

PHẦN I (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. $a^{\frac{3}{2}}$.

B. $a^{\frac{2}{3}}$.

C. a^6 .

D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

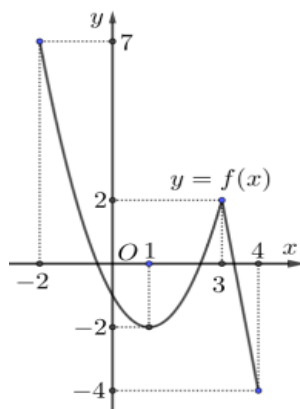
A. $(0; +\infty)$.

B. $(-3; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



A. -2

B. 5

C. 3

D. 0

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SC \perp (ABCD)$.

B. $SA \perp (ABCD)$.

C. $SB \perp (ABCD)$.

D. $SO \perp (ABCD)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

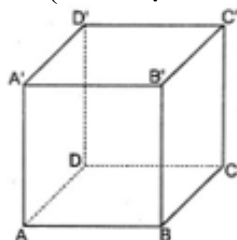
A. -2.

B. -3.

C. 3.

D. 2.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

B. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$.

C. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$.

D. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $y = -1$. D. $y = -2$.

Câu 8. Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 200.

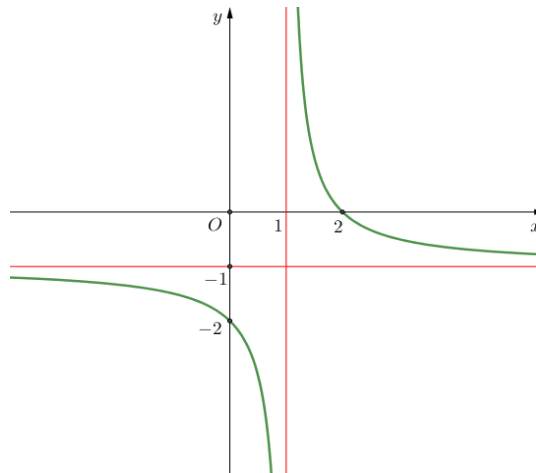
Câu 9. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 54. B. 48. C. 24. D. 162.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-2; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-\infty; 3)$.

PHẦN II (4,0 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$
b) Hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ có ba điểm cực tiểu.
c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
d) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 1$

Câu 2. Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

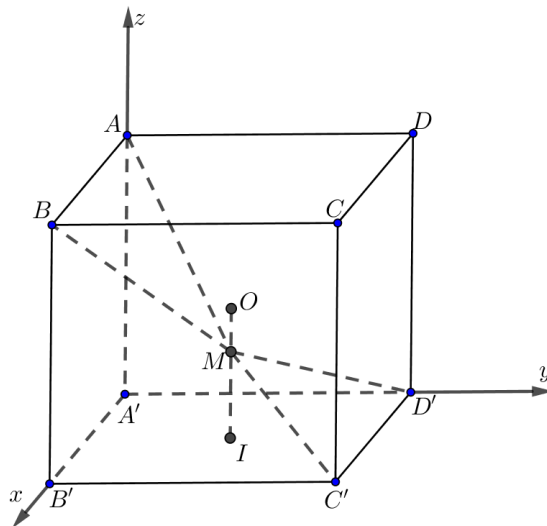
Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- a) So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.
b) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.
c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (làm tròn đến hàng phần trăm).
d) Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Cho phương trình lượng giác $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

- a) Phương trình (*) tương đương với phương trình: $\cos 2x = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình (*) bằng $\frac{\pi}{3}$.
c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.
d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1, có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục $A'xyz$ như hình vẽ.



- a) Tọa độ điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.
b) Tọa độ các điểm $A'(0;0;0)$, $B'(1;0;0)$, $D'(0;1;0)$ và $A(0;0;1)$
c) Trong không gian giả sử điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{A'P} = \overrightarrow{A'B'} + 2\overrightarrow{A'D'} - 2\overrightarrow{A'A}$; $\overrightarrow{A'Q} = \frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'} + \frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'} + \frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a - b + c = 0$.
d) Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B', D' và $\widehat{ANB'} = \widehat{B'ND'} = \widehat{D'NA} = 90^\circ$?

PHẦN III (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		3	$-\infty$
		-1		

Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Câu 2. Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao (đơn vị m) của kim tự tháp (làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 3. Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(4;1;0)$, $B(4;6;6)$, $C(5;6;2)$, $D(7;2;14)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

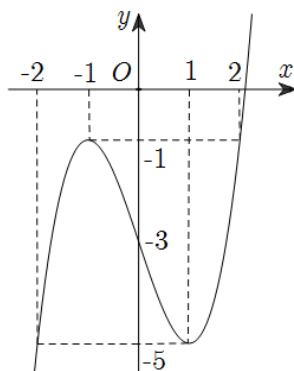
Câu 6. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

----- **HẾT** -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. Giám thị không giải thích gì thêm.

PHẦN I (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



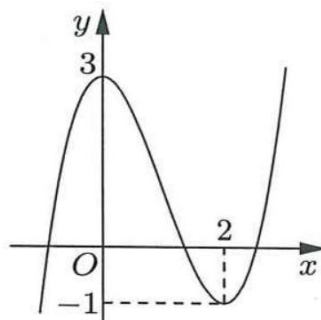
A. $m = -5; M = 0$.

B. $m = -1; M = 0$.

C. $m = -2; M = 2$.

D. $m = -5; M = -1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



Hình 1

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. -1.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

A. 2.

B. 8.

C. 1.

D. 4.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

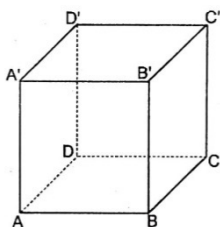
A. $-\sin x + C$.

B. $\cos x + C$.

C. $\sin x + C$.

D. $-\cos x + C$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



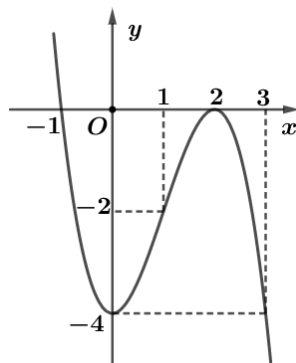
A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{B'D'}|$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(0;2)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;-2)$. D. $(-2;0)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBD) . B. (SAB) . C. (SBC) . D. (SCD) .

Câu 9. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 5.

Câu 10. Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 200.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 4$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $4 + \log_4 a$. B. $4 - \log_4 a$. C. $1 - \log_4 a$. D. $1 + \log_4 a$.

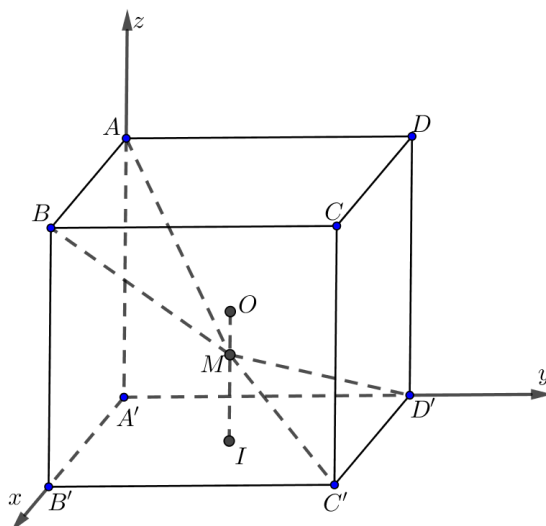
PHẦN II (4,0 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- a) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (làm tròn đến hàng phần trăm).
b) Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).
c) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.
d) So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2, có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục $A'xyz$ như hình vẽ.



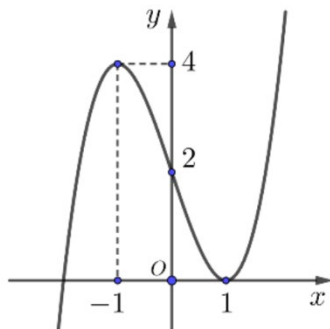
- a) Tọa độ điểm $M\left(1;1;\frac{2}{3}\right)$.
- b) Tọa độ các điểm $A'(0;0;0)$, $B'(2;0;0)$, $D'(0;2;0)$ và $A(0;0;1)$
- c) Trong không gian giả sử điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{A'P} = \overrightarrow{A'B'} + 2\overrightarrow{A'D'} - 2\overrightarrow{A'A}$;
 $\overrightarrow{A'Q} = \frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'} + \frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'} + \frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a + 2b + c = 6$.
- d) Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$ sao cho N không trùng với các điểm A, A', B', D' và thỏa mãn $\widehat{ANB'} = \widehat{B'ND'} = \widehat{D'NA} = 90^\circ$. Khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = 4$.
- Câu 3.** Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

- a) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.
- b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.
- c) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{7\pi}{12}$.
- d) Phương trình (*) tương đương với phương trình: $\sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.
- d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

PHẦN III (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$ là bao nhiêu?

Câu 3. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 5. Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đối với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao (đơn vị m) của kim tự tháp (làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6. Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 6 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. Giám thị không giải thích gì thêm.

I. PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI.

CÂU	Mã đề 126	Mã đề 127	Mã đề 128	Mã đề 129
Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn				
1	A	D	D	B
2	B	C	D	B
3	C	A	C	C
4	D	D	A	D
5	D	A	A	D
6	A	B	C	B
7	B	D	C	D
8	C	B	A	C
9	B	D	A	C
10	A	A	B	C
11	C	A	B	C
12	C	D	B	A
PHẦN II: CÂU HỎI ĐÚNG, SAI				
1	SĐĐS	SĐSĐ	SĐĐS	SĐĐĐ
2	ĐSSĐ	ĐSĐĐ	ĐSĐĐ	SSĐĐ
3	SĐSS	ĐSSĐ	SSĐĐ	SĐSĐ
4	SĐĐĐ	SĐSĐ	ĐSSS	SĐĐS
PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN				
1	6	4,74	98	98
2	98	6	6	4,74
3	0,62	106	6,31	106
4	106	3	0,62	0,74
5	3,46	98	106	3
6	6,31	0,74	3,46	6

II. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG

MÃ ĐỀ 126 VÀ 128

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

- a) Phương trình (*) tương đương với phương trình: $\cos 2x = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.
- b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.
- c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.
- d) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình (*) bằng $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

a) Sai

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right).$$

b) Sai

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \\ 0 < -\frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{cases}.$$

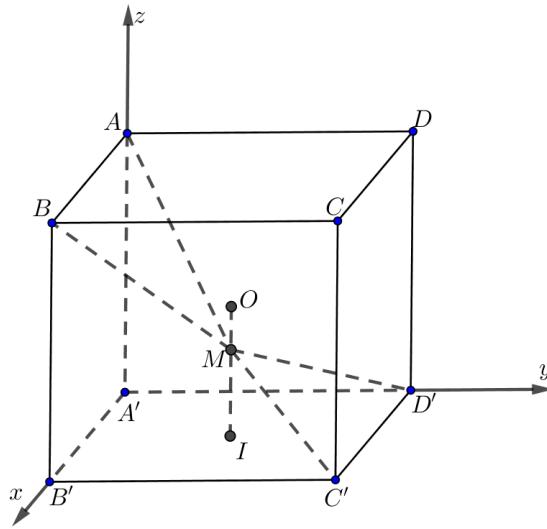
c) Sai

Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là: $S = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$.

d) Đúng

Do $\frac{2\pi}{3} > \frac{\pi}{3}$ nên phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1, có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục $A'xyz$ như hình vẽ.



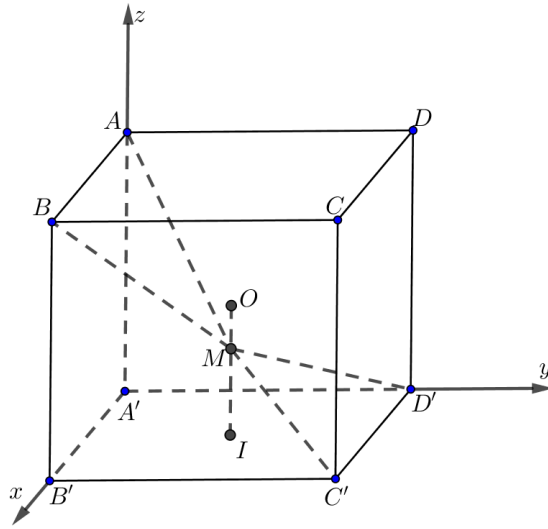
a) Tọa độ các điểm $A'(0;0;0)$, $B'(1;0;0)$, $D'(0;1;0)$ và $A(0;0;1)$

b) Tọa độ điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

c) Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B', D' và $\widehat{ANB'} = \widehat{B'ND'} = \widehat{D'NA} = 90^\circ$?

d) Trong không gian giả sử điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{A'P} = \overrightarrow{A'B'} + 2\overrightarrow{A'D'} - 2\overrightarrow{A'A}$; $\overrightarrow{A'Q} = \frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'} + \frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'} + \frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a - b + c = 0$.

Lời giải



a) **ĐÚNG**

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A'(0;0;0)$, $B'(1;0;0)$, $D'(0;1;0)$ và $A(0;0;1)$ (như hình vẽ).

b) **SAI** vì $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

c) **ĐÚNG**

Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$

$$\overrightarrow{AN} = (x_0; y_0; z_0 - 1); \quad \overrightarrow{B'N} = (x_0 - 1; y_0; z_0); \quad \overrightarrow{D'N} = (x_0; y_0 - 1; z_0)$$

$$\text{Do } \widehat{ANB'} = \widehat{B'ND'} = \widehat{D'NA} = 90^\circ \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{B'N} = 0 \\ \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{D'N} = 0 \\ \overrightarrow{D'N} \cdot \overrightarrow{B'N} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0(x_0 - 1) + y_0^2 + (z_0 - 1)z_0 = 0 \\ x_0^2 + y_0(y_0 - 1) + (z_0 - 1)z_0 = 0 \\ x_0(x_0 - 1) + (y_0 - 1)y_0 + z_0^2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được } x_0 = y_0 = z_0 = 0; \quad x_0 = y_0 = z_0 = \frac{2}{3}$$

Khi đó có hai điểm N thỏa mãn điều kiện trên.

d) **ĐÚNG**

Ta có $\overrightarrow{A'P} = (1; 2; -2)$, $\overrightarrow{A'Q} = \left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, do đó $A'P = 3$, $A'Q = 4$, $PQ = 5$. Với $J(a; b; c)$ là tâm

đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$ ta lại có

$$PQ \cdot \overrightarrow{JA'} + A'P \cdot \overrightarrow{JQ} + A'Q \cdot \overrightarrow{JP} = \vec{0} \text{ ta giải tìm được tọa độ } J(1; 1; 0).$$

Vậy $a - b + c = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 1$

c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ có ba điểm cực tiểu.

Lời giải

a) Sai

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2) = (x-1)^3(x-2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên $y = f(x)$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

b) Sai

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Đúng

Ta có $y = f(x^2 - 6x + 1) \Rightarrow y' = (x^2 - 4x + 1)' f'(x^2 - 4x + 1) = (2x - 4) f'(x^2 - 4x + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 4) f'(x^2 - 4x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 4x + 1 = 1 \\ x^2 - 4x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = 4 \\ x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên $y = f(x^2 - 4x + 1)$

x	$-\infty$	$2 - \sqrt{5}$	0	2	4	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ ta thấy hàm số có ba điểm cực tiểu.

Câu 4: Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).

b) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

Lời giải

a) Đúng

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

b) Sai

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Hai lớp 11A và 11B có điểm trung bình bằng nhau.

c) Sai

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

d) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_1 = \sqrt{0,61}$.

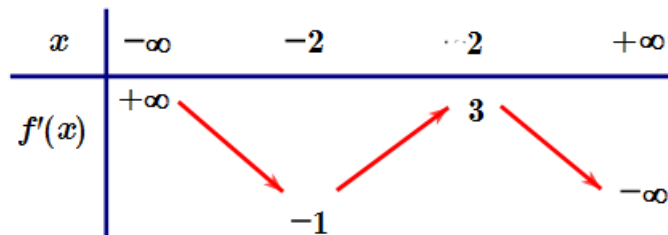
Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $s_1 < s_2$ nên nếu so sánh theo **độ lệch chuẩn** thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B. Nghĩa là lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Lời giải

Đáp án: 6

$$\text{Đặt } g'(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) f'\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) = 0 \\ f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \frac{x^2+1}{x} = a \ (a < -2) \\ \frac{x^2+1}{x} = b \ (-2 < b < 2) \\ \frac{x^2+1}{x} = c \ (c > 2) \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$, $h'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$h'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$y=c \ (c>2)$			$+\infty$	x_3	x_4	$+\infty$		
	$y=b \ (-2<b<2)$				2				
	x_1	-2	x_2	$y=a \ (a<-2)$					
	$-\infty$		$-\infty$						

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x) = a, h(x) = c$, mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác ± 1 , mà $a \neq c \Rightarrow f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 khác ± 1 và phương trình $h(x) = b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1, -1, x_2, x_3, 1, x_4$.

Vậy hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(4;1;0)$, $B(4;6;6)$, $C(5;6;2)$, $D(7;2;14)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 3,46

Ta có:

$$\begin{cases} MA=3 \\ MB=6 \\ MC=5 \\ MD=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-4)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 9 \\ (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ (a-5)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 25 \\ (a-7)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 2b = -8 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 12c = -52 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 10a - 12b - 4c = -40 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 14a - 4b - 28c = -80 \end{cases}$$

Đặt $d = a^2 + b^2 + c^2$ ta được:

$$\begin{cases} d - 6a - 2b = -8 \\ d - 6a - 12b - 12c = -52 \\ d - 8a - 12b - 4c = -40 \\ d - 12a - 4b - 28c = -80 \end{cases}$$

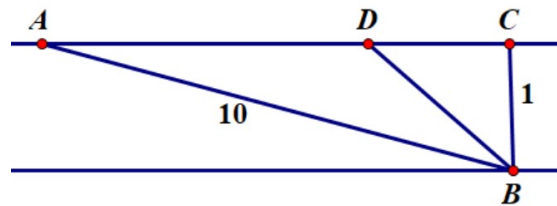
Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a = 2, b = 2, c = 2, d = 12 \Rightarrow M(2; 2; 2)$

Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là: $OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3,46$

Câu 3: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 106(m)



Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sĩ và BD là đường bơi của chiến sĩ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m suy ra $BC = 1; AB = 10; AC = 3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sĩ là một đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sĩ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi x là quãng đường chiến sĩ bơi suy ra $BD = x$

Vậy quãng đường chiến sĩ chạy là $AD = AC - CD = 3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}$

Thời gian chiến sĩ đến được mục tiêu là: $t = \frac{3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}}{3} + \frac{x}{1} = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$

Xét hàm $f(x) = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$ có $f'(x) = 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ (loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	10
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$			

Vậy thời gian chiến sĩ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)_{\min} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sĩ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot 100 = 75\sqrt{2} (m) \approx 106(m)$.

Câu 4: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Đáp án: 6,31

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(44-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(44-x)^2 - 2x(44-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(44-3x).$$

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{44}{3}$. Mà $14 < \frac{44}{3} < 15$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	14	$\frac{44}{3}$	15	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	6300	$f\left(\frac{44}{3}\right)$	6307,5	

Với $f(14) = 6300$, $f(15) = 6307,5$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 6307,5$ (nghìn đồng).

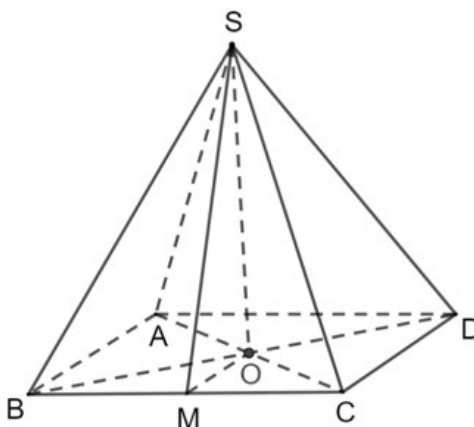
Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 6,31 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Câu 5: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao (đơn vị m) của kim tự tháp (làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 98



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy.

Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 98m$$

Câu 6: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Đáp án: 0,62

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 5 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^5 = 243$.

Gọi A là biến cố "5 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

- Trường hợp thứ nhất: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+) Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2 \cdot 1 = 3$ cách.

- Trường hợp thứ hai: Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1 \cdot 1 = 30$

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 30 = 90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 3 + 90 = 93$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 243 - 93 = 150$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{243} = \frac{50}{81} \approx 0,62$.

MÃ ĐỀ 127 VÀ 129

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

a) Phương trình (*) tương đương với phương trình: $\sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Lời giải

a) **Đúng**

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

b) **Sai**

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}.$$

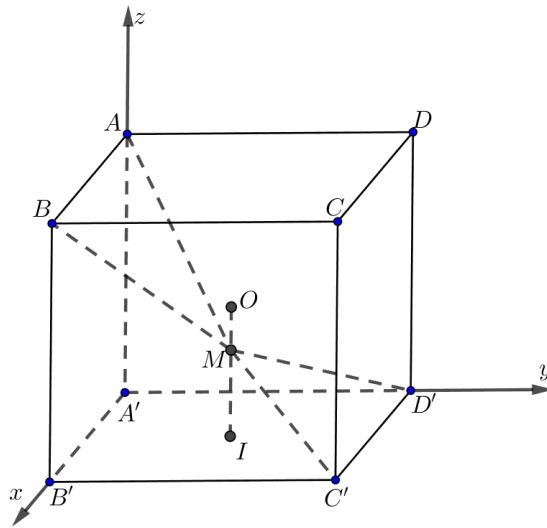
c) **Đúng**

Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là: $S = \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$.

d) **Sai**

Do $\frac{11\pi}{12} > \frac{7\pi}{12}$ nên phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2, có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục $A'xyz$ như hình vẽ.



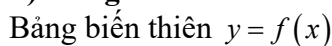
a) Tọa độ các điểm $A'(0;0;0)$, $B'(2;0;0)$, $D'(0;2;0)$ và $A(0;0;1)$

b) Tọa độ điểm $M\left(1;1;\frac{2}{3}\right)$.

c) Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$ sao cho N không trùng với các điểm A, A', B', D' và thỏa mãn $\widehat{ANB'} = \widehat{B'ND'} = \widehat{D'NA} = 90^\circ$. Khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = 4$.

d) Trong không gian giả sử điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{A'P} = \overrightarrow{A'B'} + 2\overrightarrow{A'D'} - 2\overrightarrow{A'A}$; $\overrightarrow{A'Q} = \frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'} + \frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'} + \frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a + 2b + c = 6$.

Lời giải



x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

Ta có $(-3; 0) \subset (-\infty; 1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Sai

Ta có $y = f(x^2 - 6x + 1) \Rightarrow y' = (x^2 - 6x + 1)' f'(x^2 - 6x + 1) = (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 0 \\ x^2 - 6x + 1 = 1 \\ x^2 - 6x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \\ x = 6 \\ x = 3 + \sqrt{10} \\ x = 3 - \sqrt{10} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên $y = f(x^2 - 6x + 1)$

x	$-\infty$	$3 - \sqrt{10}$	0	3	6	$3 + \sqrt{10}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 4: Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).

b) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

Lời giải

a) Đúng

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

b) Sai

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Hai lớp 11A và 11B có điểm trung bình bằng nhau.

c) Sai

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

d) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_1 = \sqrt{0,61}$.

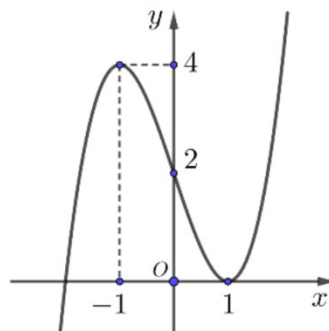
Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $s_1 < s_2$ nên nếu so sánh theo **độ lệch chuẩn** thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B. Nghĩa là lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6

$$\text{Ta có: } f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$$\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-1)^2 \quad (k > 0)$$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn x_1, x_2, x_3 với $x_1 = b < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3 = c$ ($b > a$)

$$\Rightarrow f(x) - 2 = k(x-b)x(x-c) (k > 0).$$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = g(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$

+) Tìm tiệm cận ngang:

$$\text{Vì } g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)} = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$$

Nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ nhận đường thẳng $y = 0$ làm TCN.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị khác 0.

Và do hàm số xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y = g(x)$ tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, ĐTHS $y = g(x)$ có 5 TCD: $x = a, x = b, x = 0, x = 1$ và $x = c$.

Vậy ĐTHS $y = g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 TCN: $y = 0$ và 5 TCD $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA = 3$, $MB = 6$, $MC = 5$, $MD = 13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có:

$$\begin{cases} MA = 3 \\ MB = 6 \\ MC = 5 \\ MD = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 9 \\ (a-3)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 25 \\ (a-6)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 2b = -1 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 12b - 12c = -45 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 4c = -31 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

Đặt $d = a^2 + b^2 + c^2$ ta được:

$$\begin{cases} d - 6a - 2b = -1 \\ d - 6a - 12b - 12c = -45 \\ d - 8a - 12b - 4c = -31 \\ d - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

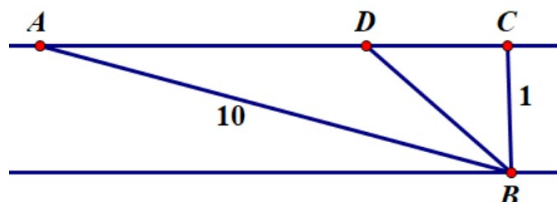
Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a = 1, b = 2, c = 2, d = 9 \Rightarrow M(1; 2; 2)$

Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là: $OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{d} = 3$

Câu 3: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 106(m)



Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sỹ và BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m suy ra $BC=1$; $AB=10$; $AC=3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là một đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi suy ra $BD=x$

Vậy quãng đường chiến sỹ chạy là $AD=AC-CD=3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}$

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: $t=\frac{3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}}{3}+\frac{x}{1}=\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$

Xét hàm $f(x)=\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$ có $f'(x)=1-\frac{1}{3}\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ (thỏa mãn)} \\ x=-\frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ (loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	10
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

Vậy thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)_{\min} \Rightarrow x=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sỹ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot 100 = 75\sqrt{2} (m) \approx 106 (m)$.

Câu 4: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Đáp án: 4,74

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x).$$

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với $f(13) = 4738,5$, $f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng).

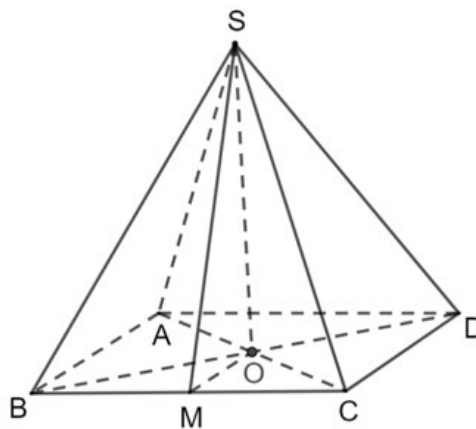
Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Câu 5: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao (đơn vị m) của kim tự tháp (làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 98



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy.
Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 98m$$

Câu 6: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 6 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,74

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 6 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^6 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^6$.

Gọi A là biến cố "6 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

- Trường hợp thứ nhất: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+) Sau đó cả 6 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2 \cdot 1 = 3$ cách.

• Trường hợp thứ hai: Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 6 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^6 - C_2^1 \cdot 1 = 62$.

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 62 = 186$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 3 + 186 = 189$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 3^6 - 189 = 540$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{540}{3^6} = \frac{20}{27} \approx 0,74$.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>