

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

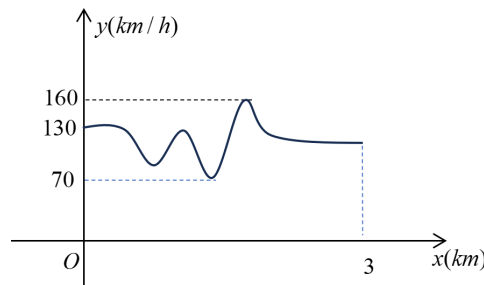
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'			$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2: Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km.



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 km/h . B. 160 km/h . C. 130 km/h . D. 70 km/h .

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 4: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-4}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- A. 8. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1), B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.

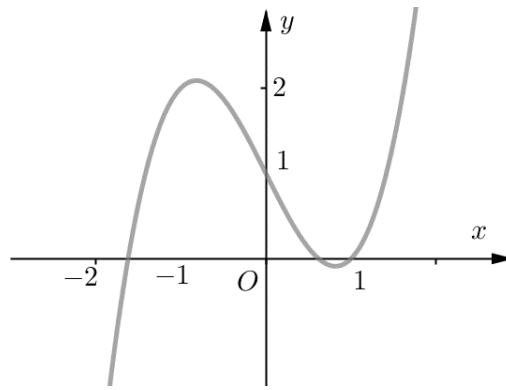
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 7: Cho ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. Xét các véc tơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hai véc tơ $\vec{y}; \vec{z}$ cùng phương. B. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{y}$ cùng phương.
C. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{z}$ cùng phương. D. Ba véc tơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 8: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

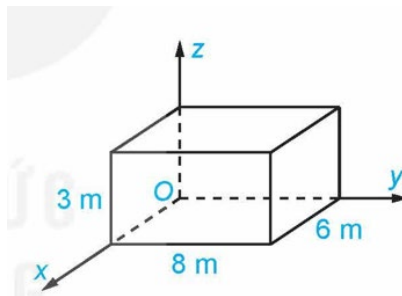
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$	
y'		+	0	+		-	0	+		
y	$-\infty$	↗			$+\infty$	↘		$\frac{27}{4}$	↗	

Điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt là

- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > \frac{27}{4}$.

Câu 10: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn.



- A. $(4; 4; 4)$. B. $(4; 3; 4)$. C. $(3; 4; 3)$. D. $(4; 5; 4)$

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của $S.ABC$ là

- A. $3a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Đường tiệm cận xiên của (C) có phương trình là $y = x + 3$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2; 4]$ bằng $\frac{13}{2}$.

d) Có 3 số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - m}{x - 1}$ có hai điểm cực trị.

Câu 2: Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Bí thư và 8 học sinh nam trong đó có Lớp trưởng. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Gọi A là biến cố: "Lớp trưởng và Bí thư được chia cùng một nhóm". Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nhóm nhiều nhất có 2 học sinh nữ.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6720$.

c) Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2100$.

d) Xác suất của biến cố A là $\frac{7}{32}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$ $B(3; 0; 0)$ $D(0; 3; 0)$; $D'(0; 3; -3)$. Lấy G là trọng tâm tam giác $B'DD'$.

a) Tọa độ điểm C là $C(-3; -3; 0)$.

b) Diện tích tam giác $A'B'C$ là 3.

c) Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'G$ là 60° .

d) Thể tích khối hộp đã cho là 27 (đvtt).

Câu 4: Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 20–10 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x .

a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V = x^2 h$.

b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.

c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.

d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

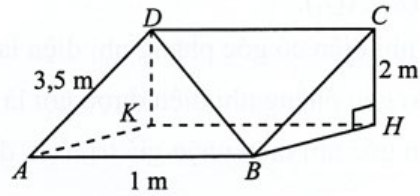
Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn

$\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2 = \frac{b}{c}$, tính $T = b - c$.

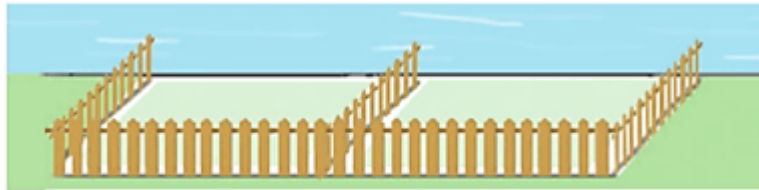
Câu 2: Một tên lửa bay vào không trung với quỹ đạo đi được là $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) tuân theo biểu thức sau: $s(t) = e^{t+3} + 2te^{3t+1}$ (km). Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm biểu thị quỹ đạo theo thời gian) ae^b (km/s). Tính $a + 2b$.

Câu 3: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu $2m$. Cho biết $AB = 1m$, $AD = 3,5m$. Tính góc (theo đơn vị độ) giữa đường thẳng BD và đáy hố.

(Làm tròn đến hàng phần mười)



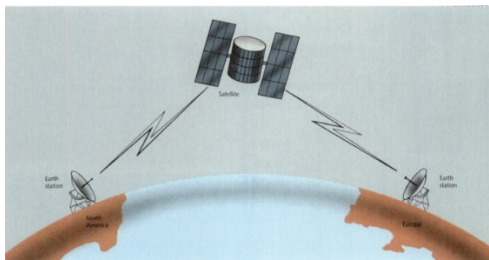
Câu 4: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Hình 35

Câu 5: Trên màn hình ra đa của đài kiểm soát (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), một xe thiết giáp chuyển động thẳng đều từ mục tiêu A có tọa độ $(60; 20)$ đến mục tiêu B có tọa độ $(20; 50)$ và thời gian đi quãng đường AB là 3 giờ. Gọi $M(x_M; y_M)$ là tọa độ của xe thiết giáp tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ. Hỏi y_M bằng bao nhiêu?

Câu 6: Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại vị trí M , biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000 km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại A . Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0; 0; 0)$, $A(30; 40; 0)$, $M(x; y; 35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km). Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000 km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M , rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).



----- HẾT -----

(Thời gian làm bài: 50 phút, không kể thời gian phát đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề: 101

Đề gồm có 4 trang, 40 câu

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

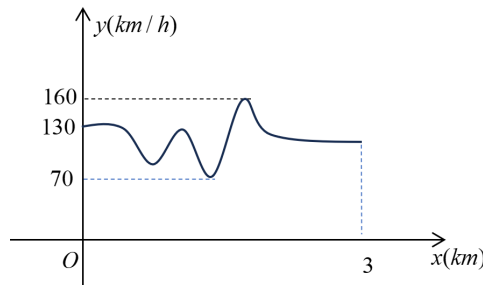
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km.



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 km/h . B. 160 km/h C. 130 km/h .

D. 70 km/h .

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy tốc độ nhỏ nhất bằng 70 km/h .

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0$ và $x=1$, do đó hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 4. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-4}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 8

B. 4

C. 2

D. 6

Lời giải

Chọn A

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là $x=4$ và $y=2$.

Do đó diện tích hình chữ nhật là $S = 4 \cdot 2 = 8$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$.

B. $M(2; -3; 0)$.

C. $M(0; 0; 1)$.

D. $M(4; 5; 0)$.

Lời giải

Ta có: $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$; $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1)$; $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; -1)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AM} cùng phương, khi đó: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$.

Vậy $M(4; -5; 0)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Chọn: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 7. Cho ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. Xét các véc tơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?.

A. Hai véc tơ $\vec{y}; \vec{z}$ cùng phương.

B. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{y}$ cùng phương.

C. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{z}$ cùng phương.

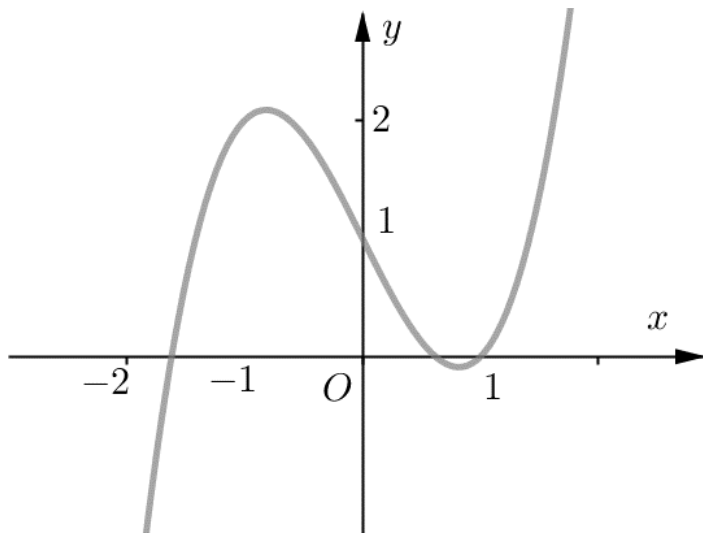
D. Ba véc tơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

Câu 8. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		+	0	+		-	0	+	
y	$-\infty$	↗			$+\infty$	↘			$+\infty$
							$\frac{27}{4}$		

Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

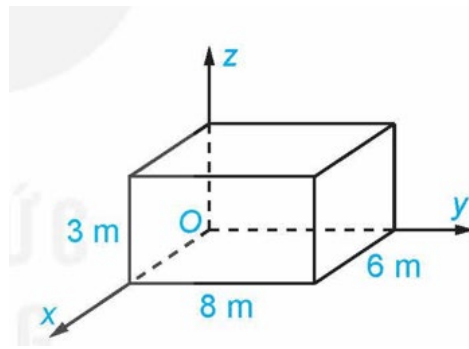
- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > \frac{27}{4}$.

Lời giải

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Câu 10. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn.



A. (4; 4; 4)

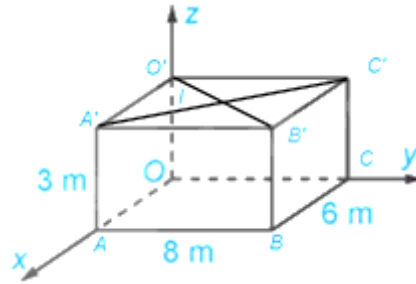
B. (4; 3; 4)

C. (3; 4; 3)

D. (4; 5; 4)

Lời giải

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Khi đó, $O'(0; 0; 3)$, $B'(6; 8; 3)$.

Vì phòng học thiết kế dạng hình hộp chữ nhật nên hình $O'C'B'A'$ là hình chữ nhật. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo $O'B'$ và $A'C'$ nên I là trung điểm của $O'B'$.

Vì đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học nên đèn trùng với I .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_I = \frac{x_{O'} + x_{B'}}{2} = 3 \\ y_I = \frac{y_{O'} + y_{B'}}{2} = 4 \\ z_I = \frac{z_{O'} + z_{B'}}{2} = 3 \end{cases}$$

Vậy điểm treo đèn là (3; 4; 3)

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4. C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử \Rightarrow số vectơ là $A_4^2 = 12$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của $S.ABC$ là

A. $3a^3$.

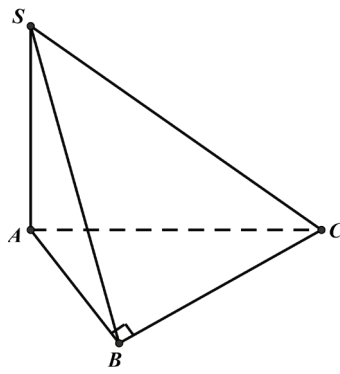
B. $4a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = 2a^3.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Đường tiệm cận xiên của (C) có phương trình là $y = x + 3$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2; 4]$ bằng $\frac{13}{2}$.
- d) Có 3 số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - m}{x - 1}$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Điều kiện: $x \neq 1$.

Ta có $y = \frac{x^2 + 2x - m}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x + m - 2}{(x - 1)^2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - m}{x - 1}$ có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu khi đi qua hai điểm đó $\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$.

Vậy $m < 3$ thì có 2 số nguyên dương để hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 2. Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Bí thư và 8 học sinh nam trong đó có Lớp trưởng. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Gọi A là biến cố: “Lớp trưởng và Bí thư được chia cùng một nhóm”. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nhóm nhiều nhất có 2 học sinh nữ.
- b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6720$.
- c) Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2100$.

d) Xác suất của biến cố A là $\frac{7}{32}$.

Lời giải

a) Đ
b) Đ
c) S
d) Đ

a) Có 4 học sinh nữ chia thành 3 nhóm trong đó mỗi nhóm có ít nhất 1 nữ nên nhóm có nhiều nhất là 2 học sinh nữ.

Mệnh đề đúng.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_4^2 C_8^2 C_2^1 C_6^3 = 6720$.

Mệnh đề đúng.

c) TH1. Lớp trưởng và Bí thư cùng nhóm với 1 nữ và 1 nam. Số cách chọn nhóm này là $C_3^1 C_7^1$.

Nhóm thứ hai có 1 nữ và 3 nam. Số cách chọn nhóm này là $C_2^1 C_6^3$.

Nhóm cuối có 1 cách chọn. Vậy trường hợp này có $C_3^1 C_7^1 C_2^1 C_6^3 = 840$ cách.

TH2. Lớp trưởng và Bí thư cùng nhóm với 2 nam. Số cách chọn nhóm này là C_7^2 .

Nhóm thứ hai có 2 nữ và 2 nam. Số cách chọn nhóm này là $C_3^2 C_5^2$.

Nhóm cuối có 1 cách chọn. Vậy trường hợp này có $C_7^2 C_3^2 C_5^2 = 630$ cách.

Do đó số phần tử của biến cố A là $n(A) = 840 + 630 = 1470$.

Mệnh đề sai.

d) Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1470}{6720} = \frac{7}{32}$. Mệnh đề đúng.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$ $B(3;0;0)$ $D(0;3;0)$; $D'(0;3;-3)$. Lấy G là trọng tâm tam giác $B'BD'$.

a) Tọa độ điểm C là $C(-3;-3;0)$.

b) Diện tích tam giác $A'B'C$ là 3.

c) Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'G$ là 60° .

d) Thể tích khối hộp đã cho là 27(đvtt).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	Sai	Sai	Đ

a) Ta có $\overline{AB} = (3;0;0)$; $\overline{AD} = (0;3;0)$. Gọi $C(x;y;z)$ thì $\overline{DC} = (x;y-3;z)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = x \\ 0 = y - 3 \\ 0 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}$ vậy $C(3;3;0)$

$$b) \text{ Vì tứ giác } ADD'A' \text{ là hình bình hành nên } \overline{AD} = \overline{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -x_{A'} \\ 3 = 3 - y_{A'} \\ 0 = -3 - z_{A'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 0 \\ y_{A'} = 0 \\ z_{A'} = -3 \end{cases} \text{ nên}$$

$$A'(0; 0; -3)$$

$$\text{Tương tự ta có } B'(3; 0; -3)$$

Vậy sai

$$c) \text{ Ta có } \overline{AC}(3; 3; 0); \overline{B'G}(-1; 1; 1) \text{ nên } \overline{AC} \cdot \overline{B'G} = 0 \Rightarrow AC \perp B'G$$

Do đó góc giữa hai đường thẳng này là 90°

d) Nhận xét $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0 \Rightarrow AB \perp AD$, do đó đáy $ABCD$ của khối hộp đã cho là hình chữ nhật.

$$\text{Mặt khác } \overline{DD'} = (0; 0; -3). \text{ Suy ra } \begin{cases} \overline{DD'} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \overline{DD'} \cdot \overline{AD} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DD' \perp AB \\ DD' \perp AD \end{cases}$$

$$\text{Do đó } DD' \perp (ABCD)$$

$$\text{Thể tích khối hộp là } V = AB \cdot AD \cdot DD' = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ (đvtt).}$$

Câu 4. Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 20–10 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x .

$$a) \text{ Công thức tính thể tích chiếc hộp là } V = x^2 h.$$

$$b) \text{ Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là } S = 2x^2 + 4xh.$$

$$c) \text{ Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là } S_{MV} = 2x^2 + 4xh.$$

d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Thể tích khối hộp chữ nhật $V = x \cdot x \cdot h = x^2 h$. Mệnh đề đúng.

b) Chiếc hộp có 1 mặt đáy là hình vuông cạnh x và có 4 mặt bên là hình chữ nhật kích thước x và h . Vậy diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là: $S_{xq} = x^2 + 4xh$. Mệnh đề sai.

c) Vì mạ vàng trên mọi điểm của chiếc hộp nên mạ cả mặt trong và mặt ngoài.

$$\text{Vậy } S_{MV} = 2S = 2(x^2 + 4xh) = 2x^2 + 8xh. \text{ Mệnh đề sai.}$$

d) Ta có thể tích chiếc hộp: $V = x^2 h = 32$ (đvtt), với $x, h > 0$. Suy ra $h = \frac{32}{x^2}$.

$$\text{Phần mạ vàng của chiếc hộp: } S = 2x^2 + 8xh = 2x^2 + 8x \cdot \frac{32}{x^2} = 2x^2 + \frac{256}{x}.$$

Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{256}{x}$ với $x > 0$.

Ta có $f'(x) = 4x - \frac{256}{x^2} = \frac{4x^3 - 256}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 256 \Leftrightarrow x = 4$; $f(4) = 96$.

BBT

x		0	4	$+\infty$	
$f'(x)$			-	0	+
$f(x)$		$+\infty$		96	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $x > 4$ hàm số $f(x)$ tăng. Vậy lượng vàng được mạ tăng.
Mệnh đề đúng.

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2 = \frac{b}{c}$, tính $T = b - c$

Trả lời: 37

Lời giải

Đặt $t = \sin x$, $t \in [0; 1]$.

Xét hàm $f(t) = \frac{3t + 2}{t + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ có $f'(t) = \frac{1}{(t + 1)^2} > 0, t \in [0; 1]$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[0; 1]$

$\Rightarrow M = \text{Max}_{[0; 1]} f(t) = f(1) = \frac{5}{2}$ và $m = \text{Min}_{[0; 1]} f(t) = f(0) = 2$.

Khi đó, $M^2 + m^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{41}{4} \Rightarrow b - c = 37$.

Câu 2. Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $s(t)(km)$ là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) tuân theo biểu thức sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2te^{3t+1}(km)$. Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian) $ae^b(km/s)$ tính $a + 2b$?

Trả lời: 18

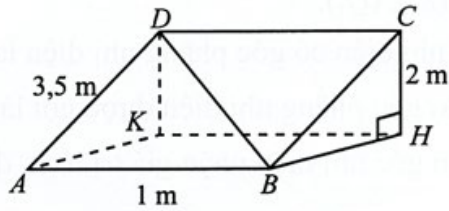
Lời giải

$v(t) = s'(t) = 2te^{t^2+3} + 2e^{3t+1} + 6te^{3t+1} \Rightarrow v(1) = 2e^4 + 2e^4 + 6e^4 = 10e^4(km/s)$

$a + 2b = 18$

Câu 3. Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu $2m$. Cho biết $AB = 1m, AD = 3,5m$. Tính góc (theo đơn vị độ) giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Làm tròn đến hàng phần mười)

Trả lời: 33,3



Lời giải

Ta có: $DK = CH = 2, AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}, BK = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}$

$$\tan \widehat{DBK} = \frac{DK}{KB} = \frac{2}{\frac{\sqrt{37}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{37}}$$

$$\widehat{DBK} \approx 33,3^\circ$$

Câu 4. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Hình 35

Trả lời: 6250

Lời giải



Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là y và x , ($x > 0, y > 0$).

Diện tích mảnh vườn là $S = xy$.

Chi phí để rào mảnh vườn theo chữ E là : $T = 3x.50\,000 + y.60\,000 = 15\,000\,000$

$$\Leftrightarrow 15x + 6y = 1500 \Leftrightarrow 5x + 2y = 500 \Rightarrow y = \frac{500 - 5x}{2} \quad (x < 100) \Rightarrow S = x \left(\frac{500 - 5x}{2} \right).$$

Ta có $S' = 250 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng xét dấu

x	0	50	100	
S'		+	0	-
S		6250		

Để diện tích mảnh vườn thu được sau khi rào lớn nhất thì $x = 50 \Rightarrow y = 125$.

Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn là 6250 m^2 .

Câu 5. Trên màn hình ra đa của đài kiểm soát (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), một xe thiết giáp chuyển động thẳng đều từ mục tiêu A có tọa độ $(60; 20)$ đến mục tiêu B có tọa độ $(20; 50)$ và thời gian đi quãng đường AB là 3 giờ. Gọi $M(x_M; y_M)$ là tọa độ của xe thiết giáp tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ. Hỏi y_M bằng bao nhiêu?

Trả lời: 30

Lời giải

Ta có: $\overline{AM} = (x - 60; y - 20)$, $\overline{AB} = (-40; 30)$.

Vì xe thiết giáp chuyển động thẳng đều nên $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x - 60 = -\frac{40}{3} \\ y - 20 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{140}{3} \\ y = 30. \end{cases}$$

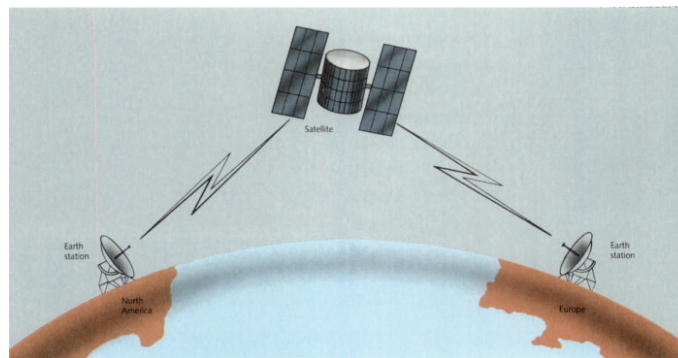
Vậy vị trí của xe thiết giáp tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ là $M\left(\frac{140}{3}; 30\right)$.

Đáp án : 30

Câu 6. Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại ở vị trí M , biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000km . Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại A . Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0; 0; 0)$, $A(30; 40; 0)$ $M(x; y; 35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km). Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000km/s . Một tín hiệu phát từ O đến M , rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: 0,32

Lời giải



Ta có, độ dài quãng đường truyền tín hiệu

$$\begin{aligned} T = OM + MA &= \sqrt{x^2 + y^2 + 35^2} + \sqrt{(30 - x)^2 + (40 - y)^2 + 35^2} \\ &\geq \sqrt{(x + 30 - x)^2 + (y + 40 - y)^2 + (35 + 35)^2} = 10\sqrt{74} \text{ (ngàn km)} \end{aligned}$$

Thời gian ít nhất để A nhận được tín hiệu từ O là: $\frac{10\sqrt{74}}{270} \approx 0,32$ (s).

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>