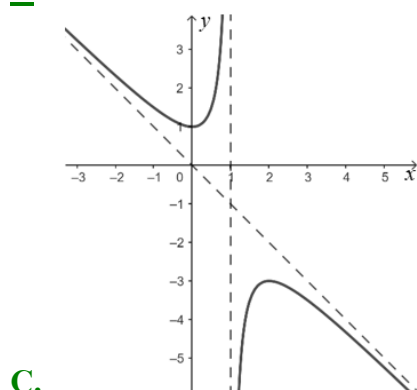
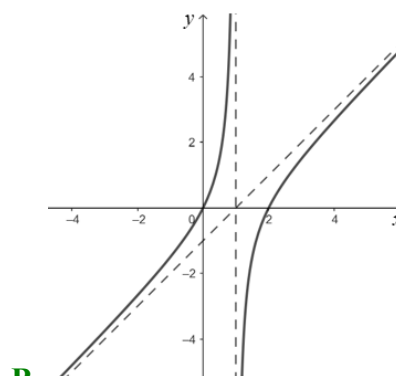
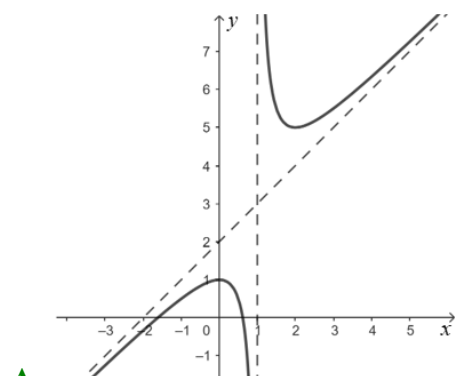
Loại đáp án C vì không phải dạng đồ thị của hàm số.

Loại đáp án A vì đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$

Loại đáp án D vì đồ thị đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = \frac{1}{2}$.

Đáp án đúng là. **B.**

Câu 11: Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$



Lời giải

Ta có: $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \frac{1}{x - 1}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

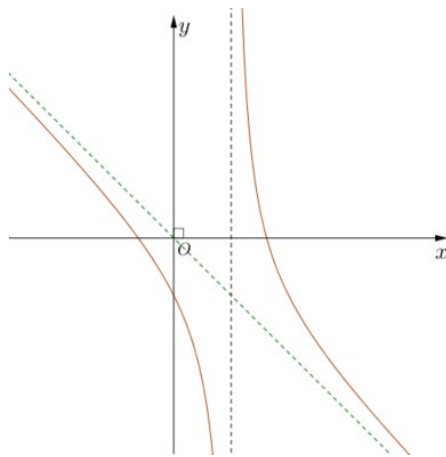
Khi đó, $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x + 2$

Vậy chọn đáp án A

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a > 0, d \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ. Trong các số b, c, d, e có tất cả bao nhiêu số âm?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

+ Gọi k là hệ số góc đường tiệm cận xiên của $(C) \Rightarrow k < 0$

Ta lại có $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex} = \frac{a}{d} \Rightarrow \frac{a}{d} < 0 \Rightarrow d < 0$

+ Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = \frac{-e}{d} > 0 \Leftrightarrow \frac{e}{d} < 0 \Leftrightarrow e > 0$

+ Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Oy tại điểm có tọa độ $\left(0; \frac{c}{e}\right)$ với $\frac{c}{e} < 0 \Rightarrow c < 0$

+ Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 > 0$.

Do đó phương trình $\frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 > 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0$$

Vậy trong các số b, c, d, e có tất cả 3 số âm

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = -\infty$$

⇒ Tiệm cận đứng của (C) là đường thẳng $x = 2$.

b) Đúng.

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} \Rightarrow TCX : y = x - \frac{-2 + 1}{1^2} \Rightarrow TCX : y = x + 1$$

⇒ Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x + 1$.

c) Sai.

+) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$+) y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	↗ ↘		↘ ↗			

Từ BBT của hàm số ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

d) Sai.

+) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$+) y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	↗ ↘		↘ ↗			

Từ BBT của hàm số ta suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-		+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.
- b) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận đứng.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

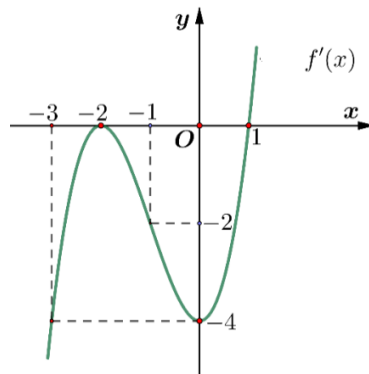
a) Sai, hàm số không xác định tại $x = -1$.

b) Đúng, khi $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty \end{cases}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

c) Sai, hàm số có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

d) Sai, khi $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $f(-2)$.
- d) Đồ thị của hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------------	---------------	---------------	---------------

a) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Mà $(-\infty; -2) \not\subset (1; +\infty)$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty; -2)$.

b) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

c) Sai.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 1]$ như sau:

x	-3	-2	1
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$f(-3)$		$f(1)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, trên đoạn $[-3; 1]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $f(-3)$.

d) Sai. Vì:

Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Suy ra $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow g(x) = \frac{x+2}{f'(x)} = \frac{x+2}{(x+2)^2(x-1)} = \frac{1}{(x+2)(x-1)}$.

Xét hàm số: $g(x) = \frac{1}{(x+2)(x-1)}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = 0$.

Suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Đồng thời đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Ta lại có:

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x+2)(x-1)} = -\infty$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận đứng là $x = -2; x = 1$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 4: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây } (t \geq 0)$$

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

- a) Số lượng vi khuẩn sau khi nuôi cấy 1 phút là 1010 con.
- b) Lượng vi khuẩn đạt được tối đa tại thời điểm $t = 10$ giây.
- c) Trong khoảng thời gian 10 giây đầu kể từ lúc bắt đầu nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên.
- d) Sau 10 giây đầu kể từ khi bắt đầu nuôi cấy, số lượng vi khuẩn giảm dần nhưng không bao giờ thấp hơn 1000 con.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

Từ công thức số lượng vi khuẩn theo thời gian, ta có: Sau khi nuôi cấy 1 phút = 60 giây, số

lượng vi khuẩn là $N(60) = 1000 + \frac{100 \cdot 60}{100 + 60^2} \approx 1002$ con

b) Đúng.

Xét hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$

Ta có: $N'(t) = \frac{100 \cdot (100 + t^2) - 100t \cdot 2t}{(100 + t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100 - t^2)}{(100 + t^2)^2}$ và $N'(t) = 0$ khi $t = 10$.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \right) = 1000$$

Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ là:

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$	1000	1005	1000

Lượng vi khuẩn đạt được tối đa tại thời điểm $t = 10$ giây

c) Đúng.

Xét hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$

Ta có: $N'(t) = \frac{100 \cdot (100 + t^2) - 100t \cdot 2t}{(100 + t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100 - t^2)}{(100 + t^2)^2}$ và $N'(t) = 0$ khi $t = 10$.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \right) = 1000$$

Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ là:

t	0	10	$+\infty$		
$N'(t)$		+	0	-	
$N(t)$	1000		1005		1000

Trong khoảng thời gian 10 giây đầu thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên.

d) Đúng.

Xét hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[10; +\infty)$

Ta có: $N'(t) = \frac{100 \cdot (100 + t^2) - 100t \cdot 2t}{(100 + t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100 - t^2)}{(100 + t^2)^2}$ và $N'(t) = 0$ khi $t = 10$.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \right) = 1000$$

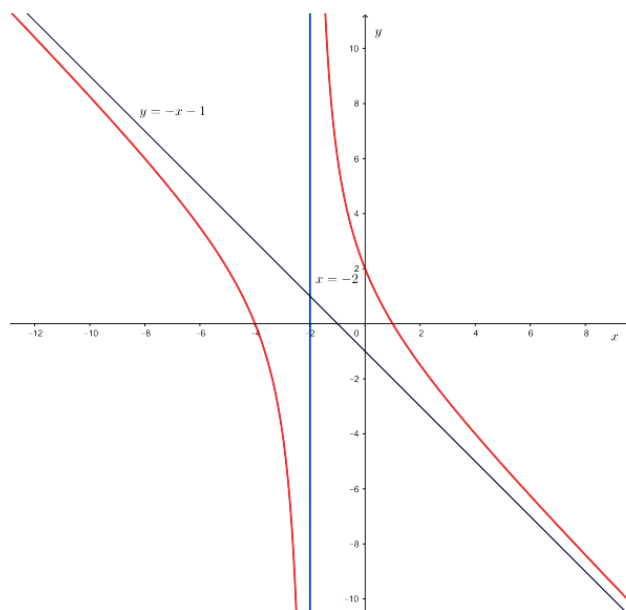
Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm $N(t)$ trên nửa khoảng $[10; +\infty)$ là:

t	10	$+\infty$	
$N'(t)$	0	-	
$N(t)$	1005		1000

Sau 10 giây đầu kể từ khi bắt đầu nuôi cấy, số lượng vi khuẩn giảm dần nhưng không bao giờ thấp hơn 1000 con.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$. Khi đó giá trị của $\frac{a}{n}$ là:



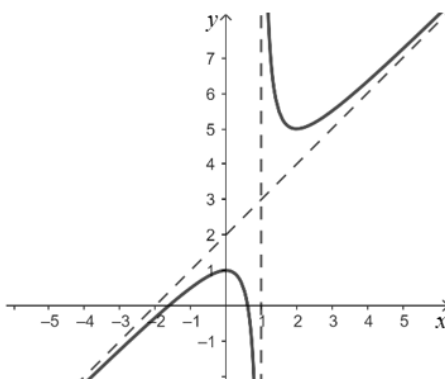
Lời giải

Trả lời: -0,5

Ta có tiệm cận xiên là $y = -x - 1 \Rightarrow \frac{a}{m} = -1$; tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow -\frac{n}{m} = -2$

Suy ra $\frac{a}{n} = -\frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a > 0, m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số b, c, m, n có tất cả bao nhiêu số dương?



Lời giải

Trả lời: 3

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \quad (a > 0, m \neq 0); D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-n}{m} \right\}$$

$$\text{Tiệm cận đứng } x = \frac{-n}{m} = 1 \Leftrightarrow n = -m \quad (1)$$

Tiệm cận xiên $y = x + 2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} - (x + 2) \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(a - m)x^2 + (b - 2m - n)x + c - 2n}{mx + n} \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - m = 0 \\ b - 2m - n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m \\ b = 2m + n \end{cases} & \quad (2) \end{aligned}$$

Do $a > 0$ nên $m > 0$ và $n < 0$

Kết hợp và suy ra $b = m > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $y_0 = \frac{c}{n} > 0 \Rightarrow c < 0$

Vậy có 3 số dương

Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với $t \geq 0$ (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời

gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian nào thì vận tốc của vật tăng? Giả sử đó là khoảng $(a;b)$. Tính $a+b$?

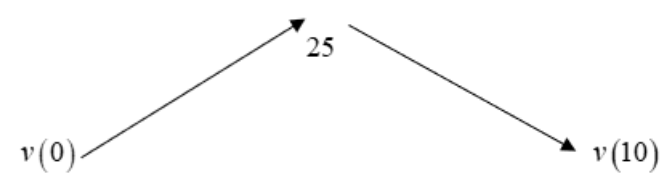
Lời giải

Trả lời: 4

Ta có $v = S' = -t^2 + 8t + 9, t \in (0;10)$

$v' = -2t + 8$. Xét $v' = 0 \Rightarrow t = 4 \in (0;10)$

Bảng biến thiên:

t	0	4	10
v'	+	0	-
v			

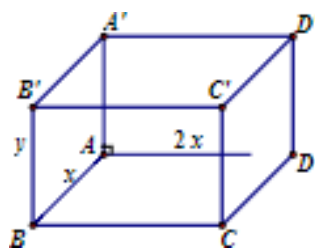
Từ bảng biến thiên ta có trong khoảng thời gian $(0;4)$ thì vận tốc của vật tăng

Vậy $a+b=4$

Câu 4: Ông An dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,01



Gọi x và y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá.

Ta có: Thể tích của bể cá là $V = 2x^2y$.

Theo đề bài ta có

$$2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow y = \frac{5 - 2x^2}{6x}$$

$$\Rightarrow V = \frac{5x - 2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5 - 6x^2}{3}$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$	
V'		+	0	-
V	0	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$		0

Vậy thể tích lớn nhất của bể cá là $\frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 m^3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-50; 50]$ để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận.

Lời giải

Trả lời: 50

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \neq 3 \\ x > m \end{cases}$.

Nhận thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = 0$. Nên đồ thị luôn có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$ và không có tiệm cận xiên.

Vậy đồ thị có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi nó có đúng 1 đường tiệm cận đứng.

+) Với $m < -1$ thì ĐKXĐ: $\begin{cases} x \neq 3 \\ x > m \end{cases}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow m^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow m^+} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = -\infty$

Nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng. Do đó: $m < -1$ không thỏa mãn.

+) Với $m = -1$ thì ĐKXĐ: $\begin{cases} x \neq 3 \\ x > -1 \end{cases}$.

Ta có: $f(x) = \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{3-x}$.

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+1}}{3-x} = -\infty$.

Nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng. Do đó: $m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Với $-1 < m < 3$ thì ĐKXĐ: $\begin{cases} x \neq 3 \\ x > m \end{cases}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow m^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow m^+} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = -\infty$

Nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng. Do đó: $-1 < m < 3$ không thoả mãn.

+) Với $m \geq 3$ thì ĐKXD: $x > m$.

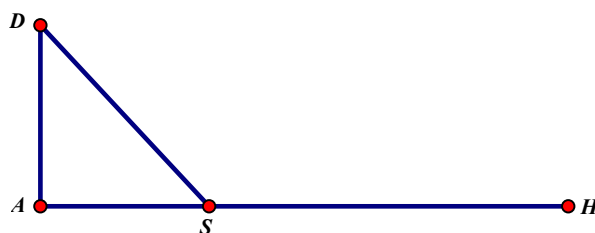
Khi đó $\lim_{x \rightarrow m^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow m^+} \frac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}} = -\infty$.

Nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng. Do đó: $m \geq 3$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp điều kiện $m \in [-50; 50]$ ta có: $\begin{cases} m = -1 \\ 3 \leq m \leq 50 \end{cases}$ nên có tất cả 49 giá trị nguyên của

$m \in [-50; 50]$ thoả mãn bài toán.

Câu 6: Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hoà Bình trên đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA = 15km$ và khoảng cách $AH = 40km$. Để lắp đặt đường dây điện đặt dưới nước có chi phí $6000USD / 1km$, dây điện đặt dưới đất có chi phí $3000USD / 1km$.



Hỏi điểm S cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 8,66

Đặt $SA = x(km)$, với $0 \leq x \leq 40$

Khi đó ta có : $DS = \sqrt{DA^2 + AS^2} = \sqrt{225 + x^2} (km)$

Và $SH = AH - AS = 40 - x (km)$.

Tổng chi phí lắp đặt đường điện HSD là $T = 6000 \cdot \sqrt{225 + x^2} + 3000 \cdot (40 - x) (USD)$.

Xét hàm số $f(x) = 6\sqrt{225 + x^2} + 3(40 - x)$ với $0 \leq x \leq 40$.

Có $f'(x) = \frac{6x}{\sqrt{225 + x^2}} - 3$.

Xét: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{6x}{\sqrt{225 + x^2}} - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 = 225 + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{3} \in [0; 40]$.

Ta có : $f(0) = 210$,

$$f(5\sqrt{3}) = 60\sqrt{3} + 120 - 15\sqrt{3} = 120 + 45\sqrt{3}$$

$$f(40) = 30\sqrt{73}$$

Suy ra: $\min_{[0;40]} f(x) = f(5\sqrt{3})$.

Do đó: chi phí ít nhất khi xây dựng đường điện *HSD* là $120000 + 45000\sqrt{3} \approx 197942 \text{ USD}$.

Đạt được khi $x = 5\sqrt{3} \text{ (km)} \approx 8,66 \text{ (km)}$

----- HẾT -----