

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$ B. $e^x + C.$ C. $\frac{e^x}{x} + C.$ D. $x.e^{x-1} + C.$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$ C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Câu 3. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	3	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1 = s_2.$ B. $s_1 = 2s_2.$ C. $2s_1 = s_2.$ D. $4s_1 = s_2.$

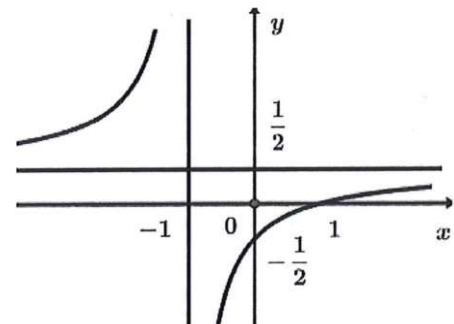
Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1; 1)$ là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}.$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}.$
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}.$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}.$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ

thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

- A. $x = -1.$ B. $y = \frac{1}{2}.$
 C. $y = -1.$ D. $x = \frac{1}{2}.$



Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(1;9)$. B. $(-\infty;9)$. C. $(9;+\infty)$. D. $(1;7)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1;-3;1)$. B. $\vec{n}_2(1;-3;-1)$. C. $\vec{n}_3(1;-3;8)$. D. $\vec{n}_4(1;3;8)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:

- A. $x = \log_6 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \log_2 6$.

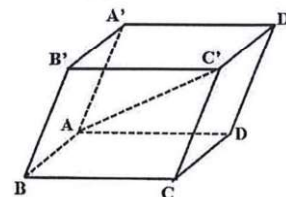
Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 11.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).

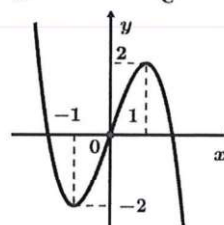
Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} = \vec{AC'}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. D. $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC'}$.



Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$.
 C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m .

b) Giá trị của b là 10 .

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t) dt$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h .

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời “sẽ mua”; có 95 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời “sẽ mua” và “không mua” lần lượt là 70% và 30% .

Gọi A là biến cố “Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm”.

Gọi B là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm”.

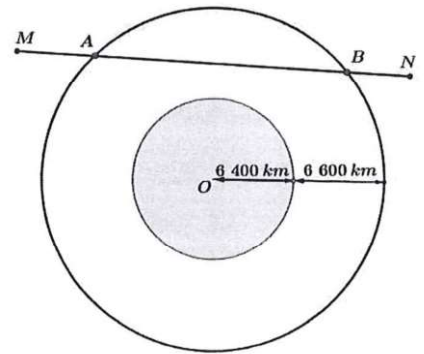
a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời “sẽ mua” khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn $7\,500\,000\text{ km}$ được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá $6\,600\text{ km}$ so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $6\,400\text{ km}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1\,000\text{ km}$. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6; 20; 0)$ đến điểm $N(-6; -12; 16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -4t \end{cases}$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3; -4; 12)$.

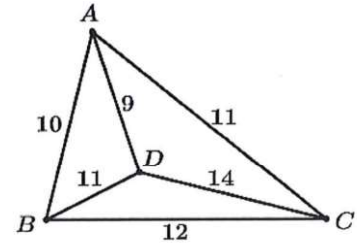
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là $18\,900\text{ km}$ (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5, BC = 6, CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

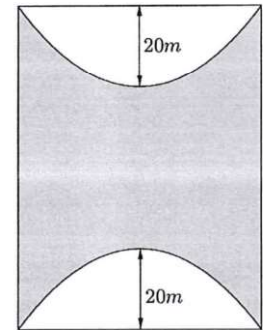
Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 3. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0), B(3;6;6), C(4;6;2), D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thoả mãn $MA = 3, MB = 6, MC = 5, MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 4. Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là $60m$ và $80m$. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng $20m$ (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**ĐÁP ÁN ĐỀ THAM KHẢO****Môn: TOÁN****PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chọn	B	D	A	C	B	A	B	A	D	C
Câu	11	12								
Chọn	D	C								

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	4,9	43	3	3200	333	0,08

ĐỀ MINH HỌA TỐT NGHIỆP THPT 2025

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. B. $e^x + C$. C. $\frac{e^x}{x} + C$. D. $x.e^{x-1} + C$.

Lời giải

$$\int e^x dx = e^x + C$$

Đáp án: B

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Đáp án: D

Câu 3. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	3	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1 = s_2$. B. $s_1 = 2s_2$. C. $2s_1 = s_2$. D. $4s_1 = s_2$.

Lời giải

Mẫu số liệu M_1

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	3	4	8	6	4
	x_i	9	11	13	15	17

$$n = 25$$

$$\bar{x} = \frac{3.9 + 4.11 + 8.13 + 6.15 + 4.17}{25} = \frac{333}{25}$$

Độ lệch chuẩn của một mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức:

$$s = \sqrt{\frac{3(9 - \bar{x})^2 + 4(11 - \bar{x})^2 + 8(13 - \bar{x})^2 + 6(15 - \bar{x})^2 + 4(17 - \bar{x})^2}{25}} = 2,445$$

Mẫu số liệu M_2

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	8	16	12	8
	x_i	9	11	13	15	17

$$n = 50$$

$$\bar{x} = \frac{6.9 + 8.11 + 16.13 + 12.15 + 8.17}{50} = \frac{333}{25}$$

Độ lệch chuẩn của một mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức:

$$s = \sqrt{\frac{6(9 - \bar{x})^2 + 8(11 - \bar{x})^2 + 16(13 - \bar{x})^2 + 12(15 - \bar{x})^2 + 8(17 - \bar{x})^2}{50}} = 2,445$$

Đáp án: A

Nhận xét: Hai mẫu số liệu có cùng các nhóm như nhau, tần số của các nhóm tương ứng tỷ lệ (Mẫu M_2 gấp 2 lần mẫu M_1), nên độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu bằng nhau.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1; 1)$ là:

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

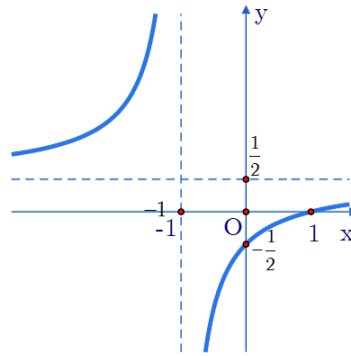
Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $(2; -1; 1)$ là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$$

Đáp án: C

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



A. $x = -1$.

B. $y = \frac{1}{2}$.

C. $y = -1$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta thấy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.

Đáp án: B

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

A. $(1; 9)$.

B. $(-\infty; 9)$.

C. $(9; +\infty)$.

D. $(1; 7)$.

Lời giải

Bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ tương đương với:

$$0 < x-1 < 2^3$$

$$\Leftrightarrow 0 < x-1 < 8$$

$$\Leftrightarrow 1 < x < 9.$$

Đáp án: A

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$ là $(1; -3; -1)$.

Đáp án: B

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Lời giải

Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ vì $SA \perp (ABCD)$ và $SA \subset (SAB)$.

Đáp án: A

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:

- A. $x = \log_6 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \log_2 6$.

Lời giải

Phương trình $2^x = 6$ có nghiệm $x = \log_2 6$.

Đáp án: D

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 11.

Lời giải

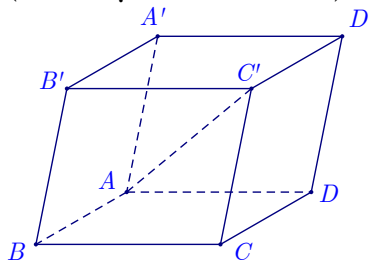
Công thức tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + (n - 1)d$, trong đó d là công sai của cấp số cộng.

Từ $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$, ta có $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$.

Do đó, $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9$.

Đáp án: C

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

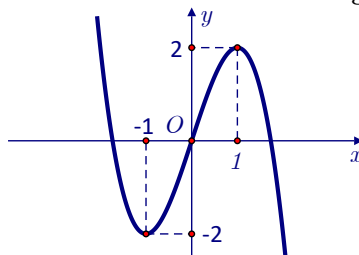
- A. $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} = \vec{AC'}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. D. $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC'}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC'}$

Đáp án: D

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Đáp án: C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$.

Lời giải

(a) $f(0) = 2 \cos 0 + 0 = 2$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$. Đúng.

(b) Đạo hàm của $f(x) = 2 \cos x + x$ là $f'(x) = -2 \sin x + 1$. Sai.

(c) $f'(x) = -2 \sin x + 1$ khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{6} + 1 = 0$, suy ra $x = \frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình

$$f'(x) = 0 \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]. \text{ Đúng.}$$

(d) $f(x) = 2 \cos x + x$, $f'(x) = -2 \sin x + 1$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$,

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6}. \text{ Do đó, giá trị lớn nhất của } f(x) \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ là } \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}. \text{ Đúng.}$$

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in R, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

(a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 36 km/h = 10 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây đầu tiên là: $S_1 = 10 \cdot 2 = 20(m)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là: $S_2 = 200 - 20 = 180$ m. Đúng.

(b) Ta có $v(t) = at + b$. (cần phải nói rõ đơn vị m/s)

Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có $t = 0$, $v = 10 \Rightarrow v(0) = b = 10$. Đúng.

(c) Do $v(t) > 0$ với $0 \leq t \leq 24$, do đó quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$)

kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t) = \int_0^t v(t) dt$. Còn công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t) dt$ là

quãng đường ô tô đi được trong 24 giây. Sai.

(d) Ta có $v(t) = at + 10$.

Biết xe nhập làn sau 12 giây kể từ lúc tăng tốc, nên

$$180 = \int_0^{12} (at + 10) dt = a \left(\frac{t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^{12} = 192a \Rightarrow a = \frac{15}{16} \Rightarrow v(t) = \frac{15}{16}t + 10 (m/s)$$

Tốc độ của ô tô sau 24 giây là: $v(24) = 24 \cdot \frac{15}{16} + 10 = 32,5 (m/s) = 117 (km/h) > 100 (km/h)$. Sai.

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời “sẽ mua”; có 95 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời “sẽ mua” và “không mua” lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố “Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm”.

Gọi B là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm”.

a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời “sẽ mua” khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Phỏng vấn \ Thực tế	Người mua thật	Người không mua thật
Người trả lời sẽ mua (105)	$0,7 \times 105 = 73,5$	$105 - 73,5 = 31,5$
Người trả lời sẽ không mua (95)	$0,3 \times 95 = 28,5$	$95 - 28,5 = 66,5$

(a) Số người trả lời "sẽ mua" là 105 nên $n(B) = 105$. Do đó

$$P(B) = \frac{105}{200} = \frac{21}{40} \text{ và } P(\bar{B}) = 1 - \frac{21}{40} = \frac{19}{40}. \text{ Đúng.}$$

(b) Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$.

$A \cap B$ là tập hợp các người trả lời sẽ mua và mua thật, do đó $n(A \cap B) = 73,5$

Do đó, $P(A|B) = \frac{73,5}{105} = 0,7$. Sai.

(c) A là tập hợp các người mua thật, $n(A) = 73,5 + 28,5 = 102$, do đó

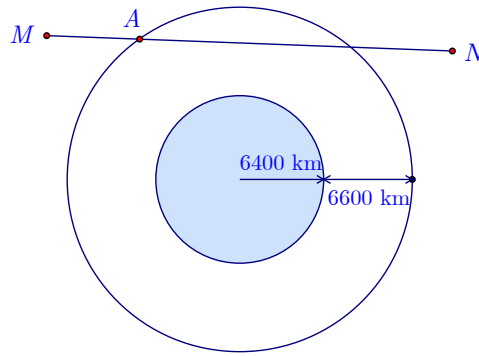
$$P(A) = \frac{102}{200} = 0,51. \text{ Đúng.}$$

(d) Tổng số người thực sự mua sản phẩm là 102. Số người trả lời sẽ mua sản phẩm và thực sự mua là 73,5 người.

Tỉ lệ người thực sự mua sản phẩm đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn và người thực sự mua sản phẩm nói chung là $\frac{73,5}{102} \approx 72\%$. Sai.

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại

tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in R).$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải

(a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\overrightarrow{MN} = (-12;-32;16) = -4(3;8;-4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là:
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases}, t \in R. \text{ Đúng.}$$

(b) Để tìm vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi, ta cần tìm điểm giao của đường thẳng MN với mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=6,4+6,6=13$

Phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 = 13^2$.

Thay $x=6+3t, y=20+8t$ và $z=-4t$ vào phương trình mặt cầu, ta được:

$$(6 + 3t)^2 + (20 + 8t)^2 + (-4t)^2 = 13^2$$

$$\Leftrightarrow 89t^2 + 356t + 267 = 0$$

Giải phương trình, ta tìm được $t = -3$ hoặc $t = -1$.

Thay $t = -3$ và $t = -1$ vào phương trình tham số của đường thẳng MN , ta được hai giao điểm của MN và mặt cầu là $(-3;-4;12)$ và $(3;12;4)$. Nhận thấy từ M đến N , hoành độ có xu hướng giảm dần, nên điểm $A(3;12;4)$. Sai.

(c) Ta có $B(-3;-4;12)$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng là AB

$$AB = \sqrt{(-3 - 3)^2 + (-4 - 12)^2 + (12 - 4)^2} = 2\sqrt{89}, \text{ tương đương với } \approx 18900km. \text{ Đúng.}$$

(d) Thời gian thiên thạch di chuyển từ M đến N là:

$$MN = \sqrt{(6 + 6)^2 + (-12 - 20)^2 + (16 - 0)^2} = 4\sqrt{89} = 2AB$$

Do đó $t = \frac{MN}{AB} \cdot 3 \approx 6$ (phút). Đúng

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5, BC=6, CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Kẻ $AH \perp BC$ ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AH \Rightarrow AH$ là đoạn vuông góc chung của AA' và BC . Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng AH .

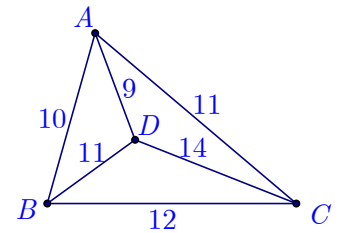
Xét tam giác ABC có nửa chu vi $p = \frac{5 + 6 + 7}{2} = 9$.

$$S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6}$$

$$AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6} \approx 4,9$$

Đáp án: 4,9.

Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Người chơi có thể lựa chọn cách xuất phát từ một trong 4 trụ A, B, C, D .

Giả sử người chơi xuất phát từ trụ A .

Để đi qua tất cả các trụ còn lại đúng một lần và quay trở về A , người chơi có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng số thử thách
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$10 + 12 + 14 + 9 = 45$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$	$10 + 11 + 14 + 11 = 46$
$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$	$11 + 12 + 11 + 9 = 43$
$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$	$11 + 14 + 11 + 10 = 46$
$A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$	$9 + 11 + 12 + 11 = 43$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$9 + 14 + 12 + 10 = 45$

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 43.

Đáp án: 43.

Câu 3. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} MA = 3 \\ MB = 6 \\ MC = 5 \\ MD = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 9 \\ (a-3)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 25 \\ (a-6)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 2b = -1 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 12b - 12c = -45 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 4c = -31 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

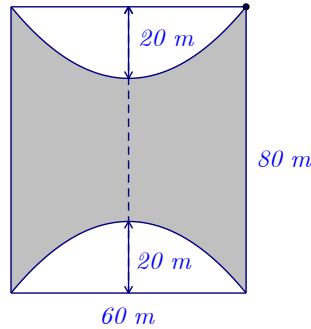
Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a=1, b=2, c=2$

Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là:

$$OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3.$$

Đáp án: 3.

Câu 4. Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Lời giải

Diện tích của phần sân chơi bằng diện tích của hình chữ nhật trừ đi diện tích của hai phần trồng hoa.

Diện tích của hình chữ nhật là: $60 \cdot 80 = 4800 \text{ m}^2$.

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Phương trình parabol bên dưới có dạng:

$y = ax^2 + b$ (vì đỉnh parabol thuộc trục tung).

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = 20 \\ y(30) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ a \cdot 30^2 + 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{45} \\ b = 20 \end{cases}.$$

Phương trình Parabol dưới là $y = -\frac{1}{45}x^2 + 20$

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng:

$$\int_{-30}^{30} \left(-\frac{1}{45}x^2 + 20 \right) dx = 800 \text{ m}^2.$$

Diện tích của phần sân chơi là: $4800 - 2 \cdot 800 = 3200 \text{ m}^2$.

Đáp án: 3200.

Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm

là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm là:

$$\begin{aligned} L(x) &= F(x) - xG(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \left(x + 1000 + \frac{250000}{x} \right) \\ &= x^3 - 2000x^2 + 1000000x. \\ L'(x) &= 3x^2 - 4000x + 1000000 \end{aligned}$$

$$L'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1000 \\ x = \frac{1000}{3}, x = 1000 \notin [0; 500], \text{ loại} \end{cases}$$

Lập BBT của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 500]$

x	$-\infty$	0	$1000/3$	500	$+\infty$
y'			+	0	-
y			↖ ↘		

Do số sản phẩm là số nguyên, nên ta xét giá trị của hàm số tại hai điểm nguyên trước và sau giá trị $\frac{1000}{3}$

là 333 và 334. Ta có $f(333) = 148148037; f(334) = 148147704 \Rightarrow f(333) > f(334)$

Do đó, doanh nghiệp nên sản xuất 333 sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Đáp án: 333.

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang", B là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng màu đỏ".

$$\text{Ta cần tính } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}.$$

Đếm $n(B)$: Chia hai TH

TH1. Lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2, rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2, có $6 \cdot 8 = 48$ cách

TH2. Lấy một quả vàng từ hộp 1 sang hộp 2, rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2, có $4 \cdot 7 = 28$ cách

$$\text{Suy ra } n(B) = 48 + 28 = 76$$

Đếm $n(A \cap B)$.

$A \cap B$ là biến cố lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy quả đỏ đó từ hộp 2 ra ngoài, do đó

$$n(A \cap B) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\text{Do đó, } P(A|B) = \frac{6}{76} \approx 0,08.$$

Đáp án: 0,08.

HẾT