


Tiếp cận tư duy  
**TOÁN THỰC TẾ**  
Chinh phục **8-10 điểm** đề thi thật



 10đ Toán

HAY

LÀ

 29,75 Khối B

KHÓ

# PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG TÀI LIỆU HIỆU QUẢ

Tư duy mô hình hóa toán học và vận dụng vào các bài toán thực tiễn là những điều mới trong đề thi **TNTHPTQG 2025** (*kì thi đầu tiên chương trình mới*). Vì vậy theo cấu trúc của **BGD&ĐT** phần này ở phần 3 và có thể chiếm đến ít nhất là 1,5 điểm trong bài thi, không dừng lại ở đó để phân hóa học sinh, người ta vẫn có thể sử dụng phần này. Vì vậy đối với các bạn muốn mục tiêu 8+ và 9+ thì đây là phần không thể bỏ qua.

Như vậy đâu là cách để chuẩn bị tốt nhất ở phần này và học được hiệu quả nhất? Đây là ý kiến riêng của tôi dựa trên kinh nghiệm ôn luyện và dạy học:

- **Tư duy 1:** các bạn nên có thái độ rằng các bạn sẽ gặp câu hỏi lạ, không trùng lại dạng đã học, vì toán mô hình có quá nhiều cách cho và quá nhiều cách sáng tác đề. Vì thế quán triệt suy nghĩ, tư duy học tử, học dạng.
- **Tư duy 2:** dựa trên tư duy 1, chứng tỏ chuyên đề này không thể học tử, thì tiếp theo đây, chuyên đề này càng không thể học vẹt. Nếu bạn chỉ học chuyên đề này với tâm thế là, học để biết lời giải, và dừng lại ở đó thôi, thì bạn sẽ như đi vào một mê cung không lối thoát, có học 1000 câu, 1 vạn câu, thì cũng rất khó có thể lên trình và càng sợ dạng này.
- **Tư duy 3:** nên xây dựng một tư duy, phản xạ tốt khi đọc vào những câu hỏi này, thay vì bạn cứ ngồi nghĩ, hoặc đọc để một cách vô thức, thì bạn nên tập cho mình phản xạ, những câu hỏi như: ta sẽ tiếp cận thế nào, từ đâu, đọc để ra làm sao để nắm được các hiện tượng mà đề mô tả,... Những điều này, tôi sẽ hướng dẫn cho bạn ở phần sau, tuy nhiên bạn vẫn nên có tư duy này để tự xây dựng cho bản thân một cách học bền vững

Sau cùng, kết hợp 3 tư duy, ta cần có cái nhìn như sau: không học tử, không học vẹt, và khi học đặt tâm trí mình vào tư duy bài toán, hãy nghĩ rằng học bài này, là để thu thập kinh nghiệm và tư duy rồi ta sẽ giải bài tập khác, quan trọng là có giải được câu lạ hay không, để còn đi thi đề Bộ, đề ĐGNL các trường ĐH. **Vậy nên để học tốt nhất, tôi hướng dẫn bạn cách tiếp cận như sau:**

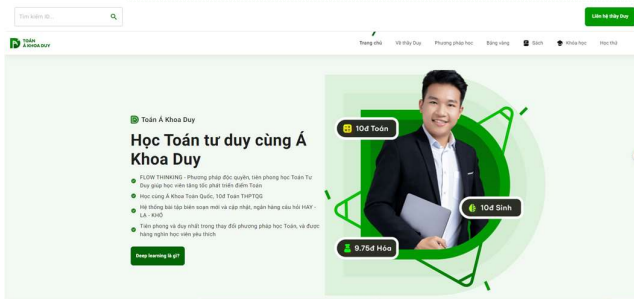
- Học được tư duy xây dựng mô hình giải Toán
- Đặt các câu hỏi tại sao, tại sao có điều này, tại sao tác giả nghĩ ra, dựa vào điều gì?
- Đừng vội đặt bút, hãy tập phản xạ rằng mình sẽ nghĩ cái gì, sẽ đặt bút đó, nhưng đặt như thế nào, tiến từng bước ra sao để giải ra. Giá trị của một bài toán mô hình là \$1000 thì phần tư duy, xây dựng mô hình tính toán phải là \$999, còn thực thi, tính toán, khảo sát chỉ \$1. Nếu bạn học quá vội hợt phần \$999, học cho có, cho biết giải, thì bạn chỉ nhận được giá trị rất ít của bài toán.
- Đề bài thường thể hiện tất cả, nhưng bạn có thể phân tích và suy luận được hay không thôi.

# MỤC LỤC VÀ CÁCH TRA CỨU ID

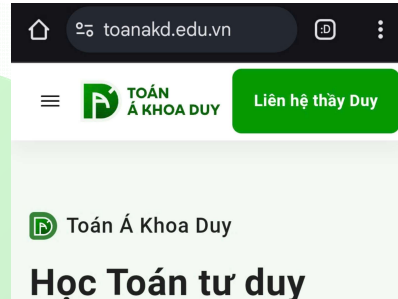
PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG TÀI LIỆU HIỆU QUẢ.....	1
MỤC LỤC VÀ CÁCH TRA CỨU ID.....	2
PHẦN 1 (CÓ VIDEO GIẢI TỪNG CÂU) .....	3
PHẦN 2 (LIVESTREAM 6 NGÀY LIÊN TỤC) .....	28
PHẦN 3 (TỰ LUYỆN CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT) .....	43

## CÁCH TRA CỨU ID:

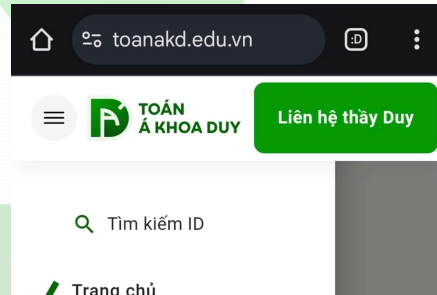
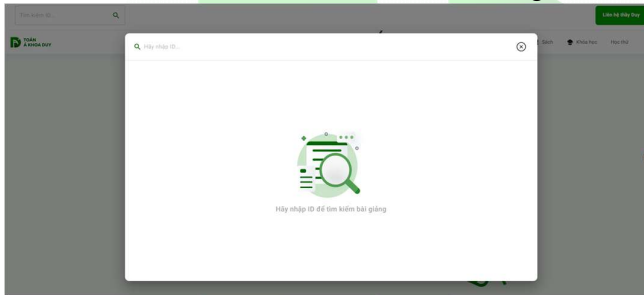
### Giao diện máy tính



### Giao diện điện thoại



### Bước 1: Vào trang web: toanakd.edu.vn



**Bước 2:** Trên máy tính chọn vào ô tìm kiếm ID ở góc trên trái màn hình

**Bước 2:** Trên điện thoại, chọn vào ba dấu gạch và chọn tìm kiếm ID

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

## PHẦN 1 (CÓ VIDEO GIẢI TỪNG CÂU)

**Sơ lược:** Phần này có video giải từng câu, các bạn search ID là ra video, cách search có hướng dẫn ở phần mục lục.

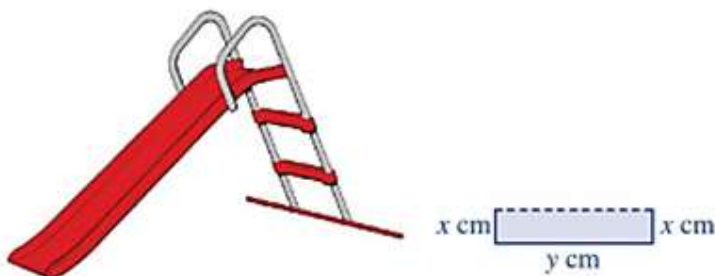
**Mục tiêu học tập:** Khi học phần này, các bạn hãy cố gắng tập dần thói quen ghi chép lại tư duy mình học được qua từng bài toán, cái quan trọng nhất là mình tự trình bài lại theo cách hiểu của mình, mình sẽ mau giỏi. Phần này, ở các video của anh đều dạy các bạn 2 phần:

- Một là, tư duy gì, phân tích gì ở đề bài để có thể làm được bài này (\$999)
- Hai là, đặt bút thực hiện tư duy đó (\$1)

Nên đọc thêm phần phương pháp học tập hiệu quả ở đầu tài liệu để hiểu hơn về tư duy học chuyên đề này.



**Câu 1: [SK124101]** Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 90 cm, mặt cắt được mô tả ở như hình bên. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em. Giá trị của  $x$  để cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em là bao nhiêu cm?



**Lời giải**

**Trả lời:** 22,5

Do tấm kim loại có bề rộng 90 cm nên ta có:  $2x + y = 90 \Leftrightarrow y = 90 - 2x$ .

Để có thể thiết kế được máng trượt thì  $y > 0 \Leftrightarrow 90 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 45$ . Suy ra  $0 < x < 45$ .

Diện tích của mặt cắt máng trượt là:  $S = xy = x(90 - 2x) = -2x^2 + 90x$ .

Ta có:  $S(x) = -2x^2 + 90x$  với  $x \in (0; 45)$ ;  $S'(x) = -4x + 90$ .

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 22,5$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $S(x)$  như sau:

$x$	0	22,5	45	
$S'(x)$		+	0	-
$S(x)$	0		1012,5	
				0

Do đó, hàm số  $S(x)$  đạt cực đại tại  $x = 22,5$  và  $S_{CD} = 1012,5$ .

Vậy để cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em thì  $x = 22,5$  (cm).

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Câu 3: [SK124103]** Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông với vận tốc không đổi được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc. Khi vận tốc  $v = 10$  (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng trên 1 giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên  $1\text{km}$  đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên, đơn vị km/h).

**Lời giải**

**Trả lời:** 20

Gọi  $x$  (km/giờ) là vận tốc của tàu ( $x > 0$ ).

Thời gian tàu chạy quãng đường  $1\text{km}$  là  $\frac{1}{x}$  (giờ).

+) Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là  $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$  (nghìn đồng).

+) Chi phí cho phần thứ hai là  $p = kx^3$  (nghìn đồng).

Vì khi  $x = 10$  thì  $p = 30$  nên  $k = 0,03$ .

Suy ra  $p = 0,03x^3$  (nghìn đồng/giờ).

Do đó chi phí phần 2 để chạy  $1\text{km}$  là  $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$  (nghìn đồng).

Vậy tổng chi phí là  $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$ .

$$f'(x) = -\frac{480}{x^2} + 0,06x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{480}{x^2} + 0,06x = 0 \Leftrightarrow x = 20.$$

Bảng biến thiên

$x$	0	20	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	36	$+\infty$

Vậy khi vận tốc của tàu là 20 (km/giờ) thì tổng chi phí nguyên liệu trên  $1\text{km}$  đường sông là nhỏ nhất.

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

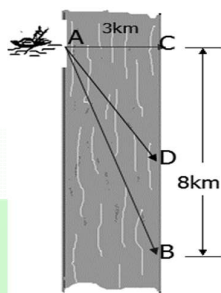
.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

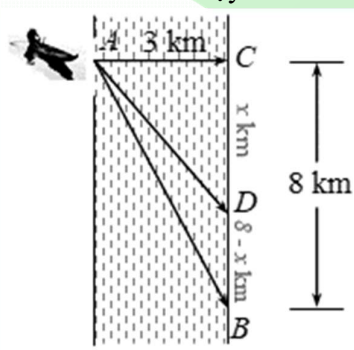
**Câu 4: [SK124104]** Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí  $A$  tới điểm  $B$  về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến  $C$  và sau đó chạy đến  $B$ , hay có thể chèo thuyền trực tiếp đến  $B$ , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm  $D$  giữa  $C$  và  $B$  và sau đó chạy đến  $B$ . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường  $BC = 8$  km. Biết vận tốc của dòng nước là không đáng kể. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến  $B$  (đáp án làm tròn hai chữ số ở phần thập phân).



**Lời giải**

**Trả lời:** 1,33

Anh chèo thuyền của mình để đến  $D$  và sau đó chạy đến  $B$ .



Gọi  $x$  (km) là độ dài quãng đường  $CD$ ;  $8 - x$  (km) là độ dài quãng đường  $DB$ .

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường  $AD = \sqrt{x^2 + 9}$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6}$  (giờ).

Thời gian chạy trên quãng đường  $DB$  là:  $\frac{8 - x}{8}$  (giờ).

Tổng thời gian di chuyển từ  $A$  đến  $B$  là  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$ .

Xét hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$  trên đoạn  $[0; 8]$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3\sqrt{x^2 + 9} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$ .

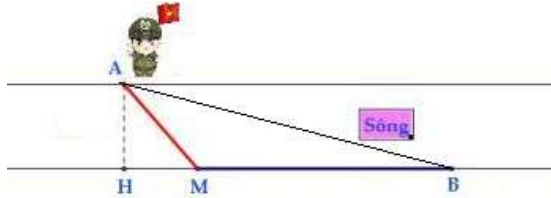
Bảng biến thiên





"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 5: [SK124105]** Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, vận tốc của dòng nước là không đáng kể, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m. (đáp án làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)



### Lời giải

**Trả lời:** 106,07

Ta có hình vẽ minh họa trên với các thông số:

$$AH = 100m, AB = 1km = 1000m \Rightarrow HB = 300\sqrt{11}m$$

Giả sử chiến sĩ bơi từ A đến M sau đó chạy bộ từ M đến B.

$$\text{Đặt } HM = x (x \in [0; 300\sqrt{11}]) \Rightarrow AM = \sqrt{10000 + x^2}, MB = 300\sqrt{11} - x$$

Giả sử vận tốc bơi là 1 thì vận tốc chạy là 3 ta có thời gian phải di chuyển là:

$$t = \sqrt{10000 + x^2} + \frac{300\sqrt{11} - x}{3}$$

$$\text{Từ đó ta có: } t' = \frac{x}{\sqrt{10000 + x^2}} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x = 25\sqrt{2}.$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 100 + 100\sqrt{11}; \quad x = 25\sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{200}{3}\sqrt{2} + 100\sqrt{11}; \quad x = 300\sqrt{11} \Rightarrow t = 1000$$

Vậy thời gian ngắn nhất khi  $x = 25\sqrt{2} \Rightarrow AM = 75\sqrt{2}(m)$ .

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 6: [SK124106]** Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích  $200 m^2$  để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m, hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu mét để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



### Lời giải

**Trả lời:** 10

Gọi  $x(m)$  là chiều rộng của khu đất hình chữ nhật cần rào.

Theo đề bài, ta có  $0 < x \leq 15$ .

Diện tích khu đất này là  $200(m^2)$  nên chiều dài của khu đất là  $\frac{200}{x}(m)$ .

Tổng chiều dài lưới thép rào quanh khu đất là  $L(x) = 2x + \frac{200}{x}(m)$ .

Xét hàm số:  $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$ , với  $x \in (0; 15]$ .

Ta có:  $L'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$ ;

$L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$  (do  $x > 0$ ).

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} L(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 2x + \frac{200}{x} \right) = +\infty$ ;

$L(10) = 40; L(15) = \frac{130}{3}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	0	10	15
$L'(x)$	-	0	+
$L(x)$	$+\infty$	40	$\frac{130}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên, chiều dài lưới thép ngắn nhất là  $40m$  khi chiều rộng khu đất này là  $x = 10(m)$  (và chiều dài là  $\frac{200}{10} = 20(m)$ ).

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**  
(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)



**Câu 7: [SK124107]** Một người nông dân có 15000000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào (đơn vị:  $m^2$ ).



### Lời giải

**Trả lời:** 6250

Gọi độ dài của hàng rào song sông với bờ sông là  $x(m)$  với  $x > 0$

Gọi độ dài của mỗi hàng rào trong ba hàng rào song song nhau là  $y(m)$  với  $y > 0$

Diện tích đất mà bác nông dân rào được là:  $xy(m^2)$

Tổng chi phí là 15.000.000 đồng nên ta có phương trình:

$$x60000 + 3y50000 = 15000000 \Rightarrow 6x + 15y = 1500$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:

$$6x + 15y \geq 2\sqrt{6x \cdot 5y} \Rightarrow 1500 \geq 2\sqrt{90xy} \Rightarrow xy \leq 6250$$

Vậy diện tích lớn nhất mà bác nông dân có thể tạo rào là  $6250(m^2)$

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

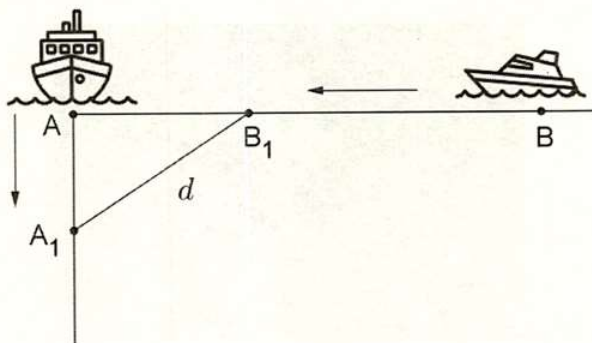
.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 8: [SK124108]** Hai con tàu  $A$  và  $B$  đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu  $A$  chạy về hướng Nam với 6 hải lí/giờ, còn tàu  $B$  chạy về vị trí hiện tại của tàu  $A$  với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất? (đáp án làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)



### Lời giải

**Trả lời:** 0,41

Tại thời điểm  $t$ , sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là  $d$ . Khi đó tàu  $A$  đang ở vị trí  $A_1$  và tàu  $B$  đang ở vị trí  $B_1$  như hình vẽ trên.

$$\text{Ta có } d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2.$$

$$\text{Quãng đường tàu } B \text{ đi được là } BB_1 = v_B \cdot t = 7t.$$

$$\text{Quãng đường tàu } A \text{ đi được là } AA_1 = v_A \cdot t = 6t.$$

$$\text{Vậy } d = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25} \text{ (với } t > 0).$$

Bài toán trở thành tìm  $\min_{t \in (0;5)} f(t)$ .

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{170t - 70}{2\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{17} \text{ (h).}$$

Lập bảng biến thiên

$t$	0	$\frac{7}{17}$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$		$\frac{6\sqrt{85}}{17}$	

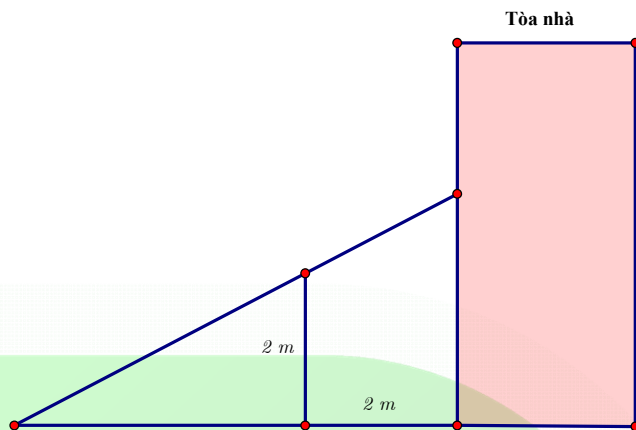
Từ bảng biến thiên, ta có  $\min_{x \in (0; \frac{\pi}{2})} f(t) = f\left(\frac{7}{17}\right) = \frac{6\sqrt{85}}{17} \approx 3,524$  (hải lí).





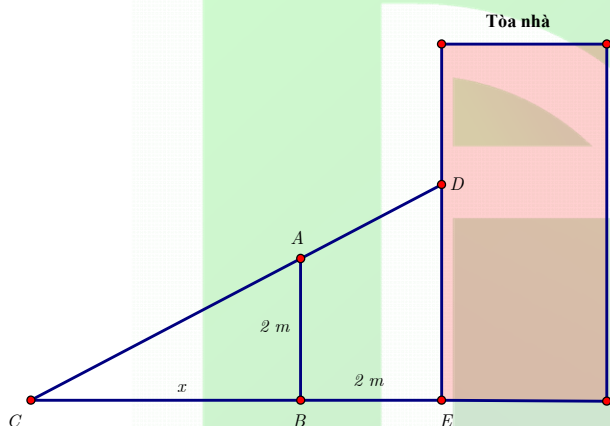
"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 9: [SK124109]** Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)



Lời giải

Trả lời: 5,66



Đặt  $BC = x (x > 0)$ . Ta cần tìm  $x$  để độ dài  $CD$  đạt GTNN.

$$\text{Ta có } \frac{BC}{CE} = \frac{x}{x+2} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = AC \frac{x+2}{x} = \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{x+2}{x}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{8}{x^2\sqrt{x^2+4}}. f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

BBT

$x$	0	2	3
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$4\sqrt{2}$	$+\infty$

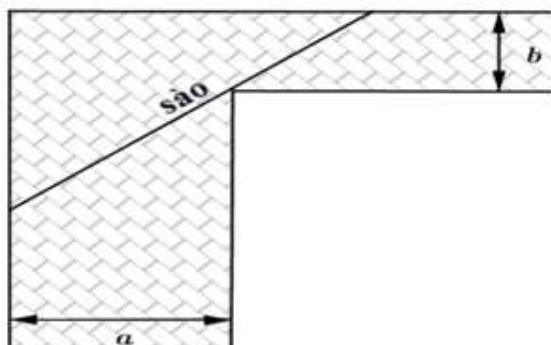
**Em hãy trình bày lại vấn tắt em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

*(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)*



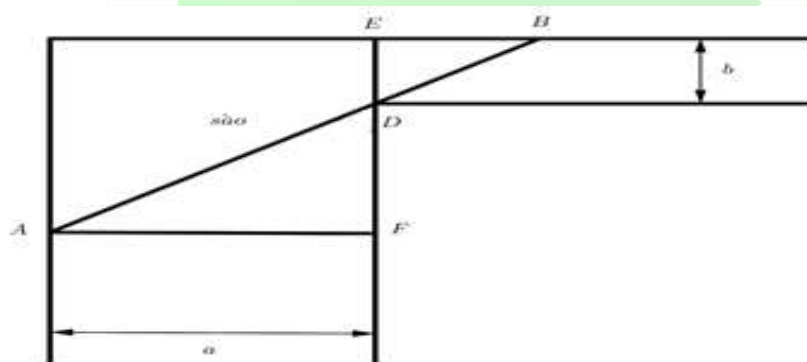
"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 10: [SK124110]** Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết  $a = 24$  và  $b = 3$ , hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu? (kết quả làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)



**Lời giải**

**Trả lời:** 33,54



Đặt các điểm như hình vẽ.

Đặt  $DF = x$ ,  $x > 0$ , ta có  $\triangle ADF$  đồng dạng với  $\triangle BED$  nên  $\frac{EB}{ED} = \frac{AF}{DF} \Rightarrow EB = \frac{ab}{x}$ .

Gọi  $l$  là chiều dài của que sào, ta có  $l^2 = AB^2 = (x+b)^2 + \left(a + \frac{ab}{x}\right)^2 = f(x)$ .

$$f'(x) = 2(x+b) - 2\frac{ab}{x^2}\left(a + \frac{ab}{x}\right) = 2(x+b)\left(1 - \frac{a^2b}{x^3}\right); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a^2b} = 12.$$

Xét bảng sau:

$x$	0	12	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		↘ 1125 ↗	

Vậy giá trị nhỏ nhất của que sào là  $l = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}$ .





"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 11: [SK124111]** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

### Lời giải

**Trả lời:** 16

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là  $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$ .

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là:  $\frac{8000}{30x}$ .

Tổng chi phí để sản xuất là:  $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$

Ta có:  $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16(L) \end{cases}$

$x$	0	16	$+\infty$	
$P'(x)$		-	0	+
$P(x)$			6400	

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

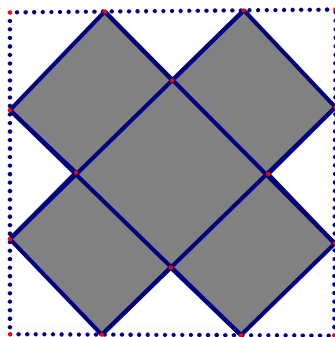
.....

.....

.....

.....

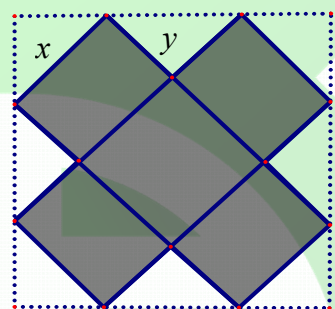
**Câu 12: [SK124112]** Từ hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Tính thể tích lớn nhất của khối hộp (kết quả làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)



**Lời giải**

**Trả lời:** 11,31

Đặt kích thước các cạnh như hình vẽ



Ta có  $\frac{x}{\sqrt{2}} + y\sqrt{2} + \frac{x}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow x + y = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow y = 3\sqrt{2} - x$  với  $0 < x < 3\sqrt{2}$ .

Thể tích của khối hộp tạo thành là  $V = x^2 y = x^2 (3\sqrt{2} - x)$ .

Ta có  $V' = 3x(2\sqrt{2} - x) = 0 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ .

Ta có bảng biến thiên

$x$	0	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	
$V'$		-	0	+
$V$			$8\sqrt{2}$	

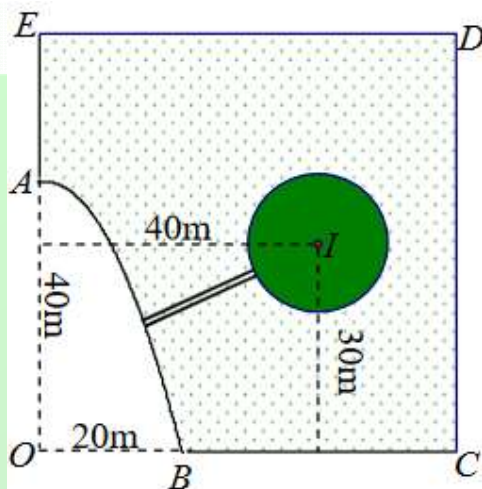
Vậy:  $\max V = 8\sqrt{2}$  khi  $x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ .



**Câu 13: [SK124113]** Một cái ao hình  $ABCDE$  (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10m. Người ta muốn bắc một cầu từ bờ  $AB$  của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu  $l$  của cây cầu biết

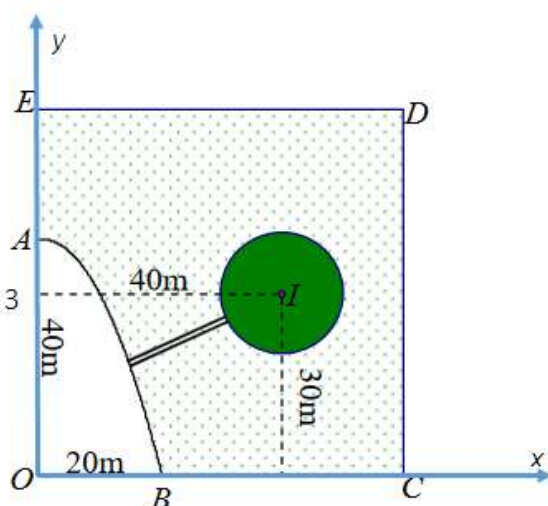
- Hai bờ  $AE$  và  $BC$  nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm  $O$  ;
- Bờ  $AB$  là một phần của một parabol có đỉnh là điểm  $A$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $OA$  ;
- Độ dài đoạn  $OA$  và  $OB$  lần lượt là 40m và 20m ;
- Tâm  $I$  của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng  $AE$  và  $BC$  lần lượt 40m và 30m.

(đơn vị : mét, kết quả làm tròn một chữ số ở phần thập phân)



Lời giải

Trả lời: 17,7



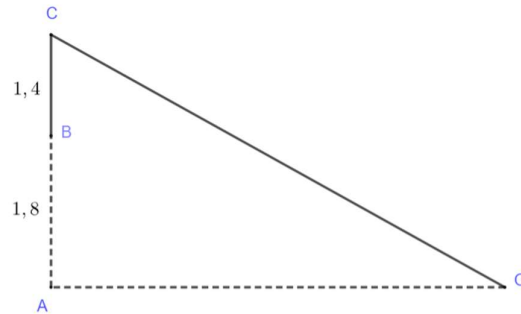
Gán trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$  cho đơn vị là 10m.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình (C):  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$  có tâm  $I(4;3)$





**Câu 14: [SK124114]** Một màn ảnh ở trung tâm thương mại có hình chữ nhật, cao  $1,4m$  và đặt ở độ cao  $1,8m$  so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình) (hình như hình vẽ dưới). Giả sử độ dài cạnh  $AO = x$  (cm), ( $x > 0$ ).



Để nhìn rõ nhất màn hình, thì người xem phải đứng cách màn hình bao nhiêu mét?

**Lời giải**

**Trả lời:** 2,4

Tam giác  $ABO$  vuông tại  $A$ . Theo định lý Pytago, ta có

$$BO^2 = AB^2 + AO^2 \Leftrightarrow BO^2 = 1,8^2 + x^2 \Leftrightarrow BO^2 = 3,24 + x^2 \Rightarrow BO = \sqrt{3,24 + x^2} \text{ (cm)}.$$

Ta sử dụng định lý cosin trong tam giác  $OBC$  ta có:

$$\cos \widehat{BOC} = \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2 \cdot OB \cdot OC} = \frac{(3,24 + x^2) + (10,24 + x^2) - 1,96}{2\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}} = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

Vì góc  $BOC$  là góc nhọn nên bài toán trở thành bài toán tìm  $x$  để

$$F(x) = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Đặt  $3,24 + x^2 = t$ , ( $t > 3,24$ ).

$$\text{Suy ra } F(t) = \frac{t + \frac{63}{25}}{\sqrt{t(t+7)}} = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}}.$$

Ta tìm  $t$  để  $F(t)$  nhận giá trị nhỏ nhất.

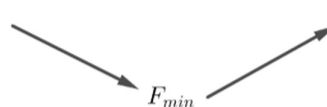
$$F'(t) = \left( \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}} \right)' = \frac{1}{25} \left[ \frac{25\sqrt{t(t+7)} - (25t + 63) \left( \frac{2t+7}{2\sqrt{t(t+7)}} \right)}{t(t+7)} \right]$$

$$= \frac{1}{25} \left[ \frac{50(t^2 + 7t) - (25t + 63)(2t + 7)}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right] = \frac{1}{25} \left[ \frac{49t - 441}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right].$$

$$F'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9.$$

Bảng biến thiên:

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

$t$	3, 24	9	$+\infty$
$F'(t)$	-	0	+
$F(t)$			

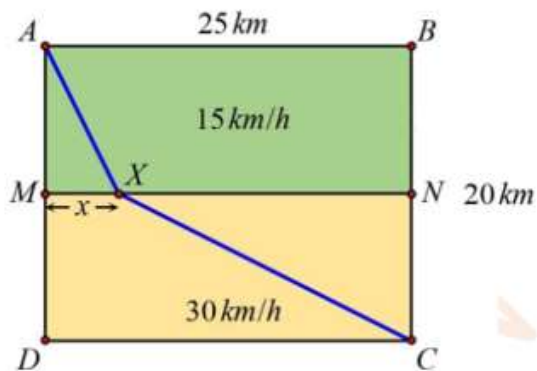
Thay  $3,24 + x^2 = 9$  ta có  $x^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow x = 2,4m$

Vậy để nhìn rõ nhất thì  $AO = 2,4m$ .

**Em hãy trình bày lại vấn đề em học được tư duy gì để tiếp cận được bài này?**

(Gợi ý cách trình bày theo **FLOW THINKING**: Hãy tự hỏi giải bài này có bao nhiêu giai đoạn, và làm sao để tiếp cận suy luận và nghĩ ra các giai đoạn đó?)

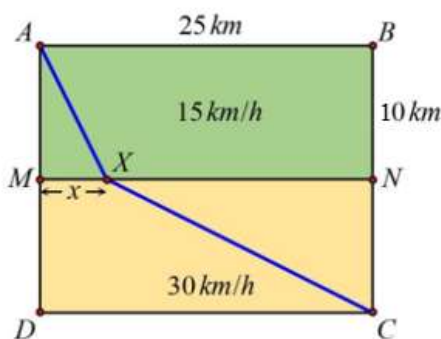
**Câu 15: [SK124115]** Một vùng đất hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 25 \text{ km}$ ,  $BC = 20 \text{ km}$  và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Một người cưỡi ngựa xuất phát từ  $A$  đến  $C$  bằng cách đi thẳng từ  $A$  đến một điểm  $X$  thuộc đoạn  $MN$  rồi lại đi thẳng từ  $X$  đến  $C$ . Vận tốc của ngựa đi trên phần  $ABNM$  là  $15 \text{ km/h}$ , vận tốc của ngựa đi trên phần  $MNCD$  là  $30 \text{ km/h}$ . Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ  $A$  đến  $C$  là bao nhiêu giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)



### Lời giải

**Trả lời:** 1,49

Gọi  $MX = x \text{ (km)}$  với  $0 \leq x \leq 25$



Quãng đường  $AX = \sqrt{x^2 + 100}$ .

Thời gian đi từ  $A$  đến  $X$  là  $\frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15}$ .

Quãng đường  $CX = \sqrt{(25-x)^2 + 100}$ .

Thời gian đi từ  $X$  đến  $C$  là  $\frac{\sqrt{(25-x)^2 + 100}}{30}$ .

Tổng thời gian đi là  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15} + \frac{\sqrt{(25-x)^2 + 100}}{30}$  với  $x \in [0; 25]$ .

$$f'(x) = \frac{x}{15\sqrt{x^2 + 100}} + \frac{x-25}{30\sqrt{x^2 - 50 + 725}}$$



## PHẦN 2 (LIVESTREAM 6 NGÀY LIÊN TỤC)

**Sơ lược:** Phần này các bạn theo dõi lịch LIVESTREAM của anh trên TIKTOK, Fanpage, Youtube để các bạn có thể học với anh 30 câu này trong 6 ngày liên tục.

**Mục tiêu học tập:** Khi học các bạn cố gắng ghi chép lại cách tư duy, cách suy luận theo phương pháp FLOW THINKING của anh, để các bạn có thể suy luận và tư duy giỏi hơn!

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 1:** [SK124201] Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 1 lít. Gọi  $r$  là bán kính đáy của hình trụ và  $h$  là chiều cao của hình trụ (kết quả được tính theo đơn vị centimet và làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Khi chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất thì  $r + h$  là bao nhiêu?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 2:** [SK124202] Một người dự định cắt một thanh inox  $8m$  sau đó hàn lại thành khung của một bể cá khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và không có nắp. Khi thể tích bể cá lớn nhất, chi phí để gắn kính bể cá là bao nhiêu nghìn đồng, biết rằng giá kính là 450000 đồng mỗi  $m^2$ .

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 3:** [SK124203] Một cửa hàng mua sách từ nhà xuất bản với giá 3\$/ cuốn. Cửa hàng bán sách giá 15\$/cuốn, tại giá bán này mỗi tháng cửa hàng sẽ bán được 200 cuốn. Cửa hàng có kế hoạch giảm giá để kích thích sức mua và họ ước tính rằng cứ giảm đi 1\$/cuốn thì mỗi tháng sẽ bán nhiều hơn 20 cuốn. Hỏi rằng cửa hàng nên bán sách với giá bao nhiêu đô một cuốn để thu được lợi nhuận một tháng là nhiều nhất?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 4:** [SK124204] Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết  $x$  sản phẩm đó ( $0 < x \leq 2000$ ), tổng số tiền doanh nghiệp thu được (đơn vị: chục nghìn đồng) là  $f(x) = 2000x - x^2$  và tổng chi phí (đơn vị: chục nghìn đồng) doanh nghiệp chi ra là  $g(x) = x^2 + 1440x + 50$ . Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là  $t$  (chục nghìn đồng) ( $0 < t < 300$ ). Tìm mức thuế phụ thu  $t$  (trên một đơn vị sản phẩm) sao cho nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó (đơn vị: nghìn đồng).

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 5:** [SK124205] Ông Bình dự định sử dụng hết  $8 m^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất xấp xỉ bằng bao nhiêu mét khối? (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

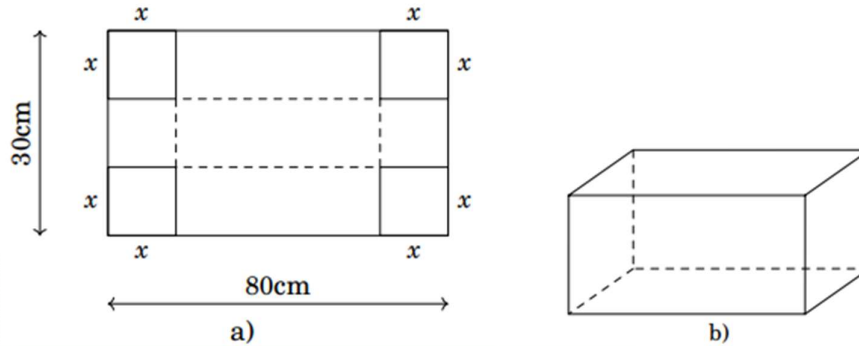
.....

.....



"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 6:** [SK124206] Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 80 cm (hình a) người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh  $x$  (cm) với  $5 \leq x \leq 10$  và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp (hình b). Tìm  $x$  để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

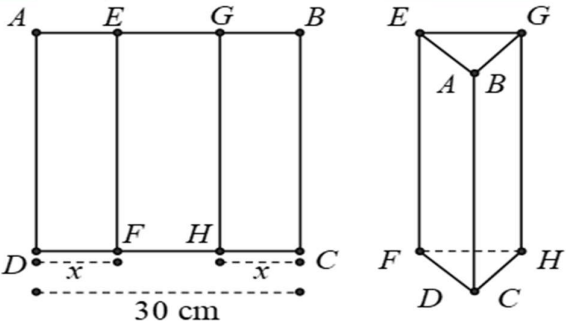
.....

.....

.....

.....

**Câu 7:** [SK124207] Một tấm kẽm hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 30 cm. Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh  $EF$  và  $GH$  cho đến khi  $AD$  và  $BC$  trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm thể tích lớn nhất của khối lăng trụ được tạo thành (làm tròn đến hàng phần đơn vị).



**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 8:** [SK124208] Một thùng ban đầu chứa 20 lít nước. Sau đó, cứ mỗi giây, người ta rót thêm 4 lít nước và cho vào thùng 30 gam clo để làm chất khử trùng. Nồng độ hiệu quả là 6g/l. Hỏi sau bao nhiêu giây thì pha được dung dịch đạt yêu cầu.

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 9:** [SK124209] Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Khi thời gian  $t$  đủ lớn, nồng độ muối trong bể không thể vượt quá ngưỡng  $a$  gam/lít. Giá trị của  $a$ .

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

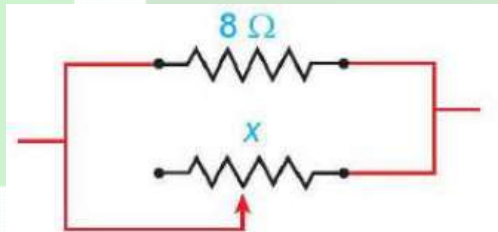
.....

.....

.....

.....

**Câu 10:** [SK124210] Trong Vật Lý khi mắc song song hai điện trở  $R_1$  và  $R_2$  thì điện trở tương đương  $R$  của mạch điện được tính theo công thức  $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$



Giả sử một điện trở  $8\Omega$  được mắc song song với một biến trở như hình vẽ. Biết rằng điện trở của biến trở có thể được điều chỉnh để thay đổi trong phạm vi từ  $5\Omega$  đến  $25\Omega$ . Hỏi điện trở tương đương của mạch điện có thể đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu  $\Omega$ ? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

.....  
.....

**Câu 11:** [SK124211] Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là  $100m^2$ . Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là  $1(kg/m^2)$  tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi  $(200g/m^2)$  tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vụ tới ông phải thả bao nhiêu  $kg$  tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 12:** [SK124212] Một cốc chứa 25ml dung dịch NaOH với nồng độ 100mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9mg/ml được trộn vào cốc. Gọi  $C(x)$  là nồng độ của NaOH sau khi trộn  $x$  (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo  $x$  nhưng luôn lớn hơn một số  $a$ . Tính giá trị nhỏ nhất của  $a$ .

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 13:** [SK124213] Nước biển chứa 4% muối. Một người ngư dân đi tàu đánh cá, định dùng 400 gam nước biển. Hỏi phải thêm bao nhiêu nước tinh khiết để có thể dùng được trong ăn uống. Biết tỉ lệ muối trong dung dịch uống được tối đa là 1%.

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 14:** [SK124214] Ông An dự định sử dụng hết  $6,5\text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có chiều cao lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) biết chiều rộng của bể cá nằm từ  $1\text{ m}$  đến  $1,5\text{ m}$ ?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

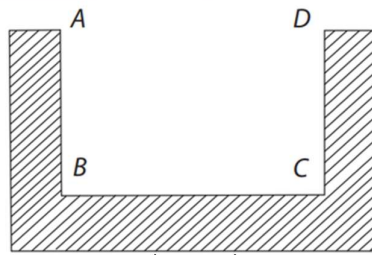
.....

.....

**Câu 15:** [SK124215] Hình 1 là một mương nước thủy lợi tại một địa phương. Phần không gian trong mương nước chảy có mặt cắt ngang là một hình chữ nhật  $ABCD$  (Hình 2). Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép ở đây thì diện tích mặt cắt  $ABCD$  là  $1,2\text{ m}^2$ .



Hình 1



Hình 2

Đặt  $BC = x$ , biết rằng theo quy định thì đoạn  $BC$  phải dưới  $10\text{ m}$ . Để đảm bảo yêu cầu kĩ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài  $AB + BC + CD$  là ngắn nhất. Khi đó tổng độ dài  $AB + BC + CD$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 16:** [SK124216] Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là  $384 \text{ cm}^2$ . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là  $3 \text{ cm}$ , để lề trái và lề phải đều là  $2 \text{ cm}$ . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước tối ưu của trang sách là  $m \times n$  ( $m < n$ ) để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất? Tính  $m + n - \frac{n}{m}$ .

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 17:** [SK124217] Một xưởng in có 15 máy in được cài đặt tự động và giám sát bởi một kỹ sư, mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong 1 giờ, chi phí cài đặt và bảo dưỡng cho mỗi máy in cho 1 đợt hàng là 50.000 đồng, chi phí trả cho kỹ sư giám sát là 25.000 đồng/giờ. Đợt hàng này xưởng in nhận 6000 ấn phẩm, hỏi nên sử dụng bao nhiêu máy in để chi phí in là thấp nhất?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 18:** [SK124218] Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất  $x$  ( $\text{m}^3$ ) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và  $0,001x^2$  triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa  $100 \text{ m}^3$  sản phẩm. Gọi  $\bar{C}$  là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm. Tìm giá trị thấp nhất của  $\bar{C}$ . (Làm tròn đến hàng phần trăm).

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 19:** [SK124219] Chu vi một tam giác là 36 cm, độ dài một cạnh của tam giác là 16 cm. Tìm diện tích lớn nhất của tam giác (đơn vị tính  $\text{cm}^2$ ).

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

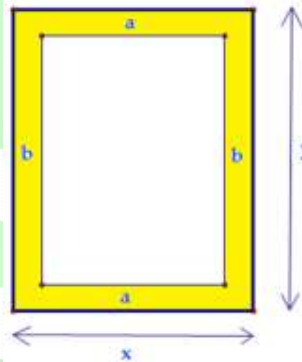
.....

.....

.....

.....

**Câu 20:** [SK124220] Ông An muốn đào một cái ao trên một thửa đất hình chữ nhật có diện tích bằng  $600\text{m}^2$ . Bao quanh ao ông An bố trí các lối đi như hình vẽ với  $a = 3\text{m}$ ,  $b = 2\text{m}$ . Tính diện tích lối đi khi diện tích ao có giá trị lớn nhất.



**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 21:** [SK124221] Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55.000 khán giả. Với giá mỗi vé 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27.000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm 3.000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....



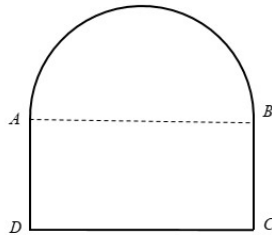
"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 22:** [SK124222] Người ta muốn rào quanh một khu đất hình chữ nhật với một số vật liệu cho trước đủ để rào được chiều dài là  $12(m)$ . Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào nên chỉ phải rào 3 cạnh còn lại của khu đất. Hỏi người đó rào được khu đất có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông?

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 23:** [SK124223] Từ một cây sắt dài 6 mét người ta uốn và hàn lại thành khung của một cánh cổng gồm một hình chữ nhật và một nửa hình tròn ghép lại như hình vẽ sau (không tính đoạn  $AB$ ).



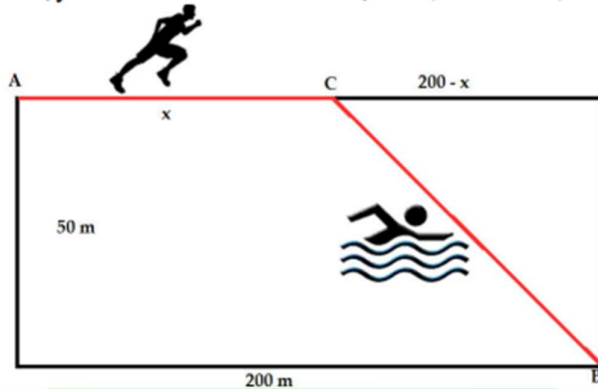
Cánh cổng trên có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu bỏ qua hao hụt và các mối hàn khi gia công? (kết quả làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)

**DÒNG ĐỂ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



**Câu 24:** [SK124224] Trong nội dung thi điền kinh và bơi lội phối hợp được diễn ra tại một hồ bơi có chiều rộng 50m và chiều dài 200m . Một vận động viên cần chạy phối hợp với bơi (bắt buộc cả hai) khi phải thực hiện lộ trình xuất phát từ A đến B như hình vẽ. Hỏi rằng sau khi chạy được bao xa (quãng đường  $x$  ) thì vận động viên nên nhảy xuống để tiếp tục bơi về đích nhanh nhất ? Biết rằng vận tốc của vận động viên khi chạy trên bờ và khi bơi lần lượt là 4,5 m/s và 1,5 m/s . (kết quả làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)



**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 25:** [SK124225] Một hạt chuyển động trên trục nằm ngang chiều dương hướng sang phải sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $y = \sin \frac{\pi t}{2} + 2t, t \geq 0$  .  
Trong khoảng thời gian 1 phút đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vận tốc của hạt đạt giá trị nhỏ nhất?

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 26:** [SK124226] Một hồ nước có hình dạng tam giác  $ABC$ , cạnh  $AB = 100(m)$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và  $AC > AB$ . Hai bờ hồ  $AB$  và  $BC$  bị chặn không đi được, vì thế một người muốn di chuyển từ  $C$  đến  $B$  thì phải chạy bộ đến điểm  $M$  thuộc bờ  $AC$  rồi từ  $M$  bơi đến  $B$ . Tính khoảng cách  $AM$  để thời gian người đó đến  $B$  ngắn nhất, biết rằng vận tốc chạy bộ là  $\sqrt{21}(m/s)$  và vận tốc bơi là  $\frac{3}{2}(m/s)$ .

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....


**Câu 27:** [SK124227] Trước sự phát triển của ngành vật liệu bán dẫn, anh Mai Văn Hùng mở nhà máy sản xuất vi mạch với thiết kế của vi mạch có dạng hình chữ nhật có kích thước  $a(pm) \times b(pm)$  với  $1pm = 10^{-12}m$ . Biết rằng chi phí để sản xuất vi mạch bao gồm 50 (triệu đồng) chi phí cho nguyên vật liệu ban đầu, 15 (triệu đồng) trên  $1pm$  chi phí gia công lắp màng silic xung quanh thành vi mạch (xem như độ dày khi gia công là không đáng kể) và 32 (triệu đồng) trên  $1pm^2$  tiền gia công phủ chất làm mát bao quanh cả 2 bề mặt vi mạch (xem như cả bề mặt là hình chữ nhật có kích thước như trên). Biết rằng đơn giá bán ra mỗi chiếc vi mạch là 428 (triệu đồng /  $pm^2$ ) và nếu cả 2 kích thước thành phần của vi mạch giảm đi  $15pm$  thì lợi nhuận thu được mỗi chiếc bằng chi phí sản xuất của mỗi chiếc vi mạch đó. Khi lợi nhuận đạt giá trị nhỏ nhất thì chu vi của vi mạch là bao nhiêu ( $pm$ ) (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 28: [SK124228]** Nhằm phục vụ cho đối tượng khán giả là tầng lớp thượng lưu cho đêm nhạc của ca sĩ Hà Anh Tuấn diễn ra tại sân vận động Mỹ Đình, Anh Hùng là chủ xưởng sản xuất gỗ thiết kế ra phần diện tích của khán giả bao quanh sân khấu hình chữ nhật là một khuôn viên làm bằng sàn gỗ sao cho tập hợp các điểm nằm trong khuôn viên này cách các điểm thuộc đường bao quanh sân khấu một khoảng tối đa bằng  $p$  (mét) và chu vi của viên sân khấu này là 400 (mét). Biết rằng chi phí của xưởng gỗ anh Hùng bỏ ra bao gồm 25 triệu đồng mỗi mét vuông gỗ loại B và 15 triệu đồng mỗi mét gỗ loại A xung quanh phần viền của khuôn viên làm bằng sàn gỗ loại B (xem như độ dày của cả 2 loại gỗ khi gia công phần viền, phần khuôn viên là không đáng kể và đơn giá trên đã bao gồm chi phí gia công). Sau khi thống nhất với bên ban tổ chức, doanh thu xưởng anh Hùng nhận lại được tính thuận lợi nhất chỉ với 200 triệu đồng mỗi mét phần gỗ loại A. Hỏi khi lợi nhuận của xưởng anh Hùng đạt giá trị cao nhất thì giá trị của  $p$  bằng bao nhiêu? (làm tròn giá trị đến phần nguyên)

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

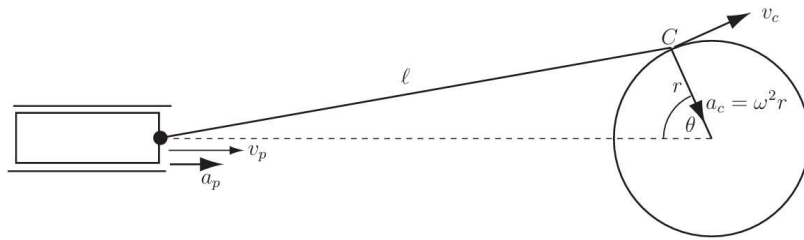
"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 29:** [SK124229] Vậy lợi nhuận lớn nhất là giá trị  $T(p_0)$  (triệu đồng) khi

$$p = p_0 = \frac{110\pi + 128000}{60\pi} \approx 787 \text{ (mét)}.$$

Tốc độ góc của trục khuỷu thể hiện sự thay đổi của góc  $\theta$  trên một đơn vị thời gian. Piston chuyển động ngang với vận tốc  $v_p$  và gia tốc  $a_p$ . Gọi  $r$  là chiều dài của tay quay và  $l$  là chiều dài của thanh nối. Biết rằng chốt quay chuyển động với vận tốc  $v_c$  và gia tốc có phương hướng tâm như hình vẽ có giá trị là  $w^2 r$ . Cho biết gia tốc  $a_p$  của piston thay đổi theo  $\theta$  và được biểu diễn theo công thức sau:

$$a_p = w^2 r \left( \cos \theta + \frac{r \cos 2\theta}{l} \right).$$



Biết rằng khi  $r = 150\text{mm}$  và  $l = 375\text{mm}$  thì  $a_{1p}, a_{2p}$  lần lượt là giá trị tức thời lớn nhất và nhỏ nhất của gia tốc  $a_p$ . Tính tỉ số  $a_{1p}/a_{2p}$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

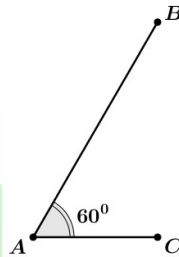
.....

.....

.....

.....

**Câu 30:** [SK124230] Vào lúc 12 giờ 7 phút anh Hùng chạy xe xuất phát từ điểm  $A$  và đi đến điểm  $C$  với vận tốc là  $60 \text{ km/h}$ . Biết rằng 7 phút trước đó anh Quang chạy xe xuất phát từ điểm  $B$  và điểm  $B$  với vận tốc là  $30 \text{ km/h}$  sao cho hai quãng đường của hai xe hợp nhau 1 góc  $60^\circ$  như hình vẽ dưới đây. Cho trước  $AB = 42 \text{ km}$  và vào lúc  $a$  giờ  $b$  phút thì anh Quang và anh Hùng ở vị trí có cự li gần nhất để vẫy tay chào nhau với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $a+b$  ? Xem như hai xe đều chuyển động đều và không có tác dụng ngoại lực hay yếu tố nào khác.



**DÒNG ĐỀ HỌC SINH GHI VẤN TẮT TƯ DUY FLOW THINKING**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

## PHẦN 3 (TỰ LUYỆN CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT)

## I. ĐỀ BÀI:

**Câu 1:** Một chất điểm chuyển động với vận tốc  $v(t) = -3t^2 + 6t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây. Vào thời điểm nào vận tốc của chất điểm bắt đầu giảm?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 2:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 3t^2 - 2t - 4$ , trong đó  $t$  tính bằng giây ( $s$ ) và  $S$  tính bằng mét ( $m$ ). Tại thời điểm nào vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 3:** Giả sử độ lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x)$ , trong đó  $F$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $x$  là thời gian (tuần). Địa phương đó có số người bị nhiễm bệnh nhiều nhất sau bao nhiêu tuần?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 4:** Một tài khoản đăng tải một video hài hước trên kênh của mình, video này nhanh chóng thu hút được lượt xem theo thời gian. Số lượt xem video trong ngày thứ  $t$  ( $0 \leq t \leq 15$ ) đăng tải được tính theo công thức  $V(t) = -t^2 + 14t + 15$ , khi đó  $V'(t)$  là tỉ lệ lượt xem theo ngày của video. Hỏi tỉ lệ lượt xem luôn tăng trong khoảng thời gian bao lâu?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 5:** Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao  $h$  của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm  $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây và  $h$  là độ cao tính bằng kilômét. Tại thời điểm vận tốc tức thời của con tàu đạt giá trị lớn nhất, kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu km? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 6:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tuần). Tại thời điểm tốc độ lan truyền của virus lớn nhất, hãy tính số người bị nhiễm bệnh?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 7:** Trong 5 giây đầu tiên, kể từ lúc bắt đầu chuyển động một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = -t^3 + 3t^2 + t + 6$  trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 8:** Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:  $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}$  (con), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 9:** Bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất  $2\text{ m}$  với vận tốc ban đầu là  $24,5\text{ m/s}$  là  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$ . Độ cao lớn nhất mà vật đạt được là bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần mười).

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

**Câu 10:** Chu vi một tam giác là 36 cm, độ dài một cạnh của tam giác là 16 cm. Tìm diện tích lớn nhất của tam giác (đơn vị tính  $\text{cm}^2$ ).

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 11:** Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng) để doanh thu là lớn nhất?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 12:** Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng  $a$  (m) và chiều dài gấp đôi chiều rộng, bể có thể tích bằng  $10 \text{ m}^3$  nước. Hỏi ông phải trả cho nhân công bao nhiêu triệu đồng, biết giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng/ $\text{m}^2$ ?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

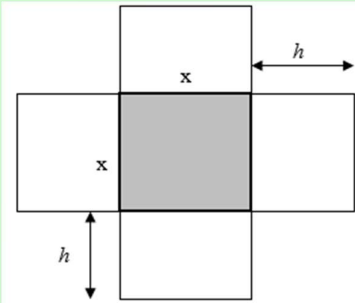
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 13:** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s = f(t) = 0,5 \cos(4\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây. Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng bao nhiêu  $m/s^2$ ? (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 14:** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh  $x$ (cm), chiều cao  $h$ (cm) và có thể tích là  $500(\text{cm}^3)$ . Gọi  $S(x)$  là diện tích mảnh các tông.



Diện tích của mảnh các tông có thể nhỏ nhất bằng bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 15:** Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là  $50\text{m}^2$ . Vụ trước ông nuôi với mật độ là  $20 \text{ con}/\text{m}^2$  và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi  $8 \text{ con}/\text{m}^2$  thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên  $0,5 \text{ kg}$ ? Giả sử không có hao hụt khi nuôi. Hỏi trong vụ tới, ông Thanh cần phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

.....  
.....  
.....

**Câu 16:** Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số  $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}, t \geq 0$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm  $f'(t)$  sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Khi phát hành bao nhiêu năm, tốc độ bán hàng sẽ lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 17:** Một cửa hàng kinh doanh rau tươi ước tính doanh thu bởi hàm số  $f(x) = x^2 - 29000x + 1000100000$  và tiền lãi thu được là  $g(x) = 1000x + 100000$  với  $x$  là giá bán cho mỗi  $kg$  rau tươi. Biết doanh thu bằng tổng tiền lãi và tiền vốn. Giá bán nên là bao nhiêu nghìn đồng mỗi kilogram sao cho cửa hàng phải bỏ vốn ra ít nhất?

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 18:** Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng  $10cm$  và chiều rộng bằng  $8cm$ . Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x(cm)$ , rồi gập tấm nhôm lại (như hình vẽ) để được một cái hộp không nắp. Thể tích hộp lớn nhất khi  $x$  bằng bao nhiêu? (làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....

.....  
.....  
.....

**Câu 19:** Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là  $100m^2$ . Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là  $1(kg/m^2)$  tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi  $(200g/m^2)$  tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu  $kg$  tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 20:** Cho số  $l > 0$ . Trong số các tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng  $2l$ , tam giác có diện tích lớn nhất bằng  $al^2$  (đơn vị diện tích). Tính  $a$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

**HỌC SINH HÃY TỰ SUY LUẬN XEM SẼ TIẾP CẬN TƯ DUY TỪ ĐÂU?  
LUYỆN TẬP TỰ LÊN FLOW THINKING CHO BÀI NÀY**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....



## II. LỜI GIẢI PHẦN 3:

**Câu 1:** Một chất điểm chuyển động với vận tốc  $v(t) = -3t^2 + 6t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây. Vào thời điểm nào vận tốc của chất điểm bắt đầu giảm?

**Lời giải**

**Trả lời:** 1.

Ta có  $a = -3 < 0$ ,  $-\frac{b}{2a} = 1$ .

Vậy vận tốc của chất điểm bắt đầu giảm sau 1 giây.

**Câu 2:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 3t^2 - 2t - 4$ , trong đó  $t$  tính bằng giây ( $s$ ) và  $S$  tính bằng mét ( $m$ ). Tại thời điểm nào vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

**Lời giải**

**Trả lời:**  $\sqrt{2}$ .

Vận tốc của chuyển động được xác định bởi  $v(t) = S'(t) = -t^3 + 6t - 2$ .

Ta có:  $v'(t) = -3t^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}$ .

Do  $t > 0$ , nên ta có bảng biến thiên

$t$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$v'(t)$		+	0	-
$v(t)$			$-2 + 4\sqrt{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại  $t = \sqrt{2}$ .

**Câu 3:** Giả sử độ lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$ , trong đó  $F$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $x$  là thời gian (tuần). Địa phương đó có số người bị nhiễm bệnh nhiều nhất sau bao nhiêu tuần?

**Lời giải**

**Trả lời:** 20.

Xét hàm số:  $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$  ( $0 < x < 30$ ).

$\Rightarrow F'(x) = \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x)$

$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 30) \\ x = 20 \end{cases}$ .



Ta có bảng biến thiên

x	0	20	$+\infty$
$F'(x)$		+	0 -
$F(x)$			100

Vậy sau 20 tuần thì số người nhiễm bệnh là nhiều nhất.

- Câu 4:** Một tài khoản đăng tải một video hài hước trên kênh của mình, video này nhanh chóng thu hút được lượt xem theo thời gian. Số lượt xem video trong ngày thứ  $t$  ( $0 \leq t \leq 15$ ) đăng tải được tính theo công thức  $V(t) = -t^2 + 14t + 15$ , khi đó  $V'(t)$  là tỉ lệ lượt xem theo ngày của video. Hỏi tỉ lệ lượt xem luôn tăng trong khoảng thời gian bao lâu?

**Lời giải**

**Trả lời: 7**

Ta có:  $V'(t) = -2t + 14 = 0 \Rightarrow t = 7$ .

Tỉ lệ lượt xem luôn tăng trong khoảng thời gian  $t \in (0; 7)$ . Tỉ lệ lượt xem luôn tăng trong khoảng thời gian là 7 ngày.

- Câu 5:** Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao  $h$  của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm  $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây và  $h$  là độ cao tính bằng kilômét. Tại thời điểm vận tốc tức thời của con tàu đạt giá trị lớn nhất, kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu km? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

**Trả lời: 136**

Vận tốc tức thời của con tàu là:  $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$  (km/s);

$$v'(t) = -0,06t + 2,2.$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}.$$

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

$t$	0	$\frac{110}{3}$	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	$v\left(\frac{110}{3}\right)$		

$$\Rightarrow [v(t)]_{\max} \text{ khi } t = \frac{110}{3}.$$

$$h\left(\frac{110}{3}\right) = \frac{3670}{27} \approx 136 \text{ (km)}.$$

**Câu 6:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tuần). Tại thời điểm tốc độ lan truyền của virus lớn nhất, hãy tính số người bị nhiễm bệnh?

**Lời giải**

**Trả lời: 128**

Ta có  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ .

$N'(t) = -3t^2 + 24t$  là tốc độ lan truyền của virus.

$$\Rightarrow N''(t) = -6t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

$$N'(0) = 0, N'(12) = -144, N'(4) = 48$$

Tốc độ lan truyền của virus lớn nhất tại thời điểm  $t = 4$ . Khi đó  $N(4) = 128$ .

**Câu 7:** Trong 5 giây đầu tiên, kể từ lúc bắt đầu chuyển động một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = -t^3 + 3t^2 + t + 6$  trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

**Lời giải**

**Trả lời: 4**

Ta có:  $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 6t + 1$ .

Xét hàm số  $y = v(t) = -3t^2 + 6t + 1$  trên  $(0; 5]$ , ta được giá trị lớn nhất của hàm số này bằng 4, đạt tại  $t = 1$ .

Vậy trong 5s đầu tiên vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng 4 tại  $t = 1s$ .

- Câu 8:** Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:  $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}$  (con), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

**Lời giải**

**Trả lời: 1005**

Xét hàm số  $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}$  ( $t > 0$ ).

Ta có:  $N'(t) = \frac{100 \cdot (100+t^2) - 100t \cdot 2t}{(100+t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100-t^2)}{(100+t^2)^2}$ .

Khi đó, với  $t > 0$ ,  $N'(t) = 0 \Leftrightarrow 100 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 100 \Leftrightarrow t = 10$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $N(t)$  như sau:

$t$	0	10	$+\infty$
$N'(t)$		+	0
			-
$N(t)$	$+\infty$	1005	$+\infty$
	1000		1000

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hàm số  $N(t)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 1005 tại  $t = 10$ .

Vậy số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng là 1005 con.

- Câu 9:** Bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất  $2\text{ m}$  với vận tốc ban đầu là  $24,5\text{ m/s}$  là  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$ . Độ cao lớn nhất mà vật đạt được là bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần mười).

**Lời giải**

**Trả lời: 32,6**

Ta có  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2 \Rightarrow h'(t) = 24,5 - 9,8t$

Bảng biến thiên

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

$t$	$-\infty$	$0$	$5/2$	$+\infty$	
$h'(t)$			+	0	-
$h(t)$			32,625		

**Câu 10:** Chu vi một tam giác là 36 cm, độ dài một cạnh của tam giác là 16 cm. Tìm diện tích lớn nhất của tam giác (đơn vị tính  $\text{cm}^2$ ).

**Lời giải**

**Đáp số: 48**

Gọi  $x, y$  là độ dài hai cạnh còn lại của tam giác.

Ta có:  $x + y = 36 - 16 = 20, x > 0, y > 0$ .

Diện tích tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-16)(p-x)(p-y)} = \sqrt{18 \cdot (18-16) \cdot (18-x)(18-y)} = 6 \cdot \sqrt{(18-x)(18-y)}$$

Thay  $y = 20 - x$ , ta được:  $S = 6 \cdot \sqrt{(18-x)(x-2)} = 6 \cdot \sqrt{-x^2 + 20x - 36}; x \in [2; 18]$ .

Đặt  $f(x) = -x^2 + 20x - 36; x \in [2; 18]$ . Ta có:  $f'(x) = -2x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = 10$ .

Bảng biến thiên:

$x$	2	10	18	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			64	
	0			0

Từ BBT, suy ra tam giác có diện tích lớn nhất khi  $x = 10$  (cm) và  $S_{\max} = 6 \cdot \sqrt{64} = 48$  ( $\text{cm}^2$ ).

**Câu 11:** Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng) để doanh thu là lớn nhất?

**Lời giải**

**Trả lời: 9**

Gọi  $x$  là số lần tăng giá 100 nghìn đồng ( $x > 0$ ).

Khi đó, số căn được cho thuê là:  $100 - x$  (căn)

Tổng số tiền thu được trong một tháng là:

$$(100-x)(8000000+100000x) = 100000(100-x)(80+x) = 100000(-x^2+20x+8000)$$

$$= 100000[-(x-10)^2+8100] \leq 810000000, \forall x > 0$$

Dấu "=" xảy ra khi  $x=10$  (thỏa mãn)

Vậy để thu được doanh thu là lớn nhất thì người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là:  $8000000+100000.10=9000000$  (đồng) = 9 (triệu).

**Câu 12:** Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng  $a$  (m) và chiều dài gấp đôi chiều rộng, bể có thể tích bằng  $10\text{ m}^3$  nước. Hỏi ông phải trả cho nhân công bao nhiêu triệu đồng, biết giá tiền thuê nhân công là  $500000$  đồng/ $\text{m}^2$ ?

**Lời giải**

**Trả lời:** 14

Giả sử chiều rộng của đáy bể là  $a$  ( $0 < a < 10$ ) thì chiều dài của đáy bể là  $2a$ .

Diện tích đáy bể là  $S = a.2a = 2a^2$ .

Chiều cao của bể là  $h$  ( $0 < h < 10$ ). Diện tích đáy bể là  $S = 2a^2$ .

Thể tích của bể là  $V = 2a^2h = 10 \Leftrightarrow h = \frac{5}{a^2}$ .

Diện tích toàn phần của bể là:  $S = 2a^2 + \frac{80}{100}2a^2 + 4ah + 2ah = \frac{18}{5}a^2 + \frac{30}{a}$ .

Để thấy  $S' = \frac{36}{5}a - \frac{30}{a^2} = \frac{36a^3 - 150}{5a^2}$ ; có  $S' = 0 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{\frac{25}{6}}$ .

BBT

$a$	0	$\sqrt[3]{\frac{25}{6}}$	10
$S'$		-	0
$S$			+

$\swarrow$   $45.\sqrt[3]{\frac{6}{25}}$   $\searrow$

Theo BBT:  $S_{\min} \approx 28\text{m}^2$  và số tiền trả cho nhân công gần bằng  $28.500000 = 14000000$  đồng.

**Câu 13:** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s = f(t) = 0,5 \cos(4\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây. Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng bao nhiêu  $\text{m} / \text{s}^2$ ? (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

**Lời giải**

**Trả lời:** 78,96

Ta có  $v = s' = f'(t) = -0,5.4\pi.\sin(4\pi t) = -2\pi \sin(4\pi t)$ .

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

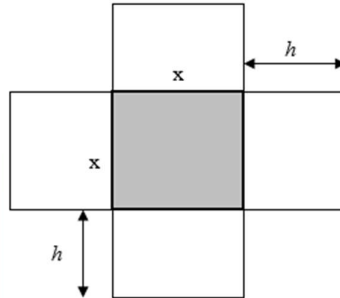
Ta có  $a = v' = s'' = f''(t) = -8\pi^2 \cos(4\pi t)$ .

$v(t) = -2\pi \sin(4\pi t) \leq 2\pi, \forall t \geq 0$ , vì  $-1 \leq \sin(4\pi t), \forall t \geq 0$ .

Vì  $-1 \leq \cos(4\pi t), \forall t \geq 0$  nên  $a(t) = f''(t) = -8\pi^2 \cdot \cos(2\pi t) \leq 8\pi^2, \forall t \geq 0$ .

Vậy gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng  $8\pi^2 \approx 78,96 (m/s^2)$ .

**Câu 14:** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh  $x$ (cm), chiều cao  $h$ (cm) và có thể tích là  $500(\text{cm}^3)$ . Gọi  $S(x)$  là diện tích mảnh các tông.



Diện tích của mảnh các tông có thể nhỏ nhất bằng bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?

**Lời giải**

**Trả lời:** 300

Ta có thể tích của khối hộp là:  $V(x) = x^2 h = 500(\text{cm}^3) \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}, x > 0$ .

Diện tích của mảnh các tông dùng làm hộp là  $S(x) = x^2 + 4hx = x^2 + \frac{2000}{x}, x > 0$ .

Bài toán quy về tìm  $x \in (0; +\infty)$  sao cho tại đó  $S(x)$  đạt GTNN.

Ta có  $S'(x) = 2x - \frac{2000}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1000)}{x^2}$ .

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ .

Suy ra bảng biến thiên sau:

$x$	0	10	$+\infty$	
$S'(x)$		-	0	+
$S(x)$	$+\infty$		300	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $S(x)$  đạt GTNN bằng 300 tại  $x = 10$ . Vậy diện tích nhỏ nhất là  $300\text{cm}^2$ .



**Câu 15:** Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là  $50m^2$ . Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ $m^2$  và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ $m^2$  thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5 kg? Giả sử không có hao hụt khi nuôi. Hỏi trong vụ tới, ông Thanh cần phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

**Lời giải**

**Trả lời:** 512

Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là  $50.20 = 1000$  con.

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là:  $\frac{1500}{1000} = 1,5$  (kg).

Gọi số cá giống cần thả ít đi trong vụ này là:  $x$  (con) ( $x > 0$ ).

Theo đề bài cứ giảm 8 con thì mỗi con tăng thêm 0,5 (kg/con), vậy giảm  $x$  con thì mỗi con tăng thêm  $0,0625x$  (kg/con).

Tổng số lượng cá thu được ở vụ này được tính bằng công thức:

$$F(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500.$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $F(x)$  đạt giá trị lớn nhất.

Ta có:  $F'(x) = -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = 488$

Bảng biến thiên như sau:

$x$	0	488	1000	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				

Vậy trong vụ tới ông Thanh phải thả 512 con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

**Câu 16:** Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số

$$f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}, t \geq 0, \text{ trong đó thời gian } t \text{ được tính bằng năm, kể từ khi phát hành}$$

sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm  $f'(t)$  sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Khi phát hành bao nhiêu năm, tốc độ bán hàng sẽ lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Trả lời:** 1,6

Ta có:  $f'(t) = \frac{-5000(1 + 5e^{-t})'}{(1 + 5e^{-t})^2} = \frac{25000e^{-t}}{(1 + 5e^{-t})^2}$



"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi  $f'(t)$  lớn nhất.

$$\text{Đặt } h(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}.$$

$$\begin{aligned} h'(t) &= \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})^2 - 2 \cdot (-5e^{-t}) \cdot (1+5e^{-t}) \cdot 25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^4} \\ &= \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})(1+5e^{-t}-10e^{-t})}{(1+5e^{-t})^4} = \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3} \end{aligned}$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3} = 0 \Leftrightarrow 1-5e^{-t} = 0 \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t = \ln 5 \quad (\text{tm})$$

Ta có bảng biến thiên với  $t \in [0; +\infty)$ :

t	0	ln 5	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$\frac{6250}{9}$	1250	0

Vậy sau khi phát hành khoảng  $\ln 5 \approx 1,6$  năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

**Câu 17:** Một cửa hàng kinh doanh rau tươi ước tính doanh thu bởi hàm số  $f(x) = x^2 - 29000x + 1000100000$  và tiền lãi thu được là  $g(x) = 1000x + 100000$  với  $x$  là giá bán cho mỗi kg rau tươi. Biết doanh thu bằng tổng tiền lãi và tiền vốn. Giá bán nên là bao nhiêu nghìn đồng mỗi kilogram sao cho cửa hàng phải bỏ vốn ra ít nhất?

**Lời giải**

**Trả lời:** 15

Ta có tiền vốn bỏ ra cho bởi hàm số  $h(x) = f(x) - g(x)$

$$= x^2 - 30000x + 1000000000 \text{ với } x > 0.$$

Khi đó  $h'(x) = 2x - 30000$ . Cho  $h'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 30000 = 0 \Rightarrow x = 15000$ .

Bảng biến thiên

$x$	0	15000	$+\infty$
$h'(x)$		-	0
			+
$h(x)$	1000000000		775000000

Vậy giá bán mỗi kg rau là  $x = 15000$  thì cửa hàng bỏ ra vốn ít nhất.

**Câu 18:** Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng  $10\text{cm}$  và chiều rộng bằng  $8\text{cm}$ . Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x(\text{cm})$ , rồi gấp tấm nhôm lại (như hình vẽ) để được một cái hộp không nắp. Thể tích hộp lớn nhất khi  $x$  bằng bao nhiêu? (làm tròn hai chữ số ở phần thập phân)

### Lời giải

**Trả lời:** 1,47

Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau nên chiều cao của hộp khi gấp tấm nhôm lại là  $x(\text{cm})$ .

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là:  $10 - 2x(\text{cm})$  và  $8 - 2x(\text{cm})$ .

Vậy diện tích đáy hình hộp  $S = (10 - 2x)(8 - 2x)(\text{cm}^2)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x > 0 \\ 10 - 2x > 0 \\ 8 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 4).$$

Thể tích của hình hộp là:  $V = S.h = x.(10 - 2x).(8 - 2x)$

Xét hàm số:  $y = x.(10 - 2x).(8 - 2x) \forall x \in (0; 4)$

$$\text{Ta có: } y' = 12x^2 - 72x + 80; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{21}}{3} > 4 \quad (L) \\ x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3} \quad (TM) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

$x$	0	$\frac{9 - \sqrt{21}}{3}$	4
$y'$		+	0
			-
$y$			

"Tâm huyết không dừng lại ở hướng dẫn giải chính xác, mà hơn hết là dẫn dắt cho học sinh tư duy làm sao để tự nghĩ ra lời giải"

Suy ra với  $x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3}$  thì thể tích hộp là lớn nhất.

**Câu 19:** Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là  $100m^2$ . Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là  $1(kg/m^2)$  tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi  $(200g/m^2)$  tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu  $kg$  tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

### Lời giải

**Trả lời:** 76,7

Số  $kg$  tôm giống mà ông Thanh thả vụ vừa qua:  $100.1 = 100kg$ .

Gọi  $x$  ( $0 < x < 100$ ) là số  $kg$  tôm cần thả ít đi trong vụ tôm tới.

Khối lượng trung bình  $1(kg/m^2)$  tôm giống thu hoạch được:  $2000 : 100 = 20(kg)$

Gọi  $F(x)$  là hàm sản lượng tôm thu được vụ tới ( $kg$ ).

Nếu giảm đi  $x$   $kg$  tôm giống thì số tôm cần thả là  $100 - x$   $kg$ , khi đó số tôm thu hoạch được là  $(100 - x)(20 + mx)$ . Theo giả thiết, khi giảm  $200g = 0,2kg$  tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch tăng thêm là  $200kg$ , khi đó  $x = 20$ .

Khi đó:  $(100 - 20)(20 + 20m) = 2200 \Rightarrow m = \frac{3}{8}$ .

Vậy sản lượng tôm thu hoạch được trong vụ tới có phương trình tổng quát là:

$$F(x) = (100 - x) \left( 20 + \frac{3}{8}x \right) = 2000 + \frac{35}{2}x - \frac{3}{8}x^2$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $F(x)$  lớn nhất.

$$\text{Ta có } F'(x) = \frac{35}{2} - \frac{3}{4}x$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{35}{2} - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{70}{3}$$

Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{70}{3}$	100
$F'(x)$		+	0 -
$F(x)$		$F_{max}$	

Vậy vụ tới ông Thanh phải thả số  $kg$  tôm giống là  $100 - \frac{70}{3} = \frac{230}{3} \approx 76,7kg$ .

**Câu 20:** Cho số  $l > 0$ . Trong số các tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng  $2l$ , tam giác có diện tích lớn nhất bằng  $al^2$  (đơn vị diện tích). Tính  $a$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

### Lời giải

**Trả lời:** 0,38

Giả sử tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Giả sử  $AB + BC = 2l \Rightarrow AB = 2l - BC$ .

Đặt  $BC = x; l < x < 2l$ .

$\Rightarrow AB = 2l - x$  và  $AC = \sqrt{x^2 - (2l - x)^2} = \sqrt{4lx - 4l^2}$ , ĐK:  $x > l$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} (2l - x) \sqrt{4lx - 4l^2} = (2l - x) \sqrt{lx - l^2}$

Xét hàm số  $f(x) = (2l - x) \sqrt{lx - l^2}$  trên khoảng  $(l; 2l)$

$$f'(x) = -\sqrt{lx - l^2} + (2l - x) \cdot \frac{l}{2\sqrt{lx - l^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4l^2 - 3lx}{\sqrt{lx - l^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4l}{3}$$

$x$	$l$	$\frac{4l}{3}$	$2l$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$		$F_{max}$	

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác  $ABC$  là  $S = f\left(\frac{4l}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9} l^2$ .

Tâm huyết xây dựng, truyền thụ cách học Toán có tư duy, có suy nghĩ, hiểu vì sao làm như vậy cho  
**Học sinh toàn quốc**

# Tư duy FLOW THINKING



**Lịch học LIVESTREAM LIÊN TỤC KHÔNG NGHỈ**

THỜI GIAN	NỘI DUNG
Ngày 1	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 1
Ngày 2	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 2
Ngày 3	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 3
Ngày 4	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 4
Ngày 5	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 5
Ngày 6	NẮM CHẮC TOÁN THỰC TẾ - BUỔI 6
Ngày 7	CHỮA ĐỀ THI KSCL TOÁN THỰC TẾ

**BẮT ĐẦU TỪ 20H30 HÀNG NGÀY**

