

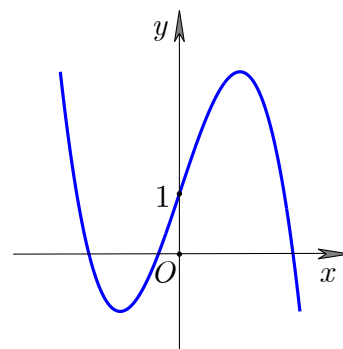
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Mã đề thi: 132

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = -x^2 + x - 1$.
B. $y = x^4 - x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$.
D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. B. $x^2 - \cos x + C$. C. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$. D. $2x^2 + \cos x + C$.

Câu 3: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 11A được cho ở bảng sau

Nhóm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	8	18	12

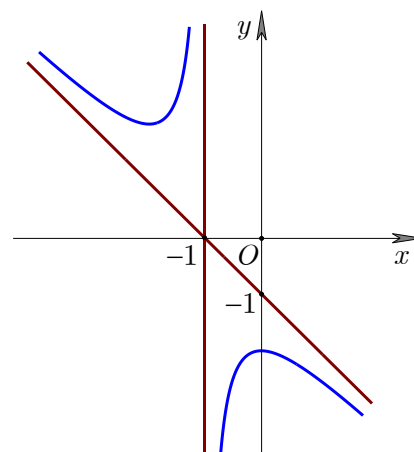
Phương sai của mẫu số liệu là

- A. 8,5. B. 0,7. C. 6. D. 0,15.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = -x + 1$.
B. $y = x - 1$.
C. $y = -x - 1$.
D. $y = x + 1$.



Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

Toạ độ của vector $\vec{w}$ là

- A. $\vec{w} = (3; 1; -2)$. B. $\vec{w} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{w} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{w} = (3; -1; -2)$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2m$. Giá trị của m là

- Câu 7:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Phase line diagram for y' vs y . The horizontal axis is y , with critical points at $-\infty$, -1 , 0 , 1 , 3 , and $+\infty$. Arrows indicate the direction of flow: from $-\infty$ to -1 (up), from -1 to 0 (down), from 0 to 1 (up), from 1 to 3 (down), and from 3 to $+\infty$ (up).

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .
D. Hàm số có hai điểm cực đại.

A. $(-1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

A. a . **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.

A. 8. **B.** -8 . **C.** 16. **D.** -2 .

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$- \quad 0 \quad +$	0	$-$

A. $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$. **C.** $\max_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$. **D.** $\min_{(0; 1)} f(x) = f(0)$.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \log_5(x + 4)$.

- Trang 2/4 - Mã đề thi 132

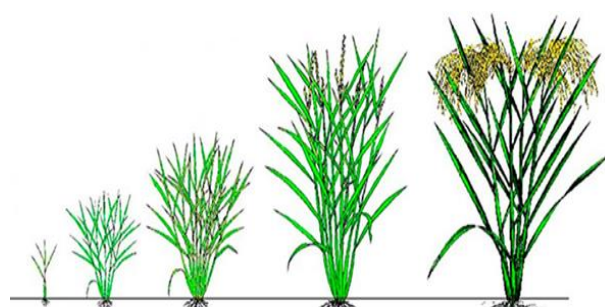
Câu 2: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	3	8	15	12

- a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.
b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.
c) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trở bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần.



Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).

- a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.
b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.
c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.
d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

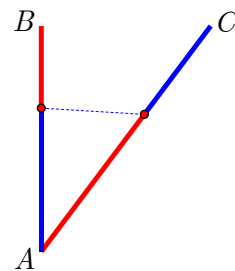
Câu 4: Trong hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5; 3; 4)$, $B(1; 2; 1)$, $C(8; -3; 2)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- a) Trọng tâm của tam giác ABC có toạ độ $G\left(\frac{14}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.
b) $BC = 5\sqrt{2}$.
c) Tam giác ABC là tam giác vuông.
d) Giá trị $a + 2b + 3c$ là một số nguyên.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

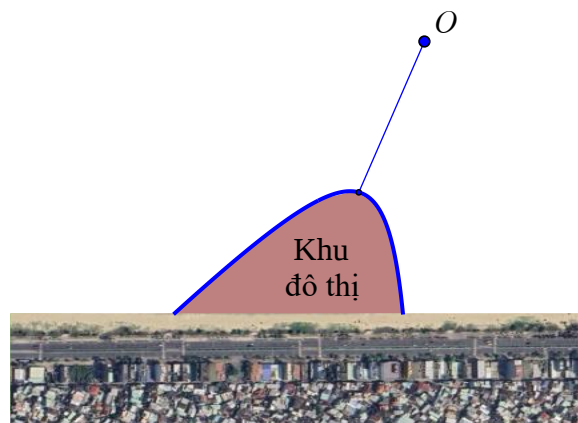
Câu 1: Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí được một hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Theo hợp đồng nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện, nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40\,000 - 0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10\,000\,000 + 10\,000x$ đồng. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 2: Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4\text{ m}$, $AC = 5\text{ m}$ sao cho tam giác ABC vuông tại B . Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút . Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?



Câu 3: Ở một vịnh biển, ngoài xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây một khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1 km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

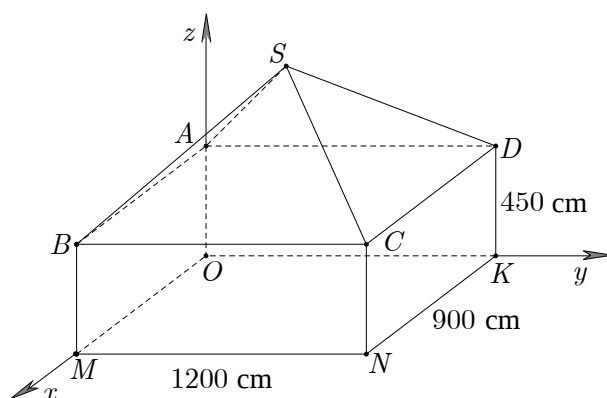
Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 4: Tìm số nguyên dương n sao cho $1.C_{2n}^1 + 2.C_{2n}^2 + 3.C_{2n}^3 + \dots + n.C_{2n}^n = 2^{68}$.

Câu 5: Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm , chiều rộng 900 cm , chiều cao 450 cm . Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt đáy một góc α có $\tan \alpha = \frac{1}{5}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox , K thuộc tia Oy , A thuộc tia Oz (như hình vẽ). Biết $S(a; b; c)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



Câu 6: Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng 9 m^3 và giá thành 1 m^2 gỗ sử dụng là $200\,000$ đồng. Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).



----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm, gồm 12 câu hỏi)

Mã đề Câu	132	209	357	485
Câu 1	D	C	C	C
Câu 2	C	C	B	B
Câu 3	B	A	A	A
Câu 4	C	C	D	D
Câu 5	A	D	D	B
Câu 6	A	D	B	D
Câu 7	C	B	B	C
Câu 8	D	B	C	C
Câu 9	B	A	C	D
Câu 10	D	A	D	B
Câu 11	A	B	A	A
Câu 12	B	D	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm, gồm 4 câu hỏi)

Mã đề Câu	132	209	357	485
Câu 1	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
	Đúng	Đúng	Sai	Sai
	Sai	Sai	Sai	Đúng
	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
	Đúng	Sai	Sai	Đúng
	Sai	Sai	Đúng	Sai
	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
Câu 3	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
	Sai	Sai	Đúng	Đúng
	Sai	Đúng	Sai	Sai
	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
Câu 4	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
	Sai	Đúng	Đúng	Sai
	Đúng	Sai	Sai	Sai
	Đúng	Sai	Đúng	Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm, gồm 6 câu hỏi)

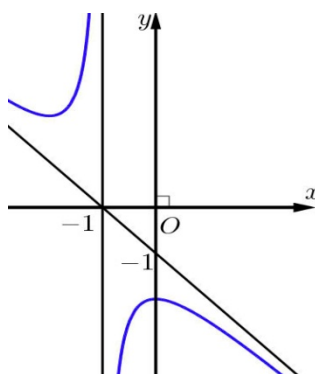
Mã đề Câu	132	209	357	485
Câu 1	1000	16	1000	2,2
Câu 2	16	1000	16	1000
Câu 3	2,2	32	1650	16
Câu 4	32	2,2	5,4	32
Câu 5	1650	5,4	2,2	5,4
Câu 6	5,4	1650	32	1650

(Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Họ và tên:..... SBD:

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

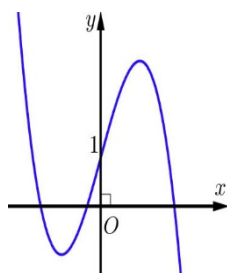


- A. $y = -x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp có số đo bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = -x^2 + x - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_6 = -64$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

- A. -2 . B. 16 . C. -8 . D. 8 .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(1;0;1)$, $C(5;-3;2)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2m$. Giá trị của m là

- A. $m = -9$. B. $m = 9$. C. $m = 18$. D. $m = -18$.

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			-1				$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 . B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 . D. Hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 8: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 11A được cho ở bảng sau

Nhóm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

- A. 6. B. 8,5. C. 0,7. D. 0,15.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1} < \frac{1}{9}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Toạ độ của vector $\vec{w}$ là

- A. $\vec{w} = (3; -1; 2)$. B. $\vec{w} = (3; 1; -2)$. C. $\vec{w} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{w} = (3; -1; -2)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$. B. $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0)$. C. $\max_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$. D. $\min_{(0; 1)} f(x) = f(0)$.

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$. B. $x^2 - \cos x + C$. C. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. D. $2x^2 + \cos x + C$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;3;4), B(1;2;1), C(8;-3;2)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

a) Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ $G\left(\frac{14}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) $BC = 5\sqrt{2}$.

c) Tam giác ABC là tam giác vuông.

d) Giá trị $a + 2b + 3c$ là một số nguyên.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x+4)$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho chứa đúng 4 số nguyên âm.

b) Phương trình $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 16)$ có nghiệm duy nhất $x = 4$.

c) Hàm số $g(x) = -x^2 + f(x)\ln 1024$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

d) Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại duy nhất một điểm.

Câu 3: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	3	8	15	12

a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.

b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

c) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Câu 4: Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

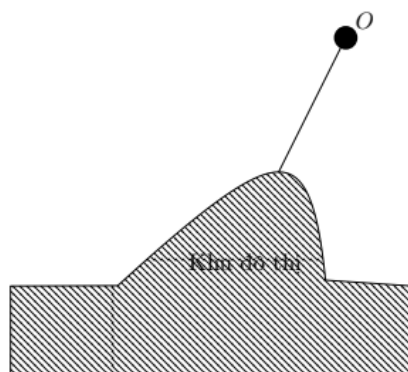
b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

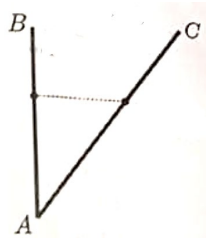
Câu 1: Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 2: Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Theo hợp đồng, nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện. Nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40\,000 - 0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10\,000\,000 + 10\,000x$. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

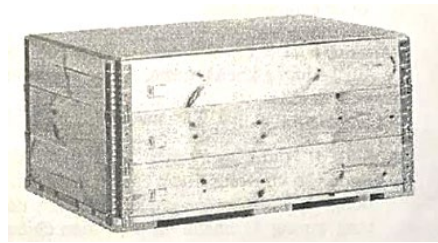
Câu 3: Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4\text{m}$, $AC = 5\text{m}$ sao cho tam giác ABC vuông tại B . Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên

C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?

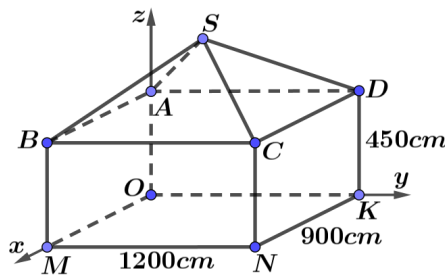


Câu 4: Tìm số nguyên dương n sao cho $1 \cdot C_{2n}^1 + 2 \cdot C_{2n}^2 + 3 \cdot C_{2n}^3 + \dots + n \cdot C_{2n}^n = 2^{68}$.

Câu 5: Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng 9 m^3 và giá thành 1 m^2 gỗ sử dụng là 200000 đồng. Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).



Câu 6: Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt đáy một góc α có $\tan \alpha = \frac{1}{5}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox , K thuộc tia Oy , A thuộc tia Oz (như hình vẽ).



Biết $S(a;b;c)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

♾ HẾT ♾

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

1.C	2.B	3.A	4.D	5.B	6.D	7.C	8.C	9.D	10.B
11.B	12.A								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	a)	b)	c)	d)
1	Đ	S	Đ	Đ
2	S	Đ	S	S
3	Đ	Đ	S	Đ
4	Đ	S	S	Đ

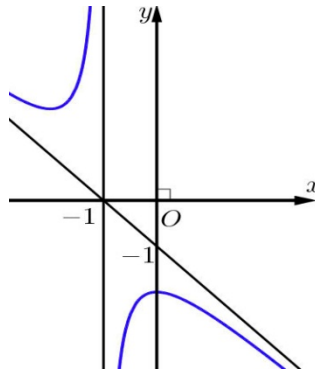
PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	2,2	1000	16	32	5,4	1650

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là



A. $y = -x + 1$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = -x - 1$.

D. $y = x + 1$.

Lời giải

Gọi phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là: $y = Ax + B$.

Từ đồ thị ta thấy, tiệm cận xiên qua: $(-1; 0)$ và $(0; -1)$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} -A + B = 0 \\ B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow A = B = -1.$$

Vậy phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là: $y = -x - 1$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp có số đo bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

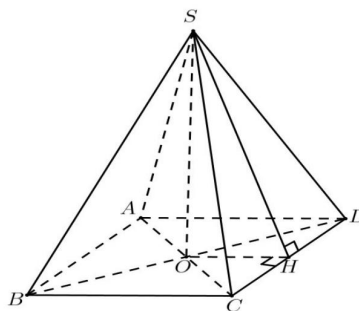
A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải



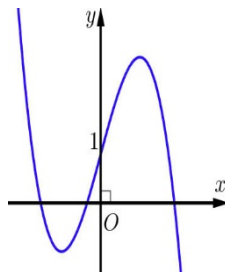
Gọi H là trung điểm của CD .

Ta có: $\begin{cases} OH \perp CD \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow CD \perp SH \Rightarrow \widehat{((SCD);(ABCD))} = \widehat{OHS} = 45^\circ.$

$$OH = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan \widehat{OHS} = \frac{SO}{OH} \Leftrightarrow 1 = \frac{SO}{\frac{a}{2}} \Leftrightarrow SO = \frac{a}{2}.$$

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = -x^3 + 3x + 1.$ **B.** $y = -x^2 + x - 1.$ **C.** $y = x^3 - 3x + 1.$ **D.** $y = x^4 - x^2 + 1.$

Lời giải

Đồ thị có nhánh cuối đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Mặt khác đồ thị đã cho không thể nào là đồ thị hàm số bậc 2.

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số: $y = -x^3 + 3x + 1.$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_6 = -64$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. $-2.$ **B.** $16.$ **C.** $-8.$ **D.** $8.$

Lời giải

Ta có: $u_6 = -64 \Leftrightarrow u_1 q^5 = -64 \Leftrightarrow q = -2 \Rightarrow u_3 = u_1 q^2 = 2 \cdot (-2)^2 = 8.$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(1;0;1)$, $C(5;-3;2)$. Biết rằng

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2m$. Giá trị của m là

A. $m = -9.$ **B.** $m = 9.$ **C.** $m = 18.$ **D.** $m = -18.$

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (0; -3; -1)$ và $\overline{AC} = (4; -6; 0).$

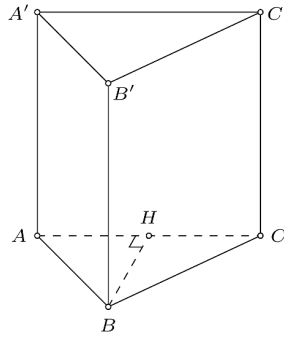
Suy ra $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \cdot 4 + (-3) \cdot (-6) + (-1) \cdot 0 = 18 = 2 \cdot 9.$

Vậy $m = 9.$

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

A. $\frac{a}{2}.$ **B.** $a.$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}.$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải



Gọi H là trung điểm AC , do tam giác ABC đều và $(AA'C'C) \perp (ABC)$ nên $BH \perp (AA'C'C)$

Ta có $BB' \parallel (AA'C'C)$ nên

$$d(BB', AC') = d(BB', (AA'C'C)) = d(B, (AA'C'C)) = BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .

D. Hàm số có hai điểm cực đại.

Lời giải

Hàm số có giá trị cực đại bằng 3 .

Câu 8: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 11A được cho ở bảng sau

Nhóm	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. 6.

B. 8,5.

C. 0,7.

D. 0,15.

Lời giải

Nhóm	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5
Tần số	2	8	18	12

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{6,5 \cdot 2 + 7,5 \cdot 8 + 8,5 \cdot 18 + 9,5 \cdot 12}{40} = 8,5.$$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{40} (6,5^2 \cdot 2 + 7,5^2 \cdot 8 + 8,5^2 \cdot 18 + 9,5^2 \cdot 12) - 8,5^2 = 0,7$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1} < \frac{1}{9}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D. $(-\infty; -1)$.**

Lời giải

$$3^{3x+1} < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{3x+1} < 3^{-2} \Leftrightarrow 3x+1 < -2 \Leftrightarrow x < -1.$$

Vậy tập nghiệm của bpt là $S = (-\infty; -1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Tọa độ của vector $\vec{w}$ là

- A. $\vec{w} = (3; -1; 2)$. **B. $\vec{w} = (3; 1; -2)$.** C. $\vec{w} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{w} = (3; -1; -2)$.

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\ \vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases} \Rightarrow \vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}. \text{ Vậy } \vec{w} = (3; 1; -2).$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$. **B. $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0)$.** C. $\max_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$. D. $\min_{(0; 1)} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$.

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.** B. $x^2 - \cos x + C$. C. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. D. $2x^2 + \cos x + C$.

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int (x - \sin x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C.$$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5; 3; 4)$, $B(1; 2; 1)$, $C(8; -3; 2)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

a) Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ $G\left(\frac{14}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) $BC = 5\sqrt{2}$.

- c) Tam giác ABC là tam giác vuông.
- d) Giá trị $a + 2b + 3c$ là một số nguyên.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{14}{3} \\ y_G = \frac{2}{3} \\ z_G = \frac{7}{3} \end{cases}.$$

b) Sai.

$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{(8-1)^2 + (-3-2)^2 + (2-1)^2} = 5\sqrt{3}.$$

c) Đúng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-4; -1; -3); \overrightarrow{AC} = (3; -6; -2).$$

Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

d) Đúng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BD} = (a-1; b-2; c-1)$$

$$\overrightarrow{DC} = (8-a; -3-b; 2-c)$$

Tam giác ABC có D là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A

$$\Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{26}}{7}$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{BD} = \frac{\sqrt{26}}{7} \overrightarrow{DC}.$$

$$\Leftrightarrow (a-1; b-2; c-1) = \frac{\sqrt{26}}{7} (8-a; -3-b; 2-c) \Leftrightarrow a = \frac{7+8\sqrt{26}}{7+\sqrt{26}}; b = \frac{14-3\sqrt{26}}{7+\sqrt{26}}; c = \frac{-3+7\sqrt{26}}{23}$$

Vậy $a + 2b + 3c = 8$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x+4)$.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho chứa đúng 4 số nguyên âm.
- b) Phương trình $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 16)$ có nghiệm duy nhất $x = 4$.
- c) Hàm số $g(x) = -x^2 + f(x) \ln 1024$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.
- d) Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại duy nhất một điểm.

Lời giải

a) Sai.

Điều kiện: $x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$. Tập xác định của hàm số là: $D = (-4; +\infty)$

Vậy tập xác định của hàm số chứa các số nguyên âm là $\{-3; -2; -1\}$

b) Đúng.

Ta có:

$$\log_2(x+4) = \log_2(x^2 + 2x - 16) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x+4 = x^2 + 2x - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x^2 + x - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

c) Sai.

Ta có hàm số $g(x) = -x^2 + \ln 1024 \cdot \log_2(x+4)$.

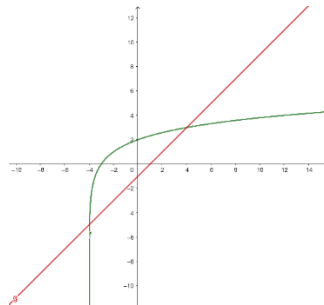
$$g'(x) = -2x + \ln 1024 \cdot \frac{1}{(x+4)\ln 2}.$$

$$\text{Cho } g'(x) = -2x + \ln 1024 \cdot \frac{1}{(x+4)\ln 2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(-4; +\infty)$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số tại $x = 1$.

d) Sai.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đồ thị ta được



Vậy đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm.

Câu 3: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	3	8	15	12

a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.

b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

- c) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.
- d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $10 - 5 = 5$.

b) Đúng.

Điểm trung bình của cả lớp là: $\bar{x} = \frac{1}{40}(5,5.2 + 6,5.3 + 7,5.8 + 8,5.15 + 9,5.12) = 8,3$.

Từ bảng thống kê, ta thấy có ít nhất 13 em có điểm trung bình thấp hơn của cả lớp.

c) Sai.

Số học sinh có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8 là

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{27}^6$.

Xác suất có đúng 2 em của CLB Toán học là: $\frac{C_8^2 \cdot C_{19}^4}{C_{27}^6} \approx 0,367 > \frac{1}{3}$

d) Đúng.

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 8!$.

Xếp 5 học sinh nam thành một hàng ngang: $5!$ cách.

5 học sinh nam tạo nên 4 khoảng trống ở giữa cùng 2 vị trí trống ở mỗi đầu hàng $\Rightarrow$ Có 6 vị trí trống

Xếp 3 học sinh nữ vào 6 vị trí đó: A_6^3 .

Xác suất không có 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau là: $\frac{5! \cdot A_6^3}{8!} = \frac{5}{14} > \frac{1}{3}$.

Câu 4: Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng đẻ nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận

thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



- a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.
- b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.
- c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.
- d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

$$h(t) = \int v(t) dt = \int (-0,1t^3 + 1,1t^2) dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + C.$$

Ta có $h(0) = 20$.

Suy ra $C = 20$.

$$\text{Do đó } h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20.$$

b) Sai

Cây tăng trưởng khi $v(t) > 0$. Xét bất phương trình $-0,1t^3 + 1,1t^2 > 0$.

$$\Leftrightarrow t^2(-0,1t + 1,1) > 0.$$

Suy ra $-0,1t + 1,1 > 0$ nên $t < 11$.

Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 11 tuần.

c) Sai

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{11t^3}{30} + 5$ với $t \in [0;11]$.

Ta có: $h'(t) = \frac{-t^3}{10} + \frac{11}{10}t^2 = \frac{t^2}{10}(-t+11)$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 11 \end{cases}.$$

Ta thấy $h(0) = 20$, $h(11) \approx 142$.

Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 142 trên đoạn $[0;11]$.

Vậy chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 142 (cm).

d) Đúng

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$ với $t \in [0;10]$.

Ta có $v'(t) = -0,3t^2 + 2,2t = -0,3t\left(t - \frac{22}{3}\right)$.

$$\text{Suy ra } v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{22}{3} \end{cases}.$$

Ta thấy $v(0) = 0$, $v\left(\frac{22}{3}\right) \approx 19,7$, $v(11) = 0$.

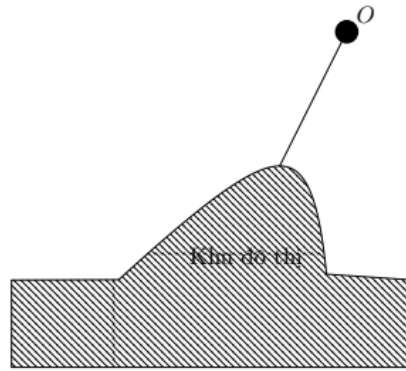
Khi đó, $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 19,7 trên đoạn $[0;10]$ tại $t = \frac{22}{3}$.

Ta có $h\left(\frac{22}{3}\right) \approx 92,3 > 80$.

Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Đáp án: 2,2.

Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với điểm $M\left(x_0; \frac{x_0^2+1}{x_0}\right)$ trên đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Khi đó

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{x_0^2+1}{x_0}\right)^2} = \sqrt{x_0^2 + \left(x_0 + \frac{1}{x_0}\right)^2} = \sqrt{2x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + 2} \\ &\geq \sqrt{2\sqrt{2x_0^2 \cdot \frac{1}{x_0^2}} + 2} = \sqrt{2\sqrt{2} + 2} \approx 2,2. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2x_0^2 = \frac{1}{x_0^2} \Leftrightarrow x_0^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_0 = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

Vậy, độ dài ngắn nhất của cáp treo là khoảng 2,2 km.

Câu 2: Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Theo hợp đồng, nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện. Nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40\,000 - 0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10\,000\,000 + 10\,000x$. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 1000.

Số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40\,000 - 0,01x^2$ đồng ($0 \leq x \leq 1500$).

Tổng giá trị đơn hàng là $x \cdot p(x) = x(40\,000 - 0,01x^2) = 40\,000x - 0,01x^3$.

Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10\,000\,000 + 10\,000x$.

Lợi nhuận của công ty A là

+ Số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40\,000 - 0,01x^2$ đồng ($0 \leq x \leq 1500$)

. Tổng giá trị đơn hàng là $x \cdot p(x) = x(40\,000 - 0,01x^2) = 40\,000x - 0,01x^3$.

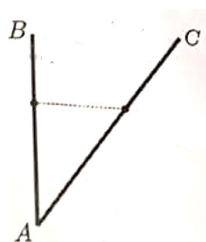
+ Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10\,000\,000 + 10\,000x$.

Lợi nhuận của công ty A là $f(x) = x.p(x) - C(x) = (40\,000x - 0,01x^3) - (10\,000\,000 + 10\,000x)$

$$\Rightarrow f(x) = -0,01x^3 + 30\,000x - 10\,000\,000. \Rightarrow f'(x) = -0,03x^2 + 30\,000.$$

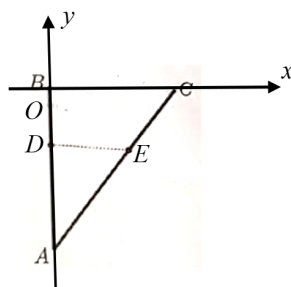
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,03x^2 + 30\,000 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1\,000\,000 \Leftrightarrow x = 1000 \text{ (do } 0 \leq x \leq 1500 \text{)}.$$

Câu 3: Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4\text{m}$, $AC = 5\text{m}$ sao cho tam giác ABC vuông tại B . Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?



Lời giải

Đáp án: 16.



Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, với mỗi đơn vị trên trục là 1m. Ta có $B(0;0)$, $A(0;-4)$, $C(3;0)$

Gọi D điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led BA và E điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led AC sau khi đóng nguồn điện.

Vì $D \in Oy$ và chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút nên $D(0;-4t)$ với t là thời gian được tính bằng phút.

Vì $E \in AC$ và chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút nên $E(6t;8t-4)$ với t là thời gian được tính bằng phút.

Ta có khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là

$$DE = \sqrt{(6t)^2 + (12t - 4)^2} = \sqrt{180t^2 - 96t + 16} = \sqrt{180 \left[\left(t - \frac{4}{15} \right)^2 + \frac{4}{225} \right]} \geq \frac{4\sqrt{5}}{4} \text{ (m)}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $t = \frac{4}{15}$ phút = 16 giây.

Vậy sau 16 giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất.

Câu 4: Tìm số nguyên dương n sao cho $1 \cdot C_{2n}^1 + 2 \cdot C_{2n}^2 + 3 \cdot C_{2n}^3 + \dots + n \cdot C_{2n}^n = 2^{68}$.

Lời giải

Đáp án: 32.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } kC_{2n}^k &= k \cdot \frac{2n!}{k!(2n-k)!} = \frac{2n!}{(k-1)![(2n-1)-(k-1)]!} \\ &= 2n \frac{(2n-1)!}{(k-1)![(2n-1)-(k-1)]!} = 2nC_{2n-1}^{k-1}, \forall k \geq 1 \\ \Rightarrow VT &= \sum_{k=1}^n 2nC_{2n-1}^{k-1} = 2n \sum_{k=0}^{n-1} C_{2n-1}^k. \end{aligned}$$

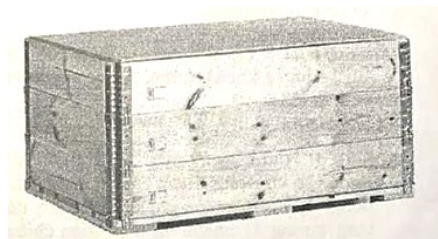
Mặt khác ta có $C_{2n-1}^k = C_{2n-1}^{2n-1-k}$ nên

$$\begin{aligned} 2^{2n-1} &= \sum_{k=0}^{2n-1} C_{2n-1}^k = (C_{2n-1}^0 + C_{2n-1}^1 + \dots + C_{2n-1}^{n-1}) + (C_{2n-1}^n + \dots + C_{2n-1}^{2n-2} + C_{2n-1}^{2n-1}) \\ &= 2(C_{2n-1}^0 + C_{2n-1}^1 + \dots + C_{2n-1}^{n-1}) = 2 \sum_{k=0}^{n-1} C_{2n-1}^k \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \sum_{k=0}^{n-1} C_{2n-1}^k = 2^{2n-2} \Rightarrow VT = 2n \cdot 2^{2n-2} = 2^{68}.$$

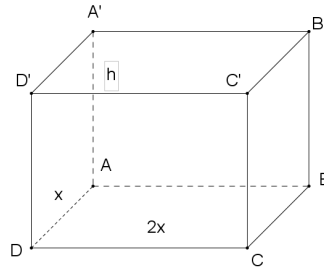
Vì n là số nguyên dương và VT luôn tăng với mọi số nguyên dương n nên phương trình trên có nghiệm duy nhất là $n = 32$.

Câu 5: Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng 9m^3 và giá thành 1m^2 gỗ sử dụng là 200000 đồng. Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).



Lời giải

Đáp án: 5,4



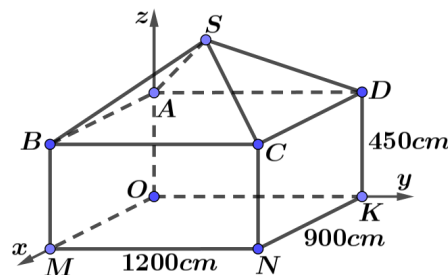
Gọi x (m), ($x > 0$) là chiều rộng của đáy thì chiều dài của đáy là $2x$. Chiều cao của lăng trụ đứng là h ($h > 0$). Theo bài ra $V = 2x^2h \Rightarrow 2xh = \frac{9}{x}$.

Diện tích toàn phần của kiện hàng là

$$S_{tp} = 4x^2 + 6xh = 4x^2 + \frac{27}{x} = 4x^2 + \frac{27}{2x} + \frac{27}{2x} \geq 3\sqrt{\left(\frac{27}{2x}\right)^2 \cdot 4x^2} = 27 (m^2).$$

Sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất số tiền là $27.0,2 = 5,4$ (triệu đồng).

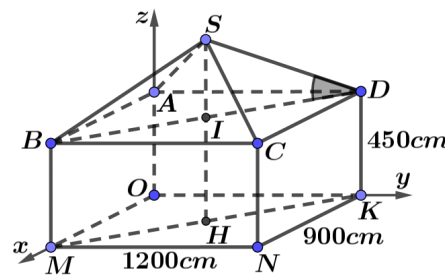
Câu 6: Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt đáy một góc α có $\tan \alpha = \frac{1}{5}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox , K thuộc tia Oy , A thuộc tia Oz (như hình vẽ).



Biết $S(a;b;c)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

Lời giải

Đáp án: 1650



Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có $BD = \sqrt{900^2 + 1200^2} = 1500 \Rightarrow ID = 750$.

Theo giả thiết ta có $\tan \widehat{SDI} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{SI}{ID} = \frac{1}{5} \Rightarrow SI = \frac{1}{5}ID = \frac{1}{5}.750 = 150$.

Gọi H là tâm của hình chữ nhật $OKNM$. Từ giả thiết ta có $H(450; 600; 0)$.

Ta có $SH = IH + SI = 450 + 150 = 600$.

Do đó $S(450; 600; 600) \Rightarrow a + b + c = 450 + 600 + 600 = 1650$

☞ HẾT ☞