

Họ và tên:Lớp.....Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.**Câu 1.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình đường tiệm cận ngang là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $y = 2$. D. $y = 1$.

Câu 2. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5x+7}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 4, x = 7$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox .

- A. 148π . B. $\frac{395}{2}\pi$. C. $\frac{207}{2}\pi$. D. $\frac{213}{2}$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	3	5	8	15	10	5

Trung vị của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 7,47. B. 7,37. C. 7,95. D. 7,46.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $-8y + 3z + 7 = 0$. Mặt phẳng (R) nhận vector nào trong các vector sau làm vector pháp tuyến.

- A. $\vec{n}_1 = (-8; 3; 7)$. B. $\vec{n}_1 = (0; 24; -9)$. C. $\vec{n}_1 = (-8; 0; 7)$. D. $\vec{n}_1 = (0; 8; 3)$.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -3, F(4) = -7$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

- A. 21. B. 4. C. -10. D. -4.

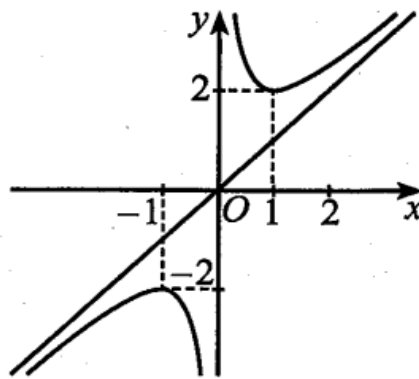
Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

- A. $I(2;1;3)$. B. $I(2;-4;2)$. C. $I(-2;-1;-3)$. D. $I(4;2;6)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 9. C. 6. D. 8.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 7$. B. $x = 10$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộp đựng 100 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 100. Chọn từ hộp ra bốn thẻ.

- a) Xác suất của biến cố A : “Chọn được bốn thẻ đều ghi số chẵn” là $P(A) = \frac{49}{198}$.
b) Xác suất của biến cố C : “Tổng các số ghi trên 4 thẻ là một số chẵn” là $P(C) = \frac{1601}{3201}$.
c) Xác suất của biến cố B : “Chọn được bốn thẻ trong đó có ít nhất 2 thẻ ghi số lẻ” là $P(B) = \frac{1}{3}$.
d) Xác suất của biến cố D : “Tổng lập phương của bốn số chia hết cho 4” là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $-3x + 7y - 9z - 5 = 0$.

- a) Điểm $A(-5; 5; 6)$ không thuộc mặt phẳng (Q) .
b) $\vec{n} = (-3; 7; -5)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q) .
c) Mặt phẳng (Q) và mặt phẳng $(R): 6x - 14y + 18z + 12 = 0$ song song nhau.
d) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm $C(-4; 5; 5), M(2; 1; -2)$ và vuông góc với (Q) có phương trình là $85x + 75y + 30z - 183 = 0$.

Câu 3. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng đẻ nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



- a) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.
b) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.
c) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.
d) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

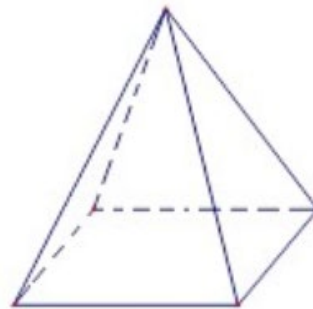
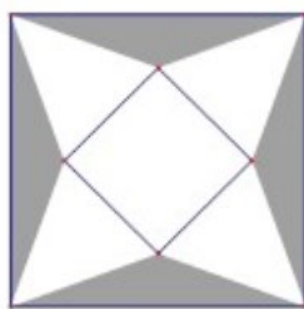
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
c) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
d) Có 2024 giá trị nguyên của $m \in [0; 2025]$ để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời các câu hỏi từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó b, c là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$. Tính $b + c$?

Câu 2. Một tấm bạt hình vuông cạnh $20m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu m^2 để đảm bảo yêu cầu trên.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C) và d_2 là khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C) đến gốc tọa độ. Giá trị của $d^2 + 2d_2^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Một vật chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc?

- Câu 5.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên. *(Làm tròn đến hàng đơn vị)*
- Câu 6.** An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn. Người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hoà). Xác suất để An thắng chung cuộc bằng bao nhiêu *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*?

----- **HẾT** -----

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c
000	C	C	B	A	C	A	B	D	A	D	A	B	D	S	D	S	D	S	S
101	C	C	A	B	B	D	A	D	A	D	C	D	S	D	S	D	D	S	D
102	D	A	D	A	D	A	C	A	B	D	A	D	S	S	D	D	S	D	D
103	B	C	D	B	C	D	D	D	D	D	C	A	D	D	S	S	D	D	S
104	C	B	A	A	B	D	D	C	A	B	D	B	S	S	D	D	S	D	D

2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4	5	6
D	S	D	D	S	S	S	D	D	38	276	80	1	0,32	26
S	S	S	D	D	S	D	D	S	1	80	38	276	26	0,32
S	S	D	S	D	D	S	D	S	26	80	38	0,32	1	276
S	D	S	S	D	D	D	S	S	276	26	80	38	1	0,32
S	D	D	S	S	D	D	S	S	38	80	0,32	276	1	26

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

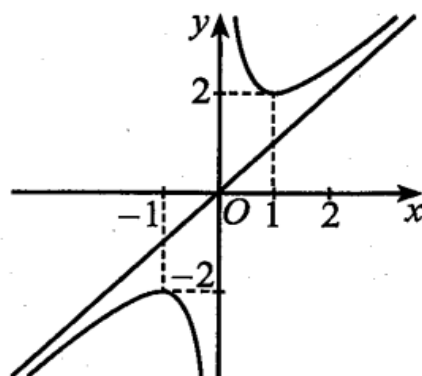
Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 7$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: from $-\infty$ to 4, from 4 to $\frac{8}{3}$, and from $\frac{8}{3}$ to $+\infty$.

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Từ bbt suy ra giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 4.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình đường tiệm cận ngang là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $y = 1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left(2 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Vậy phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -3, F(4) = -7$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

- A. -4. B. 21. C. -10. D. 4.

Lời giải

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4) - F(0) = -7 - (-3) = -4.$$

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5x+7}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 4, x = 7$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{395}{2}\pi$. B. $\frac{207}{2}\pi$. C. 148π . D. $\frac{213}{2}$.

Lời giải

$$\text{Thể tích khối tròn xoay xác định bởi: } \pi \int_4^7 \left(\sqrt{5x+7} \right)^2 dx = \frac{207}{2}\pi.$$

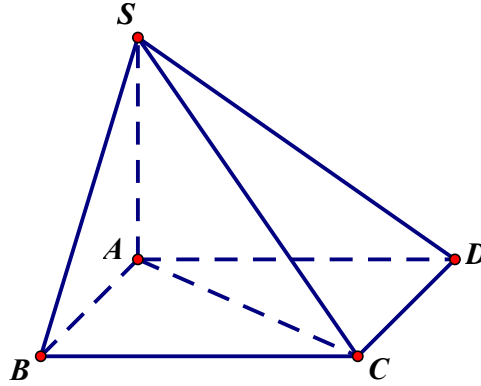
Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.
C. $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ là AC

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}.$$

Ta có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

A. $I(2;-4;2)$.

B. $I(4;2;6)$.

C. $I(-2;-1;-3)$.

D. $I(2;1;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;3).$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $-8y + 3z + 7 = 0$. Mặt phẳng (R) nhận vectơ nào trong các vectơ sau làm vectơ pháp tuyến.

A. $\vec{n}_1 = (0;24;-9)$.

B. $\vec{n}_1 = (0;8;3)$.

C. $\vec{n}_1 = (-8;0;7)$.

D. $\vec{n}_1 = (-8;3;7)$.

Lời giải

Mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0;-8;3)$.

Do đó, mặt phẳng (R) cũng nhận vectơ $\vec{n}_1 = (0;24;-9)$ làm vectơ pháp tuyến.

Câu 12. Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	3	5	8	15	10	5

Trung vị của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. 7,46.

B. 7,47.

C. 7,37.

D. 7,95.

Lời giải

Nhóm chứa Trung vị là $[7; 8)$.

$$\text{Trung của mẫu số liệu là } M_e = 7 + \frac{23 - (3 + 5 + 8)}{15}(8 - 7) \approx 7,47$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .

d) Có 2024 giá trị nguyên của $m \in [0; 2025]$ để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0); (4; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 2); (2; 4)$

c) Đúng.

$$\text{Ta có } y = f(x) = x + 1 + \frac{4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{x - 2} \right) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{x - 2} \right) = 0$$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x + 1$.

d) Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = m$ là:

$$\frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = m \quad (x \neq 2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m + 1)x + 2m + 2 = 0 \quad (1)$$

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình

$$(1) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} = m^2 - 6m - 7 > 0 \\ 2^2 - (m + 1) \cdot 2 + 2m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 7 \end{cases}.$$

Do m nguyên và $m \in [0; 2025]$ nên có $2025 - 7 = 2018$ giá trị

Câu 2. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trở bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$,

trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Lời giải

(a) Đúng

$$h(t) = \int v(t) dt = \int (-0,1t^3 + 1,1t^2) dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + C.$$

Ta có $h(0) = 20$.

Suy ra $C = 20$.

Do đó $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

(b) Sai

Cây tăng trưởng khi $v(t) > 0$. Xét bất phương trình $-0,1t^3 + 1,1t^2 > 0$.

$$\Leftrightarrow t^2(-0,1t + 1,1) > 0.$$

Suy ra $-0,1t + 1,1 > 0$ nên $t < 11$.

Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 11 tuần.

(c) Sai

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{11t^3}{30} + 20$ với $t \in [0; 11]$.

Ta có: $h'(t) = \frac{-t^3}{10} + \frac{11}{10}t^2 = \frac{t^2}{10}(-t + 11)$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 11 \end{cases}.$$

Ta thấy $h(0) = 20$, $h(11) \approx 142$.

Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 142 trên đoạn $[0;11]$.

Vậy chiều cao tối đa của cây lúa đó là 142 (cm).

(d) Đúng

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$ với $t \in [0;10]$.

$$\text{Ta có } v'(t) = -0,3t^2 + 2,2t = -0,3t \left(t - \frac{22}{3} \right).$$

$$\text{Suy ra } v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{22}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Ta thấy } v(0) = 0, v\left(\frac{22}{3}\right) \approx 19,7, v(11) = 0.$$

Khi đó, $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 19,7 trên đoạn $[0;10]$ tại $t = \frac{22}{3}$.

$$\text{Ta có } h\left(\frac{22}{3}\right) \approx 92,3 > 80.$$

Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $-3x + 7y - 9z - 5 = 0$.

a) $\vec{n} = (-3; 7; -5)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q) .

b) Điểm $A(-5; 5; 6)$ không thuộc mặt phẳng (Q) .

c) Mặt phẳng (Q) và mặt phẳng $(R): 6x - 14y + 18z + 12 = 0$ song song nhau.

d) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm $C(-4; 5; 5), M(2; 1; -2)$ và vuông góc với (Q) có phương trình là $85x + 75y + 30z - 183 = 0$.

Lời giải

a) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

$\vec{n} = (-3; 7; -8)$ không là một vectơ pháp tuyến của (Q) .

b) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

Tọa độ điểm $A(-5; 5; 5)$ không thỏa mãn phương trình $-3x + 7y - 9z - 5 = 0$ nên điểm A không thuộc mặt phẳng (Q) .

c) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

$$\vec{n}_Q = (-3; 7; -9), \vec{n}_R = (6; -14; 18).$$

Ta có: $\vec{n}_Q = -2\vec{n}_R$ và $12 \neq (-2) \cdot (-5)$ nên (Q) và (R) song song nhau.

d) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

$$\vec{n}_Q = (-3; 7; -9), \vec{CM} = (6; -4; -7).$$

Mặt phẳng (R) nhận $\vec{n}_Q, \vec{AC}$ làm cặp vectơ chỉ phương.

$$[\vec{n}_Q, \vec{CM}] = (85; 75; 30) \text{ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng } (R).$$

$$\text{Phương trình } (R): 85(x + 4) + 75(y - 5) + 30(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 85x + 75y + 30z - 185 = 0.$$

Câu 4. : Một hộp đựng 100 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 100. Chọn từ hộp ra bốn thẻ.

a) Xác suất của biến cố A : “Chọn được bốn thẻ đều ghi số chẵn” là $P(A) = \frac{49}{198}$.

b) Xác suất của biến cố B : “Chọn được bốn thẻ trong đó có ít nhất 2 thẻ ghi số lẻ” là $P(B) = \frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố C : “Tổng các số ghi trên 4 thẻ là một số chẵn” là $P(C) = \frac{1601}{3201}$.

d) Xác suất của biến cố D : “Tổng lập phương của bốn số chia hết cho 4” là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Chọn từ hộp ra bốn thẻ, không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_{100}^4$.

Trong 100 thẻ có 50 thẻ ghi số chẵn và 50 thẻ ghi số lẻ.

a) Sai

Ta có $n(A) = C_{50}^4$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^4}{C_{100}^4} = \frac{188}{3201}$. Vậy a) sai.

b) Sai

Để biến cố B xảy ra ta làm phần bù: Có 2 TH: có 1 số lẻ và không có số lẻ nào.

Ta có $n(B) = C_{100}^4 - C_{50}^3 \cdot C_{50}^1 - C_{50}^4$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{C_{100}^4} = \frac{2213}{3201}$. Vậy b) sai.

c) Đúng

Để biến cố C xảy ra có 3 TH sau:

TH1: cả 4 số chẵn, TH2: 2 số chẵn, 2 số lẻ, TH3: cả 4 số lẻ

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^4 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^2 + C_{50}^4}{C_{100}^4} = \frac{1601}{3201}$.

d) Đúng

Nhận xét:

Nếu $n = 4k$ thì $n^3 : 4$, $n = 4k + 1$ thì n^3 chia 4 dư 1, $n = 4k + 2$ thì n^3 chia hết cho 4, $n = 4k + 3$ thì n^3 chia 4 dư 3 ($n, k \in \mathbb{N}^*$).

Trong 100 thẻ có 50 thẻ chia 4 dư 0 hoặc 2, số thẻ chia 4 dư 1 là 25, chia 4 dư 3 là 25.

Xác suất cần tính là: $P(D) = \frac{C_{50}^4 + C_{25}^4 + C_{25}^4 + C_{25}^2 \cdot C_{25}^2 + C_{50}^2 \cdot 25 \cdot 25}{C_{100}^4} \approx 0,28$

PHẦN III: Câu trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời các câu hỏi từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C) và d_2 là khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C) đến gốc tọa độ. Giá trị của $d^2 + 2d_2^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 38

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

Suy ra hai điểm cực trị của (C) là $A(0;3)$ và $B(-2;-1)$ nên $d = AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow d^2 = 20$.

Điểm cực tiểu là $A(0;3) \Rightarrow d_2^2 = OA^2 = 0^2 + 3^2 = 9$.

Vậy $d^2 + 2d_2^2 = 38$.

Câu 2. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc?

Lời giải

Trả lời: 276

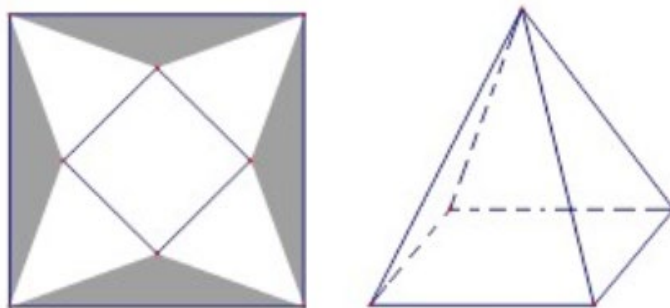
Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 3t) dt = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + C$.

Do $v(0) = 10 \Rightarrow C = 10$.

Vậy $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10$.

Quãng đường vật đi được là $S = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10 \right) dt = \left(\frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^3 + 10t \right) \Big|_0^6$
 $= 276 \text{ m}$.

Câu 3. Một tấm bạt hình vuông cạnh 20 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.

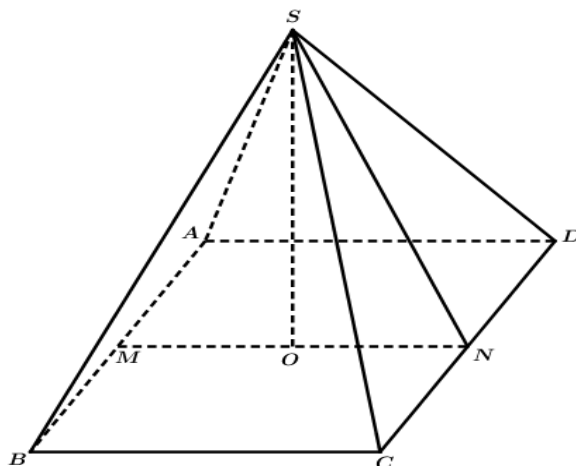


Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín

tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu m^2 để đảm bảo yêu cầu trên.

Lời giải

Trả lời: 80



Gọi cạnh đáy hình vuông của tháp là $x(m)$.

Độ dài đường chéo tấm bạt bằng $20\sqrt{2}(m)$.

Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Khi đó $MN = x(m)$, $SN = \frac{20\sqrt{2} - x}{2}(m)$ với $0 < x < 10\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình vuông, ta có

$$SO = \sqrt{SN^2 - ON^2} = \sqrt{\left(\frac{20\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{6}x^2\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Ta có } V' = \frac{20x(80 - 5\sqrt{2}x)}{6\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}}$$

$$\Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow x = 8\sqrt{2} \text{ với } 0 < x < 10\sqrt{2}.$$

Xét bảng biến thiên:

x	0	$8\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$				

Vậy khi $x = 8\sqrt{2}$ thì thể tích khối chóp lớn nhất $V = \frac{256\sqrt{10}}{3}(m^3)$.

Diện tích phần bị cắt của tấm bạt:

$$S = S_{hv} - S_{ABCD} - 4.S_{\Delta SAB} = 20^2 - (8\sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{20\sqrt{2} - 8\sqrt{2}}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 80(m^2).$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó b, c là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$. Tính $b + c$?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

Suy ra véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) : $\overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\overrightarrow{n_{(P)}} = (0; 1; -1)$.

Theo giả thiết: $(ABC) \perp (P)$ nên $\overrightarrow{n_{(ABC)}} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 0$

hay $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$ (1).

Mà $d(O, (ABC)) = \frac{|-1|}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3}$ hay $\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = 3 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 9$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được: $1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} = 9 \Leftrightarrow \frac{2}{b^2} = 8 \Leftrightarrow b^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$ (vì b là số hữu tỷ dương). Suy ra $c = \frac{1}{2}$.

Vậy $b + c = 1$.

Câu 5. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn. Người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hoà). Xác suất để An thắng chung cuộc bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,32

Giả sử số séc trong trận đấu giữa An và Bình là x . Dễ dàng nhận thấy $3 \leq x \leq 5$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: Trận đấu có 3 séc $\Rightarrow$ An thắng cả 3 séc.

Xác suất thắng trong trường hợp này là: $P_1 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,064$.

TH2: Trận đấu có 4 séc $\Rightarrow$ An thua một trong 3 séc đầu và thắng ở séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là: C_3^1 (chú ý xác suất để An thua trong một séc là: 0,6)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6 = 0,1152$

TH3: Trận đấu có 5 séc $\Rightarrow$ An thua hai trong 4 séc đầu và thắng ở séc thứ 5.

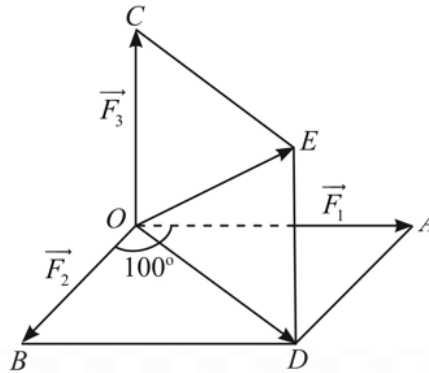
Số cách chọn 2 séc để An thua là: C_4^2 (chú ý xác suất để An thua trong một séc là: 0,6)

$$\Rightarrow P_3 = C_4^2 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^2 = 0,13824$$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744 \approx 0,32$.

Câu 6. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là 25 N, 12 N, 4 N

Vẽ $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$ suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D .

$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26 \text{ N}$.