

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 4; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tung độ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. -1.

Câu 3. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-3}{n+1}$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 4. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km/h)	[75 ; 80)	[80 ; 85)	[85 ; 90)	[90 ; 95)	[95 ; 100)
Số xe	15	22	28	34	19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 100 km/h.

B. 25 km/h.

C. 5 km/h.

D. 75 km/h.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -3; 2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $2x + y - z + 3 = 0$. B. $3x - y + z - 2 = 0$. C. $2x + y - z + 4 = 0$. D. $x - 2y - z + 1 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 0; -2)$, $\vec{v} = (-1; -1; 6)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. -14.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Câu 7. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$, $f(b) = -4$. Giá trị của $\int_a^b f'(x) dx$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. -6.

D. 6.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 2$ là

A. $-\cos x + 2x + C$.

B. $\cos x + 2x + C$.

C. $\sin x + 2x + C$.

D. $\cos x + C$.

Câu 10. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy trong một số ngày gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 33. B. 34,77. C. 32. D. 31,24.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. C. $y = x^3 - x$. D. $y = x^3 - x + 3$.

Câu 12. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$?

- A. $x = 5$. B. $y = 5$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khảo sát một nhóm 50 học sinh ở một trường trung học người ta thấy rằng: có 20 học sinh giỏi Ngoại ngữ, 15 học sinh giỏi Tin học, 10 học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Tin học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ nhóm đó.

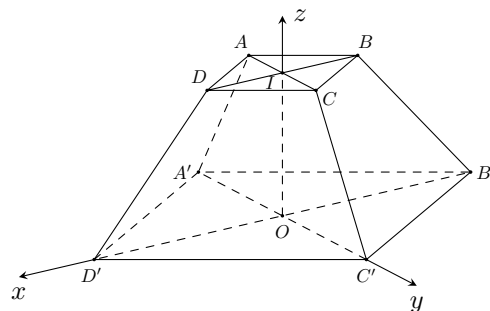
- a) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,7.
b) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Tin học bằng 0,3.
c) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ bằng 0,4.
d) Xác suất để chọn được học sinh không giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,3.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		5		$-\infty$

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-3; 5)$.
c) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x-4}{f(x)-5}$ có 3 đường tiệm cận.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x-x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12.

Câu 3. Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt bằng 72 cm^2 và 18 cm^2 . Gọi I, O tương ứng là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục là cm sao cho tia Ox cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OD'}$, tia Oy cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OC'}$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OI}$ (như hình vẽ).



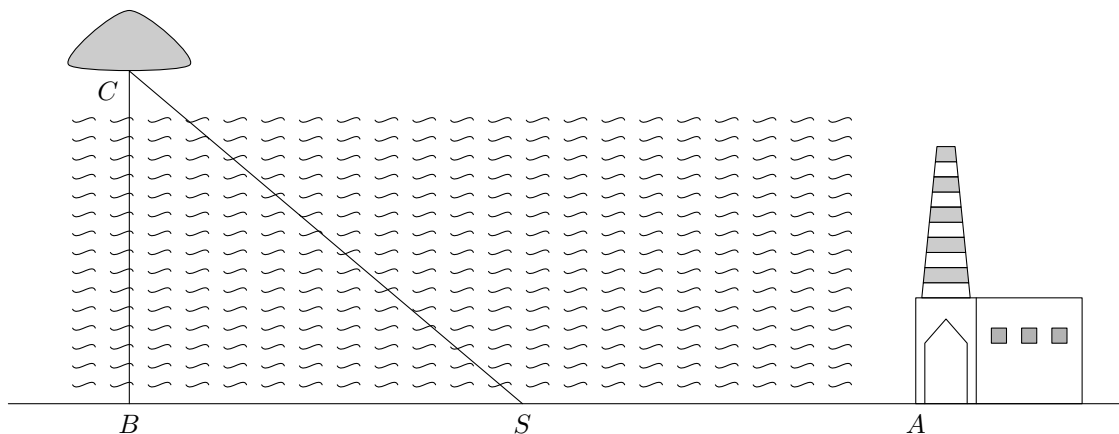
- Tọa độ của điểm B' là $(-6; 0; 0)$.
- Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\sqrt{3} \text{ cm}$.
- Phương trình mặt phẳng $(ABCD)$ là $z = 3$.
- Hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$ tạo với nhau một góc lớn hơn 70° .

Câu 4. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20 \text{ m/s}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

- Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 giây.
- $v_0 = 20 \text{ m/s}$.
- $\int (-5t + 20)dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$.
- Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C , khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.

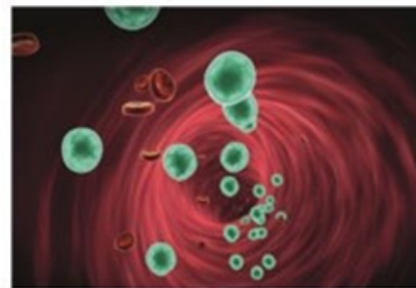


Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách B bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?

Câu 2. Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%/tháng$ theo hình thức lãi kép. Sau khi gửi được 3 tháng, ông rút toàn bộ gốc và lãi rồi gửi tiếp số tiền đó với lãi suất $6\%/năm$ cũng theo hình thức lãi kép. Tổng số tiền ông An thu được sau 4 năm 3 tháng kể từ lúc bắt đầu gửi tiết kiệm là bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{-x^3 + 3x - 2}$ (với a, b là các hằng số). Biết rằng $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

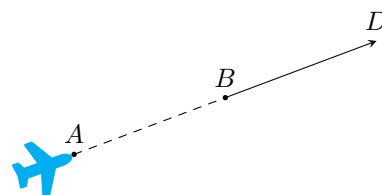
Câu 4. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (đơn vị: mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$. Để đưa ra lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/l (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 5. Một hộp quà có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2$ dm, số đo của góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[A', BD, A]$ bằng 30° . Nếu các mặt của vỏ hộp quà có độ dày bằng nhau và bằng 0,6 cm thì phần bên trong của hộp quà đó có thể tích bằng bao nhiêu cm^3 (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x; y; z)$. Khi đó, $x - y + z$ bằng bao nhiêu?



———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề 0102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km/h)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)	[90; 95)	[95; 100)
Số xe	16	21	27	36	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 5 km/h. B. 25 km/h. C. 75 km/h. D. 100 km/h.

Câu 2. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy trong một số ngày gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	3	2	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,24. B. 32. C. 34,77. D. 33.

Câu 3. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x - 1}{x - 2}$?

- A. $x = -2$. B. $y = 5$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 4. Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là

- A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x - 3}{x + 1}$. B. $y = x^3 - 2x$. C. $y = x^3 + 2x$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 4$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; 3; 2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x - 2y - z + 1 = 0$. B. $2x + y - z + 3 = 0$. C. $2x + y - z + 4 = 0$. D. $3x - y + z - 2 = 0$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 2$ là

- A. $-\cos x + 2x + C$. B. $\cos x + 2x + C$. C. $\cos x + C$. D. $\sin x + 2x + C$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = 2, f(b) = 4$. Giá trị

của $\int_a^b f'(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 2. C. -2. D. -6.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(-2; 4; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có cao độ bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 0; -2)$, $\vec{v} = (8; -1; 6)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. -14.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

- A. $y = x^3 - x - 2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$. D. $y = x^3 - x + 1$.

Câu 12. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n+2}{n+1}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -3. D. $+\infty$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khảo sát một nhóm 50 học sinh ở một trường trung học người ta thấy rằng: có 20 học sinh giỏi Ngoại ngữ, 15 học sinh giỏi Tin học, 10 học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Tin học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ nhóm đó.

- a) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ bằng 0,3.
b) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Tin học bằng 0,4.
c) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,6.
d) Xác suất để chọn được học sinh không giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,5.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

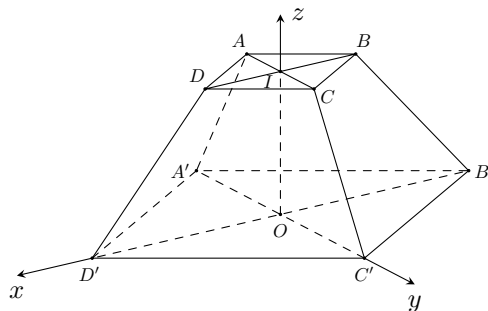
x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	5	$-\infty$	

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 5)$.
b) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực đại.
c) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x-4}{f(x)-5}$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12.

Câu 3. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

- $\int (-5t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$.
- $v_0 = 15$ m/s.
- Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 4 giây.
- Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 50 m.

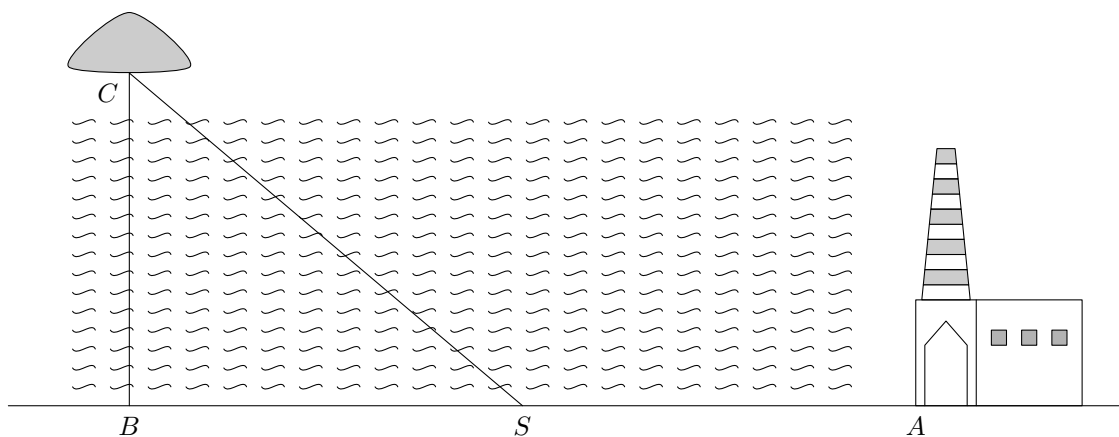
Câu 4. Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt bằng 72 cm^2 và 18 cm^2 . Gọi I, O tương ứng là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục là cm sao cho tia Ox cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OD'}$, tia Oy cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OC'}$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OI}$ (như hình vẽ).



- Tọa độ của điểm D' là $(6; 0; 0)$.
- Phương trình mặt phẳng $(ABCD)$ là $z = 3$.
- Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $3\sqrt{3}$ cm.
- Hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$ tạo với nhau một góc lớn hơn 71 độ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C , khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?

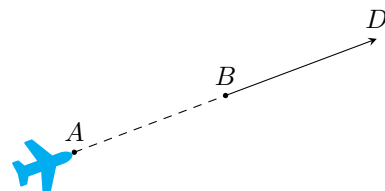
Câu 2. Một hộp quà có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2$ dm, số đo của góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[A', BD, A]$ bằng 30° . Nếu các mặt của vỏ hộp quà có độ dày bằng nhau và bằng 0,5 cm thì phần bên trong của hộp quà đó có thể tích bằng bao nhiêu cm^3 (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?



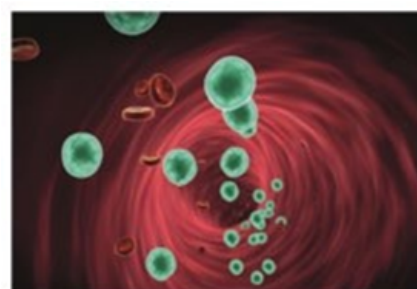
Câu 3. Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng theo hình thức lãi kép. Sau khi gửi được 3 tháng, ông rút toàn bộ gốc và lãi rồi gửi tiếp số tiền đó với lãi suất 6%/năm cũng theo hình thức lãi kép. Tổng số tiền ông An thu được sau 2 năm 3 tháng kể từ lúc bắt đầu gửi tiết kiệm là bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2}$ (với a, b là các hằng số). Biết rằng $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x; y; z)$. Khi đó, $x + y + z$ bằng bao nhiêu?



Câu 6. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (đơn vị: mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 3}$. Để đưa ra lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/l (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)?



———— HẾT ————

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy nghiệm phương trình là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;4;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tung độ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó $y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+4}{2} = 3.$

Câu 3. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-3}{n+1}$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. 1.

D. $+\infty.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-3}{n+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{1} = 2.$

Câu 4. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km/h)	[75;80)	[80;85)	[85;90)	[90;95)	[95;100)
Số xe	15	22	28	34	19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng?

A. 100 km/h.

B. 25 km/h.

C. 5 km/h.

D. 75 km/h.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên: $R = 100 - 75 = 25.$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1;-3;2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $2x + y - z + 3 = 0.$

B. $3x - y + z - 2 = 0.$

C. $2x + y - z + 4 = 0$.

D. $x - 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Điểm M thuộc mặt phẳng $2x + y - z + 3 = 0$.

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 0; -2)$, $\vec{v} = (-1; -1; 6)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. -14 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot (-1) + 0 \cdot (-1) + (-2) \cdot 6 = -14$.

- Câu 7.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có với $y = x^3 + 3x$ thì $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x$.

- Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2, f(b) = -4$. Giá trị của $\int_a^b f'(x) dx$ bằng
A. 2 . **B.** -2 . **C.** -6 . **D.** 6 .

Lời giải.

Chọn B

Ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = -2$.

- Câu 9.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 2$ là
A. $-\cos x + 2x + C$. **B.** $\cos x + 2x + C$.
C. $\sin x + 2x + C$. **D.** $\cos x + C$.

Lời giải.

Chọn A

- Câu 10.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy trong một số ngày gần đây của bạn Chi được thống kê lại bằng bảng sau:

Thời gian (phút)	(20; 25)	(25; 30)	(30; 35)	(35; 40)	(40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 33 . **B.** $34,77$. **C.** 32 . **D.** $31,24$.

Lời giải.

Chọn B

Cỡ mẫu $n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$.

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{\frac{45}{2} \cdot 6 + \frac{55}{2} \cdot 6 + \frac{65}{2} \cdot 4 + \frac{75}{2} \cdot 1 + \frac{85}{2} \cdot 1}{18} = \frac{85}{3}$.

$$s_x^2 = \frac{6\left(\frac{45}{2} - \frac{85}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{55}{2} - \frac{85}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{65}{2} - \frac{85}{3}\right)^2 + 1\left(\frac{75}{2} - \frac{85}{3}\right)^2 + 1\left(\frac{85}{2} - \frac{85}{3}\right)^2}{18} \approx 35,156$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$		

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$.

C. $y = x^3 - x$.

D. $y = x^3 - x + 3$.

Lời giải.

Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm bậc 4, ta kiểm tra được đồ thị ở câu B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 12. Đường thẳng nào là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$?

A. $x = 5$.

B. $y = 5$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải.

Chọn D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 01 đến câu 04. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khảo sát một nhóm 50 học sinh ở một trường trung học người ta thấy rằng: có 20 học sinh giỏi Ngoại ngữ, 15 học sinh giỏi Tin học, 10 học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Tin học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ nhóm đó.

a) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,7.

b) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Tin học bằng 0,3.

c) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ bằng 0,4.

d) Xác suất để chọn được học sinh không giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng 0,3.

Lời giải

SAI – ĐÚNG – ĐÚNG – SAI.

(a) Để tính xác suất của biến cố "học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học" (tức là $A \cup B$), ta sử dụng công thức: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Với:

- Xác suất chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ: $P(A) = \frac{n(A)}{N} = \frac{20}{50} = 0,4$.

- Xác suất chọn được học sinh giỏi Tin học: $P(B) = \frac{n(B)}{N} = \frac{15}{50} = 0,3$.

- Xác suất chọn được học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Tin học: $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{N} = \frac{10}{50} = 0,2$.

Vậy $P(A \cup B) = 0,4 + 0,3 - 0,2 = 0,5$.

Chọn Sai.

(b) Như đã tính ở trên, xác suất chọn được học sinh giỏi Tin học là $P(B) = 0,3$.

Chọn Đúng.

(c) Tương tự, xác suất chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ là $P(A) = 0,4$.

Chọn Đúng

(d) Biến cố "học sinh không giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học" là biến cố đối của biến cố "học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học". Tức là, ta cần tính xác suất của biến cố $\overline{A \cup B}$.

Ta có $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Chọn Sai.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$					5	
				</			

a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-3; 5)$.

c) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x-4}{f(x)-5}$ có 3 đường tiệm cận.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12.

Lời giải

ĐÚNG – SAI — ĐÚNG – ĐÚNG.

(a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị tại $x = 0$ và $x = 4$.

Chọn Đúng.

(b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Chọn Sai.

(c) Xét hàm số $g(x) = \frac{x-4}{f(x)-5}$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = 5$ có một nghiệm $x = 5$ và một nghiệm $x = a < 0$. Nhận thấy rằng $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x-4}{f(x)-5} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-4}{f(x)-5} = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng.

Ta cũng có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4}{f(x)-5} = 0$, do tử số là đa thức bậc nhất trong khi mẫu số là đa thức bậc ba.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang.

Tóm lại, đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Chọn Đúng.

(d) Xét hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= (4 - 2x)f'(4x - x^2) + x^2 - 6x + 8 \\ &= 2(2 - x)f'(4x - x^2) + (x - 4)(x - 2) \\ &= 2(2 - x)[f'(4x - x^2) - (x - 4)] \end{aligned}$$

Xét hàm số $u(x) = 4x - x^2$, trên đoạn $[1; 3]$ có $3 \leq u(x) \leq 4$ suy ra $f'(u(x)) \geq 0$, hơn nữa $x - 4 < 0$ với $x \in [1; 3]$. Vậy nên $f'(4x - x^2) - (x - 4) \geq 0, \forall x \in [1; 3]$, dấu "=" xảy ra khi $x = 4$.

Trên $[1; 3]$, phương trình $g'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2$.

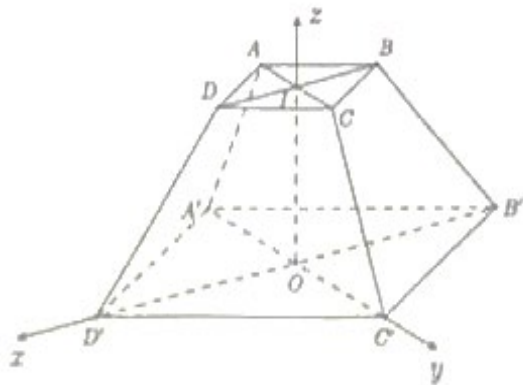
Có

$$\begin{aligned} g(1) &= f(3) + \frac{17}{3} \\ g(3) &= f(3) + \frac{19}{3} \\ g(2) &= f(4) + 7 = 12 \end{aligned}$$

Do $f(3) < f(4)$ và $\frac{17}{3} < \frac{19}{3} < 7$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12.

Chọn Đúng.

Câu 3. Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt bằng 72 cm^2 và 18 cm^2 . Gọi I, O tương ứng là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục là cm sao cho tia Ox cùng hướng với véc tơ $\overrightarrow{OD'}$, tia Oy cùng hướng với véc tơ $\overrightarrow{OC'}$, tia Oz cùng hướng với véc tơ $\overrightarrow{OI}$



- a) Tọa độ của điểm B' là $(-6;0;0)$
- b) Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\sqrt{3}cm$
- c) Phương trình mặt phẳng $(ABCD)$ là $x = 3$
- d) Hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$ tạo với nhau một góc lớn hơn 70° .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

Diện tích hình vuông $A'B'C'D'$ bằng 72 cm^2 suy ra cạnh hình vuông bằng $6\sqrt{2} \Rightarrow A'C' = B'D' = 12 \Rightarrow B'(-6;0;0)$

(b) Sai

$C'(0;6;0)$

Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng 18 cm^2 suy ra cạnh hình vuông bằng

$$3\sqrt{2} \Rightarrow AC = BD = 6 \Rightarrow C(0;3;3)$$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'C}] = (18; -18; 0)$

Phương trình mặt phẳng $(BCC'B')$ là $x - y + 6 = 0$

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $d(O, (BCC'B')) = \frac{|6|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

(c) Đúng

(d) Đúng

$D(3;0;3)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}] = (-9; -9; -9)$

Ta có

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 18 \cdot (-9) + (-18) \cdot (-9) + 0 = 0 \Rightarrow \text{góc giữa hai mặt phẳng bằng } 90^\circ.$$

- Câu 4.** Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh
- a) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 5 giây.
- b) $v_0 = 20 \text{ m/s}$

c) $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$

- d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 400m.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai

Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi dừng hẳn $v(t) = -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$

b) Đúng

$$v_0 = v(0) = 20 \text{ m/s}$$

c) Đúng

$$\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$$

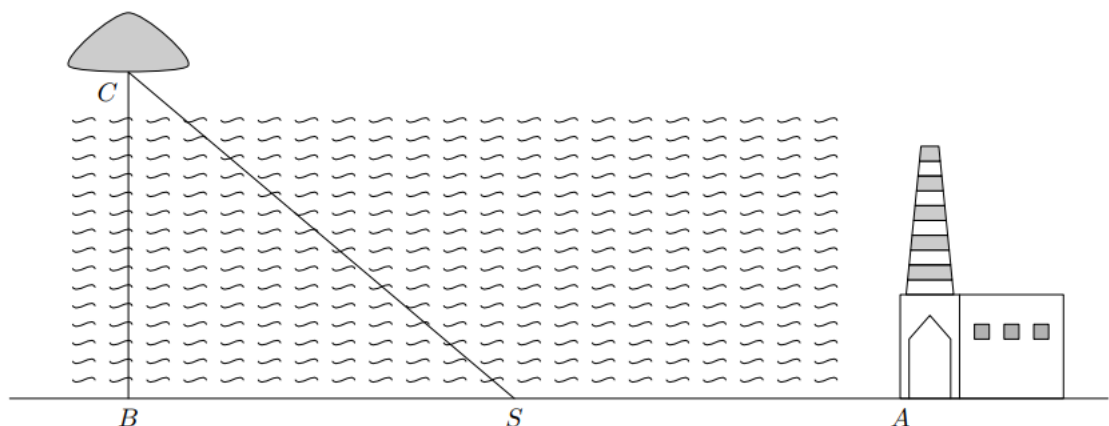
d) Đúng

Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(\frac{-5t^2}{2} + 20t \right) \Big|_0^4 = 40 \text{ m}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

- Câu 1.** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C , khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có

chi phí là ít nhất?

Lời giải

Trả lời: 3,25

Đặt $AS = x$ với $0 < x < 4$, khi đó $BS = 4 - x$ và $CS = \sqrt{BC^2 + BS^2} = \sqrt{1 + (4 - x)^2}$.

Chi phí lắp đặt dây điện từ A đến S là $P_1 = 3000x$.

Chi phí lắp đặt dây điện từ C đến S là $P_2 = 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}$.

Tổng chi phí lắp đặt dây điện là

$$P = P_1 + P_2 = 3000x + 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}.$$

Xét hàm $f(x) = 3000x + 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}$ trên khoảng $(0; 4)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3000 - \frac{5000(4 - x)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}.$$

$$\text{Khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5(4 - x) = 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	0	$\frac{13}{4}$	4
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$			
	16000		

Vậy để chi phí mắc dây điện là ít nhất thì điểm S cách A một khoảng là $\frac{13}{4} = 3,25$ km.

- Câu 2.** Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5% /tháng theo hình thức lãi kép. Sau khi gửi được 3 tháng, ông rút toàn bộ gốc và lãi rồi gửi tiếp số tiền đó với lãi suất 6% /năm cũng theo hình thức lãi kép. Tổng số tiền ông An thu được sau 4 năm 3 tháng kể từ lúc bắt đầu tiết kiệm là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 64

Số tiền ông An thu được sau 3 tháng gửi với lãi suất 0,5% /tháng là

$$50 \cdot (1 + 0,5\%)^3 \text{ (triệu đồng).}$$

Số tiền ông An thu được sau 4 năm 3 tháng kể từ lúc bắt đầu tiết kiệm là

$$50 \cdot (1 + 0,5\%)^3 \cdot (1 + 6\%)^4 \approx 64 \text{ (triệu đồng).}$$

- Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{-x^3 + 3x - 2}$ (với a, b là các hằng số). Biết rằng $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{ax^2+1} - (bx+2)}{-x^3+3x-2} = \frac{ax^2+1-(bx+2)^2}{-(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)} \\ &= \frac{(a-b^2)x^2-4bx-3}{-(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)} = \frac{-3\left[\frac{b^2-a}{3}x^2+\frac{4b}{3}x+1\right]}{-(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)}. \end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ (hữu hạn), suy ra

$$\frac{b^2-a}{3}x^2 + \frac{4b}{3}x + 1 = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b^2-a}{3} = 1 \\ \frac{4b}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(x+2)\left(\sqrt{-\frac{3}{4}x^2+1} - \frac{3}{2}x+2\right)} = 1.$$

Giá trị của $f(1) = 1$.

$$\text{Cách 2: Đặt } g(x) = \sqrt{ax^2+1} - bx - 2 \Rightarrow g'(x) = \frac{ax}{\sqrt{ax^2+1}} - b.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ (hữu hạn).

$$\text{Do } x=1 \text{ là nghiệm kép của mẫu nên } \begin{cases} g(x) = 0 \\ g'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a+1} - b - 2 = 0 \\ \frac{a}{\sqrt{a+1}} - b = 0 \end{cases}. \text{ Giải được}$$

$$a = -\frac{3}{4}, b = -\frac{3}{2}.$$

- Câu 4.** Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (đơn vị: mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2+2}$. Để đưa ra lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/l (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 10,6

$$\text{Ta có } C'(x) = \frac{-30x^2+60}{(x^2+2)^2} \text{ nên } C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

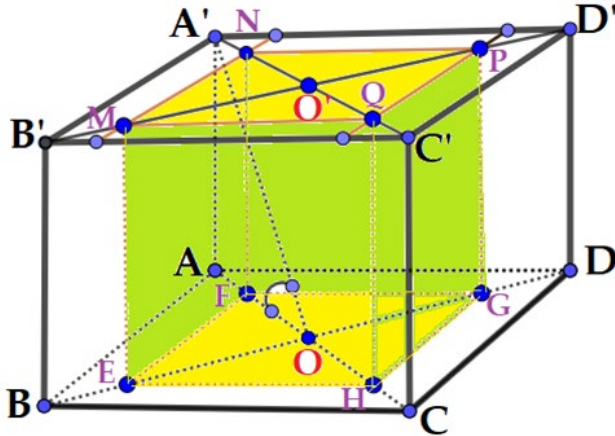
$$\text{Suy ra } \max_{(0;6)} C(x) = C(\sqrt{2}) = \frac{15\sqrt{2}}{2} \approx 10,6.$$

- Câu 5.** Một hộp quà có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2$ dm, số đo của góc nhị diện $[A', BD, A]$ bằng 30° . Nếu các mặt của vỏ hộp quà đó có độ dày bằng nhau và bằng 0,6 cm thì phần viền bên trong của hộp quà đó có thể tích bằng bao nhiêu cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Trả lời: 766.



Ta có: $BD = 2 \text{ dm} = 20 \text{ cm} \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$.

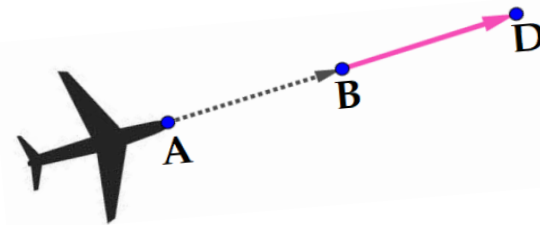
Góc nhị diện $[A', BD, A]$ bằng $30^\circ \Rightarrow \widehat{AOA'} = 30^\circ \Rightarrow AA' = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{10}{\sqrt{3}}$.

Gọi $MNPQ.EFGH$ là khối hộp chữ nhật ruột của hộp quà có đáy là hình vuông, cạnh $EF = AB - 2 \cdot 0,6 = 10\sqrt{2} - \frac{6}{5}$ và chiều cao $h = AA' - 2 \cdot 0,6 = \frac{10}{\sqrt{3}} - 1,2$.

Phần viền bên trong của hộp quà đó có thể tích bằng:

$$V_{MNPQ.EFGH} = \left(\frac{10}{\sqrt{3}} - 1,2 \right) \cdot \left(10\sqrt{2} - \frac{6}{5} \right)^2 \approx 766 \text{ cm}^3.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị lấy theo km), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x; y; z)$. Khi đó, $x - y + z$ bằng bao nhiêu ?



Lời giải

Trả lời: 489.

Từ giả thiết $\Rightarrow B$ là trung điểm của AD .

Suy ra $D(1080;600;9) \Rightarrow x - y + z = 1080 - 600 + 9 = 489$.