

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 2$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

- A. 14. B. 5. C. 6. D. 11.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

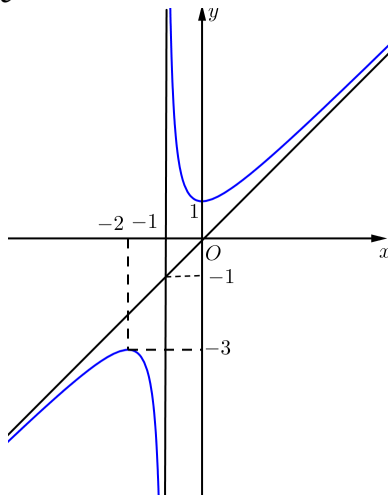
Câu 3. Nghiệm của phương trình $3^x = 12$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 9$. C. $x = \log_3 12$. D. $x = \log_{12} 3$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B . Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

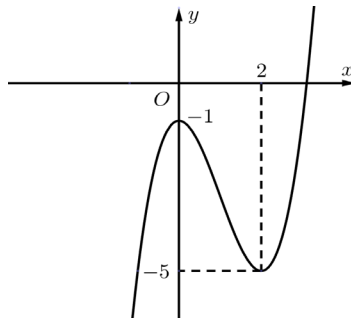
Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, ad \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = -x$. B. $y = x$. C. $y = x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(2; 4; -3)$. C. $(2; 3; 4)$. D. $(-2; 3; -4)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0), B(3; -2; 1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-5; 3; -1)$. B. $(5; -3; 1)$. C. $(1; -1; 1)$. D. $(-1; 1; -1)$.

Câu 9. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3}$ là

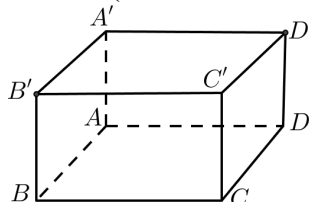
- A. $-\frac{3}{x^4} + C$. B. $-\frac{1}{x^2} + C$. C. $-\frac{1}{2x^2} + C$. D. $-\frac{1}{4x^4} + C$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Nếu

$\int_a^b f(x)dx = 3$ và $\int_a^c f(x)dx = 8$ thì tích phân $\int_c^b f(x)dx$ bằng

- A. 11. B. -5. C. 5. D. -11.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng

- A. 135° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 12. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo ba năm tuổi tại một nông trường được cho bởi bảng sau.

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 0,886. B. 0,115. C. 0,826. D. 0,286.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \ln x - \frac{x}{2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) $f(1) = -\frac{1}{2}$; $f(e) = -\frac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[1; e]$ là $x = 2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; e]$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$.

a) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}$.

c) Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \frac{m}{n} + m \ln n$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m + 2025n = 4057$.

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó

$G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tổng $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Câu 3. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hóa học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

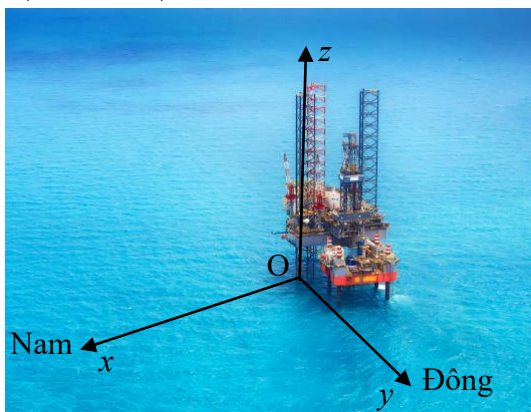
a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6 .

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hóa học là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hóa học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn lại ít nhất một cuốn là $\frac{115}{132}$.

Câu 4. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20; 15; 0)$.



a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.

b) Radar **không** phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A .

c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B .

d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí C cách O 15 km về phía nam. Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD . Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà tổng tất cả các chữ số của số đó bằng 7?

Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2006x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 4. Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng drone để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc drone làm nhiệm vụ chuyển hàng cứu trợ bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất bay đến điểm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chiếc thứ hai bay đến điểm cách điểm xuất phát 3 km về phía bắc và 2,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O đặt tại điểm xuất phát của hai drone, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng). Giả sử trong trường hợp khẩn cấp, cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu và các vật dụng cứu trợ cho hai drone sao cho tổng khoảng cách từ vị trí tiếp nhiên liệu đó tới hai drone nhỏ nhất. Vị trí cần tìm cách gốc tọa độ a km theo hướng bắc và b km theo hướng tây. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



Câu 5. Trong một trò chơi điện tử, hai bạn Tít và Mít thi xem ai chạy được quãng đường xa hơn. Tít chạy với vận tốc $v_T(t) = 5\sqrt{t}$ (km/h), quãng đường Mít chạy được cho bởi phương trình $s_M(t) = 5t - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi t)$ (km) (với t là thời gian tính theo giờ). Nếu cuộc đua kết thúc khi Tít hoặc Mít chạy được 10 km đầu tiên thì khoảng cách giữa hai bạn là bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm!

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

**ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
HỌC SINH LỚP 12 THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN**

Đáp án đề khảo sát có: 01 trang

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	D	B	C	B	B	D
Câu	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	C	B	A	D

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,73	84	284	1,7	0,57	0,18

-----HẾT-----

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 2$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng
A. 14. B. 5. C. 6. **D. 11.**

Lời giải

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.2 = 11$.

- Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là
A. $(-\infty; 1)$. **B. $(-1; 1)$.** C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 1)$.

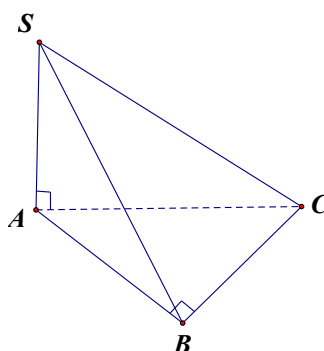
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình $3^x = 12$ là
A. $x = 4$. B. $x = 9$. **C. $x = \log_3 12$.** D. $x = \log_{12} 3$.

Lời giải

Ta có $3^x = 12 \Leftrightarrow x = \log_3 12$.

- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B . Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?
A. 2. **B. 4.** C. 3. D. 1.

Lời giải



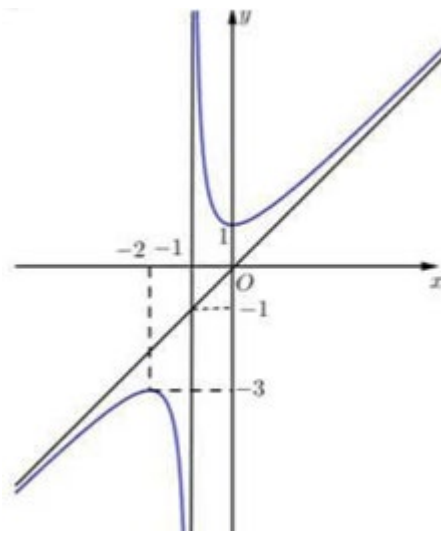
Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ nên tam giác SBC vuông tại B .

Tam giác SAB vuông tại A vì $SA \perp AB$.

Tam giác SAC vuông tại A vì $SA \perp AC$.

Vậy có 4 mặt là tam giác vuông.

- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, $ad \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = -x$.

B. $y = x$.

C. $y = x - 1$.

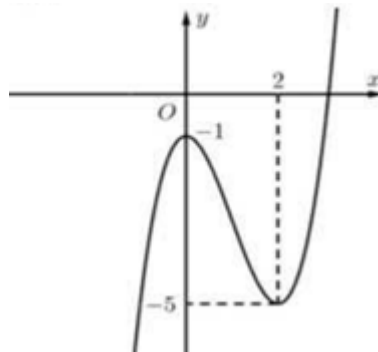
D. $y = x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận đi qua hai điểm có tọa độ là $(0;0)$, $(-1;-1)$.

Phương trình đường thẳng là $\frac{x-0}{-1-0} = \frac{y-0}{-1-0} \Leftrightarrow y = x$.

Câu 6. Cho đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(2; -3; 4)$.

B. $(2; 4; -3)$.

C. $(2; 3; 4)$.

D. $(-2; 3; -4)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow M(2; -3; 4)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0)$, $B(3; -2; 1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-5; 3; -1)$.

B. $(5; -3; 1)$.

C. $(1; -1; 1)$.

D. $(-1; 1; -1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (5; -3; 1)$.

Câu 9. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3}$ là

A. $-\frac{3}{x^4} + C$.

B. $-\frac{1}{x^2} + C$.

C. $-\frac{1}{2x^2} + C$.

D. $-\frac{1}{4x^4} + C$.

Lời giải

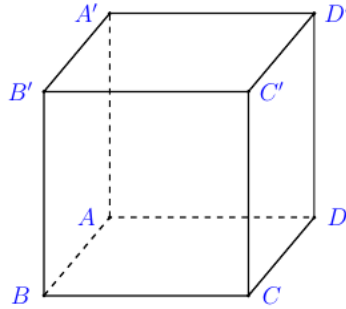
Ta có $\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{2x^2} + C$.

- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Nếu $\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_a^c f(x) dx = 8$ thì tích phân $\int_c^b f(x) dx$ bằng
- A. 11. **B. -5.** C. 5. D. -11.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx \Rightarrow \int_c^b f(x) dx = -5.$$

- Câu 11.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng

- A. 135° .** B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Lời giải

$$\text{Ta có } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD'}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD'}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CD'}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

- Câu 12.** Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo ba năm tuổi tại một nông trường được cho bởi bảng sau.

Chiều cao (m)	$[8, 4; 8, 6)$	$[8, 6; 8, 8)$	$[8, 8; 9, 0)$	$[9, 0; 9, 2)$	$[9, 2; 9, 4)$
Số cây	5	12	25	44	14

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 0,886. B. 0,115. C. 0,826. **D. 0,286.**

Lời giải

Ta có cỡ mẫu $n = 100$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [8, 8; 9, 0)$

$$\text{Nên } Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{25} \cdot (9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [9, 0; 9, 2)$

$$\text{Nên } Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 42}{44} \cdot (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 0,286$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = \ln x - \frac{x}{2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) $f(1) = -\frac{1}{2}; f(e) = -\frac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[1; e]$ là $x = 2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; e]$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

a) Đúng

ĐKXD: $x > 0$ nên TXĐ của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) Sai

$$f(x) = \ln x - \frac{x}{2} \text{ nên } f(1) = \ln 1 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}; f(e) = \ln e - \frac{e}{2} = 1 - \frac{e}{2}.$$

c) Đúng

$$f(x) = \ln x - \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2-x}{2x} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in (1; e).$$

d) Sai

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; e]$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Khi đó, $f(1) = -\frac{1}{2}; f(e) = 1 - \frac{e}{2}; f(2) = \ln 2 - 1$ nên GTLN của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; e]$ bằng $\ln 2 - 1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$.

a) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}$.

c) Biết $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \frac{m}{n} + m \ln n$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m + 2025n = 4057$.

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó, $G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Tổng $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Sai ; b) Đúng ; c) Đúng ; d) Sai.

a) Sai

$$\int f(x) dx = \int \left(x + 5 - \frac{7}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln |x| + C$$

b) Đúng

$$\text{Vì } f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x} = x + 5 - \frac{7}{x} \text{ nên } f'(x) = 1 + 0 + \frac{7}{x^2} = \frac{x^2 + 7}{x^2}.$$

$$\text{Vậy hàm số } f(x) \text{ là một nguyên hàm của hàm số } g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}.$$

c) Đúng

$$\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \int_{-2}^{-1} \left(x + 5 - \frac{7}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln |x| \right) \Big|_{-2}^{-1} = \frac{7}{2} + 7 \ln 2.$$

$$\text{Khi đó } m = 7, n = 2 \Rightarrow m + 2025n = 4057.$$

d) Sai

$$\int f(x) dx = \int \left(x + 5 - \frac{7}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln |x| + C.$$

$$\text{Suy ra } G(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C_1 & \text{khi } x > 0 \\ \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln(-x) + C_2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

$G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$ nên ta có

$$\begin{cases} \frac{1}{2} + 5 + C_1 = 4 \\ \frac{9}{2} + 15 - 7 \ln 3 + C_1 + \frac{81}{2} - 45 - 7 \ln 9 + C_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = -\frac{3}{2} \\ C_2 = \frac{13}{2} + 21 \ln 3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } G(-6) = \frac{36}{2} - 30 - 7 \ln 6 + C_2 = -7 \ln 2 + 14 \ln 3 - \frac{11}{2}.$$

$$\text{Tổng } a + b + c = -7 + 14 - \frac{11}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 3. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hoá học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6 .

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là

$$A_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6).$$

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\frac{115}{132}$.

Lời giải

a) đúng b) đúng c) sai d) đúng

a) Đúng

Vì có tất cả 12 cuốn sách nên mỗi cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là một chỉnh hợp chập 6 của 12, vì vậy có A_{12}^6 cách lấy. Suy ra khẳng định đúng.

b) Đúng

Lấy ra 6 cuốn sách mà chỉ có đúng hai trong ba loại thì có 3 trường hợp sau:

*) TH1. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Vật lí và Hoá học, trường hợp này có C_7^6 cách

*) TH2. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Toán và Hoá học, trường hợp này có C_8^6 cách

*) TH3. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Toán và Vật lí, trường hợp này có C_9^6 cách

Vậy số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

Suy ra khẳng định đúng.

c) Sai

Số cách lấy ra 6 cuốn sách bất kì từ 12 cuốn sách là C_{12}^6

Số cách lấy ra 6 cuốn sách để còn lại đúng 1 loại sách là 0

Số cách lấy ra 6 cuốn sách để còn lại đúng 2 loại sách là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là

$$C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6). \text{ Suy ra khẳng định sai.}$$

d) Đúng

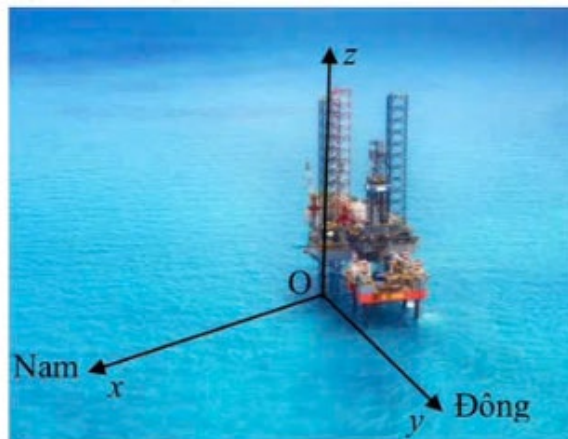
Số cách lấy ra 6 quyển sách bất kì và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6

Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là $6! [C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)]$.

Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\frac{6! [C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)]}{A_{12}^6} = \frac{115}{132}$.

Suy ra khẳng định đúng.

Câu 4. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.



- a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.
- b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A .
- c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B .
- d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí Cách O 15km về phía nam.

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Lời giải

a) Sai b) đúng c) Đúng d) đúng

a) Sai:

Tàu thám hiểm ở vị trí $A(25;-15;-10)$

Khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là $OA = \sqrt{25^2 + 15^2 + 10^2} = 5\sqrt{38} \approx 30,8 \text{ km}$

b) Đúng:

Radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km, mà khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là $30,8 > 30$ nên radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A .

c) Đúng:

Khoảng cách từ tàu đánh cá đến radar là

$$OB = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ km} < 30 \text{ km}.$$

Vậy radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B .

d) Đúng:

Giả sử chiếc tàu của cảnh sát biển ở vị trí $C(15; y; 0)$.

Khoảng cách từ tàu của cảnh sát biển đến radar là $OC = \sqrt{15^2 + y^2}$

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển thì: $OC < 30 \Leftrightarrow 15^2 + y^2 < 30^2 \Leftrightarrow -15\sqrt{3} < y < 15\sqrt{3}$

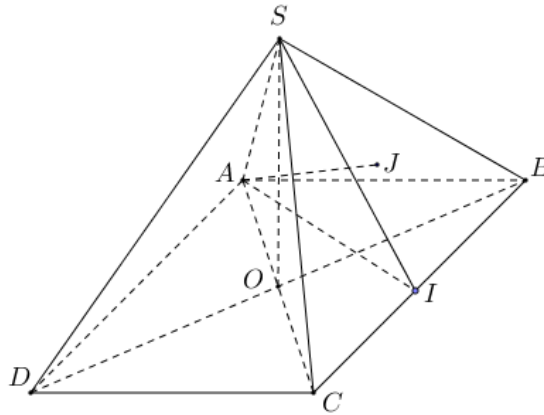
Vậy để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD . Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,73



Theo tính chất của hình chóp đều, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 2 = \frac{8}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{4}{3}$.

Gọi I là trung điểm của CB , tam giác SBC có $SC = SB = \sqrt{6}$; $SI = \sqrt{5}$ nên có diện tích bằng

$$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 2 = \sqrt{5}.$$

Gọi J là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBC) , gọi φ là góc giữa SA và (SBC) thì

$$\sin \varphi = \sin \widehat{ASJ} = \frac{AJ}{SA} = \frac{d(A, (SBC))}{SA}.$$

$$\text{mà } d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{4}{\sqrt{5}}. \text{ Vậy } \sin \varphi = \sin \widehat{ASJ} = \frac{AJ}{SA} = \frac{d(A, (SBC))}{SA} = \frac{2\sqrt{30}}{15} \approx 0,73..$$

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà tổng tất cả các chữ số của nó bằng 7?

Lời giải

Trả lời: 84

Giả sử số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcd}$ với $a \neq 0; b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và $a + b + c + d = 7$.

+ Nếu $a = 1 \Rightarrow b + c + d = 6$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là các bộ $\{0; 0; 6\}, \{0; 1; 5\}, \{0; 2; 4\}, \{0; 3; 3\}, \{1; 1; 4\}, \{2; 2; 2\}, \{1; 2; 3\}$. Các bộ này lập được 28 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 2 \Rightarrow b + c + d = 5$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là các bộ $\{0; 0; 5\}, \{0; 1; 4\}, \{0; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}, \{1; 1; 3\}$. Các bộ này lập được 21 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 3 \Rightarrow b + c + d = 4$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là các bộ $\{0; 0; 4\}, \{0; 1; 3\}, \{0; 2; 2\}, \{1; 1; 2\}$. Các bộ này lập được 15 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 4 \Rightarrow b + c + d = 3$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là các bộ $\{0; 0; 3\}, \{0; 1; 2\}, \{1; 1; 1\}$. Các bộ này lập được 10 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 5 \Rightarrow b + c + d = 2$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là các bộ $\{0; 0; 2\}, \{0; 1; 1\}$. Các bộ này lập được 6 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 6 \Rightarrow b + c + d = 1$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là bộ $\{0; 0; 1\}$. Bộ này lập được 3 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a = 7 \Rightarrow b + c + d = 0$, vậy nên $\{b, c, d\}$ là bộ $\{0; 0; 0\}$. Bộ này lập được 1 số tự nhiên thỏa mãn. Vậy có tất cả 84 số tự nhiên được lập.

Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2006x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Lời giải**Đáp án: 284**

Hàm thuế phụ thu về nhà nước là $t(x) = t.x$ ($t \in (0; 320)$) (nghìn đồng), hàm số lợi nhuận của doanh nghiệp là

$$L(x) = f(x) - g(x) - t(x) = 2006x - x^2 - (x^2 + 1438x - 1209) - tx \quad (x \in (0; 2500]; t \in (0; 320))$$

$$L(x) = -2x^2 + (568 - t)x + 1209 \quad (x \in (0; 2500]; t \in (0; 320))$$

Ta có $L'(x) = -4x + (568 - t)$

Xét $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{(568 - t)}{4} \in (0; 2500], \forall t \in (0; 320)$

		$\frac{568 - t}{4}$		
x	0			2500
$L'(x)$		+	0	-
		$Max L(x)$		
$L(x)$				

Vậy giá trị lớn nhất lợi nhuận của doanh nghiệp đạt được khi $x = \frac{568 - t}{4}$.

$$\text{Khi đó hàm thuế phụ thu } t(x) = \frac{t \cdot (568 - t)}{4} \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{568}{2}\right)^2 = 20164.$$

Vậy thuế phụ thu đạt giá trị lớn nhất khi: $t = 568 - t \Leftrightarrow t = 284$ (nghìn đồng) (TM).

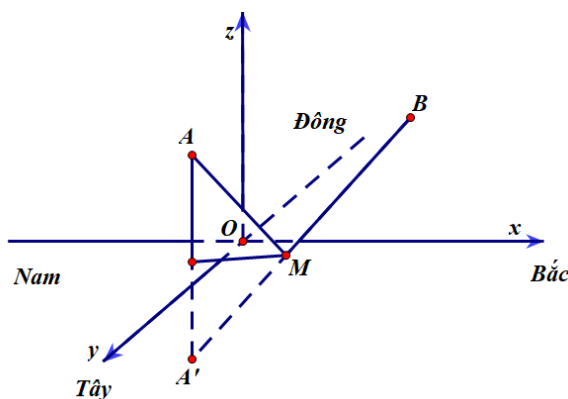
- Câu 4.** Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng drone để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc drone làm nhiệm vụ chuyển hàng cứu trợ bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất bay đến điểm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chiếc thứ hai bay đến điểm cách điểm xuất phát 3 km về phía bắc và 2,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O đặt tại điểm xuất phát của hai drone, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng). Giả sử trong trường hợp khẩn cấp, cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu và các vật dụng cứu trợ cho hai drone sao cho tổng khoảng cách từ vị trí tiếp nhiên liệu đó tới hai drone nhỏ nhất. Vị trí cần tìm cách gốc tọa độ a km theo hướng bắc và b km theo hướng tây. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 1,7

Chọn hệ trục như hình vẽ



Gọi vị trí của hai chiếc drone lần lượt là $A(-2,5;-1,5;0,06)$, $B(3;2,5;0,04)$, $M(a;b;0) \in (Oxy)$ là vị trí tiếp nhiên liệu cần tìm. Do A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng Oxy , ta gọi điểm đối xứng với A qua Oxy là $A'(-2,5;-1,5;-0,06)$

$$\text{Khi đó } AM + BM = A'M + BM \geq A'B$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi A', M, B thẳng hàng theo thứ tự đó

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{A'B} = (5,5;4;0,1); \overrightarrow{BM} = (a-3;b-2,5;-0,04) \text{ cùng phương,}$$

$$\text{suy ra } \frac{a-3}{5,5} = \frac{b-2,5}{4} = \frac{-0,04}{0,1} \Leftrightarrow a = 0,8; b = 0,9 \Rightarrow a + b = 1,7..$$

- Câu 5.** Trong một trò chơi điện tử, hai bạn Tít và Mít thi xem ai chạy được quãng đường xa hơn. Tít chạy với vận tốc $v_T(t) = 5\sqrt{t}$ (km/h), quãng đường Mít chạy được cho bởi phương trình $s_M(t) = 5t - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi t)$ (km) (với t là thời gian tính theo giờ). Nếu cuộc đua kết thúc khi Tít hoặc Mít chạy được 10 km đầu tiên thì khoảng cách giữa hai bạn là bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,57

Giả sử Tít chạy được 10 km, ta có $\int_0^t 5\sqrt{t} dt = 10 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{9}$.

Giả sử Mít chạy được 10 km, ta có $5t - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi t) = 10 \Leftrightarrow t = 2$.

Vì thời gian của Mít ít hơn Tít nên Mít chạy được 10 km trước.

Suy ra quãng đường Tít chạy được khi Mít chạy được 10 km là $s_T = \int_0^2 5\sqrt{t} dt \approx 9,43$.

Suy ra khoảng cách giữa Tít và Mít là $10 - 9,43 = 0,57$.

- Câu 6.** Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,18

Mỗi bạn có hai cách chọn đứng hoặc ngồi nên có $n(\Omega) = 2^8$ cách.

TH1: Không có ai đứng, ta có 1 cách.

TH2: Có 1 bạn đứng, ta có 8 cách.

TH3: Có 2 bạn đứng.

Chọn 2 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^2 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $C_8^2 - 8 = 20$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH4: Có 3 bạn đứng.

Chọn 3 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^3 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có $8 \cdot 4$ cách.

3 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $C_8^3 - 8 \cdot 4 - 8 = 16$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH5: Có 4 bạn đứng, ta có 2 cách.

Vậy xác suất hai bạn liền kề không cùng đứng là $\frac{1+8+20+16+2}{2^8} = \frac{47}{256} \approx 0,18$.