

## CHIA NHÓM ĐỂ THỰC HÀNH

| TT | Tên trường                            | Nhóm   |
|----|---------------------------------------|--------|
| 1  | THPT Chuyên Thái Nguyên (Nhóm trưởng) | NHÓM 1 |
| 2  | THPT Đại Từ                           |        |
| 3  | THPT Diềm Thụy                        |        |
| 4  | THPT Khánh Hoà                        |        |
| 5  | VHI - Bộ CA                           |        |
| 6  | THPT Dương Tụ Minh                    |        |
| 7  | THPT Đội Cấn                          |        |
| 8  | TT GDNN-GDTX huyện Đồng Hỷ            |        |
| 9  | CĐ Nghề số 1 - Bộ Quốc phòng          |        |
|    |                                       |        |
| 1  | THPT Chu Văn An (Nhóm trưởng)         | NHÓM 2 |
| 2  | THPT Lương Phú                        |        |
| 3  | THPT Đồng Hỷ                          |        |
| 4  | THPT Lý Nam Đế                        |        |
| 5  | THPT Bình Yên                         |        |
| 6  | THPT Võ Nhai                          |        |
| 7  | THPT Võ Nguyên Giáp                   |        |
| 8  | TT GDNN-GDTX huyện Đại Từ             |        |
| 9  | CĐ Công nghệ và Thương mại            |        |
|    |                                       |        |

|    |                                     |        |
|----|-------------------------------------|--------|
| 1  | THPT Lương Ngọc Quyến (Nhóm trưởng) | NHÓM 3 |
| 2  | THPT Đào Duy Từ                     |        |
| 3  | THPT Thái Nguyên                    |        |
| 4  | THPT Trại Cau                       |        |
| 5  | THPT Nguyễn Huệ                     |        |
| 6  | THPT Hoàng Quốc Việt                |        |
| 7  | TT GDNN-GDTX TP Thái Nguyên         |        |
| 8  | TT GDNN-GDTX huyện Phú Lương        |        |
| 9  | CĐ Công nghiệp Việt Đức             |        |
| 10 | Trung cấp Nghề Thái Nguyên          |        |
|    |                                     |        |
| 1  | THPT Lê Hồng Phong (Nhóm trưởng)    | NHÓM 4 |
| 2  | THPT Phú Bình                       |        |
| 3  | THPT Ngô Quyền                      |        |
| 4  | TH-THCS-THPT IRIS                   |        |
| 5  | THPT Định Hoá                       |        |
| 6  | THPT Trần Phú                       |        |
| 7  | TT GDNN-GDTX TP Phủ Yên             |        |
| 8  | TT GDNN-GDTX huyện Định Hóa         |        |
| 9  | Trung cấp DTNT tỉnh                 |        |
| 10 | CĐ Thương Mại                       |        |
|    |                                     |        |

|    |  |        |
|----|--|--------|
| 1  | THPT Gang Thép (Nhóm trưởng)                 | NHÓM 5 |
| 2  | PTVCVB                                       |        |
| 3  | THPT Phố Yên                                 |        |
| 4  | THPT Trần Quốc Tuấn                          |        |
| 5  | THPT Tức Tranh                               |        |
| 6  | THPT Yên Ninh                                |        |
| 7  | TT GDNN-GDTX TP Sông Công                    |        |
| 8  | TT GDTX Tỉnh Thái Nguyên                     |        |
| 9  | CĐ Thái Nguyên                               |        |
|    |  |        |
| 1  | PT Dân tộc nội trú Thái Nguyên (Nhóm trưởng) | NHÓM 6 |
| 2  | THPT Sông Công                               |        |
| 3  | THPT Lưu Nhân Chú                            |        |
| 4  | THPT Phú Lương                               |        |
| 5  | THPT Lương Thế Vinh                          |        |
| 6  | THPT Bắc Sơn                                 |        |
| 7  | TT GDNN-GDTX huyện Phú Bình                  |        |
| 8  | TT GDNN-GDTX huyện Võ Nhai                   |        |
| 9  | TT GDNN-GDTX huyện Võ Nhai (CS1)             |        |
| 10 | TT GDNN-GDTX huyện Võ Nhai (CS1)             |        |

## SẢN PHẨM NHÓM I

**PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

A.  $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$ .    B.  $\int 2^x dx = 2^x + C$ .    C.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .    D.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .    B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .    C.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .    D.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**Câu 3:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

|           |        |        |         |          |          |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).    B. [9; 11).    C. [11; 13).    D. [13; 15).

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 1)$  và  $N(3; 1; -2)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .    B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$ .    D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | -         | -         |
| $f(x)$  | -1        | $+\infty$ | -1        |

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A.  $x = -1$ .    B.  $y = -1$ .    C.  $y = -2$ .    D.  $x = -2$ .

**Câu 6:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_4(4a)$  bằng

A.  $1 - \log_4 a$ .    B.  $1 + \log_4 a$ .    C.  $4 - \log_4 a$ .    D.  $4 + \log_4 a$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-2; 1; -3)$ .      B.  $(-4; 2; -6)$ .      C.  $(4; -2; 6)$ .      D.  $(2; -1; 3)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $AC \perp (SBC)$ .      B.  $BC \perp (SAC)$ .      C.  $BC \perp (SAB)$ .      D.  $AB \perp (SBC)$ .

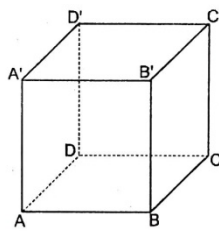
**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \leq 4$  là:

- A.  $(-\infty; 2]$       B.  $[0; 2]$       C.  $(-\infty; 2)$       D.  $(0; 2)$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24.      B. 54.      C. 162.      D. 48.

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .      B.  $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ .  
 C.  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ .      D.  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-3; 0)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-\infty; -3)$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - x$ .

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{6}$  hoặc  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ  $v(t) = 5t$  (m/s);

trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -5$  (m/s<sup>2</sup>).

- Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).
- Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.
- Quãng đường  $S$  (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức  $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$ .
- Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

**Câu 3:** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi  $A$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi  $B$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

- $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.
- Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.
- Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.
- Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ  $\vec{u}$  với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là: 
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

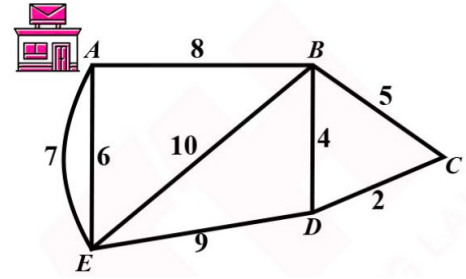
- Giả sử sau thời gian  $t$  (s) kể từ khi xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là  $M(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$ .
- Cabin dừng ở điểm B có hoành độ  $x_B = 550$ , khi đó quãng đường AB dài 800m.
- Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc  $30^\circ$

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 2:**

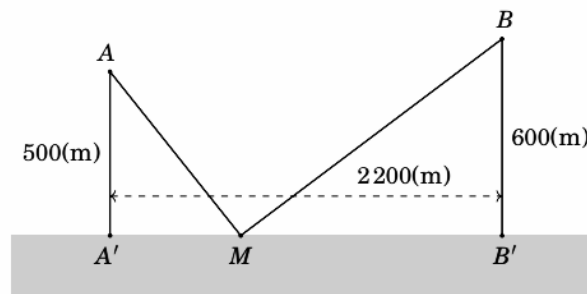
Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu ?



**Câu 3:** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $M(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a+b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

**Câu 4:** Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị  $m^3$ , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

**Câu 5:** Có hai xã  $A, B$  cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m,  $BB' = 600$  m. Người ta đo được  $A'B' = 2200$  m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí  $M$  của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Câu 6:** Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  cạnh bên bằng 200 m, góc  $\widehat{ASB} = 15^\circ$  bằng đường gấp khúc dây đèn vòng quanh kim tự tháp  $AEFGHIJKLS$ . Trong đó điểm  $L$  cố định và  $LS = 40$  m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn để trang trí? (làm tròn đến hàng đơn vị)

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

A.  $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$ .    B.  $\int 2^x dx = 2^x + C$ .    C.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .    D.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$ .

**Lời giải**

Do theo bảng nguyên hàm:  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .    B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .    C.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .    D.

$S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**Lời giải**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức:  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 3:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

|           |        |        |         |          |          |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).    B. [9; 11).    C. [11; 13).    D. [13; 15).

**Lời giải**

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

|                  |        |        |         |          |          |
|------------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu        | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Giá trị đại diện | 6      | 8      | 10      | 12       | 14       |
| Số ngày          | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 1)$  và  $N(3; 1; -2)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình là



A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .

**B.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .

C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$ .

D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$ .

Đường thẳng  $MN$  đi qua điểm  $M(1; 2; 1)$  và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$  làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |           |
|---------|-----------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | -    | -         |
| $f(x)$  | $-1$      |      | $-1$      |

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A.  $x = -1$ .

B.  $y = -1$ .

C.  $y = -2$ .

**D.**  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta thấy:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ .

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là  $x = -2$ .

**Câu 6:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_4(4a)$  bằng

A.  $1 - \log_4 a$ .

**B.**  $1 + \log_4 a$ .

C.  $4 - \log_4 a$ .

D.  $4 + \log_4 a$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

A.  $(-2; 1; -3)$ .

B.  $(-4; 2; -6)$ .

C.  $(4; -2; 6)$ .

**D.**  $(2; -1; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$  có tâm  $I(2; -1; 3)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $AC \perp (SBC)$ .

B.  $BC \perp (SAC)$ .

**C.**  $BC \perp (SAB)$ .

D.  $AB \perp (SBC)$ .

**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \leq 4$  là:

**A.**  $(-\infty; 2]$

**B.**  $[0; 2]$

**C.**  $(-\infty; 2)$

**D.**  $(0; 2)$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

**A.** 24.

**B.** 54.

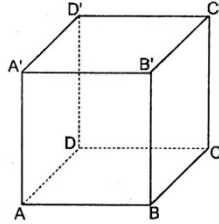
**C.** 162.

**D.** 48.

**Lời giải**

Có  $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?



**A.**  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ .

**B.**  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ .

**C.**  $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$ .

**D.**  $\vec{AB} = \vec{CD}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mệnh đề sai là:  $\vec{AB} = \vec{CD}$ ,  $\vec{AB}$  và  $\vec{CD}$  là hai Vector đối nhau.

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|---|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $f'(x)$ |           | +    | 0   | -   | 0         | + | 0 | - |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(-3; 0)$ .

**B.**  $(0; +\infty)$ .

**C.**  $(0; 2)$ .

**D.**  $(-\infty; -3)$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - x$ .

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{6}$  hoặc  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ .

### Lời giải

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin(-\pi) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ . **Đúng.**

b) Đạo hàm của  $f(x) = \sin 2x - x$  là  $f'(x) = 2 \cos 2x - 1$ . **Sai.**

c)  $f'(x) = 2 \cos 2x - 1$  khi đó  $f'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$  và  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 0$ , suy ra  $x = -\frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{6}$  là nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . **Đúng.**

d)  $f(x) = \sin 2x - x$ ,

$f'(x) = 2 \cos 2x - 1$  có nghiệm  $x = \pm \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ,

$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ ,

$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ . **Đúng.**

**Câu 2:** Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ  $v(t) = 5t$  (m/s);

trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -5$  (m/s<sup>2</sup>).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10(m/s).

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường  $S$  (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức  $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$ .

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

### Lời giải

| a)          | b)         | c)          | d)         |
|-------------|------------|-------------|------------|
| <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> | <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> |

$$v(6) = 30 \text{ (m/s)}.$$

Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là  $30 - 5 \times 4 = 10 \text{ (m/s)}$ .

+) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là

$$S_1 = \int_0^6 5t \, dt = 90 \text{ (m)}.$$

Gọi  $t_0$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô phanh gấp đến lúc dừng lại. Ta có:

$$30 - 5 \times t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = 6$$

+) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại là  $S = \int_0^6 (30 - 5t) \, dt = 90 \text{ (m)}$

Vậy quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 180m.

**Câu 3:** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi  $A$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi  $B$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

- a)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.
- d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

#### Lời giải

| a)         | b)         | c)          | d)         |
|------------|------------|-------------|------------|
| <b>Sai</b> | <b>Sai</b> | <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> |

a) Theo giả thiết suy ra:  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,3$

Có:  $P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \neq 0,3 \Rightarrow A$  và  $B$  là hai biến cố không độc lập.

b) Gọi  $C$  là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án”  $\Rightarrow C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$  mà  $\overline{AB}$  và  $A\overline{B}$  là các biến cố xung khắc  $\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B})$

Có:  $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$

Vậy:  $P(C) = 0,2 + 0,1 = 0,3$

c) Gọi  $D$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1”  $\Rightarrow D = B | A$

$$\text{Khi đó: } P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

d) Gọi  $E$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”  
 $\Rightarrow E = B | \bar{A}$

$$\text{Khi đó: } P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ  $\vec{u}$  với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a. Phương trình tham số của đường cáp là: 
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

b. Giả sử sau thời gian  $t$  (s) kể từ khi xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là  $(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$ .

c. Cabin dừng ở điểm B có hoành độ  $x_B = 550$ , khi đó quãng đường AB dài 800m.

d. Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc  $30^\circ$

### Trả lời

| Câu 4  | a    | b    | C   | D   |
|--------|------|------|-----|-----|
| Đáp án | Đúng | Đúng | Sai | Sai |

a. Phương trình tham số của đường thẳng d qua  $A(10; 3; 0)$  và có VTCP

$$\vec{u} = (2; -2; 1) \text{ là: } \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

b. Ta có độ dài  $AM = vt$ . Vì M thuộc đường thẳng d nên  $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$ ,  
 Vậy  $\vec{AM} = (2m; -2m; m)$  mà  $\vec{AM}$  cùng hướng với véc tơ  $\vec{u}$  có  $m \geq 0$ . Suy ra  $AM = 3m$ .

$$\text{Vậy } 3m = 4,5t \text{ suy ra } m = 1,5t. \text{ Vậy } (3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$$

c. Từ ý b, thấy khi  $x_B = 550$  tức là  $3t + 10 = 550$  suy ra  $t = 180$  (s)

$$\text{Vậy } AB = vt = 4,5 \cdot 180 = 810 \text{ (m)}$$

d. Ta có  $\vec{u}_{AB} = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng (Oxy):  $z = 0$  suy ra VTPT  $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Gọi  $\alpha$  là góc giữa và  $(Oxy)$  ta có  $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{1}{3}$

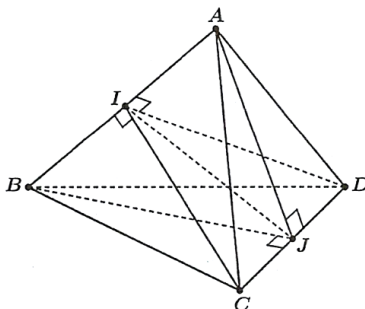
### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** 1,41

#### Lời giải

Gọi  $I, J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB, CD$ .



Các tam giác  $ABC, ABD$  đều có  $I$  là trung điểm  $AB$  nên

$$\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp DI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ICD), \text{ mà } IJ \subset (ICD) \Rightarrow AB \perp IJ. \quad (1)$$

Tương tự, các tam giác  $ACD, BCD$  đều có  $J$  là trung điểm  $CD$  nên

$$\begin{cases} CD \perp AJ \\ CD \perp BJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABJ),$$

mà  $IJ \subset (JAB) \Rightarrow CD \perp IJ \quad (2)$

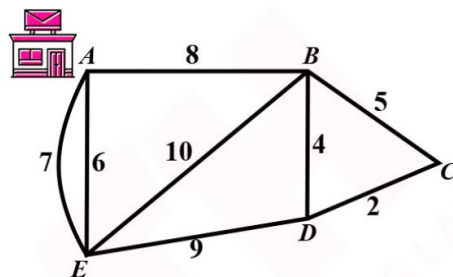
Từ (1) và (2) suy ra  $IJ$  là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng  $AB, CD$ . Vậy  $IJ$  là khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB, CD$

Ta có:  $CI = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}; IJ = \sqrt{CI^2 - CJ^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2} \approx 1,41.$

### Câu 2:

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?

Giải



Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: AEABEDBCD và độ dài của nó là

$$6+7+8+10+9+4+5+2= 51$$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là:  $4+8 = 12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là  $51 + 12 = 63$

**Câu 3:** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $M(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a+b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

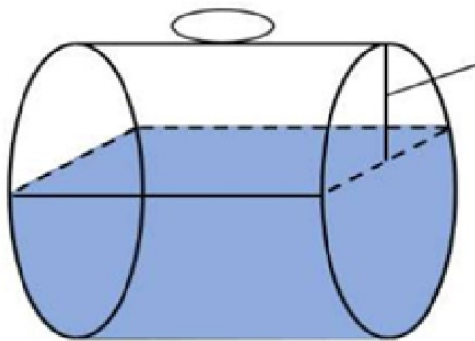
**Giải.**

Phương trình đường thẳng  $AB$  là:  $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$ . Vì  $M$  thuộc  $AB$  nên tồn tại số thực  $t$

sao cho  $M(5t+5; 10t; -2t+5)$ . Ngoài ra,  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $-2t+5=0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$ .

Suy ra  $M(17,5; 25; 0)$ . Vậy  $a+b=17,5+25=42,5$ .

**Câu 4:** Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị  $m^3$ , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

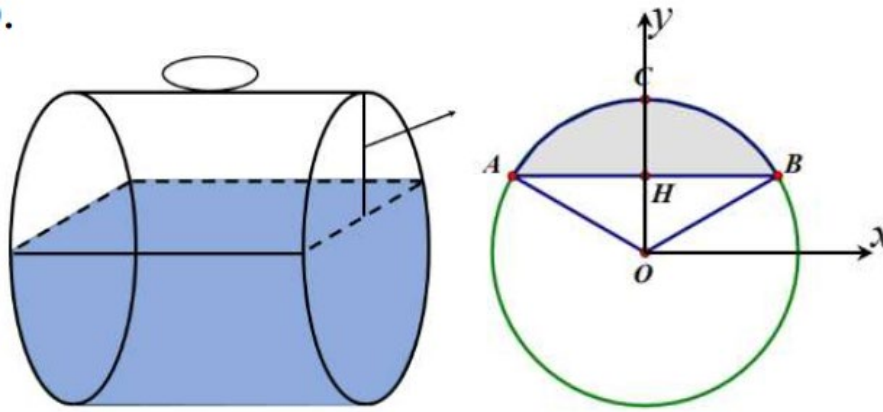


**LỜI GIẢI**

Thể tích của cả bể nhiên liệu là  $V = B \cdot h = 5\pi (m^3)$ .

Gọi  $V_1$  là thể tích phần trống nhiên liệu trong bể.

Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.



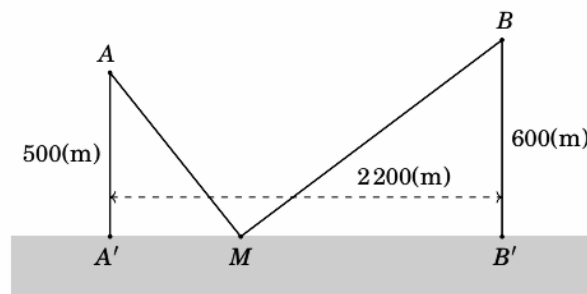
Ta có diện tích phần tô đậm là

$$\begin{aligned}
 S &= 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left( \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cdot \cos t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.
 \end{aligned}$$

Vậy thể tích phần trống trong bể là  $V_1 = \int_0^5 \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) dx = \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 5$ .

Vậy thể tích phần nhiên liệu trong bồn là  $V_2 = V - V_1 = 5\pi - \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) 5 \approx 12.6 \text{ (m}^3\text{)}$ .

**Câu 5:** Có hai xã  $A, B$  cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500 \text{ m}$ ,  $BB' = 600 \text{ m}$ . Người ta đo được  $A'B' = 2200 \text{ m}$  như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí  $M$  của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

**Trả lời: 2460**

Đặt  $A'M = x$  ( $0 < x < 2200$ ),  $B'M = 2200 - x$



Ta có  $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$ ,  $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là:

$$AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$$

Xét hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$  trên khoảng  $(0; 2200)$

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$$

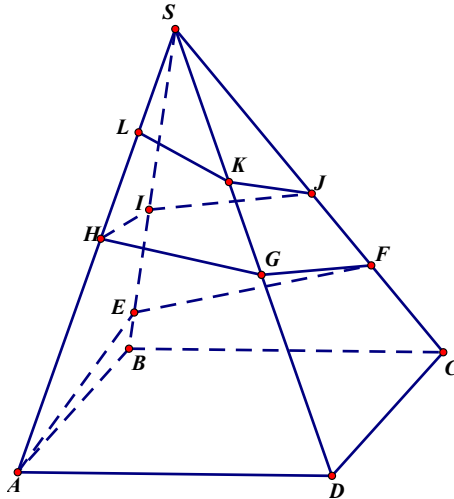
Bảng biến thiên:

|         |      |      |      |   |      |
|---------|------|------|------|---|------|
| $x$     | 0    | 1000 | 2200 |   |      |
| $f'(x)$ |      | -    | 0    | + |      |
| $f(x)$  | 2780 |      | 2460 |   | 2856 |

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí  $M$  cách điểm  $A'$  là 1000 m.

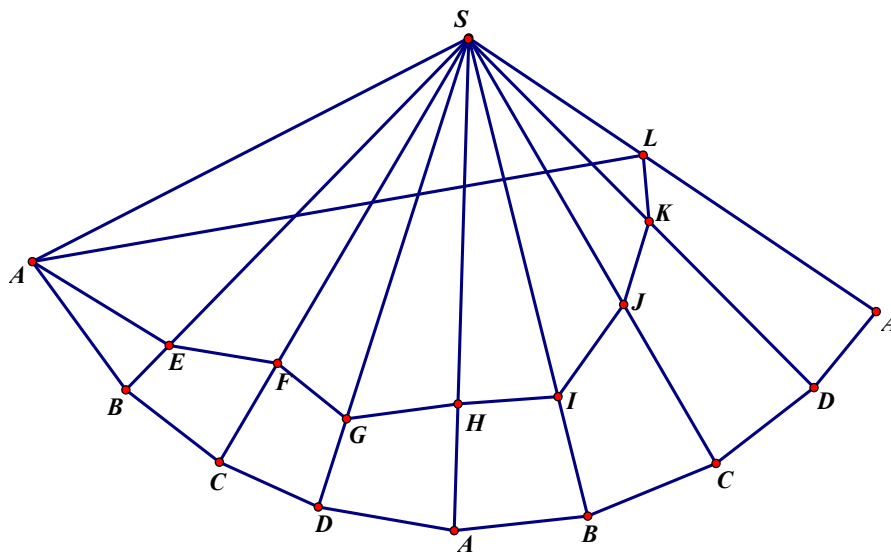
**Câu 6:** Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  cạnh bên bằng 200 m, góc  $\widehat{ASB} = 15^\circ$  bằng đường gấp khúc dây đèn vòng quanh kim tự tháp  $AEFGHIJKLS$ . Trong đó điểm  $L$  cố định và  $LS = 40$  m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn để trang trí? (làm tròn đến hàng đơn vị)

**Lời giải**



Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên  $SA$  rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng  $AL + LS$ .

Từ giả thiết về hình chóp đều  $S.ABCD$  ta có  $\widehat{ASL} = 120^\circ$ .

Ta có  $AL^2 = SA^2 + SL^2 - 2SA \cdot SL \cdot \cos \widehat{ASL} = 200^2 + 40^2 - 2 \cdot 200 \cdot 40 \cdot \cos 120^\circ = 49600$ .

Nên  $AL = \sqrt{49600} = 40\sqrt{31}$ .

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là  $40\sqrt{31} + 40 \approx 262$  mét.

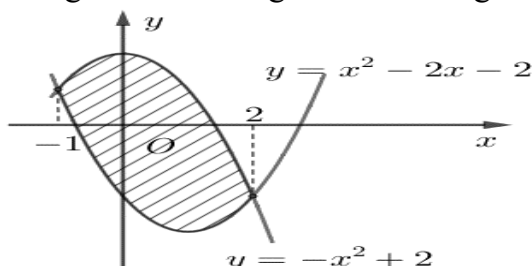
## SẢN PHẨM NHÓM 2

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

- A.  $\cos x + C$ .                      B.  $\sin x + C$ .                      C.  $-\cos x + C$ .                      D.  $-\sin x + C$ .

**Câu 2.** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .                      B.  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$ .  
 C.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$ .                      D.  $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$ .

**Câu 3.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

|                    |          |          |          |          |          |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Đường kính<br>(cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
| Tần số             | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25.                      B. 30.                      C. 6.                      D. 69,8.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .                      B.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ .                      C.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .                      D.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ .

**Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

- A.  $y = \frac{1}{4}$ .                      B.  $y = 4$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = -1$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log x \geq 1$  là

- A.  $(10; +\infty)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $[10; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 10)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .                      B.  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ .                      C.  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ .                      D.  $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC, SB = SD$ .

Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A.  $SA \perp (ABCD)$ .    B.  $SO \perp (ABCD)$ .    C.  $SC \perp (ABCD)$ .    D.  $SB \perp (ABCD)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

A.  $x = 10$ .    B.  $x = 8$ .    C.  $x = 9$ .    D.  $x = 7$ .

**Câu 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

A. 8.    B. 9.    C. 6.    D.  $\frac{3}{2}$ .

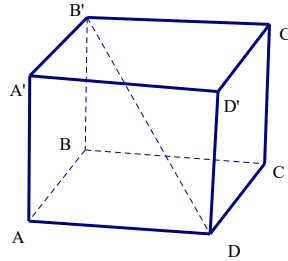
**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AB'} + \overline{AD}$ .

B.  $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .

C.  $\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD}$ .

D.  $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .



**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |      |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $3$  | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$       | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-3$ |           | $2$ |     | $-\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.    B. 2.    C. -2.    D. -3.

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho phương trình lượng giác  $\sin 2x = -\frac{1}{2}$  (\*).

a) Phương trình (\*) tương đương  $\sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6})$ .

b) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình (\*) có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (\*) trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{3\pi}{2}$ .

d) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình (\*) có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{7\pi}{12}$ .

**Câu 2.** Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ .

a) Vào thời điểm  $t = 1$  thì nồng độ Oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).

b) Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).

c) Vào thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ Oxygen trong nước cao nhất.

d) Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l)

**Câu 3.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

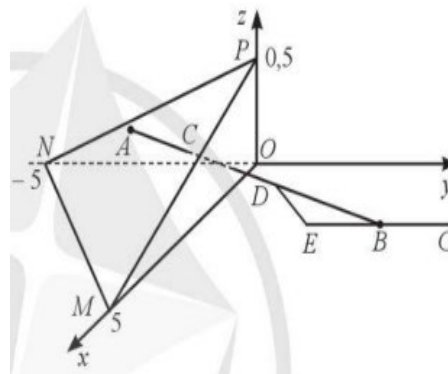
a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  ( đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét ), một máy bay đang ở vị trí  $A(3,5 ; -2 ; 0,4)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3,5 ; 5,5 ; 0)$  trên đường băng  $EG$  ( Hình vẽ)



a) Đường thẳng  $AB$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$

b) Khi máy bay ở vị trí  $D(3,5;3,25;0,12)$  thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm đi qua ba điểm  $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$ . Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là  $C(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55})$ .

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5; 4,5; 0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

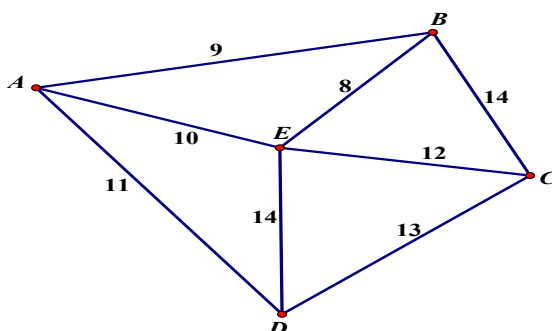
(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng  $2\sqrt{2}$ .

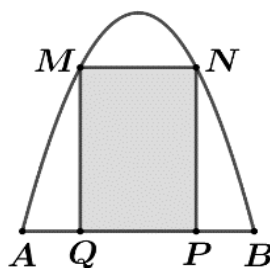
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

**Câu 2.** Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



**Câu 3.** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $M(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a+b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

**Câu 4.** Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là  $AB = 8$  m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh  $M, N$  nằm trên Parabol và hai đỉnh  $P, Q$  nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết  $MN = 4$  m,  $MQ = 6$  m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



**Câu 5.** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng là  $C(x) = 100 + 30x$  triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 6.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết

quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**...HẾT...**

## SẢN PHẨM NHÓM 2:

### HƯỚNG DẪN ĐỀ:

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

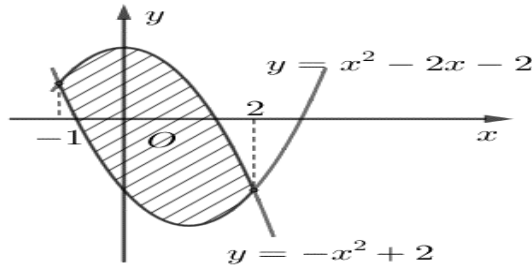
- A.  $\cos x + C$ .                      B.  $\sin x + C$ .                      C.  $-\cos x + C$ .                      D.  $-\sin x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là:  $-\cos x + C$

**Câu 2.** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .                      B.  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$ .  
C.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$ .                      D.  $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 3.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

| Đường kính (cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số          | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25.                      B. 30.                      C. 6.                      D. 69,8.

**Lời giải**

**Chọn A**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $65 - 40 = 25(\text{cm})$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  có một vector chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .                      B.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ .                      C.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .                      D.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ có một vectơ chỉ phương là } \vec{u}_4 = (-1; 2; 1).$$

**Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

- A.  $y = \frac{1}{4}$ .                                      **B.**  $y = 4$ .                                      C.  $y = 1$ .                                      D.  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tiệm cận ngang  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log x \geq 1$  là

- A.  $(10; +\infty)$ .                                      **B.**  $(0; +\infty)$ .                                      **C.**  $[10; +\infty)$ .                                      D.  $(-\infty; 10)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là  $[10; +\infty)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

- A.**  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .                                      **B.**  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ .                                      **C.**  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ .                                      **D.**  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 4; -1)$ .

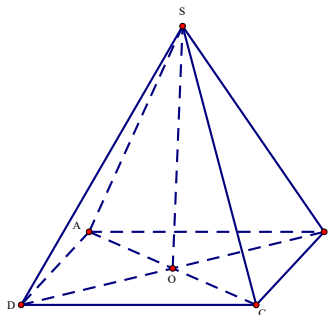
**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC, SB = SD$ .

Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A.**  $SA \perp (ABCD)$ .                                      **B.**  $SO \perp (ABCD)$ .                                      **C.**  $SC \perp (ABCD)$ .                                      **D.**  $SB \perp (ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $O$  là trung điểm của  $AC, BD$

Mà  $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.  $x = 10$ .                      B.  $x = 8$ .                      C.  $x = 9$                       D.  $x = 7$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

**Câu 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 8.                                      B. 9.                                      C. 6.                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6.$$

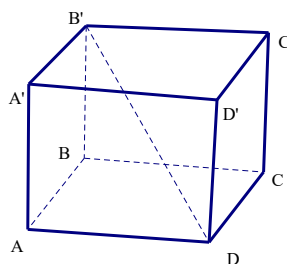
**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AB'} + \overline{AD}$ .

B.  $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .

C.  $\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD}$ .

D.  $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .



**Lời giải**

**Chọn B**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

|         |           |      |      |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $3$  | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$       | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-3$ |           | $2$ |     | $-\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. -2.                                      D. -3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là  $y_{CD} = 2$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình lượng giác  $\sin 2x = -\frac{1}{2}$  (\*).

- a) Phương trình (\*) tương đương  $\sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6})$ .
- b) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình (\*) có 3 nghiệm.
- c) Tổng các nghiệm của phương trình (\*) trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{3\pi}{2}$ .
- d) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình (\*) có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{7\pi}{12}$ .

**Lời giải**

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6}). \text{ Đúng}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}. \text{ Sai}$$

Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  là:  $S = \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$  **Đúng**

Do  $\frac{11\pi}{12} > \frac{7\pi}{12}$  nên phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{12}$ . **Sai**

**Câu 2.** Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ .

- a) Vào thời điểm  $t = 1$  thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l) .
- b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l) .
- c) Vào thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.
- d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l) .

**Lời giải**

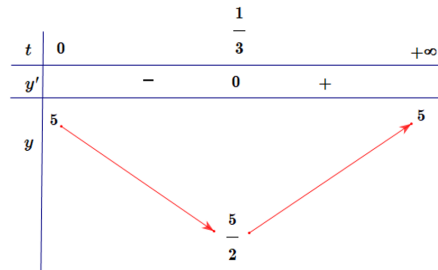
|                |                |                |               |
|----------------|----------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|----------------|----------------|---------------|

a) Tính:  $y(1) = 3,5$  (mg/l)

b) Xét  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$  trên nửa đoạn  $[0; +\infty)$

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta thấy  $\min_{[0; +\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2}$  và  $\max_{[0; +\infty)} y(t) = y(0) = 5$

Vậy vào các thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất và  $t = \frac{1}{3}$  giờ thì nồng độ oxygen trong nước thấp nhất

**Câu 3.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Lời giải**

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là:  $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

$$P(A|B)$$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là

$$P(A|C)$$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

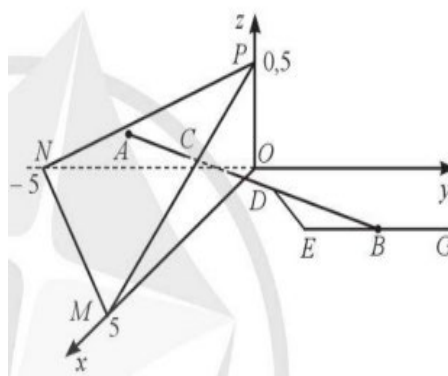
$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz ( đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét ), một máy bay đang ở vị trí  $A(3,5 ; -2 ; 0,4)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3,5 ; 5,5 ; 0)$  trên đường băng EG ( Hình vẽ)



a) Đường thẳng  $AB$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$

b) Khi máy bay ở vị trí  $D(3,5; 3,25; 0,12)$  thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm đi qua ba điểm  $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$ . Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là  $C(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55})$ .

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5; 4,5; 0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

### Lời giải

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$  là  $\overrightarrow{AB} = (0; 7,5; -4,5)$ .

Phương trình tham số của đường thẳng  $AB$  là: 
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases} . \text{Đúng.}$$

d) Vì  $D$  thuộc đường thẳng  $AB$  nên  $D(3,5; -2 + 7,5d; 0,4 - 0,4d)$  ( $d \in \mathbb{R}$ ). Mà  $D$  có độ cao 0,12 nên  $0,4 - 0,4d = 0,12 \Leftrightarrow d = 0,7$ . Vậy  $D(3,5; 3,25; 0,12)$  **Đúng**.

c) Phương trình mặt phẳng  $(MNP)$  là  $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{0,5} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 5 = 0$

Vì  $C$  thuộc đường thẳng  $AB$  nên  $C(3,5; -2 + 7,5c; 0,4 - 0,4c)$  ( $c \in \mathbb{R}$ )

Mà  $C$  thuộc mặt phẳng  $(MNP)$  nên  $3,5 - (-2 + 7,5c) + 10(0,4 - 0,4c) - 5 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{9}{23}$

Suy ra  $C(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115})$  **Sai**.

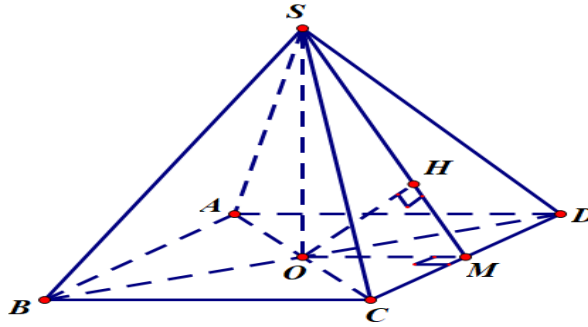
d) Ta có  $DE = \sqrt{(3,5 - 3,5)^2 + (4,5 - 3,25)^2 + (0 - 0,12)^2} \approx 1,26$  (km)

Vì  $900 \text{ m} = 0,9 \text{ km} < 1,26 \text{ km}$  nên phi công không nhìn thấy điểm E và không đạt được quy định an toàn bay. **Đúng**

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng  $2\sqrt{2}$ .

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$

Ta có  $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB; SD) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$

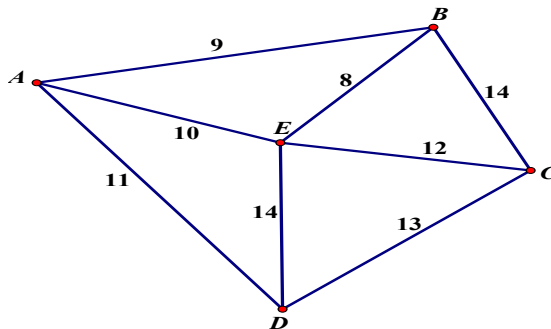
Trong  $(ABCD)$  dựng  $OM \perp CD = M$ ,  $(SOM)$ , dựng  $OH \perp SM = H$

Ta có:  $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$

Có  $OM = 1; SO = \sqrt{6}; \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{7}{6} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{42}}{7}$

Vậy:  $d(AB; SD) = 2d(O; (SCD)) = 2OH = \frac{2\sqrt{42}}{7} \approx 1,9$

**Câu 2:** Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



| Đường đi  | Tổng số chi phí              |
|---|------------------------------|
| $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$ | $9 + 14 + 12 + 14 + 11 = 60$ |
| $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ | $9 + 8 + 12 + 13 + 11 = 53$  |
| $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ | $10 + 8 + 14 + 13 + 11 = 56$ |
| $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ | $10 + 14 + 13 + 14 + 9 = 60$ |
| $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$ | $11 + 13 + 12 + 8 + 9 = 53$  |
| $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ | $11 + 14 + 12 + 14 + 9 = 60$ |

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 53.

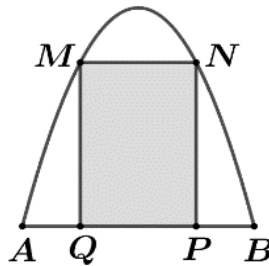
**Câu 3:** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến

vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $M(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a + b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

**Lời giải**

Phương trình đường thẳng  $AB$  là:  $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$ . Vì  $M$  thuộc  $AB$  nên tồn tại số thực  $t$  sao cho  $M(5t+5; 10t; -2t+5)$ . Ngoài ra,  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $-2t+5=0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$ . Suy ra  $M(17,5; 25; 0)$ . Vậy  $a + b = 17,5 + 25 = 42,5$ .

**Câu 4.** Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là  $AB = 8$  m. Người ra treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh  $M, N$  nằm trên Parabol và hai đỉnh  $P, Q$  nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết  $MN = 4$  m,  $MQ = 6$  m. Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

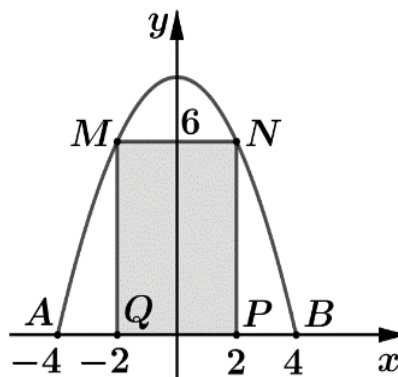


**Lời giải:**

Diện tích của phần phía ngoài phông (phần không tô đen) bằng diện tích hình giới hạn bởi parabol trừ đi diện tích phông hình chữ nhật MNPQ

Diện tích của hình chữ nhật là:  $4 \cdot 6 = 24m^2$   $m^2$ .

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua  $Oy$  nên có dạng  $(P): y = ax^2 + c$ . Vì  $(P)$  đi qua  $B(4;0)$  và  $N(2;6)$  nên

$$(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và trục  $Ox$  là



$$S = 2 \int_0^4 \left( -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ m}^2.$$

Diện tích phần phía ngoài phòng để trang trí hoa là  $S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \approx 18,7 \text{ m}^2$ .

**Câu 5.** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng là  $C(x) = 100 + 30x$  triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải:

Lợi nhuận của nhà máy A khi sản xuất  $x$  tấn sản phẩm là:

$$H(x) = xP(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100, \quad 0 \leq x \leq 100$$

$$H'(x) = -0,003x^2 + 15$$

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \text{ (chọn)}$$

$$\text{Ta có: } H(0) = -100, H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100, H(100) = 400$$

$$\text{Do đó: } \max_{[0;100]} H(x) = H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$$

Vậy nhà máy A nên sản xuất  $70,7$  tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

**Câu 6.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi  $B$  là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính  $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

$$\text{Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: } P(A) = 1\% = 0,01$$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra:  $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là:  $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:  $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

## SẢN PHẨM TẬP HUẤN NHÓM 3

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  là

**A.**  $\frac{3^x}{\ln 3} + C.$

**B.**  $3^x \ln 3 + C.$

**C.**  $3^x + C.$

**D.**  $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C.$

**Câu 2.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

**A.**  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

**B.**  $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx.$

**C.**  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

**D.**  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

**Câu 3.** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

| Điểm        | [3;4) | [4;5) | [5;6) | [6;7) | [7;8) | [8;9) | [9;10) |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Số học sinh | 3     | 8     | 7     | 12    | 7     | 1     | 1      |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

**A.** 4,84 .

**B.** 2,10 .

**C.** 2,09 .

**D.** 6,94 .

### Lời giải

Mẫu số liệu ghép nhóm có cỡ mẫu  $n = 3 + 8 + 7 + 12 + 7 + 1 + 1 = 39$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{39}$  là điểm của 39 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$ . Do  $x_{10}, x_{11}$  đều thuộc nhóm [4;5)

nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Ta có  $Q_1 = 4 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} \cdot 1 = \frac{155}{32} \approx 4,84$ .

**Đáp án: A**

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{a} = (4; -6; 2)$  là

**A.**  $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$  và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|      |                      |                |                      |
|------|----------------------|----------------|----------------------|
| $x$  | $-\infty$            | $\frac{-1}{2}$ | $+\infty$            |
| $y'$ | +                    |                | +                    |
| $y$  | $2 \nearrow +\infty$ |                | $-\infty \nearrow 2$ |

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = -\frac{1}{2}$ .      B.  $x = 2$ .      **C.  $y = 2$ .**      D.  $x = -\frac{1}{2}$ .

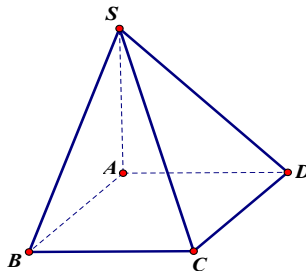
Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(x-1) > 1$  là

- A.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ .      **B.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .**      C.  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .      D.  $\left[1; \frac{3}{2}\right)$ .

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$ . Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $(-2; -1; 1)$ .      B.  $(1; -1; 3)$ .      **C.  $(-2; 0; 1)$ .**      D.  $(2; 0; 1)$

Câu 8. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $SA$ ?



- A.  $SB$ .      B.  $SC$ .      C.  $SD$ .      **D.  $BC$ .**

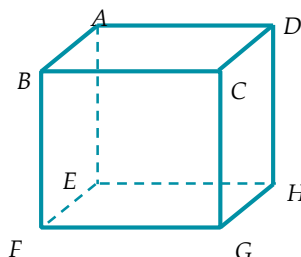
Câu 9. Nghiệm của phương trình  $2^x = 3$  là

- A.  $x = \log_2 3$ .**      B.  $x = \log_3 2$ .      C.  $x = \frac{3}{2}$ .      D.  $x = \sqrt{3}$

Câu 10. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là  $u_2 = 16$  và  $u_3 = 32$ . Số hạng tiếp theo là

- A. 720.      B. 81.      **C. 64.**      D. 56.

Câu 11. Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$  (minh họa như hình bên).



Kết quả phép toán  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$  là

A.  $\overline{BD}$ .B.  $\overline{AE}$ .C.  $\overline{DB}$ .D.  $\overline{BH}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-2; 3]$  và có bảng xét dấu như sau:

|         |    |   |   |       |
|---------|----|---|---|-------|
| $x$     | -2 | 0 | 1 | 3     |
| $f'(x)$ |    | + |   | - 0 + |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A.  $x = -2$ .B.  $x = 0$ .C.  $x = 1$ .D.  $x = 3$ .

**Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x - \sin 2x$ .

a)  $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$ .b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$ .c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6}$  và  $\frac{5\pi}{6}$ .d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

a)  $f(0) = 0 - \sin 2 \cdot 0 = 0$  và  $f(\pi) = \pi - \sin 2\pi = \pi$ . **Đúng.**b) Đạo hàm của  $f(x) = x - \sin 2x$  là  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$ . **Sai.**c)  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$  khi đó  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} = 0$  và
$$f'\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{5\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{5\pi}{3} = 0$$
 , suy ra  $x = \frac{\pi}{6}$  và  $x = \frac{5\pi}{6}$  là nghiệm của phương trình

$$f'(x) = 0 \text{ trên đoạn } [0; \pi]. \text{ **Đúng.**}$$
d)  $f(x) = x - \sin 2x$ ,  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \in [0; \pi]$ 

Ta có:  $f(0) = 0; f(\pi) = \pi; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ . **Đúng.**

**Câu 2.** Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi  $x$  là số ti vi bán được mỗi tuần,  $p$  (triệu đồng) là giá bán của mỗi ti vi. Khi đó  $p = p(x)$  được gọi là hàm cầu.

a) Hàm cầu là  $p = -\frac{1}{200}x + 19$  (triệu đồng).b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là  $200p^2 + 3800p$  (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng), trong đó  $x$  là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

## Đáp số

### a) Đúng

Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của  $x$  tỉ lệ với tốc độ thay đổi của  $p$  nên hàm số  $p = p(x)$  là hàm số bậc nhất có dạng  $p = ax + b$ .

Giá bán ti vi  $p_1 = 14$  ứng với  $x = 1000$  và giá bán ti vi  $p_2 = 14 - 0,5 = 13,5$  ứng với

$x = 1000 + 100 = 1100$ . Ta tìm được  $p = -\frac{1}{200}x + 19$

b) Từ ý a) có  $x = 3800 - 200p$

Tổng doanh thu từ tiền bán tivi là  $T = x.p = 3800p - 200p^2 = -200p^2 + 3800p$

Suy ra b) sai

### c) Đúng

Doanh thu  $T$  là một hàm số bậc 2 với hệ số  $a = -200 < 0$  nên đạt giá trị lớn nhất tại  $p = \frac{3800}{400} = 9,5$ .

Tức là công ty đã bán mỗi ti vi với giá là 9,5 triệu đồng, hay công ty đã giảm giá 4,5 triệu đồng với khi bán mỗi ti vi.

### d) Đúng

Lợi nhuận hàng tuần khi bán  $x$  chiếc ti vi là

$$L(x) = x.p - C(x) = -200p^2 + 3800p - 12000 + 3(3800 - 200p) = -200p^2 + 3200p - 600$$

Lập BBT của hàm số  $L(x)$  ta có lợi nhuận lớn nhất khi  $p = 8$  (triệu đồng).

**Câu 3.** Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I sản xuất chiếm 61%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 39%. Tỷ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 93%, 82%. Kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

$A_1$ : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất”;

$A_2$ : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất”;

$B$ : “Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn”.

a) Xác suất  $P(A_1) = 0,61$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(B | A_2) = 0,82$ .

c) Xác suất  $P(B) = 0,8871$ .

d) Xác suất có điều kiện  $P(A_1 | B) = 0,55$ .

## Lời giải

|         |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|
| Ý       | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ  | Đ  | Đ  | S  |

a) Do  $P(A_1) = 0,61$ . Suy ra a) đúng.

b)  $P(B | A_2) = \frac{P(B \cap A_2)}{P(A_2)} = 0,82$ . Do đó **b) đúng**

c) Ta có:  $P(A_1) = 0,61; P(A_2) = 0,39; P(B | A_1) = 0,93; P(B | A_2) = 0,82$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A_1).P(B | A_1) + P(A_2).P(B | A_2) = 0,61.0,93 + 0,39.0,82 = 0,8871.$$

Vậy **c) đúng**

d) Theo công thức Bayes, ta có:  $P(A_1 | B) = \frac{P(A_1).P(B | A_1)}{P(B)} = \frac{0,61 \cdot 0,93}{0,8871} \approx 0,64$ .

Vậy **d) sai**

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí  $I(17;20;45)$ . Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là  $4km$ .

**a)** Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là  $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$ .

**b)** Nếu người đi biển ở vị trí  $M(18;21;50)$  thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

**c)** Nếu người đi biển ở vị trí  $N(4019;21;44)$  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

**d)** Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá  $8 km$

**Lời giải**

|             |
|-------------|
| <b>a) Đ</b> |
| <b>b) S</b> |
| <b>c) S</b> |
| <b>d) Đ</b> |

a) Phương trình mặt cầu tâm  $I(17;20;45)$  bán kính  $R = 4km = 4000m$

$$(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000 \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

b)  $IM = \sqrt{(18-17)^2 + (21-20)^2 + (50-45)^2} = \sqrt{27} < 16000000$ . Suy ra người ở vị trí điểm  $M$  vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **sai**

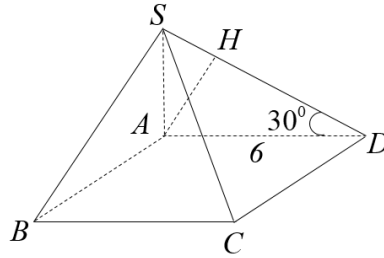
c)  $IN = \sqrt{(4019-17)^2 + (21-20)^2 + (44-45)^2} = \sqrt{16016006} < 16000000$ . Suy ra người ở vị trí điểm  $N$  vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Vì đường kính của mặt cầu trên bằng  $8000m$  hay  $8km$  nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá  $8km$ . Suy ra mệnh đề **đúng**.

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $AD=6$ . Góc giữa cạnh bên  $SD$  và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



Kẻ  $AH \perp SD$ , ta có  $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AH \Rightarrow AH$  là đoạn vuông góc chung của  $AB$  và  $SD$ .

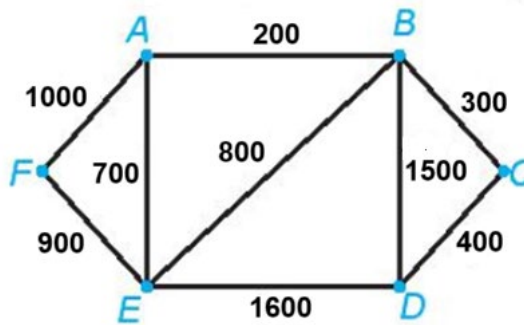
Góc giữa cạnh bên  $SD$  và mặt đáy là góc  $\widehat{SDA} = 30^\circ$ .

Trong tam giác vuông  $SAD$  có  $SA = AD \cdot \tan 30^\circ = 2\sqrt{3}$ .

$$AH \text{ là đường cao trong tam giác vuông } SAD \text{ nên } AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 6}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2}} = 3.$$

**Đáp án: 3**

**Câu 2.** Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Hỏi người đó phải đi như thế nào để đường đi là ngắn nhất?



**Lời giải**

Đồ thị trên chỉ có hai đỉnh bậc lẻ là A và D nên ta có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường đi này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường đi Euler từ A đến D là AFEABEDBCD và tổng độ dài của nó là

$$1000 + 900 + 700 + 200 + 800 + 1600 + 1500 + 300 + 400 = 7400.$$

Để quay trở lại điểm xuất phát và có đường đi ngắn nhất, ta cần tìm một đường đi ngắn nhất từ D đến A theo thuật toán gắn nhãn vĩnh viễn.

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DCBA và có độ dài là  $400 + 300 + 200 = 900$ .

Vậy một chu trình cần tìm là AFEABEDBCDCBA và có độ dài là

$$7400 + 900 = 8300.$$

**Đáp án: 8300**

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và theo hướng về đài không lưu.  $E(a; b; c)$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính  $T = a + b + c$ .

**Lời giải**



Ta có  $E(-688+91t; -185+75t; 8)$  với  $t \geq 0$ .

$E$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình

$$\Rightarrow OE = 471 \Leftrightarrow (-688+91t)^2 + (-185+75t)^2 + 8^2 = 471^2 \Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=8 \end{cases}$$

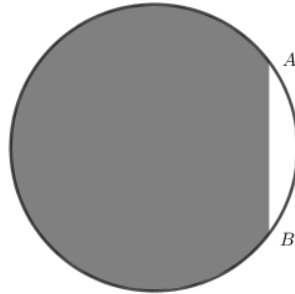
Vì  $E$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình  $\Rightarrow t=3 \Rightarrow E(-415; 40; 8)$ .

$$\text{Vậy } a = -415; b = 40; c = 8 \Rightarrow a + b + c = -367$$

**Đáp án : -367**

**Câu 4.** Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5 (m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó  $AB = 6$  (m).

Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng) ?

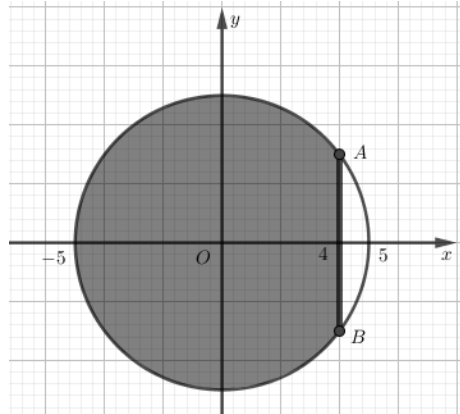


**Lời giải**

**Đáp án: 7445.**

Diện tích miếng tôn hình tròn là:  $S_1 = \pi \cdot R^2 = 25\pi (m^2)$ .

Xét hệ tọa độ Oxy như hình vẽ



Phương trình của đường tròn tâm O, bán kính bằng 5 là:  $x^2 + y^2 = 25$ .

Phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn là:  $y = \sqrt{25 - x^2}$

$AB = 6 \Rightarrow y_A = 3 \Rightarrow x_A = 4$ . Vậy diện tích phần tấm tôn trống là  $S_2 = 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx (m^2)$ .

Diện tích phần tấm tôn trang trí là:  $S = S_1 - S_2 = 25\pi - 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx (m^2)$ .

Vậy số tiền chi phí là:  $T = 100 \cdot \left( 25\pi - 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx \right) \approx 7445$  (nghìn đồng).

**Câu 5:** Nhà máy  $A$  chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy  $B$ . Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy  $A$  cung cấp cho nhà máy  $B$  số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của  $B$  (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để  $A$  sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy  $A$  cần bán cho nhà máy  $B$  bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải**

Số tiền mà nhà máy  $A$  thu được từ việc bán  $x$  tấn sản phẩm ( $0 \leq x \leq 100$ ) cho nhà máy  $B$  là:

$$R(x) = x.P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3 \text{ (triệu đồng).}$$

Chi phí để  $A$  sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng là  $C(x) = 100 + 30x$  (triệu đồng).

Lợi nhuận (triệu đồng) mà nhà máy  $A$  thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

Xét hàm số  $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$  với ( $0 \leq x \leq 100$ ) ta có:

$$P'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$$

Ta có  $P(0) = -100$ ;  $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$ ;  $P(100) = 400$

Bảng biến thiên

|      |     |                     |     |   |
|------|-----|---------------------|-----|---|
| $x$  | 0   | $50\sqrt{2}$        | 100 |   |
| $y'$ |     | +                   | 0   | - |
| $y$  | 100 | $500\sqrt{2} - 100$ | 400 |   |

Vậy nhà máy  $A$  thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán  $50\sqrt{2} \approx 70,7$  tấn sản phẩm cho nhà máy  $B$  mỗi tháng.

**Đáp án: 70,7**

**Câu 6:** Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Xét các biến cố

$A$ : “Lấy được một chính phẩm từ thùng I sang thùng II”

$B$ : “Lấy được một chính phẩm từ thùng II”

Khi đó:  $P(A) = \frac{5}{9}$ ;  $P(\bar{A}) = \frac{4}{9}$ ;  $P(B|A) = \frac{7}{15}$ ;  $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố  $B$  là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} \approx 0.44$$

**Đáp án: 0,44**

## SẢN PHẨM TẬP HUẤN NHÓM 4

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án **(3,0 điểm)**.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.**  $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = e^x + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

**A.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**B.**  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**C.**  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**D.**  $S = \int_a^b -f(x) dx$ .

**Câu 3:** Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

|                  |               |                |                |                |                |
|------------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Thời gian (phút) | [9, 5; 12, 5) | [12, 5; 15, 5) | [15, 5; 18, 5) | [18, 5; 21, 5) | [21, 5; 24, 5) |
| Số học sinh      | 3             | 12             | 15             | 24             | 2              |

Tổng số học sinh là

**A.** 24.

**B.** 56.

**C.** 2.

**D.** 22.

**Câu 4:** Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A(2; 1; 0)$ , đi qua điểm  $B(0; 1; 2)$ ?

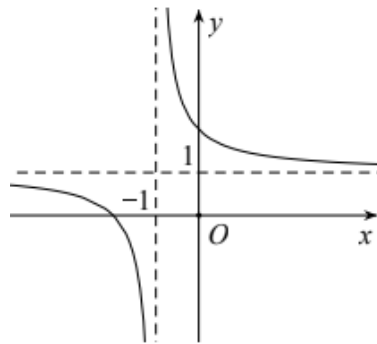
**A.**  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$ .

**B.**  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$ .

**C.**  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$ .

**D.**  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0; ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

**A.**  $y = -1$

**B.**  $x = 1$

**C.**  $x = -1$

**D.**  $y = 1$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(x-2) \leq 1$  là

**A.**  $(2; 3]$ .

**B.**  $(-\infty; 7]$ .

**C.**  $[7; +\infty)$ .

**D.**  $(2; 7]$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 4z - 5 = 0$  có vectơ pháp tuyến là

**A.**  $\vec{n}_1(2; -1; 4)$ .

**B.**  $\vec{n}_2(2; 1; 4)$ .

C.  $\vec{n}_3(2; -1; -4)$ .      D.  $\vec{n}_4(1; -1; 4)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A.  $SA \perp (ABCD)$ .      B.  $SO \perp (ABCD)$ .  
 C.  $SC \perp (ABCD)$ .      D.  $SD \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_5(3x) = 2$  là:

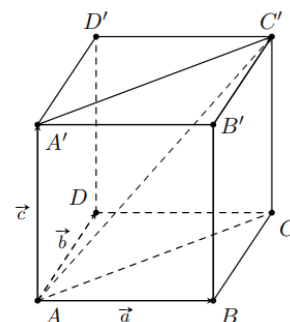
- A.  $x = 25$       B.  $x = \frac{32}{3}$ .      C.  $x = 32$       D.  $x = \frac{25}{3}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ ,  $u_6 = 27$ . Tính công sai  $d$ .

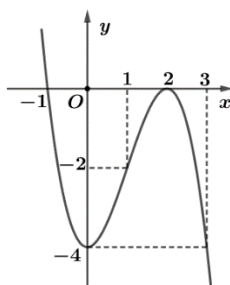
- A.  $d = 7$ .      B.  $d = 5$ .      C.  $d = 8$ .      D.  $d = 6$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Phân tích vectơ  $\vec{AC'}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

- A.  $\vec{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .      B.  $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .  
 C.  $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .      D.  $\vec{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .



**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2 \cos x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{3}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 2:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5 m. Một ô tô  $A$  đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô  $B$  đang dừng đèn đỏ nên ô tô

$A$  hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 16 - 4t$  (đơn vị tính bằng  $m/s$ , thời gian  $t$  tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô  $A$  dừng lại là  $4s$ .

b) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô  $A$  đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô  $A$  đi được quãng đường  $32m$ .

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô  $A$  và ô tô  $B$  là  $37m$ .

**Câu 3:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Câu 4:** Một máy bay di chuyển từ sân bay A với tọa độ  $A(0;0;0)$  đến sân bay B tại tọa độ  $B(760;120;10)$  (đơn vị tính là km). Trên hành trình, máy bay sẽ đi qua vùng kiểm soát không lưu trung gian có bán kính 100 km, với tâm trạm kiểm soát đặt tại tọa độ  $O(380;60;0)$ . Máy bay bay với vận tốc không đổi, hoàn thành quãng đường trong 1 giờ 25 phút (85 phút).

a) Phương trình tham số của đường bay từ A đến B được cho bởi: 
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t, t \in [0;1.42] \\ z = 10t \end{cases}$$

(Tham số  $t$  biểu diễn thời gian bay được tính theo giờ)

b) Máy bay đi vào phạm vi kiểm soát không lưu (bán kính 100 km, tâm tại  $O(380;60;0)$ ) tại thời điểm  $t = 0.5$ .

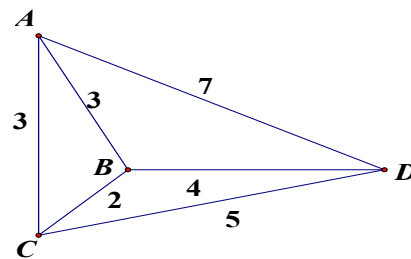
c) Quãng đường từ A đến B theo đường bay là 766 km.

d) Nếu máy bay bay trong vùng kiểm soát trong 15 phút (0.25 giờ), nó sẽ bay đúng  $\frac{1}{6}$  quãng đường từ lúc vào đến khi ra khỏi vùng này.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).**

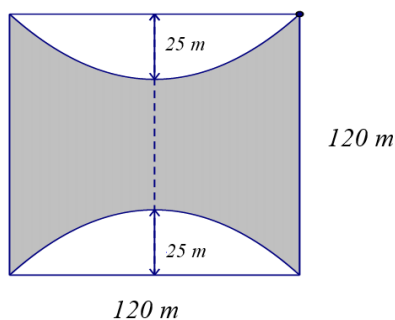
**Câu 1:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Câu 2:** Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng  $A, B, C$  và  $D$ . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



**Câu 3:** Hệ thống định vị toàn cầu  $GPS$  là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm  $M$  trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm  $A(3; 1; 0)$ ,  $B(3; 6; 6)$ ,  $C(4; 6; 2)$ ,  $D(6; 2; 14)$ ; vị trí  $M(a; b; c)$  thỏa mãn  $MA = 3$ ,  $MB = 6$ ,  $MC = 5$ ,  $MD = 13$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến điểm  $O$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4:** Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120 m. Phần sân chơi nằm ở giữa, và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25 m. Tính diện tích phần trồng cây xanh.



**Câu 5:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm liều lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

**Câu 6:** Có hai hộp đựng bi: hộp I có 6 viên bi vàng và 4 viên bi đỏ; hộp II có 7 viên bi vàng và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I và chuyển nó sang hộp II. Sau đó, chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Tính xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

## BẢNG ĐÁP ÁN

### PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

|      |      |     |      |     |     |     |     |      |       |
|------|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|-------|
| 1. B | 2.A  | 3.B | 4. B | 5.C | 6.D | 7.A | 8.B | 9. D | 10. D |
| 11.C | 12.D |     |      |     |     |     |     |      |       |

### PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

**Bảng đáp án:**

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 |
|-------|-------|-------|-------|
| a) Đ  | a) Đ  | a) Đ  | a) Đ  |
| b) S  | b) S  | b) S  | b) Đ  |
| c) Đ  | c) Đ  | c) Đ  | c) Đ  |
| d) Đ  | d) Đ  | d) S  | d) Đ  |

### PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

**Bảng đáp án:**

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 | Câu 5 | Câu 6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 4,7   | 15    | 3     | 2000  | 20    | 0,08  |



## Hướng dẫn giải chi tiết

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$ .

B.  $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$ .

C.  $\int f(x)dx = e^x + C$ .

D.  $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

A.  $S = \int_a^b |f(x)|dx$ .

B.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .

C.  $S = \int_b^a |f(x)|dx$ .

D.  $S = \int_a^b -f(x)dx$ .

**Lời giải**

Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là:  $S = \int_a^b |f(x)|dx$ .

**Đáp án: A**

**Câu 3:** Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

|                  |               |                |                |                |                |
|------------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Thời gian (phút) | [9, 5; 12, 5) | [12, 5; 15, 5) | [15, 5; 18, 5) | [18, 5; 21, 5) | [21, 5; 24, 5) |
| Số học sinh      | 3             | 12             | 15             | 24             | 2              |

Tổng số học sinh là

A. 24.

B. 56.

C. 2.

D. 22.

**Lời giải**

Số học sinh là  $3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$ .

**Chọn B**

**Câu 4:** Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A(2; 1; 0)$ , đi qua điểm  $B(0; 1; 2)$ ?

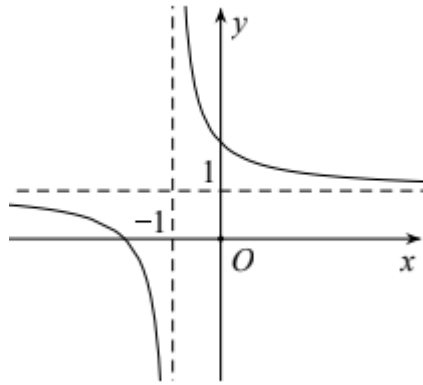
A.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$ .

B.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$ .

C.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$ .

D.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0$ ;  $ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A.**  $y = -1$                       **B.**  $x = 1$                       **C.**  $x = -1$                       **D.**  $y = 1$

**Lời giải**

HD: Dựa vào đồ thị hàm số ta có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  **chọn đáp án C**

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(x-2) \leq 1$  là

- A.**  $(2; 3]$ .                      **B.**  $(-\infty; 7]$ .                      **C.**  $[7; +\infty)$ .                      **D.**  $(2; 7]$ .

**Lời giải**

Bất phương trình  $\log_5(x-2) \leq 1$  tương đương với:

$$\begin{aligned} 0 < x-2 &\leq 5^1 \\ \Leftrightarrow 0 < x-2 &\leq 5 \\ \Leftrightarrow 2 < x &\leq 7. \end{aligned}$$

**Đáp án: D**

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (Q) có phương trình  $2x - y + 4z - 5 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q)?

- A.**  $\vec{n}_1(2; -1; 4)$  **B.**  $\vec{n}_2(2; 1; 4)$   
**C.**  $\vec{n}_3(2; -1; -4)$  **D.**  $\vec{n}_4(1; -1; 4)$

**Lời giải**

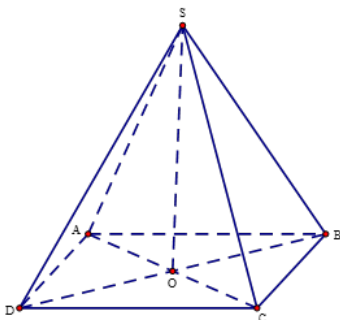
**Chọn A.**

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có phương trình  $2x - y + 4z - 5 = 0$  là  $\vec{n}_1(2; -1; 4)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O,  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A.**  $SA \perp (ABCD)$ . **B.**  $SO \perp (ABCD)$ .  
**C.**  $SC \perp (ABCD)$ . **D.**  $SD \perp (ABCD)$ .

**Lời giải**



O là trung điểm của AC và BD

Mà  $SA = SC$ ;  $SB = SD \Rightarrow SO \perp AC$ ;  $SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

**Chọn B**

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_5(3x) = 2$  là:

- A.  $x = 25$                       B.  $x = \frac{32}{3}$ .                      C.  $x = 32$                       D.  $x = \frac{25}{3}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ ,  $u_6 = 27$ . Tính công sai  $d$ .

- A.  $d = 7$ .                      B.  $d = 5$ .                      C.  $d = 8$ .                      D.  $d = 6$ .

**Lời giải**

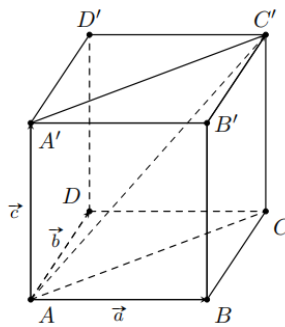
**Chọn D.**

Ta có  $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Phân tích vectơ  $\overrightarrow{AC'}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

- A.  $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .    B.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .    C.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .    D.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

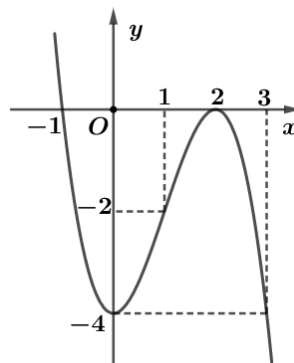
**Lời giải**



Ta có: Theo quy tắc hình hộp  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

Chọn đáp án C

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-1; 1)$ .                      B.  $(-\infty; -1)$ .                      C.  $(2; +\infty)$ .                      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Chọn đáp án D**

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2 \cos x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{3}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .

**Lời giải**

a)  $f(0) = 2 \sin 0 - 0 = 0$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 2 - \frac{\pi}{2}$ . **Đúng.**

b) Đạo hàm của  $f(x) = 2 \sin x - x$  là  $f'(x) = 2 \cos x - 1$ . **Sai.**

c)  $f'(x) = 2 \cos x - 1$  khi đó  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 0$ , suy ra  $x = \frac{\pi}{3}$  là nghiệm của phương trình

$f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . **Đúng.**

d)  $f(x) = 2 \sin x - x$ ,

$f'(x) = 2 \sin x - 1$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{3} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,

$f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2} \approx 0.429$ ,

$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \approx 0.684$ .

Do đó, giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ . **Đúng.**

**Câu 2:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 16 - 4t$  (đơn vị tính bằng m/s, thời gian  $t$  tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.

b) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô  $A$  đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô  $A$  đi được quãng đường  $32m$ .

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô  $A$  và ô tô  $B$  là  $37m$ .

### Lời giải

a) **Đúng** vì khi ô tô  $A$  dừng lại thì  $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ .

b) **Sai** vì quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô  $A$  đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

c) **Đúng** vì quãng đường ô tô  $A$  đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là

$$s(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Như vậy, ô tô  $A$  di chuyển quãng đường  $32$  mét trước khi dừng lại hoàn toàn.

d) **Đúng** vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu  $1$  mét khi dừng lại, ô tô  $A$  phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô  $B$  ít nhất là:  $32 + 5 = 37(m)$

**Câu 3:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

### Lời giải

| a)          | b)         | c)          | d)         |
|-------------|------------|-------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi  $A$  là biến cố “tên là Hiền”

Gọi  $B$  là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là:  $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

**Câu 4:** Một máy bay di chuyển từ sân bay A với tọa độ A(0;0;0) đến sân bay B tại tọa độ B(760;120;10) (đơn vị tính là km). Trên hành trình, máy bay sẽ đi qua vùng kiểm soát không lưu trung gian có bán kính 100 km, với tâm trạm kiểm soát đặt tại tọa độ O(380;60;0). Máy bay bay với vận tốc không đổi, hoàn thành quãng đường trong 1 giờ 25 phút (85 phút).

a) Phương trình tham số của đường bay từ A đến B được cho bởi: 
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t, t \in [0;1.42] \\ z = 10t \end{cases}$$

(Tham số t biểu diễn thời gian bay được tính theo giờ)

b) Máy bay đi vào phạm vi kiểm soát không lưu (bán kính 100 km, tâm tại O(380;60;0)) tại thời điểm  $t = 0.5$ .

c) Quãng đường từ A đến B theo đường bay là 766 km.

d) Nếu máy bay bay trong vùng kiểm soát trong 15 phút (0.25 giờ), nó sẽ bay đúng 1/6 quãng đường từ lúc vào đến khi ra khỏi vùng này.

### Lời giải

a) Đúng.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm  $A(0;0;0)$  và  $B(760;120;10)$ .

$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t \\ z = 10t \end{cases}$$

$$t \in [0;1.42]$$

b) Đúng.

Tại  $t = 0.5$ , tọa độ máy bay là

$$\begin{cases} x = 760 \times 0.5 = 380 \\ y = 120 \times 0.5 = 60 \\ z = 10 \times 0.5 = 5 \end{cases}$$

Khoảng cách từ  $(380;60;5)$  đến  $O(380;60;0)$  là 5km.

Như vậy, máy bay đã vào vùng kiểm soát.

c) Đúng.

Quãng đường từ A đến B là khoảng cách giữa hai điểm AB xấp xỉ 769.5km.

Giá trị này gần đúng với 766 km thực tế.

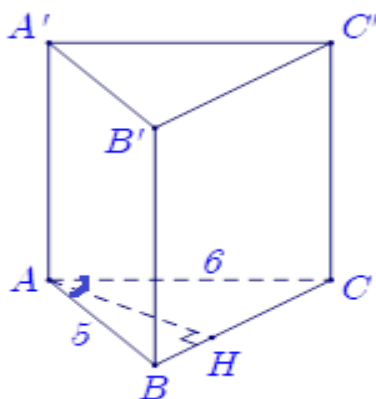
d) Đúng.

Với thời gian trong vùng kiểm soát là 15 phút (0.25 giờ), quãng đường tương ứng là 1/6 toàn bộ hành trình (do tổng thời gian là 1.42 giờ). Vậy kết luận này là chính xác.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

**Câu 1:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

#### Lời giải



Kẻ  $AH \perp BC$ , ta được AH là đường vuông góc chung của  $AA'$  và BC

Suy ra  $d(AA', BC) = AH$ .

Ta có:

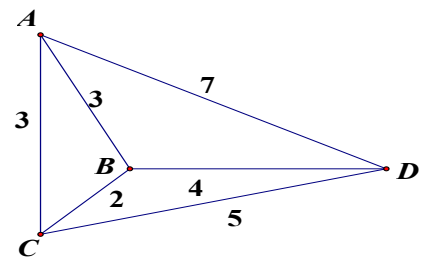
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$BC = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{31}$$

$$AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{31}} = \frac{15\sqrt{93}}{31} \approx 4,7$$

**Đáp số:** 4,7

**Câu 2:** Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng  $A, B, C$  và  $D$ . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



**Lời giải**

Xe giao hàng có thể xuất phát từ một trong 4 kho hàng  $A, B, C, D$ .

Giả sử xe giao hàng xuất phát từ kho  $A$ .

Để đi qua tất cả các kho hàng và quay trở về  $A$ , xe giao hàng có thể đi theo một trong các đường đi:

| Đường đi  | Tổng quãng đường     |
|---|----------------------|
| $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ | $3 + 2 + 5 + 7 = 17$ |
| $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$ | $3 + 4 + 5 + 3 = 15$ |
| $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ | $3 + 2 + 4 + 7 = 16$ |
| $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$ | $3 + 5 + 4 + 3 = 15$ |
| $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ | $7 + 4 + 2 + 3 = 16$ |
| $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ | $7 + 5 + 2 + 3 = 17$ |

Nếu xuất phát từ đỉnh khác thì chỉ là phép thay thế bước đi trong sơ đồ trên.

Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

**Đáp án:** 15.

**Câu 3:** Hệ thống định vị toàn cầu  $GPS$  là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm  $M$  trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm  $A(3; 1; 0)$ ,  $B(3; 6; 6)$ ,  $C(4; 6; 2)$ ,  $D(6; 2; 14)$ ; vị trí  $M(a; b; c)$  thỏa mãn  $MA = 3$ ,  $MB = 6$ ,  $MC = 5$ ,  $MD = 13$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến điểm  $O$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có:



$$\begin{cases} MA = 3 \\ MB = 6 \\ MC = 5 \\ MD = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 9 \\ (a-3)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 25 \\ (a-6)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 2b = -1 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 12b - 12c = -45 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 4c = -31 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

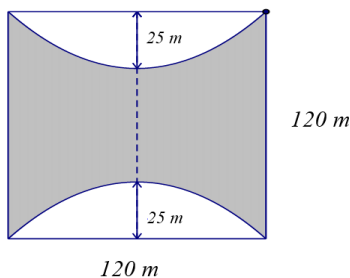
Đặt  $d = a^2 + b^2 + c^2$  ta được:

$$\begin{cases} d - 6a - 2b = -1 \\ d - 6a - 12b - 12c = -45 \\ d - 8a - 12b - 4c = -31 \\ d - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được  $a = 1, b = 2, c = 2, d = 9 \Rightarrow M(1; 2; 2)$

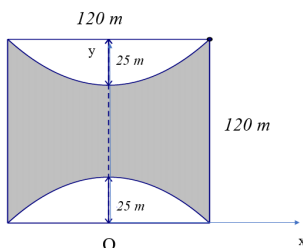
Do đó, khoảng cách từ điểm  $M$  đến điểm  $O$  là:  $OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{d} = 3$

**Câu 4:** Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120 m. Phần sân chơi nằm ở giữa, và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25 m. Tính diện tích phần trồng cây xanh.



### Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ:



Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Giả sử xét một cạnh hình vuông làm trục hoành  $x$ , với trung điểm của các cạnh tại gốc tọa độ  $(0;0)$ . Đỉnh của parabol nằm tại điểm  $(0; 25)$  và đi qua hai điểm trên cạnh đáy  $(-60;0)$  và  $(60;0)$  (vì cạnh hình vuông là 120m).

Phương trình parabol có dạng:  $y = ax^2 + 25$

vì parabol đi qua điểm  $(60;0)$  nên ta có:

$$0 = a(60)^2 + 25 \Rightarrow a = -\frac{25}{3600} = -\frac{1}{144}$$

Phương trình parabol là:  $y = -\frac{1}{144}x^2 + 25$

Diện tích của phần trồng cây xanh bằng:  $\int_{-60}^{60} (-\frac{1}{144}x^2 + 25)dx = 2000m^2$

Đáp án:  $2000 m^2$

**Câu 5:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x)=0,024x^2(30-x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

**Lời giải**

Bài toán đi tìm  $x \in [0;30]$  để  $G(x)$  đạt giá trị lớn nhất.

$$G(x) = -\frac{3}{125}x^3 + \frac{18}{25}x^2$$

$$G'(x) = -\frac{9}{125}x^2 + \frac{36}{25}x$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \in [0;30] \end{cases}$$

Ta có  $G(0)=0$ ;  $G(20)=96$ ;  $G(30)=0$ . Vậy  $G(x)$  đạt giá trị lớn nhất là 96 khi  $x=20$

**Câu 6:** Có hai hộp đựng bi: hộp I có 6 viên bi vàng và 4 viên bi đỏ; hộp II có 7 viên bi vàng và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I và chuyển nó sang hộp II. Sau đó, chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Tính xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng.

Giải:

Gọi biến cố A: viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I.

Gọi biến cố B: viên bi được chọn từ hộp II là viên bi vàng.

Cần tính xác suất  $P(A|B)$ , tức là xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, với điều kiện rằng viên bi đó là viên bi vàng. Sử dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

**Xác suất chọn một viên bi vàng từ hộp I:** Hộp I có 6 viên bi vàng trong tổng số 10 viên bi, nên xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp I là:

$$P(\text{chọn viên bi vàng từ hộp I}) = \frac{6}{10} = 0,6$$

- Nếu viên bi vàng được chuyển từ hộp I sang hộp II, thì số viên bi vàng trong hộp II sẽ tăng lên thành 8 viên bi. Khi đó, xác suất để chọn được đúng viên bi vàng đã chuyển từ hộp I (trong tổng số 11 viên bi ở hộp II) là:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{11}$$

$P(B)$  là xác suất để chọn được một viên bi vàng từ hộp II, sau khi có một viên bi từ hộp I đã được chuyển sang.

Có hai khả năng để chọn một viên bi vàng từ hộp II:

**TH1: Chuyển một viên bi vàng từ hộp I sang hộp II:**

Xác suất chọn viên bi vàng từ hộp I là  $\frac{6}{10}$ .

Khi chuyển một viên bi vàng từ hộp I, số viên bi vàng trong hộp II sẽ là 8. Xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp II khi đó là:  $P(B_1) = \frac{6}{10} \times \frac{8}{11}$

**TH2: Chuyển một viên bi đỏ từ hộp I sang hộp II:**

Xác suất chọn viên bi đỏ từ hộp I là  $\frac{4}{10}$ .

Nếu chuyển viên bi đỏ sang hộp II, số viên bi vàng trong hộp II vẫn là 7. Xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp II là:  $P(B_1) = \frac{4}{10} \times \frac{7}{11}$

Tổng xác suất để chọn được một viên bi vàng từ hộp II là:

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{6}{10} \times \frac{8}{11} + \frac{4}{10} \times \frac{7}{11} = \frac{76}{110}$$

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{110}}{\frac{76}{110}} = \frac{6}{76} = \frac{3}{38} \approx 0,08$$

Vậy xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng, là khoảng 0,08.

**SẢN PHẨM TẬP HUẤN NHÓM 5**

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- A.  $x^3 + C$                       B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$                       C.  $6x + C$                       D.  $x^3 + x + C$

**Câu 2.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

- A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .    B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .    C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .    D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Câu 3.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                     |              |              |              |              |              |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường<br>(km) | [2, 7; 3, 0) | [3, 0; 3, 3) | [3, 3; 3, 6) | [3, 6; 3, 9) | [3, 9; 4, 2) |
| Số ngày             | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,39.                      B. 11,62.                      C. 0,1314.                      D. 0,36.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$ . Vector nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

- A.  $\vec{u} = (1; 3; -2)$ .    B.  $\vec{u} = (2; 5; 3)$ .    C.  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ .    D.  $\vec{u} = (1; 3; 2)$ .

**Câu 5.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = -2$ .

**Câu 6.** Giải bất phương trình  $\log_2(3x-1) > 3$ .

- A.  $x > 3$ .                      B.  $\frac{1}{3} < x < 3$ .                      C.  $x < 3$ .                      D.  $x > \frac{10}{3}$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$ . Vector nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ??

- A.  $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$ .    B.  $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$ .    C.  $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$ .    D.  $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $BA \perp (SAD)$ .    B.  $BA \perp (SAC)$ .    C.  $BA \perp (SBC)$ .    D.  $BA \perp (SCD)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3}$  là

- A.  $x = -3$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $x = -5$ .                      D.  $x = 3$ .

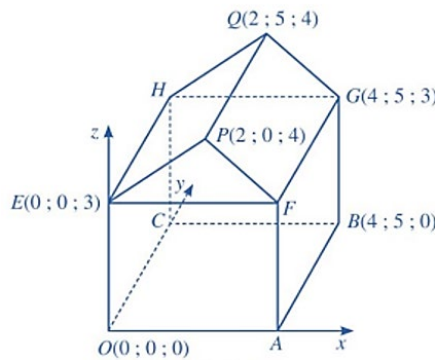


- a) Vận tốc của vật triệt tiêu tại thời điểm  $t=3s$ .
- b) Hàm số  $h(t) = -4,985t^2 + 29,43t$ .
- c) Vật đạt độ cao lớn nhất là  $344(m)$  (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Sau 11 s tính từ lúc ném thì vật đó chạm đất (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 3.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

- a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.
- b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.
- c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .
- d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số là  $\frac{7}{16}$ .

**Câu 4.** Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- a) Tọa độ của điểm  $A$  là  $(4;0;0)$ .
- b) Tọa độ của vectơ  $\overline{AH}$  là  $(4;5;3)$ .
- c) Tích vô hướng của  $\overline{AH}$  và  $\overline{AF}$  bằng 3.
- d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  bằng  $26,6^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều độ dài cạnh bằng  $6\sqrt{3}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 2.** Giả sử 4 thành phố **A,B,C,D** với khoảng cách (đơn vị: km) giữa các thành phố được cho bởi bảng sau:

|          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> |
| <b>A</b> | 0        | 10       | 15       | 20       |

|          |    |    |    |    |
|----------|----|----|----|----|
| <b>B</b> | 10 | 0  | 25 | 35 |
| <b>C</b> | 15 | 25 | 0  | 30 |
| <b>D</b> | 20 | 35 | 30 | 0  |

Hãy tính quãng đường ngắn nhất để đi qua tất cả các thành phố đúng một lần rồi quay lại thành phố xuất phát?

**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước ( đơn vị tính bằng mét), một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20;40;30)$  đến điểm  $B(40;50;50)$  trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a;b;c)$  Tổng  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?



**Câu 4.** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 150000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

**Câu 5.** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

.....**Hết**.....



## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ NHÓM 5

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- A.  $x^3 + C$                       B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$                       C.  $6x + C$                       D.  $x^3 + x + C$

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$$

**Câu 2.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

- A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .    B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .    C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .    D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,

$x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

**Câu 3.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                  |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường (km) | [2, 7; 3, 0) | [3, 0; 3, 3) | [3, 3; 3, 6) | [3, 6; 3, 9) | [3, 9; 4, 2) |
| Số ngày          | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,39.                      B. 11,62.                      C. 0,1314.                      D. 0,36.

**Lời giải**

**Chọn C**

|                  |      |      |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|------|
| Giá trị đại diện | 2,85 | 3,15 | 3,45 | 3,75 | 4,05 |
| Số ngày          | 3    | 6    | 5    | 4    | 2    |

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$ . Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của đường thẳng  $d$

**A.**  $\vec{u} = (1; 3; -2)$ .      **B.**  $\vec{u} = (2; 5; 3)$ .      **C.**  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ .      **D.**  $\vec{u} = (1; 3; 2)$ .

**Lời giải:** Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một vector chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ .

**Câu 5.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

**A.**  $x = 2$ .      **B.**  $x = -1$ .      **C.**  $x = 3$ .      **D.**  $x = -2$ .

**Lời giải:** Phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $a; c \neq 0$ ) là

$$x = \frac{-d}{c} = -\frac{-2}{1} = 2.$$

**Câu 6.** Giải bất phương trình  $\log_2(3x-1) > 3$  (1)

**A.**  $x > 3$ .      **B.**  $\frac{1}{3} < x < 3$ .      **C.**  $x < 3$ .      **D.**  $x > \frac{10}{3}$ .

**Lời giải:** Điều kiện xác định:  $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

Từ (1)  $\Rightarrow 3x - 1 > 2^3 = 8 \Leftrightarrow x > 3$ .

Kết hợp với điều kiện xác định  $\Rightarrow x > 3$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$ ?

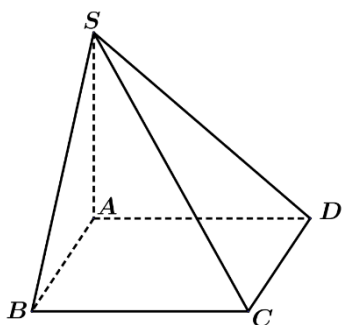
**A.**  $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$ .      **B.**  $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$ .      **C.**  $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$ .      **D.**  $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.**  $BA \perp (SAD)$ .      **B.**  $BA \perp (SAC)$ .      **C.**  $BA \perp (SBC)$ .      **D.**  $BA \perp (SCD)$ .

**Lời Giải**

**Chọn A**



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD))$$

$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$\Rightarrow BA \perp (SAD).$$

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3}$  là

**A.**  $x = -3$ .

**B.**  $x = 5$ .

**C.**  $x = -5$ .

**D.**  $x = 3$ .

**Lời giải**

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{-2(3-2x)} = 5^{x+3} \Leftrightarrow -6 + 4x = x + 3 \Leftrightarrow x = 3.$$

**Câu 10.** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 3$ . Số hạng  $u_8$  của cấp số cộng là

**A.** 33.

**B.** -33.

**C.** 5.

**D.** 38.

**Lời giải**

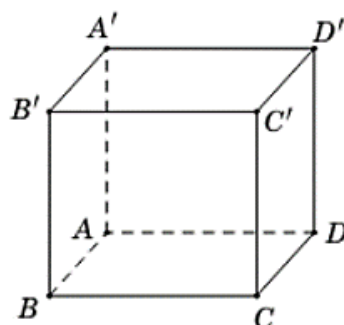
Công thức tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là:  $u_n = u_1 + (n-1)d$ , trong đó  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Từ  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 3$ , ta có  $d = u_2 - u_1 = 3 + 2 = 5$ .

Do đó,  $u_8 = u_1 + 7d = -2 + 7 \cdot 5 = 33$ .

**Đáp án: C**

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

**A.**  $\overline{AB} + \overline{BB'} + \overline{B'A'} = \overline{AC'}$ .

**B.**  $\overline{AB} + \overline{AA'} + \overline{AD} = \overline{AC'}$ .

**C.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

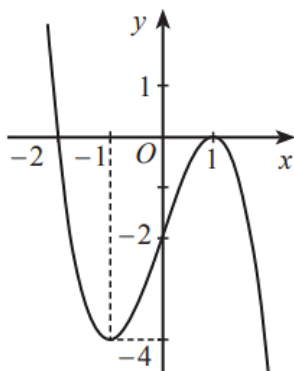
**D.**  $\overline{AB} + \overline{BC'} + \overline{C'D'} = \overline{AC'}$ .

**Lời giải**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overline{AB} + \overline{AA'} + \overline{AD} = \overline{AC'}$

**Đáp án: B**

**Câu 12.** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây? Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-2; 1)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Giải** Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Đáp án: B**

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = -2\sin x - x$ .

- a)  $f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos x + 1$ .  
 c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .  
 d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

| a)          | b)         | c)          | d)          |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a)  $f(0) = -2\sin 0 - 0 = 0$  và  $f(\pi) = -2\sin \pi - \pi = -\pi$ . **Đúng.**

b) Đạo hàm của  $f(x) = -2\sin x - x$  là  $f'(x) = -2\cos x - 1$ . **Sai.**

c)  $f'(x) = -2\cos x - 1$  khi đó  $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2\cos\frac{2\pi}{3} - 1 = 0$

Suy ra  $x = \frac{2\pi}{3}$  là nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . **Đúng.**

d)  $f(x) = -2\sin x - x$ ,

$f'(x) = -2\cos x - 1$  có nghiệm  $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; \pi]$ ,

$f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$ ,

$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2\sin\frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ . **Đúng.**

**Câu 2.** Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức  $v(t) = -9,81t + 29,43$  (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi  $h(t)$  (m) là độ cao của vật so với mặt đất tại thời điểm  $t$  (s) tính từ lúc bắt đầu ném vật.

- Vận tốc của vật triệt tiêu tại thời điểm  $t=3$ s.
- Hàm số  $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t$ .
- Vật đạt độ cao lớn nhất là 344 m (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Sau 11 s tính từ lúc ném thì vật đó chạm đất (làm tròn đến hàng đơn vị).

### Lời giải

| a)          | b)         | c)          | d)          |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

**a)  $v(t)=0$  khi  $t= 3$  s**

**b)** Ta có:  $h(t) = \int v(t) dt = \int (-9,81t + 29,43) dt = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + C$ .

Vì vật được ném lên từ độ cao 300 m nên  $h(0) = 300 \Rightarrow C = 300$ .

Vậy  $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300$ .

**c)** Khảo sát hàm bậc hai  $h(t)$  với  $t$  dương (hoặc về mặt vật lý độ cao lớn nhất đạt được khi vận tốc triệt tiêu tức khi là  $t=3$  s) suy ra vật đạt độ cao lớn nhất là 344 m

**d)** Khi vật bắt đầu chạm đất ứng với  $h(t) = 0$ .

Nên ta có:  $-\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300 = 0 \Leftrightarrow t \approx 11$  hoặc  $t \approx -5$ .

Do  $t > 0$  nên  $t \approx 11$ (s).

**Câu 3.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

**a)** Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

**b)** Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

**c)** Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .

**d)** Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số  $\frac{7}{16}$ .

### Lời giải

| a)          | b)          | c)         | d)          |
|-------------|-------------|------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là  $60\% \cdot 50 = 30$ .

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là  $50\% \cdot 30 = 15$ .

c) Gọi  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi  $B$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra  $\bar{B}$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính  $P(A)$  theo công thức:  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

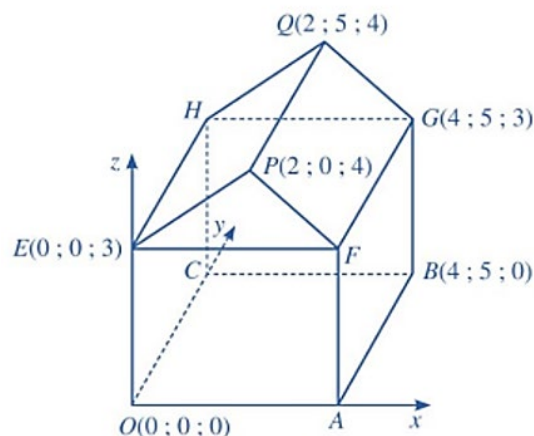
$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

d)  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số” suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

**Câu 4.** Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm  $A$  là  $(4;0;0)$ .

b) Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AH}$  là  $(4;5;3)$

c) Tích vô hướng của vectơ  $\overrightarrow{AH}$  và vectơ  $\overrightarrow{AF}$  bằng 3.

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  bằng  $26,6^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

### Lời giải

| a)          | b)         | c)         | d)          |
|-------------|------------|------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OABC$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4$ ,  $y_C = y_B = 5$ . Do  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A$  là  $(4;0;0)$ . **Đúng**

b) Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OCHE$  là hình chữ nhật, suy ra  $y_H = y_C = 5$ ,  $z_H = z_E = 3$ . Do  $H$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ điểm  $H$  là  $(0;5;3)$ . Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4$ ;  $z_F = z_E = 3$ . Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$  nên tọa độ điểm  $F$  là  $(4;0;3)$ .

Nên  $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$ . **Sai**

c) Ta có  $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$  Suy ra  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$ . **Sai**

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ . Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên góc  $PFE$  là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó. Ta có:  $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$ ,  $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$ .

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|}$$

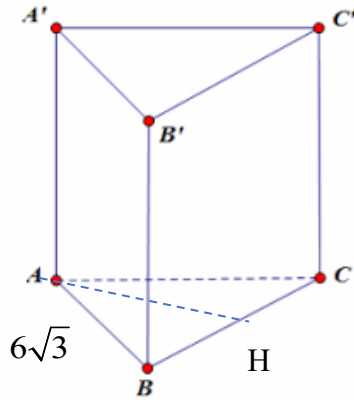
$$\cos \widehat{PFE} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ . Vậy góc dốc của mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ . **Đúng**

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều độ dài cạnh bằng  $6\sqrt{3}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

### Lời giải



Kẻ  $AH \perp BC$  ta có  $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AH \Rightarrow AH$  là đoạn vuông góc chung của  $AA'$  và  $BC$ . Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $AH$ .

Xét tam giác  $ABC$

$$AH = AB \cdot \sin 60 = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9$$

**Đáp án: 9.**

**Câu 2.** Giả sử 4 thành phố **A, B, C, D** với khoảng cách (đơn vị: *km*) giữa các thành phố được cho bởi bảng sau:

|          | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>A</b> | 0        | 10       | 15       | 20       |
| <b>B</b> | 10       | 0        | 25       | 35       |
| <b>C</b> | 15       | 25       | 0        | 30       |
| <b>D</b> | 20       | 35       | 30       | 0        |

Hãy tính quãng đường ngắn nhất để đi qua tất cả các thành phố đúng một lần rồi quay lại thành phố xuất phát?

**Lời giải**

Sử dụng thuật toán láng giềng gần ta có:

Từ đỉnh A đỉnh gần nhất là đỉnh B với quãng đường  $AB = 10(km)$

Từ đỉnh B, đỉnh chưa đến gần nhất là C với quãng đường  $BC = 25(km)$

Từ đỉnh C, đỉnh chưa đến còn lại là D với quãng đường  $CD = 30(km)$ .

Đến đây, không còn đỉnh nào nữa nên quay lại đỉnh A, với quãng đường:  $DA = 20(km)$

Tổng số quãng đường đi được theo chu trình  $ABCD A$  là:  $85(km)$

Tương tự với các đỉnh còn lại, ta có bảng sau



| Đỉnh bắt đầu | Chu trình | Tổng số quãng đường(km) |
|--------------|-----------|-------------------------|
| A            | ABCD      | 85                      |
| B            | BACDB     | 90                      |
| C            | CABDC     | 80                      |
| D            | DABCD     | 85                      |

Vậy cần chọn đường đi ngắn nhất là CABDC với tổng số km là 80.

**Đáp số: 80.**

**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước ( đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20;40;30)$  đến điểm  $B(40;50;50)$  trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a;b;c)$  Tổng  $a+b+c$  bằng bao nhiêu?



**Đáp án:**

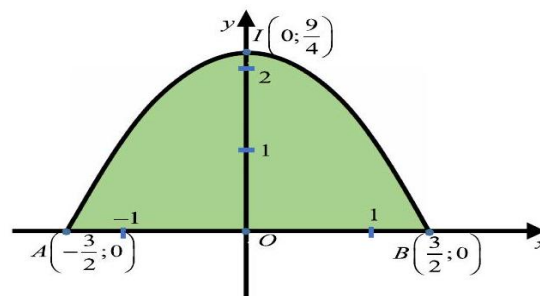
Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$  cùng hướng.

Mặt khác, do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 40 - 20 = 2(a - 40) \\ 50 - 40 = 2(b - 50) \\ 50 - 30 = 2(c - 50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 100 \\ 2b = 110 \\ 2c = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 55 \\ c = 60 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 165.$$

**Câu 4:** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 150000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

**Lời giải**



Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$ . Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$ .

Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left( \frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là:  $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$  đồng

**Câu 5.** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

**Lời giải**

♦ Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là  $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$ .

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là:  $\frac{8000}{30x}$ .

Tổng chi phí để sản xuất là:  $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$

Ta có:  $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16(L) \end{cases}$

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $x$     | 0 | 16 | $+\infty$ |
| $P'(x)$ |   | -  | 0         |
|         |   |    | +         |
| $P(x)$  |   |    | 6400      |

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

**Câu 6.** Một công ty được phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác

suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

### Lời giải

+ Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có:  $70\% \cdot 1200 = 840$  (người).

Khi đó số bị người nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là:  $1200 - 840 = 360$  (người).

+ Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là:  $5\% \cdot 6800 = 340$  (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là:  $6800 - 340 = 6460$  (người).

Từ đó ta có bảng sau: (đơn vị: người)

|            | Số người nhiễm bệnh | Số người không nhiễm bệnh | Tổng số |
|------------|---------------------|---------------------------|---------|
|            | 1200                | 6800                      | 8000    |
| Dương tính | 840                 | 340                       | 1180    |
| Âm tính    | 360                 | 6460                      | 6820    |

+ Xét các biến cố sau:

$A$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

$B$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

$C$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính(khi kiểm tra lại)”;

Khi đó, ta có  $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$ ;  $P(A.C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$ .

Vậy  $P(A|C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$ .

**Đáp số:** 0,71.

## SẢN PHẨM TẬP HUẤN NHÓM 6

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- A.  $4x^4 + C$ .                      B.  $3x^2 + C$ .                      C.  $x^4 + C$ .                      D.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Câu 2:** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

- A.  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$ .                      B.  $\pi \int_0^1 e^x dx$                       C.  $\int_0^1 e^x dx$ .                      D.  $\int_0^1 e^{2x} dx$ .

**Câu 3:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

| Nhóm     | Tần số   |
|----------|----------|
| [25; 35) | 10       |
| [35; 45) | 7        |
| [45; 55) | 5        |
| [65; 75) | 9        |
| [75; 85) | 9        |
|          | $n = 40$ |

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là

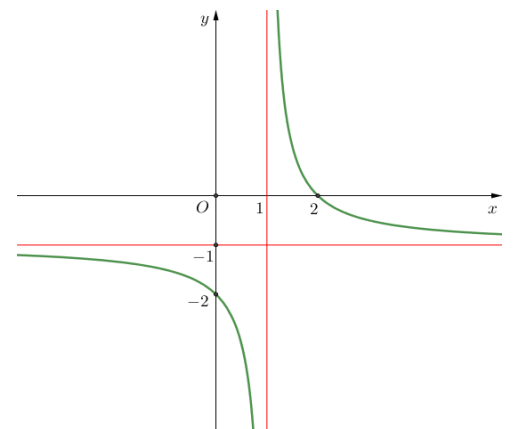
- A. 15,1.                      B. 15,0.                      C. 14,8.                      D. 14,9.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua  $A(-1; -1; 1)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u}(1; 2; 3)$  là

- A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .                      B.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ .  
 C.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .                      D.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A.  $y = 1$ .                      B.  $x = -1$ .  
 C.  $x = 1$ .                      D.  $y = -1$ .



**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(2x - 1) < \log_5(x + 2)$  là

- A.  $S = (3; +\infty)$ .      B.  $S = (-\infty; 3)$ .      C.  $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .      D.  $S = (-2; 3)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$ .      B.  $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ .      C.  $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$ .      D.  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SAB)$ .      B.  $(SBC)$ .      C.  $(SCD)$ .      D.  $(SBD)$ .

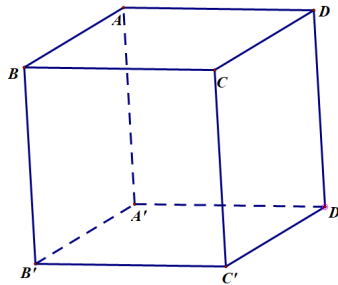
**Câu 9:** Nghiệm phương trình  $\log_2 x = 3$  là

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = 6$ .      C.  $x = 8$ .      D.  $x = 5$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3, u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là:

- A. 1.      B. 2.      C. 8.      D. 4.

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau



- A.  $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$ .      B.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ .  
 C.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$ .      D.  $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $3$ |     | $+\infty$ |     |

$\swarrow$        $\searrow$        $\swarrow$        $\searrow$   
 $1$        $1$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(0; 2)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-\infty; -2)$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$

- a) Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .
- b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
- c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2; 1]$  bằng 3.

**Câu 2:** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $108 \text{ km/h}$  thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t \text{ (s)}$  kể từ lúc đạp phanh.

- a) Công thức biểu diễn hàm số  $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$ .
- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là  $45 \text{ (m)}$ .
- d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $120 \text{ (m)}$ .

**Câu 3:** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) Xác suất  $P(\bar{A}) = 0,5$  và  $P(\bar{B}) = 0,4$ .
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

**Câu 4:** Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là  $B(150; 150; 5000)$  (trong đó  $5000 \text{ m}$  là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc  $700 \text{ km/h}$ . Sân bay có tọa độ  $C(0; 0; 0)$  và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

- a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là 
$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$
- b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay  $B(150; 150; 5000)$  đến sân bay  $C(0; 0; 0)$  là  $\sqrt{15250000} \approx 3905,6 \text{ km}$

c) Với vận tốc trung bình của máy bay là  $700 \text{ km/h}$ , thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng  $5,5$  giờ.

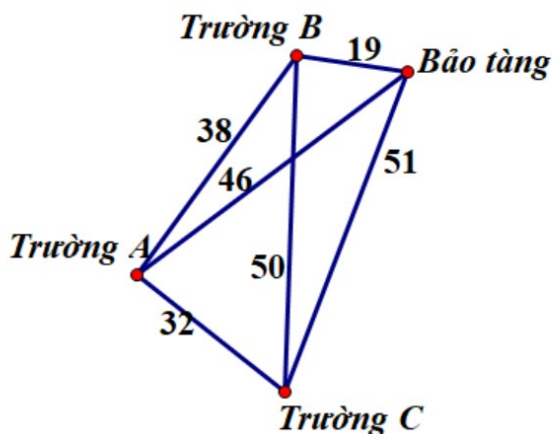
d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay  $40 \text{ km}$  thì khi máy bay ở vị trí  $(6; 6; 200)$  nó còn cách sân bay là  $40 \text{ km}$ .

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $1$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng bao nhiêu?

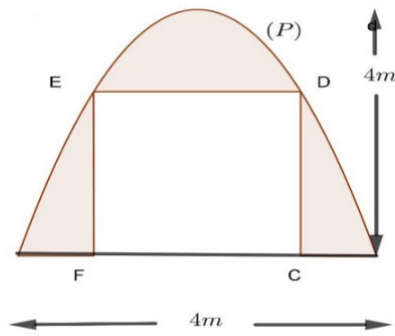
(làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 2:** Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên.



**Câu 3:** Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc  $50 \text{ (km)}$  và về phía Tây  $20 \text{ (km)}$ , đồng thời cách mặt đất  $1 \text{ (km)}$ . Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

**Câu 4:** Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol  $(P)$  có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng  $4 \text{ m}$ . Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật  $CDEF$  sao cho chiều cao cửa đi là  $CD = 2 \text{ m}$ , phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phân tô đậm là  $1,5$  triệu đồng/ $\text{m}^2$ . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



- Câu 5:** Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
- Câu 6:** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.



## ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

**A.**  $4x^4 + C$ .

**B.**  $3x^2 + C$ .

**C.**  $x^4 + C$ .

**D.**  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Lời giải**

Ta có  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ . Chọn **D.**

**Câu 2:** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

**A.**  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$ .

**B.**  $\pi \int_0^1 e^x dx$

**C.**  $\int_0^1 e^x dx$ .

**D.**  $\int_0^1 e^{2x} dx$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 3:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

| Nhóm    | Tần số   |
|---------|----------|
| [25;35) | 10       |
| [35;45) | 7        |
| [45;55) | 5        |
| [65;75) | 9        |
| [75;85) | 9        |
|         | $n = 40$ |

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

**A.** 15,1.

**B.** 15,0.

**C.** 14,8.

**D.** 14,9.

**Lời giải**

Ta có bảng thống kê sau:

| Nhóm    | Giá trị đại diện | Tần số |
|---------|------------------|--------|
| [25;35) | 30               | 9      |
| [35;45) | 40               | 7      |
| [45;55) | 50               | 5      |
| [65;75) | 60               | 10     |

|         |    |          |
|---------|----|----------|
| [75;85) | 70 | 9        |
|         |    | $n = 40$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{30 \cdot 9 + 40 \cdot 7 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 10 + 70 \cdot 9}{40} = 50,75$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{9 \cdot (30 - 50,75)^2 + 7 \cdot (40 - 50,75)^2 + 5 \cdot (50 - 50,75)^2 + 10 \cdot (60 - 50,75)^2 + 9 \cdot (70 - 50,75)^2}{40}$$

$$= 221,9375$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:  $s = \sqrt{221,9375} \approx 14,9$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua  $A(-1; -1; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; 2; 3)$  là:

**A.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

**B.**  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ .

**C.**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .

**D.**  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

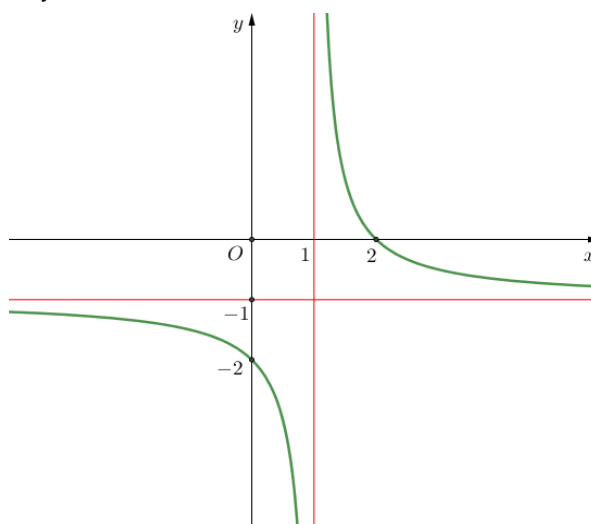
**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

**A.**  $y = 1$ .

**B.**  $x = -1$ .

**C.**  $x = 1$ .

**D.**  $y = -1$ .



**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = 1$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$  là

- A.**  $S = (3; +\infty)$ .      **B.**  $S = (-\infty; 3)$ .      **C.**  $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .      **D.**  $S = (-2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ .

Ta có:  $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3$ .

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $\frac{1}{2} < x < 3$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$ .      **B.**  $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ .      **C.**  $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$ .      **D.**  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$(P): 2x - y + z - 3 = 0$ .

Suy ra: mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .

Ta có:  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1) \Rightarrow \vec{n}_1 = -\vec{n}$ .

Vậy:  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $(SAB)$ .      **B.**  $(SBC)$ .      **C.**  $(SCD)$ .      **D.**  $(SBD)$ .

**Lời giải**

Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$  vì  $BC \perp SA$  và  $BC \perp AB$ .

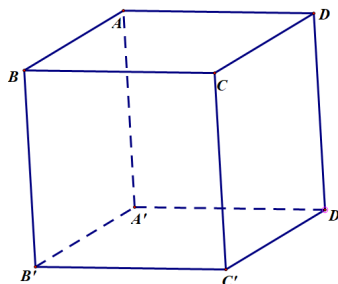
**Câu 9:** Nghiệm phương trình  $\log_2 x = 3$  là:

- A.**  $x = 3$ .      **B.**  $x = 6$ .      **C.**  $x = 8$ .      **D.**  $x = 5$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3, u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là:

- A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 8.      **D.** 4.

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



- A.**  $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$ .      **B.**  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ .

C.  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AC'}$ .

D.  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $3$ |     | $1$       | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A.  $(0; +\infty)$ .

B.  $(0; 2)$ .

**C.**  $(-2; 0)$ .

D.  $(-\infty; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng  $(-2; 0)$  hàm số đồng biến.

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$

A. Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2; 1]$  bằng 3.

**Lời giải**

|                |              |               |               |
|----------------|--------------|---------------|---------------|
| <b>A- ĐÚNG</b> | <b>B-SAI</b> | <b>C-ĐÚNG</b> | <b>D-ĐÚNG</b> |
|----------------|--------------|---------------|---------------|

$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -1$

|      |           |      |     |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$  | $+$ |           |
| $y$  | $-\infty$ |      | $3$ |           | $-1$ |     | $+\infty$ |

A. Đúng.

B. Sai. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng  $-1$

C. Đúng. Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $(0; 1)$

**D. Đúng.**

$y(-2) = -1, y(-1) = 3, y(1) = -1$ . Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2;1]$  bằng 3

**Câu 2:** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $108 \text{ km/h}$  thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong  $t \text{ (s)}$  kể từ lúc đạp phanh.

**A.** Công thức biểu diễn hàm số  $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$ .

**B.** Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

**C.** Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là  $45 \text{ (m)}$ .

**D.** Quãng đường xe ô tô đã đi chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $120 \text{ (m)}$

**Lời giải**

|                |              |               |              |
|----------------|--------------|---------------|--------------|
| <b>A- ĐÚNG</b> | <b>B-SAI</b> | <b>C-ĐÚNG</b> | <b>D-SAI</b> |
|----------------|--------------|---------------|--------------|

**A.** Công thức biểu diễn hàm số  $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$ .

Ta có  $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 30) dt = -5t^2 + 30t + C$ .

Do  $s(0) = 0$  nên  $C = 0$ .

Vậy  $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$ .

» **Chọn ĐÚNG**

**B.** Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ .

» **Chọn SAI**

**C.** Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là  $45 \text{ (m)}$ .

Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là

$$s(3) = -5.3^2 + 30.3 = 45 \text{ (m)}.$$

» **Chọn ĐÚNG**

**D.** Quãng đường xe ô tô đã đi chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $120 \text{ (m)}$ .

Ta có  $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ .

Vậy quãng đường xe ô tô đã đi chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $30 + 45 = 75 \text{ (m)}$ .

» **Chọn SAI**

**Câu 3:** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Xác suất  $P(\bar{A}) = 0,5$  và  $P(\bar{B}) = 0,4$ .

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là  $0,3$ .

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là  $0,4$ .

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là  $0,8$ .

### Lời giải

|                |               |              |              |
|----------------|---------------|--------------|--------------|
| <b>A- ĐÚNG</b> | <b>B-ĐÚNG</b> | <b>C-SAI</b> | <b>D-SAI</b> |
|----------------|---------------|--------------|--------------|

a)  $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$ . **Đúng.**

b) Gọi  $C$  là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án.

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3 \end{aligned} \quad \text{Đúng.}$$

c) Gọi  $D$  là biến cố thắng dự án 2 biết thắng dự án 1.

$$P(D) = P(B \setminus A) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8. \quad \text{Sai.}$$

d) Gọi  $E$  là biến cố thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1.

$$P(E) = P(B \setminus \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4. \quad \text{Sai.}$$

**Câu 4:** Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là  $B(150;150;5000)$  (trong đó  $5000m$  là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc  $700km/h$ . Sân bay có tọa độ  $C(0;0;0)$  và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là 
$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay  $B(150;150;5000)$  đến sân bay  $C(0;0;0)$  là  $\sqrt{15250000} \approx 3905,6km$

c) Với vận tốc của máy bay là  $700km/h$ , thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng  $5,5$  giờ.

d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay  $40km$  thì khi máy bay ở vị trí  $(6;6;200)$  nó còn cách sân bay là  $40km$ .

### Lời giải

|                |              |              |              |
|----------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A- ĐÚNG</b> | <b>B-SAI</b> | <b>C-SAI</b> | <b>D-SAI</b> |
|----------------|--------------|--------------|--------------|

a) Đúng.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC là:  $\overrightarrow{BC} = (-150; -150; -5000)$  do đó phương trình

$$\text{tham số là } \begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Sai.

$$d_{BC} = \sqrt{(150 - 0)^2 + (150 - 0)^2 + (5000 - 0)^2} = \sqrt{25045000} \approx 5004,5$$

c) Sai.

Thời gian hạ cánh là  $t = \frac{5004,5}{700} \approx 7,15$  giờ

d) Sai.

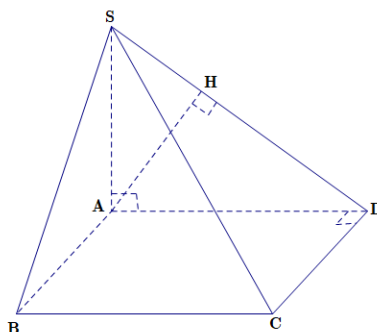
Tọa độ máy bay tại thời điểm còn cách sân bay 40km phải thỏa mãn điều kiện khoảng cách là 40km. Tính khoảng cách từ (6;6;200) đến (0;0;0):

$$d = \sqrt{(6-0)^2 + (6-0)^2 + (200-0)^2} = \sqrt{40072} \approx 200,18\text{km}$$

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

#### Lời giải



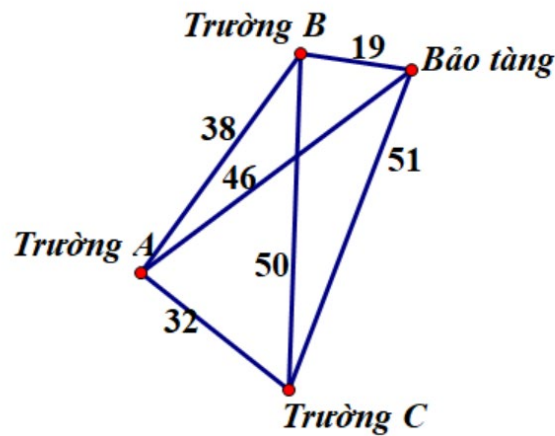
Trong  $(SAD)$ , gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  đến đường thẳng  $SD$ . Khi đó  $AH \perp SD$  (1).

Mặt khác  $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH$  (2).

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

**Đáp án: 0,5**

**Câu 2:** Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên .



**Lời giải**

Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường A là ngắn nhất: 19 phút.

Từ trường A, thời gian di chuyển đến trường B là ngắn nhất: 38 phút.

Từ trường B, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.

Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút.

Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường A, trường B, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là:  $19 + 38 + 32 + 51 = 140$  (phút).

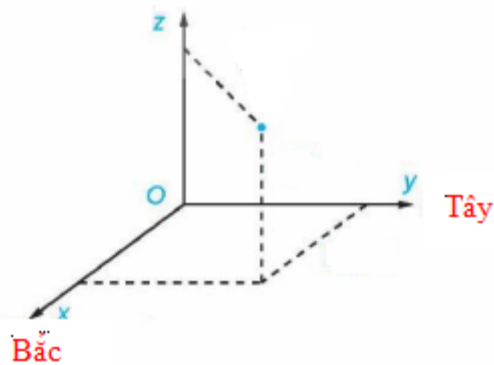
**Đáp án: 140**

**Câu 3:** Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc  $50(km)$  và về phía Tây  $20(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $1(km)$ . Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (Như hình vẽ).



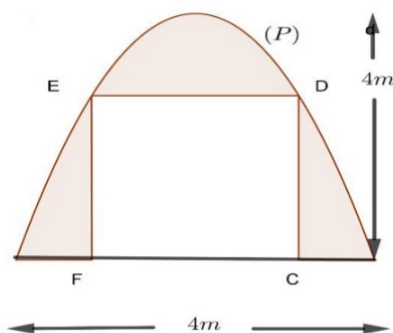


Chiếc máy bay có tọa độ  $(50; 20; 1)$ .

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là:  $\sqrt{50^2 + 20^2 + 1^2} \approx 53,9(km)$

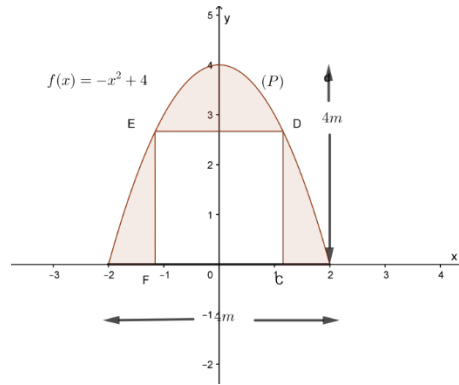
**Đáp án:**  $53,9(km)$

**Câu 4:** Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol  $(P)$  có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng  $4m$ . Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật  $CDEF$  sao cho chiều cao cửa đi là  $CD = 2m$ , phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phân tô đậm là  $1,5$  triệu đồng/ $m^2$ . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phân tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phân chục).



### Lời giải

LG) Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$ , như hình vẽ thì phương trình của đường cong  $(P)$  cánh cổng là  $y = f(x) = -x^2 + 4$ .



Từ hình vẽ, ta có parabol  $(P)$  có dạng:  $y = ax^2 + bx + c$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

Do  $(P)$  có đồ thị là parabol có đỉnh  $(0; 4)$  và đi qua điểm có tọa độ là  $(2; 0)$  nên

$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 4 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} . \text{ Vậy } (P) \text{ có phương trình } y = -x^2 + 4 .$$

Theo giả thiết điểm  $D$  thuộc đồ thị  $(P)$  có tung độ bằng 2 suy ra hoành độ là nghiệm phương trình  $-x^2 + 4 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ . Theo đồ thị điểm  $D$  có hoành độ dương nên  $D(\sqrt{2}; 2)$

Chiều rộng của cửa là  $CF = 2 \cdot OD = 2\sqrt{2} (m)$ .

Ta có, diện tích của  $(P)$  tạo với trục hoành là:  $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} m^2$ .

Diện tích hình chữ nhật  $CDEF$  là  $S_{CDEF} = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Diện tích cần trang trí là  $S_1 = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 4\sqrt{2} = \frac{32 - 12\sqrt{2}}{3}$ .

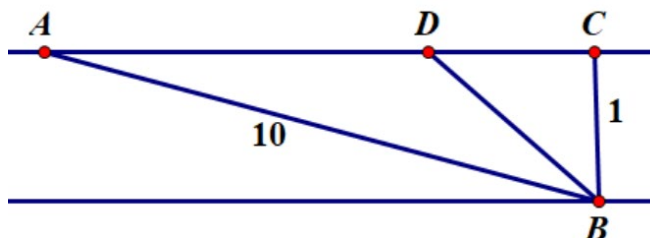
Chi phí để trang trí phần tô đậm là  $\left( \frac{32 - 12\sqrt{2}}{3} \right) \cdot 1,5 = 7,514718626$  (đồng)

Số tiền gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm là 7,5 (triệu đồng)

**Đáp án:** 7,5 (triệu đồng)

**Câu 5:** Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**



Gọi  $A$  là mục tiêu;  $B$  là vị trí chiến sỹ và  $BD$  là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m suy ra  $BC = 1$ ;  $AB = 10$ ;  $AC = 3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là một đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi  $x$  là quãng đường chiến sỹ bơi suy ra  $BD = x$

Vậy quãng đường chiến sỹ chạy là  $AD = AC - CD = 3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}$

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là:  $t = \frac{3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}}{3} + \frac{x}{1} = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x \text{ có } f'(x) = 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{4} (\text{thoa man}) \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{4} (\text{loai}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|         |   |                       |    |
|---------|---|-----------------------|----|
| $x$     | 1 | $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ | 10 |
| $f'(x)$ |   | -                     | +  |
| $f(x)$  |   | ↘ ↗                   |    |

Vậy thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi  $f(x)_{\min} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sỹ phải bơi  $\frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot 100 = 75\sqrt{2} (m) \approx 106 (m)$ .

**Đáp án:** 106(m)

**Câu 6 :** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp II" và

$B$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 1 quả màu vàng".

Ta có  $\bar{B}$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 2 quả màu vàng".

**TH1.**  $B$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả bóng bàn ở hộp I là  $C_5^4$ , có 1 cách lấy 3 quả trắng và 2 cách lấy 1 quả vàng. Ta có  $P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}$ .

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 9 quả màu trắng và 5 quả màu vàng.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{5}{14}.$$

**TH2.**  $\bar{B}$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả ở hộp I là  $C_5^4$ , có  $C_3^2$  cách lấy ra 2 quả trắng và 1 cách lấy ra 2 quả màu vàng từ hộp I. Ta có  $P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5}$  hoặc có thể tính  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ .

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 8 quả màu trắng và 6 quả màu vàng.

$$\text{Vậy } P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

Cuối cùng áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} = 0,4$$

**Đáp án:** 0,4