

Họ, tên thí sinh:..... Lớp:..... SBD:.....

Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 = 18$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A. $\frac{2}{81}$. B. 34. C. 54. D. 162.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) < 2$ là

- A. $(-\infty; 101)$. B. $(1; 101)$. C. $(1; 3)$. D. $(101; +\infty)$.

Câu 3. Phương trình $6^x = 12$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \log_6 12$. D. $x = \log_{12} 6$.

Câu 4. Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ 1 môn Toán của 30 học sinh lớp 12B được ghi lại ở bảng sau

Điểm	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	2	5	7	16

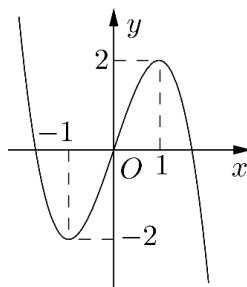
Số trung vị của mẫu số liệu trên gần nhất với số nào trong các số sau?

- A. 7,9. B. 7,6. C. 8,5. D. 8,9.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt đáy. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. (SAD) . B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SBC) .

Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $x = -1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $(1; 2)$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

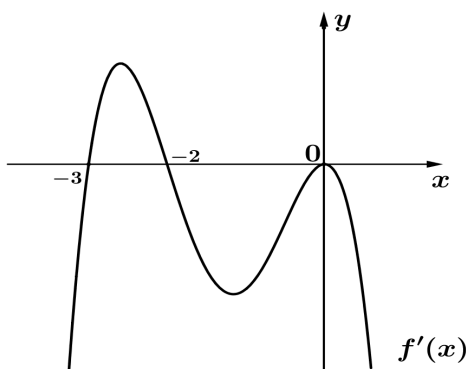
- A. 0. B. -16. C. 4. D. 20.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3	$-\infty$	$+\infty$	-5

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

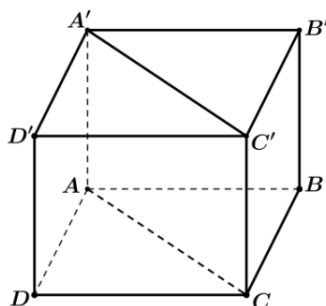
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng $\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{CD}$ là

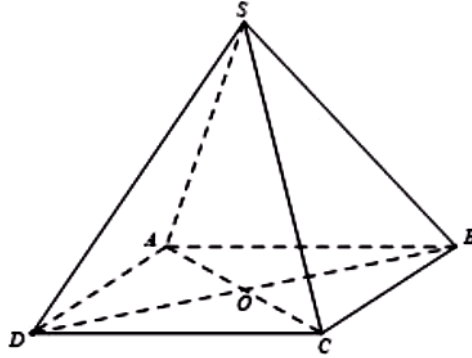


- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{A'D}$. C. $\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AD}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = \vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

- A. $(1; -4)$. B. $(0; 1; -4)$. C. $(1; 0; -4)$. D. $(0; -1; 4)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SAC đều cạnh bằng a . Khi đó $|\vec{SB} + \vec{SD}|$ bằng



- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x - 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$.
 c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{5\pi}{6}$.
 d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\sqrt{3} - 2$.

Câu 14. Khảo sát tại một trường THPT cho thấy tỷ lệ học sinh thích bóng đá là 65%, thích bóng rổ là 30% và thích cả hai môn này là 20%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xác suất để chọn được học sinh thích cả bóng đá và bóng rổ là 0,2.
 b) Xác suất để chọn được học sinh thích một trong hai môn bóng đá hoặc bóng rổ là 0,95.
 c) Xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn bóng đá và bóng rổ là 0,75.
 d) Xác suất để chọn được học sinh thích bóng đá là 0,65.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

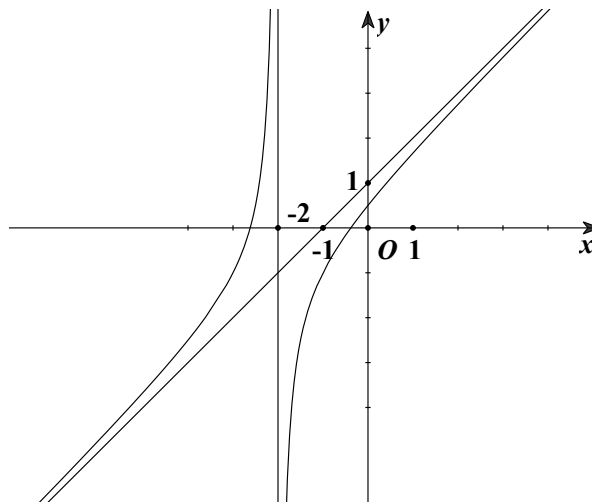
- a) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2 \sqrt{2}$.

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'}$.

c) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + nx + 1}{px + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = -2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$.

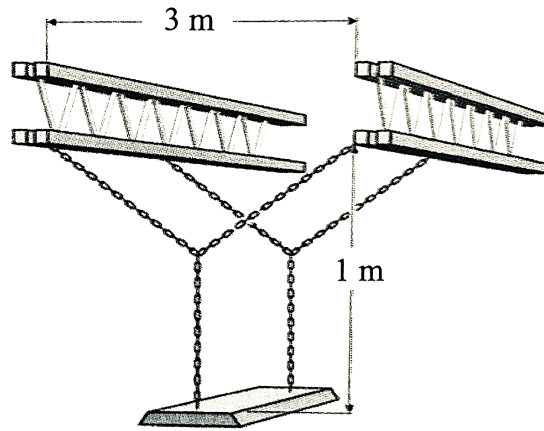
d) Ta có $2m + 3n - p = 10$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1565x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 3780 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?

- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos[A, SB, C]$ làm tròn đến hàng phần trăm.
- Câu 20.** Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m . Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m . Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a + b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a - b - c$.



- Câu 21.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2; 4; 0)$, $B(0; 4; 6)$, $C(2; 0; 6)$, $D(-1; -2; -3)$ và vị trí điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất. Tính độ dài MO (làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 22.** Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cặp số nhân có công bội nguyên là $\frac{a}{b}$ (trong đó a, b là các số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau). Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\frac{10^5 a}{b}$.

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. CBCT không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:..... Lớp:..... SBD:.....

Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 = 18$. Số hạng u_4 của cấp số cộng bằng
A. 26. B. 34. C. 8. D. 162.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) > 2$ là
A. $(-\infty; 101)$. B. $(1; 101)$. C. $(1; 3)$. D. $(101; +\infty)$.

Câu 3. Phương trình $12^x = 6$ có nghiệm là
A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \log_6 12$. D. $x = \log_{12} 6$.

Câu 4. Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ 1 môn Toán của 30 học sinh lớp 12B được ghi lại ở bảng sau

Điểm	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	2	5	7	16

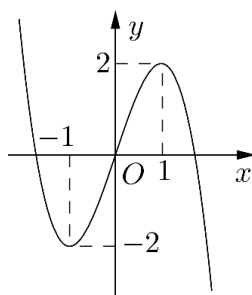
Số trung bình của mẫu số liệu trên gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 7,9. B. 7,5. C. 8,2. D. 7,0.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt đáy. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. (SAD) . B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SBC) .

Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x = -1$. B. $y = -2$. C. $x = 1$. D. $(-1; -2)$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 18$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

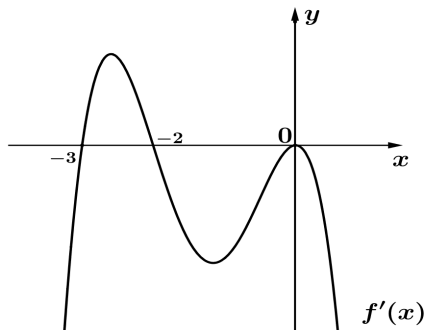
A. 0. B. -16. C. 4. D. 20.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3	$-\infty$	$+\infty$ -5	2

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

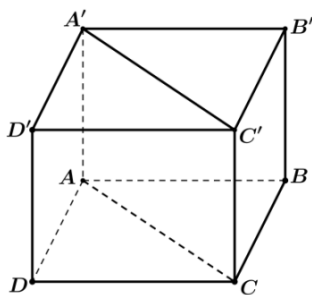
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hiệu $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{B'A'}$ là

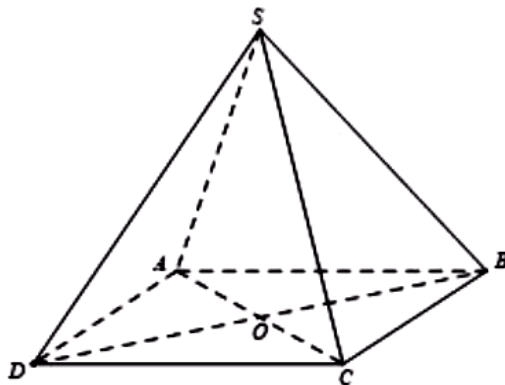


- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{B'D'}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AD}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = \vec{i} - 4\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

- A. $(1; -4)$. B. $(0; 1; -4)$. C. $(1; 0; -4)$. D. $(0; -1; 4)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SAC đều cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}|$ bằng



- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x - 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -3$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$.
- c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6}$.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là 0.

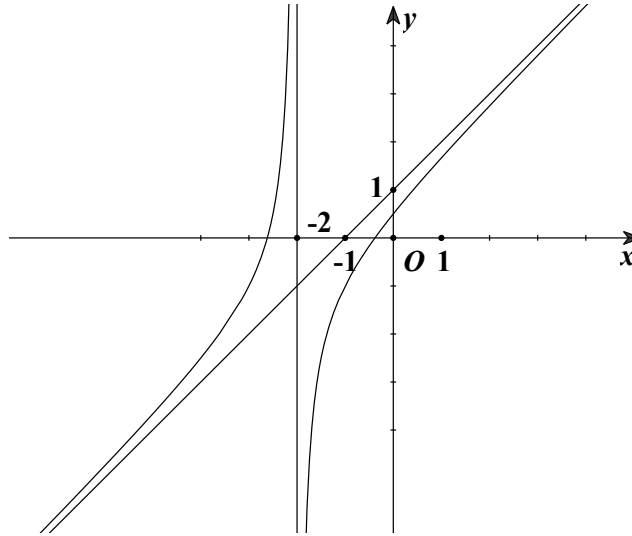
Câu 14. Khảo sát tại một trường THPT cho thấy tỷ lệ học sinh thích bóng đá là 65%, thích bóng rổ là 30% và thích cả hai môn này là 25%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xác suất để chọn được học sinh thích bóng rổ là 0,25.
- b) Xác suất để chọn được học sinh chỉ thích bóng đá là 0,65.
- c) Xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn bóng đá và bóng rổ là 0,7.
- d) Xác suất để chọn được học sinh thích cả bóng đá và bóng rổ là 0,25.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2$.
- b) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$.
- c) $\overrightarrow{D'O} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.
- d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + nx + 1}{px + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng $y = x + 1$.
- b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(-1; 0)$.
- d) Đồ thị nhận điểm $I(-2; -1)$ làm tâm đối xứng.

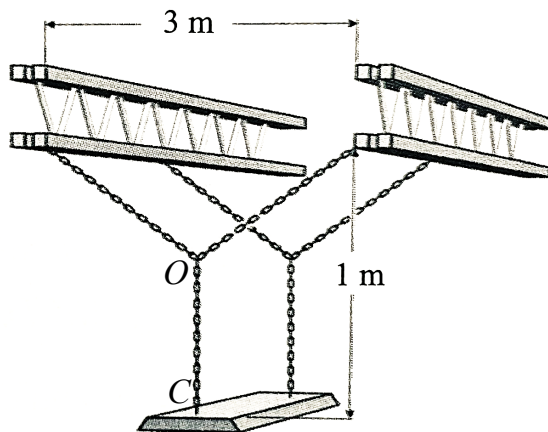
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1022x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 5400 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vector $\vec{u}(2; -2; 1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\sin[A, SB, C]$ làm tròn đến hàng phần trăm.

- Câu 20.** Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m . Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m . Khi tổng độ dài của tất cả các đoạn dây xích là nhỏ nhất hãy tính độ dài của đoạn dây xích OC (làm tròn đến hàng phần trăm).



- Câu 21.** Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cặp số nhân có công bội nguyên là $\frac{a}{b}$ (trong đó a, b là các số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau). Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\frac{10^5 a}{b}$.
- Câu 22.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2; 4; 0), B(0; 4; 6), C(2; 0; 6), D(-1; -2; -3)$ và vị trí điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2 + c^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. CBCT không giải thích gì thêm.

A. ĐÁP ÁN

Câu	Mã 121	Mã 122	Mã 123	Mã 124
PHẦN I				
1	D	A	D	C
2	B	D	C	A
3	C	D	A	B
4	A	B	B	A
5	A	B	D	A
6	D	A	B	D
7	B	A	B	C
8	C	B	C	D
9	B	C	C	B
10	D	C	B	A
11	B	C	A	B
12	D	A	D	C
PHẦN II				
13	ĐSĐS	ĐĐĐĐ	SĐSĐ	ĐSSĐ
14	ĐSĐĐ	SSĐĐ	ĐSĐS	SĐSĐ
15	SĐĐS	ĐĐĐĐ	SĐĐS	ĐĐĐĐ
16	ĐSSĐ	ĐSSĐ	ĐĐSĐ	ĐĐĐĐ
PHẦN III				
17	42	69	-4	0,13
18	840	1200	42	69
19	0,76	0,65	840	1200
20	-4	0,13	3,7	1
21	3,7	1	1	6
22	1	6	0,76	0,65

B. ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU KHÓ

MÃ 121 VÀ MÃ 123

- Câu 1.** Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1565x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận ông A thu được khi sản xuất và bán được x sản phẩm

$$L(x) = f(x) - x.C(x) = x^3 - 1566x^2 + 127500x + 5000$$

$$\text{Suy ra: } L'(x) = 3x^2 - 3132x + 127500$$

$$\Rightarrow L'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 42,4 \vee x \approx 1001,6$$

Do $0 \leq x \leq 150$ nên $MaxL(x) = 2671664$ (nghìn đồng) khi $x = 42$.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 3780 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?

Lời giải

Gọi điểm $B(550; y; z)$, khi đó $\overrightarrow{AB} = (540; y - 3; z)$

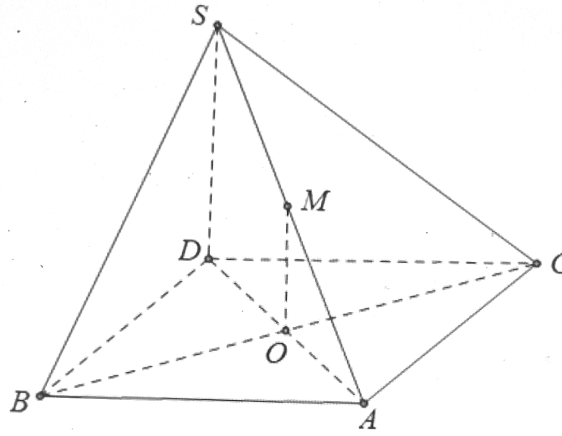
$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = k\vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 270\vec{u} \Rightarrow AB = 270 \cdot |\vec{u}| = 810 \text{ m}$$

$$\text{Do đó vận tốc của cabin là } v = \frac{AB}{3} = 270 \text{ (mét/phút)}$$

$$\text{Suy ra thời gian để cabin đi từ A đến D là: } \frac{3780}{270} = 14 \text{ (phút)} = 840 \text{ (giây)}.$$

- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos[A, SB, C]$ làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải



Dựng hình vuông $ABDC$ tâm O . Gọi M là trung điểm của cạnh SA .

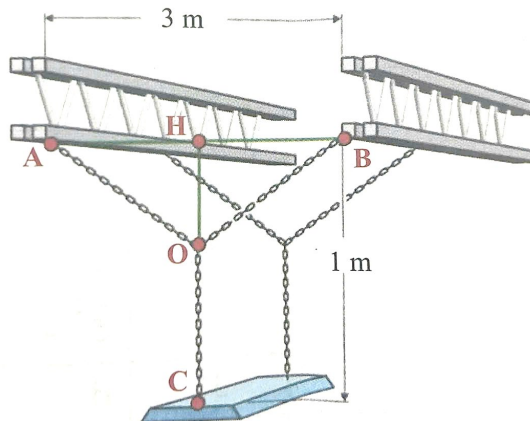
Suy ra: $MS = MA = MB = MC$

Do đó $MO \perp (ABCD) \Rightarrow SD \perp (ABCD)$.

$$\text{Mà bài cho } d(B, (SAC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(D, (SAC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SD = a\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos[A, SB, C] &= \cos((\widehat{SAB}), (\widehat{SBC})) = \sqrt{1 - \sin^2((\widehat{SAB}), (\widehat{SBC}))} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{d(A, (SBC))}{d(A, SB)} \right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{d(D, (SBC))}{AB} \right)^2} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{7} \approx 0,76 \end{aligned}$$

- Câu 4.** Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m . Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m . Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a + b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a - b - c$.



Lời giải

Đặt $OH = x$ ($0 \leq x \leq 1$) thì $OA = OB = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}$

$$OC = 1 - x.$$

Tổng chiều dài của các đoạn dây xích là

$$L(x) = 2(OA + OB + OC) = 2\left(2\sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} + 1 - x\right)$$

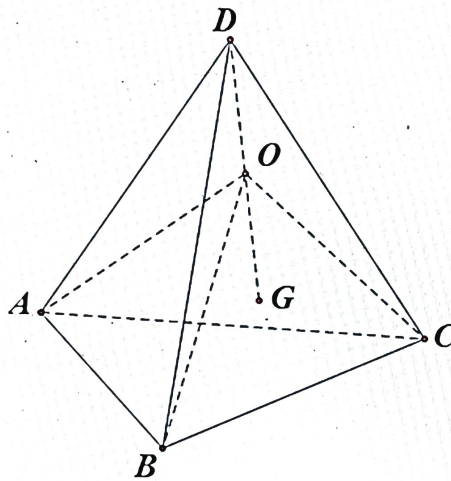
$$\text{Suy ra: } L'(x) = 2\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}} - 1\right) \Rightarrow L'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó chiều dài tối thiểu của các đoạn dây xích là $L\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + 3\sqrt{3}$

Suy ra: $a - b - c = -4$.

Câu 5. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2; 4; 0), B(0; 4; 6), C(2; 0; 6), D(-1; -2; -3)$ và vị trí điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất. Tính độ dài MO (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải



Lưu ý: Cho tứ diện $ABCD$ và I là điểm thỏa mãn $\widehat{AIB} = \widehat{CID}$, $\widehat{AIC} = \widehat{BID}$ và $\widehat{AID} = \widehat{BIC}$ thì với mọi điểm M nằm trong không gian ta có:

$$MA + MB + MC + MD \geq IA + IB + IC + ID$$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv I$.

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện gần đều $OA = BC$, $OB = AC$, $OC = AB$.

Gọi $G(1;2;3)$ là trọng tâm của tứ diện $OABC$, dễ thấy O là trung điểm của DG ,

Khi đó ta có được $\widehat{AGB} = \widehat{CGD}$, $\widehat{AGC} = \widehat{BGD}$ và $\widehat{AGD} = \widehat{BGC}$.

Suy ra: $MA + MB + MC + MD \geq GA + GB + GC + GD$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv G \Rightarrow M(1;2;3) \Rightarrow OM = \sqrt{14} \approx 3,7$

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên là $\frac{a}{b}$ (trong đó a, b là các số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau). Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\frac{10^5 a}{b}$.

Lời giải

Xét phép thử “Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên”. Khi đó $n(\Omega) = C_{70}^4 = 916895$.

Xét biến cố A : “Bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên”.

Ta gọi bốn số đó lần lượt là a, aq, aq^2, aq^3 .

Theo giả thiết $aq^3 \leq 70 \Rightarrow q^3 \leq 70 \Rightarrow q \leq 4$.

Vì bốn số khác nhau và đều dương nên ta có $0 < q \neq 1 \Rightarrow q \in \{2; 3; 4\}$.

TH1: $q = 2 \Rightarrow 8a \leq 70 \Rightarrow a \leq 8$. Khi đó có 8 bộ số thỏa mãn.

TH2: $q = 3 \Rightarrow 27a \leq 70 \Rightarrow a \leq 2$. Khi đó có 2 bộ số thỏa mãn.

TH3: $q = 4 \Rightarrow 64a \leq 70 \Rightarrow a \leq 1$. Khi đó có 1 bộ số thỏa mãn.

Vậy $n(A) = 11 \Rightarrow P(A) = \frac{11}{916895}$.

Do đó $10^5 \cdot \frac{11}{916895} \approx 1,199... \approx 1$.

MÃ 122 VÀ MÃ 124

- Câu 1.** Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1022x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận ông A thu được khi sản xuất và bán được x sản phẩm

$$L(x) = f(x) - x.C(x) = x^3 - 1023x^2 + 127500x + 5000$$

Suy ra: $L'(x) = 3x^2 - 2046x + 127500$

$$\Rightarrow L'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 69,4 \vee x \approx 612,6$$

Do $0 \leq x \leq 150$ nên $MaxL(x) = 4260506$ (nghìn đồng) khi $x = 69$.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 5400 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}(2; -2; 1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?

Lời giải

Gọi điểm $B(550; y; z)$, khi đó $\overrightarrow{AB} = (540; y - 3; z)$

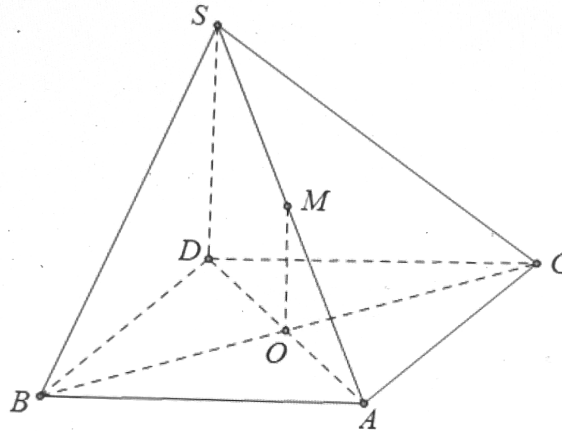
$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = k\vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 270\vec{u} \Rightarrow AB = 270 \cdot |\vec{u}| = 810 \text{ m}$$

Do đó vận tốc của cabin là $v = \frac{AB}{3} = 270$ (mét/phút)

Suy ra thời gian để cabin đi từ A đến D là: $\frac{5400}{270} = 20$ (phút) = 1200 (giây).

- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\sin[A, SB, C]$ làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải



Dựng hình vuông $ABDC$ tâm O . Gọi M là trung điểm của cạnh SA .

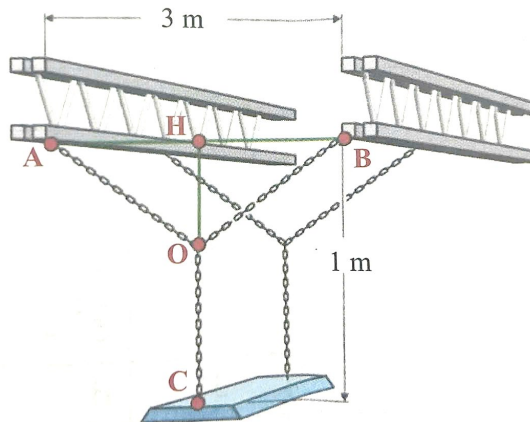
Suy ra: $MS = MA = MB = MC$

Do đó $MO \perp (ABCD) \Rightarrow SD \perp (ABCD)$.

$$\text{Mà bài cho } d(B, (SAC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(D, (SAC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SD = a\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin[A, SB, C] &= \sin(\widehat{(SAB), (SBC)}) = \frac{d(A, (SBC))}{d(A, SB)} = \frac{d(D, (SBC))}{AB} \\ &= \frac{\sqrt{21}}{7} \approx 0,65 \end{aligned}$$

- Câu 4.** Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m . Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m . Khi tổng độ dài của tất cả các đoạn dây xích là nhỏ nhất hãy tính độ dài của đoạn dây xích OC (làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

$$\text{Đặt } OH = x \text{ (} 0 \leq x \leq 1 \text{)} \text{ thì } OA = OB = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}$$

$$OC = 1 - x.$$

Tổng chiều dài của các đoạn dây xích là

$$L(x) = 2(OA + OB + OC) = 2\left(2\sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} + 1 - x\right)$$

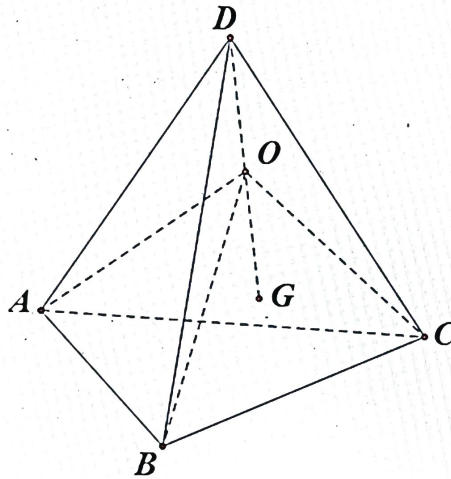
$$\text{Suy ra: } L'(x) = 2\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}} - 1\right) \Rightarrow L'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Do đó chiều dài tối thiểu của các đoạn dây xích là } L\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + 3\sqrt{3}$$

$$\text{Khi } x = HO = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OC = 1 - OH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,13 \text{ m.}$$

Câu 5. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;4;0), B(0;4;6), C(2;0;6), D(-2;-4;-6)$ và vị trí điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2 + c^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải



Lưu ý: Cho tứ diện $ABCD$ và I là điểm thỏa mãn $\widehat{AIB} = \widehat{CID}$, $\widehat{AIC} = \widehat{BID}$ và $\widehat{AID} = \widehat{BIC}$ thì với mọi điểm M nằm trong không gian ta có:

$$MA + MB + MC + MD \geq IA + IB + IC + ID$$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv I$.

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện gần đều $OA = BC$, $OB = AC$, $OC = AB$.

Gọi $G(1;2;3)$ là trọng tâm của tứ diện $OABC$, dễ thấy $\overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{GO}$,

Khi đó ta có được $\widehat{AGB} = \widehat{CGD}$, $\widehat{AGC} = \widehat{BGD}$ và $\widehat{AGD} = \widehat{BGC}$.

Suy ra: $MA + MB + MC + MD \geq GA + GB + GC + GD$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv G \Rightarrow M(1;2;3) \Rightarrow a^2 - b^2 + c^2 = 6$

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên là $\frac{a}{b}$ (trong đó a, b là các số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau). Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\frac{10^5 a}{b}$.

Lời giải

Xét phép thử “Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên”. Khi đó $n(\Omega) = C_{70}^4 = 916895$.

Xét biến cố A : “Bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên”.

Ta gọi bốn số đó lần lượt là a, aq, aq^2, aq^3 .

Theo giả thiết $aq^3 \leq 70 \Rightarrow q^3 \leq 70 \Rightarrow q \leq 4$.

Vì bốn số khác nhau và đều dương nên ta có $0 < q \neq 1 \Rightarrow q \in \{2; 3; 4\}$.

TH1: $q = 2 \Rightarrow 8a \leq 70 \Rightarrow a \leq 8$. Khi đó có 8 bộ số thỏa mãn.

TH2: $q = 3 \Rightarrow 27a \leq 70 \Rightarrow a \leq 2$. Khi đó có 2 bộ số thỏa mãn.

TH3: $q = 4 \Rightarrow 64a \leq 70 \Rightarrow a \leq 1$. Khi đó có 1 bộ số thỏa mãn.

Vậy $n(A) = 11 \Rightarrow P(A) = \frac{11}{916895}$.

Do đó $10^5 \cdot \frac{11}{916895} \approx 1,199... \approx 1$.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**
<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>