

Họ tên thí sinh.....; SBD.....

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu có 1 phương án lựa chọn.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$. B. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$. C. $\int \frac{dx}{x} = \frac{1}{x^2} + C$. D. $\int \frac{dx}{x} = -\frac{1}{x^2} + C$.

Câu 2. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -8. B. 1. C. -3. D. 12.

Câu 3. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

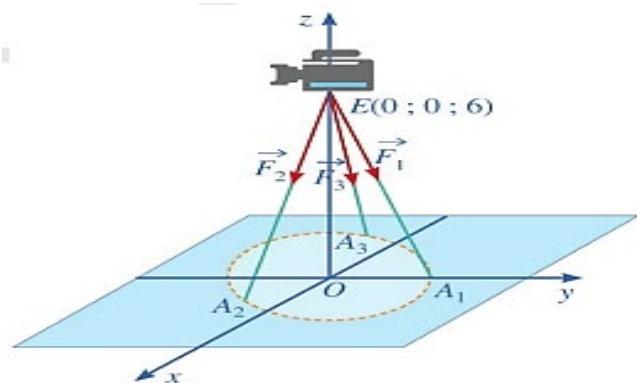
A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAC) \perp (SBC)$. B. $(SAB) \perp (ABC)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

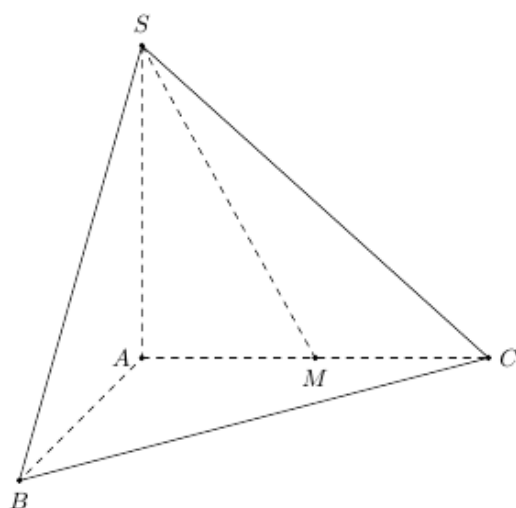
A. $x = 2$. B. $x = \frac{17}{2}$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = 3$.



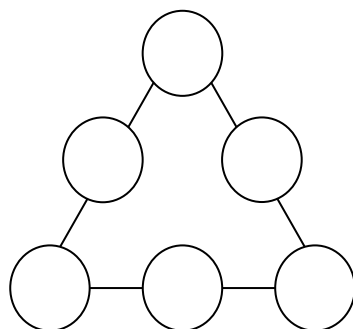
- a) Toạ độ trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ là $O(0;0;0)$.
- b) Biết $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IA_1} + \overrightarrow{IA_2} + \overrightarrow{IA_3} = \vec{0}$. Khi đó $x + y + 2z = 3$.
- c) Biết M trên cạnh EA_1 sao cho $\overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2M} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2O} = \overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2M}$. Khi đó tổng tất cả các thành phần tọa độ của điểm M bằng $\frac{41}{37}$.
- d) Biết rằng trọng lượng của chiếc máy quay là 300 N và $\vec{F}_1 = (x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

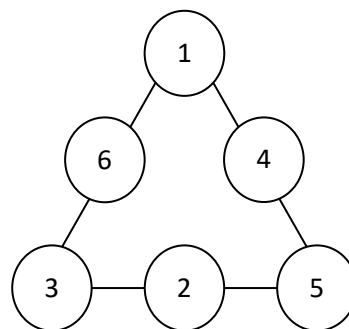
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 20\text{ cm}$, $AC = 40\text{ cm}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 10\text{ cm}$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng bao nhiêu cm . (Kết quả lấy gần đúng, chính xác đến hàng phần trăm).



Câu 2. Có bao nhiêu cách điền các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 (mỗi số một lần) vào các ô tròn ở trên Hình 1 sao cho tổng các số ở mỗi cạnh của tam giác là bằng nhau? (ví dụ ở hình 2, tổng các số ở mỗi cạnh đều bằng 10).



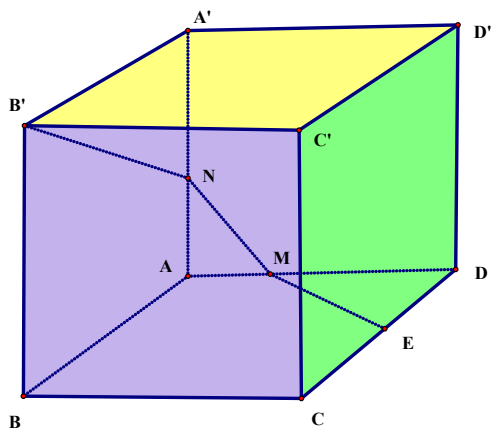
Hình 1



Hình 2

Câu 3. Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bằng 10 dm (như hình vẽ). Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E (là trung điểm của CD) đi qua điểm M

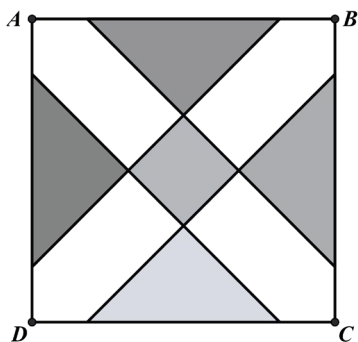
thuộc cạnh AD , điểm N thuộc cạnh AA' tới B' . Độ dài đoạn dây điện ngắn nhất bằng bao nhiêu dm ?



- Câu 4.** Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8(m)$ và rộng $8(m)$ (như hình vẽ) (Đơn vị diện tích là m^2 , làm tròn kết quả đến phần chục)



- Câu 5.** Bác Bình có một khu vui chơi hình vuông $ABCD$ có cạnh $20m$; để tạo điểm nhấn cho khu vui chơi, bác Bình thuê người lát gạch theo thiết kế như sau: phần màu sẫm gồm chính giữa có một hình vuông đồng tâm với $ABCD$, bốn tam giác là bốn tam giác cân (hình vẽ). Biết phần màu sẫm bác Bình lát gạch có hoa văn đẹp và có giá $250000/1m^2$ (gồm chi phí vật liệu và nhân công); phần còn lại bác Bình lát gạch trơn không hoa văn và có giá $175000/1m^2$ (gồm chi phí vật liệu và nhân công). Chi phí bác Bình bỏ ra ít nhất là m (triệu đồng). Tính m (làm tròn đến hàng đơn vị).



- Câu 6.** Bạn Minh làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là $0,7$. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,8$ nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,2$. Xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai là $\frac{a}{b}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính $T = 2a + b$.

-----Hết-----

(Đáp án gồm 11 trang)

(Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề)

Họ tên thí sinh.....; SBD.....

Phần 1: Gồm 12 câu TNKQ 4 lựa chọn, mỗi câu đúng được 0,25 điểm. Tổng: 3 điểm

1.A	2.A	3.D	4.B	5.B	6.B
7.D	8.A	9.D	10.A	11.B	12.A

Phần 2: Gồm 4 câu hỏi đúng sai dạng đúng sai, mỗi câu có 4 ý, điểm tối đa là 1,0 điểm/câu.
Tổng: 4 điểm.

Đúng 1 ý được 0,1 điểm;

Đúng 2 ý được 0,25 điểm;

Đúng 3 ý được 0,5 điểm;

Đúng 4 ý được 1,0 điểm;

	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đ	Đ	Đ	S
Câu 2	Đ	Đ	S	S
Câu 3	Đ	S	Đ	Đ
Câu 4	Đ	Đ	S	Đ

Phần 3: Gồm 6 câu hỏi trả lời ngắn, mỗi câu đúng được 0,5 điểm. Tổng: 3 điểm.

Câu	Đáp án
Câu 1	6,67
Câu 2	24
Câu 3	25
Câu 4	42,7
Câu 5	80
Câu 6	87

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu có 1 phương án lựa chọn.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$. **B.** $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$. **C.** $\int \frac{dx}{x} = \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int \frac{dx}{x} = -\frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -8. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Có $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - 2\int_0^1 g(x)dx = 2 - 2.5 = -8$.

Câu 3. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} \approx 46,12$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3.2 + 0.1 + 1.0 = 6$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\Leftrightarrow 0 < x-1 < 0,5 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình đã cho là: $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ **B.** $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ **C.** $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ **D.** $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Lời giải

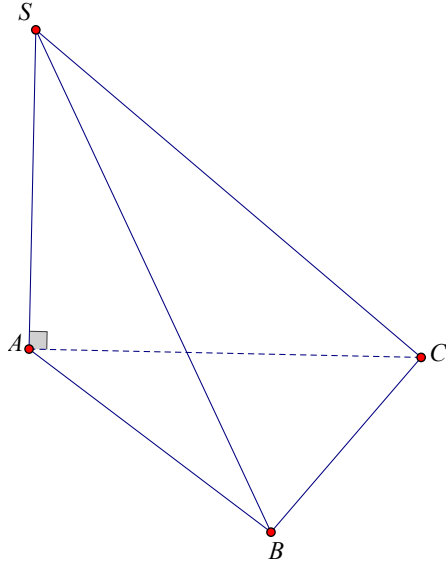
Chọn D

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

- A.** $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB), (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAB), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow B, C \text{ đúng.}$

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$

$\Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow D \text{ đúng.}$

Vậy đáp án sai là A.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = \frac{17}{2}$. **C.** $x = \frac{5}{2}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$2^{2x-1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x-1 = 5 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3; u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d$;

(Với u_1 là số hạng đầu và d là công sai).

Suy ra có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 9 = 3 + d \Leftrightarrow d = 6$.

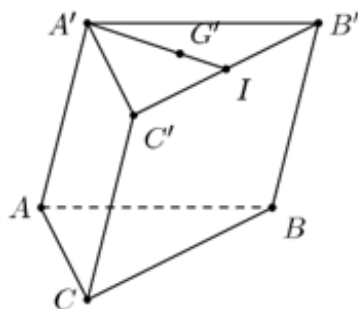
Vậy công sai của cấp số cộng đã cho bằng 6.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vec tơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

- A.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. **B.** $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. **C.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$. **D.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của $B'C'$

Vì G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ $\Rightarrow \overrightarrow{A'G'} = \frac{2}{3} \overrightarrow{A'I}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AG'} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3} \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 12. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (5; +\infty).$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$

- a) $f'(x) = 2 \cos x - 1$.
b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
c) Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\left\{ \frac{\pi}{3} \right\}$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

$$\text{Ta có } f'(x) = 2 \cos x - 1$$

b) Đúng

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

c) Đúng

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Khi đó với } x \in [0; \pi] \text{ thì } x = \frac{\pi}{3}.$$

d) Sai

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Khi đó với $x \in [0; \pi]$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Với $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}, f(\pi) = -\pi$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên $[0; \pi]$ là $-\pi$.

Câu 2.

Một người lái ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe nhìn thấy một chương ngại vật nên đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Ô tô dừng lại sau 10 giây.

b) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

c) Từ thời điểm đạp phanh đến khi dừng lại, ô tô đi được quãng đường là 90m.

d) Quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối bằng 125 m.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Khi ô tô dừng lại, ta có $v(t) = 0 \Rightarrow -2t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 10(s)$.

b) Đúng.

Ta có $s(t) = \int v(t) dt$.

c) Sai.

Ta có quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là

$$s = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (-2t + 20) dt = \left(-t^2 + 20t\right) \Big|_0^{10} = 100(m)$$

d) Sai.

Trong 5 giây trước đó, ô tô vẫn đi với vận tốc 20 m/s nên quãng đường ô tô đi được trong 5 giây này là $5 \cdot 20 = 100(m)$.

Vậy quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối bằng $100 + 100 = 200(m)$.

Câu 3.

Ở cửa ra vào của một cửa hàng tạp hóa có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa chưa được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa.

a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.

c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.

d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Gọi A là biến cố “Hàng qua cửa đã được thanh toán” và B là biến cố “Thiết bị phát chuông cảnh báo”.

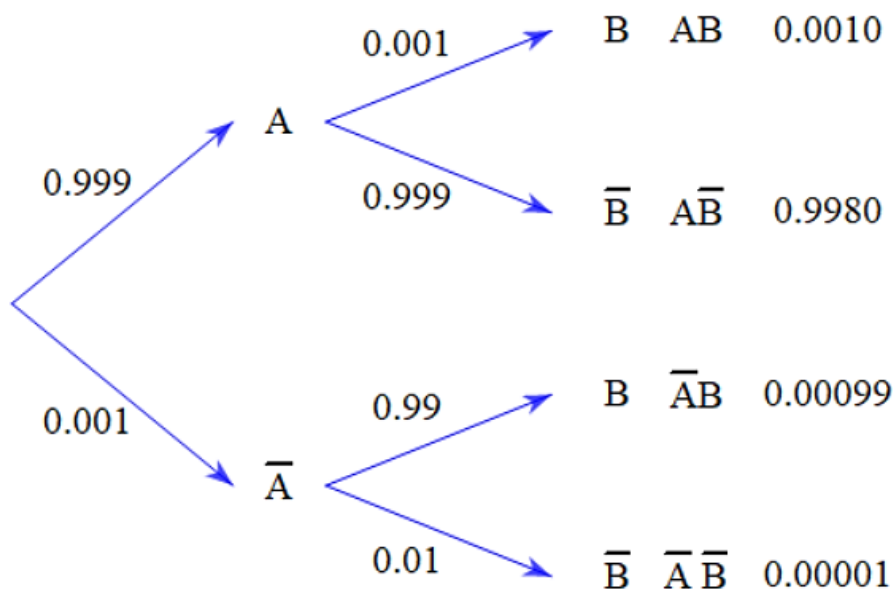
Tỷ lệ hàng qua cửa chưa được thanh toán là 0,1% tức là $P(\bar{A}) = 0,1\%$ suy ra

$$P(A) = 100\% - 0,1\% = 99,9\%.$$

Ta có $P(B|A) = 0,1\%$ và $P(B|\bar{A}) = 99\%$;

$$P(\bar{B}|A) = 100\% - P(B|A) = 99,9\%; \quad P(\bar{B}|\bar{A}) = 100\% - P(B|\bar{A}) = 1\%.$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Từ đây ta có:

Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,099\%$

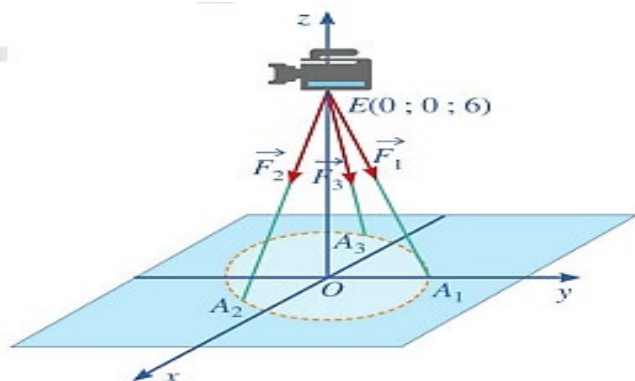
Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,1\%$

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,001\%$.

Câu 4.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo đơn vị của lực), cho một chiếc máy quay được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$, các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là A_1, A_2, A_3 thuộc đường tròn tâm O bán kính bằng 1 và nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho

A_1 thuộc tia Oy , $\overrightarrow{OA_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$, A_2 và A_3 đối xứng nhau qua trục tung (xem hình vẽ bên dưới).



a) Tọa độ trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ là $O(0;0;0)$.

b) Biết $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IA_1} + \overrightarrow{IA_2} + \overrightarrow{IA_3} = \vec{0}$. Khi đó $x + y + 2z = 3$.

c) Biết M trên cạnh EA_1 sao cho $\overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2M} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2O} = \overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2M}$. Khi đó tổng tất cả các thành phần tọa độ của điểm M bằng $\frac{41}{37}$.

d) Biết rằng trọng lượng của chiếc máy quay là 300 N và $\vec{F}_1 = (x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng. $A_1(0;1;0), A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right), A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Do đó trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ có toạ độ $(0;0;0)$. Vậy **a) đúng**.

b) Đúng. $\vec{IE} + \vec{IA_1} + \vec{IA_2} + \vec{IA_3} = \vec{0} \Rightarrow \vec{IE} = -3\vec{IO} \Rightarrow I(0;0;\frac{3}{2})$. Suy ra $x + y + 2z = 3$. Vậy **b) đúng**.

c) Sai $\vec{MA_1} \cdot \vec{A_2M} + \vec{ME} \cdot \vec{A_2O} = \vec{MA_1} \cdot \vec{A_2O} + \vec{ME} \cdot \vec{A_2M} \Rightarrow \vec{OM} \cdot \vec{EA_1} = 0 \Rightarrow OM \perp EA_1$.

Do đó $MA_1 = \frac{1}{37}EA_1 \Rightarrow \vec{MA_1} = \frac{1}{37}\vec{EA_1} \Rightarrow M(0; \frac{36}{37}; \frac{6}{37})$. Khi đó tổng bằng $\frac{42}{37}$. Vậy **c) sai**.

d) Đúng Ta có $\vec{EA_1} = (0;1;-6); \vec{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right), \vec{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right)$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho:

$$\vec{F_1} = c\vec{EA_1} = (0;c;-6c); \vec{F_2} = c\vec{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c\right); \vec{F_3} = c\vec{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c\right).$$

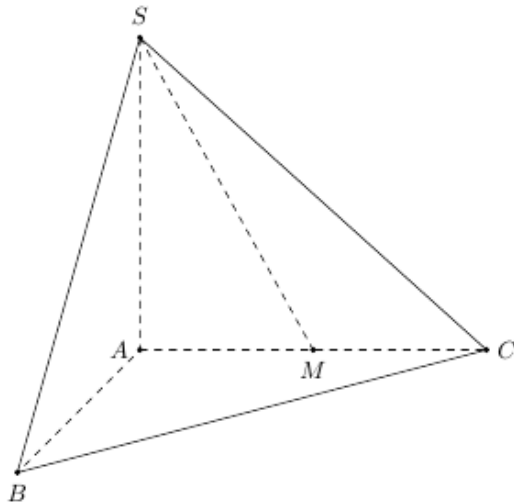
Suy ra $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = (0;0;-18c)$.

Mặt khác, ta có: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{F}$, trong đó $\vec{F} = (0;0;-300)$ là trọng lực tác dụng lên máy quay. Suy

ra $18c = -300$, tức là $c = -\frac{50}{3}$. Do đó $\vec{F_1} = \left(0; \frac{50}{3}; -100\right)$. Do đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$. Vậy **d) đúng**.

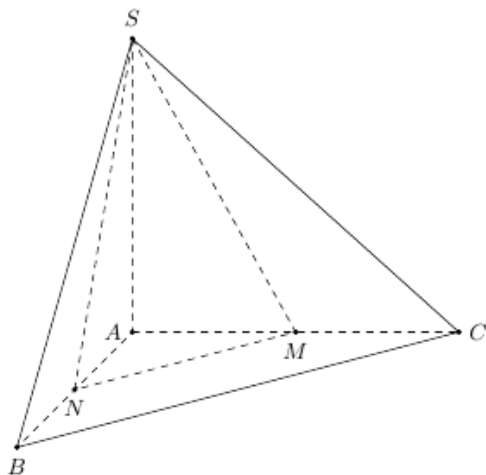
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 20cm$, $AC = 40cm$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 10cm$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng bao nhiêu cm . (Kết quả lấy gần đúng, chính xác đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 6,67



Gọi N là trung điểm của AB , ta có: $MN \parallel BC$ nên ta được $BC \parallel (SMN)$.

Do đó $d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = h$.

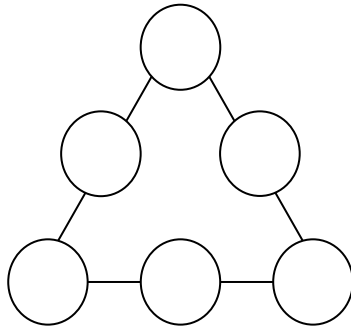
Tứ diện $A.SMN$ vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{4 \cdot 10^2} = \frac{9}{4 \cdot 10^2} \Rightarrow h = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ cm}.$$

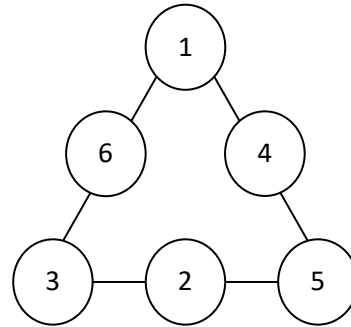
Vậy $d(BC, SM) = 6,67 \text{ cm}$.

Câu 2.

Có bao nhiêu cách điền các số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ (mỗi số một lần) vào các ô tròn ở trên Hình 1 sao cho tổng các số ở mỗi cạnh của tam giác là bằng nhau? (ví dụ ở hình 2, tổng các số ở mỗi cạnh đều bằng 10).



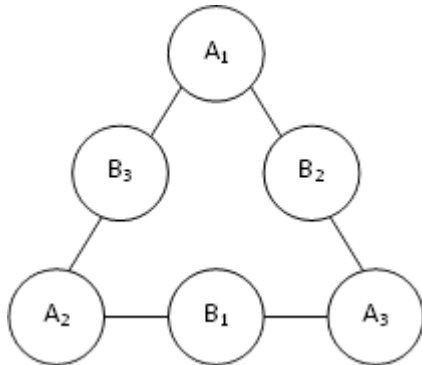
Hình 1



Hình 2

Lời giải

Đáp án: 24



Gọi các số điền vào là $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ như hình vẽ

Ta có: $A_1 + B_2 + A_3 = A_1 + B_3 + A_2 = A_2 + B_1 + A_3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + B_2 + A_3 = A_1 + B_3 + A_2 \\ A_1 + B_2 + A_3 = A_2 + B_1 + A_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_3 - B_3 = A_2 - B_2 \\ A_1 - B_1 = A_2 - B_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow A_1 - B_1 = A_2 - B_2 = A_3 - B_3$$

Do $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ là một hoán vị của $1, 2, 3, 4, 5, 6$

Nên ta chỉ có các bộ sau thỏa mãn:

$$6 - 5 = 4 - 3 = 2 - 1; 5 - 6 = 3 - 4 = 1 - 2$$

$$6 - 3 = 5 - 2 = 4 - 1; 3 - 6 = 2 - 5 = 1 - 4$$

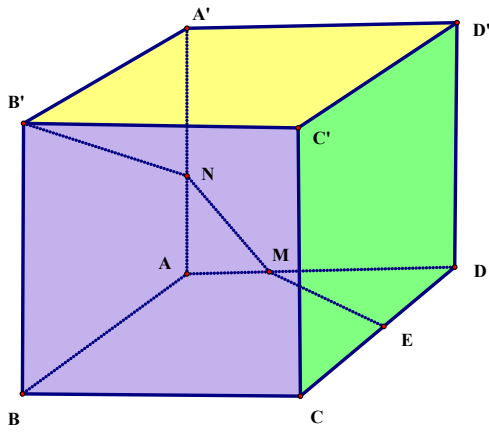
Ứng với mỗi bộ ở trên ta có $3!$ hoán vị các đỉnh A_1, A_2, A_3 .

Và với mỗi cách chọn A_1, A_2, A_3 thì sẽ có duy nhất một cách chọn B_1, B_2, B_3 .

Vậy có: $3! \cdot 4 = 24$ cách điền thỏa mãn yêu cầu bài toán.

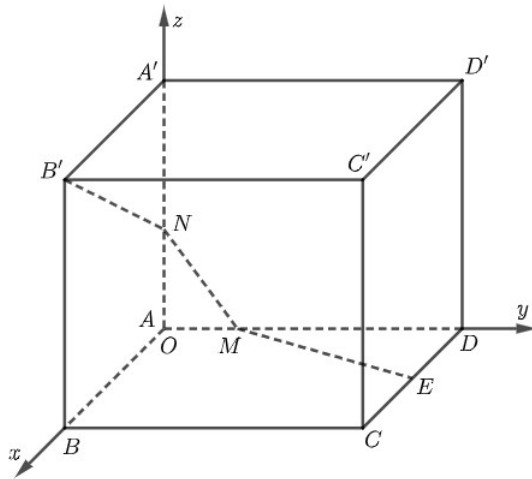
Câu 3.

Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bằng 10 dm (như hình vẽ). Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E (là trung điểm của CD) đi qua điểm M thuộc cạnh AD , điểm N thuộc cạnh AA' tới B' . Độ dài đoạn dây điện ngắn nhất bằng bao nhiêu dm ?



Lời giải

Đáp án: 25



Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với A ; các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD và AA' . Ta có: $B'(10;0;10)$ và $E(5;10;0)$.

$N \in Oz \Rightarrow N(0;0;a)$; $M \in Oy \Rightarrow M(0;b;0)$, (điều kiện $0 \leq a, b \leq 10$).

$$\Rightarrow B'N = \sqrt{100 + (a-10)^2}; MN = \sqrt{a^2 + b^2}; ME = \sqrt{25 + (b-10)^2}.$$

$$\text{Ta có: } B'N + MN + ME = \sqrt{100 + (a-10)^2} + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{25 + (b-10)^2}.$$

$$= \sqrt{(10-a)^2 + 10^2} + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{5^2 + (10-b)^2} \geq \sqrt{(10-a+a+5)^2 + (10+b+10-b)^2} = 25.$$

(Áp dụng bất đẳng thức Mincôpxki).

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{10-a}{10} = \frac{a}{b} = \frac{5}{10-b} = \frac{10-a+a+5}{10+b+10-b} = \frac{3}{4} \Rightarrow a=3; b=4$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy

độ dài đoạn dây điện ngắn nhất bằng 25 dm.

Câu 4.

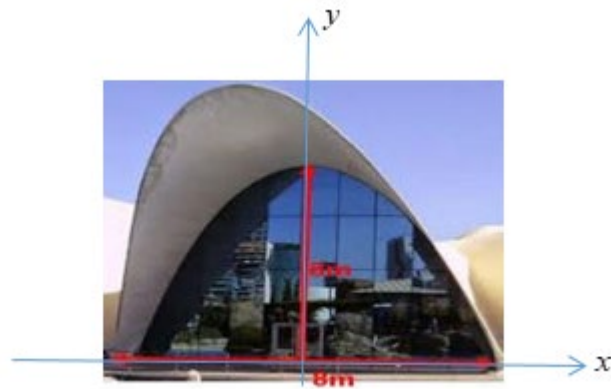
Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8(m) và rộng 8(m) (như hình vẽ) (Đơn vị diện tích là m^2 , làm tròn kết quả đến phần chục)



Lời giải

Đáp án: 42,7

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

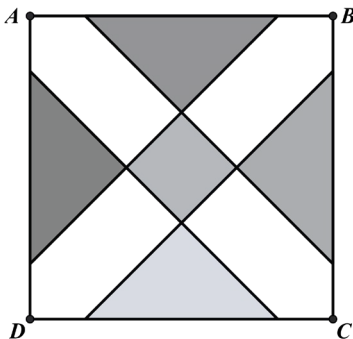


Với hệ trục đã chọn, Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đỉnh $A(0;8)$ và đi qua điểm $B(-4;0)$, $C(4;0)$ nên có phương trình: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

Diện tích S mặt kính cần lắp là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi (P) , trục hoành, đường thẳng $x = -4$; $x = 4$.

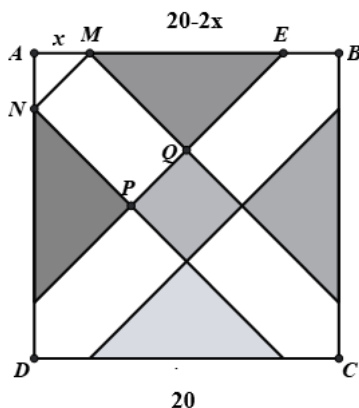
$$\text{Do đó: } S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \approx 42,7 (\text{m}^2).$$

Câu 5. Bác Bình có một khu vui chơi hình vuông $ABCD$ có cạnh $20m$; để tạo điểm nhấn cho khu vui chơi, bác Bình thuê người lát gạch theo thiết kế như sau: phần màu sẫm gồm chính giữa có một hình vuông đồng tâm với $ABCD$, bốn tam giác là bốn tam giác cân (hình vẽ). Biết phần màu sẫm bác Bình lát gạch có hoa văn đẹp và có giá $250000/1m^2$ (gồm chi phí vật liệu và nhân công); phần còn lại bác Bình lát gạch trơn không hoa văn và có giá $175000/1m^2$ (gồm chi phí vật liệu và nhân công). Chi phí bác Bình bỏ ra ít nhất là m (triệu đồng). Tính m (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 80.



Đặt $AM = x$ ($0 < x < 10$) $\Rightarrow ME = 20 - 2x$.

$$2MQ^2 = (20 - 2x)^2 \Leftrightarrow MQ^2 = 2(10 - x)^2 \Leftrightarrow MQ = \sqrt{2(10 - x)^2}$$

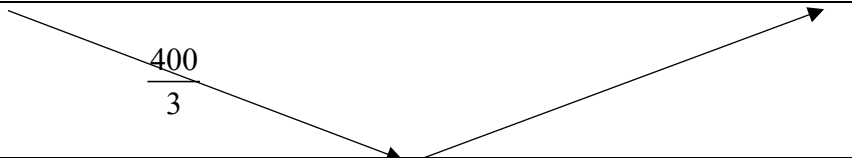
Vì đơn giá phần màu sẫm cao hơn đơn giá phần còn lại, do đó chi phí lát gạch thấp nhất khi phần màu sẫm là ít nhất.

Gọi S tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ (tổng diện tích phần màu sẫm).

Ta có
$$S = 4 \cdot \frac{MQ^2}{2} + PQ^2 = 2MQ^2 + MN^2 = 4(10-x)^2 + (x\sqrt{2})^2 = 6x^2 - 80x + 400,$$

$$S' = 12x - 80; S' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$$

Bảng biến thiên

x	$0 \quad \frac{20}{3} \quad 10$
S'	$- \quad 0 \quad +$
S	

Vậy $S_{\min} = \frac{400}{3} (m^2)$, khi đó diện tích phần còn lại là $S_1 = 400 - \frac{400}{3} = \frac{800}{3} (m^2)$.

Chi phí lát gạch ít nhất là $\frac{400}{3} \cdot 250000 + \frac{800}{3} \cdot 175000 = 80$ (triệu đồng)

Câu 6. Bạn Minh làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai là $\frac{a}{b}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính $T = 2a + b$.

Lời giải

Đáp án: 87

Gọi A là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có $P(A) = 0,7$.

Gọi B là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ hai”, theo đề bài ta có $P(B|A) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,2$.

Gọi C là biến cố “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”, ta có

$$P(C) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B|A) \cdot P(A)$.

Mặt khác $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 1 - 0,8 \cdot 0,3 = 0,76$.

$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B|A) \cdot P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,62$.

Vậy $P(C) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \Rightarrow a = 28, b = 31 \Rightarrow 2a + b = 87$.

-----Hết-----

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>