

## ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn: TOÁN, Lớp 12

Đề kiểm tra có 04 trang

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề: 0110

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x} \geq 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  là

- A.
- $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$
- . B.
- $\frac{3^x}{\ln 3} + C$
- . C.
- $3^x \cdot \ln 3 + C$
- . D.
- $3^x + C$
- .

Câu 3. Nếu  $\int_0^2 f(x) dx = 3$  thì  $\int_0^2 [f(x) + 2] dx$  bằng

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 10.

Câu 4. Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 0; 1)$  là

- A.
- $2x + z - 5 = 0$
- . B.
- $2x + y = 0$
- . C.
- $x - 2y + 3z - 5 = 0$
- . D.
- $2y + z + 1 = 0$
- .

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x - 1 - \frac{2}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

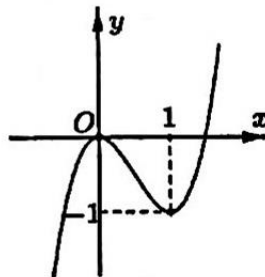
- A.
- $y = x - 1$
- . B.
- $y = -x - 1$
- . C.
- $y = x + 1$
- . D.
- $y = -x + 1$
- .

Câu 6. Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang trại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bằng

- A. 8,52 kg. B. 8,72 kg. C. 9,12 kg. D. 8,82 kg.

Câu 7. Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.
- $(1; +\infty)$
- . B.
- $(-\infty; +\infty)$
- . C.
- $(-\infty; 0)$
- . D.
- $(0; 1)$
- .

Câu 8. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(2;4;1)$ . Trọng tâm của tam giác  $OAB$  có tọa độ là

- A.  $(-1;-2;0)$ .      B.  $(1;3;0)$ .      C.  $(1;2;0)$ .      D.  $(3;6;0)$ .

Câu 9. Bảng thống kê dưới đây cho biết thu nhập bình quân đầu người/tháng của người dân Hà Nội (tính theo triệu đồng) trong giai đoạn từ năm 2018 đến năm 2024:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Thu nhập (triệu đồng/ tháng)	5,901	6,403	6,203	6,002	6,423	6,869	7,546

Mẫu số liệu thống kê trên có khoảng biến thiên bằng bao nhiêu (tính theo triệu đồng)?

- A. 1,645.      B. 2,660.      C. 0,867.      D. 2,290.

Câu 10. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_3 = 8$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A.  $-16$ .      B.  $10$ .      C.  $6$ .      D.  $-4$ .

Câu 11. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ . Gọi các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $SC$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AB$  bằng

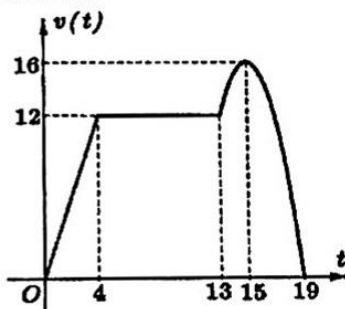
- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

Câu 12. Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = AC = 1$ ,  $AA' = 2$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $2$ .      D.  $1$ .

**PHẦN II.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc  $v(t)$  (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian  $t$  (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.

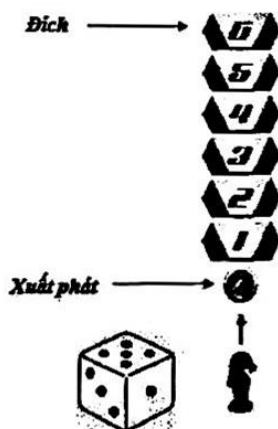


- a) Tại thời điểm  $t = 19$  giây, vận tốc của chất điểm bằng 16 m/s.  
 b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 24 m.  
 c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của  $v(t)$  là một phần của đường parabol. Khi đó  $v(t) = -t^2 + 30t - 209$  (m/s).  
 d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 204 m.

Câu 2. Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} - 2x$ .

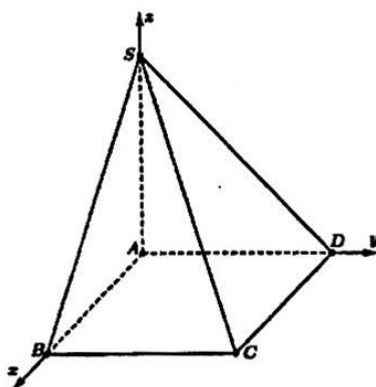
- a) Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2e^{2x} - 2$ .  
 c) Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là  $S = (0; +\infty)$ .  
 d) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

**Câu 3.** Trong một trò chơi, con ngựa của bạn Toàn đang đứng ở vị trí xuất phát (như hình vẽ). Luật chơi như sau: Để di chuyển con ngựa, bạn Toàn cần gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất. Ở mỗi lượt chơi, bạn có tối đa ba lần gieo. Ở lần gieo thứ nhất, con ngựa di chuyển đến ô có số thứ tự bằng số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc. Từ những lần gieo sau, nếu tổng của số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc và số tương ứng ghi ở ô con ngựa đang đứng lớn hơn 6 thì con ngựa sẽ đứng yên, còn nếu tổng này nhỏ hơn hoặc bằng 6 thì con ngựa được di chuyển số ô bằng số chấm gieo được. Con ngựa này gọi là về đích nếu nó đến được ô số 6.



- Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất bằng  $\frac{1}{6}$ .
- Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai bằng  $\frac{5}{36}$ .
- Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển bằng  $\frac{5}{108}$ .
- Xác suất để con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo bằng  $\frac{19}{54}$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB=1$ ,  $AD=2$  và  $SA=3$ . Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  trùng  $A$ , các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt trùng với các tia  $AB, AD, AS$  (như hình vẽ).



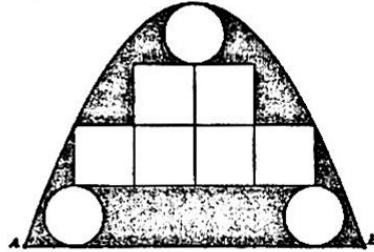
- Tọa độ điểm  $C$  là  $(1; 2; 0)$ .
- $[\overline{SC}, \overline{BD}] = (6; -3; 4)$ .
- Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $SC$  và song song với đường thẳng  $BD$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $6x + 3y + 4z - 12 = 0$ .
- Khoảng cách giữa đường thẳng  $BD$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{6}{61}$ .

**PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , đơn vị đo lấy theo kilômét, tại cùng một thời điểm theo dõi ban đầu: máy bay thứ nhất ở tọa độ  $A(0;35;10)$ , bay theo hướng vectơ  $\vec{v}_1 = (3;4;0)$  với tốc độ không đổi 900 (km/h) và máy bay thứ hai ở tọa độ  $B(31;10;11)$ , bay theo hướng  $\vec{v}_2 = (5;12;0)$  với tốc độ không đổi 910 (km/h). Biết rằng khoảng cách an toàn tối thiểu giữa hai máy bay là 5 hải lý (khoảng 9,3 km). Nếu hai máy bay tiếp tục duy trì hướng và tốc độ bay như trên thì sau ít nhất bao nhiêu phút (kể từ thời điểm theo dõi ban đầu), hai máy bay vi phạm khoảng cách an toàn (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Câu 2.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB = 1, BC = \sqrt{2}$  và  $[S, BC, A] = 45^\circ$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng bao nhiêu độ?

**Câu 3.** Một cửa vòm có dạng hình parabol được lắp các tấm kính hình tròn đường kính 1 m và các tấm kính hình vuông có cạnh 1 m như hình vẽ. Phần còn lại của cửa được sơn màu trang trí với mức giá 1,2 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Chi phí sơn màu là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{x+1}$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

**Câu 5.** Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

**Câu 6.** Anh Thắng có 500 triệu đồng và đã vay thêm ngân hàng 400 triệu đồng với lãi suất 8%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh Thắng đã dùng toàn bộ 900 triệu đồng này để mua một mảnh đất với giá 20 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Sau đúng 2 năm, anh bán mảnh đất đó với giá 29 triệu đồng/m<sup>2</sup> và dùng số tiền thu được trả hết nợ cho ngân hàng. Sau khi trả nợ xong, anh được lãi bao nhiêu triệu đồng so với tiền vốn anh có ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

----- HẾT -----

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Đề kiểm tra có 04 trang

NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn: TOÁN, Lớp 12

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:.....

**Mã đề: 0101**

**PHẦN I.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} \geq 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 1.

**Câu 2.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(2;4;1)$ . Trọng tâm của tam giác OAB có tọa độ là

- A.  $(-1;-2;0)$ .                      B.  $(1;2;0)$ .                      C.  $(3;6;0)$ .                      D.  $(1;3;0)$ .

**Câu 3.** Bảng thống kê dưới đây cho biết thu nhập bình quân đầu người/tháng của người dân Hà Nội (tính theo triệu đồng) trong giai đoạn từ năm 2018 đến năm 2024:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Thu nhập (triệu đồng /tháng)	5,901	6,403	6,203	6,002	6,423	6,896	7,546

Mẫu số liệu thống kê trên có khoảng biến thiên bằng bao nhiêu (tính theo triệu đồng)?

- A. 2,290.                      B. 2,660.                      C. 0,867.                      D. 1,645.

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1;-2;3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2;0;1)$  là

- A.  $2x + y = 0$ .                      B.  $2y + z + 1 = 0$ .                      C.  $x - 2y + 3z - 5 = 0$ .                      D.  $2x + z - 5 = 0$ .

**Câu 5.** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Gọi các điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Khi đó góc giữa hai đường thẳng MN và AB bằng

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 6.** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 3$  thì  $\int_0^2 [f(x) + 2]dx$  bằng

- A. 10.                      B. 7.                      C. 6.                      D. 5.

**Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x - 1 - \frac{2}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = -x + 1$ .                      B.  $y = -x - 1$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$ .

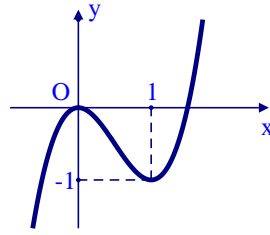
**Câu 8.** Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang trại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng(kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bằng

- A. 8,72 kg.                      B. 9,12 kg.                      C. 8,82 kg.                      D. 8,52 kg.

**Câu 9.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0;1)$ .                      B.  $(-\infty;0)$ .                      C.  $(1;+\infty)$ .                      D.  $(-\infty;+\infty)$ .

**Câu 10.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = AC = 1$ ,  $AA' = 2$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      C. 1.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 11.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_3 = 8$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

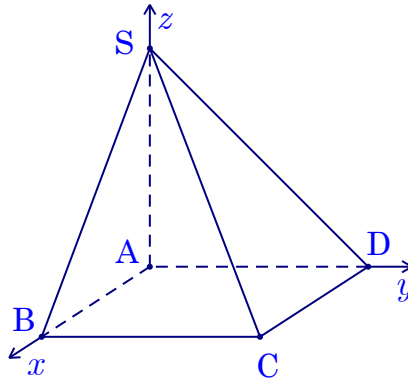
- A. 10.                      B. -4.                      C. -16.                      D. 6.

**Câu 12.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  là

- A.  $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .                      B.  $3^x + C$ .                      C.  $\frac{3^x}{\ln 3} + C$ .                      D.  $3^x \cdot \ln 3 + C$

**PHẦN II.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB = 1$ ,  $AD = 2$  và  $SA = 3$ . Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  trùng  $A$ , các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt trùng với các tia  $AB$ ,  $AD$ ,  $AS$  (như hình vẽ).



a) Tọa độ điểm  $C$  là  $(1;2;0)$ .

b)  $[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}] = (6; -3; 4)$ .

c) Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $SC$  và song song với đường thẳng  $BD$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $6x + 3y + 4z - 12 = 0$ .

d) Khoảng cách giữa đường thẳng  $BD$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{6}{61}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} - 2x$ .

a) Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

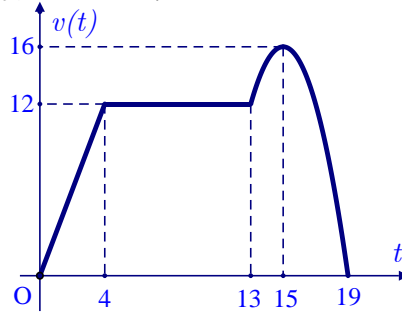
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2e^{2x} - 2$ .

c) Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là  $S = (0; +\infty)$ .

d) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

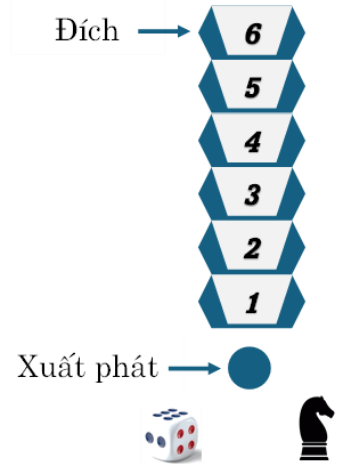


**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc  $v(t)$  (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian  $t$  (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.



- a) Tại thời điểm  $t = 19$  giây, vận tốc của chất điểm bằng 16m/s.
- b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 24m.
- c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của  $v(t)$  là một phần của đường parabol. Khi đó  $v(t) = -t^2 + 30t - 209$  (m/s).
- d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 204 m.

**Câu 4.** Trong một trò chơi, con ngựa của bạn Toàn đang đứng ở vị trí xuất phát (như hình vẽ). Luật chơi như sau: Để di chuyển con ngựa, bạn Toàn cần gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất. Ở mỗi lượt chơi, bạn có tối đa ba lần gieo. Ở lần gieo thứ nhất, con ngựa di chuyển đến ô có số thứ tự bằng số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc. Từ những lần gieo sau, nếu tổng của số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc và số tương ứng ghi ở ô con ngựa đang đứng lớn hơn 6 thì con ngựa sẽ đứng yên, còn nếu tổng này nhỏ hơn hoặc bằng 6 thì con ngựa được di chuyển số ô bằng số chấm gieo được. Con ngựa này gọi là về đích nếu nó đến được ô số 6.

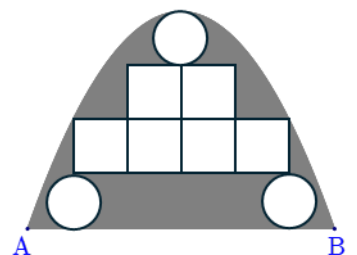


- a) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất bằng  $\frac{1}{6}$ .
- b) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai bằng  $\frac{5}{36}$ .
- c) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển bằng  $\frac{5}{108}$ .
- d) Xác suất để con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo bằng  $\frac{19}{54}$ .

**PHẦN III.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Anh Thắng có 500 triệu đồng và đã vay thêm ngân hàng 400 triệu đồng với lãi suất 8%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh Thắng đã dùng toàn bộ 900 triệu đồng này để mua một mảnh đất với giá 20 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Sau đúng 2 năm, anh bán mảnh đất đó với giá 29 triệu đồng/m<sup>2</sup> và dùng số tiền thu được trả hết nợ cho ngân hàng. Sau khi trả nợ xong, anh được lãi bao nhiêu triệu đồng so với tiền vốn anh có ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 2.** Một cửa vòm có dạng hình parabol được lắp các tấm kính hình tròn đường kính 1m và các tấm kính hình vuông có cạnh 1m như hình vẽ. Phần còn lại của cửa được sơn màu trang trí với mức giá 1,2 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Chi phí sơn màu là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



**Câu 3.** Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (*bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho*)?

**Câu 4.** Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB = 1, BC = \sqrt{2}$  và  $[S, BC, A] = 45^\circ$ . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu độ?

**Câu 5.** Trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đơn vị đo lấy theo kilômét, tại cùng một thời điểm theo dõi ban đầu: máy bay thứ nhất ở tọa độ  $A(0;35;10)$ , bay theo hướng vectơ  $\vec{v}_1 = (3;4;0)$  với tốc độ không đổi 900(km/h) và máy bay thứ hai ở tọa độ  $B(31;10;11)$ , bay theo hướng  $\vec{v}_2 = (5;12;0)$  với tốc độ không đổi 910 (km/h). Biết rằng khoảng cách an toàn tối thiểu giữa hai máy bay là 5 hải lý (khoảng 9,3 km). Nếu hai máy bay tiếp tục duy trì hướng và tốc độ bay như trên thì sau ít nhất bao nhiêu phút (kể từ thời điểm theo dõi ban đầu), hai máy bay vi phạm khoảng cách an toàn (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{x+1}$  có hai điểm cực trị A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)?

---HẾT---

- Học sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.



Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề: **0101**

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**PHẦN I.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} \geq 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A.** 2.                              **B.** 3.                              **C.** 4.                              **D.** 1.

Giải:

$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$ . Bất phương trình có 4 nghiệm nguyên  $\{0; 1; 2; 3\}$ , chọn C

**Câu 2.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(1; 2; -1)$  và  $B(2; 4; 1)$ . Trọng tâm của tam giác OAB có tọa độ là

- A.**  $(-1; -2; 0)$ .              **B.**  $(1; 2; 0)$ .              **C.**  $(3; 6; 0)$ .              **D.**  $(1; 3; 0)$ .

Giải:

$G\left(\frac{0+1+2}{3}; \frac{0+2+4}{3}; \frac{0-1+1}{3}\right) \Rightarrow G(1; 2; 0)$ , chọn B

**Câu 3.** Bảng thống kê dưới đây cho biết thu nhập bình quân đầu người/tháng của người dân Hà Nội (tính theo triệu đồng) trong giai đoạn từ năm 2018 đến năm 2024:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Thu nhập (triệu đồng /tháng)	5,901	6,403	6,203	6,002	6,423	6,896	7,546

Mẫu số liệu thống kê trên có khoảng biến thiên bằng bao nhiêu (tính theo triệu đồng)?

- A.** 2,290.                              **B.** 2,660.                              **C.** 0,867.                              **D.** 1,645.

Giải:

Mẫu số liệu thống kê trên có khoảng biến thiên bằng  $7,546 - 5,901 = 1,645$ . Chọn D

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 0; 1)$  là

- A.**  $2x + y = 0$ .              **B.**  $2y + z + 1 = 0$ .              **C.**  $x - 2y + 3z - 5 = 0$ .              **D.**  $2x + z - 5 = 0$ .

Giải:

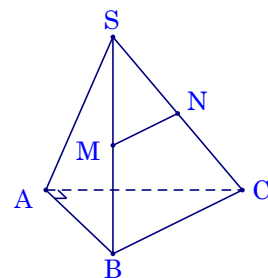
Phương trình mặt phẳng là:  $2(x - 1) + z - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x + z - 5 = 0$ , chọn D

**Câu 5.** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A.

Gọi các điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Khi đó góc giữa hai đường thẳng MN và AB bằng

- A.**  $90^\circ$ .                              **B.**  $45^\circ$ .  
**C.**  $60^\circ$ .                              **D.**  $30^\circ$ .

Giải: Do  $MN \parallel BC$  nên góc  $(MN, AB) = (BC, AB) = 45^\circ$ , vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A. Chọn B



**Câu 6.** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 3$  thì  $\int_0^2 [f(x) + 2]dx$  bằng

- A.** 10.                                **B.** 7.                                **C.** 6.                                **D.** 5.

Giải:

$$\int_0^2 [f(x) + 2]dx = 3 + 2x \Big|_0^2 = 3 + 4 = 7, \text{ chọn B}$$

**Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x - 1 - \frac{2}{x + 1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.**  $y = -x + 1$ .                    **B.**  $y = -x - 1$ .                    **C.**  $y = x - 1$ .                    **D.**  $y = x + 1$ .

Giải:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (x - 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{2}{x + 1} \right) = 0 \text{ nên tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng}$$

$y = x - 1$ , chọn C

**Câu 8.** Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang trại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng(kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bằng

- A.** 8,72 kg.                                **B.** 9,12 kg.                                **C.** 8,82 kg.                                **D.** 8,52 kg.

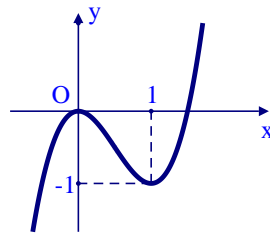
Giải:

Cân nặng(kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên là

$$\bar{x} = \frac{5.6 + 7.12 + 9.19 + 11.9 + 13.4}{50} = 8,72, \text{ chọn A}$$

**Câu 9.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** (0;1).                                **B.**  $(-\infty;0)$ .                                **C.** (1;  $+\infty$ ).                                **D.**  $(-\infty; +\infty)$ .

Giải:

Quan sát thấy đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng (0;1) nên hàm số nghịch biến trên khoảng (0;1), chọn A

**Câu 10.** Cho khối lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A,  $AB = AC = 1$ ,  $AA' = 2$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.**  $\frac{2}{3}$ .                                **B.** 2.                                **C.** 1.                                **D.**  $\frac{1}{3}$ .

Giải:

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2}, \text{ chiều cao } AA' = 2. \text{ Thể tích khối lăng trụ bằng } \frac{1}{2}.2 = 1, \text{ chọn C}$$

**Câu 11.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_3 = 8$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A.** 10.                      **B.** -4.                      **C.** -16.                      **D.** 6.

Giải:

$$u_2 = \frac{u_3}{q} = \frac{8}{-2} = -4, \text{ chọn B}$$

**Câu 12.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  là

- A.**  $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .                      **B.**  $3^x + C$ .                      **C.**  $\frac{3^x}{\ln 3} + C$ .                      **D.**  $3^x \cdot \ln 3 + C$

Giải:

$$\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C, \text{ chọn C}$$

**PHẦN II.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB = 1, AD = 2$  và  $SA = 3$ . Xét hệ trục tọa độ Oxyz với O trùng A, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS (như hình vẽ).

**a)** Tọa độ điểm C là  $(1; 2; 0)$ .

**b)**  $[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}] = (6; -3; 4)$ .

**c)** Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng SC và song song với đường thẳng BD. Phương trình mặt phẳng (P) là  $6x + 3y + 4z - 12 = 0$ .

**d)** Khoảng cách giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (P) bằng  $\frac{6}{61}$ .

Giải:

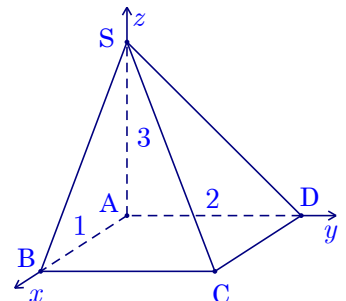
**Đ S Đ S**

**(a)** Tọa độ điểm C là  $(1; 2; 0)$ . Đúng

**(b)**  $S(0; 0; 3), B(1; 0; 0); D(0; 2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{SC}(1; 2; -3), \overrightarrow{BD}(-1; 2; 0)$   
 $\Rightarrow [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}] = (6; 3; 4)$ . Sai

**(c)** (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng SC và song song với đường thẳng BD nên  $vtpt \vec{n}_P = (6; 3; 4)$ . (P) qua  $S(0; 0; 3)$ , suy ra phương trình (P):  $6x + 3y + 4z - 12 = 0$ . Đúng

**(d)** Khoảng cách  $d(BD, (P)) = d(B; (P)) = \frac{|6 + 0 + 0 - 12|}{\sqrt{36 + 9 + 16}} = \frac{6}{\sqrt{61}}$ . Sai



**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} - 2x$ .

**a)** Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2e^{2x} - 2$ .

**c)** Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là  $S = (0; +\infty)$ .

**d)** Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

Giải:

**Đ Đ Đ S**

**(a)** Hàm số  $f(x) = e^{2x} - 2x$  xác định  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Đúng

**(b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = (e^{2x} - 2x)' = 2e^{2x} - 2$ . Đúng

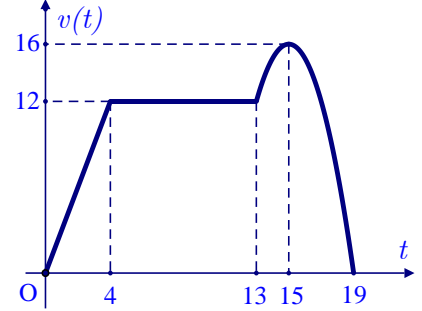
(c)  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2.e^{2x} - 2 > 0 \Leftrightarrow e^{2x} > 1 \Leftrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ , vật tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (0; +\infty)$ . Đúng

(d) Ta có BBT

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng  $f(0) = 1$ . Sai.

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc  $v(t)$  (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian  $t$  (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.



a) Tại thời điểm  $t = 19$  giây, vận tốc của chất điểm bằng 16m/s.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 24m.

c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của  $v(t)$  là một phần của đường parabol. Khi đó  $v(t) = -t^2 + 30t - 209$  (m/s).

d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 204 m.

Giải:

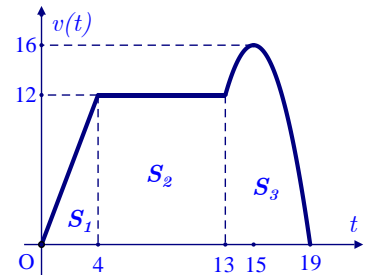
**S D D D**

(a) Quan sát đồ thị của hàm số vận tốc theo t, tại thời điểm  $t = 19$  giây, vận tốc của chất điểm bằng 0m/s. Sai

(b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng diện tích tam giác vuông  $S_1$ . Ta có  $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 = 24$ . Đúng

(c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của  $v(t)$  là một phần của đường parabol  $y = ax^2 + bx + c$ . Parabol qua các điểm  $(13; 12), (15; 16), (19; 0)$ , ta có hệ phương trình

$$\text{ấn } a, b, c: \begin{cases} 169a + 13b + c = 12 \\ 225a + 15b + c = 16 \\ 361a + 19b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 30 \\ c = -209 \end{cases} \text{ Vậy } v(t) = -t^2 + 30t - 209$$

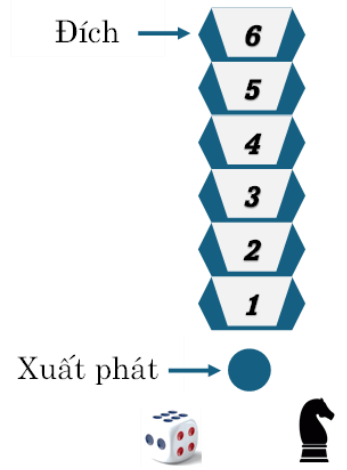


(m/s). Đúng

(d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng

$$S_1 + S_2 + S_3 = 24 + (13 - 4) \cdot 12 + \int_{13}^{19} (-t^2 + 30t - 209) dt = 204 \text{ (m)}. \text{ Đúng}$$

**Câu 4.** Trong một trò chơi, con ngựa của bạn Toàn đang đứng ở vị trí xuất phát (như hình vẽ). Luật chơi như sau: Để di chuyển con ngựa, bạn Toàn cần gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất. Ở mỗi lượt chơi, bạn có tối đa ba lần gieo. Ở lần gieo thứ nhất, con ngựa di chuyển đến ô có số thứ tự bằng số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc. Từ những lần gieo sau, nếu tổng của số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc và số tương ứng ghi ở ô con ngựa đang đứng lớn hơn 6 thì con ngựa sẽ đứng yên, còn nếu tổng này nhỏ hơn hoặc bằng 6 thì con ngựa được di chuyển số ô bằng số chấm gieo được. Con ngựa này gọi là về đích nếu nó đến được ô số 6.



- a) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất bằng  $\frac{1}{6}$ .
- b) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai bằng  $\frac{5}{36}$ .
- c) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển bằng  $\frac{5}{108}$ .
- d) Xác suất để con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo bằng  $\frac{19}{54}$ .

Giải:

**Đ D D S**

*Nhận xét đề bài cần nói rõ phép thử **gồm 3 lần gieo xúc xắc liên tiếp**.*

**Theo quan điểm**, phép thử ở đây là một lượt chơi gồm 3 lần gieo xúc xắc (**kể cả khi lần 1, lần 2 con cá ngựa đã về đích**)

Khi đó số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$

**(a)** Gọi A là biến cố con cá ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất (lần một 6 chấm, lần 2,3 tùy ý), khi đó  $n(A) = 1.6.6 = 36$ , do đó  $P(A) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$ . Đúng

**(b)** Gọi B là biến cố con cá ngựa về đích ở lần gieo thứ hai (tổng lần 1 và 2 bằng 6, lần 3 tùy ý), khi đó  $n(B) = 5.1.6 = 30$ , do đó  $P(B) = \frac{30}{216} = \frac{5}{36}$ . Đúng

**(c)** Gọi C là biến cố con cá ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con cá ngựa đều được di chuyển, tức là tổng số chấm 3 lần gieo bằng 6, ta có

$$C = \{123, 132, 213, 231, 312, 321, 222, 114, 141, 411\} \text{ Suy ra } n(C) = 10, \text{ do đó } P(C) = \frac{10}{216} = \frac{5}{108}. \text{ Đúng}$$

**(d)** Gọi D là biến cố con cá ngựa về đích nhiều nhất 3 lần gieo,

TH1. Về đích lần 1, có 36 khả năng

TH2. Về đích lần 2 có 30 khả năng

TH3. Về đích lần 3

TH3.1. Tổng 3 lần gieo bằng 6 có 10 khả năng:

TH3.2. Lần 1 số chấm nhỏ hơn 6, tổng số chấm lần 1 và 2 lớn hơn 6, tổng số chấm lần 1 và 3 bằng 6 có 15 khả năng :165;254;264;343;353;363;432;442;452;462;521;531;541;551;561.

Suy ra TH3 có 25 khả năng

Do đó  $n(D) = 36 + 30 + 25 = 91$

Suy ra  $P(D) = \frac{91}{216}$ . Sai

**PHẦN III.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Anh Thắng có 500 triệu đồng và đã vay thêm ngân hàng 400 triệu đồng với lãi suất 8%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh Thắng đã dùng toàn bộ 900 triệu đồng này để mua một mảnh đất với giá 20 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Sau đúng 2 năm, anh bán mảnh đất đó với giá 29 triệu đồng/m<sup>2</sup> và dùng số tiền thu được trả hết nợ cho ngân hàng. Sau khi trả nợ xong, anh được lãi bao nhiêu triệu đồng so với tiền vốn anh có ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Giải:

**ĐS: 338**

Anh Thắng vay ngân hàng 400 triệu lãi kép 8%/năm. Sau 2 năm tổng nợ của anh Thắng bằng

$$400 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 = 466,56 \text{ triệu}$$

Diện tích mảnh đất là  $900 : 20 = 45m^2$

Số tiền bán đất thu về là:  $45 \cdot 29 = 1305$  triệu. Số tiền lãi so với vốn ban đầu là:

$1305 - (500 + 466,56) = 338,44$  triệu. Làm tròn đến hàng đơn vị triệu đồng là 338.

**Câu 2.** Một cửa vòm có dạng hình parabol được lắp các tấm kính hình tròn đường kính 1m và các tấm kính hình vuông có cạnh 1m như hình vẽ. Phần còn lại của cửa được sơn màu trang trí với mức giá 1,2 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Chi phí sơn màu là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Giải:

**ĐS: 8,1**

Gắn hệ trục tọa độ như hình bên, đơn vị trên mỗi trục là 1 m.

Phương trình Parabol có dạng  $y = ax^2 + c$ . Do Parabol qua các điểm (0; 4) và (2; 2) nên ta được

$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ c = 4 \end{cases} \text{ Suy ra Parabol: } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4.$$

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm A, B có hoành độ là nghiệm của phương trình

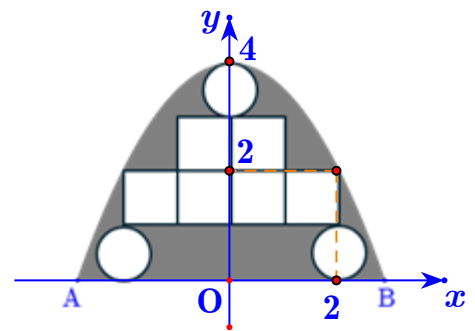
$$-\frac{1}{2}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2} \end{cases} \text{ Khi đó hoành độ của A và B lần lượt là } -2\sqrt{2} \text{ và } 2\sqrt{2}$$

$$\text{Diện tích cả cánh cửa là } S = \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) dx.$$

$$\text{Diện tích các tấm kính bằng: } 6 + 3\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

$$\text{Diện tích phần còn lại là: } \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) dx - \left[6 + 3\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2\right].$$

$$\text{Giá tiền sơn là } \left\{ \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) dx - \left[6 + 3\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] \right\} \cdot 1,2 \approx 8,1 \text{ triệu}$$



**Câu 3.** Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để



chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Giải:

**ĐS: 5**

Giả sử mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho  $x$  ngày,  $x \in \mathbb{N}^*, x \leq 10$ .

Khối lượng trái cây là  $25x$  (tạ)

Tiền phí vận chuyển là 25 triệu

Sau ngày 1, tiền bảo quản là  $0,08 \cdot (25(x-1)) = 2(x-1)$  triệu

Sau ngày 2, tiền bảo quản là  $0,08 \cdot (25(x-2)) = 2(x-2)$  triệu

...

Sau  $x-1$  ngày, tiền bảo quản là 2 triệu

Sau  $x$  ngày hết hàng.

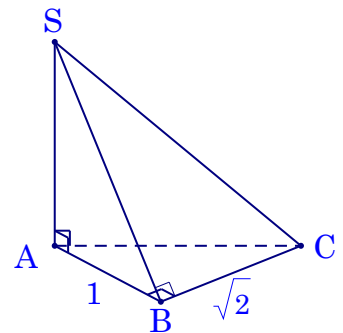
Tổng số tiền bảo quản và vận chuyển là

$$2((x-1) + (x-2) + \dots + 1) + 25 = 2 \cdot \frac{x(x-1)}{2} + 25 = \frac{2x^2 - 2x + 50}{2}$$

Chi phí trung bình cho mỗi ngày là  $\frac{2x^2 - 2x + 50}{2x} = \frac{x^2 - x + 25}{x}$

Bấm Menu 8,  $f(x) = \frac{x^2 - x + 25}{x}$ , star  $x = 1$ , end  $x = 10$ , step = 1, ta được  $x = 5$  thì chi phí trung bình nhỏ nhất.

**Câu 4.** Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $AB = 1, BC = \sqrt{2}$  và  $[S, BC, A] = 45^\circ$ . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu độ?



Giải:

**ĐS: 30**

Theo định lí 3 đường vuông góc ta có  $SB \perp BC$ .

$$[S, BC, A] = \angle SBA = 45^\circ \Rightarrow \Delta SAB \text{ vuông cân tại A} \Rightarrow SA = 1.$$

Thep Pitago  $AC = \sqrt{3}$

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) =  $\angle SCA$

$$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle SCA = 30^\circ$$

**Câu 5.** Trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đơn vị đo lấy theo kilômét, tại cùng một thời điểm theo dõi ban đầu: máy bay thứ nhất ở tọa độ  $A(0;35;10)$ , bay theo hướng vecto  $\vec{v}_1 = (3;4;0)$  với tốc độ không đổi 900(km/h) và máy bay thứ hai ở tọa độ  $B(31;10;11)$ , bay theo hướng  $\vec{v}_2 = (5;12;0)$  với tốc độ không đổi 910 (km/h). Biết rằng khoảng cách an toàn tối thiểu giữa hai máy bay là 5 hải lý (khoảng 9,3 km). Nếu hai máy bay tiếp tục duy trì hướng và tốc độ bay như trên thì sau ít nhất bao nhiêu phút (kể từ thời điểm theo dõi ban đầu), hai máy bay vi phạm khoảng cách an toàn (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Giải:

**ĐS: 8,42**

$$\text{Đổi } 900\text{km} / \text{h} = 15\text{km} / \text{phút} . 910\text{km} / \text{h} = \frac{91}{6}\text{km} / \text{phút}$$

Véc tơ vận tốc máy bay thứ nhất là  $\vec{u}_1 = m\vec{v}_1$ , với

$$m > 0, |\vec{u}_1| = m|\vec{v}_1| = 15 \Rightarrow m \cdot \sqrt{9 + 16 + 0} = 15 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow \vec{u}_1 = (9; 12; 0)$$

Véc tơ vận tốc máy bay thứ hai là  $\vec{u}_2 = n\vec{v}_2$ , với

$$n > 0, |\vec{u}_2| = n|\vec{v}_2| = \frac{91}{6} \Rightarrow n \cdot \sqrt{25 + 144 + 0} = \frac{91}{6} \Rightarrow n = \frac{7}{6} \Rightarrow \vec{u}_2 = \left(\frac{35}{6}; 14; 0\right)$$

Sau t phút duy trì hướng bay, máy bay thứ nhất bay đến vị trí M thỏa mãn

$$\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}_1 = (9t; 12t; 0), t > 0 \Rightarrow M(9t; 12t + 35; 10)$$

Máy bay thứ hai bay đến vị trí N thỏa mãn

$$\overrightarrow{BN} = t \cdot \vec{u}_2 = \left(\frac{35}{6}t; 14t; 0\right), t > 0 \Rightarrow N\left(\frac{35}{6}t + 31; 14t + 10; 11\right)$$

$$\text{Khoảng cách hai máy bay là } MN = \sqrt{\left(\frac{35}{6}t + 31 - 9t\right)^2 + (14t + 10 - 12t - 35)^2 + (11 - 10)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{19}{6}t - 31\right)^2 + (2t - 25)^2 + 1}$$

$$\text{Bấm phương trình } = \sqrt{\left(\frac{19}{6}t - 31\right)^2 + (2t - 25)^2 + 1} = 9,3, \text{ tìm nghiệm } t \text{ dương nhỏ nhất là } t \approx 8,42$$

(phút)

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{x+1}$  có hai điểm cực trị A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Giải:

**ĐS: 4,5**

$$y = \frac{x^2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}; y(0) = 0; y(-2) = -4, \text{ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số}$$

là (0; 0) và (-2; -4). Khoảng cách hai điểm cực trị là  $\sqrt{4 + 16} \approx 4,5$

---HẾT---

- Học sinh không được sử dụng tài liệu;

- Giám thị không giải thích gì thêm.