

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 4 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

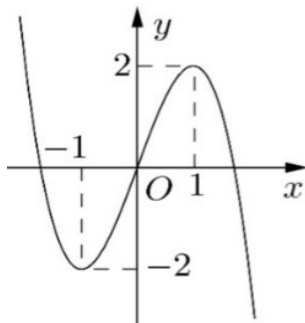
Họ tên thí sinh:

Mã Đề: 198.

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 2. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

<i>Thời gian (phút)</i>	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
<i>Số học sinh</i>	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[40; 60)$.

B. $[60; 80)$.

C. $[20; 40)$.

D. $[80; 100)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(3; -5; -1)$.

B. $(2; 3; -1)$.

C. $(3; 5; -2)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_5 = \frac{27}{16}$.

B. $u_5 = \frac{16}{27}$.

C. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

D. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

Câu 6. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{1}{-2x+3}$.

B. $y = -2x - 3 - \frac{3}{x-2}$.

C. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+3}$.

D. $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$.

B. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$.

C. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$.

D. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$.

Câu 8. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

A. 0,0096

B. 0,3597

C. 0,3649

D. 0,8096

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 2; -1)$ và vector $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

A. $(1; 3; 1)$.

B. $(5; 1; -3)$.

C. $(1; 5; -3)$.

D. $(-1; -3; -1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$

Câu 11. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$

B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C. $V = \frac{1}{3}a^3$

D. $V = a^3$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

d) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220 + x$ (nghìn đồng).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 0; 1)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 3; -1)$.

b) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q; M; N$ thẳng hàng là $Q\left(0; 1; \frac{1}{3}\right)$.

c) Cho $P(5; m+1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (α) có phương trình: $3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Câu 3. Hằng ngày, mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

a) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m .

b) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3}\text{ m}$.

c) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là $56,86(\text{ m})$.

d) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

a) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1) = 3$. Khi đó $H(-5) = -9 - \ln 5$.

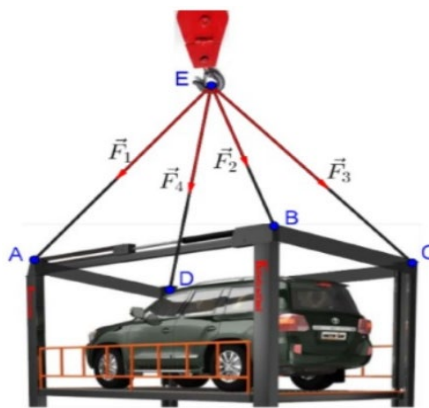
b) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -25$.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 1$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

d) $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3}(N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500(N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8(m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogram (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 2. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Câu 3. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì

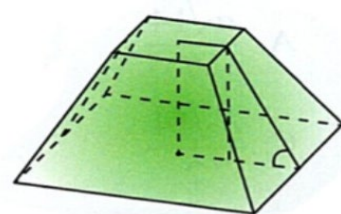
số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Câu 4. Cổng chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kẽm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có hoạ tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín $ABGCDEF$ (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn làm mới lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới

(đơn vị: mét). Biết điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



---HẾT---

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 4 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Mã Đề: 287.

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

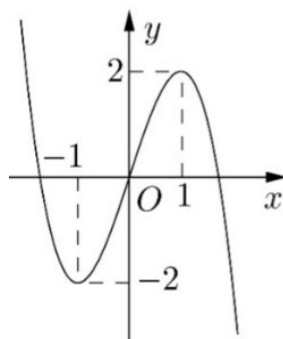
A. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

B. $u_5 = \frac{16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{27}{16}$.

D. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$.

B. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$.

C. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$.

D. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$

B. $(-1; 4)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 5. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

A. 0,3649

B. 0,8096

C. 0,0096

D. 0,3597

Câu 6. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+3}$. B. $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$. C. $y = \frac{1}{-2x+3}$. D.

$y = -2x - 3 - \frac{3}{x-2}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 9. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$ B. $V = \frac{1}{3}a^3$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 2; -1)$ và vector $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

A. $(1; 3; 1)$. B. $(5; 1; -3)$. C. $(-1; -3; -1)$. D. $(1; 5; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(3; 5; -2)$. B. $(3; -5; -1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(2; -3; -1)$.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

<i>Thời gian (phút)</i>	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
<i>Số học sinh</i>	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[80; 100)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hằng ngày, mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

a) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m .

b) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là $56,86(\text{ m})$.

c) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

d) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3}\text{ m}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

a) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -25$.

b) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1) = 3$. Khi đó $H(-5) = -9 - \ln 5$.

c) $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1)=1$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;-1), N(-1;0;1)$.

a) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q;M;N$ thẳng hàng là $Q\left(0;1;\frac{1}{3}\right)$.

b) Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;3;-1)$.

c) Cho $P(5;m+1;3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (α) có phương trình: $3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

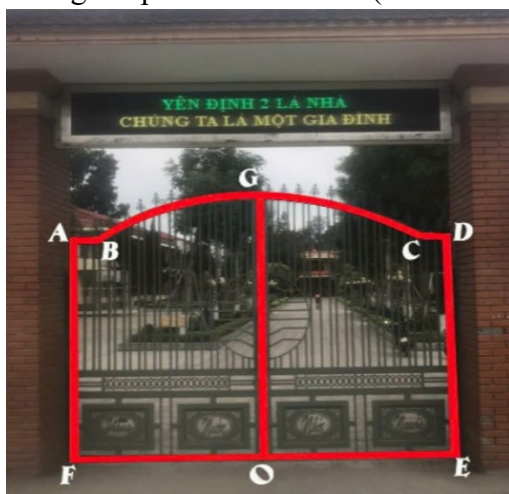
b) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

c) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

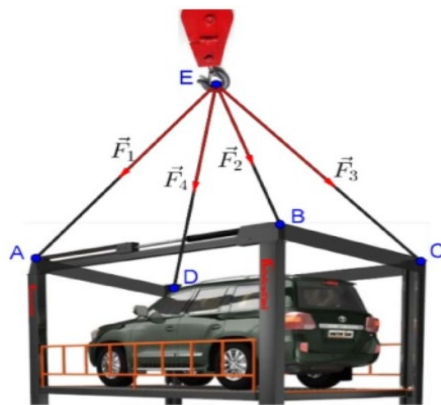
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Công chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kẽm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có hoạ tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín ABGCDEF (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn làm mới lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3}(N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500(N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8(m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogram (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới

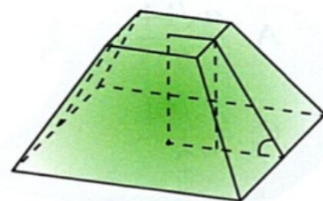
(đơn vị: mét). Biết điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



Câu 4. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Câu 5. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Câu 6. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)



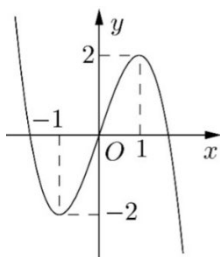
---HẾT---

Câu hỏi	Mã đề thi							
	198	287	376	465	554	643	732	821
1	D	A	A	C	D	B	B	B
2	C	A	A	B	B	C	B	D
3	A	C	B	B	D	A	D	B
4	A	A	D	B	B	D	B	B
5	C	C	A	B	A	C	C	C
6	D	B	D	B	C	A	C	C
7	A	B	D	C	B	A	A	B
8	A	D	C	D	C	D	C	B
9	B	A	A	C	A	A	A	C
10	D	B	B	C	D	C	A	B
11	D	B	A	C	D	C	B	C
12	B	B	D	C	B	B	D	B
13	ĐSĐS	SSĐS	ĐSSS	SĐĐS	SĐSĐ	SĐĐS	ĐSSS	SĐSS
14	ĐĐSS	ĐSSĐ	SSĐĐ	SSĐĐ	SĐĐS	SĐĐS	SĐSĐ	SĐSĐ
15	SSSĐ	ĐĐSS	ĐSĐS	ĐSSS	SĐSS	ĐSSS	ĐĐSS	SSĐĐ
16	SĐĐS	SĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSSĐ	SĐĐS	ĐSĐS	SSĐĐ	ĐĐSS
17	3418	3,39	0,4	3,39	0,4	3418	3,39	8
18	0,4	3418	291	8	52	0,4	291	291
19	8	52	8	291	8	8	0,4	52
20	3,39	0,4	52	52	3418	291	8	0,4
21	291	8	3418	0,4	3,39	52	3418	3,39
22	52	291	3,39	3418	291	3,39	52	3418

Mã Đề: 198.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

*D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

Câu 2. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

<u>Thời gian</u> <u>(phút)</u>	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
<u>Số học</u> <u>sinh</u>	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. [40; 60).

B. [60; 80).

*C. [20; 40).

D. [80; 100).

Lời giải

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [20; 40).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

*A. $(3; -5; -1)$.

B. $(2; 3; -1)$.

C. $(3; 5; -2)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

*A. $\frac{3a}{2}$.

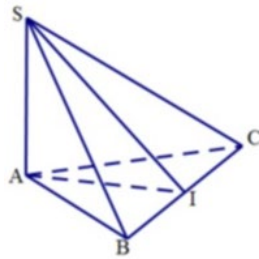
B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC , khi đó $BC \perp AI$

Mặt khác $BC \perp AI, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là $\widehat{SIA}$.

Tam giác SIA vuông tại A nên $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} \Leftrightarrow d(S; (ABC)) = SA = IA \cdot \tan \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_5 = \frac{27}{16}$.

B. $u_5 = \frac{16}{27}$.

*C. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

D. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases} \longrightarrow u_5 = u_1 q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -3 \cdot \frac{16}{81} = -\frac{16}{27}.$$

Câu 6. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{1}{-2x+3}$.

B. $y = -2x - 3 - \frac{3}{x-2}$.

C. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+3}$.

*D.

$y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

Lời giải

$y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

*A. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$.

B. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$.

C. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$.

D. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Xét $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ và $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{5}{7} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 8. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

*A. 0,0096

B. 0,3597

C. 0,3649

D. 0,8096

Lời giải

Ta có $\overline{AB}$ là biến cố: "Cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi môn Toán". Vì hai biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ độc lập nên: $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 2; -1)$ và vectơ $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

A. $(1; 3; 1)$.

*B. $(5; 1; -3)$.

C. $(1; 5; -3)$.

D. $(-1; -3; -1)$.

Lời giảiĐặt $N(x, y, z)$.Ta có $\overrightarrow{MN} = (x-3; y-2; z+1)$

$$\vec{v} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ y-2=-1 \\ z+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases}$$

Vậy $N(3; 1; -5)$ **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(-1; +\infty)$.

*D. $(-1; 0)$.

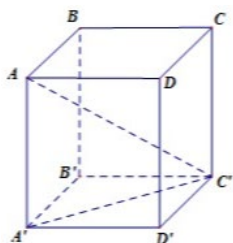
Lời giảiTừ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-1; 0)$.**Câu 11.** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$

B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C. $V = \frac{1}{3}a^3$

*D. $V = a^3$

Lời giảiGiả sử khối lập phương có cạnh bằng x ; ($x > 0$)Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.**Câu 12.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

*B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giảiĐiều kiện $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$ xác định khi $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ **PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

*a) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

*c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220 + x$ (nghìn đồng).

Lời giải

a) - Khi bán x mét vải lụa: Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng). Vậy a) sai.

b) - Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng). Vậy b) sai.

c) d) Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

- Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

- Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

- Trên khoảng $(1; 10)$, $L'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

- Trên khoảng $(10; 18)$, $L'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

+ Cực trị: Hàm số $L(x)$ đạt cực đại tại $x = 10$ và $L_{CD} = L(10) = 1200$.

+ Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

Từ đó ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200. Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng. Vậy

c) đúng, d) đúng

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 0; 1)$.

*a) Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 3; -1)$.

*b) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q; M; N$ thẳng hàng là $Q\left(0; 1; \frac{1}{3}\right)$.

c) Cho $P(5; m+1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (α) có phương trình: $3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Lời giải

a) Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 3; -1)$. Vậy a) đúng.

b) Ta có $\overrightarrow{NM} = (3; 3; -2)$; $I = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$ là trung điểm đoạn MN . Vậy b) sai.

Khi đó $(\alpha): 3\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3\left(y - \frac{3}{2}\right) - 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y - 2z - 6 = 0$.

c) Ta có $\overrightarrow{NM} = (3; 3; -2)$; $\overrightarrow{NP} = (6; m+1; 2)$. Vậy c) sai.

ΔMNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 6 + 3 \cdot (m+1) + (-2) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-17}{3}$.

d) Ta có $Q \in (Oyz) \Rightarrow Q(0; y; z)$; $\overrightarrow{QM} = (2; 3-y; -1-z)$; $\overrightarrow{NM} = (3; 3; -2)$.

Đề Q, M, N thẳng hàng thì $\overrightarrow{QM}$ và $\overrightarrow{NM}$ cùng phương, khi đó: $\frac{2}{3} = \frac{3-y}{3} = \frac{-z-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ z = 1/3 \end{cases}$.

Suy ra $Q(0; 1; \frac{1}{3})$. Vậy d) **đúng**.

Câu 3. Hằng ngày, mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

a) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m.

b) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3}$ m.

c) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là 56,86(m).

*d) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

Lời giải

a) $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 0 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = 0 \Rightarrow t = 6$. Suy ra tại thời điểm $6 + 6 = 12h$ trưa thì bóng của toà nhà có độ dài bằng 0m. Vậy a) **Sai**.

b) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là: $S(2) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} \cdot 2 \right) \right| = 40\sqrt{3}$ (m).

Vậy b) **Sai**.

c) Độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà khi:

$$S(t) = 40 \Leftrightarrow 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 40 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{12} t = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow t = \pm 3 + 12k (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \leq t \leq 12$ nên $t = 3$ hoặc $t = 9$, tức là tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

Vậy c) **Đúng**.

d) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, ta có $t = \left(17 + \frac{3}{4} \right) - 6 = \frac{39}{4}$.

Suy ra độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối là: $S\left(\frac{39}{4}\right) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} \cdot \frac{39}{4} \right) \right| \approx 59,86$ (m).

Vậy d) **Sai**.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

a) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1) = 3$. Khi đó $H(-5) = -9 - \ln 5$.

*b) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -25$.

*c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 1$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

d) $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Lời giải

a) $\int f(x) dx = 3x + \ln|x| + C$.

Ta có $f(x) = \frac{3x+1}{x} = 3 + \frac{1}{x} \Rightarrow \int f(x)dx = \int \left(3 + \frac{1}{x}\right)dx = 3x + \ln|x| + C$. Vậy **a) sai**.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x + C$. Vậy **b) đúng**.

Vì $F(1) = 3$ nên $C = -2$.

Vậy với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

c) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó với $x < 0$ thì $H(x) = 3x + \ln(-x) + C$

Vì $H(-1) = 3$ nên $C = 6$.

Vậy $H(-5) = -9 + \ln 5$. Vậy **c) sai**.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$.

Ta có $G(x) = 3x + \ln|x| + C = \begin{cases} 3x + \ln x + C_1 & (x > 0) \\ 3x + \ln(-x) + C_2 & (x < 0) \end{cases}$.

$G(2) = 1 \Rightarrow 3 \cdot 2 + \ln 2 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -5 - \ln 2$.

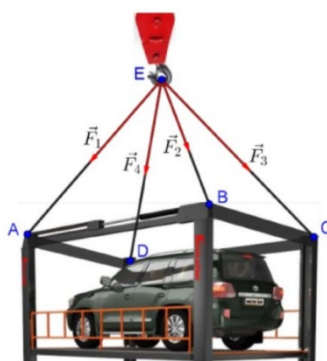
$G(5) + G(-5) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 5 + \ln 5 - 5 - \ln 2 + 3 \cdot (-5) + \ln 5 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 5 + \ln 2 - 2 \ln 5$.

Do đó $G(-10) = 3 \cdot (-10) + \ln 10 + 5 + \ln 2 - 2 \ln 5 = \ln 10 - 2 \ln 5 + \ln 2 - 25$.

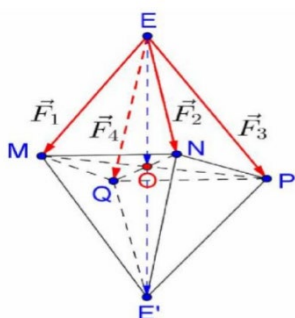
Vậy $a + b + c + d = 1 + (-2) + (1) + (-25) = -25$. Vậy **d) đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3} (N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500 (N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8 (m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogram (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{F_4}$.

Gọi O là giao điểm của MP và NQ , E' là điểm đối xứng của E qua O .

Ta có: $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_4}| = 6000\sqrt{3}$ (N) các mặt bên của hình chóp $E.MNPQ$ là tam giác cân bằng nhau.

Vì các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° nên các tam giác $\triangle MEP, \triangle NEQ$ là tam giác đều, bằng nhau.

$$\text{Suy ra: } EO = \frac{EM\sqrt{3}}{2} = \frac{6000\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9000 \text{ (N)}$$

$$\text{Mặt khác: } \vec{P} = (\vec{F_1} + \vec{F_3}) + (\vec{F_2} + \vec{F_4}) = \vec{EE'} + \vec{EE'} = 2\vec{EE'} = 4\vec{EO}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{P}| = 4|\vec{EO}| = 4.9000 = 36000 \text{ (N)}.$$

Vậy trọng lượng của chiếc xe là: $P_{xe} = P - P_{khung} = 36000 - 2500 = 33500 \text{ (N)}$, suy ra khối lượng của chiếc xe

$$\text{là } m_{xe} = \frac{P_{xe}}{g} \approx 3418 \text{ kg}$$

Đáp án: 3418

Câu 2. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Lời giải

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh nhận phần quà là (áo, sữa), (áo, cặp sách), (sữa; cặp sách).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Xét phép thử: “Trao phần quà cho 10 học sinh”, suy ra $n(\Omega) = C_{10}^6 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = 840$.

Xét biến cố A: “An và Bình có phần quà giống nhau”.

TH1: An và Bình cùng nhận (áo, sữa) có $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = 280$

TH2: An và Bình cùng nhận sách (sữa; cặp sách) có $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^6 = 56$.

Suy ra $n(A) = 280 + 56 = 336$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{840} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Đáp án: 0,4

Câu 3. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $s(3) = 625000 \Leftrightarrow s(0).2^3 = 625000 \Leftrightarrow s(0) = 78125$.

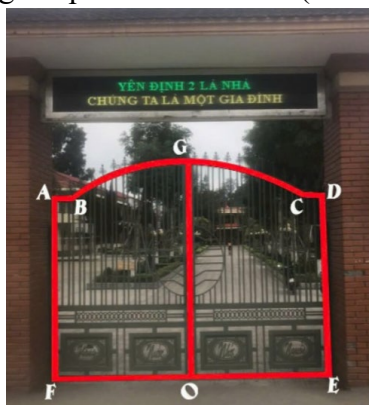
Số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con khi

$$s(t) = 20000000 \Leftrightarrow s(0).2^t = 20000000 \Leftrightarrow 2^t = \frac{20000000}{s(0)} = \frac{20000000}{78125} = 256 \Leftrightarrow t = 8.$$

Vậy, sau 8 phút thì số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con.

Đáp án: 8

Câu 4. Cổng chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kẽm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có hoạ tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín ABGCDEF (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn làm mới lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho điểm O là gốc tọa độ, điểm E thuộc tia Ox , điểm G thuộc tia Oy . S_1 là diện tích hình chữ nhật $ADEF$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung tròn BC và đường thẳng S_1 là diện tích hình chữ nhật BC , S là diện tích hai cánh cửa.

Ta có $AF \cdot EF = 2,7 \cdot 4 = 10,8(m^2)$. Cung tròn BC thuộc đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$, suy ra cung BC thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$. Đường thẳng BC có phương trình: $y = 2,7$. Vậy $S_2 = \int_{-1,5}^{1,5} (\sqrt{9 - x^2} - 2,7) dx = \int_{-1,5}^{1,5} (\sqrt{9 - x^2} - 2,7) dx$.

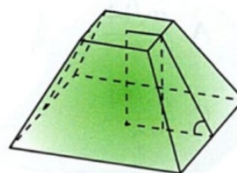
Từ đó ta có: $S = S_1 + S_2 = 10,8 + \int_{-1,5}^{1,5} (\sqrt{9 - x^2} - 2,7) dx$

Nên số tiền cần trả là $S \cdot 0,3 \approx 3,39$ (triệu đồng).

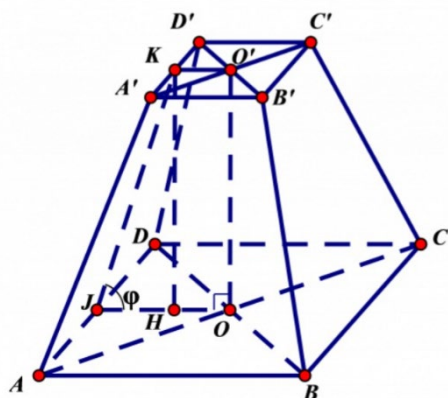
Đáp án: 3,39

Câu 5. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải

di chuyển ra khỏi hầm (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Ta có: $OJ = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$; $O'K = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$, suy ra $OH = 5$, $JH = 7 - 5 = 2$.

Mặt bên tạo với đáy nhỏ 1 góc $\widehat{O'KJ} = 135^\circ$ nên $\widehat{KJH} = 45^\circ$, $KH = OO' = JH \cdot \tan 45^\circ = 2$

Thể tích khối chóp cắt là: $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(10^2 + \sqrt{10^2 \cdot 14^2} + 14^2\right) \approx 291(m^3)$.

Đáp án: 291

Câu 6. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới

(đơn vị: mét). Biết điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



Lời giải

Từ hình vẽ: $A \in (Oxz)$ nên $A(x; 0; z)$; $B \in (Oyz)$ nên $B(0; y; z)$

Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$ nên $A(4; 0; 3)$.

Cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$ nên $B\left(0; 3; \frac{5}{2}\right)$.

Gọi $I(a; b; c)$ là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a - 2(0 - a) = 0 \\ 0 - b - 2(3 - b) = 0 \\ 3 - c - 2(\frac{5}{2} - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = 2 \end{cases}$

Suy ra $I(-4; 6; 2)$, khi đó $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})| = |-\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}| = MI$

Do vậy $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất, mà $M \in (Oxy)$ nên M là hình chiếu của I lên (Oxy) .

$\Rightarrow M(-4; 6; 0) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 52$.

Đáp án: 52

----HẾT----

Mã Đề: 287.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

B. $u_5 = \frac{16}{27}$.

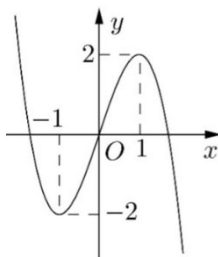
C. $u_5 = \frac{27}{16}$.

D. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases} \longrightarrow u_5 = u_1 q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -3 \cdot \frac{16}{81} = -\frac{16}{27}.$$

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

*A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$.

B. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$.

*C. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$.

D. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$.

Lời giải

Xét $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ và $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{5}{7} \Rightarrow (\alpha) \not\parallel (\beta_2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

*A. $(-1;0)$

B. $(-1;4)$.

C. $(-1;+\infty)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 5. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

A. 0,3649

B. 0,8096

*C. 0,0096

D. 0,3597

Lời giải

Ta có $\overline{AB}$ là biến cố: "Cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi môn Toán". Vì hai biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ độc lập nên: $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 6. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+3}$.

*B. $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

C. $y = \frac{1}{-2x+3}$.

D.

$y = -2x - 3 - \frac{3}{x-2}$.

Lời giải

$y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $a\sqrt{3}$.

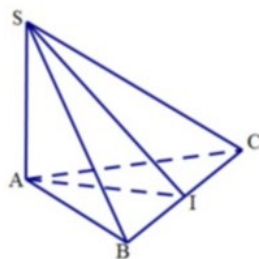
*B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC , khi đó $BC \perp AI$

Mặt khác $BC \perp AI, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là $\widehat{SIA}$.

Tam giác SIA vuông tại A nên $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} \Leftrightarrow d(S; (ABC)) = SA = IA \cdot \tan \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

*D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Điều kiện $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$ xác định khi $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Câu 9. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

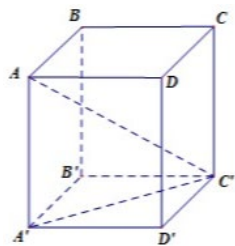
*A. $V = a^3$

B. $V = \frac{1}{3}a^3$

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$

D. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

Lời giải



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng x ; ($x > 0$)

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 2; -1)$ và vector $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

A. $(1; 3; 1)$.

*B. $(5; 1; -3)$.

C. $(-1; -3; -1)$.

D. $(1; 5; -3)$.

Lời giải

Đặt $N(x, y, z)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (x - 3; y - 2; z + 1)$

$$\vec{v} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 2 = -1 \\ z + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy $N(5; 1; -3)$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(3; 5; -2)$.

*B. $(3; -5; -1)$.

C. $(2; 3; -1)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[80; 100)$.

*B. $[20; 40)$.

C. $[40; 60)$.

D. $[60; 80)$.

Lời giải

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[20; 40)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hằng ngày, mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

a) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m .

b) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là $56,86(\text{ m})$.

*c) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

d) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3}\text{ m}$.

Lời giải

a) $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 0 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = 0 \Rightarrow t = 6$. Suy ra tại thời điểm $6 + 6 = 12h$ trưa thì bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m . Vậy a) Sai.

b) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là: $S(2) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} \cdot 2 \right) \right| = 40\sqrt{3}(\text{ m})$.

Vậy b) Sai.

c) Độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà khi:

$$S(t) = 40 \Leftrightarrow 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 40 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{12} t = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow t = \pm 3 + 12k (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \leq t \leq 12$ nên $t = 3$ hoặc $t = 9$, tức là tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

Vậy c) Đúng.

d) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, ta có $t = \left(17 + \frac{3}{4} \right) - 6 = \frac{39}{4}$.

Suy ra độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối là: $S\left(\frac{39}{4}\right) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} \cdot \frac{39}{4} \right) \right| \approx 59,86(\text{ m})$.

Vậy d) Sai.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

*a) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -25$.

b) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1) = 3$. Khi đó $H(-5) = -9 - \ln 5$.

c) $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

*d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 1$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

Lời giải

a) $\int f(x) dx = 3x + \ln|x| + C$.

Ta có $f(x) = \frac{3x+1}{x} = 3 + \frac{1}{x} \Rightarrow \int f(x) dx = \int \left(3 + \frac{1}{x} \right) dx = 3x + \ln|x| + C$. Vậy a) sai.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x)=3x+\ln x+C$. Vậy **b) đúng**.

Vì $F(1)=3$ nên $C=-2$.

Vậy với $x > 0$ thì $F(x)=3x+\ln x-2$.

c) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó với $x < 0$ thì $H(x)=3x+\ln(-x)+C$

Vì $H(-1)=3$ nên $C=6$.

Vậy $H(-5)=-9+\ln 5$. Vậy **c) sai**.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2)=1$ và $G(5)+G(-5)=0$.

$$\text{Ta có } G(x)=3x+\ln|x|+C=\begin{cases} 3x+\ln x+C_1 & (x>0) \\ 3x+\ln(-x)+C_2 & (x<0) \end{cases}$$

$$G(2)=1 \Rightarrow 3.2+\ln 2+C_1=1 \Rightarrow C_1=-5-\ln 2.$$

$$G(5)+G(-5)=0 \Leftrightarrow 3.5+\ln 5-5-\ln 2+3.(-5)+\ln 5+C_2=0 \Rightarrow C_2=5+\ln 2-2\ln 5.$$

$$\text{Do đó } G(-10)=3.(-10)+\ln 10+5+\ln 2-2\ln 5=\ln 10-2\ln 5+\ln 2-25.$$

$$\text{Vậy } a+b+c+d=1+(-2)+(1)+(-25)=-25. \text{ Vậy } \mathbf{d) đúng}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;-1), N(-1;0;1)$.

***a)** Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q;M;N$ thẳng hàng là $Q\left(0;1;\frac{1}{3}\right)$.

***b)** Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;3;-1)$.

c) Cho $P(5;m+1;3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m=1$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (α) có phương trình: $3x+3y-2z+6=0$.

Lời giải

a) Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;3;-1)$. Vậy **a) đúng**.

b) Ta có $\overline{NM}=(3;3;-2); I=\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};0\right)$ là trung điểm đoạn MN . Vậy **b) sai**.

$$\text{Khi đó } (\alpha): 3\left(x-\frac{1}{2}\right)+3\left(y-\frac{3}{2}\right)-2z=0 \Leftrightarrow 3x+3y-2z-6=0.$$

c) Ta có $\overline{NM}=(3;3;-2); \overline{NP}=(6;m+1;2)$. Vậy **c) sai**.

$$\Delta MNP \text{ vuông tại } N \Leftrightarrow \overline{NM} \cdot \overline{NP} = 0 \Leftrightarrow 3.6+3.(m+1)+(-2).2=0 \Leftrightarrow m=\frac{-17}{3}.$$

d) Ta có $Q \in (Oyz) \Rightarrow Q(0; y; z); \overline{QM}=(2; 3-y; -1-z); \overline{NM}=(3; 3; -2)$.

$$\text{Để } Q, M, N \text{ thẳng hàng thì } \overline{QM} \text{ và } \overline{NM} \text{ cùng phương, khi đó: } \frac{2}{3} = \frac{3-y}{3} = \frac{-z-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=1/3 \end{cases}$$

Suy ra $Q\left(0; 1; \frac{1}{3}\right)$. Vậy **d) đúng**.

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x)=x^3-3x^2-20x+500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x)=-x^3+3x^2+220x-500$ (nghìn đồng).

*b) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

c) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220 + x$ (nghìn đồng).

*d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

Lời giải

a) - Khi bán x mét vải lụa: Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng). Vậy a) sai.

b) - Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng). Vậy b) sai.

c) d) Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

- Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

- Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

- Trên khoảng $(1; 10)$, $L'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

- Trên khoảng $(10; 18)$, $L'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

+ Cực trị: Hàm số $L(x)$ đạt cực đại tại $x = 10$ và $L_{CB} = L(10) = 1200$.

+ Bảng biến thiên:

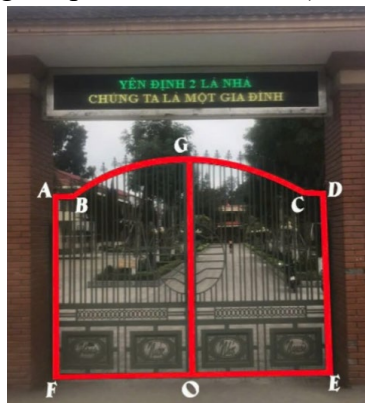
x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1200	-1040

Từ đó ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200. Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng. Vậy

c) đúng, d) đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cổng chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kềm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có hoa tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín ABGCDEF (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn làm mới lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho điểm O là gốc tọa độ, điểm E thuộc tia Ox , điểm G thuộc tia Oy . S_1 là diện tích hình chữ nhật $ADEF$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung tròn BC và đường thẳng S_1 là diện tích hình chữ nhật BC , S là diện tích hai cánh cửa.

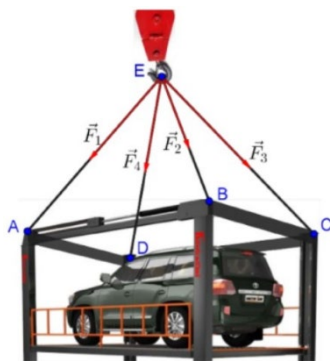
Ta có $AF.EF = 2,7.4 = 10,8(m^2)$. Cung tròn BC thuộc đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$, suy ra cung BC thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$. Đường thẳng BC có phương trình: $y = 2,7$. Vậy $S_2 = \int_{-1,5}^{1,5} |\sqrt{9 - x^2} - 2,7| dx = \int_{-1,5}^{1,5} (\sqrt{9 - x^2} - 2,7) dx$.

Từ đó ta có: $S = S_1 + S_2 = 10,8 + \int_{-1,5}^{1,5} (\sqrt{9 - x^2} - 2,7) dx$

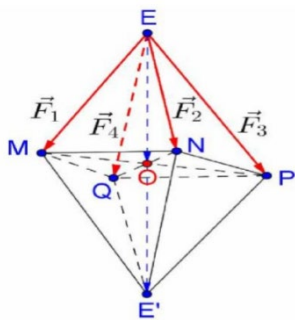
Nên số tiền cần trả là $S.0,3 \approx 3,39$ (triệu đồng).

Đáp án: 3,39

Câu 2. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3}(N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500(N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8(m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogram (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EM} = \vec{F}_1, \overrightarrow{EN} = \vec{F}_2, \overrightarrow{EP} = \vec{F}_3, \overrightarrow{EQ} = \vec{F}_4$.

Gọi O là giao điểm của MP và NQ , E' là điểm đối xứng của E qua O .

Ta có: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = 6000\sqrt{3}(N)$ các mặt bên của hình chóp $E.MNPQ$ là tam giác cân bằng nhau.

Vì các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° nên các tam giác $\triangle MEP, \triangle NEQ$ là tam giác đều, bằng nhau.

Suy ra: $EO = \frac{EM\sqrt{3}}{2} = \frac{6000\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9000(N)$

Mặt khác: $\vec{P} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_3) + (\vec{F}_2 + \vec{F}_4) = \overrightarrow{EE'} + \overrightarrow{EE'} = 2\overrightarrow{EE'} = 4\overrightarrow{EO}$

Suy ra $|\vec{P}| = 4|\overrightarrow{EO}| = 4.9000 = 36000(N)$.

Vậy trọng lượng của chiếc xe là: $P_{xe} = P - P_{khung} = 36000 - 2500 = 33500(N)$, suy ra khối lượng của chiếc xe

$$\text{là } m_{xe} = \frac{P_{xe}}{g} \approx 3418 \text{ kg}$$

Đáp án: 3418

Câu 3. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới

(đơn vị: mét). Biết điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



Lời giải

Từ hình vẽ: $A \in (Oxz)$ nên $A(x; 0; z)$; $B \in (Oyz)$ nên $B(0; y; z)$

Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$ nên $A(4; 0; 3)$.

Cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$ nên $B(0; 3; \frac{5}{2})$.

$$\text{Gọi } I(a; b; c) \text{ là điểm sao cho } \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a - 2(0 - a) = 0 \\ 0 - b - 2(3 - b) = 0 \\ 3 - c - 2(\frac{5}{2} - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I(-4; 6; 2), \text{ khi đó } |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})| = |-\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}| = MI$$

Do vậy $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất, mà $M \in (Oxy)$ nên M là hình chiếu của I lên (Oxy) .

$$\Rightarrow M(-4; 6; 0) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 52.$$

Đáp án: 52

Câu 4. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Lời giải

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh nhận phần quà là (áo, sữa), (áo, cặp sách), (sữa; cặp sách).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Xét phép thử: “Trao phần quà cho 10 học sinh”, suy ra $n(\Omega) = C_{10}^6 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = 840$.

Xét biến cố A: “An và Bình có phần quà giống nhau”.

TH1: An và Bình cùng nhận (áo, sữa) có $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = 280$

TH2: An và Bình cùng nhận sách (sữa; cặp sách) có $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^6 = 56$.

Suy ra $n(A) = 280 + 56 = 336$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{840} = \frac{2}{5} = 0,4$.

Đáp án: 0,4

Câu 5. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $s(3) = 625000 \Leftrightarrow s(0) \cdot 2^3 = 625000 \Leftrightarrow s(0) = 78125$.

Số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con khi

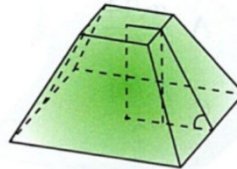
$$s(t) = 20000000 \Leftrightarrow s(0) \cdot 2^t = 20000000 \Leftrightarrow 2^t = \frac{20000000}{s(0)} = \frac{20000000}{78125} = 256 \Leftrightarrow t = 8.$$

Vậy, sau 8 phút thì số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con.

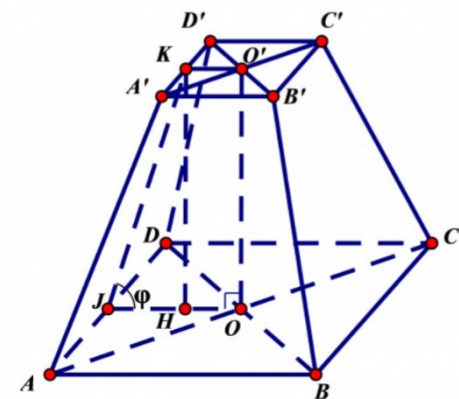
Đáp án: 8

Câu 6. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cắt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải

di chuyển ra khỏi hầm (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Ta có: $OJ = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$; $O'K = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$, suy ra $OH = 5$, $JH = 7 - 5 = 2$.

Mặt bên tạo với đáy nhỏ 1 góc $\widehat{O'KJ} = 135^\circ$ nên $\widehat{KJH} = 45^\circ$, $KH = OO' = JH \cdot \tan 45^\circ = 2$

Thể tích khối chóp cắt là: $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (10^2 + \sqrt{10^2 \cdot 14^2} + 14^2) \approx 291(m^3)$.

Đáp án: 291

----HẾT----

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>