

SỞ GD - ĐT VINH PHÚC
TRƯỜNG THPT VĂN QUÁN

ĐỀ THI KHẢO SÁT TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
BÀI THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 Phút

(Đề thi có 4 trang)

HỌ TÊN:..... SBD:.....

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số mà đồ thị của chúng đối xứng qua trục tung ?

- Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 2. Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- Ⓐ $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n - 2.$ Ⓑ $u_1 = -1, u_{n+1} = 2u_n.$
Ⓒ $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n + 2.$ Ⓓ $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n^2.$

Câu 3. Trong các hàm số sau đây, hàm nào là hàm số mũ?

- Ⓐ $y = 3x^5.$ Ⓑ $y = \sqrt{2^x}.$ Ⓒ $y = x^4.$ Ⓓ $y = 6^{\frac{1}{3}}.$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(-1; 1).$ Ⓑ $(0; 1).$ Ⓒ $(1; +\infty).$ Ⓓ $(-1; 0).$

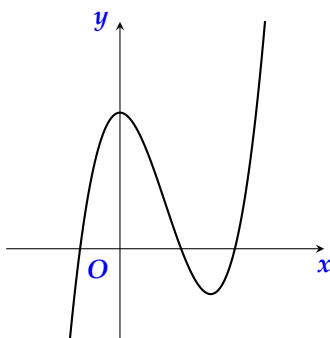
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ $y = 2.$ Ⓑ $x = 2.$ Ⓒ $y = -\frac{1}{2}.$ Ⓓ $x = -\frac{1}{2}.$

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên \mathbb{R} . Mệnh nào sau đây là đúng?



- A Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị.
- B Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .
- C Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.
- D Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; 5; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

- A $(-3; 8; 2)$.
- B $(-1; 2; 4)$.
- C $(5; -1; 0)$.
- D $(7; 5; -2)$.

Câu 8. Khảo sát cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogram), ta có bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A 16.
- B 45.
- C 35.
- D 40.

Câu 9. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Khi đó $F'(x)$ bằng

- A $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- B $\sin x$.
- C $-\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- D $\cos x$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -3; 2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

- A $x - 2y - z + 1 = 0$.
- B $2x + y - z + 3 = 0$.
- C $2x + y - z + 4 = 0$.
- D $3x - y + z - 2 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- A $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$.
- B $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$.
- C $\vec{u}_4 = (2; -1; 3)$.
- D $\vec{u}_3 = (-1; 2; 3)$.

Câu 12. Mặt cầu $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng

- A $R = \frac{\sqrt{7}}{3}$.
- B $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$.
- C $R = \sqrt{\frac{13}{3}}$.
- D $R = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x - 3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2})$.
- b) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y = 4x - 1$.

c) Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -\frac{1}{3})$.

d) Giao điểm của 2 đường tiệm cận là điểm (3;11).

Câu 2. Cho $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

a) Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $m = 1$.

b) Phương trình $F(x) = -4$ có ba nghiệm phân biệt.

c) Một nguyên hàm của $f(x)$ là $x^3 + 10x^2 - 4$.

d) Hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ đều có nguyên hàm với mọi giá trị của m .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Gọi M là điểm thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S).

a) Tâm mặt cầu (S) là $I(1; 2; 3)$.

b) Điểm A nằm trên mặt cầu (S).

c) Mặt phẳng (P): $x + y + z - 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

d) M thuộc mặt phẳng có phương trình là $x + y + z - 7 = 0$.

Câu 4. Cho A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,7$ và $P(B) = 0,4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|\bar{A}) = 0,4$.

b) $P(\bar{A}|B) = 0,3$.

c) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$.

d) $P(A|B) = 0,6$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

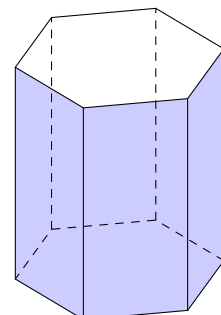
Câu 1. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$. Biết rằng việc bắn súng của hai xạ thủ là độc lập với nhau. Tính xác suất của biến cố cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ:

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? KQ:

Câu 3.

Một chiếc lồng đèn kéo quân có hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy 8 cm. Biết tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn này bằng 1536 cm^2 . Tính thể tích của chiếc lồng đèn đó, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



KQ:

Câu 4. Một giống cây xoan đào được trồng tại địa điểm A. Người ta thống kê đường kính thân của một số cây xoan đào 5 năm tuổi ở bảng sau:

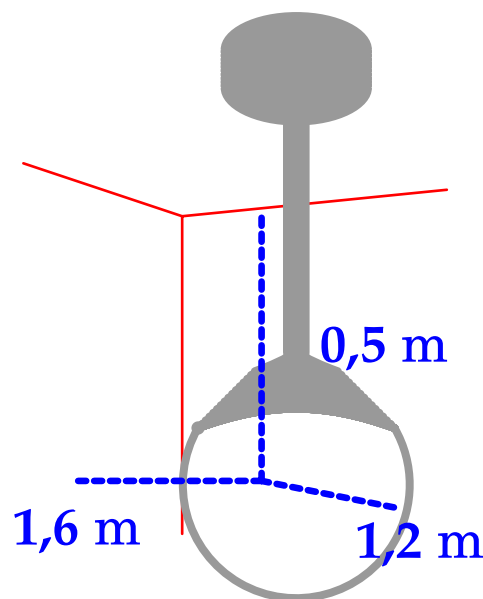
Đường kính (cm)	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)	[38; 40)
Số cây trồng ở địa điểm A	25	38	20	10	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ:

Câu 5.

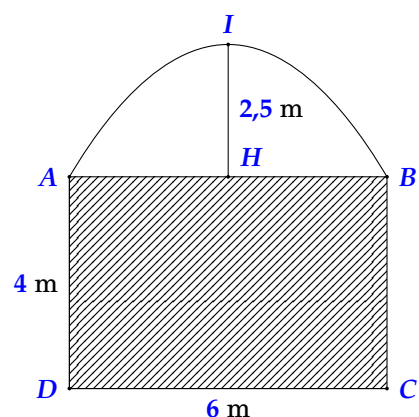
Hình bên minh họa một chiếc đèn được treo cách trần nhà là 0,5 m, cách hai tường lần lượt là 1,2 m và 1,6 m. Hai bức tường vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trần nhà. Người ta di chuyển chiếc đèn đó đến vị trí mới cách trần nhà là 0,4 m, cách hai tường đều là 1,5 m. Vị trí mới của bóng đèn cách vị trí ban đầu là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



KQ:

Câu 6.

Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5$ m, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là $AD = 4$ m, $AB = 6$ m. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là 1 000 000 đồng/m² và giá để làm phần cổng phía trên là 1 200 000 đồng/m². Tính số tiền gia đình cần trả (làm tròn đến hàng triệu).



KQ:

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN - PHẦN I

1.	A	2.	B	3.	B	4.	B	5.	D	6.	C
7.	B	8.	D	9.	D	10.	B	11.	C	12.	C

ĐÁP ÁN - PHẦN II

1.	a S b S c Đ d Đ	2.	a Đ b S c S d Đ
3.	a Đ b S c S d Đ	4.	a Đ b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN - PHẦN III

1.	0,08	2.	1,50	3.	5321	4.	2,32	5.	0,3	6.	36
----	------	----	------	----	------	----	------	----	-----	----	----

(Gồm có 10 trang)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số mà đồ thị của chúng đối xứng qua trục tung ?

- A) 1. B) 3. C) 2. D) 4.

Lời giải.

- Đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
- Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Vậy có một hàm số $y = \cos x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A)□

Câu 2. Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A) $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n - 2$. B) $u_1 = -1, u_{n+1} = 2u_n$.
 C) $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n + 2$. D) $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n^2$.

Lời giải.

Dãy số (u_n) thỏa $u_1 = -1, u_{n+1} = 2u_n$ có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2u_n}{u_n} = 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên là một cấp số nhân.

Chọn đáp án B)□

Câu 3. Trong các hàm số sau đây, hàm nào là hàm số mũ?

- A) $y = 3x^5$. B) $y = \sqrt{2}^x$. C) $y = x^4$. D) $y = 6^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

Hàm $y = \sqrt{2}^x$ là hàm số mũ.

Chọn đáp án B)□

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘		↗ 2 ↘		$-\infty$
			1			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1; 1)$.

B $(0; 1)$.

C $(1; +\infty)$.

D $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A $y = 2$.

B $x = 2$.

C $y = -\frac{1}{2}$.

D $x = -\frac{1}{2}$.

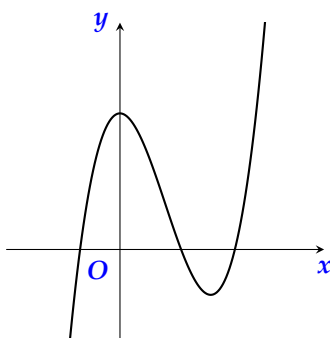
Lời giải.

Theo định nghĩa, ta có $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là

$x = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên \mathbb{R} . Mệnh nào sau đây là đúng?



A Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

B Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .

C Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

D Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có:

- Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị. **SAI**.
- Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} . **SAI**.
- Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. **ĐÚNG**.
- Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$. **SAI**.

Chọn đáp án **C** □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; 5; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ bằng
A $(-3; 8; 2)$. **B** $(-1; 2; 4)$. **C** $(5; -1; 0)$. **D** $(7; 5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-2 + 1; 5 - 3; 3 + 1) = (-1; 2; 4)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 8. Khảo sát cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam), ta có bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A** 16. **B** 45. **C** 35. **D** 40.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 55 - 15 = 40$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 9. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Khi đó $F'(x)$ bằng
A $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. **B** $\sin x$. **C** $-\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. **D** $\cos x$.

Lời giải.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F'(x) = f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -3; 2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

- A** $x - 2y - z + 1 = 0$. **B** $2x + y - z + 3 = 0$. **C** $2x + y - z + 4 = 0$. **D** $3x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(1; -3; 2)$ lần lượt vào các mặt phẳng ta được

- $3 \cdot 1 - 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 2 - 2 \neq 0$. Do đó M không thuộc mặt phẳng $2x + y - z + 3 = 0$.
- $2 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) - 1 \cdot 2 + 4 \neq 0$. Do đó M không thuộc mặt phẳng $2x + y - z + 4 = 0$.

☑ $1 \cdot 1 - 2 \cdot (-3) - 1 \cdot 2 + 1 \neq 0$. Do đó M không thuộc mặt phẳng $x - 2y - z + 1 = 0$.

☑ $2 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) - 1 \cdot 2 + 3 = 0$. Do đó M thuộc mặt phẳng $2x + y - z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$$
 có một véc-tơ chỉ phương là

- Ⓐ $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$. Ⓒ $\vec{u}_4 = (2; -1; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Mặt cầu $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng

- Ⓐ $R = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Ⓑ $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$. Ⓒ $R = \sqrt{\frac{13}{3}}$. Ⓓ $R = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Biến đổi $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + \frac{2}{3} = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$

và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 0^2 - \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{13}{3}}$.

Chọn đáp án **C** □

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x - 3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2})$.
- b) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y = 4x - 1$.
- c) Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -\frac{1}{3})$.
- d) Giao điểm của 2 đường tiệm cận là điểm $(3; 11)$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x - 3} = 2x + 5 + \frac{16}{x - 3}$.

Suy ra $y' = 2 - \frac{16}{(x - 3)^2} = \frac{2x^2 - 12x + 2}{(x - 3)^2}, \forall x \neq 3$.

Do đó $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2}) \setminus \{3\}$.

- a) **Sai** vì hàm số nghịch biến trên các khoảng $(3 - 2\sqrt{2}; 3)$ và $(3; 3 + 2\sqrt{2})$.
- b) **Sai** vì đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) có phương trình $y = 2x + 5$.

c) **Đúng**

Thay $x = 0$ vào hàm số, ta được $y = -\frac{1}{3}$ nên đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -\frac{1}{3})$.

d) **Đúng**

Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên $y = 2x + 5$ và đường tiệm cận đứng $x = 3$ nên giao điểm của 2 đường tiệm cận có tọa độ là (3;11).

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d đúng □

Câu 2. Cho $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- a) Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $m = 1$.
- b) Phương trình $F(x) = -4$ có ba nghiệm phân biệt.
- c) Một nguyên hàm của $f(x)$ là $x^3 + 10x^2 - 4$.
- d) Hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ đều có nguyên hàm với mọi giá trị của m .

Lời giải.

a) **Đúng.**

Ta có $F'(x) = 3mx^2 + 2(3m + 2)x - 4$.

Để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m = 3 \\ 2(3m + 2) = 10 \Leftrightarrow m = 1. \\ -4 = -4 \end{cases}$$

- b) Sai. Phương trình $F(x) = -4 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -5$. Do đó phương trình $F(x) = -4$ chỉ có hai nghiệm.
- c) Sai. Nguyên hàm của $f(x)$ là $x^3 + 5x^2 - 4x + C$.
- d) **Đúng.** Hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ là hai hàm đa thức nên đều có nguyên hàm với mọi giá trị của m .

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Gọi M là điểm thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S).

- a) Tâm mặt cầu (S) là $I(1;2;3)$.
- b) Điểm A nằm trên mặt cầu (S).
- c) Mặt phẳng (P): $x + y + z - 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- d) M thuộc mặt phẳng có phương trình là $x + y + z - 7 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 1$.

- a) Tâm mặt cầu (S) là $I(1;2;3)$.
- b) Vì $AI = \sqrt{(2-1)^2 + (3-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{3} > R$ nên A nằm ngoài mặt cầu (S).
- c) Ta có $d(I, (P)) = \frac{|1+2+3-5|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
 Mặt phẳng (P): $x+y+z-5=0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.
- d) Giả sử $M(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (x-2; y-3; z-4)$, $\overrightarrow{IM} = (x-1; y-2; z-3)$. Lại có $M \in (S)$ suy ra $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ (*).
 Vì AM tiếp xúc với (S) nên

$$\begin{aligned} AM \perp IM &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{IM} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)(x-1) + (y-3)(y-2) + (z-4)(z-3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 - (x-1) - (y-2) - (z-3) = 0. \\ &\Leftrightarrow 1 - (x+y+z-6) = 0 \text{ (Do(*))} \\ &\Leftrightarrow x+y+z-7 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng □

Câu 4. Cho A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,7$ và $P(B) = 0,4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $P(B|\bar{A}) = 0,4$. b) $P(\bar{A}|B) = 0,3$. c) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$. d) $P(A|B) = 0,6$.

Lời giải.

- a) \bar{A} và B độc lập nên $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B) \cdot P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = P(B) = 0,4$.
- b) \bar{A} và B độc lập nên $P(\bar{A}|B) = \frac{P(B) \cdot P(\bar{A})}{P(B)} = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$.
- c) \bar{A} và \bar{B} độc lập nên $P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = P(\bar{B}) = 0,6$.
- d) A và B độc lập nên $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,7$.

Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d sai □

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$. Biết rằng việc bắn súng của hai xạ thủ là độc lập với nhau. Tính xác suất của biến cố cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là các biến cố “xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia” và “xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”. Khi đó A, B là hai biến cố độc lập. Áp dụng quy tắc nhân cho hai biến cố độc lập ta được:

Xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \approx 0,08.$$

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết 6,5 m² kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải.

Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ.

$$\text{Ta có } 2x^2 + 2x \cdot h + 4x \cdot h = 6,5 \Leftrightarrow h = \frac{6,5 - 2x^2}{6x}.$$

$$\text{Do } h > 0, x > 0 \text{ nên } 6,5 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

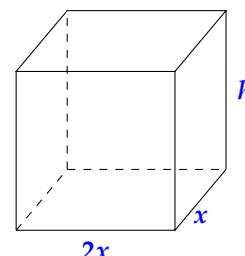
$$\text{Lại có } V = 2x^2h = \frac{6,5x - 2x^3}{3} = f(x).$$

$$\text{Với } f'(x) = \frac{13}{6} - 2x^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{39}}{6}.$$

Bảng biến thiên

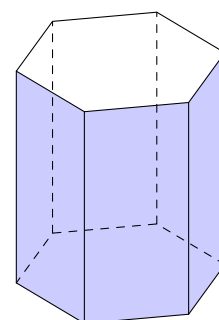
x	0	$\frac{\sqrt{39}}{6}$	$\frac{\sqrt{13}}{2}$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$\frac{13\sqrt{39}}{54}$	

$$\text{Vậy } V \leq f\left(\frac{\sqrt{39}}{6}\right) = \frac{13\sqrt{39}}{54} \approx 1,50 \text{ m}^3.$$



Câu 3.

Một chiếc lồng đèn kéo quân có hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy 8 cm. Biết tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn này bằng 1536 cm². Tính thể tích của chiếc lồng đèn đó, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải.

Gọi h là chiều cao của chiếc lồng đèn.

$$\text{Theo đề } 6 \cdot 8 \cdot h = 1536 \Rightarrow h = 32 \text{ cm.}$$

$$\text{Diện tích mặt đáy của chiếc lồng đèn là } S = 6 \cdot \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Thể tích của chiếc lồng đèn đó là } V = 96\sqrt{3} \cdot 32 \approx 5321 \text{ cm}^3.$$

Câu 4. Một giống cây xoan đào được trồng tại địa điểm A. Người ta thống kê đường kính thân của một số cây xoan đào 5 năm tuổi ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)	[38;40)
Số cây trồng ở địa điểm A	25	38	20	10	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải.

Ta có bảng sau:

Đường kính (cm)	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)	[38;40)
Giá trị đại diện	31	33	35	37	39
Số cây trồng ở địa điểm A	25	38	20	10	7

Cỡ mẫu: $n = 25 + 38 + 20 + 10 + 7 = 100$.

Đường kính trung bình của thân cây xoan đào trồng tại địa điểm A là

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 31 + 38 \cdot 33 + 20 \cdot 35 + 10 \cdot 37 + 7 \cdot 39}{100} = 33,72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của thân cây xoan đào trồng tại địa điểm A là

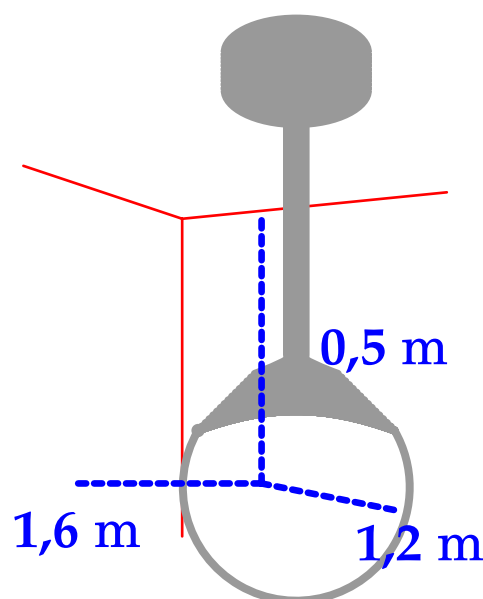
$$s^2 = \frac{1}{100} (25 \cdot 31^2 + 38 \cdot 33^2 + 20 \cdot 35^2 + 10 \cdot 37^2 + 7 \cdot 39^2) - (33,72)^2 \approx 5,4016.$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của thân cây xoan đào trồng tại địa điểm A là

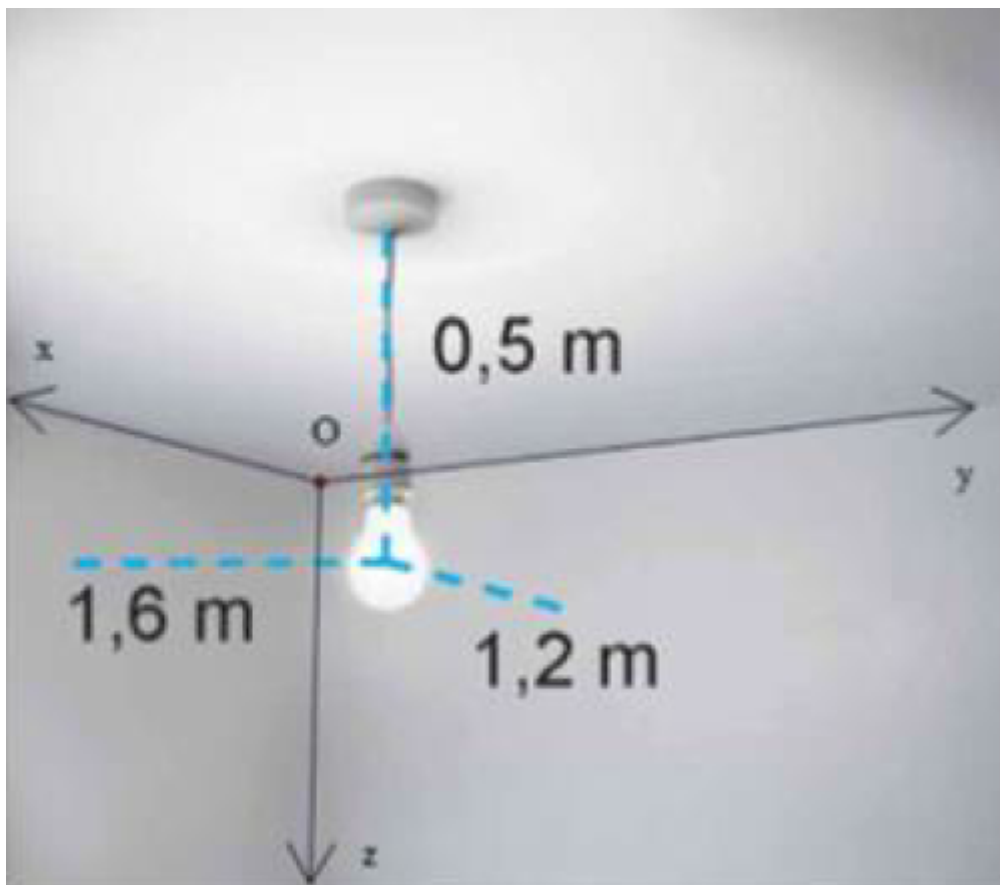
$$s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{5,4016} \approx 2,32.$$

Câu 5.

Hình bên minh họa một chiếc đèn được treo cách trần nhà là **0,5 m**, cách hai tường lần lượt là **1,2 m** và **1,6 m**. Hai bức tường vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trần nhà. Người ta di chuyển chiếc đèn đó đến vị trí mới cách trần nhà là **0,4 m**, cách hai tường đều là **1,5 m**. Vị trí mới của bóng đèn cách vị trí ban đầu là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải.



Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Tọa độ bóng đèn lúc đầu là $A(1,2; 1,6; 0,5)$.

Tọa độ bóng đèn lúc sau là $B(1,5; 1,5; 0,4)$.

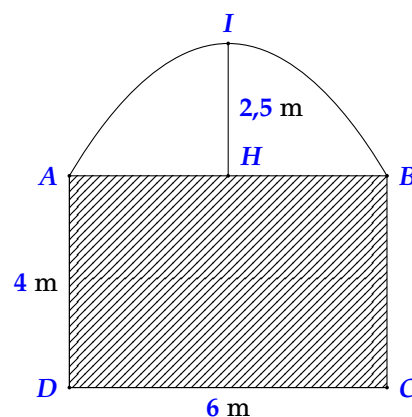
Có $\vec{AB} = (0,3; -0,1; -0,1)$.

Khi đó $|\vec{AB}| = \sqrt{0,3^2 + (-0,1)^2 + (-0,1)^2} \approx 0,3$.

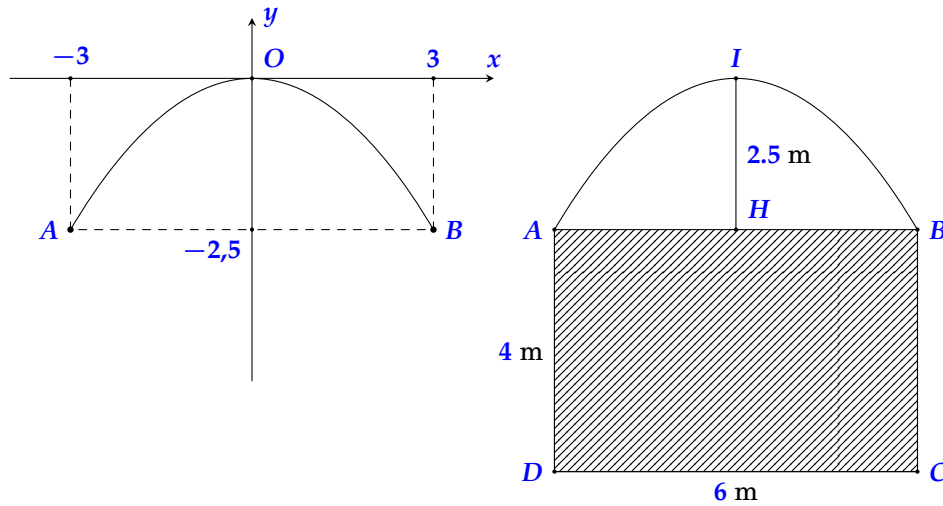
Vậy vị trí mới cách vị trí ban đầu của bóng đèn là $0,3$ m.

Câu 6.

Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5$ m, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là $AD = 4$ m, $AB = 6$ m. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là $1\,000\,000$ đồng/ m^2 và giá để làm phần cổng phía trên là $1\,200\,000$ đồng/ m^2 . Tính số tiền gia đình cần trả (làm tròn đến hàng triệu).



Lời giải.



Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = 24 \text{ m}^2$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó Parabol đi qua 3 điểm A, O, B có dạng $(P): y = ax^2$.

Mặt khác $B(3; -2,5) \in (P) \Rightarrow 9a = -2,5 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{18}$.

Do đó $(P): y = -\frac{5x^2}{18}$.

Diện tích công hình Parabol là

$$S = \int_{-3}^3 \left[\left(-\frac{5x^2}{18} \right) - (-2,5) \right] dx = \left(-\frac{5x^3}{54} + \frac{5x}{2} \right) \Big|_{-3}^3 = 10.$$

Vậy tổng số tiền làm công là $T = 24 \cdot 1\,000\,000 + 10 \cdot 1\,200\,000 = 36$ triệu đồng.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

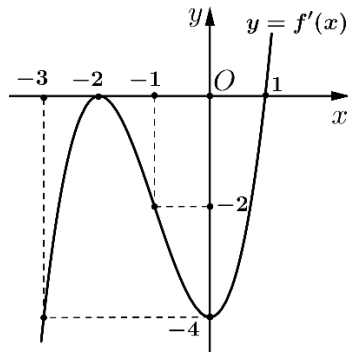
- A. [40; 60). B. [20; 40). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 12. Trong một lớp học có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ.

- A. $\frac{400}{501}$. B. $\frac{307}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{443}{501}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 c) $f'(2) = 4$.
 d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x) = x^2 - x - 6$ có đồ thị (C) .

a) Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox

quay quanh Ox là $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox là $V = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$.

c) Giả sử một vật M chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm x (giây) là $f(x) = x^2 - x - 6$ (m/s). Khi đó độ dịch chuyển của vật M trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{9}{2}$.

d) Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{61}{6}(m)$.

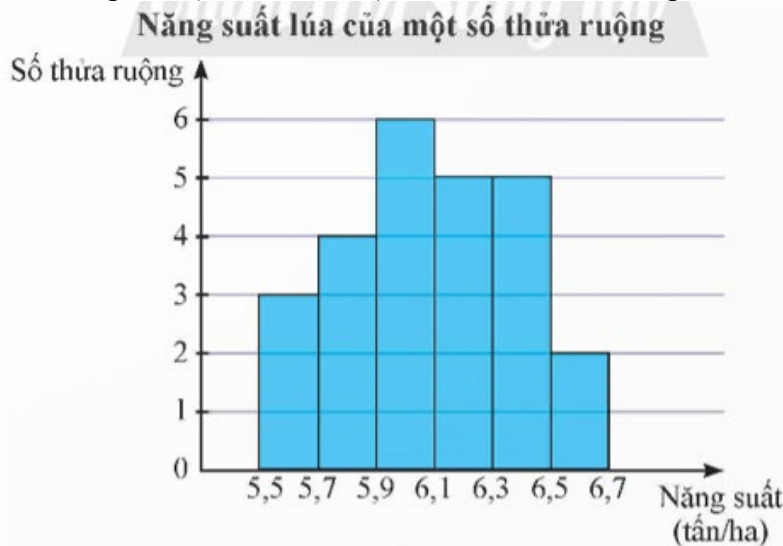
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 2; -3)$.

- a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P) .
 b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng 3.

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

d) Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz và đi qua hai điểm A, B có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 2 = 0$

Câu 4 Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- a) Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.
 d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trường THPT Bến Tre muốn làm một cái cửa nhà hình parabol cho nhà rèn luyện thể chất của nhà trường có chiều cao từ mặt nền nhà đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1,5 triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$$
 là phương trình một mặt cầu?

Câu 5. Căn bệnh cúm A đang diễn ra ở một quốc gia Châu Phi có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Câu 6. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $2^{\circ}C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $5^{\circ}C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^{\circ}C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a

là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% (Làm tròn đến hàng phần chục)?

-----HẾT-----

MÃ ĐỀ 081.01.1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	B	A	B	B	C	D	B	A	B	C

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

Đáp án B.

Câu 2. Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^x$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Đáp án C.

Câu 3. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

- A. (0;10) B. (0;8). C. (8;10). D. (8;12).

Ta có $N'(t) = -3t^2 + 24t = -3t(t-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=8 \end{cases}$

Dễ có $N'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 8$

Đáp án B.

Câu 4. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Đồ thị là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 nên chọn đáp án A.

Câu 5. Vì $\int (2x+6) dx = x^2 + 6x + C$

Đáp án B.

Câu 6. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$ B. $S = 7$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln |x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3$.

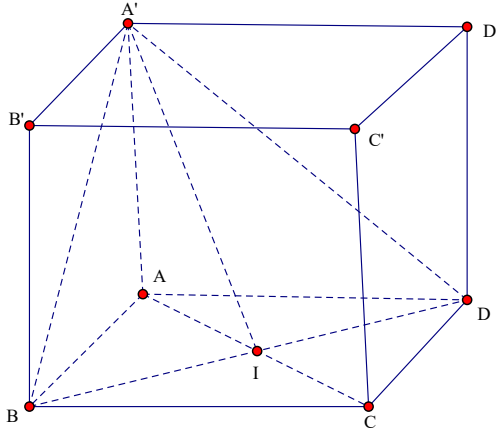
Do đó $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Giá trị sin của góc nhị diện $[A', BD, A]$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA'); \quad BD = (BDA') \cap (ABCD)$.

Do đó góc nhị diện $[A', BD, A]$ là $\widehat{AIA'}$.

Ta có: $\triangle AA'I$ vuông tại A , có:

$$AA' = a; AI = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'I = \sqrt{AA'^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

- A. $(-2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Do đó, $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} = (-1; 2; -3)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = t (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Oy đi qua điểm $A(0; 2; 0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$ làm vectơ chỉ phương nên

$$\text{có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 0 + 0.t \\ y = 2 + 1.t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 + 0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}.$$

Câu 10. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

$$\text{Thể tích } V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60). **B. [20; 40).** C. [60; 80). D. [80; 100).

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [20; 40).

Câu 12. Trong một lớp học có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ.

- A. $\frac{400}{501}$. B. $\frac{307}{506}$. **C. $\frac{443}{506}$.** D. $\frac{443}{501}$.

Lời giải

Đáp án C.

Gọi A là biến cố “4 học sinh lên bảng đều là nam”. $P(A) = \frac{C_{15}^4}{C_{25}^4}$.

Gọi B là biến cố “4 học sinh lên bảng đều là nữ”. $P(B) = \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}$.

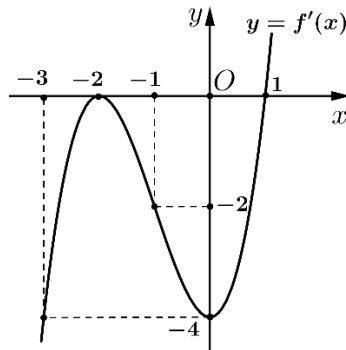
Gọi C là biến cố “4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ”

$$P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = 1 - \left(\frac{C_{15}^4}{C_{25}^4} + \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4} \right) = \frac{443}{506}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu	Ý			
	a	b	c	d
1	S	S	S	Đ
2	Đ	S	S	Đ
3	Đ	S	S	S
4	Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

a) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

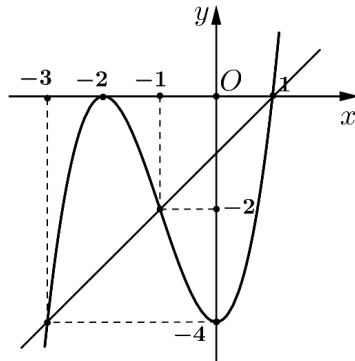
c) Sai: Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đúng: Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Khi đó: $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			$g(-1)$			$g(1)$	$+\infty$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 1	S	S	S	Đ
--------------	----------	----------	----------	----------

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x) = x^2 - x - 6$ có đồ thị (C) .

a) Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox quay quanh Ox là $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox là $V = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$.

c) Giả sử một vật M chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm x (giây) là $f(x) = x^2 - x - 6$ (m/s). Khi đó độ dịch chuyển của vật M trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{9}{2}$.

d) Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{61}{6}(m)$.

Lời giải

a) Đúng: Vì phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

. Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox quay quanh Ox là $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$.

b) Sai: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox là $V = \int_{-2}^3 |x^2 - x - 6| dx = -\int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$.

c) Sai. Giả sử một vật chuyển động trên một trục nằm ngang, chiều dương hướng từ trái sang phải. Ta có $\int_1^4 (x^2 - x - 6) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x - 6 \right) \Big|_1^4 = -\frac{9}{2}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 1 đến 4 giây, vật dịch chuyển sang bên trái được 4,5 m so với vị trí tại thời điểm $x = 1$ (giây). (Trong quá trình chuyển động, lúc thì vật đi sang trái, lúc thì vật đi sang phải, nhưng tại thời điểm $x = 4$ (giây) thì vật có vị trí nằm ở bên trái và cách vị trí của vật tại thời điểm $x = 1$ (giây) một khoảng 4,5 m.

d) Đúng. Ta có

$$\int_1^4 |x^2 - x - 6| dx = -\int_1^3 (x^2 - x - 6) dx + \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx = \frac{22}{3} + \frac{17}{6} = \frac{61}{6}$$

Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{61}{6}(m)$.

Câu 2	Đ	S	S	Đ
-------	---	---	---	---

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 2; -3)$.

a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P).

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng 3.

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

d) Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz và đi qua hai điểm A, B có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 2 = 0$.

Lời giải

Câu 3	Đ	S	S	S
-------	---	---	---	---

a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P).

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{7}{3}$.

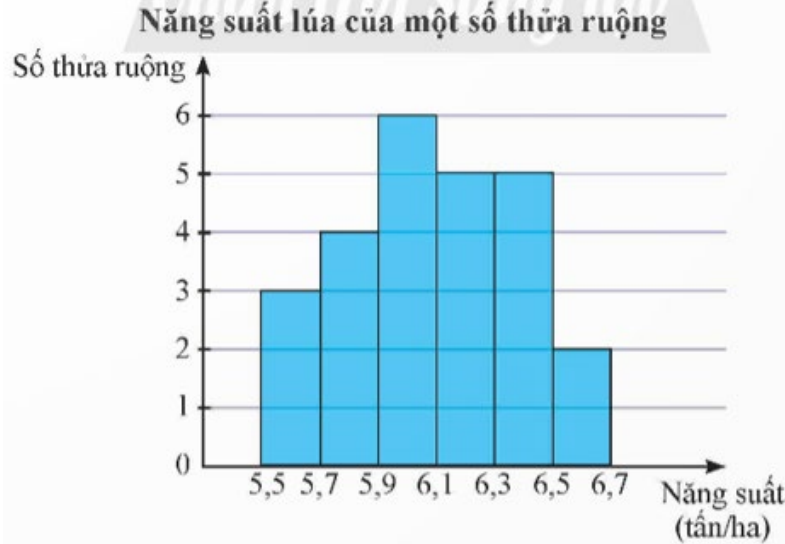
c) Ta có $\overline{AB} = (2; 1; -5)$ không cùng phương với véc tơ chỉ phương $\vec{n} = (3; 2; -3)$ của đường thẳng AB trong đề.

d) Giả sử mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Do mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;c) \in Oz$ và đi qua hai điểm A, B , ta có

$$\begin{cases} 1+1+4-4c+d=0 \\ 9+4+9+6c+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -\frac{8}{5} \\ d = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Câu 4 Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

Lời giải

Câu 4	Đ	Đ	Đ	Đ
--------------	----------	----------	----------	----------

- Số thửa ruộng được khảo sát là: $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$.
- Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là: $R = 6,7 - 5,5 = 1,2$ (tấn/ha).

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi $x_1; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2; x_3 \in [5,5; 5,7),$$

$$x_4; \dots; x_7 \in [5,7; 5,9),$$

$$x_8; \dots; x_{13} \in [5,9; 6,1),$$

$$x_{14}; \dots; x_{18} \in [6,1; 6,3),$$

$$x_{19}; \dots; x_{23} \in [6,3; 6,5),$$

$$x_{24}; x_{25} \in [6,5; 6,7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [5,7; 5,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4}(5,9 - 5,7) = 5,8625$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [6,3; 6,5)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5}(6,5 - 6,3) = 6,33$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$

d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5,6 + 4 \cdot 5,8 + 6 \cdot 6,2 + 5 \cdot 6,4 + 2 \cdot 6,6}{25} = 6,088.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [3 \cdot (5,6)^2 + 4 \cdot (5,8)^2 + 6 \cdot (6,0)^2 + 5 \cdot (6,2)^2 + 5 \cdot (6,4)^2 + 2 \cdot (6,6)^2] - (6,088)^2 = 0,086656$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	95	7	6,75	7	0,5	6,7

Câu 1. Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Lời giải

Gọi x ($x > 0$) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là $100 - 10x$ (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm $3000x$ khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là $27000 + 3000x$.

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên

$$27000 + 3000x \leq 55000$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$$

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$y = (27000 + 3000x)(100 - 10x) = -30000x^2 + 30000x + 2700000$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = -30000x^2 + 30000x + 2700000 \quad (x > 0)$$

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

$$y' = -60000x + 30000$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

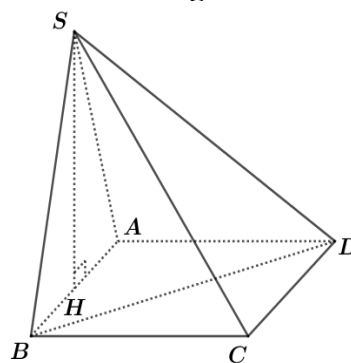
Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{28}{3}$	
y'		+	0	-
y	2700000	2707500	2700000	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là **95** nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

Lời giải



Giả sử $AB = a$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HA}) (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 \sqrt{2} \cdot \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2} a^2 \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

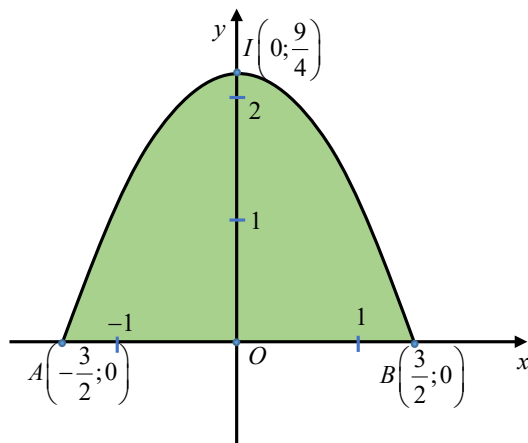
$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3 \Rightarrow V_{SABD} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} SA \cdot BD \cdot d_{(SA, BD)} \cdot \sin(SA, BD) = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{6} a \cdot a \sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \Leftrightarrow a = 7$$

Câu 3. Trường THPT Bến Tre muốn làm một cái cửa nhà hình parabol cho nhà rèn luyện thể chất của nhà trường có chiều cao từ mặt nền nhà đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1,5 triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$ triệu đồng.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

Lời giải

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Theo bài ra $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 5. Căn bệnh cúm A đang diễn ra ở một quốc gia Châu Phi có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

Câu 6. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^{\circ}\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% (Làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Theo bài ta có $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases}$ (1). Ta cần tìm t sao cho $k \cdot a^t = 20\%$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$$

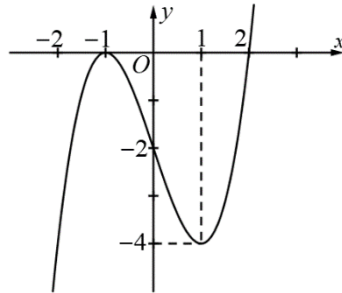
$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$

-----HẾT-----

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.

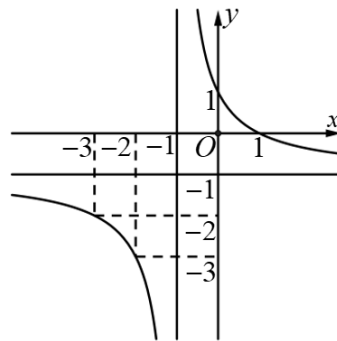


Hình 1

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A.** $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?



Hình 2

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

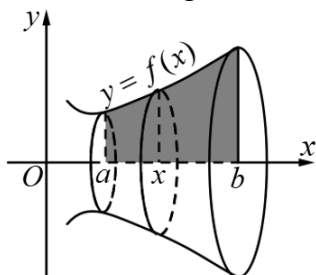
Câu 3. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A | B)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. **B.** Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.
C. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$. **D.** Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^4$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** $f(x) = \frac{x^5}{5} + C$. **B.** $f(x) = 4x^3$. **C.** $f(x) = x^5 + C$. **D.** $f(x) = \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$ như Hình 3. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng:



Hình 3

A. $V = \pi \int_b^a [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 6. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_2$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Câu 7. Thời gian (phút) đọc sách mỗi ngày của 60 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số học sinh	3	10	12	15	20

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. 6,18. B. 7,2. C. 5,3. D. 6,45.

Câu 8. Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm (chiều dài các thanh ngang này tạo thành cấp số cộng).



Tìm công sai của cấp số cộng trên.

A. 3. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 9. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức:

$pH = -\log [H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là bao nhiêu?

A. -6,8. B. 68. C. 6,8. D. 0,68.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$. B. $x^2 + y + z + 2 = 0$.
C. $2x + y + z + 3 = 0$. D. $2x + y + z^2 + 4 = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 1-4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1+4t \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;4;0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1;4;-2)$ có phương trình là.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4.$ B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 2.$
 C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 4.$ D. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 2.$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.
- b) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -1$
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.
- d) Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 2. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $x(\text{m/s})$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

- a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng $0(\text{m/s})$.
- b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s .
- c) $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$.
- d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z = 0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và hai

điểm $A(1; 2; 1), B(2; 1; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm A thuộc mặt phẳng (P) .

b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 1.

c) Điểm $I(a; b; c) \in d, a > 0$. Mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 2\sqrt{2}$ tiếp xúc với (P) . Khi đó $a + b + c = 9$.

d) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng 1. Khi khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất thì Δ đi qua điểm $M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 4. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng $50m$, lượng nước trong bể cao $1,5m$ thì thể tích nước trong bể là $1250m^3$

b) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Gọi chiều rộng bể là $x(m)$ thì biểu thức xác định chiều cao bể theo x là: $h = \frac{128}{3x^2}$.

c) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Gọi chiều rộng bể là $x(m)$ thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là: $S = \frac{256}{x}(m^2)$

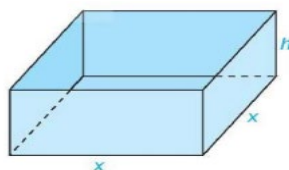
d) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Giá thuê nhân công để xây thành bể là 500000 đồng/ m^2 , đổ bê tông đáy bể là 250000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 24100000 đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

Phần III. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng $108cm^2$ như Hình 1.17. Tìm tích của các kích thước của chiếc hộp sao cho thể tích của hộp là lớn nhất?

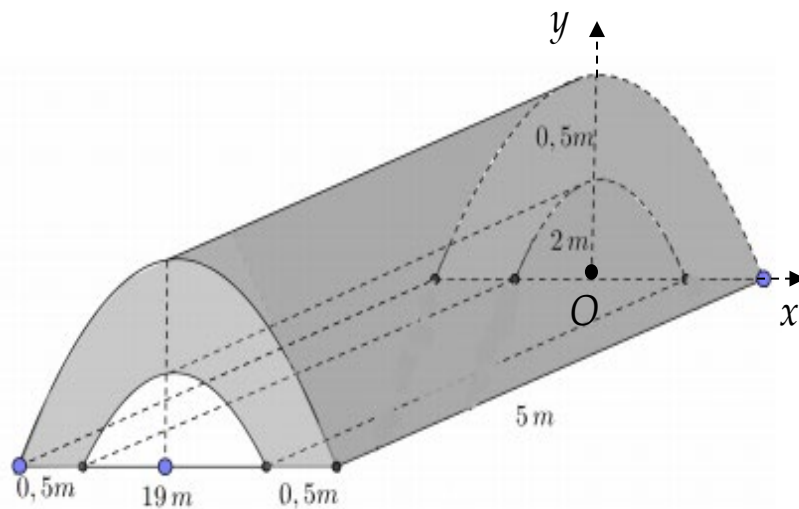


Hình 1.17

Câu 2. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

Câu 3. Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

Câu 4. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).



Lượng bê tông để đổ cây cầu là $a \text{ m}^3$. Tính a .

Câu 5. Bác An vay ngân hàng 900 triệu đồng theo hình thức lãi kép và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất Bác An trả 12 triệu đồng và chịu lãi suất 0,95% trên tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao nhiêu tháng Bác An sẽ trả hết số nợ ngân hàng, biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay.

Câu 6. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(\text{km})$ và về phía Tây $10(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $0,7(\text{km})$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(\text{km})$ và về phía Nam $25(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $1(\text{km})$. Hỏi hai chiếc máy bay cách nhau bao nhiêu km (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



-----Hét-----

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA

Môn: Toán

Phần I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	A	D	C	A	D	C	C	B	A

Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong một câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong một câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong một câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong một câu hỏi được **1 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

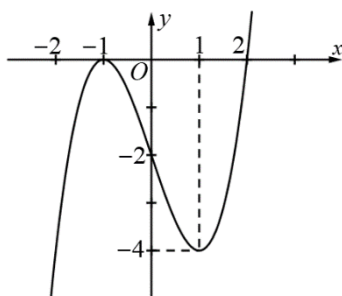
Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	108	450	0,49	40	132	60

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

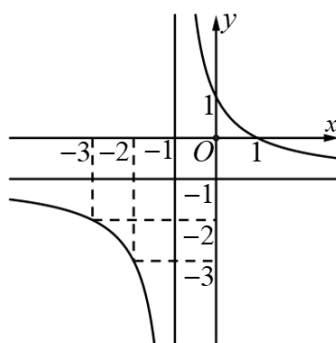
- A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -4$.

Lời giải

Chọn **B**

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là: $x = 1$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?



Hình 2

- A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn **B**

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là: $x = -1$.

Câu 3. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A | B)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. **B.** Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.
C. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$. D. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A | B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính xác suất của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra ($P(B) > 0$) là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^4$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

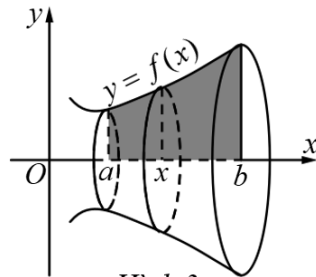
- A.** $f(x) = \frac{x^5}{5} + C.$ **B.** $f(x) = 4x^3.$ **C.** $f(x) = x^5 + C.$ **D.** $f(x) = \frac{x^3}{3} + C.$

Lời giải

Chọn A

Phát biểu đúng là: $f(x) = \frac{x^5}{5} + C.$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$ như *Hình 3*. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng:



Hình 3

- A.** $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ **B.** $V = \int_a^b |f(x)| dx.$ **C.** $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ **D.** $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Lời giải

Chọn D

Công thức đúng là: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Câu 6. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A.** $Q_2 - Q_1.$ **B.** $Q_3 - Q_2.$ **C.** $Q_3 - Q_1.$ **D.** $Q_3 - 2Q_2 + Q_1.$

Lời giải

Chọn C

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 - Q_1.$

Câu 7. Thời gian (phút) đọc sách mỗi ngày của 60 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số học sinh	3	10	12	15	20

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là?

- A.** 6,18. **B.** 7,2. **C.** 5,3. **D.** 6,45.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm (chiều dài các thanh ngang này tạo thành cấp số cộng).



Tìm công sai của cấp số cộng trên.

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Công sai của cấp số cộng là: -2

Câu 9. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức:

$\text{pH} = -\log[H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là bao nhiêu?

- A.** -6,8. **B.** 68. **C.** 6,8. **D.** 0,68.

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A.** $2x + y^2 + z + 1 = 0$. **B.** $x^2 + y + z + 2 = 0$.
C. $2x + y + z + 3 = 0$. **D.** $2x + y + z^2 + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 1-4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1+4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{CB} = (4; -2; 1), \vec{j} = (0; 1; 0), [\overrightarrow{CB}, \vec{j}] = (-1; 0; 4).$$

Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có một véc tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (-1; 0; 4) \text{ nên có phương trình: } \begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 4; 0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1; 4; -2)$ có phương trình là

- A.** $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 2.$
C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 4.$ **D.** $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 2.$

Lời giải

Chọn A

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.
b) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -1$
c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.
d) Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Lời giải

a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. Vậy a) **đúng**.

b) Cực tiểu của hàm số bằng 1. Suy ra b) **sai**.

c) Ta có: $-1 < 0 < 3 \Rightarrow$ Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt hay đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt. Vậy c) **đúng**.

d) Ta có:

Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến $\Leftrightarrow (f(2 - x))' > 0 \Leftrightarrow -f'(2 - x) > 0$

$$\Leftrightarrow f'(2 - x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 2 - x < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Vậy hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên $(1; 3)$.

Suy ra d) **đúng**

Câu 2. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.

c) $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s). Mệnh đề **đúng**

b) Cho $v = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (s). Mệnh đề **sai**

c) $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$. Mệnh đề **đúng**

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là

$$S = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40 \text{ (m)}. \text{ Mệnh đề } \mathbf{sai}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z = 0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và

hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; 1; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm A thuộc mặt phẳng (P) .

b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 1.

c) Điểm $I(a;b;c) \in d, a > 0$. Mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 2\sqrt{2}$ tiếp xúc với (P) . Khi đó $a+b+c=9$.

d) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng 1. Khi khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất thì Δ đi qua điểm $M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Lời giải

a) Thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $1-1=0$ (luôn đúng) $\Rightarrow A \in (P)$
Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \\ x - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \\ t = -1 \end{cases}$$

Vậy hoành độ giao điểm của d và (P) bằng -1 . Suy ra mệnh đề **sai**.

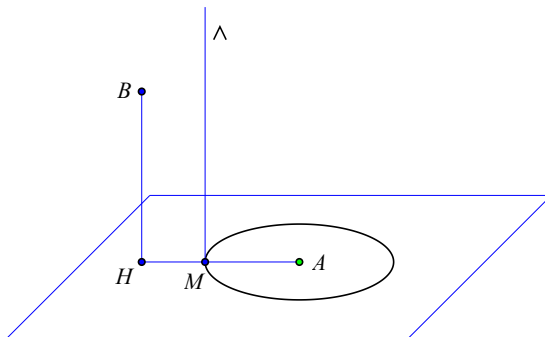
c) Điểm $I(a;b;c) \in d \Rightarrow \begin{cases} a = 2t + 1 \\ b = t \\ c = t \end{cases}$

Mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 2\sqrt{2}$ tiếp xúc với (P) nên $d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1+t|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3(t/m) \\ t = -5(l) \end{cases}$

Khi đó $a+b+c = 1+4t = 13$. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Từ giả thiết suy ra Δ nằm trên mặt trụ (T) có trục là đường thẳng qua A và vuông góc với (P) .

(T) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) tâm A , bán kính $r = 1$



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $(P) \Rightarrow BH \parallel \Delta \Rightarrow d(B, \Delta) = d(H, \Delta)$

Ta có $H(3; 1; 3) \Rightarrow \overline{AH}(2; -1; 2) \Rightarrow AH = 3$

Khi M di động trên (C) thì $HM_{\min} \Leftrightarrow M$ là giao điểm của đoạn thẳng AH và (C)

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH} \Rightarrow \overrightarrow{AM} \left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{2}{3} \right) \Rightarrow M \left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right). \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

Câu 4. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng $50m$, lượng nước trong bể cao $1,5m$ thì thể tích nước trong bể là $1250m^3$

b) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Gọi chiều rộng bể là $x(m)$ thì biểu thức xác định chiều cao bể theo x là: $h = \frac{128}{3x^2}$.

c) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Gọi chiều rộng bể là $x(m)$ thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là: $S = \frac{256}{x}(m^2)$

d) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Giá thuê nhân công để xây thành bể là 500000 đồng/ m^2 , đổ bê tông đáy bể là 250000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 24100000 đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

Lời giải

a) Thể tích nước trong bể là $V = 1,5 \cdot 50^2 = 3750 (m^3)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Gọi $x (m)$ là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x(m)$ và $h(m)$ là chiều cao bể. Bể có thể tích bằng $\frac{256}{3} m^3 \Rightarrow 2x^2 h = \frac{256}{3} \Leftrightarrow h = \frac{128}{3x^2}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Diện tích xung quanh của bể là $S = 2(xh + 2xh) = 6x \frac{128}{3x^2} = \frac{256}{x}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Giá thuê nhân công là

$$f = 500 \cdot \frac{256}{x} + 250 \cdot 2x^2 = 500 \left(\frac{128}{x} + \frac{128}{x} + x^2 \right) \geq 500 \cdot 3 \sqrt[3]{128^2} = 1500 \sqrt[3]{128^2} \approx 38100 \Rightarrow$$

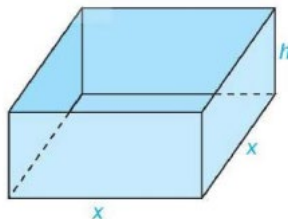
$$f_{\min} = 38100 \text{ nghìn đồng khi } \frac{128}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{128}.$$

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là 38100 nghìn đồng. Suy ra mệnh đề **sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm tích của các kích thước của chiếc hộp sao cho thể tích của hộp là lớn nhất?



Hình 1.17

Lời giải

Trả lời: 108

Hình hộp trên có độ dài cạnh đáy là x (cm, $x > 0$) và chiều cao là h (cm, $h > 0$)

Diện tích bề mặt của hình hộp là 108 cm^2 nên $x^2 + 4xh = 108 \Rightarrow h = \frac{108 - x^2}{4x}$ (cm) (điều kiện $0 < x < \sqrt{108}$).

Thể tích của hình hộp là: $V = x^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{108 - x^2}{4x} = \frac{108x - x^3}{4}$ (cm^3) . Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $V = -\frac{x^3}{4} + 27x$ ($0 < x < \sqrt{108}$)

Ta có: $V' = \frac{-3x^2 + 108}{4}$, $V' = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (do $0 < x < \sqrt{108}$)

Lập bảng biến thiên của hàm số

x	0	6	$\sqrt{108}$	
V'		+	0	-
V	0	↗ 108 ↘	$y(\sqrt{108})$	

Do đó, thể tích của hình hộp là lớn nhất khi độ dài cạnh đáy $x = 6$ cm

Khi đó, chiều cao của hình hộp là: $\frac{108 - 6^2}{4 \cdot 6} = 3$ (cm) .

Câu 2. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu ngàn để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 450

Gọi x (ngàn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x > 400$ (đơn vị: ngàn đồng).

Giá chênh lệch sau khi tăng $x - 400$.

$$\text{Số phòng cho thuê giảm nếu giá là } x: \frac{(x-400).2}{20} = \frac{x-400}{10}.$$

$$\text{Số phòng cho thuê với giá } x \text{ là } 50 - \frac{x-400}{10} = 90 - \frac{x}{10}.$$

$$\text{Tổng doanh thu trong ngày là: } f(x) = x \left(90 - \frac{x}{10} \right) = -\frac{x^2}{10} + 90x.$$

$$f'(x) = -\frac{x}{5} + 90$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450.$$

Bảng biến thiên:

x	400	450	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		20250	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 450$.

Vậy nếu cho thuê với giá 450 ngàn đồng thì sẽ có doanh thu cao nhất trong ngày là 20.250.000 đồng.

Câu 3. Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,49

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”;

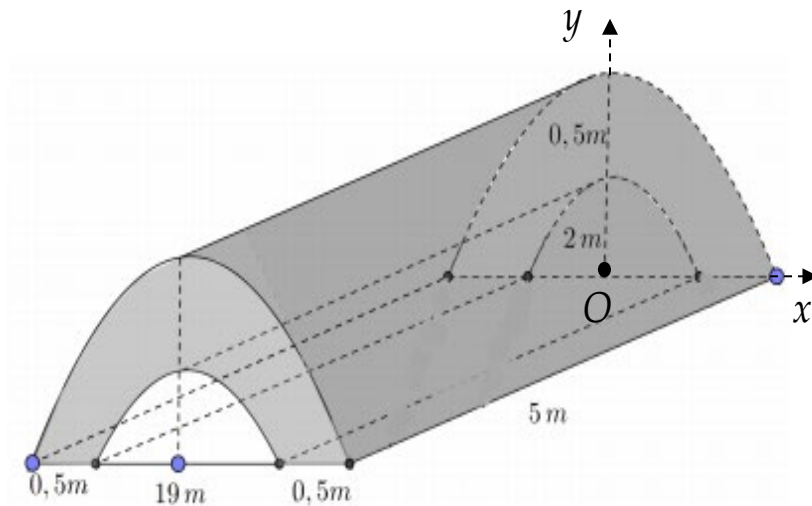
B : “Chọn được học sinh nữ”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 0,4; P(B|A) = 0,65; P(B|\bar{A}) = 0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6.0,65 + 0,4.0,25 = 0,49.$$

Câu 4. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).

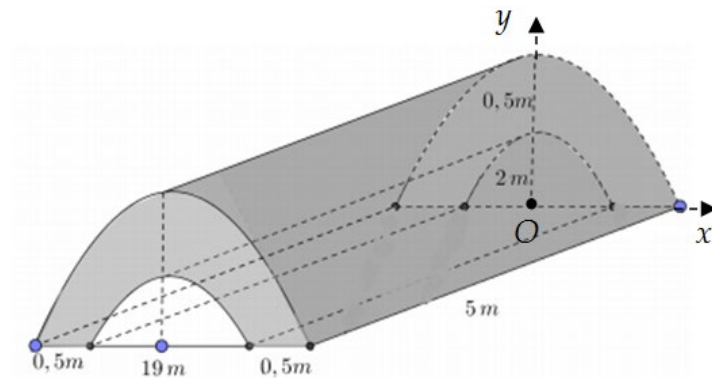


Lượng bê tông để đổ cây cầu là $a \text{ m}^3$. Tính a .

Lời giải

Trả Lời: 40

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$.

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1\left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2(10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là:

$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40 \text{ m}^3 \Rightarrow a = 40.$$

Câu 5. Bác An vay ngân hàng 900 triệu đồng theo hình thức lãi kép và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất Bác An trả 12 triệu đồng và chịu lãi suất 0,95% trên tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao nhiêu tháng Bác An sẽ trả hết số nợ ngân hàng, biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay.

Lời giải

Trả Lời: 132

Ta có thể xét bài toán tổng quát: Gọi số tiền vay là A , lãi suất là r , số tiền trả mỗi cuối tháng là m và n là số tháng để trả hết số tiền nợ ngân hàng.

Vậy số tiền còn nợ cuối tháng 1: $A + Ar - m = A(1+r) - m$

Số tiền còn nợ cuối tháng 2: $A(1+r) - m + [A(1+r) - m]r - m = A(1+r)^2 - \frac{m}{r}[(1+r)^2 - 1]$

Số tiền còn nợ cuối tháng n : $A(1+r)^n - \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1]$

Khi trả hết tiền thì $A(1+r)^n - \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$

$$\Leftrightarrow 900.10^6 (1+0,95\%)^n - \frac{12.10^6}{0,95\%} [(1+0,95\%)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+0,95\%)^n \left(900 - \frac{12}{0,95\%} \right) = -\frac{12}{0,95\%} \Leftrightarrow (1+0,95\%)^n = \frac{80}{23} \Rightarrow n = \log_{1+0,95\%} \frac{80}{23} \approx 132$$

Vậy sau 132 tháng thì Bác An trả hết nợ.

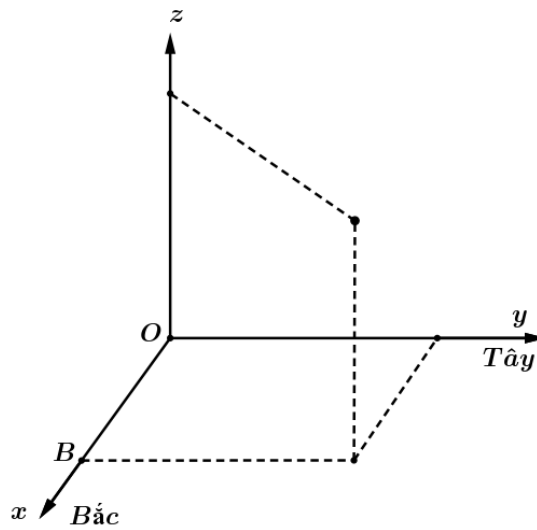
Câu 6. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20(km) và về phía Tây 10(km), đồng thời cách mặt đất 0,7(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30(km) và về phía Nam 25(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Hỏi hai chiếc máy bay cách nhau bao nhiêu km (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả Lời: 60

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(10; 20; 0,7)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(-30; -25; 1)$.

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là: $\sqrt{(10+30)^2 + (20+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 60(km)$

-----Hết-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho A và \bar{A} là hai biến cố đối nhau. Khẳng định nào dưới đây luôn **đúng**?

- A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$. B. $P(A) = P(\bar{A})$. C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Câu 2. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2022 được ước tính bởi công thức

$$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} \quad (f(t) \text{ được tính bằng nghìn người}).$$

Hỏi trong khoảng thời gian từ năm 2022 đến năm 2032 dân số của thị trấn đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. 6 nghìn người. B. 18 nghìn người. C. 2 nghìn người. D. 18,5 nghìn người.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y		2		$+\infty$		-2	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a}(2;1)$, $\vec{b}(3;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $\vec{a} - \vec{b} = (-1; 2)$. B. $\vec{a} - \vec{b} = (1; 2)$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (1; -2)$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (-1; -2)$.

Câu 5. Mỗi ngày bà Minh đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bà Minh trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5(km). B. 0,9(km). C. 0,6(km). D. 0,3(km).

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.
C. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
D. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ là

- A.** $F(x) = e^x + x^2 + C$ **B.** $F(x) = e^x + 2x + C$ **C.** $F(x) = e^x + 2$ **D.** $F(x) = e^x - x^2 + C$

Câu 8. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = -16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A.** $I = 26$. **B.** $I = 58$. **C.** $I = 143$. **D.** $I = 122$.

Câu 9. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A.** $S = \int_0^2 (1 - 2^x) dx$. **B.** $S = \int_0^2 |1 - 2^x| dx$. **C.** $S = \int_0^2 |2^x - 1| dx$. **D.** $S = \int_0^2 (2^x - 1) dx$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

- A.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.
C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. **D.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.

Câu 11. Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có họ nghiệm là

- A.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A.** $x = 5$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 4$.

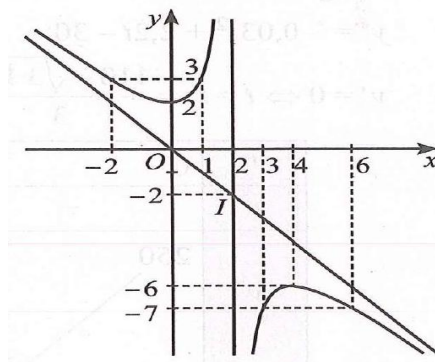
PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$. Xét tính các khẳng định sau:

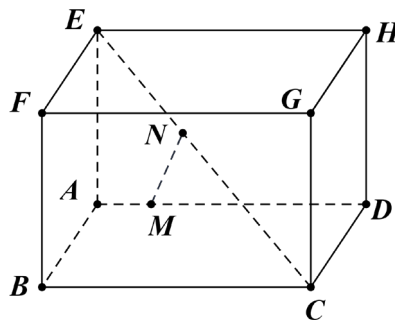
- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.
- b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 3 suy ra hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Bảng biến thiên của hàm số là

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		2		-6	$-\infty$

- d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau



Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Lấy hai điểm M , N thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ (tham khảo hình vẽ).



Xét các khẳng định sau:

- a) $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.
- b) $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$.
- c) $(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2$ với m, n, p là các số thực.

d) $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, $C(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; -3)$.

c) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm A, C và vuông góc với (P) có phương trình là $(R): x - y + 1 = 0$.

d) Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông. Khi đó, độ dài

MB lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 4. Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân có tay nghề cao của nam là 40%, tỷ lệ công nhân có tay nghề cao của nữ là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) $P(B | \overline{A}) = 0,4$.

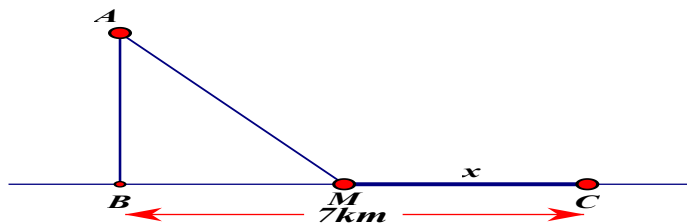
b) $P(B) = 0,43$.

c) $P(\overline{A} | B) = \frac{2}{13}$.

d) $P(A | B) = \frac{11}{13}$.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7(km)$. Người canh hải đăng phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6(km/h)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10(km/h)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



Câu 2. Người ta trồng 15050 cây theo dạng một hình tam giác bậc thang như sau: Hàng thứ nhất trồng 2 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 8 cây, ... , cứ tiếp tục trồng cho đến khi hết số cây và hàng cuối cùng có đủ số cây theo quy luật này. Tính số hàng cây được trồng.

Câu 3. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục).

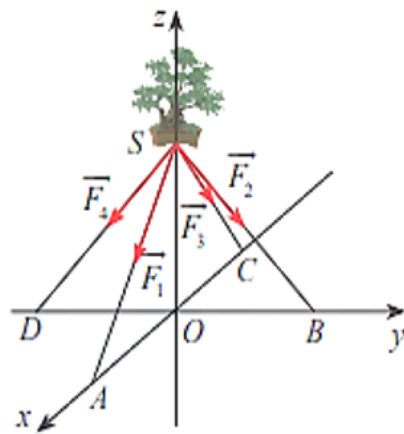


Câu 4. Sáu bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đức, Nam xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để An đứng cạnh Bình, biết rằng An không đứng cạnh Đức.

Câu 5. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc xây dựng như đấu trường La Mã, tòa nhà **Ellipse Tower** Hà Nội, sử dụng trong thiết kế logo quảng cáo, thiết bị nội thất. Xét một Lavabo (bồn rửa) làm bằng sứ đặc hình dạng là một nửa khối elip tròn xoay có thông số kỹ thuật mặt trên của Lavabo là: dài \times rộng: 660×380 mm (tham khảo hình vẽ bên dưới), Lavabo có độ dày đều là 20 mm. Thể tích chứa nước của Lavabo bằng bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 6. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



----- *Hét* -----

(HDC có 01 trang)

Môn: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	A	D	A	A	A	C	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4	100	47,4	0,4	18,8	104

(Đáp án chi tiết có 15 trang)

Môn: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho A và \bar{A} là hai biến cố đối nhau. Khẳng định nào dưới đây luôn **đúng**?

- A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$. B. $P(A) = P(\bar{A})$. C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất xác suất ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Câu 2. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2022 được ước tính bởi công thức

$f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Hỏi trong khoảng thời gian từ năm 2022 đến năm 2032 dân số của thị trấn đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. 6 nghìn người. B. 18 nghìn người. C. 2 nghìn người. D. 18,5 nghìn người.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ với $t \in [0;10]$ suy ra $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2} > 0, \forall t \in [0;10]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $[0;10]$.

Vậy dân số đạt giá trị lớn nhất bằng $f(10) = 18$ (nghìn người).

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y		2		$+\infty$		$+\infty$	

Đường biến thiên: Từ $x = -\infty$, $y = 2$ đi xuống đến cực tiểu tại $x = 0, y = -4$. Từ $x = 0$, $y = +\infty$ đi xuống đến cực tiểu tại $x = 1, y = -2$. Từ $x = 1$, $y = -2$ đi lên đến $y = +\infty$ tại $x = +\infty$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$. Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a}(2;1)$, $\vec{b}(3;-1)$. Tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{a} - \vec{b} = (-1;2)$.

B. $\vec{a} - \vec{b} = (1;2)$.

C. $\vec{a} - \vec{b} = (1;-2)$.

D. $\vec{a} - \vec{b} = (-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$ là: $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 3; 1 + 1) = (-1; 2)$

Câu 5. Mỗi ngày bà Minh đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bà Minh trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1,5(km).

B. 0,9(km).

C. 0,6(km).

D. 0,3(km).

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 4,2 - 2,7 = 1,5(km)$

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.

C. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

D. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn D

Dựa theo lý thuyết sách giáo khoa ‘căn bậc hai số học của phương sai chính là độ lệch chuẩn’.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ là

A. $F(x) = e^x + x^2 + C$

B. $F(x) = e^x + 2x + C$

C. $F(x) = e^x + 2$

D. $F(x) = e^x - x^2 + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$

Câu 8. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = -16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

A. $I = 26$.

B. $I = 58$.

C. $I = 143$.

D. $I = 122$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^9 f(x) dx + 3 \int_0^9 g(x) dx = 26$.

Câu 9. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $S = \int_0^2 (1 - 2^x) dx$.

B. $S = \int_0^2 |1 - 2^x| dx$.

C. $S = \int_0^2 |2^x - 1| dx$.

D. $S = \int_0^2 (2^x - 1) dx$.

Lời giải

Chọn A

Xét $x \in [0; 2]$, ta có $2^x \geq 2^0 \Leftrightarrow 2^x \geq 1$ nên $|2^x - 1| = |1 - 2^x| = 2^x - 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^2 |2^x - 1| dx = \int_0^2 |1 - 2^x| dx = \int_0^2 (2^x - 1) dx$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 2$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4.$

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng $R: (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ có bán kính 2 có phương trình là: $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4.$

Câu 11. Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có họ nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 5.$

B. $x = 1.$

C. $x = 2.$

D. $x = 4.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x-2}$. Xét các khẳng định sau:

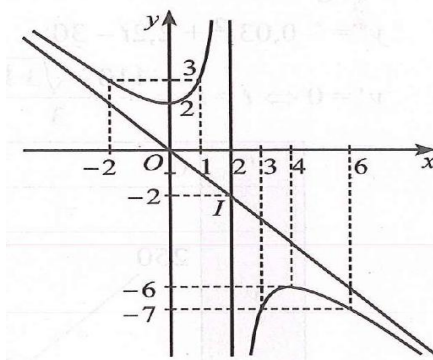
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2.$

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 3 suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

c) Bảng biến thiên của hàm số là

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	$-\infty$	-6	$-\infty$

d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau



Lời giải

Câu 1	a)	b)	c)	d)
ý	Đ	S	Đ	Đ

a) Đúng. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2} = -\infty$

\Rightarrow Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

b) Sai. $y' = \frac{-x^2 + 4x}{(x - 2)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 4$.

c) Đúng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2} = +\infty$

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng này.

Trên các khoảng $(0; 2)$ và $(2; 4)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng này.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = 2$; đạt cực đại tại $x = 4, y_{CD} = -6$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		2		$-\infty$	$+\infty$

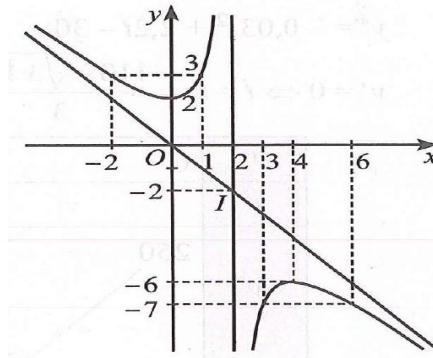
d) Đúng. Đồ thị

Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; 2)$.

Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2; 3), (0; 2), (1; 3), (3; -7), (4; -6), (6; -7)$.

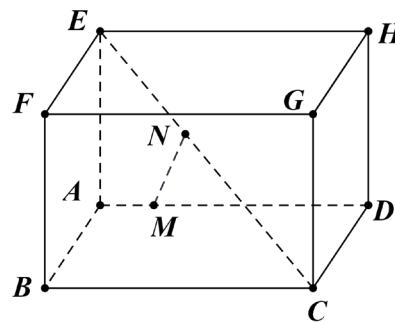
Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$ được cho ở hình vẽ.



Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2; -2)$ của hai đường tiệm cận của làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận đó làm trục đối xứng.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Lấy hai điểm M , N thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ (tham khảo hình vẽ).



Xét các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.

$$\text{b) } \overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}).$$

$$\text{c) } (m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2 \text{ với } m, n, p \text{ là các số thực.}$$

$$\text{d) } MN = \frac{\sqrt{61}}{5}.$$

Lời giải

Câu 2	a)	b)	c)	d)
ý	Đ	S	Đ	Đ

$$\text{a) Đúng: Ta có } \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{5}\vec{b}.$$

$$\text{b) Sai: } \overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC} = \frac{2}{5}(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EA}) = \frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}).$$

$$\text{c) Đúng: } (m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2 + 2mn\vec{a}\vec{b} + 2np\vec{b}\vec{c} + 2mp\vec{a}\vec{c}$$

$$= m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2. \text{ (vì } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đôi một vuông góc nên } \vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c} = 0).$$

$$\text{d) Đúng: Ta có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EN} = -\frac{1}{5}\vec{b} + \vec{c} + \frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}.$$

$$MN^2 = \overrightarrow{MN}^2 = \left(\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}\right)^2 = \frac{4}{25}\vec{a}^2 + \frac{1}{25}\vec{b}^2 + \frac{9}{25}\vec{c}^2 = \frac{4}{25} \cdot 4 + \frac{1}{25} \cdot 9 + \frac{9}{25} \cdot 4 = \frac{61}{25}$$

$$\text{Suy ra } MN = \frac{\sqrt{61}}{5}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $C(0; 1; -6)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b) Tọa độ vector $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; -3)$.

c) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm A, C và vuông góc với (P) có phương trình là $(R): x - y + 1 = 0$.

d) Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông. Khi đó, độ dài

$$MB \text{ lớn nhất bằng } \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Lời giải

Câu 3	a)	b)	c)	d)
ý	S	Đ	Đ	S

a) Sai

+ (P): $2x + 2y - z + 9 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$

+ Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$ làm vector chỉ

phương có phương trình là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Đúng. Toạ độ vector $\vec{AC} = (0 - 1; 1 - 2; -6 + 3) = (-1; -1; -3)$

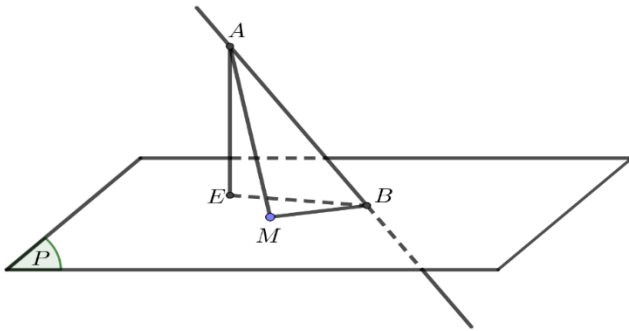
c) Đúng.

$\vec{AC}(-1; -1; -3)$, (P): $2x + 2y - z + 9 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$, $[\vec{AC}, \vec{n}_p] = (7; -7; 0)$

Mặt phẳng (R) đi qua điểm A, C và vuông góc với (P) nên nhận làm vectơ $\vec{n}_r(1; -1; 0)$ cùng phương với $[\vec{AC}, \vec{n}_p] = (7; -7; 0)$ là vector pháp tuyến

Phương trình là (R): $x - y + 1 = 0$.

d) Sai



+ Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 + 3a \\ y = 2 + 4a \\ z = -3 - 4a \end{cases} (a \in \mathbb{R}).$$

+ Ta có: $B \in d$ nên $B(1 + 3a; 2 + 4a; -3 - 4a)$ mà $B \in (P)$ suy ra:

$2(1 + 3a) + 2(2 + 4a) - (-3 - 4a) + 9 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{41}$

+ Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó $(MB)_{\max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P). Ta có: $AM \geq AE$,

với $AE = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - (-3) + 9|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 6$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $(AM)_{\min} = AE = 6 \Rightarrow (MB)_{\max} = EB = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{5}$.

Câu 4. Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân có tay nghề cao của nam là 40%, tỷ lệ công nhân có tay nghề cao của nữ là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) $P(B | \bar{A}) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,43$.

c) $P(\bar{A} | B) = \frac{2}{13}$.

d) $P(A | B) = \frac{11}{13}$.

Lời giải

Câu 4	a)	b)	c)	d)
ý	Đ	S	Đ	Đ

a) Đúng

Vì tỷ lệ công nhân có tay nghề cao của nam là 40% $\Rightarrow P(B | \bar{A}) = 0,4$.

b) Sai

$P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 0,2; P(B | A) = 0,55 \Rightarrow P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,52$.

c) Đúng

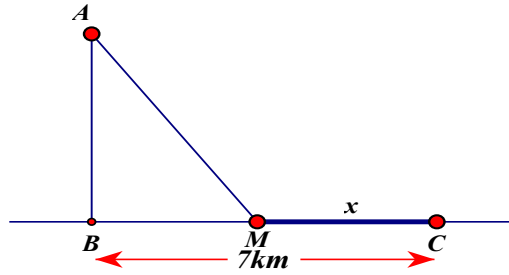
Vì $P(\bar{A} | B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,4}{0,52} = \frac{2}{13}$.

d) Đúng

$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,55}{0,52} = \frac{11}{13}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7(km)$. Người canh hải đăng phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6(km/h)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10(km/h)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



Lời giải

Trả lời: 4

Đặt $MC = x$ (km), $x \in [0; 7]$.

Quãng đường $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + (7-x)^2} \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường AM là $\frac{\sqrt{16 + (7-x)^2}}{6}$ (giờ). Quãng đường $MC = x \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường MC là $\frac{x}{10}$ (giờ).

Tổng thời gian đi từ A đến C là $y = \frac{1}{6}\sqrt{16 + (7-x)^2} + \frac{1}{10}x$ (với $0 \leq x \leq 7$).

Đạo hàm $y' = \frac{1}{6} \cdot \frac{x-7}{\sqrt{16 + (7-x)^2}} + \frac{1}{10}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16 + (7-x)^2} = 10(7-x) \Leftrightarrow x = 4$.

Giá trị $y(0) = \frac{1}{6}\sqrt{65}$, $y(7) = \frac{41}{30}$, $y(4) = \frac{37}{30}$.

Vậy GTNN là $y(4) = \frac{37}{30}$, tức là khoảng cách $x = 4$ (km).

Câu 2. Người ta trồng 15050 cây theo dạng một hình tam giác bậc thang như sau: Hàng thứ nhất trồng 2 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 8 cây, ..., cứ tiếp tục trồng cho đến khi hết số cây và hàng cuối cùng có đủ số cây theo quy luật này. Tính số hàng cây được trồng.

Lời giải

Trả lời: 100

Gọi u_n là số cây của hàng thứ n .

Với $u_1 = 2$, $u_2 = 5$, $u_3 = 8$, ... và $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 15050$.

Khi đó (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

Ta có: $S_n = 15050$

$$\Leftrightarrow \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 15050 \Leftrightarrow n(3n+1) = 30100$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 + n - 30100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 100 \\ n = -\frac{301}{3} \end{cases} \Leftrightarrow n = 100 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}^* \text{)}.$$

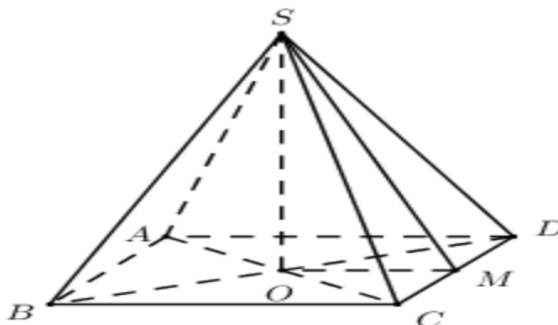
Vậy số hàng cây được trồng là 100.

Câu 3. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 47,4.



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ như hình vẽ, $O = AC \cap BD$, M là trung điểm của DC .

Góc nhị diện tạo bởi mỗi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là bằng nhau.

Xét góc nhị diện tạo bởi mặt bên (SCD) và mặt đáy ($ABCD$) là $[S, CD, O]$.

Ta có $SM \perp CD$ và $OM \perp CD$, suy ra \widehat{SMO} là góc phẳng nhị diện $[S, CD, O]$.

Xét tam giác SMO ta có $OM = \frac{BC}{2} = 90$ (m)

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow \widehat{SMO} \approx 47,4^\circ.$$

Vậy số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó bằng $47,4^\circ$.

Câu 4. Sáu bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đức, Nam xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để An đứng cạnh Bình, biết rằng An không đứng cạnh Đức.

Lời giải

Trả lời: 0,4

Gọi M là biến cố "An đứng cạnh Bình", N là biến cố "An không đứng cạnh Đức"

$$\text{Ta có } P(M) = \frac{2.5!}{6!} = \frac{1}{3}; \quad P(M\bar{N}) = \frac{2.4!}{6!} = \frac{1}{15}; \quad P(N) = 1 - P(\bar{N}) = 1 - \frac{2.5!}{6!} = \frac{2}{3}$$

$$P(MN) = P(M) - P(M\bar{N}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}.$$

$$\text{Vậy } P(M|N) = \frac{P(MN)}{P(N)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{3}} = 0,4.$$

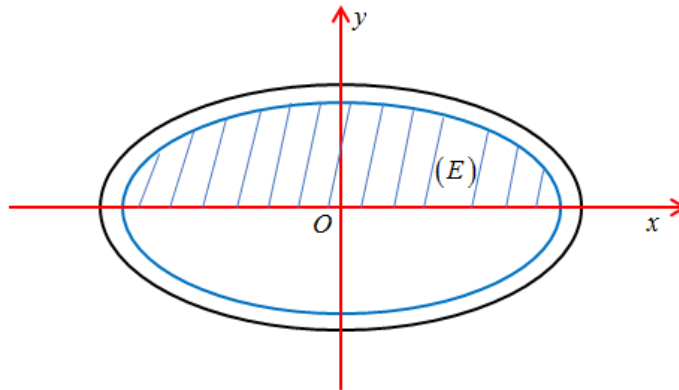
Câu 5. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc xây dựng như đấu trường La Mã, tòa nhà **Ellipse Tower** Hà Nội, sử dụng trong thiết kế logo quảng cáo, thiết bị nội thất. Xét một Lavabo (bồn rửa) làm bằng sứ đặc hình dạng là một nửa khối elip tròn xoay có thông số kỹ thuật mặt trên của Lavabo là: dài \times rộng: 660×380 mm (tham khảo hình vẽ bên dưới), Lavabo có độ dày đều là 20 mm. Thể tích chứa nước của Lavabo bằng bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Lời giải

Trả lời: 18,8

Giả sử mặt trên của Lavabo được biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Gọi hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Gọi (E) là elip nhỏ bên trong.



Độ dài trục lớn của (E) là $2a = 660 - 40 = 620 \text{ mm} = 6,2 \text{ dm} \Rightarrow a = 3,1 \text{ dm}$.

Độ dài trục bé của (E) là $2b = 380 - 40 = 340 \text{ mm} = 3,4 \text{ dm} \Rightarrow b = 1,7 \text{ dm}$.

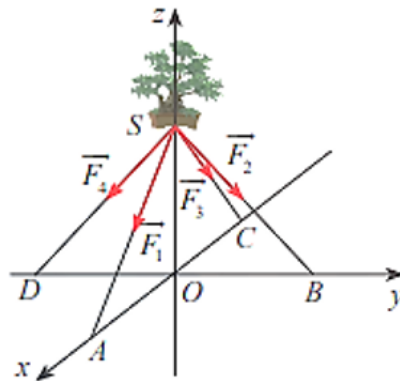
Vậy phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{(3,1)^2} + \frac{y^2}{(1,7)^2} = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{289}{100} \left(1 - \frac{100x^2}{961} \right)$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay miền giới hạn bởi (E) , trục Ox và $x = -\frac{31}{10}$, $x = \frac{31}{10}$ (Phần gạch chéo trong hình) quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{-\frac{31}{10}}^{\frac{31}{10}} \frac{289}{100} \left(1 - \frac{100x^2}{961} \right) dx = \frac{8959\pi}{750} (\text{dm}^3)$$

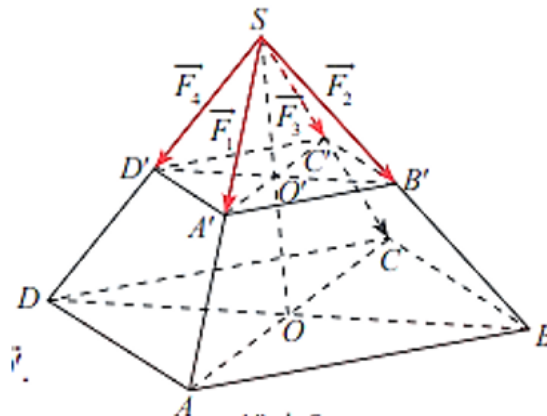
Vậy thể tích chứa nước của Lavabo là $\frac{V}{2} \approx 18,8 \text{ dm}^3$.

Câu 6. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



Lời giải

Trả lời: 104



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có $\vec{SA} = (20; 0; -20)$, $\vec{SB} = (0; 20; -20)$, $\vec{SC} = (-20; 0; -20)$, $\vec{SD} = (0; -20; -20)$

Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{2}$, do đó $S.ABCD$ là hình chóp đều và $SO = \frac{1}{2}AC = 20$.

Các véc tơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D'

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi P là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} = 4\vec{SO'}$

Do $|\vec{P}| = 40 \text{ N} \Rightarrow SO' = 10$, suy ra O' là trung điểm SO , do đó A', B', C', D' lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD .

Có $\vec{F}_1 = \vec{SA'} = \frac{1}{2}\vec{SA} = (10; 0; -10)$, $\vec{F}_2 = \vec{SB'} = \frac{1}{2}\vec{SB} = (0; 10; -10)$, $\vec{F}_3 = \vec{SC'} = \frac{1}{2}\vec{SC} = (-10; 0; -10)$,
 $\vec{F}_4 = \vec{SD'} = \frac{1}{2}\vec{SD} = (0; -10; -10)$

Suy ra $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4 = (-20; -20; -100)$

Vậy $|\vec{F}| = 60\sqrt{3} \approx 104 \text{ N}$.

-----**Hết**-----

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1		-3		$+\infty$

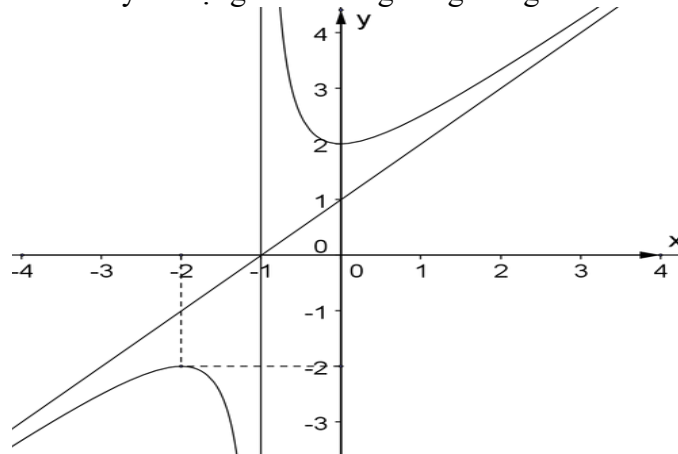
Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiêu là ?

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = -3$. D. $y = -3$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$ là

- A. 17 B. -17 C. 3 D. 1

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x+1}$.
C. $y = x^2 - 2x + 2$. D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-1;0)$ và $B(1;1;-3)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(-1;2;-3)$ B. $(1;-2;3)$ C. $(-1;-2;3)$. D. $(1;-2;3)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1;1;2)$ và $B(-4;3;-2)$ là:

- A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$. D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Câu 8: $\int x^5 dx$ bằng

- A. $5x^4 + C$. B. $\frac{1}{6}x^6 + C$. C. $x^6 + C$. D. $6x^6 + C$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x-4)$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 10: Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. B. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.
C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -4$ và $q = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{1}{4}$. B. $u_5 = -4$. C. $u_5 = 16$. D. $u_5 = -2$.

Câu 12: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn toán.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{37}{42}$. D. $\frac{5}{42}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

- Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x_1; x_2$. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.
- Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.

Câu 2: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 10t (m/s)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.
- Gia tốc chuyển động của ô tô là $a = 10 (m/s^2)$.
- Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40 \left(m/s^2 \right)$. Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$

a) Tọa độ của véc tơ \overline{AB} là $(1;3;-2)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(1;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng Oxy là $H(0;0;-2)$.

d) $\vec{x} = 2\overline{AB} - 3\overline{BC}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{x} = (-4;12;14)$

Câu 4. Trong một khu bảo tồn động vật hoang dã, người ta đang nghiên cứu 600 con vật, trong đó có 360 con báo đốm và 240 con sư tử. Sau khi thống kê, người ta thấy có 60% số báo đốm đã được tiêm phòng và 45% số sư tử đã được tiêm phòng.

a) Chọn ra ngẫu nhiên một con vật trong số đó. Xác suất để chọn ra được một con sư tử đã được tiêm phòng là 0,4.

b) Số con báo đốm đã được tiêm phòng là 216 con.

c) Số con sư tử chưa được tiêm phòng là 108 con.

d) Chọn ra ngẫu nhiên một con vật trong số đó. Xác suất để chọn ra được một con vật chưa được tiêm phòng là 0,46.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

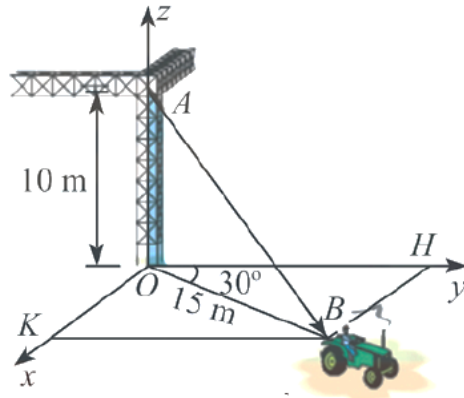
Câu 1. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

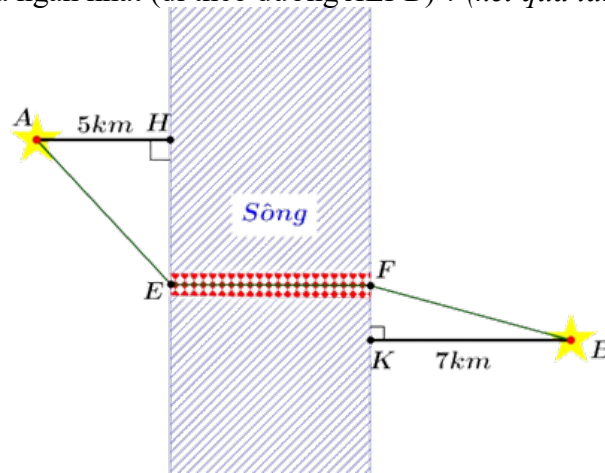
Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa đường thẳng MN và đường thẳng AA' bằng 30° . Tính thể tích của khối hộp chữ nhật (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tìm được tọa độ của véc tơ $\overline{AB} = (a;b;c)$, khi đó giá trị của $a + c$

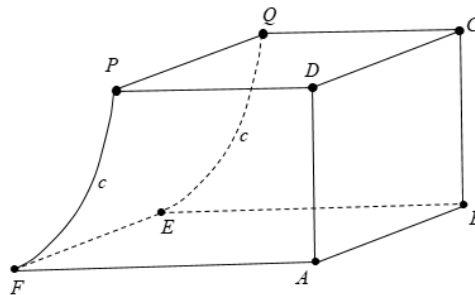


Câu 4. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phân trăm).

Câu 5. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7km (hình vẽ), biết $HE + KF = 24\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến km)



Câu 6. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.



Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5\text{ cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{ cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến chữ số đầu tiên hàng thập phân)?

.....Hết.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TN THPT NĂM 2025

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	D	B	C	A	D	B	A	C	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	79,2	9,8	-2,5	0,02	16	17,7

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là ?

- A. $x = -2$. **B. $x = 0$.** C. $x = -3$. D. $y = -3$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên, suy ra hàm số có điểm cực tiểu là $x = 0$

Suy ra đáp án B.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$ là

A. 17

B. -17

C. 3

D. 1

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên của hàm số trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$:

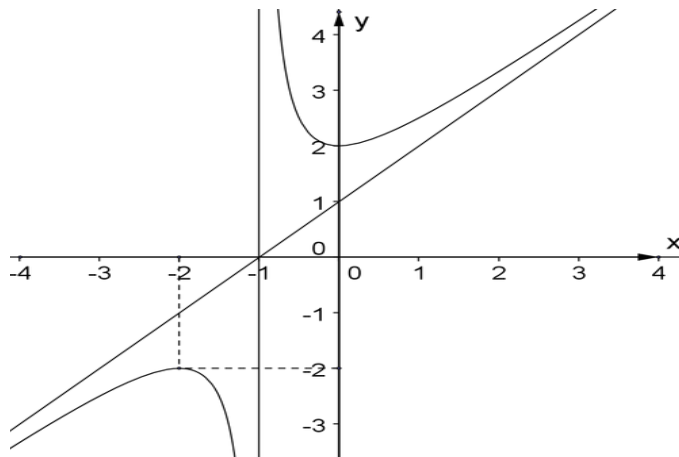
x	-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			↗	3	↘	-1	↗ $+\infty$
	-17						

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\text{Min}_{[-1; +\infty)} f(x) = f(-1) = -17$

và hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-1; +\infty)$.

Suy ra đáp án B.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x+1}$.

C. $y = x^2 - 2x + 2$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$.

Lời giải

Nhìn đồ thị hàm số loại bỏ đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2; -2)$, thay vào 2 đáp án còn lại. Suy ra đáp án D.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, suy ra tiệm cận ngang của hàm số là đáp án B.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2+1) - 2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0.$$

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (tm)} \\ x = 1 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. đáp án C.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

A. $(-1; 2; -3)$

B. $(1; -2; 3)$

C. $(-1; -2; 3)$.

D. $(1; -2; 3)$

Lời giải

Chọn A

$$A(2; -1; 0), B(1; 1; -3).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 2; 1 + 1; -3 - 0) = (-1; 2; -3).$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1; 1; 2)$ và $B(-4; 3; -2)$ là:

A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng AB đi qua điểm $B(-4; 3; -2)$, nhận $\overrightarrow{AB} = (-5; 2; -4)$ làm vector chỉ phương, có

phương trình chính tắc là: $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Câu 8: $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$.

B. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

C. $x^6 + C$.

D. $6x^6 + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ ta có $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x - 4)$ là:

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Hàm số logarit xác định khi: $2x - 4 > 0 \Rightarrow x > 2$.

Suy ra đáp án A

Câu 10: Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

B. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

C. $(a+b)^m = a^m + b^m$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Lời giải

Dùng tính chất lũy thừa. Suy ra đáp án đúng là C.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -4$ và $q = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_5 = -\frac{1}{4}$.

B. $u_5 = -4$.

C. $u_5 = 16$.

D. $u_5 = -2$.

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của CSN ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{1}{4}$.

Suy ra đáp án A.

Câu 12: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn toán.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{37}{42}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn C

$n(\Omega) = C_9^3 = 84$. Gọi A : "3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn toán"

Khi đó \bar{A} : "3 quyển lấy ra không có quyển nào môn toán" hay \bar{A} : "3 quyển lấy ra là môn lý hoặc hóa".

Ta có $3 + 2 = 5$ quyển sách lý hoặc hóa. $n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Gồm 4 câu, mỗi câu có 4 ý, hs chọn khẳng định đúng sai cho các ý)

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

e) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

f) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

g) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x_1; x_2$. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.

h) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) **Đúng** vì : $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Từ BBT ta có:

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) **Sai** vì từ BBT ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) **Đúng** vì $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-1) = -1$.

d) **Sai** vì $A(-1; 3), B(1; -1), C(-1; 2)$.

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1.$$

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{2 \cdot 0 + (-4)(-1)}{\sqrt{2^2 + (-4)^2} \sqrt{0^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = 1.$$

Câu 2: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 10t(m/s)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là $a = 10(m/s^2)$.

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40(m/s^2)$. Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Ta có: $s = \int_0^5 v(t)dt = \int_0^5 10tdt = 5t^2 \Big|_0^5 = 125(m)$. Suy ra mệnh đề sai.

b) Ta có: $a = v'(t) = 10(m/s^2)$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Ta có: $s = \int_5^{10} v(t)dt = \int_5^{10} 10tdt = 5t^2 \Big|_5^{10} = 500 - 125 = 375(m)$. Suy ra mệnh đề đúng.

d) Tại thời điểm $t = 10s \Rightarrow v = 100(m/s)$.

Khi đó $v_0(t) = \int adt = -40t + C$, mà $v_0(10) = 100 \Rightarrow -40.10 + C = 100 \Rightarrow C = 500$

Khi ô tô dừng hẳn thì $v_0(t) = -40t + 500 = 0 \Rightarrow t = 12,5(s)$

Ta có: $s_1 = \int_0^{10} v(t)dt = \int_0^{10} 10tdt = 5t^2 \Big|_0^{10} = 500(m)$

$s_2 = \int_{10}^{12,5} v_0(t)dt = \int_{10}^{12,5} (-40t + 500)dt = (-20t^2 + 500t) \Big|_{10}^{12,5} = 125(m)$

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 625(m)$.

Suy ra mệnh đề đúng

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$

a) Tọa độ của véc tơ \overline{AB} là $(1;3;-2)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(1; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng Oxy là $H(0;0;-2)$.

d) $\vec{x} = 2\overline{AB} - 3\overline{BC}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{x} = (-4;12;14)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có $\overline{AB} = (1;3;-2)$, suy ra a) đúng.

- b) Theo công thức xác định trọng tâm của tam giác, suy ra $G\left(1; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$, b)-đúng.
- c) Hình chiếu vuông góc của B lên mp (0xy) là $H(2;1;0)$, suy ra c)- sai.
- d) Ta có $\overline{AB} = (1; 3; -2)$; $\overline{BC} = (-2; 2; 6)$, suy ra $\vec{x} = 2\overline{AB} - 3\overline{BC} = (8; 0; -22)$,
d)- sai.

Câu 4. Trong một khu bảo tồn động vật hoang dã, người ta đang nghiên cứu 600 con vật, trong đó có 360 con báo đốm và 240 con sư tử. Sau khi thống kê, người ta thấy có 60% số báo đốm đã được tiêm phòng và 45% số sư tử đã được tiêm phòng.

- a) Chọn ra ngẫu nhiên một con vật trong số đó. Xác suất để chọn ra được một con sư tử đã được tiêm phòng là 0,4.
- b) Số con báo đốm đã được tiêm phòng là 216 con.
- c) Số con sư tử chưa được tiêm phòng là 108 con.
- d) Chọn ra ngẫu nhiên một con vật trong số đó. Xác suất để chọn ra được một con vật chưa được tiêm phòng là 0,46.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Xét các biến cố:

A: “Chọn được 1 con sư tử”

B: “Chọn được 1 con vật đã tiêm phòng”.

Số con sư tử đã được tiêm phòng là: $240.45\% = 108$ (con).

Tổng số con vật đã được tiêm phòng là: $216 + 108 = 324$ (con).

Xác suất để chọn ra được một con sư tử đã được tiêm phòng là $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{108}{324} = \frac{1}{3}$.

b) Số con báo đốm đã được tiêm phòng là: $360.60\% = 216$ (con).

c) Số con sư tử chưa được tiêm phòng là: $240.(100\% - 45\%) = 132$ (con).

d) Dễ dàng tính được: $P(A) = \frac{240}{600} = \frac{2}{5}$; $P(B|A) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$; $P(\bar{A}) = \frac{3}{5}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{27}{50} = 0,54$.

Vậy xác suất để chọn được một con vật chưa tiêm phòng là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,46$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp số: 79,2

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10}(150 - 100) = 112,5$

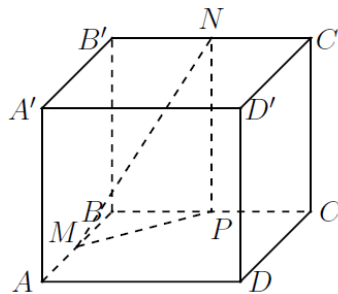
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 150 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9}(200 - 150) = \frac{575}{3}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,2$

Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa đường thẳng MN và đường thẳng AA' bằng 30° . Tính thể tích của khối hộp chữ nhật (làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp án : 9,8

Lời giải



Gọi P là trung điểm của BC , ta có $NP \parallel AA'$, do đó $(MN, AA') = (MN, NP)$.

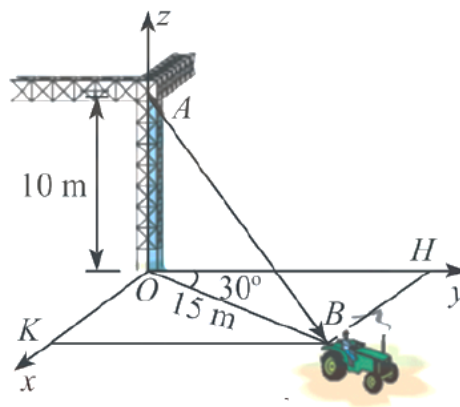
Vì tam giác MNP vuông ở P , $MP = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$ nên ta có

$$\widehat{MNP} = (MN, AA') = 30^\circ \Rightarrow NP = MP \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{6}.$$

Vậy thể tích khối hộp đã cho bằng

$$S_{ABCD} \cdot NP = (2)^2 \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{6} \approx 9,8$$

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c$



Đáp số: -2,5

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = 10\vec{k} \Rightarrow A(0; 0; 10)$

Mặt khác:

$$OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}; \quad OK = OB \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

$$\text{Do đó } a = \frac{15}{2}; c = -10$$

Nên $a + c = -2,5$

Câu 4. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0,02

Lời giải

Xét các biến cố:

A_1 : Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi. Khi đó, ta có: $P(A_1) = \frac{39}{2000}$; $P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}$.

A_2 : Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi.

+ Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|A_1) = \frac{38}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2}|A_1) = \frac{1961}{1999}$.

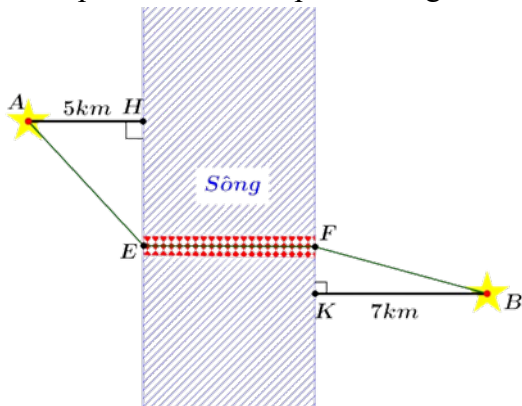
+ Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|\overline{A_1}) = \frac{39}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2}|\overline{A_1}) = \frac{1960}{1999}$.

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$P(A_2) = P(A_2|A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2|\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_1}) = \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02.$$

Đáp số: 0,02

Câu 5. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7km (hình vẽ), biết $HE + KF = 24\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến km)



Lời giải

Đáp số: 16

Đặt $HE = x$ và $FK = y$, với $x, y > 0$

Ta có: $HE + KF = 24 \Rightarrow x + y = 24$

$$\begin{cases} AE = \sqrt{25 + x^2} \\ BF = \sqrt{49 + y^2} = \sqrt{49 + (24 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận định AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất (vì EF không đổi).

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{(24-x)^2 + 49}$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{x-24}{\sqrt{x^2 - 48x + 625}}, \forall x \in (0; 24).$$

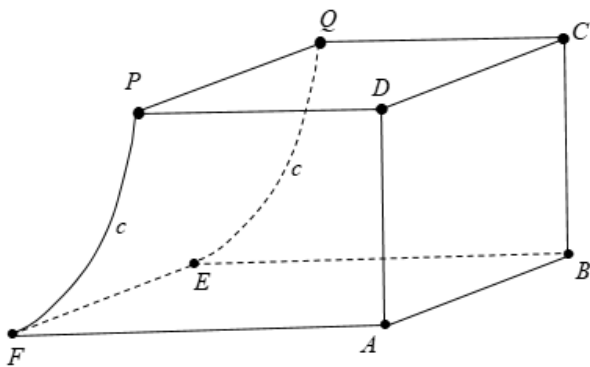
Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 10$

Bảng biến thiên

x	0	10	24
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Vậy GTNN của $f(x)$ bằng $7\sqrt{5}$ tại $x = 10 \Rightarrow BF = 7\sqrt{5} \approx 16 \text{ km}$.

Câu 6. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.

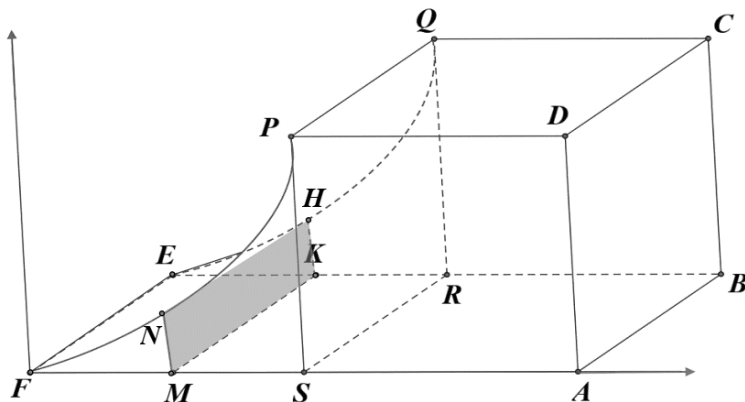


Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5 \text{ cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5 \text{ cm}$.

Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến chữ số đầu tiên hàng thập phân)?

Lời giải

Đáp số: $17,7 \text{ cm}^3$



Gọi hình chiếu của P, Q trên AF và BE là R và S .

Vật thể được chia thành hình lập phương $ABCD.PQRS$ có cạnh $2,5\text{ cm}$, thể tích $V_1 = \frac{125}{8}\text{ cm}^3$ và phần còn lại có

thể tích V_2 . Khi đó thể tích vật thể $V = V_1 + V_2 = \frac{125}{8} + V_2$.

Đặt hệ trục $Oxyz$ sao cho O trùng với F , Ox trùng với FA , Oy trùng với tia Fy song song với AD . Khi đó

Parabol (P) có phương trình dạng $y = ax^2$, đi qua điểm $P\left(1; \frac{5}{2}\right)$ do đó $a = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x^2$.

Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và đi qua điểm $M(x; 0; 0)$, $0 \leq x \leq 1$ ta được thiết diện là hình chữ

nhật $MNHK$ có cạnh là $MN = \frac{5}{2}x^2$ và $MK = \frac{5}{2}$ do đó diện tích $S(x) = \frac{25}{4}x^2$

Áp dụng công thức thể tích vật thể ta có $V_2 = \int_0^1 \frac{25}{4}x^2 dx = \frac{25}{12}$

Từ đó $V = \frac{125}{8} + \frac{25}{12} = \frac{425}{24}\text{ cm}^3 \approx 17,7\text{ cm}^3$

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. $S = 46$. B. $S = 308$. C. $S = 644$. D. $S = 280$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_{16}(x+5) = \frac{1}{2}$ là:

- A. 3. B. -1. C. -3. D. 27.

Câu 3. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để hai lần tung đều xuất hiện mặt ngửa.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{3}{4}$.

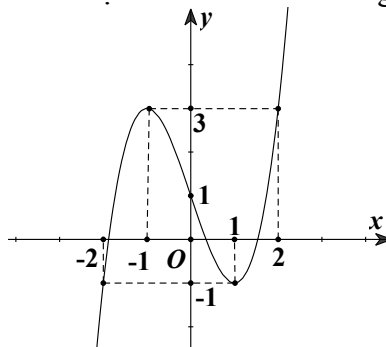
Câu 4. Một học sinh tô ngẫu nhiên 5 câu trắc nghiệm. Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu bằng

- A. $\frac{15}{1024}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{243}{1024}$. D. $\frac{1}{1024}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 2x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^{2025} + 2024$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = 2026x^{2026} + 2024x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2025x^{2024} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024 + C$.

Câu 8. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 8. B. -4. C. 4. D. -8.

Câu 9. Một người công nhân của một nông trường thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây keo lá tràm 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

A. 25 cm .

B. 5 cm .

C. 20 cm .

D. 10 cm .

Câu 10. Khối lượng các túi đường được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	[1,5;1,7)	[1,7;1,9)	[1,9;2,1)	[2,1;2,3)	[2,3;2,5)
Số túi đường	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây.

A. 0,05 .

B. 0,07 .

C. 0,08 .

D. 0,09 .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 3; -2)$ thì phương trình của (α) là

A. $-6x + 3y - 2z = 0$.

B. $6x - 3y - 2z = 0$.

C. $-6x - 3y - 2z = 0$.

D. $6x + 3y - 2z = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

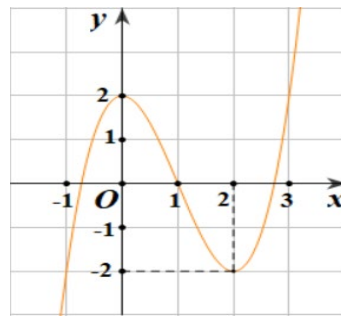
B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình bên dưới



a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $y = -2x + 2$.

d) Có 1 giá trị nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$

a) Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$.

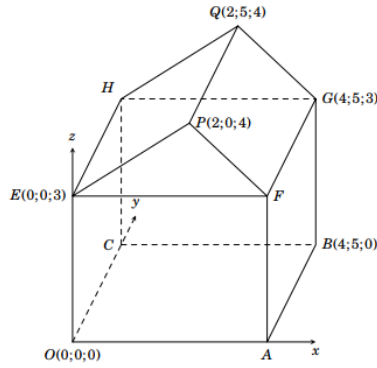
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và parabol (P) là $\frac{4}{3}$

c) Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 (x^4 - 2x^2) dx$

d) Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung

quanh trục Ox là $\frac{16\pi}{15}$

Câu 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



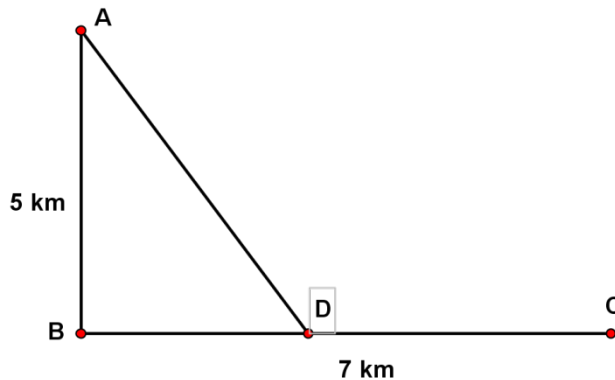
- a) Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$.
- b) Tọa độ của điểm $H(0;5;3)$.
- c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).
- d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km .

- a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là: $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$.
- b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.
- c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.
- d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km .

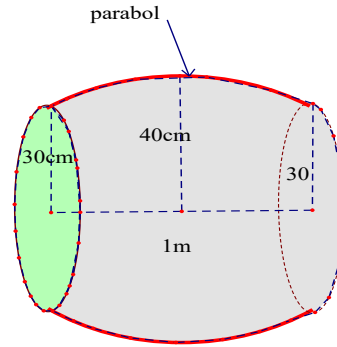
Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C , đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc $4(km/h)$, rồi đi bộ đến vị trí C với vận tốc $6(km/h)$. Biết A cách B một khoảng $5km$, B cách C một khoảng $7km$ (hình vẽ). Gọi D_0 là vị trí để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất. Tính $S = 100\sqrt{5}AD_0$?



Trả lời:

Câu 2. Một cái trống trường có bán kính các đáy là $30cm$, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(cm^2)$, chiều dài của trống là $1m$. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Gọi V thể tích của cái trống. Tính $10V$?



Trả lời:.....

Câu 3. Trường THPT A có **20%** học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có **85%** học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có **10%** số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 4. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

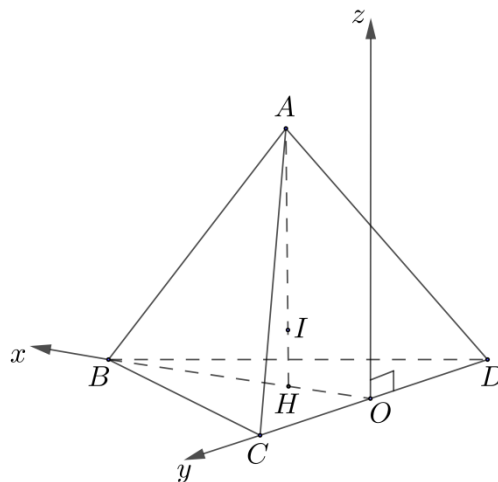
Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $SABCD$, $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là 60° . Thể tích khối chóp $SABCD$ là $\frac{a}{3}\sqrt{b}$. Hãy tính giá trị của biểu thức

$$P = a + b$$

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Phương trình mặt cầu nội tiếp tứ diện có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + R^2$

Trả lời:

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	A	C	B	D	B	B	C	A	D	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1500	4 252	0,68	0,5	70	6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.[MĐ2] Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S = 46$.

B. $S = 308$.

C. $S = 644$.

D. $S = 280$.

Lời giải

Chọn D

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$.

$$\text{Vậy } S = \frac{[2(-6) + (14-1)4]14}{2} = 280.$$

Câu 2. [MĐ1] Nghiệm của phương trình $\log_{16}(x+5) = \frac{1}{2}$ là:

A. 3.

B. -1.

C. -3.

D. 27.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x+5 = 16^{\frac{1}{2}}$. Suy ra $x = -1$.

Câu 3.[MĐ1] Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để hai lần tung đều xuất hiện mặt ngửa.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi không gian mẫu là Ω ta có $n(\Omega) = 2 \cdot 2 = 4$. Gọi A là biến cố “Cả hai lần tung đều xuất hiện mặt ngửa.

Khi đó $A = \{NN\} \Rightarrow n(A) = 1$. Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$.

Câu 4.[MĐ1] Một học sinh tô ngẫu nhiên 5 câu trắc nghiệm. Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu bằng

- A. $\frac{15}{1024}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{243}{1024}$. D. $\frac{1}{1024}$.

Lời giải

Chọn C

Xác suất tô sai 1 câu là $\frac{3}{4}$; Vậy Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}$.

Câu 5.[MĐ1] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

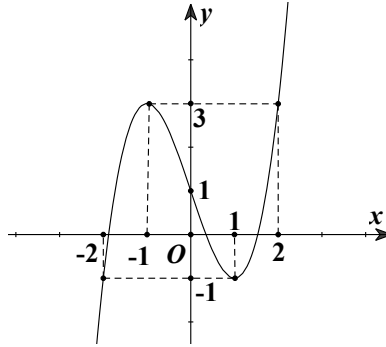
Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2$.

Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Câu 6.[MĐ1] Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 2x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử đường cong hình bên là đồ thị của hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $a > 0$ nên loại A và B

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị: $(-1; 3)$ và $(1; -1)$ nên chọn D

Câu 7.[MĐ1] Cho hàm số $f(x) = x^{2025} + 2024$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = 2026x^{2026} + 2024x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2025x^{2024} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int (x^{2025} + 2024) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024x + C$$

Câu 8.[MD1] Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 8. B. -4. C. 4. D. -8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 2 - 6 = -4$.

Câu 9.[MD1] Một người công nhân của một nông trường thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây keo lá tràm 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

- A. 25 cm. B. 5 cm. C. 20 cm. D. 10 cm.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $65 - 40 = 25$ (cm).

Câu 10.[MD1] Khối lượng các túi đường được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	[1,5;1,7)	[1,7;1,9)	[1,9;2,1)	[2,1;2,3)	[2,3;2,5)
Số túi đường	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây.

- A. 0,05. B. 0,07. C. 0,08. D. 0,09.

Lời giải

Chọn A

Khối lượng trung bình của 40 túi đường là: $\bar{x} = \frac{1}{40}(3 \cdot 1,6 + 5 \cdot 1,8 + 23 \cdot 2 + 5 \cdot 2,2 + 4 \cdot 2,4) \approx 2$ kg

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s^2 = \frac{1}{40}(3 \cdot (1,6 - 2)^2 + 5 \cdot (1,8 - 2)^2 + 23 \cdot (2 - 2)^2 + 5 \cdot (2,2 - 2)^2 + 4 \cdot (2,4 - 2)^2) \approx 0,04$$

Câu 11.[MD1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 3; -2)$ thì phương trình của (α) là

- A. $-6x + 3y - 2z = 0$. B. $6x - 3y - 2z = 0$. C. $-6x - 3y - 2z = 0$. D. $6x + 3y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình của (α) là: $6(x - 0) + 3(y - 0) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z = 0$.

Câu 12.[MD2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Lời giải

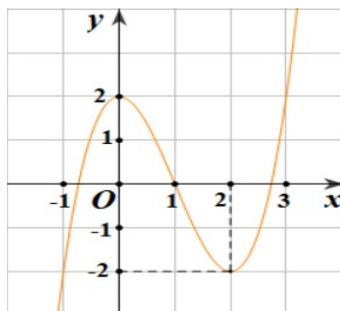
Chọn C

Ta có mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

Trong đáp án C ta có:
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{4} = 2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình bên dưới



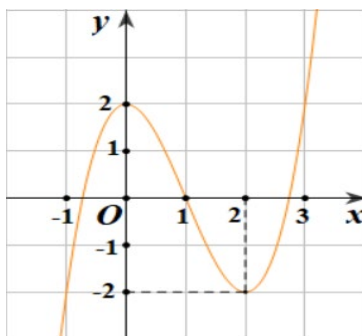
Mệnh đề nào sau đây đúng, mệnh đề nào sau đây sai?

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $y = -2x + 2$.
 d) Có 1 giá trị nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải

- a) Sai** **b) Đúng** **c) Đúng** **d) Đúng**

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình bên dưới



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. Là phát biểu **sai**
 Vì quan sát đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
 b. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$. Là phát biểu **đúng**
 Vì quan sát đồ thị hàm số trên ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; -2)$
 c. Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $y = -2x + 2$. Là phát biểu **đúng**.
 Vì thay tọa độ của 2 điểm cực trị $(0; 2)$ và $(2; -2)$ vào phương trình đường thẳng trên ta thấy đúng. Nên 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $y = -2x + 2$.
 d. Có 1 giá trị nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Là phát biểu **đúng**.
 Vì số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$ (1) được viết lại $x^3 - 3x^2 + 2 = 2m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và đường thẳng $y = 2m$.

Đề phương trình (1) có 3 nghiệm. Theo đồ thị hàm số trên thì đường thẳng $y = 2m$ (song song với trục Ox) cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $-2 < 2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1; m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$. Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 2. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x$ Mệnh đề nào sau đây đúng, mệnh đề nào sau đây sai?

- a) Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$.
- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và parabol (P) là $\frac{4}{3}$
- c) Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 (x^4 - 2x^2) dx$
- d) Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là $\frac{16\pi}{15}$

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) đúng.

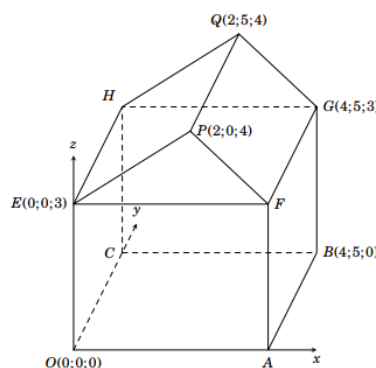
a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Suy ra mệnh đề đúng

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và parabol (P) là: $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \frac{4}{3}$. Suy ra mệnh đề đúng

c) Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 |(x^2)^2 - (2x)^2| dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx$. Suy ra mệnh đề sai

d) $V = \pi \int_0^2 |(x^2)^2 - (2x)^2| dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx = \frac{64\pi}{15}$. Suy ra mệnh đề đúng

Câu 3: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- a) Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.
- b) Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.

c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng.

a) Sai: Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4, y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.

b) Đúng: Tường nhà là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5, z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0;5;3)$.

c) Đúng: Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt phẳng lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có $\overline{FP} = (-2;0;1), \overline{FE} = (-4;0;0)$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overline{FP}, \overline{FE}) = \frac{\overline{FP} \cdot \overline{FE}}{|\overline{FP}| \cdot |\overline{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

d) Đúng: Chiều cao bằng cao độ của điểm P suy ra $h = 4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:
 $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	S	Đ

a) Do phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:
 $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$ suy ra đúng.

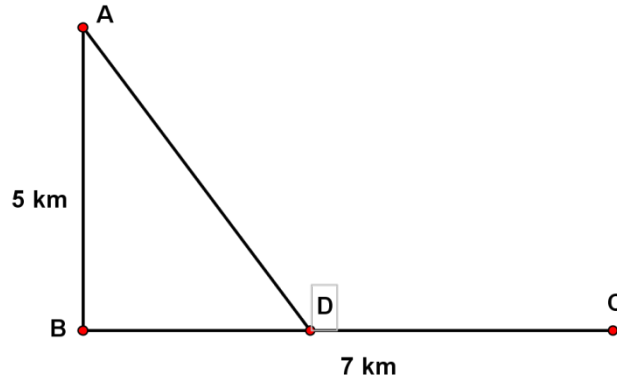
b) Do ta có: $IM = \sqrt{(18-17)^2 + (21-20)^2 + (50-45)^2} = \sqrt{27} < 4000$ nên người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng suy ra sai.

c) Do ta có: $IN = \sqrt{(4019-17)^2 + (21-20)^2 + (44-45)^2} \approx 4002 > 4000$ nên người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng suy ra sai.

d) Do đường kính của mặt cầu trên bằng 8000m hay 8km nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8km suy ra đúng.

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. [MĐ4] Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 4(km/h), rồi đi bộ đến vị trí C với vận tốc 6(km/h). Biết A cách B một khoảng 5km, B cách C một khoảng 7km (hình vẽ). Gọi D₀ là vị trí để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất. Tính S = 100√5AD₀?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: S = 1500.

Đặt AD = x(km), (x > 0). Ta có BD = √(AD² - AB²) = √(x² - 25) (x ≥ 5); CD = BC - BD = 7 - √(x² - 25)

Thời gian đi từ A đến C là: T(x) = AD/4 + DC/6 = x/4 + (7 - √(x² - 25))/6

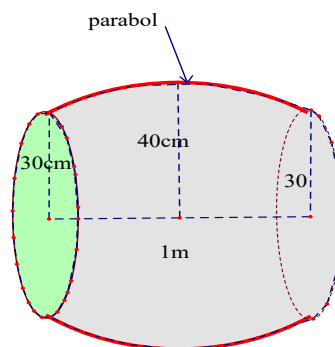
$$T'(x) = \frac{1}{4} + \frac{-2x}{12\sqrt{x^2 - 25}} = \frac{3\sqrt{x^2 - 25} - 2x}{12\sqrt{x^2 - 25}}. T'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 25} = 2x \Leftrightarrow x = 3\sqrt{5}$$

Bảng biến thiên

x	5	3√5	+∞
T'		+	0 -
T	29/12	14 + 5√5 / 12	+∞

Do đó min_{x ∈ [5; +∞)} T(x) = T(3√5) = (14 + 5√5)/12; Vậy AD₀ = 3√5(km) ⇒ S = 1500.

Câu 2. [MĐ4] Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là 1600π(cm²), chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Gọi V thể tích của cái trống. Tính 10V?

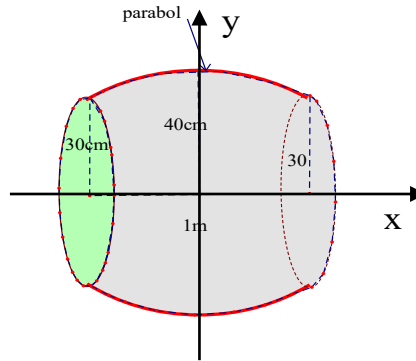


Trả lời:.....

Lời giải

Đáp án: 4252.

Ta có chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là hình tròn.

có bán kính r có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, nên: $r^2\pi = 1600\pi \Rightarrow r = 40cm$.

Ta có: Parabol có đỉnh $I(0;40)$ và qua $A(50;30)$. Nên có phương trình $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$.

$$\text{Thể tích của trống là: } V = \pi \int_{-50}^{50} \left(-\frac{1}{250}x^2 + 40 \right)^2 dx = \pi \cdot \frac{406000}{3} cm^3 \approx 425,2 dm^3 = 425,2.$$

Vậy $10V = 4252$.

Câu 3. [MĐ3] Trường THPT A có **20%** học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có **85%** học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có **10%** số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Trả lời: 0,68

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B : "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68.$$

Câu 4. [MĐ3] Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 5.[MĐ3] Cho hình chóp $SABCD$, $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

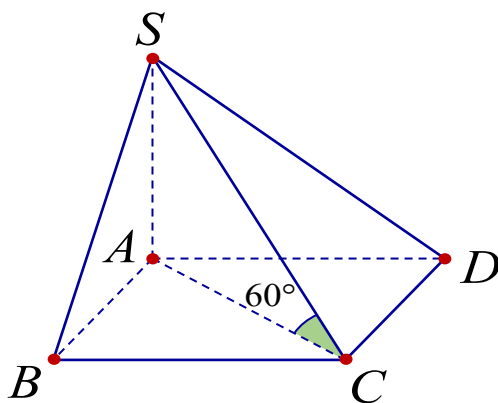
Góc giữa SC và $(ABCD)$ là 60° . Thể tích khối chóp $SABCD$ là $\frac{a}{3}\sqrt{b}$ Hãy tính giá trị của biểu thức

$a+b$

Trả lời:

Lời giải

Trả lời: 70

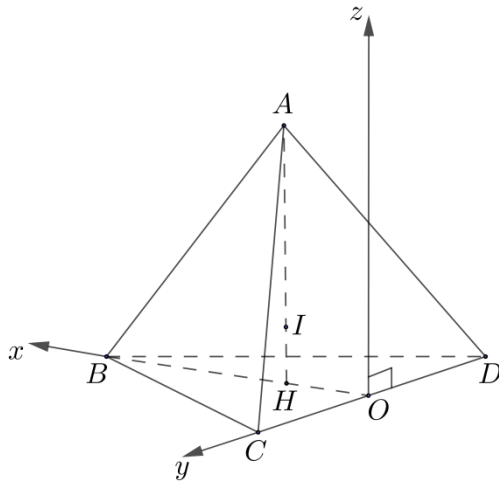


Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD) \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.

$ABCD$ là hình vuông nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2}$. $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{6}$

Thể tích khối chóp $SABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 4\sqrt{6} = \frac{64}{3}\sqrt{6}$.

Câu 6. (MĐ3) Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện đều $A.BCD$ có cạnh bằng 6. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Phương trình mặt cầu nội tiếp tứ diện có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + R^2$

Trả lời:

Lời giải

Trả lời: 6

Gọi H là tâm của tam giác BCD . Mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $A.BCD$ có tâm $I \in AH$ và bán kính

$$R = IH. \text{ Ta có: } BO = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}, \quad OH = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt{3}, \quad AH = AB \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = 6 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}.$$

$$\text{Mặt khác: } V_{A.BCD} = 4V_{I.BCD} \Rightarrow AH = 4IH \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Với hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta xác định được tọa độ các điểm: $B(3\sqrt{3}; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$, $H(\sqrt{3}; 0; 0)$.

$$\text{Vì } IH = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow I\left(\sqrt{3}; 0; \frac{\sqrt{6}}{2}\right).$$

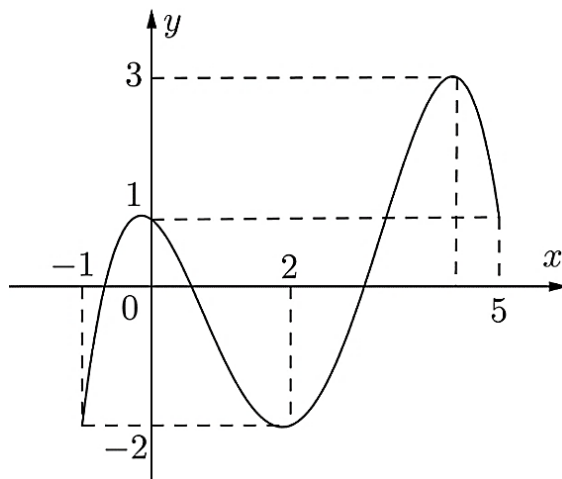
$$\text{Vậy phương trình mặt cầu nội tiếp tứ diện là } (S): (x - \sqrt{3})^2 + y^2 + \left(z - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = \frac{6}{4}.$$

$$\text{Do đó } P = a^2 + b^2 + c^2 + R^2 = 3 + 0 + \frac{6}{4} + \frac{6}{4} = 6$$

(Đề thi có 05 trang)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



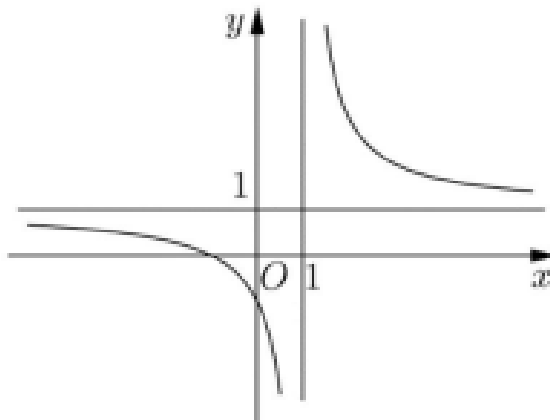
A. -1.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^3 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 3. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -2$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. -1.

D. -6.

Câu 4. Nếu các tần số trong một mẫu số liệu ghép nhóm thay đổi thì số đặc trưng nào sau đây luôn không thay đổi?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

Câu 5. Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (*đơn vị tính bằng năm*) được sản xuất bởi một phân xưởng được cho như sau

Tuổi thọ (năm)	Số linh kiện của phân xưởng
[1, 5; 2)	4
[2; 2, 5)	9
[2, 5; 3)	13
[3; 3, 5)	8
[3, 5; 4)	6

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn*)?

- A. 0,355. B. 2,788. C. 0,596. D. 2,734.

Câu 6. Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}).P(A|B) + P(B).P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B).P(A|B) - P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) - P(B).P(A|B)$. D. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là

- A. (1; -2; 3). B. (3; -2; 1). C. (1; 2; -3). D. (-2; 1; 3).

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(1; -6; 2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 44$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 44$.
 C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 11$. D. $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 11$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

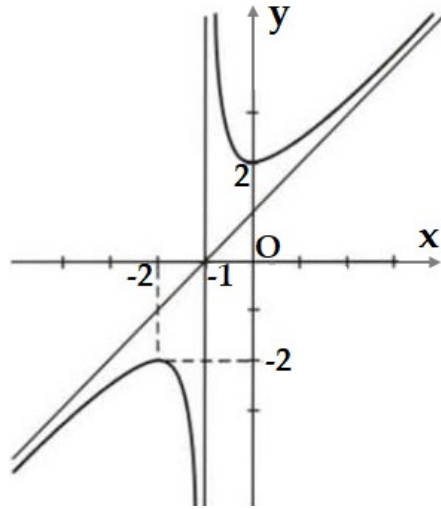
- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = (0,5)^x$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 15. B. 2. C. -2. D. 8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
- b) Hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(-1; 2)$.
- d) Phương trình $x \cdot |f(x)| = x - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2} + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ có dạng $f(x) = \sin x + 4x + C$ với C là hằng số.
- b) Nếu $f(0) = 4$ thì $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi + 5$.
- c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0)$ với $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f'(x); y = 6$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ có dạng $S = a + b\pi$ thì $a + 2b = -1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 4), B(3; 0; -2), C(1; 3; 7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A .

- a) Độ dài cạnh AB là $2\sqrt{14}$.
- b) Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G(1; 2; 3)$.
- c) Độ dài vectơ \overline{OD} bằng $\frac{\sqrt{205}}{3}$.
- d) Tích vô hướng $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng -12 .

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, điểm

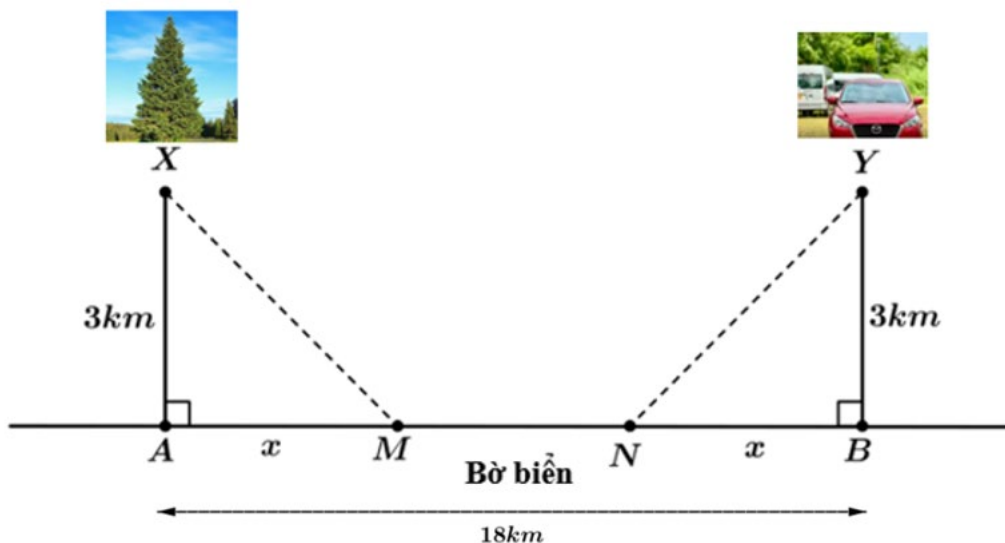
$M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$.

- a) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 1)$.
- b) Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ là $x - y + z - 2 = 0$.
- c) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -5; -7)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

d) Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là $2x - 4y - 4z - 43 = 0$.

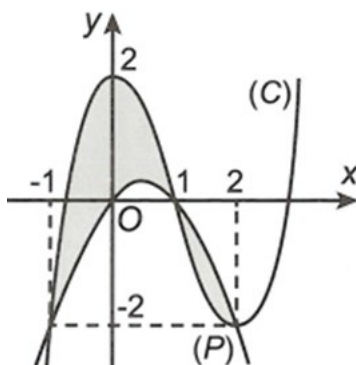
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh Vinh đang cắm trại dưới tán cây thông ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Ô tô của anh Vinh đỗ ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 18$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh họa như hình vẽ).



Khi đang dựng trại tại vị trí X , anh Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị rắn cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50 \log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ chất độc, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Anh Vinh cần quay trở lại ô tô ở vị trí Y để lấy thuốc giải độc. Anh chạy từ chỗ cây thông ở điểm X ra thẳng vị trí M với vận tốc là 5 km/h và chạy trên bãi biển từ M tới điểm N với vận tốc là 13 km/h sau đó chạy thẳng đến chỗ ô tô với vận tốc 5 km/h. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi anh Vinh về đến ô tô (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Cho đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành như hình vẽ.



Biết phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm của hình vẽ) có diện tích bằng $\frac{m}{n}$

($m, n \in \mathbb{N}$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

Câu 3. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: “Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi” (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên các trục tính bằng kilomet), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ bay thẳng đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Một người vay ngân hàng số tiền 350 triệu đồng, hàng tháng (tính từ ngày gửi) người đó trả góp 8 triệu đồng. Lãi suất cho số tiền chưa trả là 0,79% một tháng và kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất. Biết số tiền phải trả ở kỳ cuối là m triệu đồng thì người đó trả hết nợ ngân hàng. Tính giá trị m (m làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC THI TN THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	C	B	A	A	A	D
Câu	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	D	D	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ

Câu 2. Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S

Câu 3. Đáp án: a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ

Câu 4. Đáp án: a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ

PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. 32,6

Câu 2. 49.

Câu 3. 0,02

Câu 4. 1162.

Câu 5. 0,75

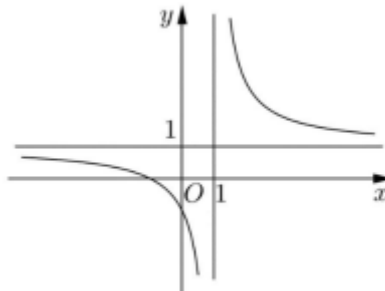
Câu 6. 7,14

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nhìn đồ thị ta thấy giá trị nhỏ nhất là -2, giá trị lớn nhất là 3. Vậy tổng bằng 1

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^3 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Đáp án: Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$

Câu 3. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -2$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. -1.

D. -6..

HD. Chọn A.

$$\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = 3 + (-2) = 1.$$

Câu 4. Chọn A.

Khoảng biến thiên không liên quan tần số nên khoảng biến thiên luôn giữ nguyên khi tần số thay đổi.

Câu 5. Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi một phân xưởng được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	Số linh kiện của phân xưởng
[1, 5; 2)	4
[2; 2, 5)	9
[2, 5; 3)	13
[3; 3, 5)	8
[3, 5; 4)	6

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)?

A. 0,355.

B. 2,788.

C. 0,596.

D. 2,734.

Đáp án:

Phân xưởng 1: Tổng số linh kiện: $4 + 9 + 13 + 8 + 6 = 40$

$$\text{Giá trị trung bình } \bar{x}_1 = \frac{1,75 \cdot 4 + 2,25 \cdot 9 + 2,75 \cdot 13 + 3,25 \cdot 8 + 3,75 \cdot 6}{4 + 9 + 13 + 8 + 6} = \frac{223}{80}$$

$$\text{Phương sai: } s_1^2 = \frac{1}{40} (1,75^2 \cdot 4 + 2,25^2 \cdot 9 + 2,75^2 \cdot 13 + 3,25^2 \cdot 8 + 3,75^2 \cdot 6) - \left(\frac{223}{80} \right)^2 = \frac{2271}{6400} \approx 0,35484$$

Câu 6. Theo công thức xác suất toàn phần sách giáo khoa.

Câu 7. Tọa độ của vecto là hệ số trước vecto đơn vị của các trục, từ đó đưa ra kết quả.

Câu 8. Tọa độ vecto pháp tuyến của mặt phẳng chính là hệ số trước x, y, z của phương trình mặt phẳng.

Câu 9. Áp dụng công thức phương trình tham số của đường thẳng biết vecto chỉ phương và điểm đi qua.

Câu 10. Tâm I là trung điểm AB nên $I(0; -3; 1)$, $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{11}$. Từ đó áp dụng công thức viết phương trình mặt cầu.

Câu 11. Hàm $y = a^x$ có $a > 1$ thì đồng biến. Từ đó kết luận.

Câu 12. Do $u_2 = u_1 + d = 5 + 3 = 8$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a. Trên khoảng (0;1) hàm số đb .**MD đúng**

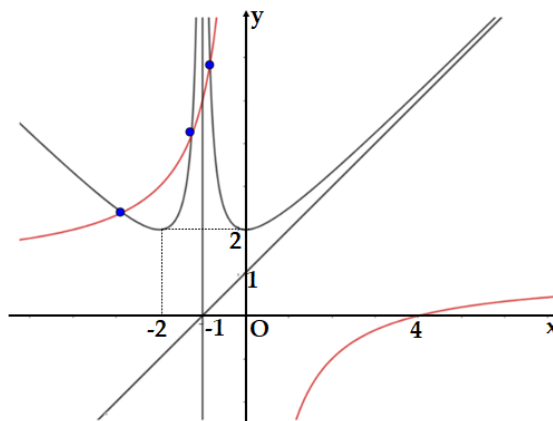
b. Hàm số có hai điểm cực trị. **MD đúng**

c. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x + 1$ không đi qua điểm $A(-1;2)$. **MD sai**

d. Xét phương trình $x \cdot |f(x)| = x - 4 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{x-4}{x}$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x-4}{x} \Rightarrow g'(x) = \frac{4}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$. Ta có đồ thị của các hàm số

$y = |f(x)|, y = g(x) = \frac{x-4}{x}$ trên cùng hệ trục tọa độ:



e. Từ đồ thị suy ra: Phương trình $x \cdot |f(x)| = x - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt . **MD đúng**

Câu 2.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) **Đúng.** Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(2 \cos^2 \frac{x}{2} + 3 \right) dx = \int \left(2 \cdot \frac{1 + \cos x}{2} + 3 \right) dx$
 $= \int (\cos x + 4) dx = \sin x + 4x + C$

b) **Đúng.** Ta có $f(x) = \sin x + 4x + C$

Do $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$. Vậy $f(x) = \sin x + 4x + 4 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 4 \cdot \frac{\pi}{2} + 4 = 5 + 2\pi$

c) **Đúng.**

d) **Sai:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f'(x); y = 6$ và hai đường thẳng

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ được xác định bởi công thức

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| 2 \cos^2 \frac{x}{2} + 3 \right| - 6 \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 3 \right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |1 + \cos x - 3| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - \cos x) dx$$

$$= (2x - \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -1 + \pi.$$

Vậy $a = -1; b = 1 \Rightarrow a + 2b = 1$.

Câu 3.

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Độ dài cạnh $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (0-2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ (**Đúng**)

b) Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G(1; \frac{5}{3}; 3)$. (**Sai**)

c) Gọi $D(x; y; z)$. Theo t/c phân giác $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{14}} = 2$

$$\text{Vì } D \text{ nằm giữa } B, C \text{ (phân giác trong) nên } \overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(1-x) \\ -y = -2(3-y) \\ -2-z = -2(7-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Suy ra $D(\frac{5}{3}; 2; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{OD}| = \frac{\sqrt{205}}{3}$ (**Đúng**)

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -6); \overrightarrow{AC} = (2; 1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8 - 2 - 18 = -12$ (**Đúng**)

Câu 4. Đáp án:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $(1; -1; 1) \Rightarrow$ **Đúng**.

b) Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ là: $(x-1) - (y-2) + (z+1) = 0$ hay $x - y + z + 2 = 0 \Rightarrow$ **Sai**.

c) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -5; -7)$, bán kính $R = \sqrt{(2)^2 + (-5)^2 + (-7)^2} - 64 = \sqrt{14} \Rightarrow$ **Đúng**.

d) Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại $A \Rightarrow A(3+t; -1-t; -2+t)$

$$\text{Vì } \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \pm 3\overrightarrow{AM}.$$

+) TH1: $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM} \Rightarrow B(-2t-3; 2t+8; 1-2t)$. Vì B thuộc mặt cầu (S) nên:

$$(-2t-3)^2 + (2t+8)^2 + (1-2t)^2 - 4(-2t-3) + 10(2t+8) + 14(1-2t) + 64 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

+) TH2: $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AM} \Rightarrow B(4t+9; -4t-10; 4t-5)$. Vì B thuộc mặt cầu (S) nên:

$$(4t+9)^2 + (-4t-10)^2 + (4t-5)^2 - 4(4t+9) + 10(-4t-10) + 14(4t-5) + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow 48t^2 + 112t + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vì B có hoành độ nguyên nên $t = -1 \Rightarrow B(5; -6; -9), A(2; 0; -3)$.

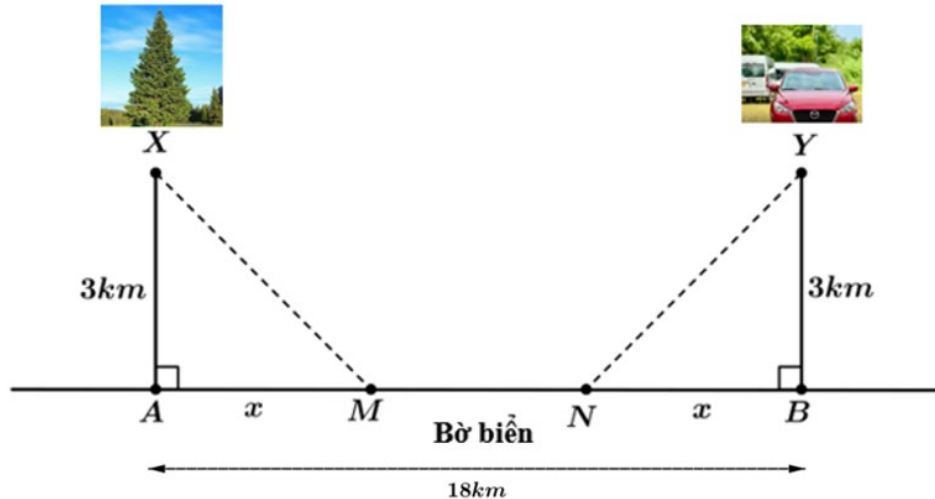
Đường thẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $N(\frac{7}{2}; -3; -6)$ và nhận vector $\overrightarrow{AB} = (3; -6; -6)$

Nên có phương trình: $3\left(x - \frac{7}{2}\right) - 6(y+3) - 6(z+6) = 0$ hay $2x - 4y - 4z - 43 = 0 \Rightarrow$ **Đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh Vinh đang cắm trại dưới tán cây thông ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Ô tô của anh Vinh đỗ ở vị trí Y cách điểm

B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 18$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh họa như hình vẽ).



Khi đang dựng trại tại vị trí X , anh Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị rắn cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50 \log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Anh Vinh cần quay trở lại ô tô ở vị trí Y để lấy thuốc giải độc. Anh chạy từ chỗ cây thông ở điểm X ra thẳng vị trí M với vận tốc là 5 km/h và chạy trên bãi biển từ M tới điểm N với vận tốc là 13 km/h sau đó chạy thẳng đến chỗ ô tô với vận tốc 5 km/h. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi anh Vinh về đến ô tô (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải

Đáp án: 32,6

Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến ô tô thấp nhất.

Vậy nên quãng đường anh Vinh di chuyển về đến ô tô phải thấp nhất.

Theo bài ra ta có: anh Vinh sẽ đi qua các quãng đường $XM + MN + NY$.

Ta có: $XM = NY = \sqrt{9 + x^2}$; $MN = 18 - 2x$

Thời gian anh Vinh chạy đến ô tô là: $T(x) = 2 \left(\frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} + \frac{9 - x}{13} \right)$ với $x \in (0; 9)$

Xét $T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ (thỏa mãn)

Bảng biến thiên:

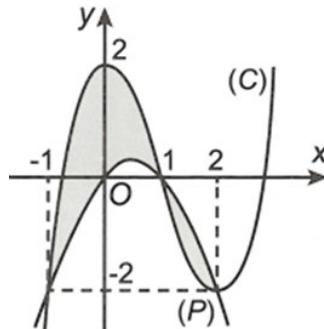
x	0	$\frac{5}{4}$	9	
$T'(x)$		-	0	+
$T(x)$	$\frac{168}{65}$		$\frac{162}{65}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $T(x)$ nhỏ nhất khi $x = \frac{5}{4}$.

$$\Rightarrow \min_{x \in (0,9)} T(x) = T\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{162}{65}$$

Vậy nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là: $\min_{(0,+\infty)} y = 50 \log\left(\frac{162}{65} + 2\right) \approx 32,6$

Câu 2. Cho đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành như hình vẽ .



Biết phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm của hình vẽ) có diện tích bằng $\frac{m}{n}$

($m, n \in \mathbb{N}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

Hướng dẫn giải

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = 2$ và $y = 0$ nên ta xét hai hàm số là $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$, $y = mx^2 + nx$ (với $a, m \neq 0$).

Suy ra (C): $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ và (P): $y = g(x) = mx^2 + nx$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 + cx + 2) - (mx^2 + nx) = 0.$$

Đặt $P(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + 2) - (mx^2 + nx)$.

Theo giả thiết, (C) và (P) cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$ nên $P(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$.

Ta có $P(0) = 2a$. Mặt khác, ta có $P(0) = f(0) - g(0) = 2 \Rightarrow a = 1$.

Vậy diện tích phần tô đậm là $S = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}$. Vậy $m + n = 49$.

Câu 3. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: “ Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi” (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải

Xét các biến cố:

A_1 : Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi. Khi đó, ta có: $P(A_1) = \frac{39}{2000}$; $P(\bar{A}_1) = \frac{1961}{2000}$.

A_2 : Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi.

- Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2 | A_1) = \frac{38}{1999}$, suy ra $P(\bar{A}_2 | A_1) = \frac{1961}{1999}$.

- Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2 | \bar{A}_1) = \frac{39}{1999}$, suy ra $P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1) = \frac{1960}{1999}$.

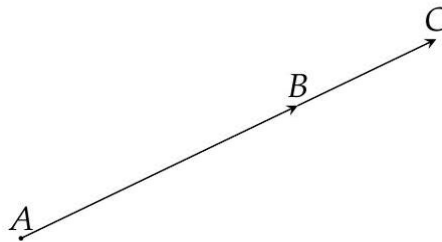
Khi đó xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$P(A_2) = P(A_2 | A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2 | \bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_1) = \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02.$$

Đáp án: 0,02.

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên các trục tính bằng kilomet), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ bay thẳng đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải



Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{8 - 7}{2} \right) = (70; 25; 0,5)$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 0,5. \end{cases}$$

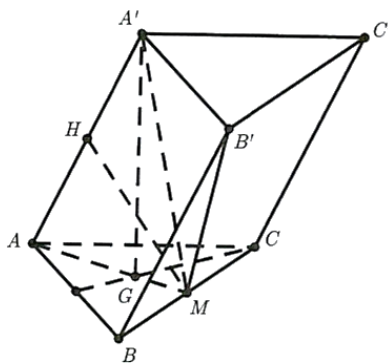
$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ , suy ra } C(1010; 575; 8,5).$$

Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(1010; 575; 8,5)$.

Khi đó, khoảng cách từ máy bay đến gốc O là $\sqrt{1010^2 + 575^2 + 8,5^2} \approx 1162$ (km).

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH \perp AA'$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC .

$$\text{Ta có } A'A \cdot HM = A'G \cdot AM \Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot A'A = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \sqrt{A'A^2 - \frac{\sqrt{3}^2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow A'A^2 = 4(A'A^2 - 1) \Leftrightarrow 3A'A^2 = 4 \Leftrightarrow A'A = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Đường cao của lăng trụ là } A'G = \sqrt{\frac{4}{3} - 1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Thể tích } V_{LT} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{4} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Câu 6. Một người vay ngân hàng số tiền 350 triệu đồng, hàng tháng (tính từ ngày gửi) người đó trả góp 8 triệu đồng. Lãi suất cho số tiền chưa trả là 0,79% một tháng và kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất. Biết số tiền phải trả ở kỳ cuối là m triệu đồng thì người đó trả hết nợ ngân hàng. Tính giá trị m (m làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải

Kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất nên đây là bài toán vay vốn trả góp cuối kỳ.

Gọi A là số tiền vay ngân hàng, B là số tiền trả trong mỗi chu kỳ, $d = r\%$ là lãi suất cho số tiền chưa trả trên một chu kỳ, n là số kỳ trả nợ.

Số tiền còn nợ ngân hàng (tính cả lãi) trong từng chu kỳ như sau:

+ Đầu kỳ thứ nhất là A .

+ Cuối kỳ thứ nhất là $A(1+d) - B$.

+ Cuối kỳ thứ hai là $(A(1+d) - B)(1+d) - B = A(1+d)^2 - B[(1+d) + 1]$.

+ Cuối kỳ thứ ba là $[A(1+d)^2 - B((1+d) + 1)](1+d) - B = A(1+d)^3 - B[(1+d)^2 + (1+d) + 1]$.

.....

+Theo giả thiết quy nạp, cuối kỳ thứ n là

$$A(1+d)^n - B[(1+d)^{n-1} + \dots + (1+d) + 1] = A(1+d)^n - B \frac{(1+d)^n - 1}{d}$$

Vậy số tiền còn nợ (tính cả lãi) sau n chu kỳ là $A(1+d)^n - B \frac{(1+d)^n - 1}{d}$.

Trở lại bài toán, gọi n (tháng) là số kỳ trả hết nợ.

$$\text{Khi đó, ta có: } A(1+d)^n - B \frac{(1+d)^n - 1}{d} = 0 \Leftrightarrow 350.1,0079^n - 8 \cdot \frac{1,0079^n - 1}{0,0079} = 0 \Leftrightarrow n \approx 53,9.$$

Tức là phải mất 54 tháng người này mới trả hết nợ.

Cuối tháng thứ 53, số tiền còn nợ (tính cả lãi) là $S_{53} = 350.1,0079^{53} - 8 \cdot \frac{1,0079^{53} - 1}{0,0079}$ (triệu đồng).

Kỳ trả nợ tiếp theo là cuối tháng thứ 54, khi đó phải trả số tiền S_{53} và lãi của số tiền này nữa là $S_{53} + 0,0079 \cdot S_{53} = S_{53} \cdot 1,0079 \approx 7,139832$ (triệu đồng).

Đáp án: 7,14 triệu đồng.

-----HẾT-----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 000

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng

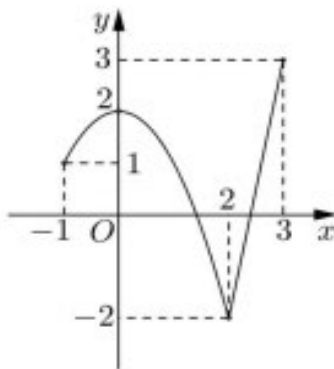
- A. $x=1$. B. $y=2$. C. $x=0$. D. $y=0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1. B. 4. C. 5. D. 0.

Câu 4. Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ là

- A. $m = -1$. B. $m = -7$. C. $m = 5$. D. $m = 1$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}; u_4 = -9$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Câu 6: Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 f(x)dx = 8$. Khẳng định đúng là

- A. $m + n = 4$.
 B. $m + n = -4$.
 C. $m + n = 2$.
 D. $m + n = -2$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.
 B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.
 C. $V = \sqrt{2}a^3$.
 D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 8: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 2. B. 1. C. 9,4. D. 8,4.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ \vec{u} là

- A. (-2; 3; 1). B. (2; 3; -1). C. (2; -3; -1). D. (2; 3; 1).

Câu 10: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

- A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. B. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$. C. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. D. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Câu 11: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 3) = 1$ là

- A. $S = \{-1\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y - z = 0$. D. $z = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{8}(x^3 - 3x^2 - 9x - 5)$ có đồ thị là (C).

- a) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
 b) Điểm đối xứng của đồ thị có tọa độ là (1; -2).

c) Trên đoạn $[4;8]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = 4$.

d) Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C) đi qua điểm $A\left(0; -\frac{7}{3}\right)$.

Câu 2. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)(cm)$ là chiều cao của cây sau t (năm). Cây con khi được trồng cao 12 cm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

b) $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$ với C là một hằng số.

c) Chiều cao của cây đó không đổi trong 6 năm được trồng.

d) Chiều cao của cây đó khi được bán là 70 cm.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.

b) $\overline{AB} = (3;-3;6)$, $\overline{AC} = (-3;6;-3)$.

c) Tam giác ABC là tam giác cân.

d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2)$, $B(1;1;0)$ và mặt cầu $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{4}$.

Xét điểm M thay đổi thuộc (S) .

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính $R = \frac{1}{2}$.

c) Điểm $K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ là điểm thỏa mãn $\overline{KA} + 2\overline{KB} = \vec{0}$.

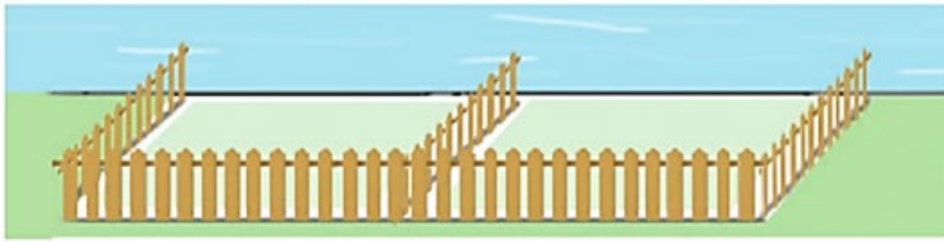
d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng $\frac{19}{4}$.

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm theo biến t được cho bởi công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó, A dân số của một vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2025 ước tính là 98564407 người và tỉ

lệ tăng dân số hàng năm là $r = 0.93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2025. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Câu 2. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Câu 3. Giả sử kết quả khảo sát ở khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và điểm $M(a, b, c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $a + 2b - c - 1 = 0$. Biết $MA = MB$ và góc \widehat{AMB} có số đo lớn nhất. Tính $S = a + 2b + 3c$. (làm tròn đến đơn vị phân chục)

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{30}}{n}$. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

----HẾT ----

ĐÁP ÁN ĐỀ THAM KHẢO

THPT LIÊN BẢO

(Đề gồm có 4 trang)

**KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM
2025**

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I (3.0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	C	C	C	A	D	B	B	C	C	B

PHẦN II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III (3.0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2047	6250	5,17	0,41	1,4	10

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng :

- A. $x=1$ B. $y=2$ C. $x=0$ D. $y=0$

Lời giải

Chọn D.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ nên hàm số có TCN: $y=0$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

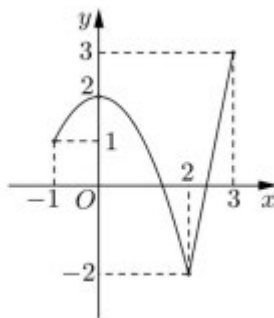
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Vì có hai điểm đổi dấu từ " $-$ " sang " $+$ "

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1 B. 4 C. 5 D. 0

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị suy ra $M = f(3) = 3$; $m = f(2) = -2$

Vậy $M - m = 5$

Câu 4: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ là

- A. $m = -1$ B. $m = -7$ C. $m = 5$ D. $m = 1$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(L) \\ m = 5(TM) \\ m > 3 \end{cases}$$

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$; $u_4 = -9$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_4 = u_1 \cdot q^{4-1} = -9 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot q^3 = -9 \Leftrightarrow q^3 = -27 = (-3)^3 \Leftrightarrow q = -3$.

Câu 6: Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $m + n = 4$. B. $m + n = -4$. C. $m + n = 2$. D. $m + n = -2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x) dx = \int (mx + n) dx = \frac{m}{2}x^2 + nx + C$.

Lại có: $\int_0^1 f(x) dx = 3 \Rightarrow \left(\frac{m}{2}x^2 + nx \right) \Big|_0^1 = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m + n = 3$ (1).

$\int_0^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \left(\frac{m}{2}x^2 + nx \right) \Big|_0^2 = 8 \Leftrightarrow 2m + 2n = 8$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{2}m + n = 3 \\ 2m + 2n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases}$.

$\Rightarrow m + n = 4$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

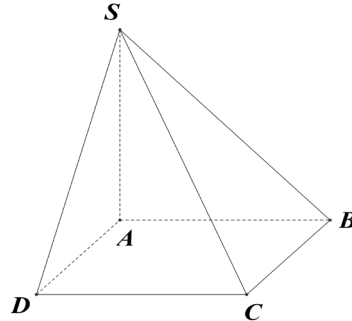
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 8. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 2.

B. 1.

C. 9,4.

D. 8,4.

Lời giải

Chọn B.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$R = 9,4 - 8,4 = 1 \text{ (m)}.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ \vec{u} là

A. $(-2; 3; 1)$.

B. $(2; 3; -1)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$.

B. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

C. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

D. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Lời giải**Chọn C**Chọn 4 người trong 13 người hát tốp ca có C_{13}^4 . Nên $n(\Omega) = C_{13}^4$ Gọi A là biến cố chọn được 4 người đều là nam và $n(A) = C_5^4$ Nên xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.**Câu 11.** Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3)=1$ là

A. $S = \{-1\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải**Chọn C**

Điều kiện: $2x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Ta có: $\log_3(2x+3)=1 \Leftrightarrow 2x+3=3 \Leftrightarrow x=0$

Vậy tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x+3)=1$ là $S = \{0\}$.**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y=0$.

B. $x=0$.

C. $y-z=0$.

D. $z=0$.

Lời giải**Chọn B**Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1.** Cho hàm số: $y = \frac{1}{8}(x^3 - 3x^2 - 9x - 5)$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

b) Điểm đối xứng của đồ thị có tọa độ là $(1; -2)$.c) Trên đoạn $[4; 8]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = 4$.

d) Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C) đi qua điểm

$A\left(0; -\frac{7}{3}\right)$.

LỜI GIẢI

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	c) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) b) c) Bảng biến thiên hàm số

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	↗ 0	↘ -4	↗ $+\infty$

d) Ta có $y' = \frac{3}{8}(x^2 - 2x - 3) = \frac{3}{8}[(x-1)^2 - 4] \geq \frac{3}{2}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$.

Vậy tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất là: $y = \frac{3}{2}(x-1) - 2 = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$

Câu 2. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)(cm)$ là chiều cao của cây sau t (năm). Cây con khi được trồng cao 12 cm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

b) $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$ với C là một hằng số.

c) Chiều cao của cây đó không đổi trong 6 năm được trồng.

d) Chiều cao của cây đó khi được bán là 70 cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

$$\text{Do } \int (1,5t + 5)dt = \int 1,5t dt + \int 5 dt = \frac{3}{4} \int 2t dt + 5 \int dt = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C.$$

nên $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$.

Vì cây con khi được trồng cao 12 cm nên $h(0) = 12$, suy ra $C = 12$.

Vậy $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + 12$.

Sau 6 năm, chiều cao của cây đó là: $h(6) = \frac{3}{4} \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 12 = 69(\text{cm})$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2), B(-2;3;4), C(4;-6;1)$

- a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (3;-3;6), \overrightarrow{AC} = (-3;6;-3)$.
- c) Tam giác ABC là tam giác cân.
- d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{a) Đúng: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \Rightarrow G(1; -1; 1). \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

b) Sai: Do $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 6), \overrightarrow{AC} = (3; -6; 3)$.

c) Đúng: Do $AB = AC = 3\sqrt{6}$ nên tam giác ABC cân tại A .

d) Sai: Gọi $D(x; y; z)$, vì $ABDC$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-3; 3; 6) = (x - 4; y + 6; z - 1) \Leftrightarrow (x; y; z) = (1; -3; 7).$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(1;1;0)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S)

- a) Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 1)$.
- b) Mặt cầu (S) có bán kính $R = \frac{1}{2}$.
- c) Điểm $K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng $\frac{19}{4}$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$.

b) Bán kính $R = \frac{1}{2}$.

c) Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0} \Rightarrow K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

d) Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 &= (\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA})^2 + 2(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB})^2 \\ &= 3MK^2 + KA^2 + 2KB^2 + 2\overrightarrow{MK}(\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB}) = 3MK^2 + KA^2 + 2KB^2. \end{aligned}$$

Biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt GTNN khi và chỉ khi MK đạt giá trị nhỏ nhất (do KA^2 và $2KB^2$ không đổi).

$$\text{Với } M \text{ thay đổi thuộc } (S) \text{ ta có } MK_{\min} = |KI - R| = \left|1 - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } (MA^2 + 2MB^2)_{\min} = 3MK_{\min}^2 + KA^2 + 2KB^2 = \frac{3}{4} + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = \frac{19}{4}.$$

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm theo biến t được cho bởi công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó, A dân số của một vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2025 ước tính là 98564407 người và tỉ lệ tăng dân số hàng năm là $r = 0.93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2025. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Lời giải

Trả lời:

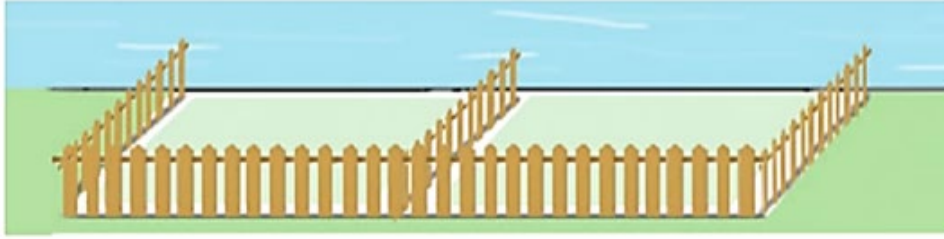
2	0	4	7
---	---	---	---

Để dân số nước ta vượt 120 triệu người thì: $98\,564\,407 \cdot e^{0,0093t} > 120\,000\,000$

$$\Leftrightarrow t > \frac{1}{0,0093} \ln \frac{120\,000\,000}{98\,564\,407} \approx 21,16 \text{ nên } t > 21,16. \text{ Vậy kể từ năm 2047 trở đi}$$

dân số nước ta vượt 120 triệu người.

Câu 2. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Trả lời: 6250

Lời giải

Đáp án: diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là 6 250 m².

Giả sử chiều dài từng mặt của ba mặt hàng rào song song nhau là x (m) ($x > 0$).

Chi phí để làm ba mặt hàng rào song song là: $3 \cdot x \cdot 50000 = 150000x$ (đồng).

Chi phí để làm mặt hàng rào song song với bờ sông là: $15000000 - 150000x$ (đồng).

Chiều dài của mặt hàng rào song song với bờ sông là

$$\frac{15000000 - 150000x}{60000} = \frac{1500 - 15x}{6} \text{ (m)}$$

Rõ ràng, x phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 100$.

Giả sử diện tích hàng rào không đáng kể, khi đó diện tích hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là

$$S(x) = \frac{(1500 - 15x)x}{6} = -\frac{15}{6}x^2 + \frac{1500}{6}x \text{ (m}^2\text{)}$$

Xét hàm số $S(x) = -\frac{15}{6}x^2 + \frac{1500}{6}x$ với $0 < x < 100$

$$\Rightarrow S'(x) = -\frac{15}{3}x + \frac{1500}{6}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{15}{3}x + \frac{1500}{6} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 50 \text{ (nhận)}$$

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

x	0	50	100	
S'(x)		+	0	-
S(x)	0	6 250		0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 100)$, hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 6250 tại $x = 50$.

Vậy diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là $6\,250\text{ m}^2$.

Câu 3. Giả sử kết quả khảo sát ở khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

$$\boxed{5} \quad , \quad \boxed{1} \quad \boxed{7}$$

Cỡ mẫu $n = 10 + 27 + 31 + 25 + 7 = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình ở khu vực A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_{10} \in [19; 22),$$

$$x_{11}; \dots; x_{37} \in [22; 25),$$

$$x_{38}; \dots; x_{68} \in [25; 28),$$

$$x_{69}; \dots; x_{93} \in [28; 31),$$

$$x_{94}; \dots; x_{100} \in [31; 34).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} (25 - 22) = \frac{71}{3}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2} \in [28; 31)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 28 + \frac{3 \cdot 100}{4} - \frac{(10 + 27 + 31)}{25} (31 - 28) = \frac{721}{25}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình ở khu vực A là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{721}{25} - \frac{71}{3} \approx 5,17$$

Câu 4. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Đáp án: 0,41

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B | A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 0), B(2; 0; -2)$ và điểm $M(a, b, c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $a + 2b - c - 1 = 0$. Biết $MA = MB$ và góc \widehat{AMB} có số đo lớn nhất. Tính $S = a + 2b + 3c$. (làm tròn đến đơn vị phần chục)

Lời giải

1	,	4	
---	---	---	--

Vì $MA = MB$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB .

Ta có (P): $y + z = 0$ nên $\begin{cases} b + c = 0 \\ a + 2b - c - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -b \\ a = 1 - 3b \end{cases}$.

$\vec{MA} = (1 + 3b; 2 - b; b), \vec{MB} = (1 + 3b; -b; -2 + b)$

$$\Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \frac{\vec{MA} \cdot \vec{MB}}{|\vec{MA}| \cdot |\vec{MB}|} = \frac{(1 + 3b)^2 + 2b(b - 2)}{\sqrt{(1 + 3b)^2 + (b - 2)^2 + b^2} \cdot \sqrt{(1 + 3b)^2 + (b - 2)^2 + b^2}}$$

$$= \frac{9b^2 + 6b + 1 + 2b^2 - 4b}{9b^2 + 6b + 1 + 2b^2 - 4b + 4} = \frac{11b^2 + 2b + 1}{11b^2 + 2b + 5}$$

Xét $f(b) = \frac{11b^2 + 2b + 1}{11b^2 + 2b + 5}$ có $f'(b) = \frac{4(22b + 2)}{11b^2 + 2b + 5} = 0 \Rightarrow b = \frac{-1}{11}$.

Nhận thấy $f(b)$ nhỏ nhất tại $b = -\frac{1}{11} \Rightarrow a = \frac{14}{11}, c = \frac{1}{11}$

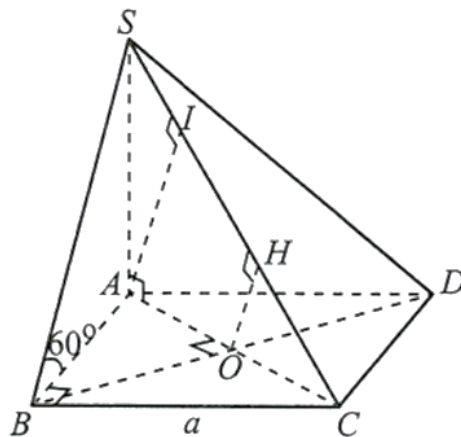
Nên $a + 2b + 3c = \frac{14}{11} - \frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{15}{11} \approx 1,4$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD)$, số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{30}}{n}$. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời:

1	0		
---	---	--	--



Vì $BC \perp SA, BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$. Suy ra góc SBA bằng số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$, tức là $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu của O trên SC . Vì $BD \perp (SAC)$ nên $OH \perp BD$. Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của BD và SC .

Gọi I là hình chiếu của A trên SC .

$$\text{Xét tam giác vuông } SAC \text{ có } AI = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

$$\text{Ngoài ra, vì } OH // AI \text{ nên } \frac{OH}{AI} = \frac{OC}{CA} = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } OH = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{5} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Vậy $n = 10$.

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).

Câu 1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}.$

B. $q = \pm 2.$

C. $q = \pm 4.$

D. $q = \pm 1.$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x^2 - 2x + 1)$ là:

A. $\mathbb{R}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}.$

C. $(0; +\infty).$

D. $(1; +\infty).$

Câu 4. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng:

A. $a^3.$

B. $3a^3.$

C. $\frac{a^3}{3}.$

D. $9a^3.$

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x-1}$ là:

A. $y = 3.$

B. $y = 3x.$

C. $y = x + 1.$

D. $y = x - 1.$

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 0.

C. 1

D. 3.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC}$ bằng vector nào dưới đây?

A. $\vec{BD}.$

B. $\vec{BD'}.$

C. $\vec{BC}.$

D. $\vec{BA'}$

Câu 8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Câu 9. Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$.

A. $\vec{n}(2; 1; 3).$

B. $\vec{n}(2; -1; 3).$

C. $\vec{n}(-2; -1; 3).$

D. $\vec{n}(2; -1; -3).$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 11. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(AB)$.

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{12}$

Câu 12. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = x(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1; 2]$ là $f(2)$
 c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
 d) Phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m \geq f(0)$ hoặc $m \leq f(2)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2$.

a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) $\int_0^2 (f(x) + 1) dx = \frac{14}{3}$.

c) $\int_{2024}^a (f^2(x)) dx = 0, a \geq 2024$. Khi đó $2a - 1 = 4047$

d) Diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng 3

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Với $m = 1$, mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

d) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) khi $m \in (a; b)$. Giá trị biểu thức $T = a + 2b = 3$

Câu 4. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1 - m)x - 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} ?

Câu 2. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu?

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$.

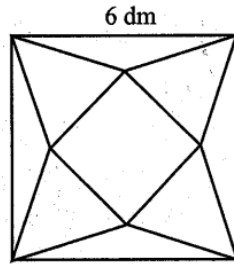
Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \text{ tạo với } d_2 \text{ một góc } 45^\circ \text{ và nhận vectơ } \vec{n} = (1; b; c) \text{ làm một vectơ}$$

pháp tuyến. Xác định tích bc .

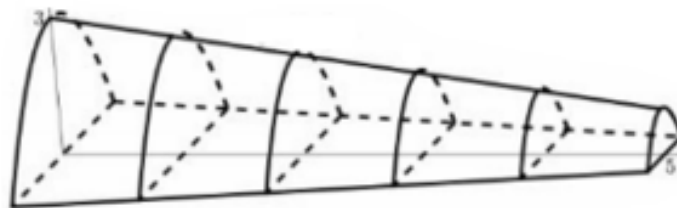
Câu 5. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình dưới đây).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 6. Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 cm ; khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm) với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình.

Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ/A	A	B	B	B	B	C	B	C	B	A	D	A

Câu 1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là : $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

Đáp án : A

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$.

B. $q = \pm 2$.

C. $q = \pm 4$.

D. $q = \pm 1$.

Lời giải: $u_7 = u_1 \cdot q^6$ nên $q^6 = \frac{u_7}{u_1} = 64 \rightarrow q = \pm 2$

Đáp án : B

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x^2 - 2x + 1)$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải: đk: $x^2 - 2x + 1 > 0$. Khi đó $x \neq 1$

Đáp án: B

Câu 4. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng:

A. a^3 .

B. $3a^3$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $9a^3$.

Lời giải: $V = B.h = a^2 \cdot 3a = 3a^3$

Đáp án : B

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x-1}$ là

A. $y = 3$.

B. $y = 3x$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = x - 1$.

Lời giải: Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 3x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = 3x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x-1}$

Đáp án: B

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 0. C. 1 D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-1 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	

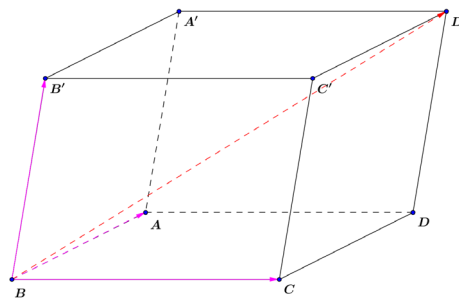
Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Đáp án : C

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. \vec{BD} . B. $\vec{BD'}$. C. \vec{BC} . D. $\vec{BA'}$

Lời giải



$$\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BB'} + (\vec{BA} + \vec{BC}) = \vec{BB'} + \vec{BD} = \vec{BD'}$$

Đáp án: B

Câu 8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.
 C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Đáp án : C

Câu 9. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0.$

- A. $\vec{n}(2;1;3).$ B. $\vec{n}(2;-1;3).$ C. $\vec{n}(-2;-1;3).$ D. $\vec{n}(2;-1;-3).$

Lời giải: Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ có tọa độ của một VTPT là $\vec{n}(2;-1;3)$

Đáp án : B

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $90^0.$ B. $30^0.$ C. $45^0.$ D. $60^0.$

Lời giải: VTPT của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}(3;4;5)$

VTCP của đường thẳng d là: $\vec{u}(-3;-4;-5)$

Nên $\sin(d, P) = 1$. Suy ra góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90^0 .

Đáp án : A

Câu 11. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(AB)$.

- A. $\frac{7}{12}.$ B. $\frac{5}{12}.$ C. $\frac{1}{7}.$ D. $\frac{1}{12}.$

Lời giải: Do A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(AB) = P(A).P(B) = \frac{1}{12}$

Đáp án : D

Câu 12. . Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Lời giải: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 4,2 - 2,7 = 1,5$ (km).

Đáp án : A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = x(x-2), \forall x \in R$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;2]$ là $f(2)$
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$
- d) Phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m \geq f(0)$ hoặc $m \leq f(2)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

$$\text{Ta có: } f'(x) = x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$-\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

Từ bảng biến thiên ta có:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị . Chọn **Đúng**
- b) Dựa vào BBT ta có , $f(1) > f(2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;2]$ là $f(1)$. Chọn **Sai**
- c) Trên khoảng $(-\infty;1)$ hàm số $y = f(x)$ vừa tăng vừa giảm . Chọn **Sai**
- d) Dựa vào BBT ta thấy, phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt khi $m = f(0)$ hoặc $m = f(2)$

Chọn **Sai**

Câu 2. . Cho hàm số $f(x) = x^2$.

a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) $\int_0^2 (f(x)+1) dx = \frac{14}{3}$.

c) $\int_{2024}^a (f^2(x)) dx = 0, a \geq 2024$. Khi đó $2a - 1 = 4047$

d) Diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ có $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = x^2 = f(x)$ nên hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x)$. Chọn **Đúng**.

b) $\int_0^2 (f(x)+1) dx = \int_0^2 (x^2+1) dx = \left(\frac{x^3}{2} + x\right) \Big|_0^2 = \frac{14}{3}$. Chọn **Đúng**

c) $2a-1=4047$, nên $a=2024$ và $\int_{2024}^{2024} (f^2(x)) dx = 0$. Chọn **Đúng**

d) Hàm số $y = f(x) = x^2$ liên tục và không âm trên $[0;2]$. Nên diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung $x = 0$ và đường thẳng $x = 2$ là:

$$S = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}. \text{ Chọn Sai}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Với $m = 1$, mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

d) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) khi $m \in (a;b)$. Giá trị biểu thức $T = a + 2b = 3$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R = 3$, chọn **Đúng**.

b) Vì đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên VTCP của đường thẳng là: $\vec{a} = (4;3;0)$

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$$
 Chọn **Sai**.

c) Với $m = 1$, mặt phẳng (P) có phương trình là: $4x + 3y + 1 = 0$

Ta có:

$d(I, (P)) = \frac{|4+1|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 1 < R$, nên (P) không tiếp xúc với mặt cầu (S) . Chọn **Sai**

d) (P) cắt mặt cầu (S) khi và chỉ khi $d(I, (P)) < R$, tức $\frac{|4.1+0+m|}{\sqrt{4^2+3^2}} < 3$

$$\text{hay } |4+m| < 15, \text{ suy ra } -19 < m < 11$$

Từ đó ta có $a = -19, b = 11$. $T = a + 2b = 3$. Chọn **Đúng**.

Câu 4. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$. Chọn **Đúng**

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(AB) = \frac{1}{30}$$

Do đó: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$. Chọn **Sai**

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(AC) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}. \text{ Chọn } \mathbf{Đúng}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}. \text{ Chọn } \mathbf{Sai}$$

PHẦN 3: Trả lời câu hỏi ngắn

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1-m)x - 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} ?

Lời giải

Đáp số: 9

Hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1-m)x - 3$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $f'(x) = 3x^2 + 12x + 1 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}. \Leftrightarrow \Delta' = 36 - 3(1-m) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -11$.

Vì m thuộc khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; -17; -16; -15; -14; -13; -12; -11\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: 3,25

Mẫu là 25 nên tứ phân vị thứ nhất là số thứ 6 và số thứ 7 ứng với khoảng [10;12)

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot (12 - 10) = 10,75$$

Mẫu là 25 nên tứ phân vị thứ ba là số thứ 18 ứng với [12;14) và số thứ 19 ứng với khoảng [14;16). $Q_3 = 14$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = 14 - 10,75 = 3,25$$

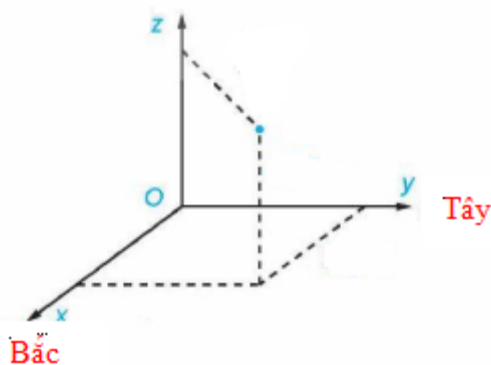
Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$

Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải:

Đáp số: 220

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ A $(-100; -80; 1)$.

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ B $(70; 60; 0,8)$.

khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là:

$$AB = \sqrt{(-100 - 70)^2 + (-80 - 60)^2 + (1 - 0,8)^2} \approx 220(km)$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vector $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một

vector pháp tuyến. Xác định tích bc .

Lời giải:

Đáp số: -4

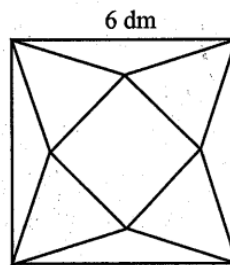
Ta có vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$.

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2 - 2b - c = 0. \quad (1)$$

$$\sin(d_2, (P)) = \frac{|\vec{u}_2 \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} = \sin 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |1-c| = \sqrt{b^2+c^2+1} \Leftrightarrow b^2+2c=0. \quad (2) \text{ Từ}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow b \cdot c = -4.$$

Câu 5. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).

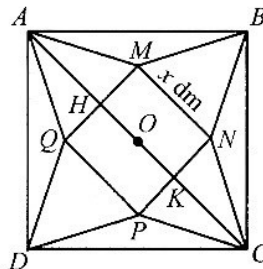


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp số: 7,3

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x \text{ (dm)}$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



$$\text{Ta có: } AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

$$\text{Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: } h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}.$$

Để tìm giá trị lớn nhất của V , ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72), f'(x) = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

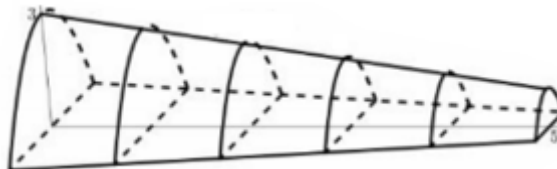
x	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng

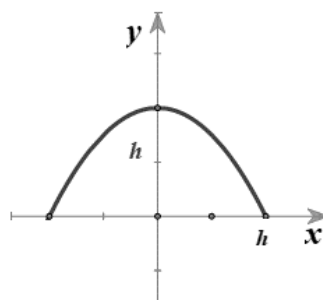
$$V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3 (\text{dm}^3).$$

Câu 6. Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 cm ; khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm) với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải :

Đáp số : 29



Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ trên.

Parabol (P) có phương trình $(P): y = ax^2 + h, (a < 0)$

Có $B(h;0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} (do h > 0)$

Diện tích S của thiết diện: $S = \int_{-h}^h \left(-\frac{1}{h}x^2 + h \right) dx = \frac{4h^2}{3}, h = 3 - \frac{2}{5}x$

$$\Rightarrow S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2$$

Suy ra thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$$\Rightarrow V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2 dx \approx 28,888$$

Vậy : $V \approx 29(cm^3)$

Đáp án có 09 trang

BẢNG TÓM TẮT ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	D	B	B	A	C	B	A	A	C	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Ý \ Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	S	S
d)	S	Đ	S	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

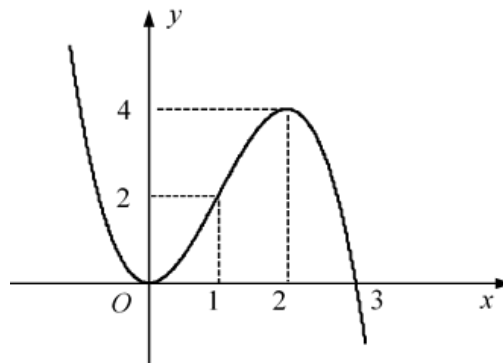
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	5,22	10	17,6	240	17,2	0,33

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải: Chọn D

Trên khoảng $(0; 2)$ đồ thị hàm số đi lên, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'				+		
y			$-\infty$	$+\infty$	1	0

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải: Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$, suy ra $x = -2, x = 0$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra $y = 0$ là 1 tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Câu 3. Trong không gian Oxyz cho $\vec{a} = (2; 1; -3), \vec{b} = (-2; -1; 2)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -2. **B.** -11. C. 11. D. 2.

Lời giải: Đáp án B.

Theo công thức tích vô hướng ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-2) + 1 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 = -11$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là:

- A. $e^x + x^2 + C$ **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $e^x + 1 + C$

Hướng dẫn giải

$$\int (e^x + x) dx = \int e^x dx + \int x dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Chọn B.

Câu 5: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A. 2,5 cm. **B.** 12,5 cm. C. 3,125 cm. D. 41,25 cm.

Lời giải: Chọn A

Độ lệch chuẩn: $\sqrt{6,25} = 2,5$.

Câu 6. Trong không gian Oxyz cho hình bình hành ABCD có $A(-1; 0; 3), B(2; 1; -1)$ và $C(3; 2; 2)$. Toạ độ của điểm D là

- A. (2; -1; 0). **B.** (0; -1; -6). **C.** (0; 1; 6). D. (-2; 1; 0).

Lời giải: Đáp án C.

Gọi D (x; y; z). Để tứ giác là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow (3; 1; -4) = (3 - x; 2 - y; 2 - z) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x = 3 \\ 2 - y = 1 \\ 2 - z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 6 \end{cases}$$

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(3; 0; 0), B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải: Đáp án B.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

- A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

$$\text{Vì } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \text{ nên ta}$$

Chọn đáp án A.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5. B. $\frac{2}{7}$. C. -5. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Đáp án : A

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$.

Câu 10: Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức: $\text{pH} = -\log[H^+]$

với $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là bao nhiêu?

- A. -6,8. B. C. 6,8. D. 0,68.

Lời giải: Chọn C.

Vì độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là: 6,8 nên ta chọn đáp án C.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^5 + x^2 - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ x+m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm m để hàm số đã

cho liên tục trên tập số thực \mathbb{R} .

- A. $m = 7$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m = 1$. D. $m = 6,68$.

Lời giải: Chọn D

Hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^2 - 2}{x-1} = 1+m \Leftrightarrow 7 = 1+m \Leftrightarrow m = 6$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = 2a$, $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD\right) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là trục tung.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$.

c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	4	\searrow	$-\infty$	$+\infty$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 4.

Lời giải:

a) **Đúng (Đ)**

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} y = \pm\infty$, suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = 0$ (trục tung).

b) **Đúng (Đ)**

Ta có: $y' = \left(x + \frac{4}{x}\right)' = 1 - \frac{4}{x^2}$.

c) **Sai (S)**

$y' = \left(x + \frac{4}{x}\right)' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng biến thiên đúng là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	-4	\searrow	$+\infty$	$+\infty$

d) **Sai (S)**

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đã cho không tồn tại giá trị lớn nhất trên miền xác định của nó.

Câu 2. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

• Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

• Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

• Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **Đ**.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}.$$

a) Véc tơ $\vec{u} = (1;1;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $x + y + z - 3 = 0$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $B(0;3;0)$ trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-3)$.

d) Điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ sao cho $T = MA + 2MB + 3MC$ nhỏ nhất, khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = 6$.

Lời giải:

a) **Đúng (Đ)**

$\vec{u} = (1;1;1)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d .

b) **Đúng (Đ)**

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$.

c) **Sai (S)**

Gọi $H(-2+t; -1+t; t) \in d$. Ta có $\overline{BH} = (-2+t; -4+t; t)$.

Vì H là hình chiếu của B nên $\overline{BH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do đó $H(0;1;2)$.

d) **Sai (S)**

$M \in d$ nên tọa độ M có dạng $M(-2+t; -1+t; t)$. Khi đó ta có: $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$

$$\begin{cases} MA = \sqrt{(5-t)^2 + (1-t)^2 + t^2} = \sqrt{3t^2 - 12t + 26} \\ MB = \sqrt{(2-t)^2 + (4-t)^2 + t^2} = \sqrt{3t^2 - 12t + 20} \\ MC = \sqrt{(2-t)^2 + (1-t)^2 + (3-t)^2} = \sqrt{3t^2 - 12t + 14} \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó ta có: } MA + 2MB + 3MC &= \sqrt{3t^2 - 12t + 26} + 2\sqrt{3t^2 - 12t + 20} + 3\sqrt{3t^2 - 12t + 14} \\ &= \sqrt{3(t-2)^2 + 14} + 2\sqrt{3(t-2)^2 + 8} + 3\sqrt{3(t-2)^2 + 2} \end{aligned}$$

$$\geq \sqrt{14} + 2\sqrt{8} + 3\sqrt{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $t = 2 \Rightarrow M(x_0; y_0; z_0) = (0; 1; 2)$.

Vậy $x_0 + y_0 + z_0 = 0 + 1 + 2 = 3$.

Câu 4: : Hộp I có 5 bi trắng và 5 bi đen. Hộp II có 6 bi trắng và 4 bi đen. Chuyển hai viên bi từ hộp I sang hộp II. Sau đó lấy ra 1 viên bi từ hộp II.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 540.

b) Xác suất để lấy được bi ra từ hộp II của hộp I là $\frac{1}{6}$.

c) Xác suất để lấy được bi trắng là $\frac{5}{6}$.

d) Giả sử lấy được bi trắng. Xác suất để lấy được bi trắng của hộp I là $\frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải

a) $n(\Omega) = C_{10}^2 \cdot 12 = 540$. Vậy mệnh đề ĐÚNG.

b) Gọi K_1 là biến cố lấy bi ra từ hộp II của hộp I.

Xác suất để lấy được bi ra từ hộp II của hộp I là $P(K_1) = \frac{C_2^1}{C_{12}^1} = \frac{1}{6}$. Vậy mệnh đề ĐÚNG.

c) Gọi K_2 là biến cố lấy bi ra từ hộp II của hộp II.

Xác suất để lấy được bi ra từ hộp II của hộp II là $P(K_2) = \frac{C_{10}^1}{C_{12}^1} = \frac{5}{6}$.

Gọi A là biến cố lấy được bi trắng

Ta có $P(A|K_1) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$ và $P(A|K_2) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{5}$.

$\Rightarrow P(A) = P(K_1)P(A|K_1) + P(K_2)P(A|K_2) = \frac{7}{12}$. Vậy mệnh đề SAI.

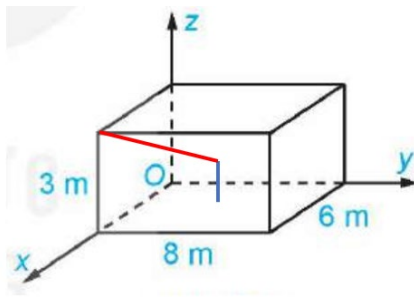
d) Xác suất để lấy được bi trắng của hộp I $\Rightarrow P(K_1|A) = \frac{P(K_1)P(A|K_1)}{P(A)} = \frac{1}{7}$.

Vậy mệnh đề ĐÚNG

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong một phòng học được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3m$. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì sẽ bụi rơi xuống người mình, An lại đổ bạn Bình 'nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì mình phải kéo chổi quét nhà dài ra mấy mét (làm tròn đến hàng phần trăm) để quét được vị trí mạng nhện, biết An cầm chổi cao $1,5m$. Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài $5m$ cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được bao nhiêu?

Lời giải:



Xét hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó vị trí mạng nhện ở $A(6;0;3)$, vị trí cầm chổi ở $B\left(3;4;\frac{3}{2}\right)$.

Vậy chổi phải có độ dài bằng $AB = \sqrt{(3-6)^2 + (4-0)^2 + \left(\frac{3}{2}-3\right)^2} = \frac{\sqrt{109}}{2} \approx 5,22(m)$

Câu 2. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

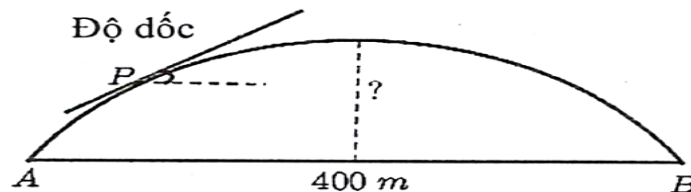
Hướng dẫn giải

Ta có: $V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300$

$$\Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \left(\frac{5}{13} \right) \approx 9,6 (\text{do } 0 < 0,905 < 1).$$

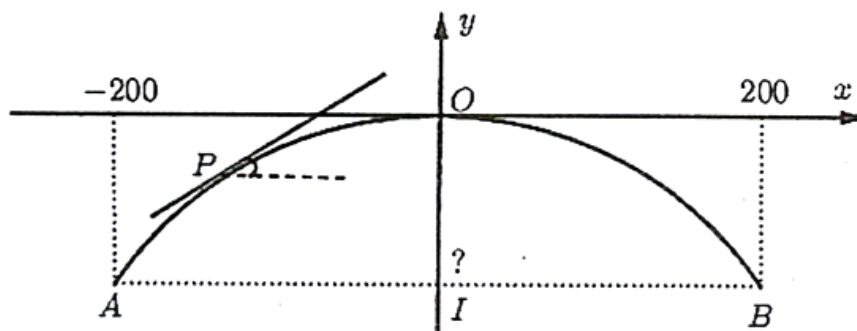
Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Câu 3. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao lớn nhất giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Trả lời: 17,6m

Hướng dẫn giải



Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ, sao cho đỉnh cầu là gốc toạ độ và mặt cắt của cây cầu có hình dạng parabol $y = -ax^2$ (với a là hằng số dương).

Hệ số góc của tiếp tuyến của parabol bằng $k = y'(x_0) = -2ax_0, -200 \leq x_0 \leq 200$.

Hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu (độ dốc dương) là $|k| = 2a|x| \leq 400a$.

Vì độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° nên ta có:

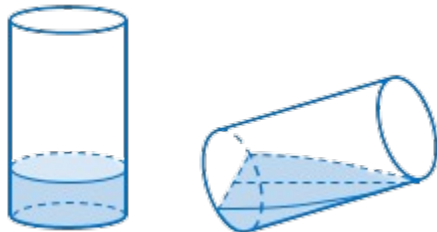
$$400a \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow a \leq \frac{4,408174518}{10000}$$

Chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là đoạn OI , cũng chính là độ lớn của tung độ điểm B khi a đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Do đó, } OI = |-a \cdot 200^2| = 17,6(m).$$

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là $17,6m$.

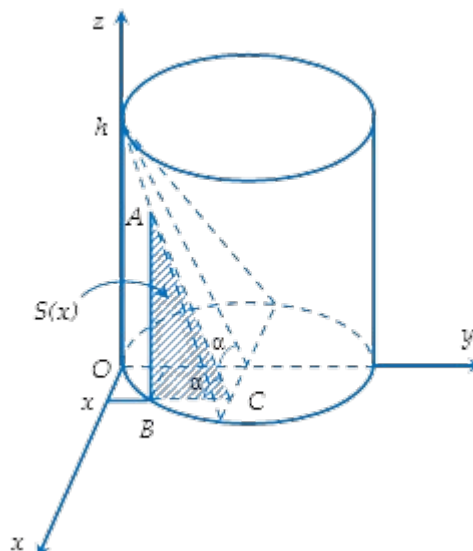
Câu 4. Cho một cái cốc thủy tinh hình trụ bán kính đáy là 6 cm , chiều cao là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy? (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải

Cốc hình trụ có bán kính $R = 6\text{ cm}$, chiều cao $h = 10\text{ cm}$.

Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ bên



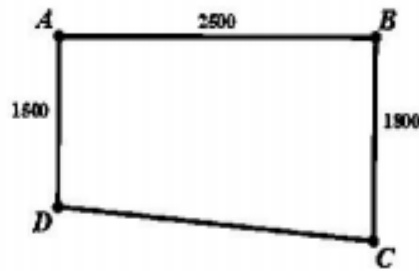
Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x ($-6 \leq x \leq 6$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$.

Ta thấy thiết diện đó là một tam giác ABC vuông tại B như trong hình vẽ.

$$\text{Ta có } S(x) = S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} BC^2 \tan \alpha = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \frac{h}{R} = \frac{5(36 - x^2)}{6}.$$

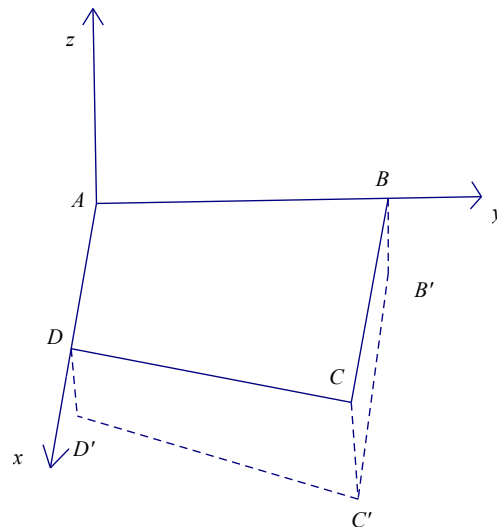
Vậy thể tích lượng nước trong cốc là $V = \int_{-6}^6 S(x) dx = \int_{-6}^6 \frac{5(36-x^2)}{6} dx = 240 \text{ cm}^3$.

Câu 5. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25 \text{ m}$, $AD = 15 \text{ m}$, $BC = 18 \text{ m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a \text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Tìm giá trị của a .

Lời giải:



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó, $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a \text{ cm}$, 6 cm tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$; $C'(1800;2500;-a)$; $D'(1500;0;-6)$.

Theo bài ra có bốn điểm A, B', C', D' đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x + y + 250z = 0$.

Do $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$ nên có: $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$.

Vậy $a = 17,2 \text{ (cm)}$.

Câu 6: Có 10 học sinh làm bài kiểm tra Xác suất – Thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Gọi A là biến cố chọn được bài làm trả lời được cả 4 câu hỏi.

Gọi B_1, B_2, B_3 lần lượt là biến cố chọn được bài làm của học sinh giỏi, khá, trung bình.

$$\text{Khi đó: } P(B_1) = \frac{2}{10}, P(B_2) = \frac{3}{10}, P(B_3) = \frac{5}{10}.$$

Học sinh giỏi trả lời được 100% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 20 câu, suy ra $P(A|B_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh khá trả lời được 80% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 16 câu, suy ra $P(A|B_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh trung bình trả lời được 50% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 10 câu, suy ra $P(A|B_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3)$$

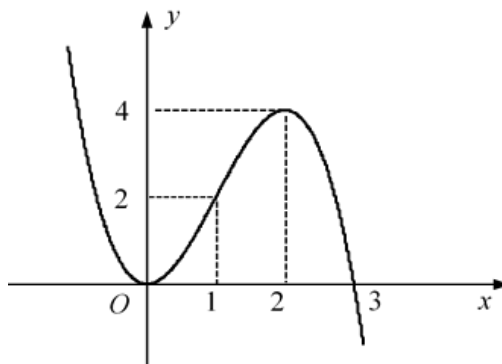
$$= \frac{2}{10} \cdot \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} + \frac{3}{10} \cdot \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} + \frac{5}{10} \cdot \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{108}{323} \approx 0,33436.$$

Đề thi có 05 trang

Họ, tên thí sinh:Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		
y			$-\infty$	$+\infty$	1

↗
↘

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 1; -3), \vec{b} = (-2; -1; 2)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -2. B. -11. C. 11. D. 2.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là:

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 5: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A. 2,5 cm. B. 12,5 cm. C. 3,125 cm. D. 41,25 cm.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1;0;3)$, $B(2;1;-1)$ và $C(3;2;2)$.
Toạ độ của điểm D là

- A. (2;-1;0). B. (0;-1;-6). C. (0;1;6). D. (-2;1;0).

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5. B. $\frac{2}{7}$. C. -5. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 10: Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức: $\text{pH} = -\log\left[\text{H}^+\right]$ với $\left[\text{H}^+\right]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $\left[\text{H}^+\right] = 10^{-6,8}$ là bao nhiêu?

- A. -6,8. B. 68. C. 6,8. D. 0,68.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^5 + x^2 - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm m để hàm số đã cho liên tục trên tập số thực \mathbb{R} .

- A. $m = 7$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m = 1$. D. $m = 6$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2a$, $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là trục tung.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$.

c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow$	$-4 \nearrow$	$+\infty$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 4.

Câu 2. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (s) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (s) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 s .

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}.$$

a) Véc tơ $\vec{u} = (1;1;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $x + y + z - 3 = 0$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $B(0;3;0)$ trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-3)$.

d) Điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ sao cho $T = MA + 2MB + 3MC$ nhỏ nhất, khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = 6$.

Câu 4: Hộp I có 5 bi trắng và 5 bi đen. Hộp II có 6 bi trắng và 4 bi đen. Chuyển hai viên bi từ hộp I sang hộp II. Sau đó lấy ra 1 viên bi từ hộp II.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 540.

b) Xác suất để lấy được bi ra từ hộp II của hộp I là $\frac{1}{6}$.

c) Xác suất để lấy được bi trắng là $\frac{5}{6}$.

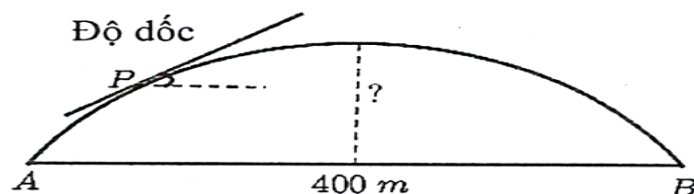
d) Giả sử lấy được bi trắng. Xác suất để lấy được bi trắng của hộp I là $\frac{1}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

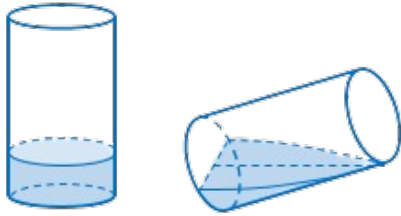
Câu 1: Trong một phòng học được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3m$. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì sẽ bụi rơi xuống người mình, An lại đố bạn Bình ‘nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì mình phải kéo chổi quét nhà dài ra mấy mét (làm tròn đến hàng phần trăm) để quét được vị trí mạng nhện, biết An cầm chổi cao $1,5m$. Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài $5m$ cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được bao nhiêu?

Câu 2. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (*Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

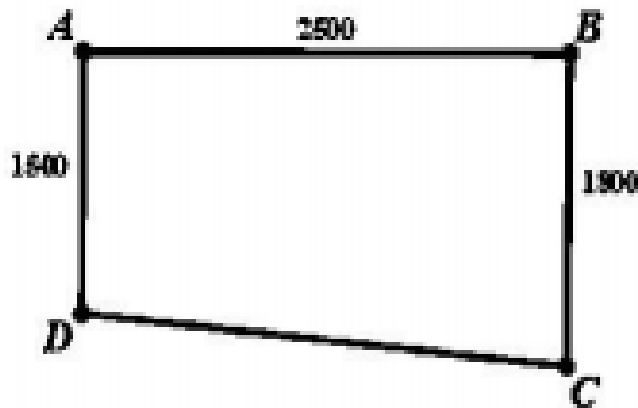
Câu 3. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao lớn nhất giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (*Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).



Câu 4. Cho một cái cốc thủy tinh hình trụ bán kính đáy là 6 cm , chiều cao là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy? (*Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị*).



Câu 5. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25m$, $AD = 15m$, $BC = 18m$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10cm$, $a cm$, $6cm$ tương ứng. Tìm giá trị của a .

Câu 6: Có 10 học sinh làm bài kiểm tra Xác suất – Thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

-----Hết-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- A. -5. B. -6. C. 5. D. 6.

Câu 2. Trong một căn phòng có 25 người họ Nguyễn và 14 người họ Lê, chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng. Xác suất để hai người được chọn có cùng họ bằng

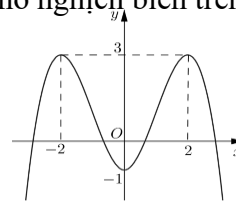
- A. $\frac{27}{741}$. B. $\frac{7}{57}$. C. $\frac{100}{247}$. D. $\frac{391}{741}$.

Câu 3: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A | B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$.
 C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.



Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ 4	↗ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4. B. 3. C. 0. D. 2.

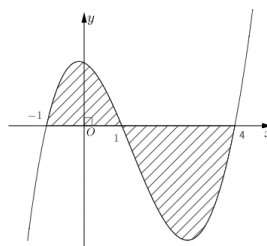
Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



$$\text{A. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$$

Câu 9. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 8x$ là

- A.** $-\cos x - 4x^2 + C$. **B.** $\cos x - 4x^2 + C$. **C.** $\sin x - 8x^2 + C$. **D.** $\cos x - 8$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(3; 4; 1)$. **B.** $(-1; -2; 3)$. **C.** $(3; 5; 1)$. **D.** $(1; 2; 3)$.

Câu 11. Phương trình mặt phẳng nào sau đây nhận véc tơ $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến?

- A.** $-2x - y - z + 1 = 0$ **B.** $4x + 2y - z - 1 = 0$
C. $2x + y - z + 1 = 0$ **D.** $2x + y - 1 = 0$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$.

Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(2; -2; 4)$. **B.** $(-2; 2; -4)$. **C.** $(-4; 4; -8)$. **D.** $(4; -4; 8)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{2}$.

- a) $BC \perp SB$
b) Mặt phẳng (α) qua O và song song với SA và AB . Các giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành một hình thang vuông.
c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$
d) Góc giữa SC và $mp(SAB)$ bằng α thì $\tan\alpha = \sqrt{2}$

Câu 2. Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài $4cm$. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
[20; 25)	2
[25; 30)	16
[30; 35)	20
[35; 40)	2
	$n = 40$

Bảng 1

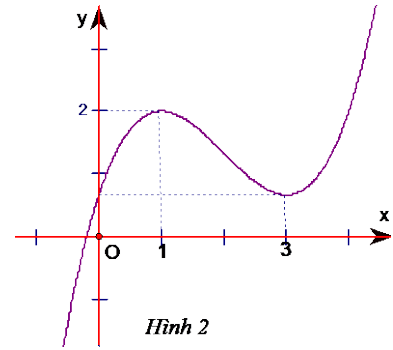
Nhóm	Tần số
[20; 25)	5
[25; 30)	9
[30; 35)	25
[35; 40)	1
	$n = 40$

Bảng 2

- a) Chiều cao trung bình của các cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.
b) Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5.
d) Xét theo phương sai thì chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.

Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình 2

- a) $a > 0$
- b) $f'(x) > 0 \forall x > 0$
- c) Khi $m < 2$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt
- d) $a + b + c + d > 0$



Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng: $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y + 2z + 5 = 0$

- a) Vectơ $\vec{n} = (2; 1; -2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .
- b) Điểm $M(-1; 1; 5)$ thuộc Δ .
- c) Điểm $I(1; 2; 3)$ và $M(-1; 1; 5)$ cách đều mp (α) .
- d) Góc giữa đường thẳng Δ và mp (α) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) bằng 6° .

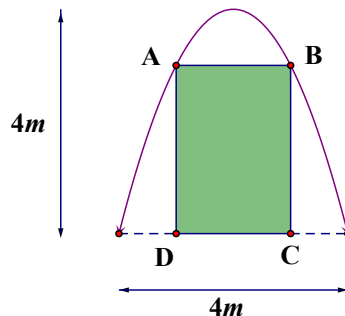
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất không đổi là 6% một năm và theo hình thức lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ liền sau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền vốn lẫn lãi bác An thu được là không dưới 150 triệu đồng?

Câu 2. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai là $\frac{a}{b}, (a; b \in \mathbb{N}^*)$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Câu 3. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 4. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ dưới đây. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200000 đồng cho một m^2 . Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 5 : Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Tính giá trị $a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	A	D	D	A	A	B	B	A	A	D	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. -5 .

B. -6 .

C. 5 .

D. 6 .

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^{6-3x} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 6 - 3x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là: $1 + (-6) = -5$.

Câu 2. Trong một căn phòng có 25 người họ Nguyễn và 14 người họ Lê, chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng. Xác suất để hai người được chọn có cùng họ bằng

A. $\frac{27}{741}$.

B. $\frac{7}{57}$.

C. $\frac{100}{247}$.

D. $\frac{391}{741}$.

Lời giải

$$n(\Omega) = C_{25+14}^2$$

Số cách chọn 2 người cùng họ: $C_{25}^2 + C_{14}^2$

$$\text{Xác suất: } P = \frac{C_{25}^2 + C_{14}^2}{C_{39}^2} = \frac{391}{741}$$

Câu 3: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A | B)$.

A. $0,7976$.

B. $0,7975$.

C. $0,2025$.

D. $0,2024$.

Lời giải

A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A | B) = P(A) = 0,2024$

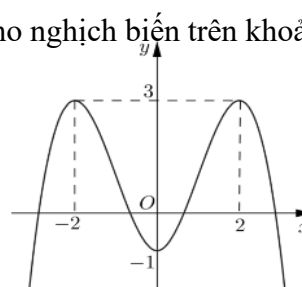
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-2; 2)$.

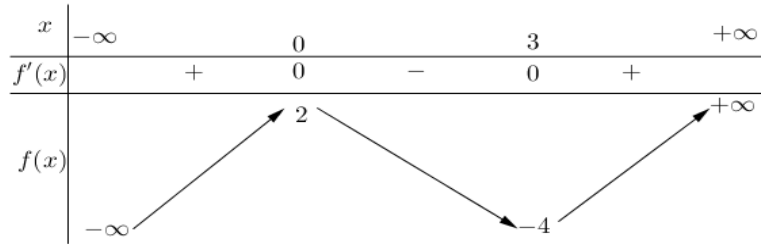
D. $(0; 2)$.



Lời giải

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0); (2; +\infty)$ vì đths đi xuống từ trái qua phải

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** -4 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 2 .

Lời giải

$$y_{CT} = -4$$

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A.** $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x + 1}{x - 1} = 4 \Rightarrow TCN : y = 4$$

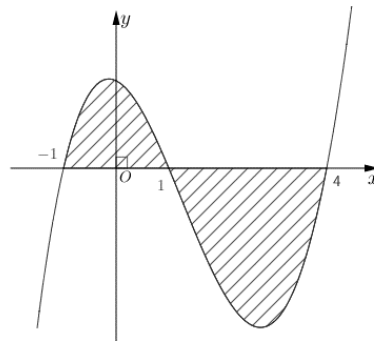
Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A.** -3 . **B.** -1 . **C.** 1 . **D.** 3 .

Lời giải

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. **B.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
- C.** $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. **D.** $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

Lời giải

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$$

Câu 9. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 8x$ là

- A.** $-\cos x - 4x^2 + C$. **B.** $\cos x - 4x^2 + C$. **C.** $\sin x - 8x^2 + C$. **D.** $\cos x - 8$.

Lời giải

$$\int f(x)dx = \int (\sin x - 8x)dx = \int \sin x dx - \int 8x dx = -\cos x - 4x^2 + C$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. **D. $(1; 2; 3)$.**

Lời giải

$$\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3)$$

Câu 11. Phương trình mặt phẳng nào sau đây nhận véc tơ $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến?

- A. $-2x - y - z + 1 = 0$ B. $4x + 2y - z - 1 = 0$
C. $2x + y - z + 1 = 0$ D. $2x + y - 1 = 0$

Lời giải

$$mp(\alpha): ax + by + cz + d = 0 \text{ có 1 VTPT } \vec{n} = (a; b; c)$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$.

Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(2; -2; 4)$. **B. $(-2; 2; -4)$.** C. $(-4; 4; -8)$. D. $(4; -4; 8)$.

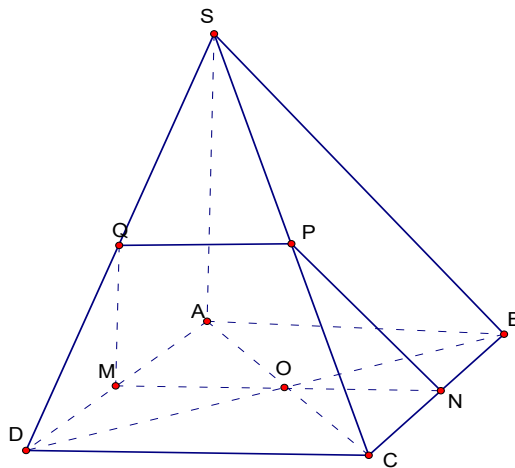
Lời giải

$$\text{Tâm mặt cầu } I \left(-\frac{4}{2}; \frac{4}{2}; -\frac{8}{2} \right) = (-2; 2; -4)$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	c) Sai
---------	---------	--------	--------



a) $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

b) $mp(\alpha)$ cắt các mặt của hình chóp S.ABCD theo các giao tuyến MN, MQ, PQ, NP như hình vẽ, ở đó MN

$$\parallel AB, MQ \parallel SA, QP \parallel CD \parallel AB$$

Do đó ta có $MN \parallel PQ$ và $MQ \perp (ABCD) \Rightarrow MQ \perp MN$. Vậy MNPQ là hình thang vuông

$$c) SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}$$

d) $BC \perp SA, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là góc \widehat{CSB}

$$\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 2.

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Chiều cao trung bình của cây do bạn An trồng là: $\bar{x}_A = 30,25$ (cm).

Chiều cao trung bình của cây do bạn Bình trồng là: $\bar{x}_B = 30,25$ (cm).

Suy ra chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng là bằng nhau.

b) Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu là $40 - 20 = 20$.

c) Xét mẫu số liệu ở Bảng 1.

- Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó là: $Q_1 = 25 + \left(\frac{10-2}{16}\right) \cdot 5 = 27,5$ (cm)

- Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó là: $Q_3 = 30 + \left(\frac{30-18}{20}\right) \cdot 5 = 33$ (cm).

Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 13 là $33 - 27,5 = 5,5$.

c) Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 1 là: $s_A^2 = 11,1875$.

Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 2 là: $s_B^2 = 13,6875$.

Suy ra $s_A^2 < s_B^2$. Vậy chiều cao của các cây mà bạn An trồng đồng đều hơn các cây mà bạn Bình trồng.

Câu 3.

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	c) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = +\infty$ nên $a > 0$

b) HS NB trong khoảng (1; 3) nên $f'(x) < 0$ trên khoảng (1; 3). Do đó mệnh đề sai.

c) Khi $m < 0$ đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại đúng 1 điểm tức là phương trình $f(x) = m$ chỉ có 1 nghiệm nên mệnh đề đã cho là sai.

d) $a + b + c + d = f(1) = 2 > 0$

Câu 4.

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	c) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) VTPT của (α) là $\vec{kn}_\alpha = k(2; -1; 2)$

b) Thay tọa độ điểm M vào PT đường thẳng $\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{5-3}{-2} \Rightarrow M(-1; 1; 5) \in \Delta$

c) Casio:

$$\frac{|2x - y + 2z + 5|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} \xrightarrow[x=1; y=2; z=3]{CALC} \frac{11}{3} \Rightarrow d(I, (\alpha)) = \frac{11}{3}$$

$$\xrightarrow[x=-1; y=1; z=5]{CALC} 4 \Rightarrow d(M, (\alpha)) = 4$$

$$d) \sin(\Delta, (\alpha)) = \left| \cos \left(\vec{u}_{\Delta}, \vec{n}_{\alpha} \right) \right| = \frac{|2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2)|}{\sqrt{4 + 1 + 4} \cdot \sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{1}{9} \Rightarrow (\Delta, (\alpha)) \approx 6,379^\circ$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1: Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất không đổi là 6% một năm và theo hình thức lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ liền sau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền vốn lẫn lãi bác An thu được là không dưới 150 triệu đồng?

ĐS: 7

Theo giả thiết ta có $100 \cdot 10^6 (1 + 0,06)^n \geq 150 \cdot 10^6 \Rightarrow n \geq \log_{1,06} 1,5 \approx 6,96$.

Vậy sau ít nhất 7 năm thì bác An nhận được số tiền ít nhất là 150 triệu đồng.

Câu 2: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai là $\frac{a}{b}$, ($a; b \in \mathbb{N}^*$), $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

ĐS: 61

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$.

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$.

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$.

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B | A) = \frac{20}{49}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$.

Câu 3. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng?

ĐS: 2,25.

Gọi x là giá thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x : đồng; $x \geq 2000000$ đồng).

Tăng giá 100 000 đồng thì có 2 căn hộ bị bỏ trống. Tăng giá $x - 2\,000\,000$ đồng thì số căn hộ bị bỏ trống

$$\text{là: } \frac{2(x - 2\,000\,000)}{100\,000} = \frac{x - 2\,000\,000}{50\,000}.$$

Do đó khi cho thuê với giá x đồng thì số căn hộ cho thuê là:

$$50 - \frac{x - 2\,000\,000}{50\,000} = -\frac{x}{50\,000} + 90.$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

Ta có: $F(x) = \left(-\frac{x}{50\,000} + 90\right)x = -\frac{1}{50\,000}x^2 + 90x$ (bằng số căn hộ cho thuê nhân với giá cho thuê mỗi căn hộ).

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $F(x) = -\frac{1}{50\,000}x^2 + 90x$, $x \geq 2\,000\,000$.

$$F'(x) = -\frac{1}{25\,000}x + 90; F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25\,000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2\,250\,000.$$

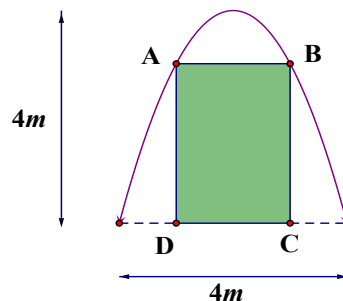
Bảng biến thiên:

x	2 000 000	2 250 000	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-
$F(x)$			

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2\,250\,000$.

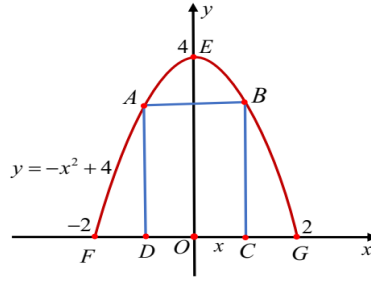
Vậy công ty phải cho thuê với giá 2,25 triệu đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Câu 4. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ dưới đây. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200 000 đồng cho một m^2 . Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).



ĐS: 902

Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Giả sử parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c, a < 0$.

$$\text{Khi đó } (P) \text{ đi qua ba điểm } E(0;4), F(2;0), G(-2;0) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4.$$

Đặt $CD = 2x, 0 < x < 2 \Rightarrow C(x;0) \Rightarrow BC = -x^2 + 4$.

Do đó diện tích phần trang trí hoa văn là

$$S_{hv} = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx - 2x(-x^2 + 4) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3} = f(x).$$

Chi phí để dán hoa văn là: $T = 200000 \cdot S_{hv} = 200000 f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}, 0 < x < 2$.

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0;2)$ nên ta có bảng biến thiên sau:

x	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$		

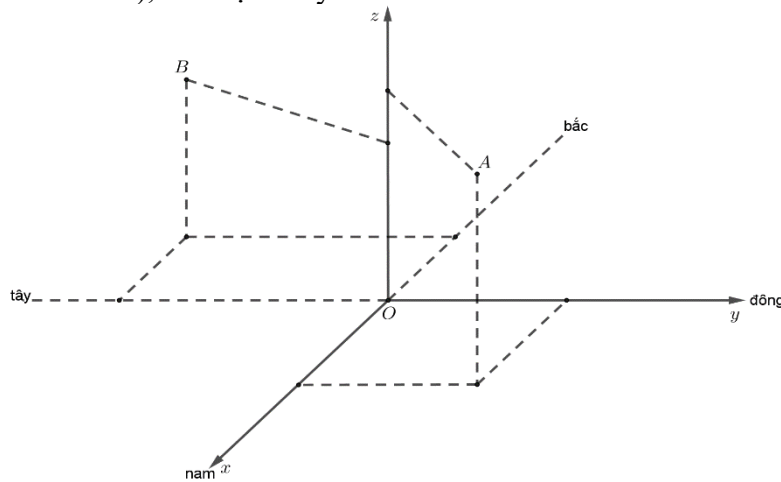
Từ BBT ta có $T \geq 200000 \cdot \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\min T = 200000 \cdot \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \approx 902000$ (đồng).

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

ĐS: 3.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai kinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc kinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí A, B . Ta có $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$.

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) , $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$. Khi đó $I = BC \cap (Oxy)$.

$$\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right).$$

$$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Tính giá trị $a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0,59

Ta có: $A, B \in (P)$ nên $\begin{cases} b - 1 = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases}$. Suy ra (P) có dạng $x + y + cz - 1 = 0$

Nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; c)$.

Mặt phẳng (yOz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Ta có: } \cos 60^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{i}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2+c^2} \cdot 1} \Leftrightarrow 2+c^2 = 4 \Leftrightarrow c = \pm\sqrt{2} \Rightarrow c = -\sqrt{2} \text{ do } c < 0.$$

$$\text{Ta có: } a + b + c = a + a + c = 1 + 1 - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} \approx 0,59.$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giải bóng đá Ngoại hạng Anh năm 2024 có 20 đội tham gia thi đấu. Cứ 2 đội thì phải đấu với nhau 2 trận (lượt đi và lượt về). Hỏi giải Ngoại hạng Anh có tất cả bao nhiêu trận đấu?

- A. A_{20}^2 . B. C_{20}^2 . C. $20!$. D. 40.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

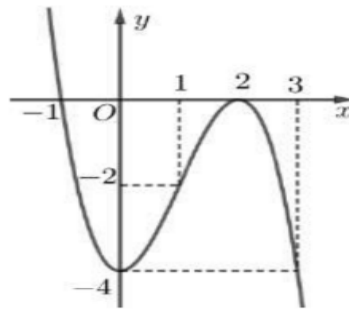
Câu 3. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = 2x + 3y$. C. $P = x^2y^3$. D. $P = x^2 + y^3$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip có phương trình $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$. Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng bao nhiêu?

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 8.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng bao nhiêu?



- A. $M + m = 2$. B. $M + m = -4$. C. $M + m = -3$. D. $M + m = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	2	$+\infty$	-2

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{OA} là

- A. $(-2; 3; 5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; -3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 8. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	4	10	14	6	4	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu thuộc nhóm nào dưới đây?

- A. [70;80). B. [50;60). C. [60;70). D. [40;50).

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $(P): x - y + 2z + 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z + 3 = 0$.
 C. $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
 C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 11. Mỗi ngày Thầy Hùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Hùng trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Tần số	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,1314. D. 0,36.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; -1; 2)$ và $N(1; 3; 4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên $AA' = a$. Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H .

- a) Đường thẳng $B'C'$ vuông góc với mặt phẳng $(AA'H)$
 b) Hai mặt phẳng (ABC) và $(AA'H)$ vuông góc.
 c) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $a\sqrt{3}$.
 d) Thể tích khối tứ diện $BCB'A'$ là $a^3\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

- a) Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx$.

b) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Giả sử $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$, khi đó $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + 1$.

c) $\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Ta có: $a.b = 15$.

d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

a) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

b) Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

c) Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) khi đó $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{6}}{18}$.

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) có phương trình

$$d': \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}.$$

Câu 4. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”, B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”.

a) $P(A) = 0,85$.

b) $P(B|A) = 0,99$.

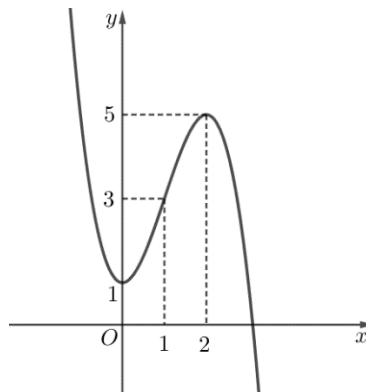
c) $P(B) = 0,9855$.

d) $P(A|B) = 0,95$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

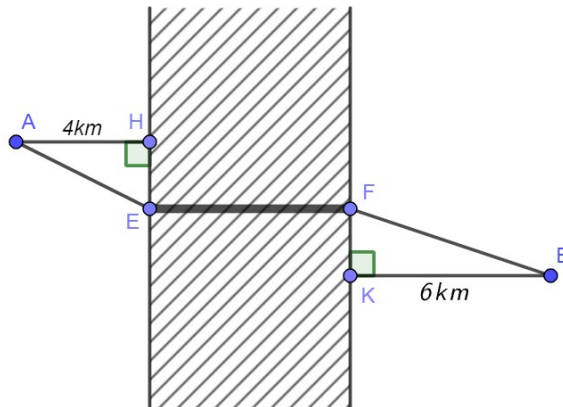
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $y = f(5-2x) + 4x^2 - 10x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

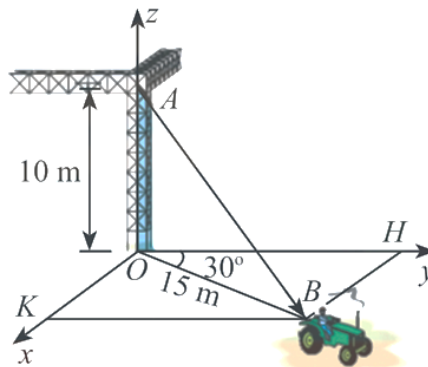


Câu 2. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông

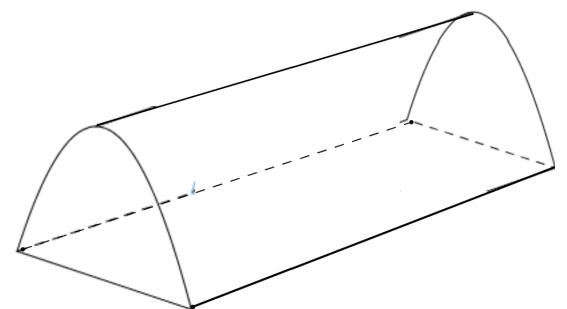
biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần trăm)



Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m . Tìm được tọa độ của vectơ $\overline{AB} = (a;b;c)$. Tính $a + c$.

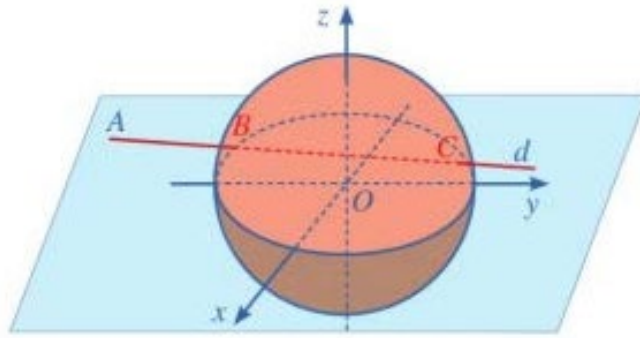


Câu 4. Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12A dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



Câu 5. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km . Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).}$$



Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

-----**HẾT**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP
Môn: TOÁN

Phần I. Trắc nghiệm

(Mỗi câu trả lời đúng thì sinh được **0,25 điểm**)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	A	B	D	B	A	A	D	A	D	C	B

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	S	Đ	Đ
c)	S	Đ	Đ	Đ
d)	S	S	S	S

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1	8,94	10,5	30	0,69	0,47

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [NB] Giải bóng đá Ngoại hạng Anh năm 2024 có 20 đội tham gia thi đấu. Cứ 2 đội thì phải đấu với nhau 2 trận (lượt đi và lượt về). Hỏi giải Ngoại hạng Anh có tất cả bao nhiêu trận đấu?

- A.** A_{20}^2 . **B.** C_{20}^2 . **C.** $20!$. **D.** 40 .

Câu 2. [NB] Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: [NB] Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2b^3)$.

- A.** $P = 6xy$. **B.** $P = 2x + 3y$. **C.** $P = x^2y^3$. **D.** $P = x^2 + y^3$.

Lời giải

$$P = \log_2(a^2b^3) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b = 2x + 3y.$$

Câu 4. [NB] Trong mặt phẳng Oxy , cho elip có phương trình $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$. Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng bao nhiêu?

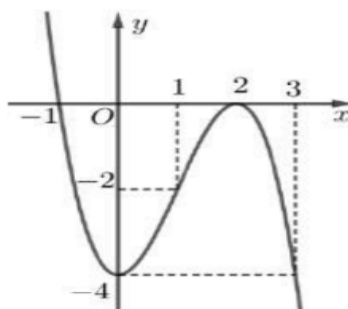
- A.** 7 . **B.** 4 . **C.** 5 . **D.** 8 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \Rightarrow a=7, b=4.$$

Vậy độ dài trục nhỏ của đường elip là: $2b = 2 \cdot 4 = 8$.

Câu 5. [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng bao nhiêu?



- A.** $M + m = 2$. **B.** $M + m = -4$. **C.** $M + m = -3$. **D.** $M + m = 1$.

Lời giải

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số, ta được: } \begin{cases} M = 0 \\ m = -4 \end{cases} \Rightarrow M + m = -4.$$

Câu 6. [NB] Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	2	$+\infty$	-2

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 2** **B. 3** **C. 1** **D. 0**

Câu 7. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của véctơ \overrightarrow{OA} là:

- A. $(-2; 3; 5)$** **B. $(2; -3; 5)$** **C. $(-2; -3; 5)$** **D. $(2; -3; -5)$**

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A; z_A) = (-2; 3; 5)$

Câu 8. [NB] Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Nhóm	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$
Tần số	4	10	14	6	4	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu thuộc nhóm nào dưới đây?

- A. $[70; 80)$** **B. $[50; 60)$** **C. $[60; 70)$** **D. $[40; 50)$**

Lời giải

Ta có số phần tử của mẫu là: $n = 40 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10$.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[40; 50)$.

Câu 9. [NB] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $(P): x - y + 2z + 3 = 0$** **B. $(P): x + y + 2z + 3 = 0$**
C. $(P): x - y - 2z + 3 = 0$ **D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0$**

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ là

$$(x-1) - (y-0) + 2(z+2) = 0 \text{ hay } (P): x - y + 2z + 3 = 0$$

Câu 10. [NB] Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$** **B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$**
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ **D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$**

Lời giải

Mặt cầu (S) có phương trình: $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 11.[TH] Mỗi ngày Thầy Hùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Hùng trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Tần số	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,1314.

D. 0,36.

Lời giải**Chọn C**

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Câu 12. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$.

Lời giải

Ta có đường thẳng MN đi qua điểm $M(-1;-1;2)$ và nhận $\overline{MN} = (2;4;2)$ làm véc tơ chỉ phương

nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. [NB-TH-TH-TH] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên $AA' = a$. Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H . Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng $B'C'$ vuông góc với mặt phẳng $(AA'H)$

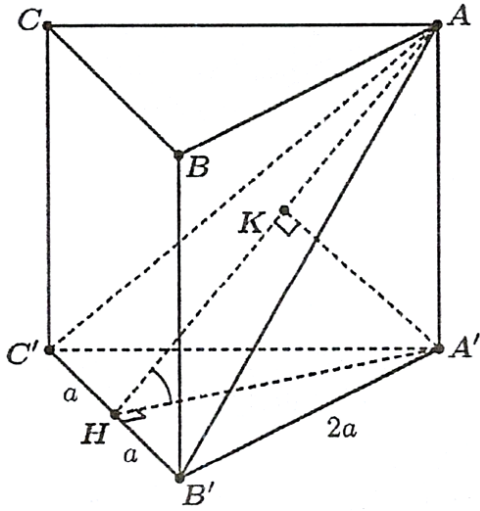
b) Hai mặt phẳng (ABC) và $(AA'H)$ vuông góc

c) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $a\sqrt{3}$.

d) Thể tích khối tứ diện $BCB'A'$ là: $a^3\sqrt{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------



a) Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C')) \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H)$ (1) suy ra **a) đúng**

b) Do $BC \parallel B'C'$ nên từ (1) suy ra $BC \perp (AA'H)$ suy ra hai mặt phẳng (ABC) và $(AA'H)$ vuông góc.
 Vậy **b) đúng**

c) Trong mặt phẳng $(AA'H)$, kẻ $A'K \perp AH$ tại K (2).

$$(1) \Rightarrow A'K \perp B'C' \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $A'K \perp (AB'C')$ hay $d(A', (AB'C')) = A'K = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Ta có } A'H = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác $AA'H$ vuông tại A' có đường cao $A'K$ nên

$$\frac{1}{A'K^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} \Rightarrow d(A', (AB'C')) = A'K = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ suy ra c) sai}$$

$$\text{d) } S_{\Delta A'B'C'} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a \cdot a^2 \sqrt{3} = a^3 \sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).

$$V_{BCB'A'} = V_{A'BCB'} = V_{A'B'C'B} = V_{B.A.B'C'} = \frac{1}{3}V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3} \text{ suy ra d) sai}$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

$$\text{a) Ta có } \int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx.$$

b) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Giả sử $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$, khi đó $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + 1$.

c) $\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Ta có: $a.b = 15$.

d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$.

Lời giải

a) Đúng	b) sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) **Đúng** vì $f(x) = \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$

b) **Sai** vì $\int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$. Với $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$ suy ra $C = 0$

c) **Đúng**

$$\begin{aligned} \int_3^4 f(x) dx &= \int_3^4 \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx = \frac{1}{4} \int_3^4 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{4} (\ln(x-2) - \ln(x+2)) \Big|_3^4 \\ &= \frac{1}{4} \ln \frac{x-2}{x+2} \Big|_3^4 = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Do đó ta có $a = 5; b = 3$. Vậy $a.b = 15$.

d) **Sai**

Ta có $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \int_3^4 f(x) dx + \int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx$. Với $\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$.

$$\int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = -\frac{1}{f(x)} \Big|_3^4 = -12 + 5 = -7.$$

$$\text{Vậy } \int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} - 7.$$

Câu 3.[NB-TH-TH-VD] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; -3; 4)$, đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

a) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)

- b) Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$
- c) Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) khi đó $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{6}}{18}$
- d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) có phương trình $d' : \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; 1; 1)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) Gọi $B = d \cap \Delta$ thì $B(1+t; -1-t; 5+2t)$ và $\overline{AB} = (-1+t; -t; 2+2t)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

d) Ta có: $\sin 30^\circ = \sin(\Delta, (P)) = |\cos(\overline{AB}, \vec{n})|$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|\overline{AB} \cdot \vec{n}|}{|\overline{AB}| \cdot |\vec{n}|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|-2+2t-t+2+2t|}{\sqrt{(-1+t)^2 + (-t)^2 + (2+2t)^2} \cdot \sqrt{6}} \Leftrightarrow 6(6t^2 + 6t + 5) = 36t^2 \Leftrightarrow t = \frac{-5}{6}$$

Suy ra $\overline{AB} = \frac{1}{6}(-11; 5; 2)$

Phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{-11} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 4. [NB-TH-TH-VD] Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

- A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";
 B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $P(A) = 0,85$.
 b) $P(B|A) = 0,99$.
 c) $P(B) = 0,9855$.
 d) $P(A|B) = 0,95$.

Lời giải.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

Ta có: $P(A) = 0,85$.

b) Đúng

Ta có: $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$.

c) Đúng

Ta có: $P(\bar{A}) = 0,15$.

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$.

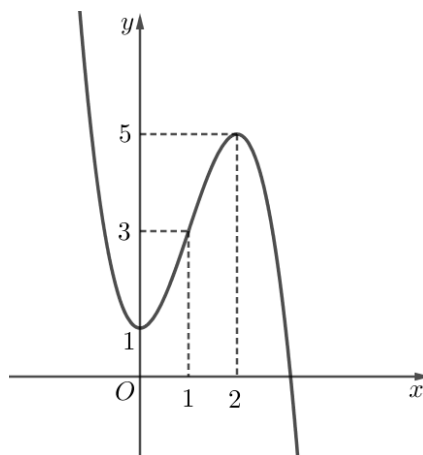
d) Sai

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. [VD] Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $y = f(5 - 2x) + 4x^2 - 10x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



Lời giải

Trả lời: 1 cực tiểu

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, ta có: $y = f'(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Đặt: $g(x) = f(5 - 2x) + 4x^2 - 10x$.

Có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= -2f'(5 - 2x) + 8x - 10 = -2[f'(5 - 2x) - 4x + 5] \\ &= -2[-(5 - 2x)^3 + 3(5 - 2x)^2 + 1 - 4x + 5] \\ &= -4[4x^3 - 24x^2 + 43x - 22] \end{aligned}$$

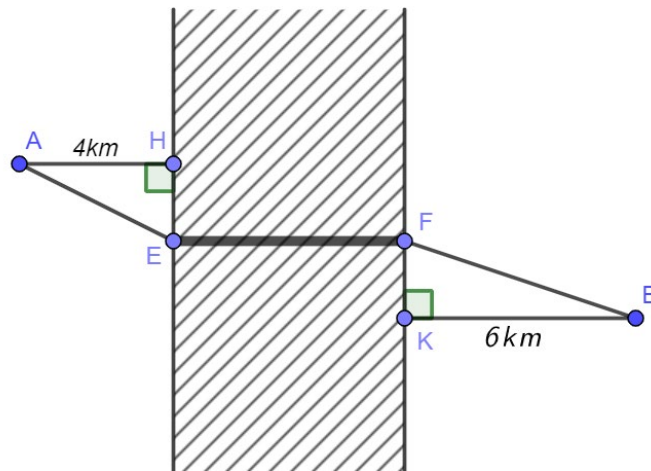
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 24x^2 + 43x - 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$	$\frac{4-\sqrt{5}}{2}$		2		$\frac{4+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$
g'(x)	+	0	-	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 2: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần trăm)



Trả lời: 8,94

Đặt $HE = x$, $FK = y$, với $x, y > 0$

$$\text{Ta có: } HE + KF = 20 \Rightarrow x + y = 20, \begin{cases} AE = \sqrt{16 + x^2} \\ BF = \sqrt{36 + y^2} = \sqrt{36 + (20 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận xét: Vì EF không đổi nên AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } AE + BF = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{(20 - x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 40x + 436} = f(x)$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 20}{\sqrt{x^2 - 40x + 436}}, \forall x \in (0; 20).$$

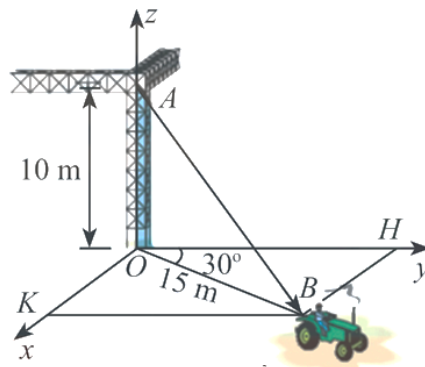
$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 8$$

Bảng biến thiên

x	0	8	20
f'(x)	-	0	+
f(x)	\swarrow $10\sqrt{5}$ \searrow		

Vậy $AE = \sqrt{8^2 + 16} \approx 8,94km$

Câu 3.[VD] Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vectơ $\overline{AB} = (a;b;c)$. Tính $a + c$.



Lời giải

Trả lời: 2,5

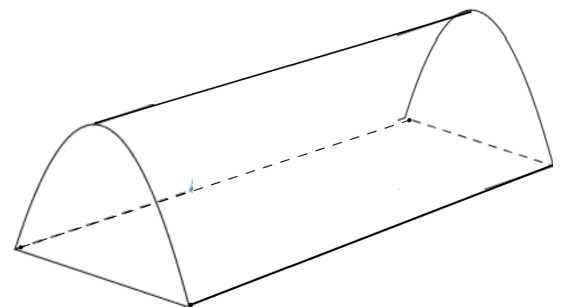
Ta thấy $A(0;0;10)$

$$OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}; OK = OB \cdot \cos(60^\circ) = \frac{15}{2} \Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

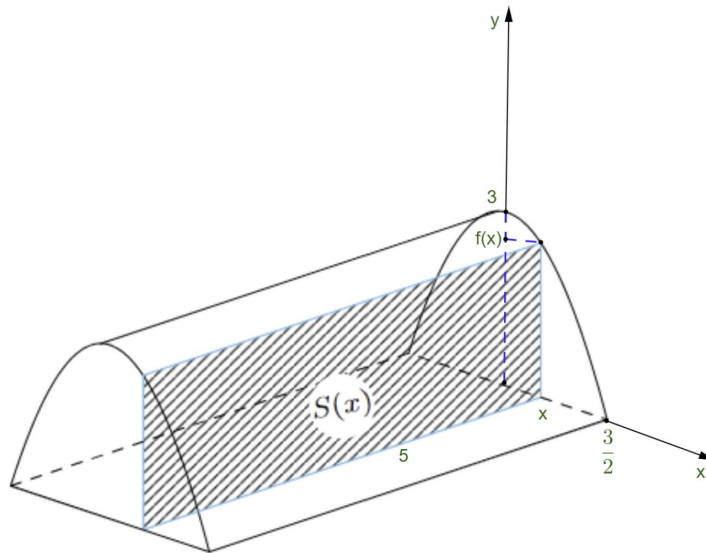
$$\Rightarrow \overline{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Vậy $a + c = -2,5$

Câu 4: [VDC] Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12a dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



Lời giải



Trả lời: 30m^3

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, hình dạng khung trãi là parabol có phương trình

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$, vì đỉnh trãi cao 3m và bề ngang rộng 3m nên parabol đi qua điểm $(0; 3)$ và

$$\left(\frac{3}{2}; 0\right). \text{ Ta có : } \begin{cases} b = 0 \\ 3 = c \\ 0 = a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{4}{3} \\ c = 3 \end{cases}$$

Suy ra parabol có phương trình $y = f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3$.

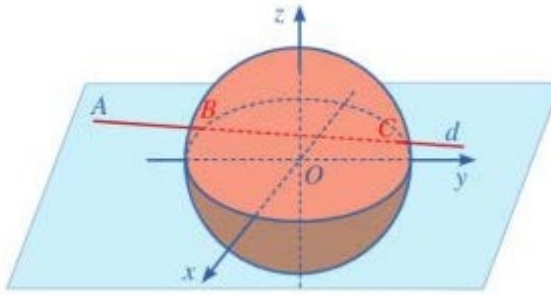
Mỗi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ $x, 0 \leq x \leq h$ cắt khối chót theo mặt cắt là hình chữ nhật có độ dài các cạnh lần lượt là 5 và $|f(x)|$, có diện tích $S(x) = 5 \cdot |f(x)|$, với $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích phần không gian trong trãi là $V = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} 5 \cdot |f(x)| dx = 5 \cdot \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{4}{3}x^2 + 3 \right| dx = 30 \text{ m}^3$.

Câu 5.[VD] Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0; 0; 0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa.

Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).}$$



Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,69(giờ)

Vì đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km nên ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 600km . Ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính bằng $R = 600$ có phương trình là: $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$

Thay $\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ vào phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$, ta có:

$$(100t - 1000)^2 + (80t - 300)^2 + (100\sqrt{11})^2 = 360000$$

$$\Leftrightarrow 164t^2 - 2480t + 8400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \Rightarrow B(0; 500; 100\sqrt{11}) \\ t = \frac{210}{41} \Rightarrow C\left(-\frac{20000}{41}; \frac{4500}{41}; 100\sqrt{11}\right) \end{cases}$$

Quãng đường máy bay di chuyển trong vùng kiểm soát không lưu là:

$$BC = \sqrt{\left(-\frac{20000}{41}\right)^2 + \left(\frac{4500}{41} - 500\right)^2 + (100\sqrt{11} - 100\sqrt{11})^2} \approx 625\text{ km}.$$

Vậy thời gian máy bay di chuyển theo đường thẳng d và trong phạm vi kiểm soát không lưu của sân

$$\text{bay là: } \frac{625}{900} = \frac{25}{36} \approx 0,69 \text{ giờ.}$$

Câu 6. [VDC] Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,47

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “ Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật ”

$$P(A_1) = 48\% = 0,48, \quad P(A_2) = 1 - 0,48 = 0,52.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; \quad P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) = 0,18 \cdot 0,48 + 0,15 \cdot 0,52 = \frac{411}{2500} = 0,1644$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, áp dụng công

thức Bayes ta được
$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15 \cdot 0,52}{0,1644} = \frac{65}{137} \approx 0,47.$$

-----Hết-----

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên GV ra đề: Nguyễn Thu Thủy

Mã đề thi 668

Họ và tên thí sinhSố báo danh.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			1					$+\infty$

\swarrow -1 \nearrow \searrow -1 \nearrow

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3;3)$. B. $(-3;0)$. C. $(0;3)$. D. $(-\infty;-3)$.

Câu 2. Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

- A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. B. $u_1 = 3$ và $d = 5$. C. $u_1 = 4$ và $d = 5$. D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty;2)$ B. $[0;2]$ C. $(-\infty;2]$ D. $(0;2)$

Câu 4. $\int x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$. B. $4x^3 + C$. C. $x^5 + C$. D. $5x^5 + C$.

Câu 5. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 1 = 0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là:

- A. $\vec{n}_2 = (2;0;-3)$. B. $\vec{n}_1 = (2;-3;1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2;0;-3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2;3;-1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
- C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = -3$.
 C. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = 9$. D. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = -9$.

Câu 9. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cắt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 2 gam. B. 12 gam. C. 10 gam. D. 20 gam.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

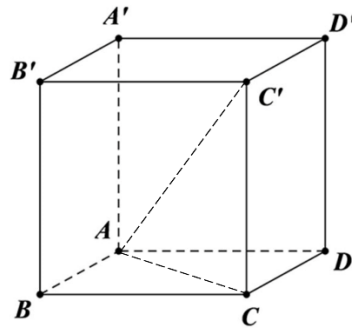
Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
 b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 c) $\min_{[-1;0]} y + \max_{[0;1]} y = 4$.
 d) Phương trình $x^3 - 3x + 2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $a < m < b$, khi đó $a + b = 3$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z + 2025 = 0$. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

a) Gọi \vec{u} và \vec{n} lần lượt là vec tơ chỉ phương và vec tơ pháp tuyến của Δ và (P) . Khi đó

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

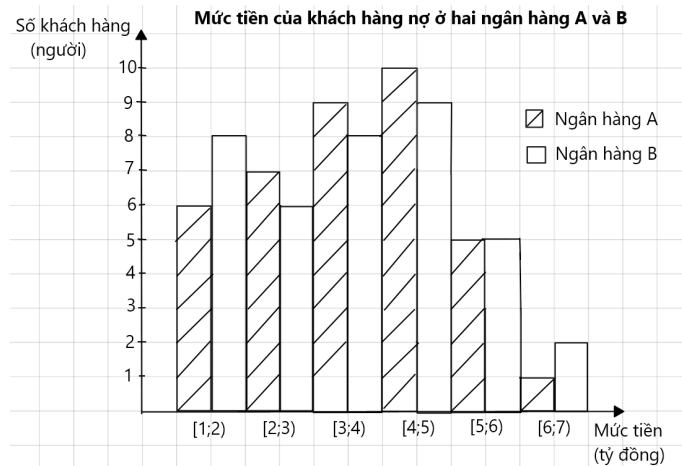
b) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng (P) là

$$(Q): x + 2y - z - 6 = 0$$

c) Đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$.

d) Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30° . Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$.

Câu 15. Biểu đồ dưới đây biểu thị kết quả thu thập được về mức tiền (đơn vị: tỷ đồng) của một số khách hàng nợ ở hai ngân hàng A và B.



Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Bảng giá trị đại diện cho mỗi nhóm và bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu tương ứng với biểu đồ trên

Mức tiền (tỷ đồng)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)
Mức tiền đại diện (tỷ đồng)	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số khách hàng ngân hàng A	6	7	9	10	5	1
Số khách hàng ngân hàng B	8	6	8	9	5	2

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng A bằng $\frac{661}{361}$.

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng B bằng $\frac{3221}{1444}$.

d) Người ta dùng độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của số tiền khách hàng nợ ngân hàng. Ngân hàng nào có độ lệch chuẩn cao hơn thì có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của ngân hàng A cao hơn ngân hàng B

Câu 16. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Câu 18. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần mười)

Câu 19. Thống kê số thẻ vàng của mỗi cầu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021–2022 cho kết quả sau:

101	79	79	78	75	73	68	67	67	63
63	61	60	59	57	55	55	50	47	42

(Theo premierleauge.com)

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40; 50)$?

Câu 20. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Câu 21. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

Câu 22. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC , biết BD vuông góc với AE . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là $\frac{a^3 \sqrt{m}}{n}$. Tính $m+n$

----- Hết -----

PHẦN ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	C	A	D	A	B	A	C	D	A	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 13:	Câu 14:	Câu 15:	Câu 16:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

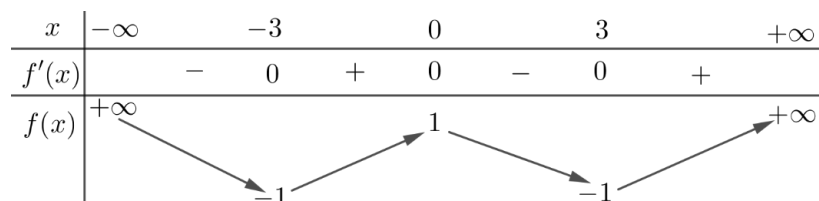
Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	25	10,2	70	512	0.77	75

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			1			-1		$+\infty$



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3;3)$. **B.** $(-3;0)$. C. $(0;3)$. D. $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

- A.** $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. C. $u_1 = 4$ và $d = 5$. D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$. Theo đầu bài ta có hpt:
$$\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty;2)$ **B.** $[0;2]$ **C.** $(-\infty;2]$ D. $(0;2)$

Lời giải

Ta có $2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2 \Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;2]$.

Câu 4. $\int x^4 dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{5}x^5 + C$. B. $4x^3 + C$. C. $x^5 + C$. D. $5x^5 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C.$$

Câu 5. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

- A. 1. B. 5. C. 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$$

$$\text{Khi đó } I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-1;0;1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 1 = 0$. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là:

- A.** $\vec{n}_2 = (2;0;-3)$. B. $\vec{n}_1 = (2;-3;1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2;0;-3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Do mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 1 = 0$ nên vector pháp tuyến của (α) là: $\vec{n}_2 = (2;0;-3)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

B.
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

C.
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $A(2;0;-1)$, nhận $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$ làm vectơ chỉ phương, có phương

trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 8. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = -3.$

C. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = 9.$

D. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = -9.$

Lời giải

Chọn A

Do phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ nên vế phải của phương trình là $R^2 > 0$

Câu 9. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 2 gam.

B. 12 gam.

C. 10 gam.

D. 20 gam.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$ gam.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

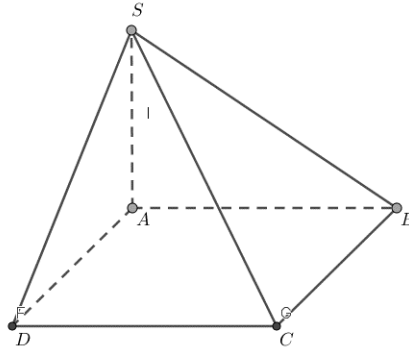
A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = a^2 \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3		↘ -5		↗ $+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

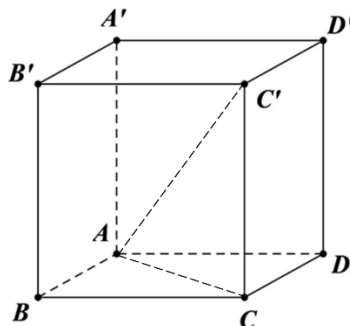
Chọn A

Từ bảng biến thiên, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có AC' là đường chéo hình lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow AC' = AB \cdot \sqrt{3}$

$$\begin{cases} CC' \perp (ABCD) \\ AC' \cap (ABCD) = A \end{cases} \Rightarrow (\widehat{AC', (ABCD)}) = \widehat{C'AC}, \sin \widehat{C'AC} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
 b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 c) $\min_{[-1;0]} y + \max_{[0;1]} y = 4$.
 d) Phương trình $x^3 - 3x + 2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $a < m < b$, khi đó $a + b = 3$.

Lời giải

a) Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

BBT

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Chọn ĐÚNG.

b)

Chọn SAI.

c) Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$f(0) = 2$; $f(1) = 0$; $f(-1) = 4$. Suy ra $\min_{[-1;0]} y = 2$; $\max_{[0;1]} y = 2$. Vậy $\min_{[-1;0]} y + \max_{[0;1]} y = 4$.

Chọn ĐÚNG.

d) Từ bảng biến thiên ta thấy PT có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 4$ khi đó $a + b = 4$.

Chọn SAI.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z + 2025 = 0$. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

a) Gọi \vec{u} và \vec{n} lần lượt là vec tơ chỉ phương và vec tơ pháp tuyến của Δ và (P) . Khi đó

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

b) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng (P) là

$$(Q): x + 2y - z - 6 = 0$$

c) Đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$.

d) Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30° . Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$.

Lời giải

(a) Gọi \vec{u} và \vec{n} lần lượt là vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của Δ và (P) . Khi đó

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

$$\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u} = (-1; 2; 3)$$

$$(P): x + 2y - z + 2025 = 0 \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n} = (1; 2; -1)$$

Suy ra $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Vì (Q) song song với mặt phẳng (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$(Q): x + 2y - z + m = 0$$

$$\text{Vì mặt phẳng } (Q) \text{ đi qua } A(1; -2; 3) \text{ nên ta có } 1 + 2(-2) - 3 + m = 0 \Rightarrow m = 6$$

» **Chọn SAI.**

(c) Đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$.

Mặt phẳng (Oxy) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (-1; 2; 3)$

Đường thẳng Δ' vuông góc với Δ_2 và song song với mặt phẳng (Oxy) có vectơ chỉ phương

$$\text{là } \vec{u}_2 = [\vec{v}, \vec{k}] = (-2; 1; 0)$$

» **Chọn SAI.**

(d) Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30° . Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$.

Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) nên có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (1; 2; -1)$

$$(Q): x + my - 3 = 0 \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_Q = (1; m; 0)$$

$$\sin(d_2, (Q)) = |\cos(\vec{n}_Q, \vec{v})| = \frac{|2 + 2m|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{2}$$

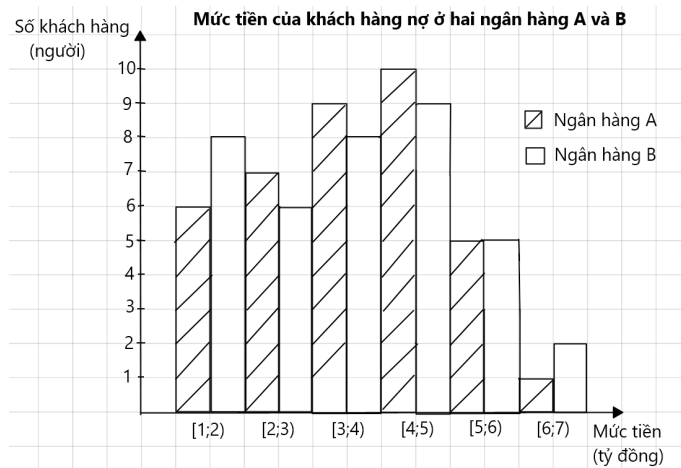
$$\Leftrightarrow 2|2 + 2m| = \sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow 2(4 + 8m + 4m^2) = 3(m^2 + 1) \Leftrightarrow 5m^2 + 16m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-8 \pm \sqrt{39}}{5}$$

Tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 15. Biểu đồ dưới đây biểu thị kết quả thu thập được về mức tiền (đơn vị: tỷ đồng) của một số khách hàng nợ ở hai ngân hàng A và B.



Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Bảng giá trị đại diện cho mỗi nhóm và bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu tương ứng với biểu đồ trên

Mức tiền (tỷ đồng)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)
Mức tiền đại diện (tỷ đồng)	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số khách hàng ngân hàng A	6	7	9	10	5	1
Số khách hàng ngân hàng B	8	6	8	9	5	2

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng A bằng $\frac{661}{361}$.

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng B bằng $\frac{3221}{1444}$.

d) Người ta dùng độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của số tiền khách hàng nợ ngân hàng. Ngân hàng nào có độ lệch chuẩn cao hơn thì có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của ngân hàng A cao hơn ngân hàng B

Lời giải

(a) Bảng giá trị đại diện cho mỗi nhóm và bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu tương ứng với biểu đồ trên

Mức tiền (tỷ đồng)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)
Mức tiền đại diện (tỷ đồng)	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số khách hàng ngân hàng A	6	7	9	10	5	1
Số khách hàng ngân hàng B	8	6	8	9	5	2

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng A bằng $\frac{661}{361}$.

Số trung bình của mẫu số liệu ngân hàng A bằng

$$\bar{x}_A = \frac{6.1,5 + 7.2,5 + 9.3,5 + 10.4,5 + 5.5,5 + 1.6,5}{38} = \frac{137}{38}$$

Phương sai của mẫu số liệu ngân hàng A bằng

$$S_A^2 = \frac{6.1,5^2 + 7.2,5^2 + 9.3,5^2 + 10.4,5^2 + 5.5,5^2 + 1.6,5^2}{38} - \left(\frac{137}{38}\right)^2 = \frac{661}{361}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ngân hàng A bằng $\sigma_A = \sqrt{S_A^2} = \frac{\sqrt{661}}{19}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của ngân hàng B bằng $\frac{3221}{1444}$.

Số trung bình của mẫu số liệu ngân hàng B bằng

$$\bar{x}_B = \frac{8.1,5 + 6.2,5 + 8.3,5 + 9.4,5 + 5.5,5 + 2.6,5}{38} = \frac{68}{19}$$

Phương sai của mẫu số liệu ngân hàng B bằng

$$S_B^2 = \frac{8.1,5^2 + 6.2,5^2 + 8.3,5^2 + 9.4,5^2 + 5.5,5^2 + 2.6,5^2}{38} - \left(\frac{68}{19}\right)^2 = \frac{3221}{1444}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ngân hàng B bằng $\sigma_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{\frac{3221}{1444}}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Người ta dùng độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của số tiền khách hàng nợ ngân hàng. Ngân hàng nào có độ lệch chuẩn cao hơn thì có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của ngân hàng A cao hơn ngân hàng B

Vì $\sigma_A < \sigma_B$ nên rủi ro của ngân hàng A thấp hơn rủi ro của ngân hàng B khi cho khách hàng vay nợ.

» **Chọn SAI.**

Câu 16. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

✎ **Lời giải**

(a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^2 = 78$ cách.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2 = 45$ cách.

Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

Gọi A : “Chọn được trong thùng một hộp loại I”.

Và B : “Chọn được trong thùng một hộp loại II”.

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố “Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt”.

$$\text{Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là } P(C|A) = \frac{C_{13}^2}{C_{15}^2} = \frac{26}{35}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là } P(C|B) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}.$$

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B) = \frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{87}{175}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là

$$\text{Công thức Bayes: } P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{87}{175}} = \frac{52}{87}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Trả lời: 25

» **Lời giải**

Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

$$\text{Theo đề, ta có hệ phương trình } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 0 = 3 \cdot (-2)^2 + 2a \cdot (-2) + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25.$$

Câu 18. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần mười)

Trả lời: 10,12

» **Lời giải**

Gọi S là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \int_1^4 |v(t)| dt = \int_1^4 |t^2 - t - 6| dt = \int_1^3 |t^2 - t - 6| dt + \int_3^4 |t^2 - t - 6| dt \\ &= \left| -\frac{22}{3} \right| + \left| \frac{17}{6} \right| = \frac{61}{6} \approx 10,2(m) \end{aligned}$$

Câu 19. Thống kê số thẻ vàng của mỗi cầu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 cho kết quả sau:

101	79	79	78	75	73	68	67	67	63
63	61	60	59	57	55	55	50	47	42

(Theo premierleauge.com)

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [40; 50)?

Trả lời: 70

Lời giải

Bảng số liệu ghép nhóm:

Số thẻ	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

Khoảng biến thiên: $R = 110 - 40 = 70$.

Câu 20. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Trả lời: 512

Lời giải

Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí

$I(200; 450; 60)$ thì $IA \leq 600 \Leftrightarrow (m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2 \leq 600^2$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 360m - 340000 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{180 - \sqrt{712400}}{2} \leq m \leq \frac{180 + \sqrt{712400}}{2}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là $\frac{180 + \sqrt{712400}}{2} \approx 512$.

Câu 21. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

Trả lời: 0.77

Lời giải

Gọi A : “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B : “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

» $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

» $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp $A00 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$.

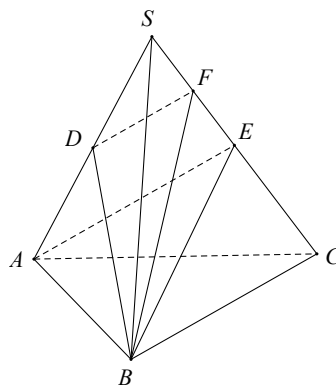
Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

Câu 22. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC , biết BD vuông góc với AE . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là $\frac{a^3 \sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$

Trả lời: 75

Lời giải



Gọi F là trung điểm $SE \Rightarrow BD \perp DF$; gọi $AB = x$

$$\text{Ta có } BE^2 = BD^2 = AE^2 = \frac{2AS^2 + 2AC^2 - SC^2}{4} = \frac{2a^2 + 2x^2 - a^2}{4} = \frac{a^2 + 2x^2}{4}$$

$$BF^2 = \frac{2BS^2 + 2BE^2 - SE^2}{4} = \frac{2a^2 + \frac{a^2 + 2x^2}{2} - \frac{a^2}{4}}{4} = \frac{9a^2 + 4x^2}{16}$$

$$BF^2 = BD^2 + DF^2 \Leftrightarrow BF^2 = \frac{5BD^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2 + 4x^2}{16} = \frac{5}{4} \cdot \frac{a^2 + 2x^2}{4} \Leftrightarrow 9a^2 + 4x^2 = 5a^2 + 10x^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 6x^2 \Rightarrow x = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) khi đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều có cạnh là } x \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{21}}{54}$$

Hoặc sử dụng công thức tính thể tích chóp tam giác ABC đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng x

$$V_{S.ABC} = \frac{x^2 \cdot \sqrt{3a^2 - x^2}}{12} = \frac{2a^2}{3} \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{3}} = \frac{a^3 \sqrt{21}}{54}$$

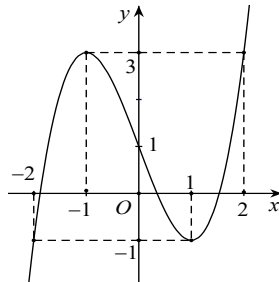
Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-1;1)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;2)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

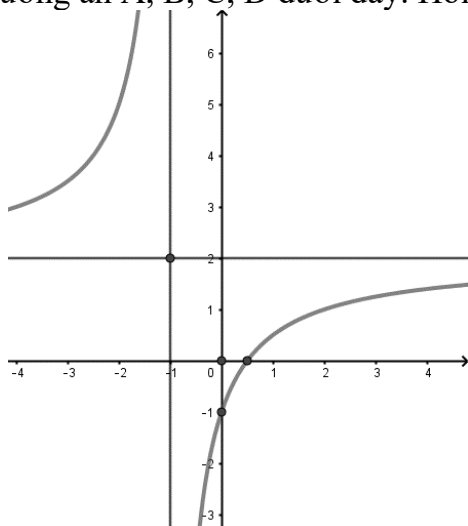
x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4		

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 4. Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$ C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Câu 5. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3, \int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x]dx$ bằng:

A. 12. B. 0. C. 8. D. 10

Câu 6. Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 20 thiết bị điện tử như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	2	8	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 2. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. 2,5 cm. B. 12,5 cm. C. 3,125 cm. D. 42,25 cm.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là:

A. (2;2;3). B. (1;2;3). C. (3;5;1). D. (3;4;1).

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là:

A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(4;-2;1)$. B. $N(4;2;1)$. C. $P(2;1;-3)$. D. $M(2;1;3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là:

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x + 2 - \frac{1}{x+1}$ có đồ thị (C).

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2, -1)$ và $(-1, 0)$.
- b) Hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$
- d) Đồ thị (C) có tâm đối xứng là $I(-1; 3)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} .

- a) $F'(x) = 2x + \sin x$.
- b) $\int f(x)dx = x^2 + \cos x + C$
- c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi^2}{4} - 1$

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$ và trục Ox bằng $\frac{\pi^2}{16} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-3; 4; 2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 2z + 3 = 0$.

a) Một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

b) Tâm của mặt cầu đường kính AB là $I(-2; 2; 0)$

c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 45° .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy (ABCD).

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

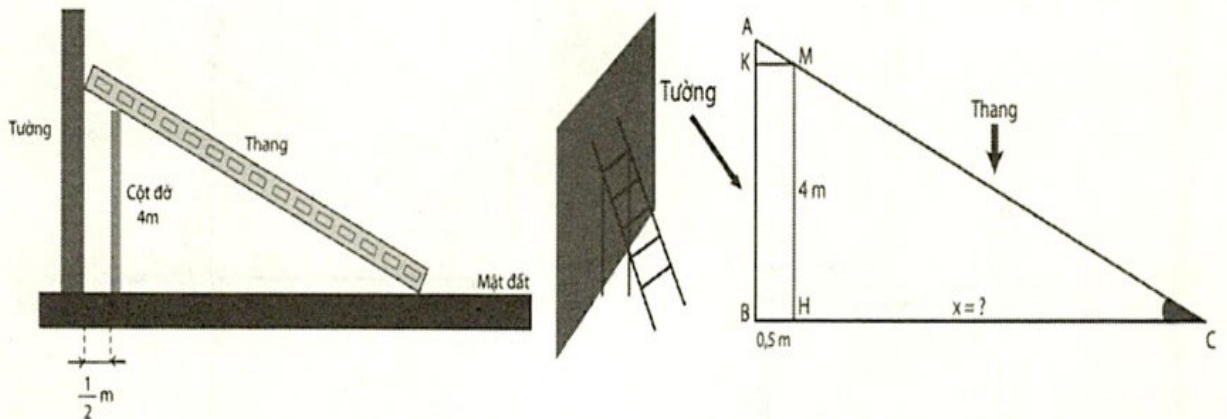
b) Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) là góc SCB

c) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

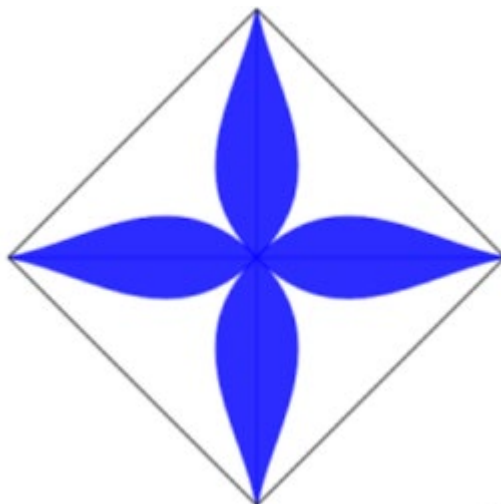
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

PHẦN III. Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tìm chiều dài bé nhất của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao 4m, song song và cách tường 0,5m kể từ góc của cột đỡ như hình vẽ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

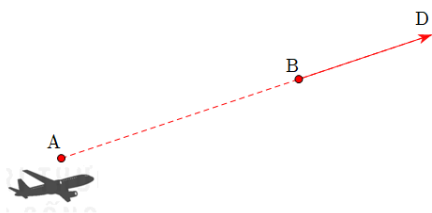


Câu 2. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo. Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập mừng 2 tháng 3, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $20a + 20b$?



Câu 3. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 20 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Văn, 8 em không học khá cả hai môn Toán, Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tính xác suất để học sinh được chọn học khá môn Toán nhưng không học khá môn Văn?

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$, khi đó tổng $x + y + z$ bằng bao nhiêu?



Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$ và hai điểm $A(0; 2; 0)$, $B(2; -6; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $a + b + c$?

Câu 6. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu $20m$ để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

-----HẾT-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu
-Giám thị không giải thích gì thêm

ĐÁP ÁN CHẤM

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	C	D	D	C	A	A	C	C	B

PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng
b) Đúng	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Sai	c) Sai	c) Sai	c) Sai
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

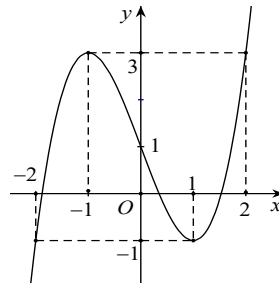
Câu	Đáp án
1	5,59
2	8
3	$\frac{7}{40}$
4	1689
5	1
6	7700

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-1;1)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;2)$. D. $(1;+\infty)$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

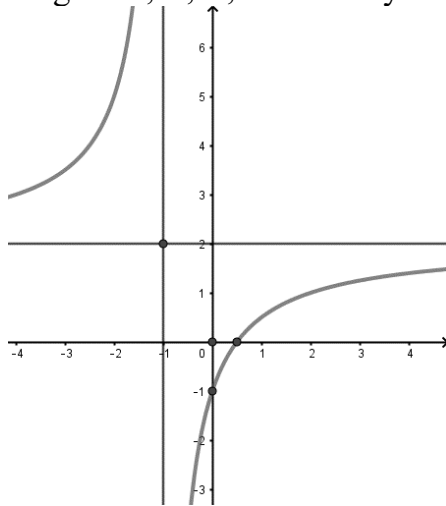
C. $x = 3$.

D. $x = -2$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 4. Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại A, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra chọn C

Câu 5. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:

A. 12.

B. 0.

C. 8.

D. 10

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx = \int_0^2 f(x) dx - 5 \int_0^2 g(x) dx + \int_0^2 x dx = 3 + 5 + 2 = 10$$

Câu 6. Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 20 thiết bị điện tử như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	2	8	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $10 - 2 = 8$

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

- A. 2,5 cm. B. 12,5 cm. C. 3,125 cm. D. 42,25 cm.

Lời giải

Chọn A

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng $\sqrt{6,25} = 2,5$ cm

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vector \overline{AB} có tọa độ là

- A. (2;2;3). B. (1;2;3). C. (3;5;1). D. (3;4;1)

Lời giải

Chọn A

$$\overline{AB} = (2 - 0; 3 - 1; 2 + 1) = (2; 2; 3)$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(4;-2;1)$. B. $N(4;2;1)$. C. $P(2;1;-3)$. D. $M(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{5}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = -x + 2 - \frac{1}{x+1}$ có đồ thị (C).

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2, -1)$ và $(-1, 0)$.
 b) Hàm số có hai điểm cực trị.
 c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$
 d) Đồ thị (C) có tâm đối xứng là $I(-1; 3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'	-	0	+	+	0 -
y	$+\infty$	↘	↗	↗	↘
		CT		CĐ	
				$-\infty$	$-\infty$

Vậy a) và b) đều đúng.

Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = -x + 2$ nên c) Sai, d) Đúng

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} .

- a) $F'(x) = 2x + \sin x$.
 b) $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$
 c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{4} - 1$

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$ và trục Ox bằng $\frac{\pi^2}{16} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in R$.

b) Sai.

$$\int f(x)dx = \int (2x + \sin x)dx = x^2 - \cos x + C.$$

c) Sai.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = (x^2 - \cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 0\right) - (0 - 1) = \frac{\pi^2}{4} + 1$$

d) Đúng.

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |f(x)| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |2x + \sin x| dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$$

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 2), B(-3; 4; 2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 2z + 3 = 0$.

a) Một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

b) Tâm của mặt cầu đường kính AB là $I(-2; 2; 0)$

c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 45° .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng

b) Tâm của mặt cầu đường kính AB là $I(-1; 2; 2)$ nên b) Sai

c) VTCP $\vec{AB} = (-4; 4; 0) = 4(-1; 1; 0)$

Đường thẳng Δ phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 2 \end{cases}$$
 nên c) Sai

d) $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|-1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta, (P)) = 45^\circ$ nên d) Đúng

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}, AD = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy (ABCD).

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

b) Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) là góc SCB

c) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Diện tích đáy hình chóp là: $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp cần tìm là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$

c) Ta có: $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1)

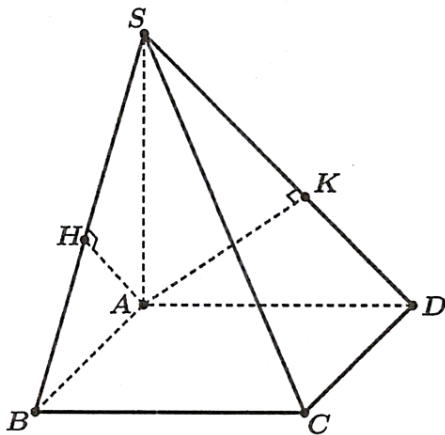
$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC. \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



d) Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AK \perp SD$ tại K . (3)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK. \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD .

Tam giác ACD vuông tại D nên $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

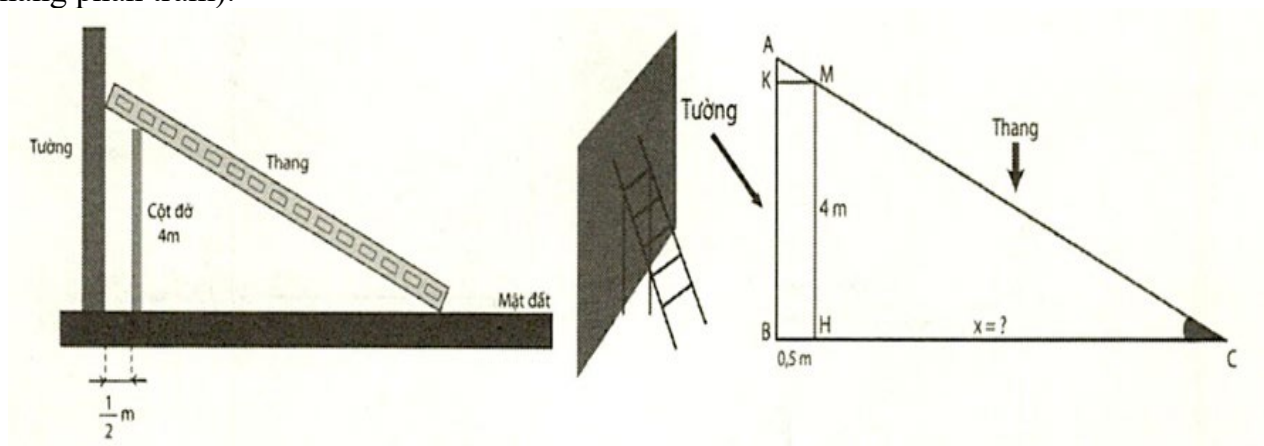
Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SD) = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

PHẦN III. Câu trả lời ngắn. Thi sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tìm chiều dài bé nhất của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao $4m$, song song và cách tường $0,5m$ kể từ góc của cột đỡ như hình vẽ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đặt $HC = x > 0$. Suy ra $BC = x + 0,5$.

Áp dụng định lí Thales, ta có $\frac{HC}{BC} = \frac{MH}{AB} = \frac{x}{x + 0,5}$.

Vậy $AB = \frac{4(x + 0,5)}{x}$.

Do tam giác ABC vuông tại B nên suy ra

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (x + 0,5)^2 + \frac{16(x + 0,5)^2}{x^2}.$$

$$\text{Ra rút ra } AC^2 = \frac{(x + 0,5)^2 (x^2 + 16)}{x^2}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x^4 + x^3 + \frac{65}{4}x^2 + 16x + 4}{x^2} \quad (x > 0).$$

Bài toán trở thành tìm min $f(x)$ với $x > 0$.

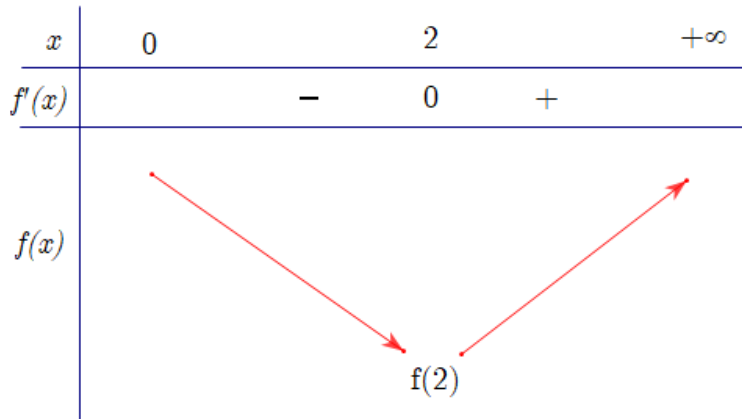
Ta có

$$f'(x) = \frac{\left(4x^3 + 3x^2 + \frac{65}{2}x + 16\right)x^2 - 2x\left(x^4 + x^3 + \frac{65}{4}x^2 + 16x + 4\right)}{x^4}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{2x^4 + x^3 - 16x - 8}{x^3}.$$

$$\text{Vậy } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(2x + 1)(x^2 + 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 > 0 \\ x = -\frac{1}{2} < 0. \end{cases}$$

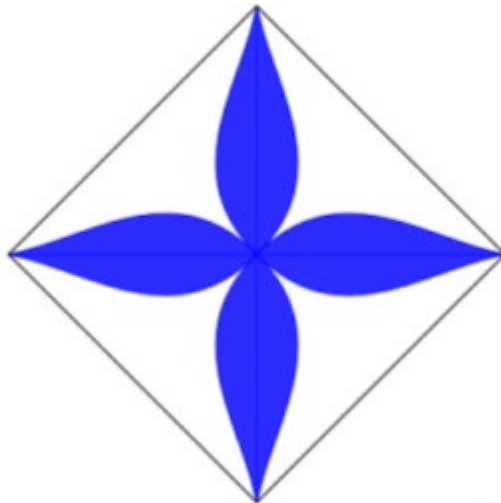
Lập bảng biến thiên, ta có



Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min_{(0;+\infty)} f(x) = f(2) = \frac{125}{4}$.

Do đó, ta có $\min AC = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \approx 5,59$.

Câu 2. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo. Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập mừng 2 tháng 3, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $20a + 20b$



Lời giải

Ta có nửa đường chéo hình vuông có độ dài là 4, cạnh hình vuông sẽ là $4\sqrt{2}$ và diện tích hình vuông là 32, khi đó ta có được diện tích phần tô màu là $\frac{64}{5}$.

Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 - x$ là hàm số bậc ba biểu diễn đường cong trên logo.

Ta có $x = 4$ là nghiệm của phương trình nên $64a + 16b - 4 = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 1$ (1).

Ta có phương trình $f(x) = 0$ sẽ có các nghiệm là 0;4

Nên $S = \int_0^4 |ax^3 + bx^2 - x| dx = -\int_0^4 (ax^3 + bx^2 - x) dx$

$$= -\left(\frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^4 = -64a - \frac{64}{3}b + 8 = \frac{8}{5} \Leftrightarrow -64a - \frac{64}{3}b = \frac{-32}{5}$$

Do $8S = \frac{64}{5}$ nên $-64a - \frac{64}{3}b = \frac{-32}{5}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 4a + b = 1 \\ -64a - \frac{64}{3}b = \frac{-32}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{20} \\ b = \frac{9}{20} \end{cases} \Rightarrow 20a + 20b = 8.$$

Câu 3. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 20 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Văn, 8 em không học khá cả hai môn Toán, Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tính xác suất để học sinh được chọn học khá môn Toán nhưng không học khá môn Văn?

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Toán”, B là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Văn”.

Từ bài ra ta có $P(A) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$; $P(\overline{AB}) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.

Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.

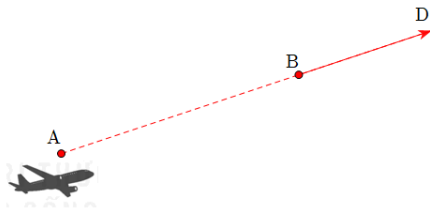
Lại có $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

Vậy $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} - \frac{4}{5} = \frac{13}{40}$.

Cần tính $P(A\overline{B})$. Ta có $A = AB \cup A\overline{B} \rightarrow P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$

$\Rightarrow P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{1}{2} - \frac{13}{40} = \frac{7}{40}$.

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z = ?$



Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên \overline{AB} và \overline{BD} cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overline{BD} = \overline{AB} = (140; 50; 1)$.

Mặt khác: $\overline{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8)$ nên
$$\begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$

$x + y + z = 1689$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$ và hai điểm $A(0; 2; 0)$, $B(2; -6; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \frac{3}{2}.$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Vì $IA = \sqrt{2} > R$ và $IB = \sqrt{82} > R$ nên hai điểm A, B nằm ngoài mặt cầu (S) .

Gọi K là trung điểm đoạn thẳng AB thì $K(1; -2; -1)$ và K nằm ngoài mặt cầu (S) .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{MA} \cdot \overline{MB} &= (\overline{MK} + \overline{KA}) \cdot (\overline{MK} + \overline{KB}) \\ &= MK^2 + \overline{MK} \cdot (\overline{KA} + \overline{KB}) + \overline{KA} \cdot \overline{KB} = MK^2 - KA^2. \end{aligned}$$

Suy ra $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ nhỏ nhất khi MK^2 nhỏ nhất, tức là MK nhỏ nhất.

Đánh giá: $IM + MK \geq IK \Rightarrow R + MK \geq IK \Rightarrow MK \geq IK - R$.

Suy ra MK nhỏ nhất bằng $IK - R$, xảy ra khi I, M, K thẳng hàng và M nằm giữa hai điểm I, K . Như vậy M là giao điểm của đoạn thẳng IK và mặt cầu (S) .

$$\text{Có } \overline{IK} = (2; -4; -2), \quad IK = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6} = 4R = 4IM.$$

$$\text{Suy ra } \overline{IK} = 4\overline{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 4(a+1) \\ -4 = 4(b-2) \\ -2 = 4(c-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $a + b + c = 1$.

Câu 6. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Trả lời: 7700 (nghìn đồng).

Lời giải

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó n là số nguyên và $1 \leq n \leq 20$.

Khi đó, (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ (nghìn đồng) và công sai $d = 30$ (nghìn đồng).

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2 \cdot 100 + 19 \cdot 30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

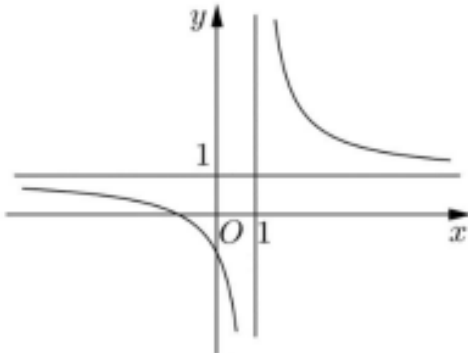
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = x^3 - 3x - 1$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -1)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 1)$ B. $(-3; -1; 1)$ C. $(-3; 1; -1)$ D. $(3; 1; -1)$

Câu 7: Nhiệt độ của 24 tỉnh thành ở Việt Nam (đơn vị: $^{\circ}\text{C}$) vào một ngày của tháng 7 được cho trong bảng sau đây:

36	30	31	32	31	40	37	29	41	37	35	34
34	35	32	33	35	33	33	31	34	34	32	35

Khoảng biến thiên R của bảng số liệu trên là:

- A. $R = 11$ B. $R = 12$ C. $R = 13$ D. $R = 14$.

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

- A. 24. B. 15. C. 2. D. 20.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có $AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $4a^3\sqrt{2}$ B. $12a^3\sqrt{2}$ C. $a^3\sqrt{2}$ D. $3a^3\sqrt{2}$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

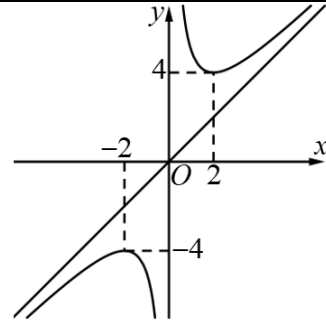
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình vẽ:



Câu 2: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$

a) Diện tích của hình (H) được xác định bởi công thức $S = \int_1^4 \frac{2}{x} dx$ (S là diện tích hình (H))

b) Diện tích hình (H) bằng $4\sqrt{2}$

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành bằng 2π

d) Gọi $x = k$ là đường thẳng chia hình (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau, khi đó $k = 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$ $C(1; -1; 2)$.

a) Đường thẳng AC có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (0; 0; 3)$

b) Đường thẳng AC có phương trình chính tắc là:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

c) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $x + 2y - 2z + 1 = 0$

d) Mặt phẳng đi qua ba điểm A; B; C có phương trình là $2x - 5y - 6z + 9 = 0$

Câu 4: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3; 6; 8; 9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 2” và B là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 3”

a) Xác suất của biến cố A là 0,5.

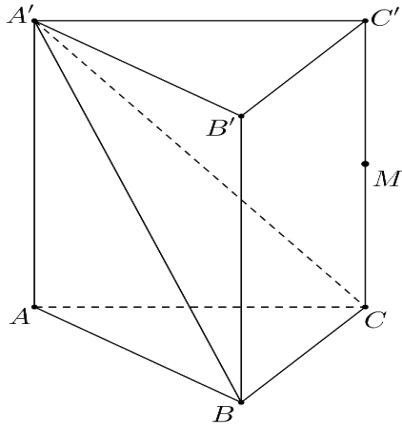
b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.

c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{2}{3}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

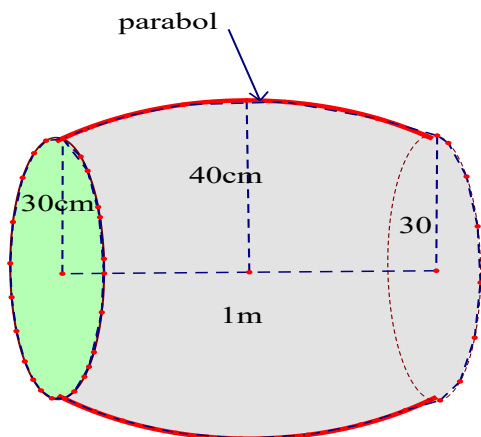
Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $a = \sqrt{21}$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



Câu 2: Ta coi năm lấy mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98564407 người và tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2021. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Câu 3: Một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10cm , biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn, Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật theo đơn vị cm^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30cm , thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, chiều dài của trống là 1m . Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?



Câu 5: Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là

mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M . Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

Câu 6: Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng nhóm người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

PHẦN ĐÁP ÁN

PHẦN 1. Tổng số điểm là 3 điểm

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B.	D	D	A	D	B	B	A	A	C	C	A

PHẦN 2. Tổng số điểm là 4 điểm

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN 3. Tổng số điểm là 3 điểm

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
Đáp án	1.5	2043	100	425	14	0.64

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

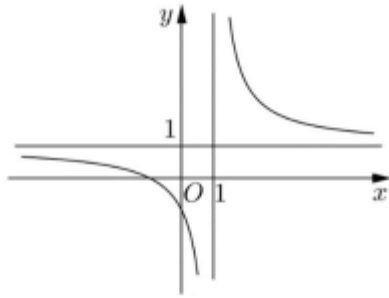
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = x^3 - 3x - 1$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **D.** $y = \frac{x+1}{x-1}$

Lời giải

Chọn D

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

- A.** $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn A. $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. **D.** $\vec{n} = (2; 4; -1)$

Lời giải

Chọn D. Mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ

- A. $(3; -1; 1)$ **B.** $(-3; -1; 1)$ C. $(-3; 1; -1)$ D. $(3; 1; -1)$

Lời giải

Chọn B. Tâm của (S) có tọa độ là $(-3; -1; 1)$.

Câu 7: Nhiệt độ của 24 tỉnh thành ở Việt Nam (đơn vị: °C) vào một ngày của tháng 7 được cho trong bảng sau đây:

36	30	31	32	31	40	37	29	41	37	35	34
34	35	32	33	35	33	33	31	34	34	32	35

Khoảng biến thiên R của bảng số liệu trên là:

- A. $R = 11$ **B.** $R = 12$ C. $R = 13$ D. $R = 14$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng số liệu, ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 41 và 29.

Do đó ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 41 - 29 = 12$.

Câu 8. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

- A.** 24. B. 15. C. 2. D. 20.

Lời giải

Các học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút thuộc nhóm 4, do vậy số học sinh là 24.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Lời giải

Chọn A. Ta có: $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

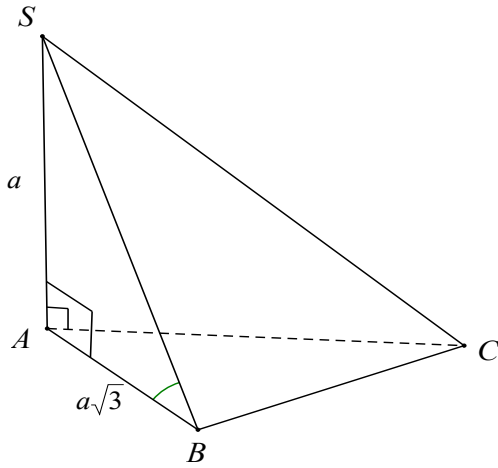
Chọn C. Điều kiện $x > 0$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có $AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 60° . B. 90° . **C.** 30° . D. 45° .

Lời giải

Chọn C



Ta có: góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng SB và AB , đó chính là góc \widehat{SBA} .

Xét tam giác SAB vuông tại A có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 30° .

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3\sqrt{2}$

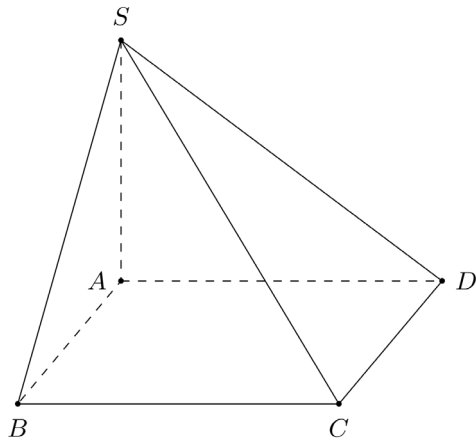
B. $12a^3\sqrt{2}$

C. $a^3\sqrt{2}$

D. $3a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = (2a)^2 = 4a^2$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SA.S = \frac{1}{3}.3a\sqrt{2}.4a^2 = 4a^3\sqrt{2}$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

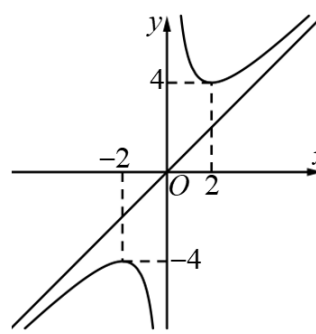
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình vẽ:



Hướng dẫn giải:

a. S	b. S	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$

Câu 2: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$

a) Diện tích hình (H) được xác định bởi công thức $S = \int_1^4 \frac{2}{x} dx$

b) Diện tích hình (H) bằng $4\sqrt{2}$

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành bằng 2π

d) Gọi $x = k$ là đường thẳng chia hình (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau, khi đó $k = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) **Đúng**

b) **Sai**, vì $S = \int_1^4 \left| \frac{2}{x} \right| dx = \int_1^4 \frac{2}{x} dx = 4\ln 2$

c) **Sai**, Vì thể tích $V = \pi \int_1^4 \left(\frac{2}{x} \right)^2 dx = \pi \int_1^4 \frac{4}{x^2} dx = 4\pi \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^4 = 3\pi$

d) **Sai**, Đường thẳng $x = k$ là đường thẳng chia hình (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau,

$$\text{nên } \int_1^k \frac{2}{x} dx = 2 \ln 2 \Leftrightarrow (2 \ln x) \Big|_1^k = 2 \ln 2 \Leftrightarrow 2 \ln k = 2 \ln 2 \Leftrightarrow k = 2$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$.

a) Đường thẳng AC có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (0;0;3)$

b) Đường thẳng AC có phương trình chính tắc là:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

c) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $x + 2y - 2z + 1 = 0$

d) Mặt phẳng đi qua ba điểm A ; B ; C có phương trình là $2x - 5y - 6z + 9 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) **Sai** vì đường thẳng AC có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (2;-2;1)$

b) **Sai** vì đề bài cho phương trình tham số không phải phương trình chính tắc

c) **Đúng:** Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;-2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1;2;-2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

d) **Sai:** Mặt phẳng đi qua ba điểm A ; B ; C có cặp vec tơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{AB}(3;0;-1); \overrightarrow{AC}(2;-2;1)$$

Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2;-5;-6)$

Vậy mặt phẳng đi qua ba điểm A ; B ; C có phương trình là $2x + 5y + 6z - 9 = 0$

Câu 4. Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3; 6; 8; 9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 2” và B là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 3”

a) Xác suất của biến cố A là 0,5.

b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.

c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{2}{3}$..

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3 \cdot 2}{A_4^2} = 0,5$.

b) Sai.

Ta có AB là biến cố “Số tạo thành là số chẵn và chia hết cho 3”.

Xác suất của biến cố AB là $P(AB) = \frac{2}{A_4^2} = \frac{1}{6}$

c) Đúng.

Ta có xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{A_3^2}{A_4^2} = 0,5$.

Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{0,5} = \frac{1}{3}$

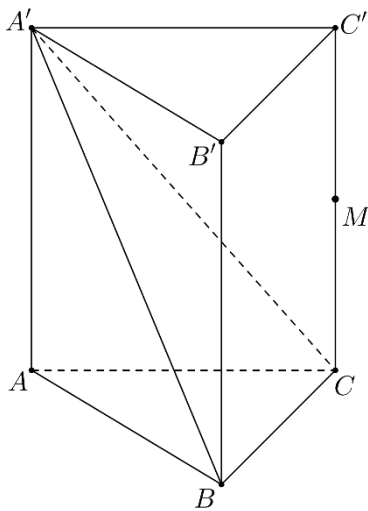
d) Đúng.

Ta có $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3}}{0,5} = \frac{2}{3}$

Phần III. Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $a = \sqrt{21}$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



Lời giải

Trả lời: 1.5

$$C'M \cap (A'BC) = C, \text{ suy ra } \frac{d(M, (A'BC))}{d(C', (A'BC))} = \frac{C'M}{C'C} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } V_{C'.A'BC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot C'C \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Lại có } A'B = a\sqrt{2}, CB = a, A'C = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{A'BC} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } d(C', (A'BC)) = \frac{3V_{C'.A'BC}}{S_{\Delta A'BC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(C', (A'BC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{7} = \frac{a\sqrt{21}}{14} = \frac{\sqrt{21}\sqrt{21}}{14} = \frac{3}{2} = 1.5.$$

Câu 2. Ta coi năm lấy mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98 564 407 người và tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2021. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Lời giải

Đáp số: **2043**.

Ta coi năm 2021 làm mốc, ta có $A = 98\,564\,407$ và $r = 0,93\%$.

Khi đó, dân số Việt Nam tại năm thứ t là $S = A.e^{rt} = 98\,564\,407 \cdot e^{0,93\% \cdot t}$

Để dân số Việt Nam vượt 120 triệu người thì

$$98\,564\,407 \cdot e^{0,93\% \cdot t} > 120\,000\,000 \Leftrightarrow t > \frac{\ln \frac{120\,000\,000}{98\,564\,407}}{0,93\%} \approx 21,16.$$

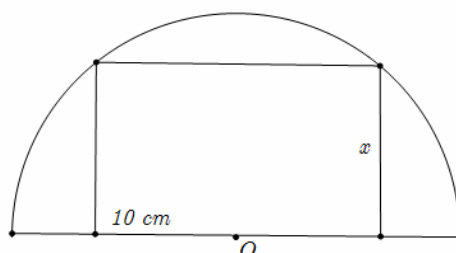
Suy ra giá trị nhỏ nhất của t là 22.

Vậy, kể từ năm 2043 trở đi thì dân số nước ta vượt 120 triệu người.

Câu 3. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10cm , biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

Trả lời : **100**

Lời giải



Gọi $x(\text{cm})$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn ($0 < x < 10$).

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}$ (cm).

Diện tích hình chữ nhật: $S = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$

Ta có $S' = 2\sqrt{10^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}} = 2 \cdot 10^2 - 4x^2$

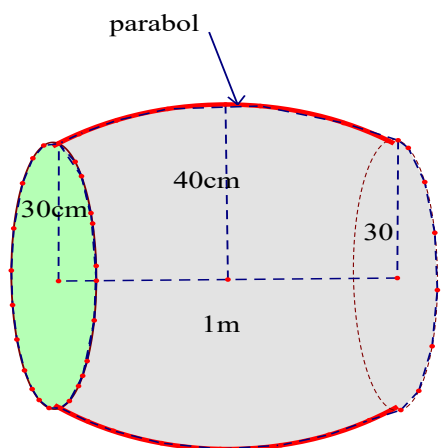
$$S' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{thỏa}) \\ x = -\frac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{không thỏa}) \end{cases}$$

$$S'' = -8x \Rightarrow S''\left(\frac{10\sqrt{2}}{2}\right) = -40\sqrt{2} < 0.$$

Suy ra $x = \frac{10\sqrt{2}}{2}$ là điểm cực đại của hàm $S(x)$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là: $S = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{10^2 - \frac{10^2}{2}} = 100$ (cm²)

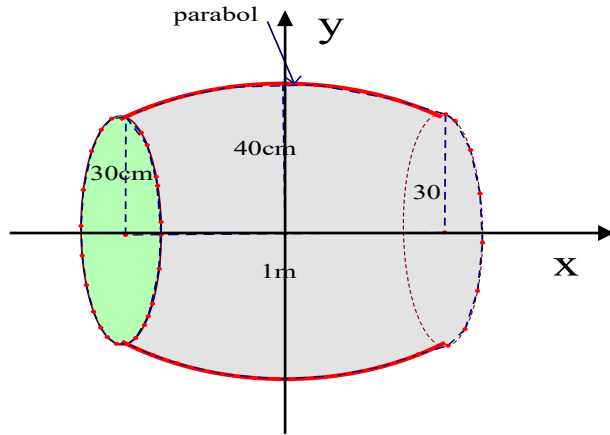
Câu 4: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là 1600π (cm²), chiều dài của trống là 1 m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu lít? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 425 (lít)

Ta có chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là hình tròn.

có bán kính r có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, nên.

$$r^2 \pi = 1600\pi \Rightarrow r = 40cm.$$

Ta có: Parabol có đỉnh $I(0;40)$ và qua $A(50;30)$.

Nên có phương trình $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$.

Thể tích của trống là.

$$V = \pi \int_{-50}^{50} \left(-\frac{1}{250}x^2 + 40 \right)^2 dx = \pi \cdot \frac{406000}{3} cm^3 \approx 425,2 dm^3 = 425,2 (\text{lít}).$$

Câu 5: Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M . Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp số: 14.

Ta có $I(3;4;5), M(7;10;17)$ nên $IM = |\overline{IM}| = \sqrt{(7-3)^2 + (10-4)^2 + (17-5)^2} = 14$.

Vậy, khoảng cách giữa hai vị trí I và M là 14 mét.

Câu 6: Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng nhóm người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,64.

Gọi A là biến cố: “Người được chọn là nam giới”.

Gọi B là biến cố: “Người được chọn bị cao huyết áp”.

Ta có $P(A) = 0,6$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$.

Gọi x là tỉ lệ nữ giới trong nhóm bị cao huyết áp ($0 \leq x \leq 1$).

Vì tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp nên $P(B|\bar{A}) = x$ và $P(B|A) = 1,2x$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 1,2x + 0,4 \cdot x = 1,12x.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất để chọn được người nam giới bị cao huyết áp là

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,6 \cdot 1,2x}{1,12x} \approx 0,64.$$

-----HẾT-----

(Đề thi có 05 trang, gồm 3 phần)

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

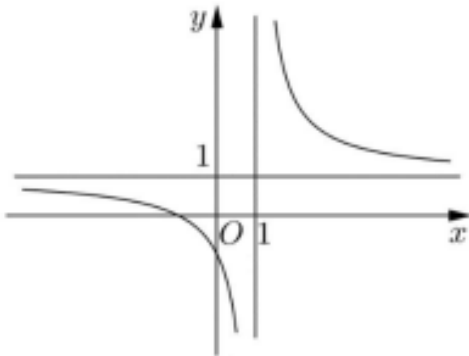
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = x^3 - 3x - 1$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -1)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 1)$ B. $(-3; -1; 1)$ C. $(-3; 1; -1)$ D. $(3; 1; -1)$

Câu 7: Nhiệt độ của 24 tỉnh thành ở Việt Nam (đơn vị: $^{\circ}\text{C}$) vào một ngày của tháng 7 được cho trong bảng sau đây:

36	30	31	32	31	40	37	29	41	37	35	34
34	35	32	33	35	33	33	31	34	34	32	35

Khoảng biến thiên R của bảng số liệu trên là:

- A. $R = 11$ B. $R = 12$ C. $R = 13$ D. $R = 14$.

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

- A. 24. B. 15. C. 2. D. 20.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có $AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $4a^3\sqrt{2}$ B. $12a^3\sqrt{2}$ C. $a^3\sqrt{2}$ D. $3a^3\sqrt{2}$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

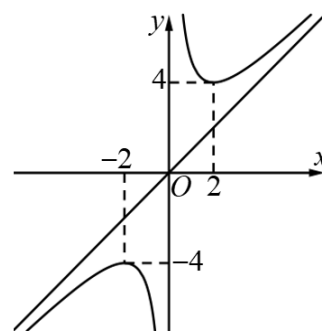
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình vẽ:



Câu 2: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$

a) Diện tích của hình (H) được xác định bởi công thức $S = \int_1^4 \frac{2}{x} dx$ (S là diện tích hình (H))

b) Diện tích hình (H) bằng $4\sqrt{2}$

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành bằng 2π

d) Gọi $x = k$ là đường thẳng chia hình (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau, khi đó $k = 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$ $C(1; -1; 2)$.

a) Đường thẳng AC có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (0; 0; 3)$

b) Đường thẳng AC có phương trình chính tắc là:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

c) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $x + 2y - 2z + 1 = 0$

d) Mặt phẳng đi qua ba điểm $A; B; C$ có phương trình là $2x - 5y - 6z + 9 = 0$

Câu 4: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3; 6; 8; 9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 2” và B là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 3”

a) Xác suất của biến cố A là 0,5.

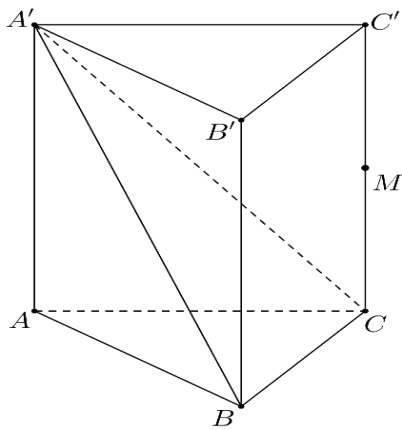
b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.

c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{2}{3}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $a = \sqrt{21}$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

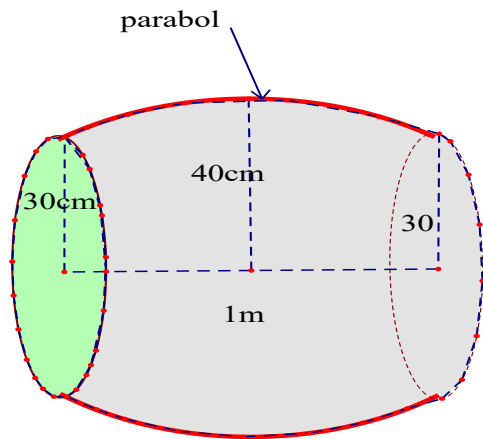


Câu 2: Ta coi năm lấy mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98 564 407 người và tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2021. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Câu 3: Một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn, Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật theo đơn vị cm^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, chiều dài của trống là lm . Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt

xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?



Câu 5: Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M . Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

Câu 6: Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng nhóm người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

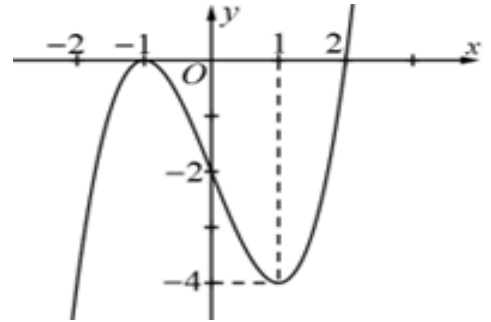
Họ, tên học sinh: Số báo danh:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

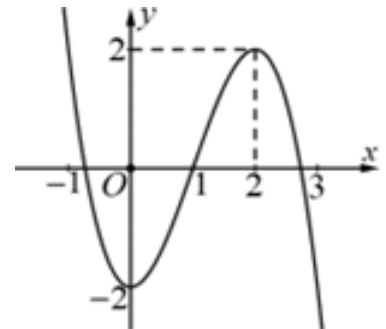
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$.
- B. $(-3;-2)$.
- C. $(0;2)$.
- D. $(1;2)$.



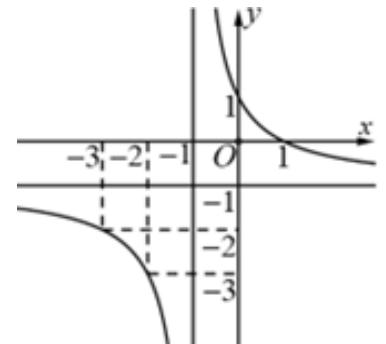
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 2$.
- B. $x = 0$.
- C. $y = -2$.
- D. $y = 2$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là

- A. $y = 0$.
- B. $x = 0$.
- C. $x = -1$.
- D. $y = -1$.



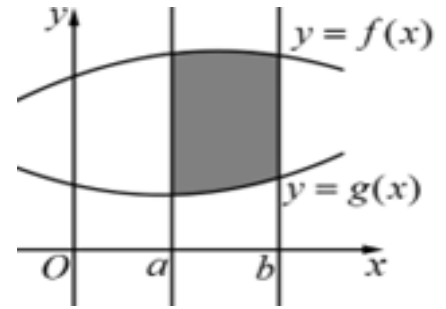
Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại điểm x_0 . Giá trị $\sqrt{2}x_0$ là

- A. $4\sqrt{2}$.
- B. $\sqrt{2}$.
- C. 2.
- D. -1.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Hàm số $y = f(x)$ là

- A. $f(x) = 3x^2$.
- B. $f(x) = 2x$.
- C. $f(x) = \frac{x^2}{3}$.
- D. $f(x) = \frac{x^3}{3}$.

Câu 6. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là



A. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$. B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

- A. $(2; 1; -3)$. B. $(-1; 1; -3)$. C. $(2; 1; -1)$. D. $(2; -1; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$. Bán kính của mặt cầu đã cho là

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$. Nếu $P(B) > 0$, phát biểu nào dưới đây là đúng?

A. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

C. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A \cap B)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(A \cap B)}$.

Câu 10. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: cm) của 36 học sinh lớp 12 ở một trường trung học phổ thông như bảng dưới đây

Nhóm	[160;163)	[163;166)	[166;169)	[169;172)	[172;175)
Tần số	6	11	9	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là

- A. $R = 9$. B. $R = 15$. C. $R = 12$. D. $R = 36$.

Câu 11. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho là

- A. 5. B. 25. C. 50. D. 625.

Câu 12. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là

- A. $-6,8$. B. 68. C. 6,8. D. 0,68.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2024}{2} = \frac{y+2025}{3} = \frac{z+2026}{6}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+1=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

- Vector $\vec{u} = (2024; 2025; 2026)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .
- Điểm $M = (-2024; -2025; -2026)$ là một điểm chung của Δ và (P) .
- Với \vec{u}, \vec{n} lần lượt là một vector chỉ phương, vector pháp tuyến của Δ và (P) . Ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$.
- Góc $\alpha \approx 50^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- Hàm số đã cho không có cực trị.
- Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.
- Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(-1; 0)$.

Câu 3. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B như bảng dưới đây.

Lớp	Điểm trung bình				
	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

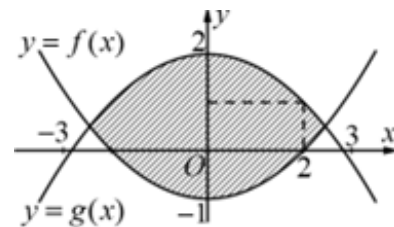
- Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là 5.
- Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.
- Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{0,51}$.
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;0;1), B(2;1;2), C(1;-1;1)$.

- Ba điểm đã cho thẳng hàng.
- Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overline{AB} = \overline{DC}$ là $D(0;2;-1)$.
- Độ dài đoạn BC bằng 2.
- $\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

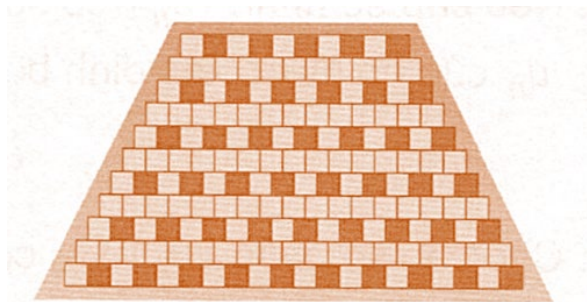
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một logo được thiết kế như phần gạch sọc trong hình vẽ bên. Logo trên là hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y = f(x), y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là dm). Tính diện tích của logo trên (làm tròn đến hàng phần mười).

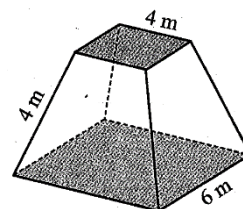


Câu 2. Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, số tiền cả vốn lẫn lãi, người đó có hơn 66 triệu đồng?

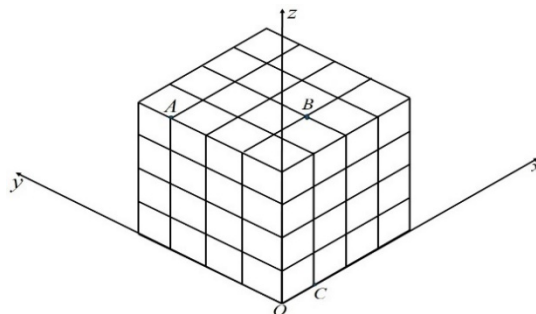
Câu 3. Một bức tường trang trí có dạng như hình vẽ. Các viên gạch hình vuông được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó, số viên gạch ở hàng dưới cùng và trên cùng lần lượt là 24 viên và 12 viên. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



Câu 4. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1.200.000 đồng/ m^3 . Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?



Câu 5. Một khối Rubik 4 x 4 được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (hình vẽ bên). Ba điểm A, B, C nằm ở góc các hình lập phương nhỏ như hình vẽ. Xét mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần trục)?



Câu 6. Một doanh nghiệp trước khi xuất khẩu áo sơ mi trong lô hàng S phải qua hai lần kiểm tra chất lượng sản phẩm, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo trong lô hàng đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Chọn ra ngẫu nhiên một chiếc áo sơ mi trong lô hàng S. Tính xác suất để một chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

..... **HẾT**

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

A. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	C	C	D	D	D	C	A	B	A	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)S
b)S	b)S	b)Đ	b)S
c)Đ	c)Đ	c)S	c)S
d)Đ	d)Đ	d)Đ	d)Đ

PHẦN III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	9,8	20	234	114	70,5	0,931

B. LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I		
Câu	Nội dung	Ghi chú
1	Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.	
2	Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.	
3	Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận đứng là $x=-1$.	
4	$y' = 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; \sqrt{2}\}$; $y(0) = 3; y(\sqrt{2}) = -1; y(4) = 195 \Rightarrow x_0 = \sqrt{2}$. $\sqrt{2}x_0 = 2$.	
5	Do $\left(\frac{x^3}{3}\right)' = x^2$ nên chọn D.	

6	Dựa vào hình vẽ ta chọn D	
7	Dựa vào pt tổng quát của mặt phẳng ta chọn D	
8	Dựa vào phương trình mặt cầu ta chọn C	
9	Dựa vào định nghĩa để chọn A	
10	Khoảng biến thiên $R = 175 - 160 = 15$.	
11	Độ lệch chuẩn $\sqrt{25} = 5$.	
12	Độ pH là $pH = -\log 10^{-6,8} = 6,8$.	

PHẦN II

Câu	Nội dung	Ghi chú																				
1	<p>$\vec{u} = (2; 3; 6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Vectơ $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).</p> <p>Ta thấy toạ độ điểm M thoả mãn phương trình của đường thẳng mà không thoả mãn phương trình của mặt phẳng nên điểm M thuộc đường thẳng nhưng không thuộc mặt phẳng.</p> $\sin \alpha = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{n} }{ \vec{u} \cdot \vec{n} } = \frac{16}{21} \Rightarrow \alpha \approx 50^\circ.$																					
2	<p>Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.</p> <p>Giải phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$\nearrow -2$</td> <td style="text-align: center;">$\searrow -\infty$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">$\searrow 2$</td> <td style="text-align: center;">$\nearrow +\infty$</td> </tr> </table> <p>a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.</p> <p>b) Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = -2$ và giá trị cực đại $y_{CD} = -2$, hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 0$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.</p> <p>c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + 1)) = 0 \Rightarrow y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.</p> <p>d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có toạ độ $(-1; 0)$.</p>	x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$	
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$																
3	<p>- Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: $10 - 5 = 5$.</p> <p>Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là: $10 - 6 = 4$.</p> <p>Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.</p> <p>-Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:</p>																					

Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Lớp					
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0,61}$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

4 $\overline{AB} = (1; 1; 1), \overline{AC} = (0; -1; 0), k\overline{AC} = (0; -k; 0) \Rightarrow \overline{AB} \neq k\overline{AC}, \forall k \in \mathbb{R}$ nên A, B, C không thẳng hàng.

$$\text{Gọi } D(x_D; y_D; z_D); \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_D = 1 \\ -1 - y_D = 1 \\ 1 - z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = -2 \\ z_D = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0; -2; 0).$$

$$\overline{BC} = (-1; -2; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{6}.$$

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 0}{\sqrt{3} \cdot 1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

PHẦN III

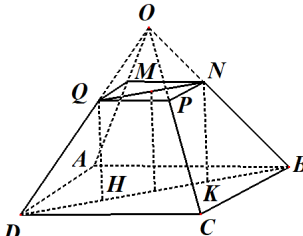
Câu	Nội dung	Ghi chú
-----	----------	---------

1

Tìm được $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$ và $y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$.

Ta có: $\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$ hoặc $x = -\sqrt{6}$

Khi đó, diện tích của logo là:

	$= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[\left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx$ $= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big _{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 \text{ dm}^2.$	
2	<p>Gọi $u_0 = 60$ (triệu đồng), còn u_n (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) tháng gửi tiết kiệm. Khi đó, ta có $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100}u_n = 1,005u_n$.</p> <p>Suy ra dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 1,005$ và có $u_n = 60 \cdot 1,005^n$.</p> <p>Ta xét bất phương trình $60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1$. Vì $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$ và $(n \in \mathbb{N}^*)$ nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.</p>	
3	<p>Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là $u_1 = 24$.</p> <p>Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là $u_n = 12$.</p> <p>Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai $d = -1$.</p> <p>Như vậy $u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13$.</p> <p>Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là</p> $S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234 \text{ (viên gạch)}.$	
4	<p>Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.</p>  <p>Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cắt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.</p> <p>Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).</p> <p>Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).</p> <p>Đường cao của khối chóp cắt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2. Thể tích của khối chóp cắt đều bằng</p> $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$ <p>Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:</p> $\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1200000 \approx 113746384 \text{ (đồng)} \approx 114 \text{ (triệu đồng)}.$	

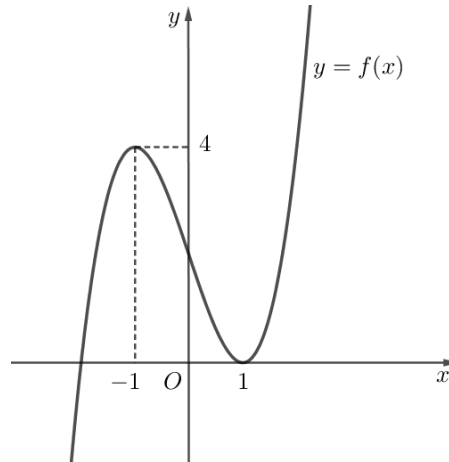
5	<p>Dựa vào giả thiết ta có tọa độ các điểm là $A(0; 3; 4), B(2; 1; 4), C(1; 0; 0)$</p> <p>Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; -4)$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; 8; -4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = (2; 2; -1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = (0; 0; 1)$.</p> <p>Khi đó, $\cos((P), (Oxy)) = \frac{ \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} }{ \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} } = \frac{ 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 }{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}$.</p> <p>Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng khoảng $70,5^\circ$.</p>	
6	<p>A: "Chiếc áo qua lần kiểm tra 1"; B: "Chiếc áo qua lần kiểm tra 2"; C: "Chiếc áo đủ tiêu chuẩn xuất khẩu".</p> <p>Khi đó, xác suất để áo qua được lần kiểm tra thứ 2, biết rằng đã qua được lần kiểm tra thứ nhất, là xác suất có điều kiện $P(B A)$ và $P(C) = P(B \cap A)$.</p> <p>Ta có $P(B A) = 0,95; P(A) = 0,98 \Rightarrow P(C) = P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B A) = 0,98 \cdot 0,95 = 0,931$.</p>	

..... **Hết**

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $x = -1$. B. $y = 4$. C. $(-1; 4)$. D. $x = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$-$	$ $	$+$	0	$-$
y	5	-2	4	-1	

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 B. Hàm số có hai điểm cực trị.
 C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$+$	0	$-$
y	2	4	3	-1	

Tổng số tiệm đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng:

- A. $y = x$. B. $y = x - 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

- A. $x^2 + 3x + C$. B. $2x^2 + 3x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 6. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = 16$. Khi đó $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 122$. B. $I = 26$. C. $I = 143$. D. $I = 58$.

Câu 7. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả mãng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80; 82)$	$[82; 84)$	$[84; 86)$	$[86; 88)$	$[88; 90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 10. B. 12. C. 2. D. 20.

Câu 8. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40; 45)$	42,5	4
$[45; 50)$	47,5	14
$[50; 55)$	52,5	8
$[55; 60)$	57,5	10
$[60; 65)$	62,5	6
$[65; 70)$	67,5	2
		$n = 44$

Biết số trung bình của mẫu số liệu đã cho là $\bar{x} \approx 53,18$. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

- A. $s^2 = 46,12$. B. $s^2 = 46,1$. C. $s^2 = 46,21$. D. $s^2 = 46,2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Toạ độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là:

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; -1)$ là:

- A. $2x + 3y - z - 2 = 0$. B. $2x + 3y - z + 2 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 2 = 0$. D. $2x - y + 3z + 2 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2(2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1(2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3(2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4(3; 4; 1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$?

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
 C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có bảng biến thiên sau

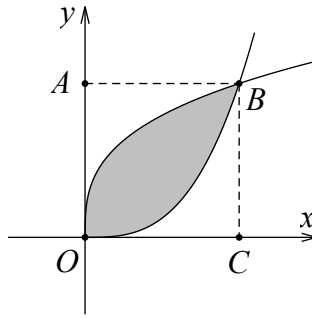
x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	-5	\searrow	$-\infty$
			$ $	$+\infty$	\searrow
				3	\nearrow
					$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
 b) Giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$.
 c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = mx + n$ khi đó $m > 0$.
 d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x) = x^3$ và $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

- a) $\int [f(x) - g(x)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4} x \sqrt[3]{x} + C$.
 b) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(1) = 1$ thì $F(x) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{3}{4} x$.
 c) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{4}$.

d) Một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ cạnh là 1. Khi chọn hệ trục Oxy như hình vẽ thì hai đường cong bao quanh phần tô đậm trên viên gạch tương ứng là đồ thị của các hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$. Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).



Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $O = AC \cap BD$ biết $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC .

a) $(SMN) \perp (ABCD)$.

b) $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

c) $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ với α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 2)$, $B(-1; 1; -1)$ và $C(-3; 1; 0)$.

a) Mặt cầu tâm A bán kính $R = 3$ có phương trình là: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 3$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $2x - z + 2 = 0$.

c) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

d) Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = 2$ là mặt cầu (S) . Gọi (Q) là mặt phẳng qua điểm C và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó, mặt phẳng (Q) đi qua điểm $D(-1; -1; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận

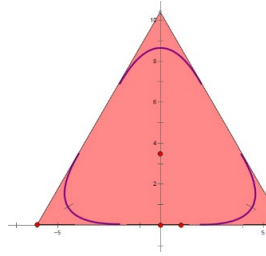
ngiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất?

Câu 2. Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 12(dm). Để cắt góc bàn được đẹp thì người ta cắt theo đường cong là đường

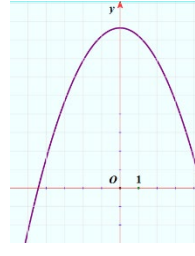
Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$ (H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



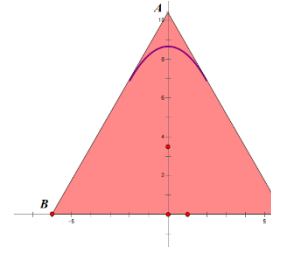
H1



H2



H3



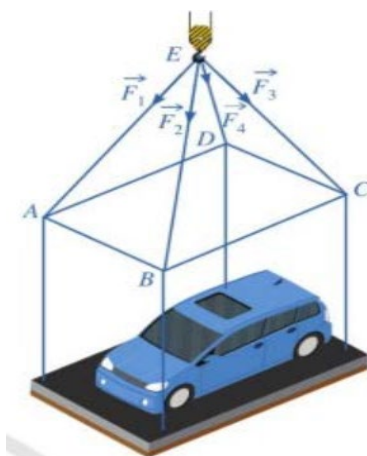
H4

Diện tích mặt kính làm mặt bàn (H1) bằng $S(dm^2)$. Tính S (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng cứ vào đầu tháng cô bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180 (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị với giả thiết lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình cô Hoa thực hiện tích lũy)?

Câu 4. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng chiếc xe ô tô là $4000N$ và trọng lượng khung sắt là $2000N$; cường độ các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là bằng nhau. Cường độ lực căng \vec{F}_1 là mN , tính m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c), (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $9(a^3 + b^3 + c^3)$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	D	C	D	A	A	A	B	C	B	B	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

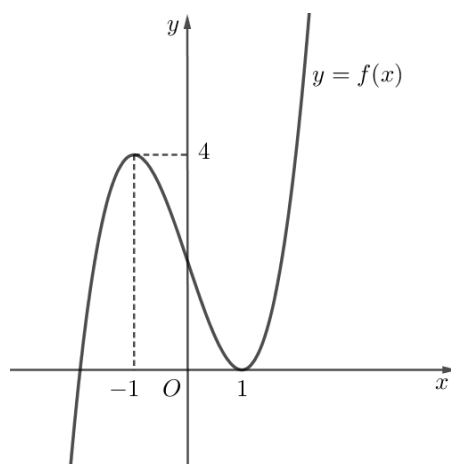
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	30,5	55,4	145	0,46	2121	112

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $x = -1$. B. $y = 4$. C. $(-1; 4)$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$	$-$
y	5	-2	4	-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 B. Hàm số có hai điểm cực trị.
 C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Lời giải

Chọn D

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = -1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 2$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	\parallel	$+$	$-$
y	2	4	3	-1

Tổng số tiệm đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên $y = -1$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng:

- A. $y = x$. B. $y = x - 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$.

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là: $y = x + 1$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

- A. $x^2 + 3x + C$. B. $2x^2 + 3x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C.$$

Câu 6. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = 16$. Khi đó $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 122$. B. $I = 26$. C. $I = 143$. D. $I = 58$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^9 f(x) dx + 3 \int_0^9 g(x) dx = 2.37 + 3.16 = 122.$

Câu 7. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 10.

B. 12.

C. 2.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10.$

Câu 8. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[45;50)	47,5	14
[50;55)	52,5	8
[55;60)	57,5	10
[60;65)	62,5	6
[65;70)	67,5	2
		$n = 44$

Biết số trung bình của mẫu số liệu đã cho là $\bar{x} \approx 53,18.$ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

A. $s^2 = 46,12.$

B. $s^2 = 46,1.$

C. $s^2 = 46,21.$

D. $s^2 = 46,2.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $4.(42,5 - 53,18)^2 + 14.(47,5 - 53,18)^2 + 8.(52,5 - 53,18)^2 +$

$+ 10.(57,5 - 53,18)^2 + 6.(62,5 - 53,18)^2 + 2.(67,5 - 53,18)^2 = 2029,5456.$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s^2 = \frac{2029,5456}{44} \approx 46,1$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1;3;-2)$ và $\vec{v} = (2;1;-1).$ Toạ độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(3;4;-3).$

B. $(-1;2;-3).$

C. $(-1;2;-1).$

D. $(1;-2;1).$

Lời giải

Chọn C.

$\vec{u} - \vec{v} = (-1;2;-1).$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có vectơ pháp tuyến

$\vec{n} = (2; 3; -1)$ là:

A. $2x + 3y - z - 2 = 0$.

B. $2x + 3y - z + 2 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 2 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Do đó $2(x - 2) + 3(y + 1) - 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - z + 2 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ

chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2(2; 4; -1)$.

B. $\vec{u}_1(2; -5; 3)$.

C. $\vec{u}_3(2; 5; 3)$.

D. $\vec{u}_4(3; 4; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Đúng lý thuyết chọn đáp án B.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$?

A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu (S) có tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ nên mặt cầu (S) có tâm $A(2; 1; 0)$ và có bán kính $R = AB$.

Ta có: $\vec{AB}(-2; 0; 2)$. Suy ra $R = |\vec{AB}| = 2\sqrt{2}$.

Vậy: $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- b) Giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$.
- c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = mx + n$ khi đó $m > 0$.
- d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Lời giải

a) Đúng

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

b) Sai

Giá trị cực đại của hàm số là $y = -5$.

c) Đúng

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình: $y = \frac{a}{d}x + \frac{bd - ae}{d^2}$.

Theo bảng biến thiên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}{d + \frac{e}{x}} = +\infty \Rightarrow \frac{a}{d} > 0 \Rightarrow m > 0$$

d) Đúng

Ta có: $f(0) < -5$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

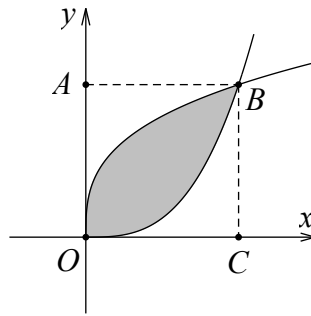
Câu 2. Cho hai hàm số $f(x) = x^3$ và $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

a) $\int [f(x) - g(x)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$.

b) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(1) = 1$ thì $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}x$.

c) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{4}$.

d) Một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ cạnh là 1. Khi chọn hệ trục Oxy như hình vẽ thì hai đường cong bao quanh phần tô đậm trên viên gạch tương ứng là đồ thị của các hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$. Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).



Lời giải

a) **Đúng.**

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int [x^3 - \sqrt[3]{x}] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4} x \sqrt[3]{x} + C.$$

b) **Sai.**

$$F(x) = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C, F(1) = 1 \text{ nên } C = \frac{3}{4} \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}.$$

c) **Sai.**

$$S = \int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}.$$

d) **Đúng.**

B là giao điểm của hai đường cong $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$ nên $B(1;1)$.

Diện tích hình vuông có cạnh bằng 1 là $S = 1^2 = 1$ (đvdt)

Gọi S_1 là diện tích phần tô đậm của viên gạch men.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^3) dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{3}} - x^3 \right) dx = \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \text{ (đvdt).}$$

Vậy diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $O = AC \cap BD$ biết $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC .

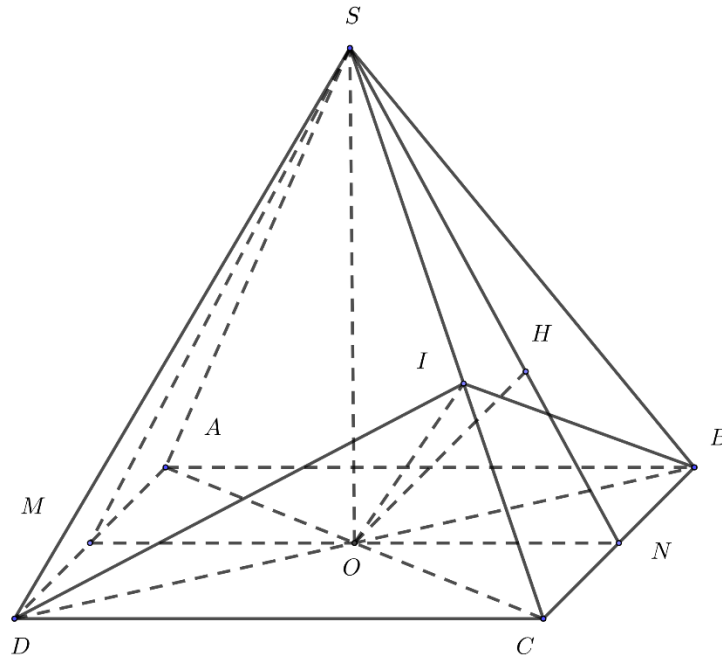
a) $(SMN) \perp (ABCD)$.

b) $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

c) $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ với α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

Lời giải



a) Đúng

Ta có $SO \subset (SMN), SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$.

b) Đúng

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

c) Sai

Kẻ $OH \perp SN$

Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

d) Đúng

Kẻ đường cao DI của tam giác SCD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SC \perp DI \\ SC \perp BD \text{ (do } BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (IBD) \Rightarrow SC \perp BI.$$

Mặt khác $SC = (SBC) \cap (SCD)$ nên $((SBC), (SCD)) = (ID, IB)$.

Ta có $IO \perp BD$ và O là trung điểm BD

$$\text{nên } \triangle IBD \text{ cân tại } I \text{ và } \widehat{OIB} = \widehat{OID} = \frac{1}{2} \widehat{BID}.$$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông cạnh } a \text{ nên } OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = OD.$$

Tam giác SOC có đường cao

$$OI = \frac{SO \cdot OC}{\sqrt{SO^2 + OC^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$

Tam giác IOD vuông tại O có:

$$\tan \widehat{OID} = \frac{OD}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{30}}{10}} = \frac{\sqrt{15}}{3}; \quad \tan \widehat{BID} = \frac{2 \tan \widehat{OID}}{1 - \tan^2 \widehat{OID}} = -\sqrt{15} < 0 \text{ nên } \widehat{BID} \text{ là góc tù.}$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{1}{4}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 2)$, $B(-1; 1; -1)$ và $C(-3; 1; 0)$.

a) Mặt cầu tâm A bán kính $R = 3$ có phương trình là: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 3$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $2x - z + 2 = 0$.

c) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

d) Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = 2$ là mặt cầu (S) . Gọi (Q) là mặt phẳng qua điểm C và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó, mặt phẳng (Q) đi qua điểm $D(-1; -1; 0)$.

Lời giải

a) Sai

Mặt cầu tâm A bán kính $R = 3$ có phương trình là: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$.

b) Sai

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận $\overline{BC} = (-2; 0; 1)$ làm VTPT có phương trình là:
 $-2(x-2) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - z - 2 = 0$.

c) Đúng

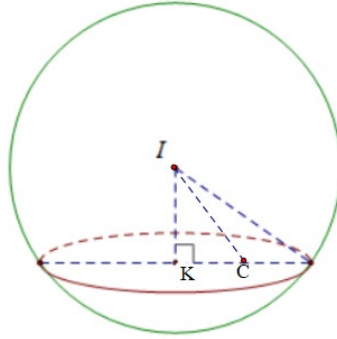
Đường thẳng đi qua điểm A và nhận $\overline{AB} = (-3; 3; -3)$ làm VTCP có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

d) Đúng

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có: $AM = 2BM \Leftrightarrow AM^2 = 4BM^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 4z = 0$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 2; -2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$. $IC = \sqrt{6} < R$ nên C nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên mp (Q) . Ta có $d(I, (Q)) = IK \leq IC$.



Bán kính đường tròn giao tuyến $r = \sqrt{R^2 - IK^2} \Rightarrow r_{\min} \Leftrightarrow IK_{\max} \Leftrightarrow K \equiv C$.

Khi đó, mp (Q) qua điểm C và nhận $\overline{IC} = (-1; -1; 2)$ làm VTPT.

$\Rightarrow (Q): x + y - 2z + 2 = 0 \Rightarrow D \in (Q)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất?

Lời giải

Đáp số: 30,5

Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $27 \leq x \leq 31$

Khi đó số xe bán ra là $600 + (31 - x) \cdot 200$

Lợi nhuận thu được là: $f(x) = [600 + (31 - x) \cdot 200](x - 27) = (-200x + 6800)(x - 27)$

$$= -200x^2 + 12200x - 183600 = -200 \left(x - \frac{61}{2} \right)^2 + 2450 \leq 2450$$

Dấu "=" xảy ra khi $x - \frac{61}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 30,5$

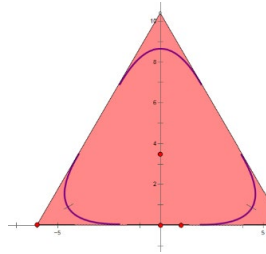
Vậy giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận lớn nhất thu được là 2450 triệu đồng.

Câu 2. Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tam giác ban đầu bằng 12(dm). Để cắt góc bàn được đẹp thì người ta cắt theo đường cong là đường

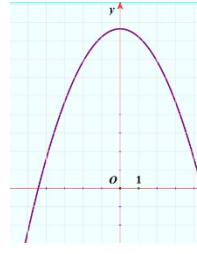
Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$ (H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



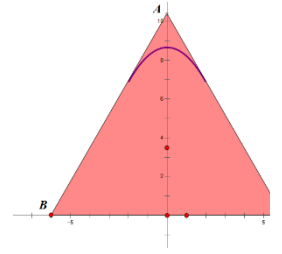
H1



H2



H3



H4

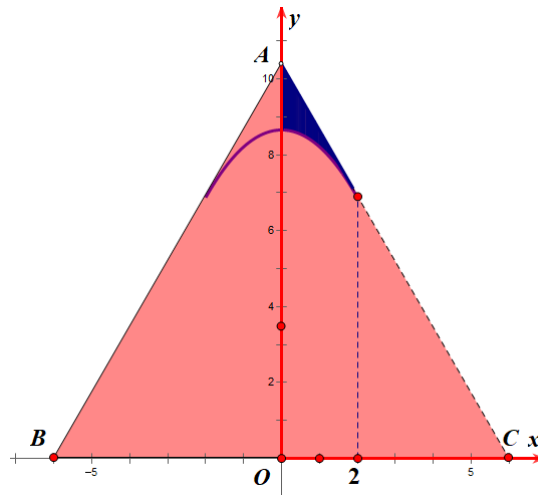
Diện tích mặt kính làm mặt bàn (H1) bằng $S(dm^2)$. Tính S (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải.

Đáp số: 55,4

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\Delta ABC} = 12^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$

Dựng hệ trục như hình vẽ



Vì tam giác ABC đều cạnh bằng 12 nên $AO = 6\sqrt{3}$.

Phương trình đường thẳng $AC: \frac{x}{6} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 1 \Leftrightarrow y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng AC

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Diện tích phần tô đậm giới hạn bởi (P) , (AC) và trục Oy trong hình bằng

$$S_1 = \int_0^2 \left[(-\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} \right) \right] dx = \int_0^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} \right) dx$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 (x-2)^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Vì mặt bàn đối xứng nên diện tích kính cần tính bằng $S = S_{\Delta ABC} - 6S_1 = 36\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \approx 55,4$ (dm^2).

Câu 3. Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng cứ vào đầu tháng cô bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180 (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị với giả thiết lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình cô Hoa thực hiện tích lũy)?

Lời giải

Đáp số: 145

Gọi u_n là số triệu đồng mà cô Hoa có trong chương trình tích lũy ở lần gửi thứ n (vào đầu tháng thứ n). Kí hiệu $a = 0,5$ triệu đồng, $r = 0,5\%$.

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 1 là: $u_1 = a$.

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 2 là: $u_2 = u_1(1+r) + a$.

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 3 là:

$$u_3 = u_2(1+r) + a = a(1+r)^2 + a(1+r) + a.$$

Tương tự cho các tháng tiếp theo, suy ra số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng n là:

$$u_n = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a(1+r) + a = a \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180, cô ấy sẽ tích lũy được:

$$u_{180} = a \frac{(1+r)^{180} - 1}{r} \approx 145 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 4. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 0,46

Xét các biến cố sau:

A : “Vận động viên được chọn thuộc đội I”;

B : “Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Khi đó, $P(A) = \frac{5}{12}$; $P(\bar{A}) = \frac{7}{12}$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\bar{A}) = 0,55$.

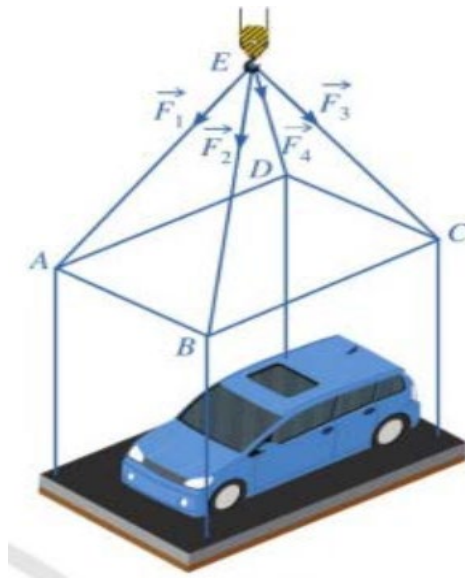
Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12}.0,65 + \frac{7}{12}.0,55 = \frac{71}{120}.$$

Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội I là:

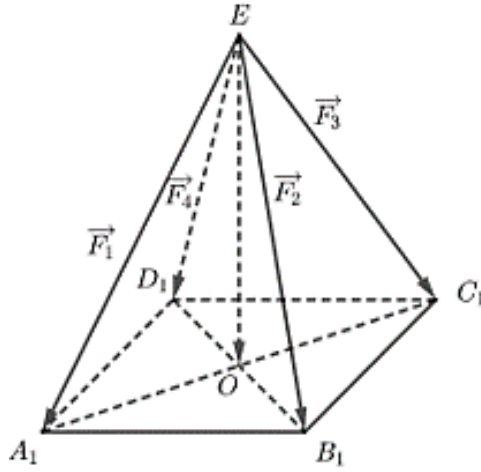
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12}.0,65}{\frac{71}{120}} \approx 0,46.$$

Câu 5. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng chiếc xe ô tô là 4000 N và trọng lượng khung sắt là 2000 N ; cường độ các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là bằng nhau. Cường độ lực căng \vec{F}_1 là $m\text{ N}$, tính m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 2121



Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 thỏa mãn: $\overline{EA_1} = \overline{F_1}, \overline{EB_1} = \overline{F_2}, \overline{EC_1} = \overline{F_3}, \overline{ED_1} = \overline{F_4}$. Do EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cường độ các lực căng $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}, \overline{F_4}$ là bằng nhau nên $EA_1 = EB_1 = EC_1 = ED_1$. Gọi O là tâm của hình chữ nhật $A_1B_1C_1D_1$.

Theo giả thiết ta có $|\overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3} + \overline{F_4}| = 6000$. Mặt khác: $|\overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3} + \overline{F_4}| = |4\overline{EO}| = 4EO$.

Suy ra $EO = 1500$.

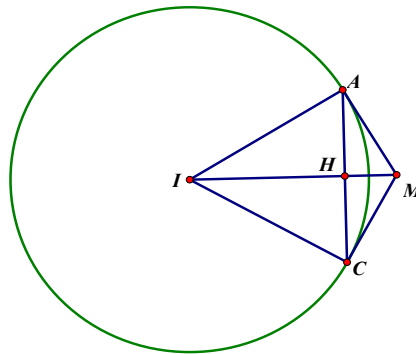
Ta có $(ED, (ABCD)) = (ED_1, (A_1B_1C_1D_1)) = \widehat{ED_1O} = 45^\circ$. Như vậy $ED_1 = \frac{EO}{\sin 45^\circ} = 1500\sqrt{2}$.

Cường độ lực căng $\overline{F_1}$ là $1500\sqrt{2}N \approx 2121N$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c), (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $9(a^3 + b^3 + c^3)$.

Lời giải

Đáp án: 112



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 13} = 3\sqrt{3}$

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) .

Đặt $MA = MB = MC = x$ khi đó $AB = x; BC = x\sqrt{2}; CA = x\sqrt{3}$ do đó tam giác ABC vuông tại B nên trung điểm H của AC là tâm đường tròn (C) và H, I, M thẳng hàng.

Vì $\widehat{AMC} = 120^\circ$ nên tam giác AIC đều do đó $x\sqrt{3} = R \Leftrightarrow x = 3$ suy ra $IM = 2AM = 2x = 6$.

Lại có $M \in d$ nên $M(-1+t; -2+t; 1+t), (t > 1)$ mà $IM = 6$ nên $(t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 36$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Mà $t > 1$ nên $t = \frac{4}{3}$ suy ra $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ nên $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{112}{9}$.

Vậy: $9(a^3 + b^3 + c^3) = 112$.

Ma trận gồm 02 trang

Câu	Vùng kiến thức	Cấp độ tư duy			
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn					
Câu 1	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	x			
Câu 2	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	x			
Câu 3	Vecto và hệ trục tọa độ trong không gian	x			
Câu 4	Cấp số cộng, cấp số nhân	x			
Câu 5	Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm	x			
Câu 6	Nguyên hàm và Tích phân	x			
Câu 7	Nguyên hàm và Tích phân	x			
Câu 8	Hàm số mũ và hàm số logarit	x			
Câu 9	Quan hệ vuông góc trong không gian	x			
Câu 10	Các quy tắc tính xác suất	x			
Câu 11	Phương pháp tọa độ trong không gian (Khoảng cách)		x		
Câu 12	Xác suất có điều kiện		x		
Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai					
Câu 1	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	a)	x		
		b)		x	
		c)		x	
		d)			x
Câu 2	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (Bài toán tốc độ)	a)	x		
		b)		x	
		c)		x	
		d)		x	
Câu 3	Vecto và hệ trục tọa độ trong không gian	a)	x		
		b)		x	
		c)		x	
		d)			x
Câu 4	Phương pháp tọa độ trong không gian	a)	x		
		b)		x	

		c)		x		
		d)			x	
Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn						
Câu 1	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (Bài toán tối ưu)				x	
Câu 2	Ứng dụng hình học của tích phân					x
Câu 3	Ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian để giải quyết bài toán thực tế				x	
Câu 4	Xác suất có điều kiện					x
Câu 5	Ứng dụng hàm số mũ và hàm số logarit (Bài toán lãi suất)					x
Câu 6	Ứng dụng thực tế thể tích khối chóp – lăng trụ.				x	
Tổng			35%	27,5%	22,5%	15%

Câu 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu:

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng:

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Câu 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là :

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

B. $D = [-1; 3].$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

D. $D = (-1; 3).$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA \perp (ABCD).$

B. $SO \perp (ABCD).$

C. $SC \perp (ABCD).$

D. $SB \perp (ABCD).$

Câu 10. Với hai biến cố A và B xung khắc, ta có công thức tính xác suất của biến cố hợp là:

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B).$

B. $P(A \cap B) = P(A) + P(B).$

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B).$

D. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Khoảng cách d từ A đến (P) là:

A. $d = \frac{5}{29}.$

B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}.$

C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}.$

D. $d = \frac{5}{9}.$

Câu 12. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}.$

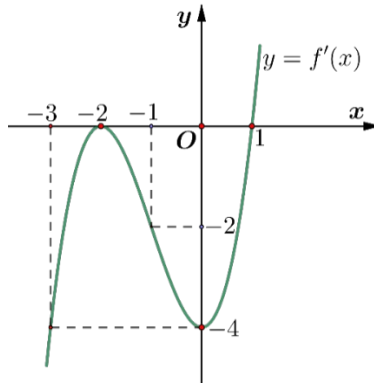
B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{5}{6}.$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



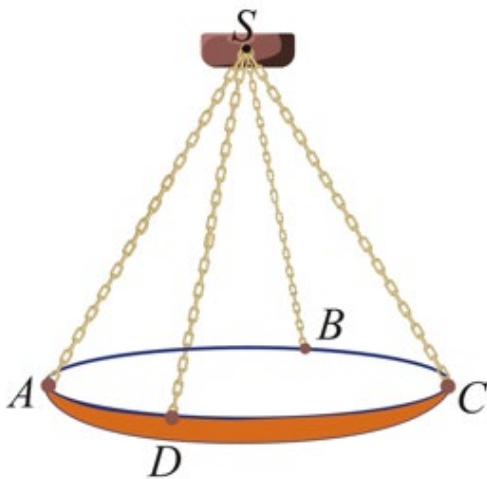
Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

- a) $f'(-1) < 0$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) $f'(2) = 4$.
- d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2. Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

- a) Hàm gia tốc của vật là $a(t) = y'$.
- b) Hàm vận tốc của vật là: $v(t) = 3t^2 - 12$.
- c) Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên.
- d) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi được là 23 m .

Câu 3. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (Hình vẽ).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:

- a) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vectơ không cùng phương.

b) $|\overline{SA}| = |\overline{SB}| = |\overline{SC}| = |\overline{SD}|$.

c) Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50 N$.

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} N$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2; -2; 4), B(-3; 3; -1); C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$.

a) Điểm A không thuộc mp (P) .

b) Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

c) Giao điểm của đường thẳng BC và mp (P) là $H(-9; 3; -1)$.

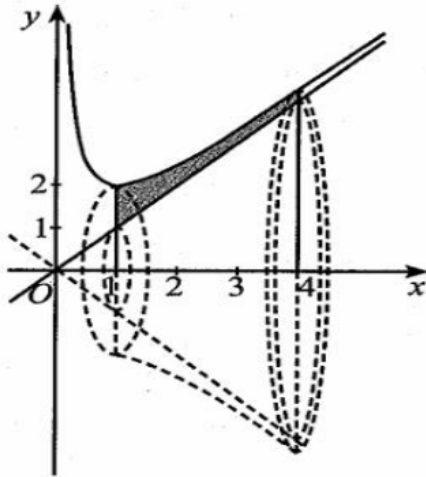
d) Với điểm M thay đổi trên (P) , giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$ là

105.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng mỗi giờ. Công ty cần sử dụng bao nhiêu máy móc để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất?

Câu 2. Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình vẽ). Tính thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó (kết quả được tính theo decimet khối và làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 3. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,.... Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5m$ và $AD = 12m$.

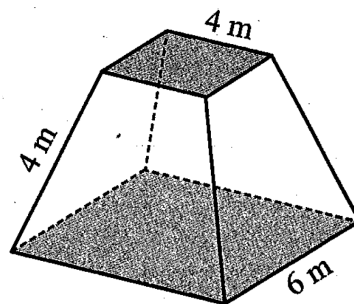
Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu centimet?



Câu 4. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 5. Một người vay ngân hàng 200 000 000 đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,8%/ tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là một tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là a triệu đồng (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất). Tìm giá trị của a .

Câu 6. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m (Hình vẽ). Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/ m^3 . Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?



-----HẾT-----

I. Đáp án:

Phần I. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25** điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐA	B	B	A	B	A	C	D	C	B	A	B	C

Phần II. Điểm tối đa của 01 câu là **1** điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50** điểm
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1** điểm

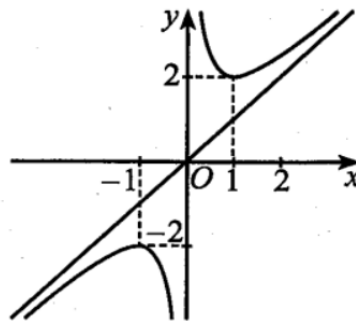
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) S

Phần III. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5** điểm

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	16	21,2	13	0,89	39,2	142

II. Đáp án và lời giải chi tiết từng câu

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

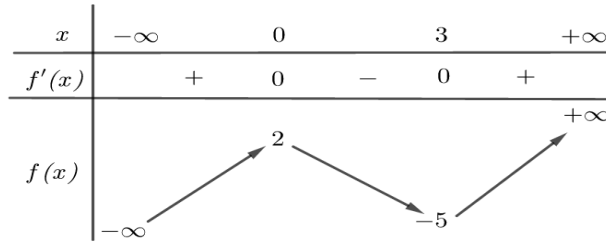
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 2. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là:

- A. (3; 0; -4). B. (3; -4; 0). C. (0; 3; 4). D. (0; 3; -4).

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\vec{a} (3; 0; -4)$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n)

- A. -2; 10; 50; -250. B. -2; 10; -50; 250.
C. -2; -10; -50; -250. D. -2; 10; 50; 250.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 5. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $65 - 40 = 25(cm)$.

Câu 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.4 = 8.$

Câu 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA \perp (ABCD)$.

B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $SC \perp (ABCD)$.

D. $SB \perp (ABCD)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $SO \perp (ABCD)$

Câu 10. Với hai biến cố A và B xung khắc, ta có công thức tính xác suất của biến cố hợp như sau:

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{29}$.

B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $d = \frac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \frac{|3.1 + 4.(-2) + 2.3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 12. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

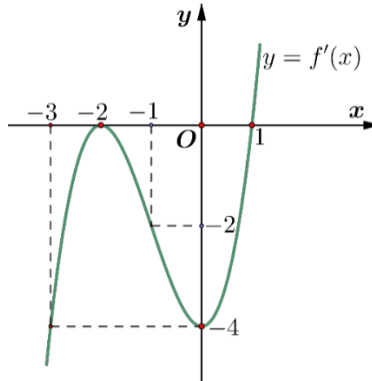
Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”

Gọi B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm thì tổng hai lần xuất hiện là 6 chấm thì $P(B|A) = \frac{1}{6}$

Phần II.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) $f'(-1) < 0$

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

a) Đ. b) S. c) S. d) Đ.

a) Đúng. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(-1) = -2 < 0$

b) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

c) Sai. Vì:

Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

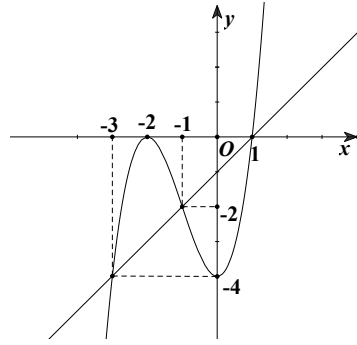
Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đúng. Vì:

Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Khi đó: $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		$g(-3)$		$g(-1)$		$g(1)$		$+\infty$

Ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Câu 2. Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$

a) Hàm gia tốc của vật là $a(t) = y'$

b) Hàm vận tốc của vật là: $v(t) = 3t^2 - 12$

c) Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên

d) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi được là 23m

Hướng dẫn giải

a) S. b) Đ. c) S. d) Đ.

a) Sai: Nếu y là hàm số biểu thị cho chuyển động của hạt thì y' là hàm vận tốc v

b) Đúng: $y = t^3 - 12t + 3 \Rightarrow y' = v(t) = 3t^2 - 12$

c) Sai:

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		-6	$+\infty$

-13

Dựa vào vận tốc $v(t) = 3t^2 - 12$ thì hạt đi lên khi $v > 0$ và xuống khi $v < 0$

Do đó vật đi lên khi $t \in (2; +\infty)$ và đi xuống khi $t \in (0; 2)$

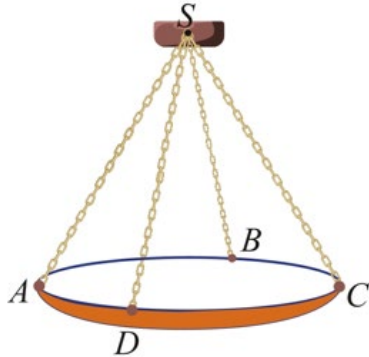
Vậy tại thời điểm $t=1$ thì hạt đang chuyển động xuống.

d) Đúng: Từ $t=0$ tới $t=2$, vật chuyển động từ tọa độ $y=3$ đến tọa độ $y=-13$, tức là vật đi được quãng đường 16 đơn vị độ dài.

Từ $t=2$ tới $t=3$, vật chuyển động từ tọa độ $y=-13$ đến tọa độ $y=-6$, tức là vật đi được quãng đường 7 đơn vị độ dài.

Vậy quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là 23 đơn vị độ dài

Câu 3. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m=5\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (Hình vẽ).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:

- $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vectơ không cùng phương
- $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$
- Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm bằng 50 N
- Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{ N}$

Hướng dẫn giải

- Đ.**
 - Đ.**
 - Đ.**
 - S.**
- a) Đúng. Vì $S.ABCD$ là hình chóp
 b) Đúng. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều
 c) Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5 \cdot 10 = 50\text{ N}$
 d) Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD$
 Mà $\widehat{ASC} = 60^\circ \Rightarrow$ Tam giác SAC đều
 Gọi O là trung điểm AC .

Ta có: Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\vec{SO} = \vec{P}$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC có, $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} SA \Rightarrow SA = \frac{25\sqrt{3}}{3}\text{ N}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{3}\text{ N}$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2; -2; 4), B(-3; 3; -1); C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$

a) Điểm A không thuộc mp (P)

b) Đường thẳng BC có vecto chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 0)$

c) Giao điểm của đường thẳng BC và mp (P) là $H(-9; 3; -1)$

d) Với điểm M thay đổi trên (P) , giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$ là 105

Hướng dẫn giải

a) S.

b) Đ.

c) S.

d) S.

a) $2 \cdot 2 + 2 + 8 + 8 \neq 0$.

b) $\vec{BC} = (2; -4; 0)$ là vtcp.

c) Pt $BC: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -1 \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của BC và (P) là $\left(\frac{-9}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$

d) Giả sử I thỏa mãn $2\vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(1; 0; 4)$

Từ đó $T = 2IA^2 + IB^2 - IC^2 + 2MI^2$

Vậy T nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất, suy ra M là hình chiếu của I trên (P)

$(MI)_{min} = d(I, (P)) = 6 \Rightarrow T_{min} = 102$

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng mỗi giờ. Công ty cần sử dụng bao nhiêu máy móc để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất?

Hướng dẫn giải

ĐS : 16

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$.

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\frac{8000}{30x}$ (giờ)

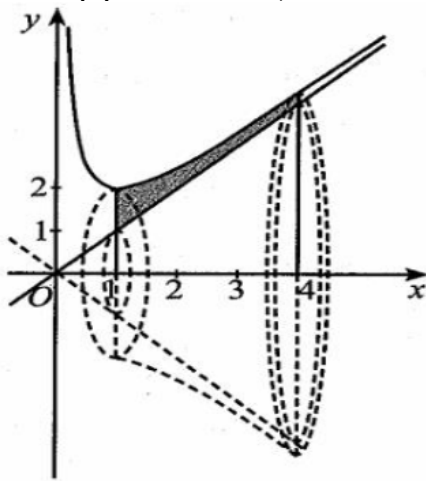
Tổng chi phí để sản xuất là: $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$ (nghìn đồng)

Ta có: $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16(L) \end{cases}$

x	0	16	$+\infty$	
$P'(x)$		-	0	+
$P(x)$		6400		

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 2. Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình vẽ). Tính thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó (kết quả được tính theo decimet khối và làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hướng dẫn giải

ĐS: 21,2

Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó $V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21 \text{ (dm}^3\text{)}$

Vậy thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó là: $V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Câu 3. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,... Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5$ m và $AD = 12$ m. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu centimet?



Hướng dẫn giải

ĐS: 13

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{500^2 - 5^2} \approx 500\text{cm}$$

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 8^2} \approx 1200\text{cm}$$

Dựa vào hình vẽ ta có: $A(0; 0; 0)$; $B(500; 0; -5)$; $D(0; 1200; -8)$

$$\vec{AD} = (0; 1200; -8); \vec{BC} = (x_c - 500; y_c; z_c + 5)$$

$$\vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c - 500 = 0 \\ y_c = 1200 \\ z_c + 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 500 \\ y_c = 1200 \\ z_c = -13 \end{cases} \Leftrightarrow C(500; 1200; -13)$$

Vậy điểm C thấp hơn điểm A là 13cm

Câu 4. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Hướng dẫn giải

ĐS: 0,89

Xét biến cố A: "Máy bay xuất hiện ở vị trí X", suy ra \bar{A} : "máy bay xuất hiện ở vị trí Y".

Xét biến cố B: "Máy bay bị bắn hạ"

$$\text{Ta có: } P(B) = P(A) \cdot P(B \setminus A) + P(\bar{A}) \cdot P(B \setminus \bar{A})$$

$$+ \text{Tính } P(A), P(\bar{A}): P(A) = 0,55 \text{ và } P(\bar{A}) = 0,45$$

+ Tính $P(B \setminus A)$: đây là xác suất máy bay bị bắn hạ tại vị trí X

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa (trong 2 quả đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất trúng máy bay của mỗi quả là 0,8 nên:

$$P(B \setminus A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96$$

+ Tính $P(B \setminus \bar{A})$: đây là xác suất máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa (trong 1 quả đối với máy bay ở vị trí Y), mà xs trúng máy bay của mỗi quả là 0,8 nên: $P(B \setminus \bar{A}) = 0,8$

Vậy $P(B) = 0,89$

Câu 5. Một người vay ngân hàng 200 000 000 đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,8%/ tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là một tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là a triệu đồng (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất). Tìm giá trị của a .

Hướng dẫn giải

ĐS: 39,2

Gọi A (triệu đồng) là số tiền gốc người đó vay ban đầu, r là lãi suất hàng tháng.

Số tiền phải trả sau tháng thứ 1: $T_1 = \frac{A}{48} + A.r$

Số tiền phải trả sau tháng thứ 2: $T_2 = \frac{A}{48} + (A - \frac{A}{48}).r = \frac{A}{48} + \frac{47A}{48}.r$

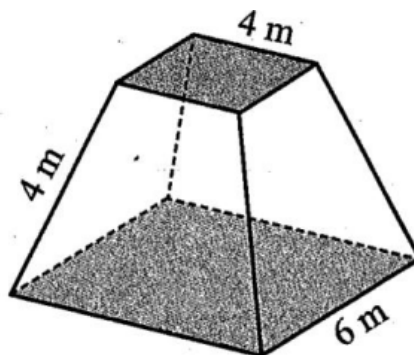
...

Số tiền phải trả sau tháng thứ 48: $T_{48} = \frac{A}{48} + (A - \frac{47A}{48}).r = \frac{A}{48} + \frac{A}{48}.r$

Suy ra số tiền lãi phải trả là:

$$\begin{aligned} & 1. \frac{A}{48}.r + 2. \frac{A}{48}.r + \dots + 47. \frac{A}{48}.r + A.r \\ & = \frac{A}{48}.r(1 + 2 + \dots + 48) = \frac{200}{48}.0,8\% \cdot \frac{48 \cdot (1 + 48)}{2} = 39,2 \end{aligned}$$

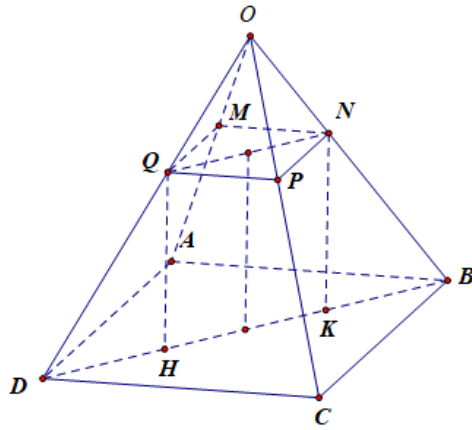
Câu 6. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m (Hình vẽ). Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/m³. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?



Hướng dẫn giải

ĐS: 142.

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cắt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cắt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2 . Thể tích của khối chóp cắt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}.$$

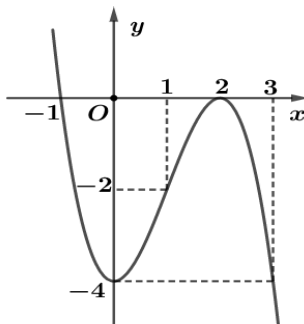
-----HẾT-----

(Đề thi có 05 trang)

(Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

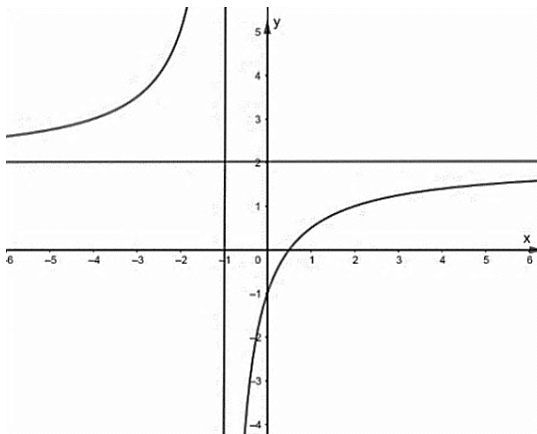
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 2)$. D. $(-4; 2)$.

Câu 2: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Câu 3: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

- A. $\cot x + C$. B. $\tan x + C$. C. $-\tan x + C$. D. $-\cot x + C$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(4; 6; -3)$. B. $(-6; -4; 3)$. C. $(-4; -6; 3)$. D. $(6; 4; -3)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x - y + 3z - 25 = 0$

B. $2x - 3y - z + 8 = 0$

C. $3x - y + 3z - 13 = 0$

D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 2)$, bán kính bằng 3 là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{6}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8: Số tiền điện phải trả (đơn vị nghìn đồng) của 50 hộ gia đình trong khu phố A được thống kê trong bảng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825)
Tần số	6	15	10	6	9	4

Có bao nhiêu hộ gia đình trong khu phố A phải trả số tiền điện không ít hơn 600 (đơn vị nghìn đồng)?

A. 31.

B. 25.

C. 19.

D. 29.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 3$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2 = -1$.

B. $u_2 = -5$.

C. $u_2 = 5$.

D. $u_2 = 1$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = 3^x$.

B. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.

C. $y' = 3^x \ln 3$.

D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) có số đo là?

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 1, OB = 2, OC = 3$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 6.

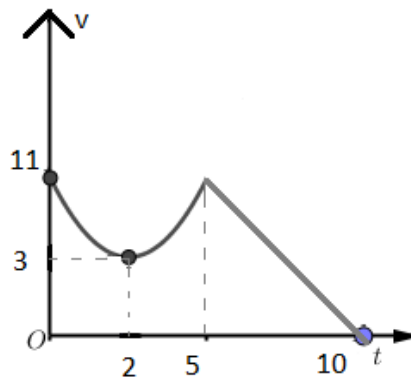
D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .
- Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 3)$.
- Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 8.
- $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.

Câu 2. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parabol (P) khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$ (Hình vẽ). Cho đỉnh Parabol là $I(2,3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



- Phương trình Parabol (P) có dạng: $y = 2x^2 - 8x + 11$
- Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là $\frac{112}{3}$ (m)
- Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{105}{2}$ (m)
- Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{545}{6}$ (m)

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 4t \end{cases}$, và mặt phẳng

$(P): x + 3y - 2z + 16 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{a} = (1; -3; 4)$.
- Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$
- Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Đường thẳng d_2 qua $A(1; -1; 2)$, cắt và vuông góc với trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$.

Câu 4. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”.

a) $P(A) = 0,85$.

b) $P(B|A) = 0,99$.

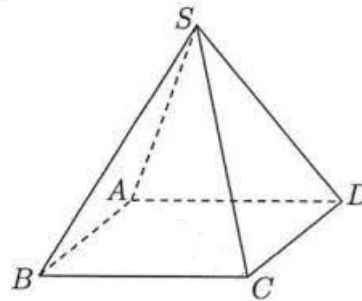
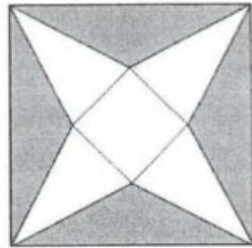
c) $P(B) = 0,9855$.

d) $P(A|B) = 0,95$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh $1(m)$ như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $\frac{\sqrt{2}}{3}(m)$.

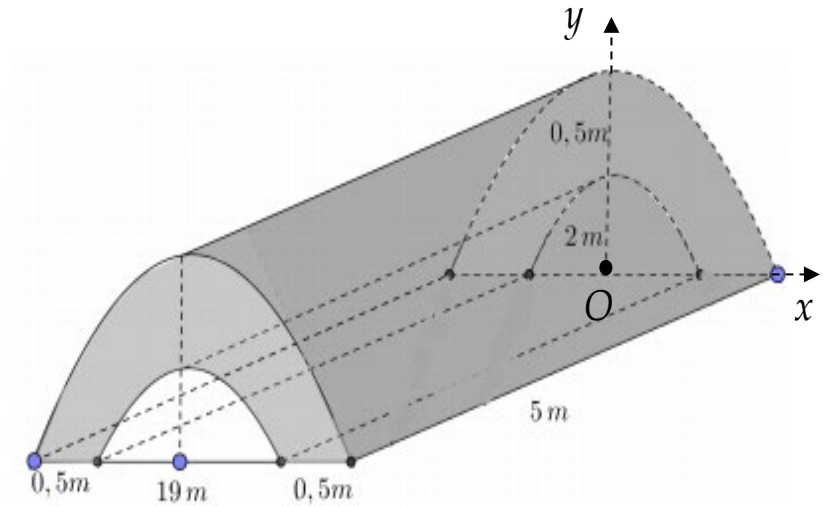
Khoảng cách từ đỉnh S tới đáy $(ABCD)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}(m)$, với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của $b^2 - a^2$?



Câu 2. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của một chiếc ô tô giảm đi 6% so với năm trước đó. Giả sử một chiếc ô tô lúc mới mua là 800 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) ?

Câu 3. Một cửa hàng bán được trung bình 100 chiếc tivi mỗi tháng với giá 14 triệu đồng một chiếc. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi chiếc 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 chiếc mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán mỗi chiếc với giá bao nhiêu để doanh thu một tháng là lớn nhất.

Câu 4. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).



Lượng bê tông để đổ cây cầu là $a \text{ m}^3$. Tính a .

Câu 5. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 6. Trong 1000 hồ sơ của các thí sinh dự thi vào trường đại học Z có 600 hồ sơ của thí sinh tỉnh A và 400 thí sinh tỉnh B . Trong số thí sinh tỉnh A có 25% trúng tuyển, tỉnh B có 65% không trúng tuyển. Rút ngẫu nhiên một hồ sơ được hồ sơ trúng tuyển. Xác suất để hồ sơ đó là của người tỉnh A bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?

.....Hết.....

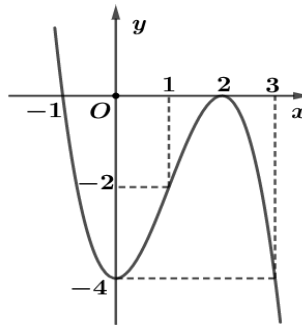
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm).

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
C	A	D	A	D	D	A	C	C	C	C	A

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

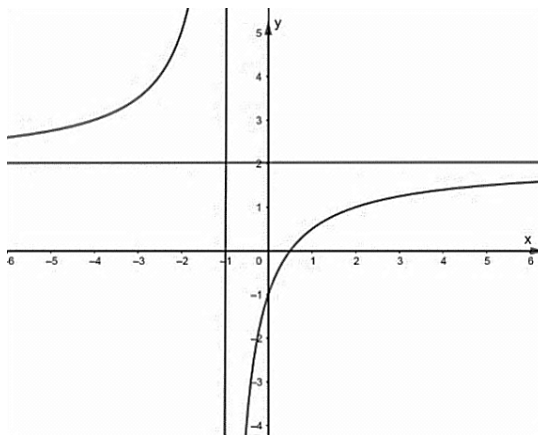
- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-4; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x-2}{x-1}$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và có tiệm cận ngang $y = 2$

Câu 3: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

A. $\cot x + C$.

B. $\tan x + C$.

C. $-\tan x + C$.

D. $-\cot x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k}$. Toạ độ của điểm A là

A. $(4; 6; -3)$.

B. $(-6; -4; 3)$.

C. $(-4; -6; 3)$.

D. $(6; 4; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$. Suy ra $A(4; 6; -3)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x - y + 3z - 25 = 0$

B. $2x - 3y - z + 8 = 0$

C. $3x - y + 3z - 13 = 0$

D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AB} = (-4; 6; 2) = -2(2; -3; -1)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB nhận $\vec{n} = (2; -3; -1)$ làm véctơ pháp tuyến, có phương trình là $2x - 3y - z - 20 = 0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 2)$, bán kính bằng 3 là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 2)$, bán kính bằng 3 là:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{6}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8: Số tiền điện phải trả (đơn vị nghìn đồng) của 50 hộ gia đình trong khu phố A được thống kê trong bảng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825)
Tần số	6	15	10	6	9	4

Có bao nhiêu hộ gia đình trong khu phố A phải trả số tiền điện không ít hơn 600 (đơn vị nghìn đồng)?

A. 31.

B. 25.

C. 19.

D. 29.

Lời giải

Chọn C

Các hộ gia đình phải trả số tiền điện không ít hơn 600 nghìn đồng sẽ thuộc các nhóm số 4,5,6.

Vậy có $6+9+4=19$ hộ gia đình phải trả số tiền điện không ít hơn 600 nghìn đồng.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 3$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2 = -1$.

B. $u_2 = -5$.

C. $u_2 = 5$.

D. $u_2 = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = u_3 - d = 3 + 2 = 5$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = 3^x$.

B. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.

C. $y' = 3^x \ln 3$.

D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) có số đo là?

A. 45° .

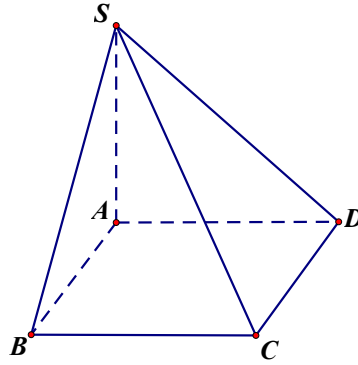
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SC, (ABC)) = \widehat{SCA}$

$$\tan(\widehat{SCA}) = \frac{SA}{CA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$$

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 1, OB = 2, OC = 3$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = 1.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Tối đa một câu được 1 điểm

- Trả lời đúng 1 ý trong một câu được 0.1 điểm
- Trả lời đúng 2 ý trong một câu được 0.25 điểm
- Trả lời đúng 3 ý trong một câu được 0.5 điểm
- Trả lời đúng 4 ý trong một câu được 1 điểm

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a	Đ	Đ	S	Đ
b	S	S	Đ	Đ
c	Đ	Đ	S	Đ
d	S	Đ	S	S

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 3)$.
- c) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 8.
- d) $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.

Lời giải

a) Đúng.

Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .

b) Sai.

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	40	8	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1); (3; +\infty)$.

c) Đúng.

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số bằng 8.

d) Sai.

Ta có: $f(-1) = 40$

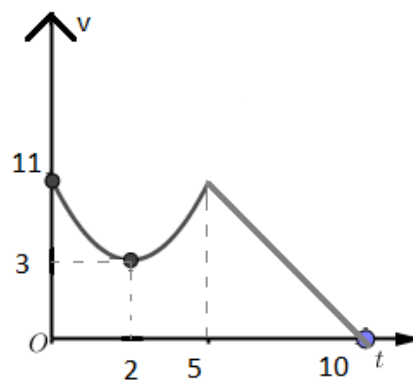
$$f(3) = 8$$

$$f(-4) = -41$$

$$f(4) = 15$$

Vậy $\min_{[-4;4]} f(x) = -41$ đạt được khi $x = -4$.

Câu 2. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parabol (P) khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$ (Hình vẽ). Cho đỉnh Parabol là $I(2,3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



a) Phương trình Parabol (P) có dạng: $y = 2x^2 - 8x + 11$

b) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là $\frac{112}{3}$ (m)

c) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{105}{2}$ (m)

d) Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{545}{6}$ (m)

Lời giải

a) Đúng

Gọi Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi $0 \leq t \leq 5(s)$

$$\text{Do } (P): y = ax^2 + bx + c \text{ đi qua } I(3;2); A(0;11) \text{ nên } \begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ c = 11 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 11 \end{cases}$$

Vậy: $(P): y = 2x^2 - 8x + 11$

b) Sai

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là

$$S = \int_0^5 (2x^2 - 8x + 11) dx = \frac{115}{3} (m)$$

c) Đúng

Gọi $d: y = ax + b$ khi $5 \leq t \leq 10(s)$ do d đi qua điểm $B(5;21)$ và $C(10;0)$ nên:

$$\begin{cases} 5a + b = 21 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{21}{5} \\ b = 42 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là

$$S = \int_5^{10} \left(-\frac{26}{5}x + 52 \right) dx = \frac{105}{2} (m)$$

d) Đúng

Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $S = \frac{115}{3} + \frac{105}{2} = \frac{545}{6}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 4t \end{cases}$, và mặt phẳng

$(P): x + 3y - 2z + 16 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{a} = (1; -3; 4)$.

b) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$

c) Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

d) Đường thẳng d_2 qua $A(1; -1; 2)$, cắt và vuông góc với trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$.

Lời giải

a) Sai.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 là $\vec{a} = (0; -3; 4)$.

b) Đúng.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{u} = (1; 3; -2)$.

Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) nên có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$.

c) Sai.

$$1 + 3(2 - 3t) - 2(3 + 4t) + 16 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Vậy đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M = (1; -1; 7)$.

d) Sai.

$$\text{Gọi } H = d_2 \cap Oz. \text{ Ta có } \begin{cases} d_2 \perp Oz \\ A \in d_2 \end{cases},$$

Suy ra H là hình chiếu của A lên $Oz \Rightarrow H(0; 0; 2)$.

Vậy đường thẳng d_3 có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AH} = (-1; 1; 0)$.

Câu 4. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”.

a) $P(A) = 0,85$.

b) $P(B|A) = 0,99$.

c) $P(B) = 0,9855$.

d) $P(A|B) = 0,95$.

Lời giải

a) Đúng.

$$P(A) = 0,85.$$

b) Đúng.

$$P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$$

c) Đúng.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$$

d) Sai.

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

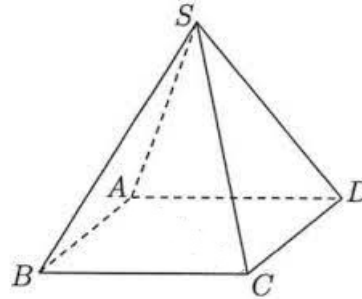
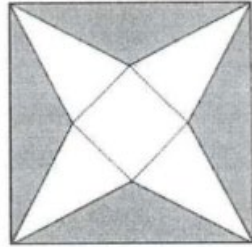
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
35	5	9,5	40	6	0,52

Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh $1(m)$ như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô

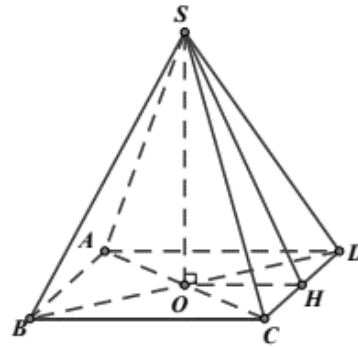
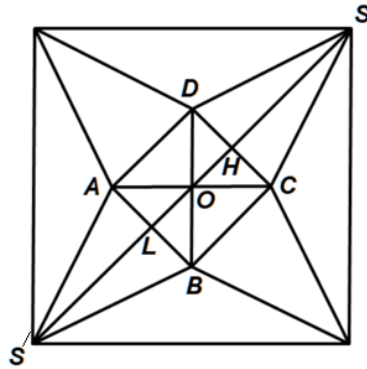
đậm của tấm nhôm rồi gập thành hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $\frac{\sqrt{2}}{3}(m)$.

Khoảng cách từ đỉnh S tới đáy $(ABCD)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}(m)$, với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của $b^2 - a^2$?



Trả lời: 35.

Lời giải



Khi gập tấm nhôm ta thấy $S \equiv S'$.

$$\text{Để thấy } S'L = LH = HS = \frac{\sqrt{2}}{3}; \quad OH = \frac{1}{2} \cdot HL = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \frac{\sqrt{6}}{6}(m)$$

Với $a = 1, b = 6$ thì $b^2 - a^2$ đạt giá trị bằng 35.

Câu 2. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của một chiếc ô tô giảm đi 6% so với năm trước đó. Giả sử một chiếc ô tô lúc mới mua là 800 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời: 5.

Lời giải

Gọi S là giá trị còn lại của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng và được tính bởi công thức: $S = S_0 \cdot (0,94)^t$, trong đó S_0 là giá trị ban đầu của ô tô.

$$\text{Xét phương trình: } 800 \cdot (0,94)^t < 600 \Leftrightarrow (0,94)^t < 0,75 \Leftrightarrow t > \log_{0,94} 0,75$$

vì $\log_{0,94} 0,75 \approx 4,65$ nên $t > 4,65$.

Vậy sau ít nhất 5 năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600

Câu 3. Một cửa hàng bán được trung bình 100 chiếc tivi mỗi tháng với giá 14 triệu đồng một chiếc. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi chiếc 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 chiếc mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán mỗi chiếc với giá bao nhiêu để doanh thu một tháng là lớn nhất.

Trả lời: 9,5.

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm cho mỗi chiếc tivi (điều kiện: $0 < x < 14$).

Số lượng tivi bán sau khi giảm giá là: $100 + 20x$.

Lợi nhuận thu được từ việc giảm giá là: $(100 + 20x)(14 - x)$.

Xét hàm số $f(x) = (100 + 20x)(14 - x)$ với $0 < x < 14$.

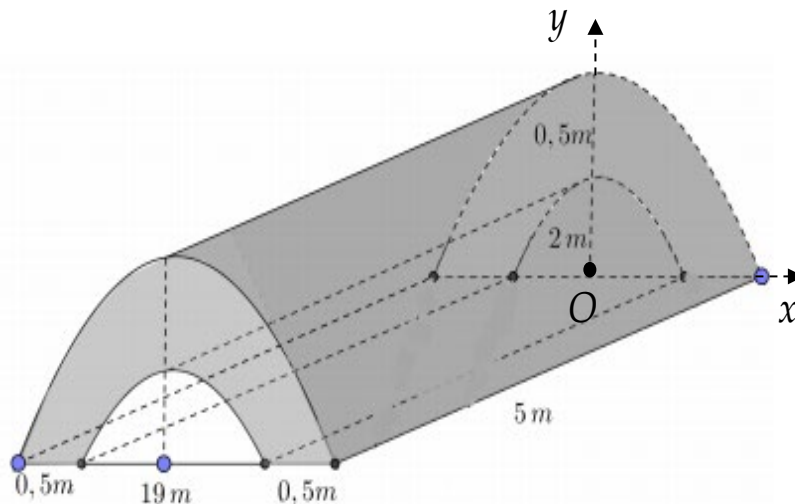
Ta có $f'(x) = -40x + 180$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4,5$.

Bảng biến thiên

x	0	4,5	14	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			1805	
	1400			0

Vậy cửa hàng nên bán mỗi chiếc tivi với giá 9,5 (triệu đồng).

Câu 4. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).

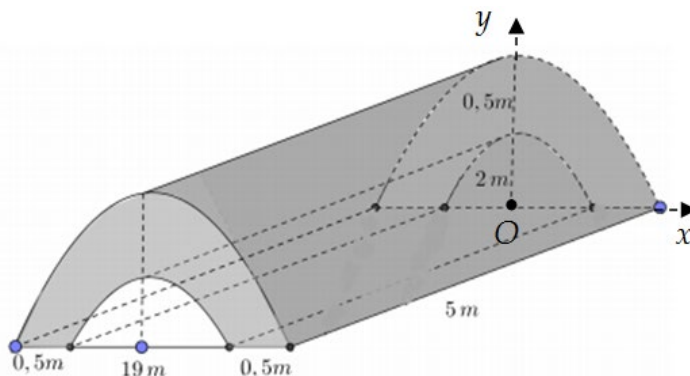


Lượng bê tông để đổ cây cầu là $a \text{ m}^3$. Tính a .

Trả lời: 40.

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$.

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1\left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2(10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là:

$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 \text{ m}^3 \Rightarrow a = 40.$$

Câu 5. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Trả lời: 6.

Lời giải

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$

Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là: $2R = 6$.

Câu 6. Trong 1000 hồ sơ của các thí sinh dự thi vào trường đại học Z có 600 hồ sơ của thí sinh tỉnh A và 400 thí sinh tỉnh B . Trong số thí sinh tỉnh A có 25% trúng tuyển, tỉnh B có 65% không trúng tuyển. Rút ngẫu nhiên một hồ sơ được hồ sơ trúng tuyển. Xác suất để hồ sơ đó là của người tỉnh A bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Trả lời: 0,52.

Lời giải

Gọi X là biến cố: “rút được hồ sơ của thí sinh tỉnh A ”

Gọi Y là biến cố: “rút được hồ sơ trúng tuyển”

Gọi \bar{X} là biến cố: “rút được hồ sơ của thí sinh tỉnh B ”

Gọi \bar{Y} là biến cố: “rút được hồ sơ không trúng tuyển”

Ta có: $P(X) = 0,6; P(\bar{X}) = 0,4; P(Y|X) = 0,6; P(\bar{Y}|\bar{X}) = 0,65$ nên $P(Y|\bar{X}) = 0,35$

X và \bar{X} là nhóm biến cố đầy đủ, áp dụng công thức Bayes ta có:

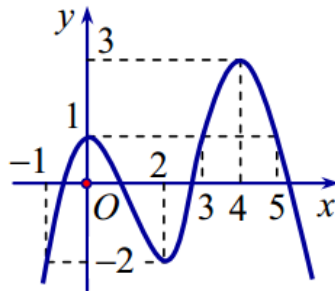
$$P(X|Y) = \frac{P(X)P(Y|X)}{P(X)P(Y|X) + P(\bar{X})P(Y|\bar{X})} = \frac{0,6 \cdot 0,25}{0,6 \cdot 0,25 + 0,4 \cdot 0,35} \approx 0,52$$

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-5; -2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$. Giá trị của $M - m$ bằng

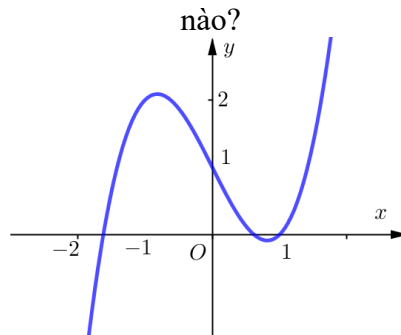


- A. 1. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 3. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{5x-16}$?

- A. $y = \frac{1}{5}$. B. $x = \frac{1}{5}$. C. $y = \frac{16}{5}$. D. $x = \frac{16}{5}$.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

- A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$.
 C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Câu 6. Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx$ bằng

- A. 12. B. 9. C. 5. D. 6.

d) $f(2) > f(3)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - 4x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực) liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng

$f(x)$ có nguyên hàm trên \mathbb{R} là $F(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(-2) = -6$.

a) $m = -4$.

b) $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

c) $\int_{-1}^5 f(x) dx = 108$.

d) $\int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(3; -1; 2)$.

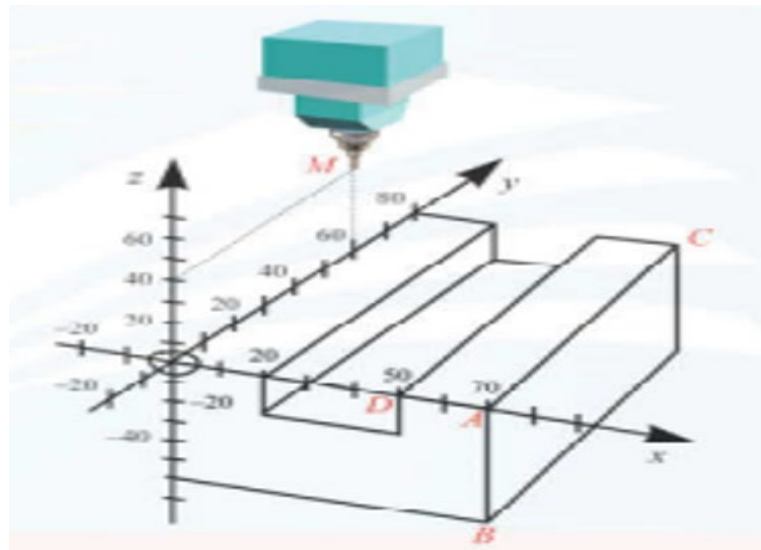
a) $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$.

b) $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; 1)$.

c) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

d) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Câu 4. Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình.



a) Véc tơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{k} = (0; 1; 1)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $y - 70 = 0$.

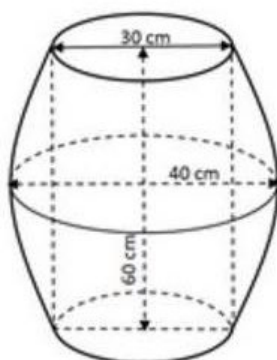
c) Phương trình tham số của đường thẳng AC là: $\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$.

d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là: $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 2. Một thùng đựng Bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Tính thể tích của thùng Bia hơi (giả sử độ dày vỏ không đáng kể và làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh X tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Một thợ xây cần xây một bể nước hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, chứa được 1 m^3 nước. Biết rằng chi phí để làm nắp đáy, tường xung quanh và đáy dưới là 1 triệu đồng trên 1 m^2 . Hỏi người thợ xây cần ít nhất bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng) để hoàn thành công việc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) \cdot \log_3(3x) < 1$ là khoảng (a, b) . Tính $a - b$.

Câu 6. Gọi H là đa giác lồi có các đỉnh được tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $(1 - 2 \sin 3x) + \cos 3x (\sin 3x - \cos 3x) = 0$ trên đường tròn lượng giác. Diện tích S của hình H là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

-----Hết-----

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	A	C	A	B	C	D	B	C	A	C

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	S
b)	S	Đ	S	S
c)	S	S	S	Đ
d)	S	S	Đ	S

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,73	63,8	0,54	6,54	$\frac{5}{6}$	2,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT:

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-5; -2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 3)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; -2)$.

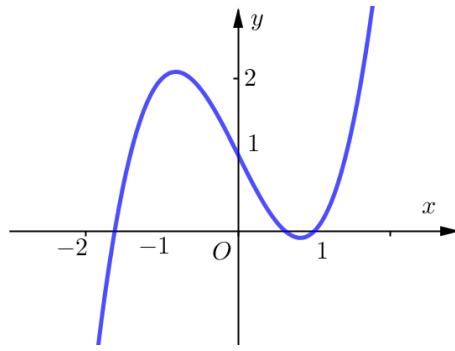
Câu 2. Dựa vào hình vẽ, ta có $M = 3; m = -2 \Rightarrow M - m = 5$.

Câu 3. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{16}{5} \right\}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{5x-16} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{5-\frac{16}{x}} = \frac{1}{5}.$$

Vậy đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^3 + 2x + 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 2x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D .

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A .

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B .

Vậy phương án đúng là C .

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

- A.** $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. **B.** $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. **C.** $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. **D.** $F_4(x) = 3x^3 + x^2$

Lời giải

Ta có: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x$; $F_2'(x) = x^2 + x$; $F_3'(x) = 3x^2 - 2x$; $F_4'(x) = 9x^2 + 2x$.

Suy ra: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x = f(x)$.

Vậy $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 2x$ trên \mathbb{R} .

Câu 6. Ta có: $\int_0^1 (3x+1)(x+3) dx = \int_0^1 (3x^2 + 10x + 3) dx = (x^3 + 5x^2 + 3x) \Big|_0^1 = 9$.

Vậy: $\int_0^1 (3x+1)(x+3) dx = 9$.

Câu 7. Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 HS được thể hiện trong bảng số liệu sau: (đơn vị: kg)

Cân nặng	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số HS	7	12	12	7	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** 50 **B.** 50,5. **C.** 52,5. **D.** 55,5.

Lời giải

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu thuộc nhóm [50; 60) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 50 + \frac{\frac{40}{4} - 7}{12} (60 - 50) = 52,5.$$

Câu 8. Quãng đường đi bộ tập thể dục mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Số ngày	3	6	5	5	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 3,1. **B.** 0,042. **C.** 0,206. **D.** 0,45.

Lời giải

Quãng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Giá trị đại diện	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
Số ngày	3	6	5	5	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3.2,4 + 6.2,8 + 5.3,2 + 5.3,6 + 1.4,0}{20} = 3,1$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3.2,4^2 + 6.2,8^2 + 5.3,2^2 + 5.3,6^2 + 1.4,0^2}{20} - 3,1^2 = 0,206$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{0,206} \approx 0,45$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;4)$ và $B(0;1;2)$. Tọa độ của vector \overline{BA} là

- A.** $(-1; -2; -2)$. **B.** $(1; 2; 2)$. **C.** $(-1; -2; 1)$. **D.** $(0; -2; -2)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vector pháp tuyến

$\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. **B.** $2x + 2y + z - 11 = 0$.
C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. **D.** $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$5(x - 2) + 2(y - 2) - 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 3z - 11 = 0$$

Vậy $(P): 5x + 2y - 3z - 11 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$ là

- A.** $\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = -2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 - 1t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = 2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; -2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0 \text{ là } \begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = -2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Câu 12. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(-2; 2; -1), R = 4$.

B. $I(-2; 2; -1), R = 8$.

C. $I(2; -2; 1), R = 4$.

D. $I(2; -2; 1), R = 8$.

Lời giải

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4^2$.

Vậy (S) là mặt cầu có tâm $I(2; -2; 1)$ và bán kính $R = 4$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

1	Giải chi tiết															
a) Đ	<p>Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.</p> <p>Bảng biến thiên</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">CT</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.</p>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'	$-$	0	$-$	$+$	y	$+\infty$	CT		$+\infty$
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$												
y'	$-$	0	$-$	$+$												
y	$+\infty$	CT		$+\infty$												
b) s	Hàm số có đúng 1 cực trị.															
c) s	Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ đạt tại $x = 1$.															
d) s	Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ nên $f(2) < f(3)$.															

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - 4x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực) liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng $f(x)$

có nguyên hàm trên \mathbb{R} là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -6$.

a) $m = -4$.

b) $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

c) $\int_{-1}^5 f(x) dx = 108$.

d) $\int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} nên $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = -3 \Leftrightarrow m = -4$.

b) Đúng.

Ta có $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + mx + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

$$F(-2) = (-2) - 2 \cdot (-2)^2 + C_2 = C_2 - 10 \Rightarrow C_2 = 10 - 6 = 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - x^2 + mx + C_1) = m + C_1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 2x^2 + C_2) = -1 + C_2 = 3.$$

Ta lại có $F(x)$ liên tục tại $x = 1$.

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = F(1) \Leftrightarrow m + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 3 - m = 7.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx = \int_{-1}^1 (1 - 4x) dx + \int_1^5 (3x^2 - 2x - 4) dx = 86$$

d) Sai.

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

$$\text{Khi } x = 1 \Rightarrow t = 0;$$

$$\text{Khi } x = e^2 \Rightarrow t = 2.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx &= \int_0^2 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \\ &= \int_0^1 (1 - 4x) dx + \int_1^2 (3x^2 - 2x - 4) dx = -1 \end{aligned}$$

Câu 3. Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	S	Đ

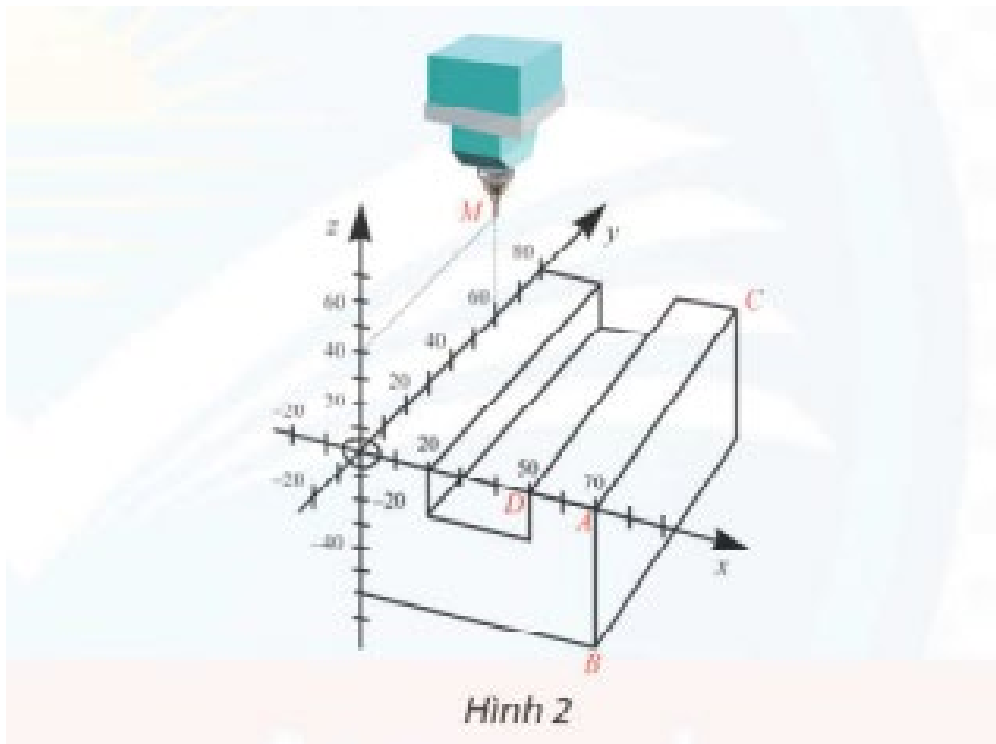
a) Ta có $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$. Suy ra a) đúng.

b) Ta có $A(1; -2; 3), C(3; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (2; 1; -1)$. Suy ra b) sai.

c) Do $3\overrightarrow{AC} = (6; 3; -3); \overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$. Suy ra c) sai..

d) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1); \overrightarrow{AC} = (2; 1; -1) \Rightarrow \frac{-3}{2} \neq \frac{3}{1} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Suy ra d) đúng.

Câu 4. Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như Hình 2.



Hình 2

a) Véc tơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{k} = (0; 1; 1)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $y - 70 = 0$

c) Phương trình tham số của đường thẳng AC là:
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là: $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$.

a) Sai. Ta có: $A(70; 0; 0)$, $B(70; 0; -60)$, $C(70; 80; 0)$, $D(50; 0; 0)$.

Mặt phẳng (ACD) đi qua $A(70; 0; 0)$ và vuông góc với trục Oz nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

b) Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(70; 0; 0)$ và vuông góc với trục Ox nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $1(x - 70) = 0 \Leftrightarrow x - 70 = 0$.

c) Đường thẳng AC đi qua điểm $A(70; 0; 0)$ và có vectơ chỉ phương là

$$\vec{AC} = (0; 80; 0) = 80(0; 1; 0).$$

Do đó đường thẳng AC có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}.$$

d) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) là: $d(M, (ABC)) = \frac{|0 - 70|}{1} = 70$.

Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) là:

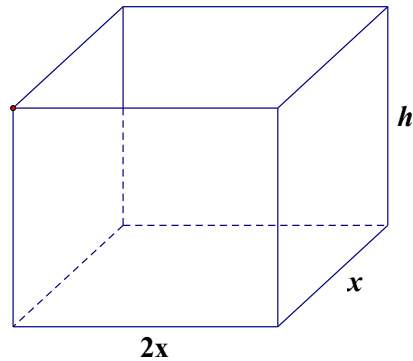
$$\begin{aligned} (x - 0)^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 &= 70^2. \\ \Leftrightarrow x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 &= 4900. \end{aligned}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 0,73.



Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ, với $x, h > 0$.

Theo đề bài ta có: $2x^2 + 2xh + 4xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4 - 2x^2}{6x}$.

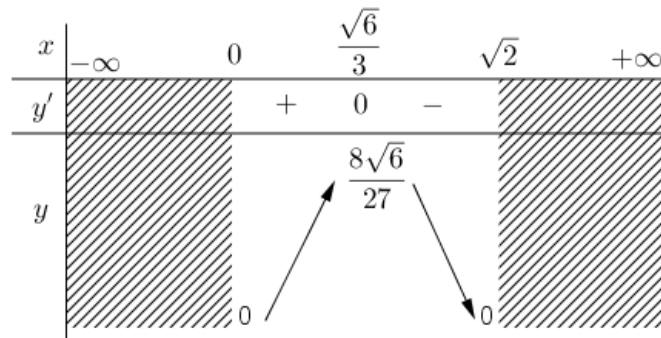
Do $x > 0, h > 0$ nên $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$.

Thể tích của bể cá là $V = 2x^2h = \frac{4x - 2x^3}{3} = f(x)$, với $x \in (0; \sqrt{2})$.

Ta có: $f'(x) = \frac{4}{3} - 2x^2$

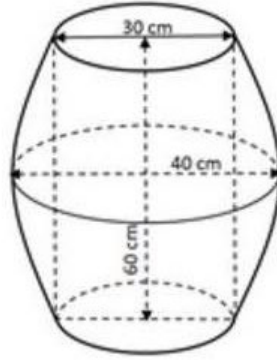
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ (vì $x > 0$)

Bảng biến thiên



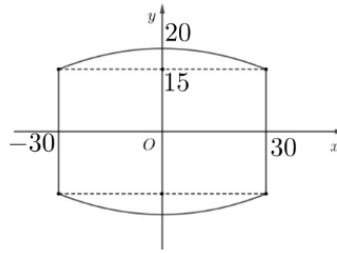
Vậy bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\frac{8\sqrt{6}}{27}\text{ m}^3 \approx 0,73\text{ m}^3$.

Câu 2. Một thùng đựng Bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Tính thể tích của thùng Bia hơi. (làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là parabol đi qua điểm $A\left(3; \frac{3}{2}\right)$ và có đỉnh $I(0; 2)$ (hình vẽ bên dưới).



Khi đó thể tích thùng Bia bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi (P) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 3; x = -3$ quay quanh trục Ox .

Ta thấy (P) có đỉnh $I(0; 2)$ nên $(P): y = ax^2 + 2$, mặt khác (P) đi qua điểm $A\left(3; \frac{3}{2}\right)$ nên ta tìm được (P) có phương trình $y = \frac{-x^2}{18} + 2$.

Khi đó thể tích thùng Bia là:

$$V = \pi \int_{-3}^3 \left(\frac{-x^2}{18} + 2 \right)^2 dx = \frac{203}{10} \pi (dm^3) \approx 63,8 \text{ (lít)}.$$

Câu 3. Đáp án: 0,54

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra \bar{A} là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh ung thư”

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

Câu 4. Gọi x là độ dài cạnh đáy và h là độ dài cạnh bên của khối lăng trụ. Để chi phí xây dựng là ít nhất thì diện tích toàn phần hình lăng trụ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } V = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = 1 \Leftrightarrow h = \frac{4}{\sqrt{3}x^2}.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là } S_p = 3xh + \frac{x^2\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{x} + \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$$

$$S_p = \frac{2\sqrt{3}}{x} + \frac{2\sqrt{3}}{x} + \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \geq 3\sqrt{3}\sqrt{6\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } \min S_p = 3\sqrt{3}\sqrt{6\sqrt{3}} \text{ khi } \frac{2\sqrt{3}}{x} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4}.$$

Chi phí xây bẻ là $T = 3\sqrt{3}\sqrt{6\sqrt{3}} \cdot 1000000 \approx 6546742$ (đồng) $\approx 6,5$ (triệu đồng).

Do đó số tiền ít nhất người thợ cần bỏ ra là $T \approx 6,5$ (triệu đồng).

Câu 5.

$$\text{Ta có } \log_2(2x) \cdot \log_3(3x) < 1 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(1 + \log_3 x) < 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 x + \log_2 x \log_3 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 2 \cdot \log_2 x + \log_2 x \log_3 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(1 + \log_3 2 + \log_3 x) < 0 \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_3(6x) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log_3(6x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 < x < \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{6} < x < 1.$$

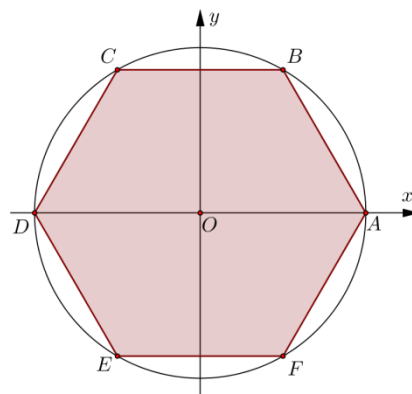
$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left(\frac{1}{6}; 1\right).$$

Câu 6: Ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$1 - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x - \cos^2 3x = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 3x - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 3x - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x(\sin 3x + \cos 3x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin 3x + \cos 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \text{ (VN)} \end{cases}$$



Ta có các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là các đỉnh của lục giác đều $ABCDEF$ như hình vẽ.

$$\text{Diện tích } S = 6S_{\Delta OAB} = 6 \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB \sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6.$$

Họ và tên học sinh: Số báo danh: Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			-1		-2		-1		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	-5		1		-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $-\sin x + C$. C. $\sin x + C$. D. $\cos x + C$.

Câu 4. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 5. Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A , B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A. 0,24. B. 0,36. C. 0,16. D. 0,48.

Câu 6. Cho A , B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$
C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$ D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

Câu 7. Trong không gian, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 60° , khi đó: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ có giá trị bằng.

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. -2

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;3;3)$. Khi đó

A. $\vec{AB} = (0;3;0)$. B. $\vec{AB} = (-1;2;3)$. C. $\vec{AB} = (1;2;3)$. D. $\vec{AB} = (-1;4;3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $x = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x + y = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ

phương là

A. $\vec{u}_4(1; -2; -1)$.

B. $\vec{u}_1(-1; 2; 3)$.

C. $\vec{u}_2(2; 1; 1)$.

D. $\vec{u}_3(2; 1; 3)$.

Câu 11. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

B. $P = x^{\frac{3}{5}}$.

C. $P = x^{\frac{8}{15}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Câu 12. Cho b là số thực dương tùy ý, $\log_3 b$ bằng

A. $2\log_3 b$.

B. $\frac{1}{2}\log_3 b$.

C. $-2\log_3 b$.

D. $-\frac{1}{2}\log_3 b$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2024}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

a) (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) (C) có đường tiệm cận xiên là $y = -x + 1$.

c) (C) Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

d) Trên (C) có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 2. Cho $I = \int 2x(3x - 2)^6 dx = A(3x - 2)^8 + B(3x - 2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{Q}$.

a) đặt $t = 3x - 2$ thì $dt = 3 \cdot dx$

b) khi đó $I = \int 2(t + 2)t^6 dt$

c) $I = \frac{1}{4}(3x - 2)^8 + \frac{4}{7}(3x - 2)^7 + C$

d) Giá trị của biểu thức $12A + 7B$ là $\frac{7}{9}$

Câu 3. kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B .

Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Cỡ của mẫu số liệu trường A là 18, cỡ của mẫu số liệu trường B là 12.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: 1,73
- Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$ và góc $AC = 2a$. Biết

$SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{2}$.

a) Tổng số mặt và số đỉnh của hình chóp là 8.

b) tan góc tạo bởi SC và (ABC) là $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

c) Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{30}}{10}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 (m/s) **B.** 30 (m/s) **C.** 400 (m/s) **D.** 54 (m/s)

Câu 2. Anh Phong có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $20\text{con} / m^2$ và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8\text{con} / m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh nên mua bao nhiêu cá giống để thả? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): y-1=0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$ và hai điểm

$A(-1;-3;11)$, $B\left(\frac{1}{2};0;8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho $d(M,d)=2$ và $NA=2NB$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN ?

Câu 4. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2-2)(2x+1)$ và $F(-1)=\frac{1}{6}$. Tính

$F\left(-\frac{1}{2}\right)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh A mà tỉ lệ mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm B mà ai mắc bệnh A khi xét nghiệm B cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên có 6% những người không bị bệnh A lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm B. Chọn ngẫu nhiên một người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm B. Xác suất người đó mắc bệnh A là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Xét các số thực dương a, b, c lớn hơn 1 (với $a > b$) thỏa mãn $4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng bao nhiêu?

-----Hết-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	C	A	D	A	C	B	A	A	C	B

PHẦN II.

Điểm tối đa 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
Chọn	54	512	1	0,49	0,03	5

-----Hết-----

PHẦN I.

Câu 1. Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$ đồng biến ở vị trí đạo hàm mang dấu dương, $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Chỉ có đáp án D thỏa.

Câu 2. Từ bảng biến thiên ta có:

- + Tiệm cận ngang $y = -5$
- + Tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 3. Dựa vào bảng công thức nguyên hàm cơ bản. Chọn C

Câu 4. Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 5. Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.

Câu 6. Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Từ đó suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Câu 7. Ta có, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

Câu 8. $\overline{AB} = (-1; 2; 3)$.

Câu 9. Mặt phẳng (Oxy) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$, nhận vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là vector pháp tuyến

\Rightarrow Phương trình tổng quát: $0.(x-0) + 0.(y-0) + 1.(z-0) = 0 \Rightarrow (Oxy): z = 0$.

Câu 10. Véc Tơ chỉ phương có tọa độ nằm ở hệ số của tham số t: $\vec{u}_4(1; -2; -1)$

Câu 11. $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1+1}{3}} = x^{\frac{8}{15}}$.

Câu 12. Ta có $\log_3 b = \frac{1}{2} \log_3 b$.

PHẦN II.

Câu 1. $y = \frac{x^2 - 2x + 2024}{x-1} = x-1 + \frac{2023}{x-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

a. (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$. Đ

b. (C) có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$. S

c. (C) hàm số không có GTLN- GTNN vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ S

d. $M(x; y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x \in Z \\ y \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in Z \\ 2023:(x-1) \end{cases}$ 2023 có 4 ước số nên có 4 điểm. Đ

Câu 2. Đặt $t = 3x - 2 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$. Đúng

Khi đó.

b) $\int 2x(3x-2)^6 dx = \frac{2}{3} \int \frac{t+2}{3} t^6 dt = \frac{2}{9} \int (t^7 + 2t^6) dt = \frac{2}{9} \left(\frac{t^8}{8} + \frac{2t^7}{7} \right) + C$. Sai

c) $= \frac{1}{36} (3x-2)^8 + \frac{4}{63} (3x-2)^7 + C$. Sai

d) Từ đó ta có $A = \frac{1}{36}$, $B = \frac{4}{63}$. Suy ra $12A + 7B = \frac{7}{9}$. Đúng

Câu 3. a) Cỡ mẫu: $n_A = 18$,) Cỡ mẫu: $n_B = 15$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2 \in [5; 6); y_3; \dots; y_7 \in [6; 7); y_8; \dots; y_{11} \in [7; 8); y_{12}; \dots; y_{14} \in [8; 9); y_{15} \in [9; 10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

nhóm là: $Q'_1 = 6 + \frac{\frac{15}{5} - 2}{5} (7 - 6) = 6,35$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là: $Q'_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 15}{3} - (2 + 5 + 4)}{3} (9 - 8) = 8,08$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = 1,73$

c) Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn nên **c đúng**

d) Xét số liệu của trường A:

Số trung bình: $\bar{x}_A = \frac{4.5,5 + 5.6,5 + 3.7,5 + 4.8,5 + 2.9,5}{18} = 7,22$

Độ lệch chuẩn: $\sigma_A = \sqrt{\frac{4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 3.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2}{18} - 7,22^2} \approx 1,79$

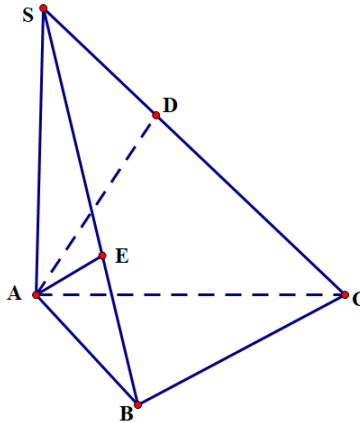
Xét số liệu của trường B:

Số trung bình: $\bar{x}_B = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = 7,23$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma_B = \sqrt{\frac{2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2}{15} - 7,23^2} \approx 1,31$$

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn nên **d sai**

Câu 4



a) Hình tứ diện có 4 mặt và 4 đỉnh, nên tổng số đỉnh và số mặt là 8 (Đúng)

b) góc tạo bởi SC và (ABC) là góc (SCA). $\tan(\text{SCA}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (Sai)

c) Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ (Đúng)

d) Trong (SAC) kẻ $AD \perp SC \Rightarrow d(A, SC) = AD$

Xét tam giác ABC vuông tại B có

$(SAB) \perp (SBC), (SAB) \cap (SBC) = SB$

Trong (SAB) kẻ $AE \perp SB$

$\Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AE$

Xét tam giác ABC vuông tại B có

$$\tan \widehat{CAB} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$$

Xét tam giác SAB vuông tại A có

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{5}{6a^2} \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

PHẦN III.

Câu 1. Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ với $t \in [0; 10]$.

Ta có : $v'(t) = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Suy ra: $v(0) = 0; v(10) = 30; v(6) = 54$. Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54 (m/s).

Câu 2. Số cá anh Phong thả trong vụ vừa qua là $50.20 = 1000$ (con)

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần là $\frac{1500}{1000} = 1,5 \text{ kg} / \text{con}$

Gọi $x > 0$ là số cá anh cần thả ít đi cho vụ tới nên sẽ tăng $0,0625x$ kg/con

Ta có phương trình tổng khối lượng cá thu được $T = f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = -0,125x + 61 = 0 \Rightarrow x = 488 \\ f''(x) = -0,125 \end{cases} \Rightarrow \max f(x) = 16384 \Leftrightarrow x = 488$$

Vậy ở vụ sau anh chỉ cần thả $1000 - 488 = 512$ con cá giống.

Câu 3. Gọi $I = d \cap (P) \Rightarrow I(1; 2 - t; 1)$

$$I \in (P) \Rightarrow 2 - t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; 1; 1)$$

Ta có $d \perp (P) \Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(1; 1; 1), R_1 = 2$.

$$N(x; y; z) \Rightarrow \overline{NA}(-1 - x; -3 - y; 11 - z); \overline{NB}\left(\frac{1}{2} - x; -y; 8 - z\right)$$

$$NA = 2NB \Leftrightarrow (1 + x)^2 + (3 + y)^2 + (11 - z)^2 = 4 \left[\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + y^2 + (8 - z)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 6y - 42z + 126 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14z + 42 = 0$$

Vậy $N \in S(J(1; 1; 7); R_2 = 3)$ và $J \in (P): y = 1$

Nên N thuộc đường tròn tâm $J(1; 1; 7); R_2 = 3$

Ta có $IJ = 6 > R_1 + R_2 \Rightarrow MN_{\min} = IJ - R_1 - R_2 = 1$

Câu 4. Ta có: $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2$.

$$\text{Suy ra } F(x) = \int f(x) dx = \int (2x^3 + x^2 - 4x - 2) dx$$

$$= \int 2x^3 dx + \int x^2 dx - \int 4x dx - \int 2 dx$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 2x + C, C \in \mathbb{R}$$

Mà $F(-1) = \frac{1}{6}$ nên suy ra $C = 0$. Vậy hàm số $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 2x$. Suy ra

$$F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{47}{96} \approx 0,49.$$

Câu 5. Xét các biến cố:

X: “Người được chọn mắc bệnh A”.

Y: “Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm B”.

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$

$P(B \setminus A) = 1$; $P(B \setminus \bar{A}) = 0,06$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A).P(B \setminus A)}{P(A).P(B \setminus A) + P(\bar{A}).P(B \setminus \bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm B thì xác suất bị mắc bệnh A của người đó là khoảng 0,03.

Câu 6. Đặt $\log_c a = x$, $\log_c b = y$.

Vì $a, b, c > 1$ và $a > b$ nên suy ra $\log_c a > \log_c b$ hay $x > y > 0$.

Từ giả thiết suy ra: $4 \left(\frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} \right) = 25 \cdot \frac{1}{\log_c ab} \Leftrightarrow \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{25}{x+y}$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+y)^2}{xy} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{17}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 4 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 4y \text{ (vì } x > y \text{)}.$$

Ta có: $A = \log_b a + \log_a c + \log_c b = \frac{\log_c a}{\log_c b} + \frac{1}{\log_c a} + \log_c b = \frac{x}{y} + \frac{1}{x} + y$

Thay $x = 4y$, tính đạo hàm, vẽ BBT, tìm được $\min A = 5$.

..... *HẾT*

- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-5;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:
- A. $M(1;0;-3)$. B. $M(0;2;-3)$. C. $M(1;-2;1)$. D. $M(1;2;3)$.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(-1;0;1)$ và $R=3$. B. $I(-1;1;0)$ và $R=3$.
C. $I(2;0;-2)$ và $R=\sqrt{15}$. D. $I(2;-2;0)$ và $R=\sqrt{15}$.
- Câu 10.** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [80;100). B. [20;40). C. [40;60). D. [60;80).
- Câu 11.** Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.
- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{37}{42}$. D. $\frac{5}{42}$.
- Câu 12.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ \overrightarrow{AF} và \overrightarrow{EG} bằng:
- A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 90° .

Phần II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 2024$. Khi đó:
- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = -4x^3 - 16x$.
b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
d) Giá trị cực đại của hàm số trên bằng 2024
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khi đó:
- a) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$.
b) $\int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 3x - 2 \ln x + C (\forall x \in (0; +\infty))$.
c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \frac{\pi}{30}$.

d) Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; đường thẳng d và các đường thẳng $x = 1; x = 4$ là:

$$S = \frac{20}{3}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Khi đó:

a) Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;1;-2)$ và có bán kính $R = 3$.

b) Điểm $A(3;1;0)$ nằm trên mặt cầu (S) .

c) Tâm mặt cầu (S) cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2.

d) Khi mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị $m = 2$.

Câu 4. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

Phần III (3 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

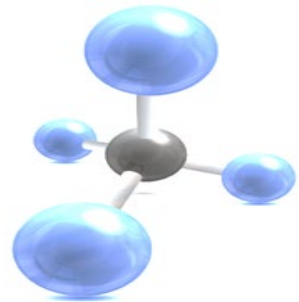
Câu 1. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 2. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 29 cm , trục nhỏ 26 cm . Biết cứ 1000 cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố (làm tròn kết quả hàng đơn vị). Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là 1 cm .

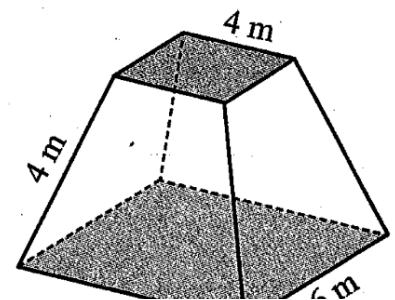
Câu 3. Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là $3m$ và $4m$ và độ cao của giếng trời là $2m$ (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



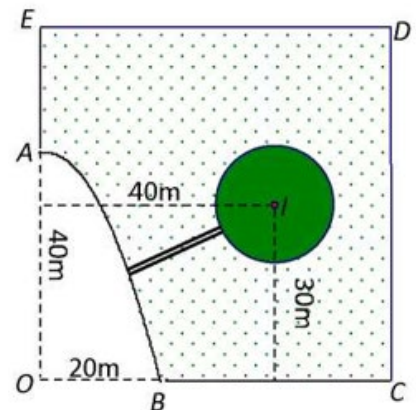
Câu 4. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H - C - H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này (làm tròn kết quả đến độ).



Câu 5. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài $6m$, cạnh đáy trên dài $4m$, cạnh bên dài $4m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng $/m^3$. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 6. Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính $10m$, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:



- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là $40m$ và $30m$.

.....**Hết**.....

PHẦN I (3.0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	C	C	B	B	A	C	A	C	B	C

PHẦN II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III (3.0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	16	183	63,9	61	142	17,7

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần I (3.0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là.

A. $\{4\}$

B. $\{-4\}$

C. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$

D. $\{-4; 4\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2 - 7 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{7} \\ x > \sqrt{7} \end{cases}$

$$\log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3; u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng.

A. $\frac{1}{3}$.

B. -2

C. 3

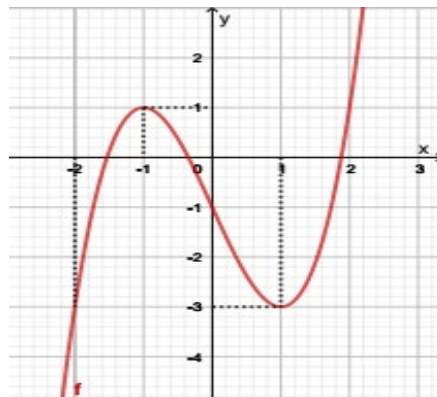
D. 2

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-2; -1)$ đồ thị đi lên do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	\parallel	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$.

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 4 + 2 \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -2 \sin x + C$. B. $\int f(x) dx = 4x + 2 \sin x + C$.

C. $\int f(x) dx = 4x - 2 \sin x + C$. D. $\int f(x) dx = 4x + 2 \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x) dx = 4x + 2 \sin x + C$.

Câu 7. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành.

- A. $S = 6$. B. $S = 16$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = 13$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6.$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-5;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A.** $M(1;0;-3)$. **B.** $M(0; 2;-3)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , Khi đó tọa độ của M được tính bởi:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A.** $I(-1;0;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;1;0)$ và $R=3$.
C. $I(2;0;-2)$ và $R=\sqrt{15}$. **D.** $I(2;-2;0)$ và $R=\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn A.

Với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ phương trình mặt cầu có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Khi đó tâm $I(a;b;c)$ và $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} -2a = 2 \\ -2b = 0 \\ -2c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \text{ và } d = -7$$

Tâm $I(-1;0;1)$ và $R = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 - (-7)} = 3$

Câu 10. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A.** [80;100). **B.** [20;40). **C.** [40;60). **D.** [60;80).

Lời giải

Chọn C.

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa một là $[40; 60)$.

Câu 11. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{37}{42}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_9^3 = 84$.

Số kết quả thuận lợi của biến cố là: $|\Omega_A| = C_4^3 = 4$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{21}$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ \overrightarrow{AF} và \overrightarrow{EG} bằng

A. 30° .

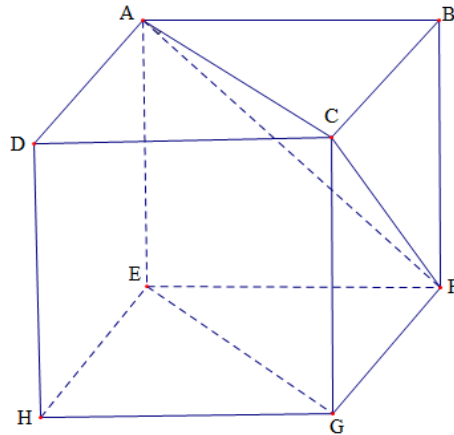
B. 120° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{CAF}$.

$\triangle CAF$ là tam giác đều, nên $\widehat{CAF} = 60^\circ$.

Phần II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 2024$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = -4x^3 - 16x$.

b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

d) Giá trị cực đại của hàm số trên bằng 2024.

Lời giải

a) Ta có: $y' = -4x^3 + 16x$. **Sai**

b) Ta có hàm số có 3 cực trị trong đó có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu. **Đúng**

c) Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow 2040$	$\searrow 2024$	$\nearrow 2040$	$\searrow -\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. **Đúng**

d) Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có giá trị cực đại là 2040. **Sai**

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khi đó

a) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$.

b) $\int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 3x - 2 \ln x + C \quad (\forall x \in (0; +\infty))$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \frac{\pi}{30}$.

d) Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; đường thẳng d và các đường thẳng $x = 1; x = 4$ là $S = \frac{20}{3}$

Lời giải.

a) Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2) dx = \frac{5}{6}$. **Đúng**

b) $\int \frac{f(x)}{x} dx = \int \left(x - 3 + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 2 \ln x + C \quad (\forall x \in (0; +\infty))$. **Đúng.**

c) Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx = \frac{\pi}{30}$. **Đúng.**

d) Lập phương trình đường thẳng d qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$ ta được
 $d : y = -x + 2$

Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x); y = -x + 2$ và các đường thẳng $x = 1; x = 4$ là $S = \int_1^2 |f(x) - (-x + 2)| dx + \int_2^4 |f(x) - (-x + 2)| dx = \frac{22}{3}$. **Sai**

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;1;-2)$ và có bán kính $R = 3$

b) Điểm $A(3;1;0)$ nằm trên mặt cầu (S) .

c) Tâm mặt cầu (S) cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2.

d) Khi mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị $m = 2$.

Lời giải

a) $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9 \Rightarrow I(0;1;-2)$ là tâm của (S) , bán kính $R = 3$. **Đúng**

b) Do $3^2 + (1-1)^2 + (0+2)^2 \neq 9 \Rightarrow A(3;1;0) \notin (S)$. **Sai**

c) Do $I(0;1;-2) \Rightarrow I \in (Oyz) \Rightarrow d(I; (Oyz)) = 0$. **Sai**

d) Do (S) có bán kính $R = 3$ nên để mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì tâm

$I(0;1;-2) \in (P) \Rightarrow 0 + m \cdot 1 - (-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$. **Sai**

Câu 4: Một công ty đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

Lời giải

a) Theo giả thiết suy ra: $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(AB) = 0,3$

Có: $P(A).P(B) = 0,4.0,5 = 0,2 \neq 0,3 \Rightarrow A$ và B là hai biến cố không độc lập. **Sai.**

b) Gọi C là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án” $\Rightarrow C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$ mà \overline{AB} và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B})$

Có: $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$

Vậy: $P(C) = 0,2 + 0,1 = 0,3$. **Sai.**

c) Gọi D là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow D = B | A$

Khi đó: $P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$. **Đúng.**

d) Gọi E là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow E = B | \overline{A}$.

Khi đó: $P(E) = P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$. **Sai.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$.

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\frac{8000}{30x}$.

Tổng chi phí để sản xuất là: $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$

Ta có: $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16(\text{loại}) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	0	16	$+\infty$
$P'(x)$		-	0
		-	+
$P(x)$	$+\infty$		$+\infty$
			6400

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Đáp án: 16

Câu 2. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 29 cm, trục nhỏ 26 cm. Biết cứ 1000 cm³ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là 1 cm.

Lời giải

Phần lõi dưa hấu là đường elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm có phương trình

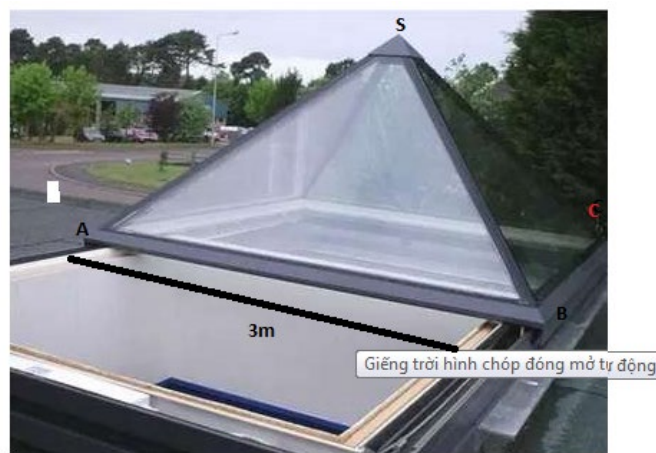
$$\frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y = \pm \frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó thể tích quả dưa là } V &= \pi \int_{-14}^{14} \left(\frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}\right)^2 dx = \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \int_{-14}^{14} \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) dx \\ &= \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \left(x - \frac{x^3}{3 \cdot 14^2}\right) \Big|_{-14}^{14} = \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \frac{56}{3} \\ &= \frac{8750\pi}{3} \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

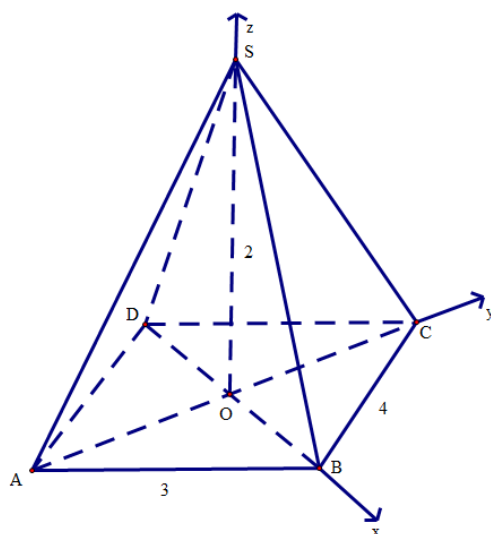
Do đó tiền bán nước thu được là $\frac{8750\pi \cdot 20000}{3 \cdot 1000} \approx 183259$ đồng.

Đáp án: 183.

Câu 3. Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3m và 4m và độ cao của giếng trời là 2m (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phân chục).



Lời giải



Đặt giăng trời trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có

$$O(0;0;0); B\left(\frac{5}{2};0;0\right); C\left(0;\frac{5}{2};0\right); D\left(-\frac{5}{2};0;0\right); S(0;0;2)$$

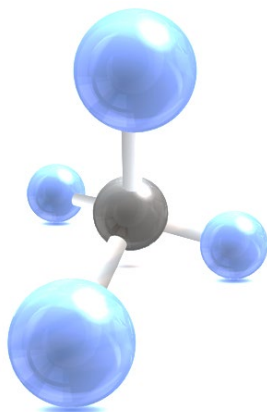
$$[\overline{SB}; \overline{SC}] = \left(5; 5; \frac{25}{4}\right) \text{ nên chọn } \vec{vptn}_{(SBC)} = (4; 4; 5).$$

$$[\overline{SD}; \overline{SC}] = \left(5; -5; -\frac{25}{4}\right) \text{ nên chọn } \vec{vptn}_{(SDC)} = (4; -4; -5).$$

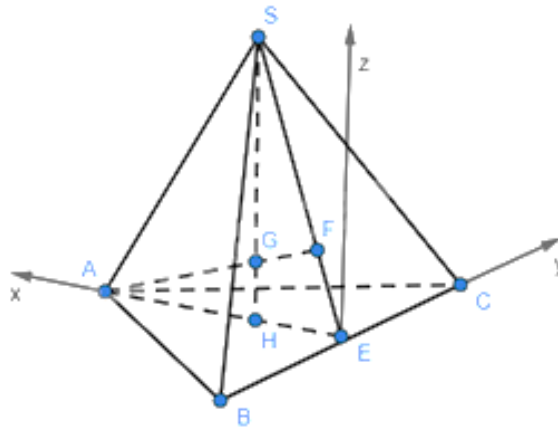
$$\cos((SBC); (SDC)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SDC)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| |\vec{n}_{(SDC)}|} = \frac{25}{57} \Rightarrow \widehat{((SBC); (SDC))} \approx 63,9^\circ.$$

Đáp án: 63,9.

Câu 4. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



Lời giải



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overline{GA}, \overline{GS})$

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với E trùng với gốc tọa độ O .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là a .

$$\text{Ta có: } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\text{Lại có: } \frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA \text{ và } AF \text{ cắt } SH \text{ tại } G \text{ nên } \frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right)$$

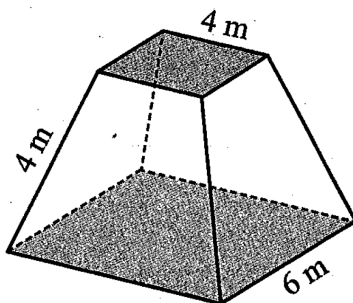
$$\text{Do đó: } \overline{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\overline{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overline{GA}, \overline{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overline{GA}, \overline{GS}) \approx 109^\circ.$$

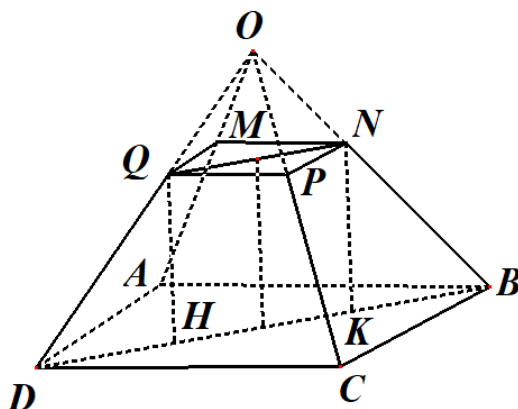
Đáp án: 109.

Câu 5. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/m³. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải.

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác BNQD là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m² và 16 m². Thể tích của khối chóp cụt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

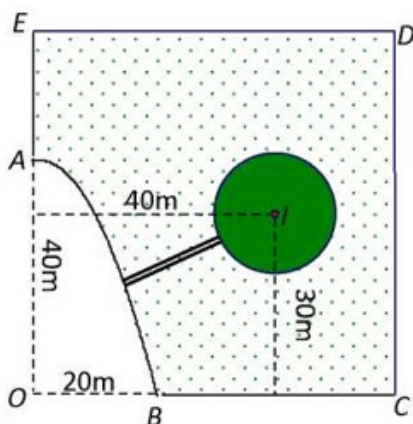
Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp án: 142.

Câu 6. Một cái ao có hình ABCDE (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.



Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc như sau: Góc O , chiều dương trục hoành là tia OC , chiều dương trục tung là tia OE , đơn vị hai trục là đơn vị độ dài (1m). Khi đó ta có phương trình Parabol là: $y = -\frac{1}{10}x^2 + 40$ và phương trình đường tròn là: $(x - 40)^2 + (y - 30)^2 = 100$

Đường tròn có tâm $I(40;30)$ và bán kính $R = 10$.

Lấy điểm $M\left(t; -\frac{1}{10}t^2 + 40\right)$ (với $0 \leq t \leq 20$) nằm trên parabol thì khoảng cách ngắn nhất từ M

đến đường tròn là $IM - R = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10$

Tìm GTNN của hàm số $f(t) = \frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700$ trên đoạn $[0;20]$ ta được

$$\min_{[0;20]} f(t) \approx 768,0877$$

Do đó độ dài ngắn nhất $l \approx \sqrt{768,0877} - 10 \approx 17,7$.

Đáp án: 17,7.

.....**Hết**.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. *Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$
- B. Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$
- C. Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công sai $q = -5$
- D. Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -5$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x$.
- B. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.
- C. $y' = 3^x \ln 3$.
- D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 3. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$ là:

- A. $\frac{1}{3} < x < 3$
- B. $x > 3$
- C. $x < 3$
- D. $x > \frac{10}{3}$

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{1}{3}$.
- C. $\frac{1}{4}$.
- D. $\frac{1}{6}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ -3	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$.
- B. $(-\infty; 2)$.
- C. $(-1; 4)$.
- D. $(-3; 2)$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. -1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. -2.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		-	-	0	+
y	-3	$-\infty$	$+\infty$	-5	2

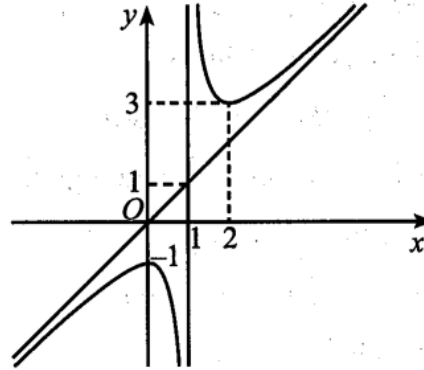
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình vẽ?



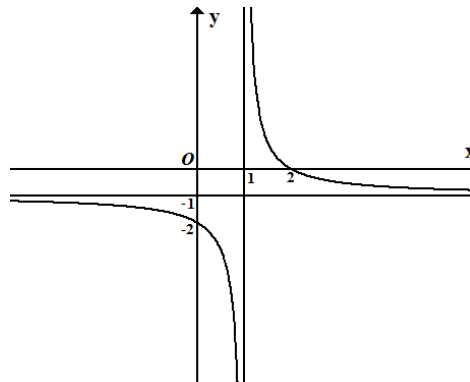
A. $y = x - \frac{1}{x-1}$.

B. $y = -x + \frac{1}{x-1}$.

C. $y = -x - \frac{1}{x-1}$.

D. $y = x + \frac{1}{x-1}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

Câu 10. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$ là:

A. $(0; -1; 1)$.

B. $(0; 1; 1)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(-1; 0; 0)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3; 1; 4)$ và $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; 5)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(-6; 2; 0)$.

B. $C(4; 2; -1)$.

C. $C(-12; 0; 8)$.

D. $C(3; -1; -5)$.

Câu 12. Hàm số $F(x) = 2x + \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x$.

B. $2 + 2 \cos 2x$.

C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x$.

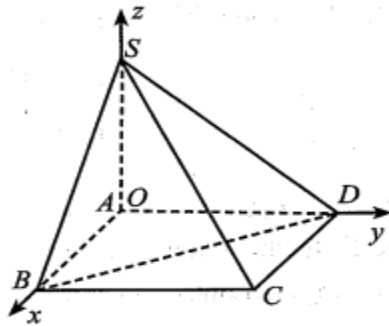
D. $2 - 2 \cos 2x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng, sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x^3 + 2(m+1)x^2 + 6x + 4 + 2m$. Khi đó:

- Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$
- Hàm số không có cực trị khi $m = 1$
- Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đồng biến trên \mathbb{R}
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $m \in (2; 5)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0), B(4;0;0), D(0;10;0)$ (Hình vẽ).



Hình 4

- Toạ độ điểm $C(4;10;0)$.
- Toạ độ của vectơ \overrightarrow{SC} là $(4;10;-3,5)$.
- Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.
- Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 20° .

Câu 3. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh là 87,5 m
- Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn $v_2(t) = -70t + 385$.
- Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 5 giây.
- Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn 96,25 m.

Câu 4. Khi kiểm tra sức khoẻ tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện A, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress, là 0,7.
- Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là 0,6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1.

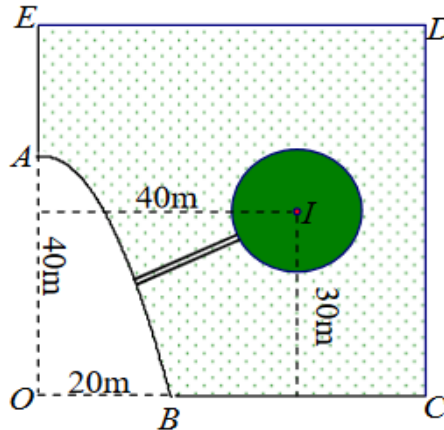
Câu 1. Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $262m$ và cạnh bên là $230m$. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 2. Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10(m)$. Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;

- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt $40m$ và $30m$.



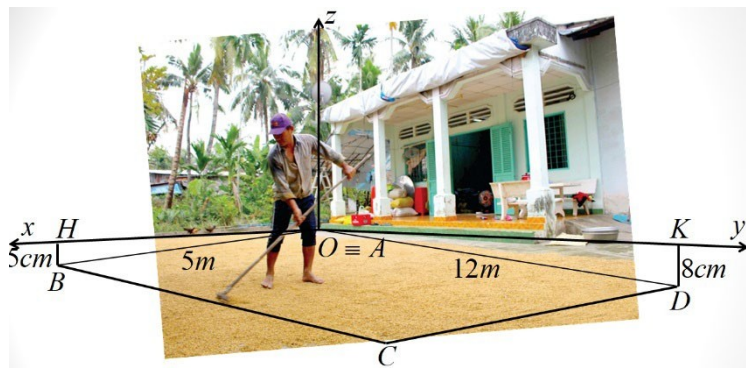
Câu 3. Trong không gian, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến với mặt cầu là AB, AC, AD (B, C, D là các tiếp điểm). Mặt phẳng (BCD) cắt trục Oz tại $M(0;0;m)$. Tìm m .

Câu 4. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng $1m$, trục bé bằng $0,8m$, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng $3m$. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6m$. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



Câu 5. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thôi nôi,...Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5m$ và $AD = 12m$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là $5cm$, vị trí D thấp hơn vị trí A là $8cm$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị

trí A bao nhiêu cm? (làm tròn đến cm).



Câu 6. Một chiếc hộp có 40 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 28 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân lấy ngẫu nhiên viên bi từ chiếc hộp đó hai lần, mỗi lần lấy ra một viên bi và viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng bằng $\frac{a}{b}$. Khi đó tính giá trị $a + b$.

----- HẾT -----

PHẦN ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	D	A	C	C	D	C	A	C	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	6	17,7	44	1,52	0,45	22

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. *Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$
- B.** Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$
- C.** Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công sai $q = -5$
- D.** Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -5$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $u_n - u_{n-1} = 2n - 5 - 2(n-1) + 5 = 2$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = 3^x$.

B. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.

C. $y' = 3^x \ln 3$.

D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$y' = (3^x)' = 3^x \ln 3$$

Câu 3. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là:

A. $\frac{1}{3} < x < 3$

B. $x > 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $3x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{3}$

Bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3 \Rightarrow 3x-1 > 8 \Rightarrow x > 3$

Vậy $x > 3$

Câu 4.

Trong mẫu số liệu ghép nhóm ta có đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 155$, đầu mút phải của nhóm 5 là $a_5 = 180$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = a_5 - a_1 = 180 - 155 = 25$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		$-\infty$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-1; 4)$.

D. $(-3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

A. -1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. -2 .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$y(1) = -1; y(-1) = 3; y(2) = 3; y(-2) = -1$

Vậy GTLN của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là 3 .

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

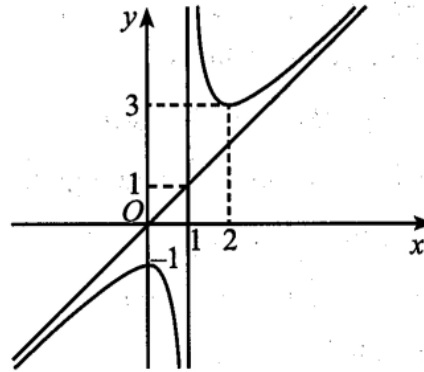
- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$. Vậy TCN của đồ thị hàm số $y = 1$

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình vẽ?



- A. $y = x - \frac{1}{x-1}$. B. $y = -x + \frac{1}{x-1}$ C. $y = -x - \frac{1}{x-1}$. D. $y = x + \frac{1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có TCX $y = x$

Và đồ thị đi qua điểm (2;3)

Câu 9. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là:

- A. $-9m/s^2$. B. $9m/s^2$. C. $-12m/s^2$. D. $12m/s^2$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = S' = 3t^2 - 6t - 9 \\ a = S'' = 6t - 6 \end{cases}$$

$$\text{Khi vận tốc bị triệt tiêu tức } v = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 < 0 \\ t = 3 (tm) \end{cases}$$

Khi đó gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là $a = 6.3 - 6 = 12 (m/s^2)$.

Câu 10. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$ là:

- A. (0; -1; 1). B. (0; 1; 1). C. (1; 0; 0). D. (-1; 0; 0).

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\vec{k} = (0; 0; 1); \vec{j} = (0; 1; 0) \Rightarrow \vec{u} = \vec{k} - \vec{j} = (0; -1; 1)$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1;0;-1); R = 4$.

B. $I(1;0;-1); R = 2$.

C. $I(-1;0;1); R = 2$.

D. $I(1;0;-1); R = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là $I(-1;0;1); R = 2$.

Câu 12. Hàm số $F(x) = 2x + \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x$.

B. $2 + 2 \cos 2x$.

C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x$.

D. $2 - 2 \cos 2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $F(x) = 2x + \sin 2x \Rightarrow F'(x) = 2 + 2 \cos 2x$.

Vậy hàm số $F(x) = 2x + \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $2 + 2 \cos 2x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng, sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x^3 + 2(m+1)x^2 + 6x + 4 + 2m$. Khi đó:

a) Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

b) Hàm số không có cực trị khi $m = 1$

c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $m \in (2; 5)$

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+ Khi $m = -1$ ta có $y = 2x^3 + 6x + 2 \Rightarrow y' = 6x^2 + 6 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Rightarrow$ a đúng

+ Khi $m = 1$ ta có $y = 2x^3 + 4x^2 + 6x + 6 \Rightarrow y' = 6x^2 + 8x + 6$

Có $\Delta' = 16 - 36 = -20 < 0 \Rightarrow y' = 6x^2 + 8x + 6 \forall x \in \mathbb{R}$ Hàm số không có cực trị khi $m = 1 \Rightarrow$ b đúng

Ta có: $y' = 6x^2 + 4(m+1)x + 6$.

+ Hàm số $y = 2x^3 + 2(m+1)x^2 + 6x + 4 + 2m$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

$$y' = 6x^2 + 4(m+1)x + 6 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4(m+1)^2 - 36 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$$

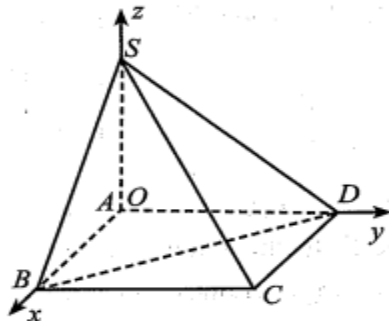
Vậy $m \in [-4; 2]$

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ c sai

+ có $y'' = 12x + 4(m+1)$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì:

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 38 + 8m = 0 \\ 28 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{38}{8} \\ m > -7 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{38}{8} \Rightarrow \text{d sai}$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;10;0)$ (Hình vẽ).



Hình 4

- Toạ độ điểm $C(4;10;0)$.
- Toạ độ của vector \overline{SC} là $(4;10;-3,5)$.
- Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.
- Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 20° .

Hướng dẫn giải

Vì $\overline{AD} = \overline{BC}$ nên $C(4;10;0)$ và $\overline{SC} = (4;10;-3,5)$. Phương trình mặt phẳng (SBD) là:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1 \Leftrightarrow 35x + 14y + 40z - 140 = 0.$$

Suy ra $\vec{n} = (35;14;40)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) .

$$\text{Khi đó, } \sin(\overline{SC}, (SBD)) = \frac{|\overline{SC} \cdot \vec{n}|}{|\overline{SC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|4 \cdot 35 + 10 \cdot 14 + (-3,5) \cdot 40|}{\sqrt{4^2 + 10^2 + (-3,5)^2} \cdot \sqrt{35^2 + 14^2 + 40^2}} = \frac{280\sqrt{53}}{9\,063}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) là khoảng 13° .

Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **Đ**, d) **S**.

Câu 3. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh là 87,5 m
- Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn $v_2(t) = -70t + 385$.
- Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 5 giây.
- Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn 96,25 m.

Hướng dẫn giải

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh:

$$S_1 = \int_0^5 v_1(t) dt = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5 \text{ (m)}.$$

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn

$$v_2(t) = \int (-70) dt = -70t + C, \quad v_2(5) = v_1(5) = 35 \Rightarrow C = 385. \text{ Vậy } v_2(t) = -70t + 385.$$

Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thỏa mãn $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5,5$ (s).

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$$S_2 = \int_5^{5,5} v_1(t) dt = \int_5^{5,5} (-70t + 385) dt = 8,75 \text{ (m)}.$$

Quãng đường cần tính $S = S_1 + S_2 = 96,25$ (m).

Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **Đ**.

Câu 4. Khi kiểm tra sức khoẻ tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện A, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress, là 0,7.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là 0,6.

Hướng dẫn giải

Xét các biến cố: A : “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

B : “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”

Khi đó, $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4; P(B|A) = 0,8$.

Suy ra xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24;$$

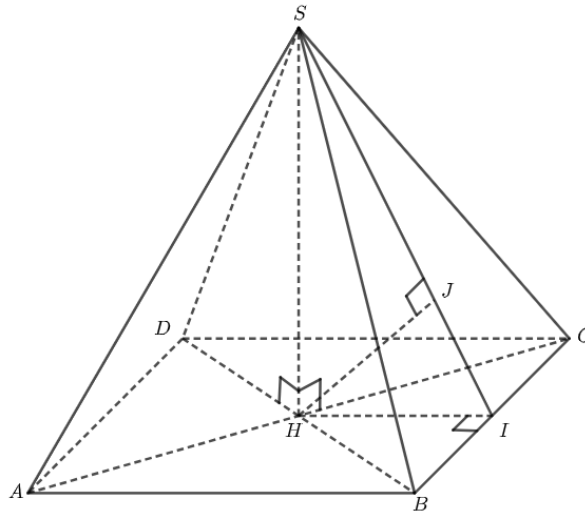
Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

Đáp án: a) **Đ**, b) **S**, c) **Đ**, d) **Đ**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử các cạnh và các đỉnh của kim tự tháp được mô phỏng như hình vẽ bên dưới



Gọi H là giao điểm của AC và BD . Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều nên ta có $SA = SB = SC = SD$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} SH \perp BD \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 262\sqrt{2}m$.

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2}m.$$

Xét tam giác SHC vuông tại H , ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(230)^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}m$.

Gọi I là trung điểm của BC , ta có $SI \perp BC$ vì tam giác SBC cân tại S và ta có :

$$HI = \frac{AB}{2} = 131m.$$

Kẻ $HJ \perp SI$, khi đó $HJ \perp (SBC)$ vì $\begin{cases} HJ \perp SI \\ HJ \perp BC \end{cases}$,

suy ra HJ là khoảng cách ngắn nhất để đào con đường vào tâm của đáy kim tự tháp.

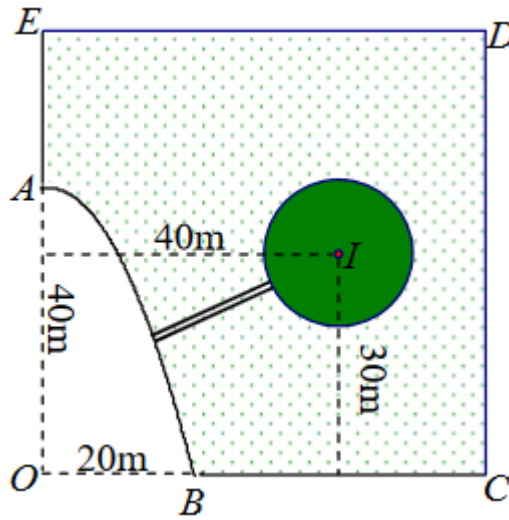
Xét tam giác SHI vuông tại H , ta có: $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161} \Rightarrow HJ \approx 94m$.

Vậy quãng đường ngắn nhất khoảng $94m$.

Câu 2. Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10(m)$. Người ta muốn bắc một cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;

- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt $40m$ và $30m$.



Hướng dẫn giải

Gán trục tọa độ Oxy sao cho $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$ cho đơn vị là 10.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ có tâm $I(4;3)$

Bờ AB là một phần của Parabol $(P): y = 4 - x^2$ ứng với $x \in [0;2]$

Vậy bài toán trở thành tìm MN nhỏ nhất với $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$.

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm N thì $MN + MI \geq IM$, vậy MN nhỏ nhất khi $MN + MI = IM \Leftrightarrow N; M; I$ thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm N để IN nhỏ nhất

$$N \in (P) \Leftrightarrow N(x; 4-x^2) \quad IN = \sqrt{(4-x)^2 + (1-x^2)^2} \Leftrightarrow IN^2 = (4-x)^2 + (1-x^2)^2$$

$$\Leftrightarrow IN^2 = x^4 - x^2 - 8x + 17$$

Xét $f(x) = x^4 - x^2 - 8x + 17$ trên $[0;2] \Leftrightarrow f'(x) = 4x^3 - 2x - 8$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 1,3917$ là nghiệm duy nhất và $1,3917 \in [0;2]$

Ta có $f(1,3917) = 7,68$; $f(0) = 17$; $f(2) = 13$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;2]$ gần bằng $7,68$ khi $x \approx 1,3917$

Vậy $\min IN \approx \sqrt{7,68} \approx 2,77 \Leftrightarrow IN = 27,7 \text{ m} \Leftrightarrow MN = IN - IM = 27,7 - 10 = 17,7 \text{ m}$.

Câu 3. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R = 2$

Do AB, AC, AD là 3 tiếp tuyến của (S) nên ta có $\begin{cases} AB = AC = AD \\ IA = IC = ID = R \end{cases} \Rightarrow IA \perp (BCD)$

Khi đó mặt phẳng (BCD) có một VTPT là $\vec{n} = \vec{IA} = (2;2;1)$

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD \Rightarrow J \in IA, IJ \perp BJ$

Ta có tam giác IBA vuông tại B và $BJ \perp JA$ nên

$$IB^2 = IJ \cdot IA \Rightarrow IJ = \frac{IB^2}{IA} = \frac{4}{3} \Rightarrow \vec{IJ} = \frac{4}{9} \vec{IA}$$

Giả sử $J(x;y;z)$. Ta có $\vec{IJ} = (x;y;z-1); \vec{IA} = (2;2;1)$

$$\text{Từ } \vec{IJ} = \frac{4}{9} \vec{IA} \Rightarrow J\left(\frac{8}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$$

Mặt phẳng (BCD) đi qua J và nhận $\vec{n} = \vec{IA} = (2;2;1)$ làm VTPT

Vậy $(BCD): 2x + 2y + z - 5 = 0$

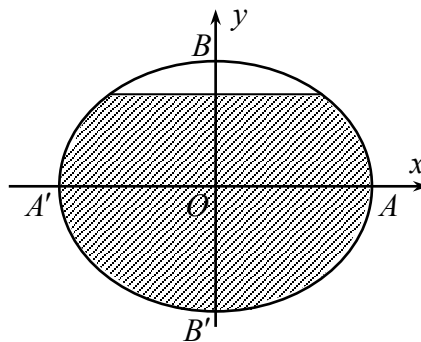
Khi đó (BCD) cắt Oz tại $M(0;0;5)$. Vậy $m=5$.

Câu 4. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Theo đề bài ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của dầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1 = \pi ab = \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\pi}{2}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN .

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m nên ta có phương trình của đường thẳng MN là $y = \frac{1}{5}$.

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$ ta có $y = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$.

Do đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2 = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \left(\frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} - \frac{1}{5} \right) dx = \frac{4}{5} \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx - \frac{\sqrt{3}}{10}.$$

Tính $I = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx$. Đặt $x = \frac{1}{2} \sin t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \cos t dt$.

Đổi cận: Khi $x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = -\frac{\pi}{3}$; Khi $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = \frac{\pi}{3}$.

$$\text{Khi đó } I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos^2 t dt = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

$$\text{Vậy } S_2 = \frac{4}{5} \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{\pi}{15} - \frac{\sqrt{3}}{20}.$$

$$\text{Thể tích của dầu trong thùng là } V = \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} + \frac{\sqrt{3}}{20} \right) \cdot 3 = 1,52.$$

Câu 5. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,...

Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là

$AB = 5$ m và $AD = 12$ m. Để tiện cho việc

thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên

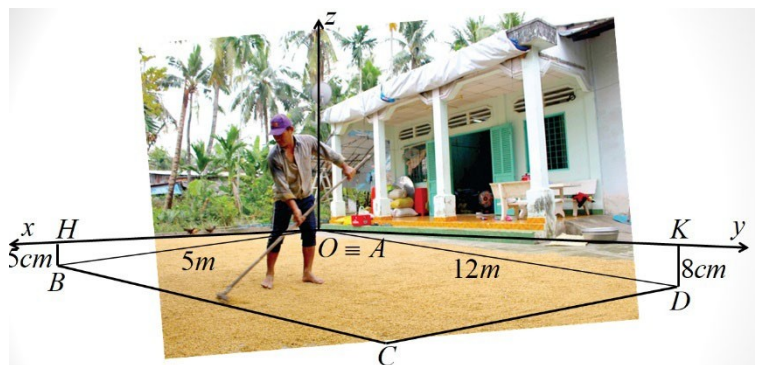
bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là

5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để

xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao

nhiêu cm? (làm tròn đến cm).



Hướng dẫn giải

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{500^2 - 5^2} \approx 500 \text{ cm}$$

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 8^2} \approx 1200 \text{ cm}$$

Dựa vào hình vẽ ta có $A(0; 0; 0); B(500; 0; -5); D(0; 1200; -8)$

Giả sử $C(x_C; y_C; z_C)$. Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 1200; -8); \overrightarrow{BC} = (x_C - 500; y_C; z_C + 5)$

$$\text{Vì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 500 \\ y_C = 1200 \\ z_C = -13 \end{cases}$$

Vậy vị trí điểm C thấp hơn vị trí A là 13cm.

Câu 6. Một chiếc hộp có 40 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 28 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân lấy ngẫu nhiên viên bi từ chiếc hộp đó hai lần, mỗi lần lấy ra một viên bi và viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng bằng $\frac{a}{b}$. Khi đó tính giá trị $a + b$.

Hướng dẫn giải

Xét hai biến cố:

A: “Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất”;

B: “Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ hai”.

Khi đó, xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng chính là xác suất có điều kiện $P(B | A)$.

Lấy một viên bi lần thứ nhất có 40 cách chọn, viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp nên lấy một viên bi lần thứ hai có 39 cách chọn. Do đó $n(\Omega) = 40 \cdot 39$.

Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất thì có 28 cách chọn, ở lần lấy thứ hai có 39 cách chọn. Do đó, $n(A) = 28 \cdot 39$.

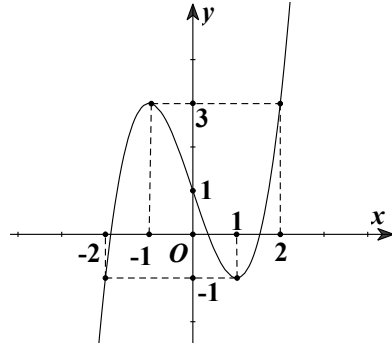
Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất thì có 28 cách chọn, lấy ra viên bi màu vàng ở lần lấy thứ hai có 27 cách chọn. Do đó, $n(A \cap B) = 28 \cdot 27$.

$$\text{Khi đó, } P(B | A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{28 \cdot 27}{28 \cdot 39} = \frac{27}{39} = \frac{9}{13} .$$

Vậy xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng là $\frac{9}{13}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 2x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_{15} = 34$. B. $u_{15} = 45$. C. $u_{13} = 31$. D. $u_{10} = 35$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^3$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = \frac{x^4}{4} + C$. B. $f(x) = 3x^2$. C. $f(x) = 4x^3$. D. $f(x) = \frac{x^4}{4}$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > 3$ là:

- A. $(\log_{0,5} 3; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_{0,5} 3)$. C. $(0; 0,125)$. D. $(0; 3^{0,5})$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng

- A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$. B. $x^2 + y + z + 2 = 0$.
C. $2x + y + z + 3 = 0$. D. $2x + y + z^2 + 4 = 0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$. B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.
C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$. D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

- A. $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$. B. $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$.
C. $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

Câu 9. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

Câu 10. Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

- A. $9288cm^3$. B. $1048cm^3$. C. $3096cm^3$. D. $1032cm^3$.

Câu 11. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $\frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$. B. $\frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$. C. $\frac{P(B)}{P(A) \cdot P(B|A)}$. D. $\frac{P(A)}{P(B) \cdot P(B|A)}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

- A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$. B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.
 C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$. D. $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$.

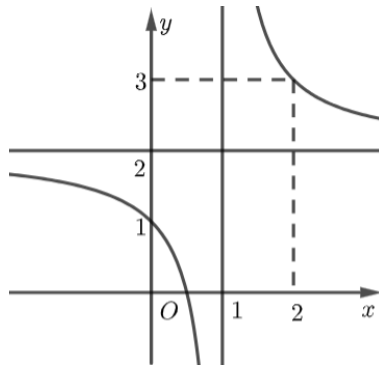
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.
 c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như sau.



Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có

$S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0), B(4;0;0), D(0;10;0)$

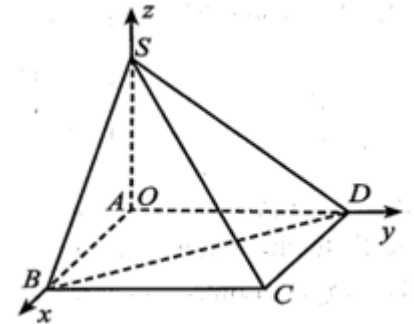
(hình bên).

a) Toạ độ điểm $C(4;10;0)$.

b) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.

c) Toạ độ của vectơ \overline{SC} là $(4;10;-3,5)$.

d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ là 20°)



Câu 3. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp $12A$ và $12B$ được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 6, Bảng 7.

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	3
$[2;4)$	5
$[4;6)$	5
$[6;8)$	25
$[8;10]$	2
	$n = 40$

Bảng 6

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	1
$[2;4)$	4
$[4;6)$	15
$[6;8)$	16
$[8;10]$	4
	$n = 40$

Bảng 7

a) Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp $12A$ nhỏ hơn 2.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp $12B$ lớn hơn 3.

d) Điểm thi của học sinh lớp $12B$ đồng đều hơn lớp $12A$.

Câu 4. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4

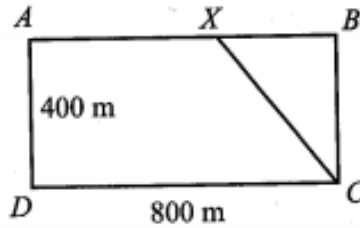
b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường, là 0,7

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường, là 0,75

d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8

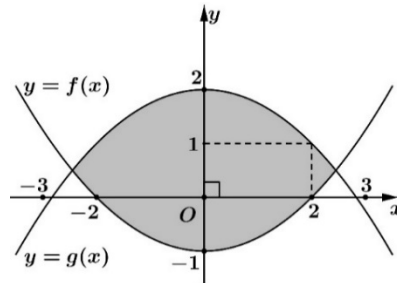
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m , dài 800 m .



Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4). Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Câu 2. Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 3. Trong một đợt khám sức khỏe của 50 học sinh nam lớp 12, người ta được kết quả như *Bảng 1*.

Nhóm	Tần số
[160; 164)	3
[164; 168)	8
[168; 172)	18
[172; 176)	12
[176; 180)	9
	$n = 50$

Bảng 1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1* bằng bao nhiêu centimets (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2(m - 1)y + m - 2 = 0$ là phương trình của mặt cầu (S_m) . Biết với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là $200cm^2$. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm).

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chọn	D	D	C	A	C	C	B	D	C	D
Câu	11	12								
Chọn	A	B								

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
	b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
	c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
	d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

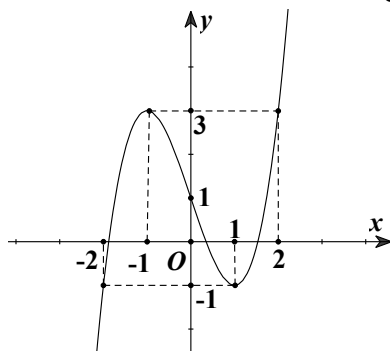
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	718	9,8	4,5	1,4	0,03	192

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. *Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 2x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Giả sử đường cong hình bên là đồ thị của hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $a > 0$ nên loại A và B.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị: $(-1; 3)$ và $(1; -1)$ nên chọn D.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải**Chọn D**

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15} = 34$.

B. $u_{15} = 45$.

C. $u_{13} = 31$.

D. $u_{10} = 35$.

Lời giải**Chọn C**

$$\begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 3 \end{cases} \longrightarrow u_n = 3n - 8 \longrightarrow \begin{cases} u_{15} = 37 \\ u_{13} = 31 \\ u_{10} = 22 \end{cases}$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^3$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

B. $f(x) = 3x^2$.

C. $f(x) = 4x^3$.

D. $f(x) = \frac{x^4}{4}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > 3$ là:

A. $(\log_{0,5} 3; +\infty)$.

B. $(-\infty; \log_{0,5} 3)$.

C. $(0; 0,125)$.

D. $(0; 3^{0,5})$.

Lời giải**Chọn C.**

Ta có $\log_{0,5} x > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < (0,5)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 0,125 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 0,125$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng

A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$.

B. $x^2 + y + z + 2 = 0$.

C. $2x + y + z + 3 = 0$.

D. $2x + y + z^2 + 4 = 0$.

Lời giải**Chọn C**Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$.

B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.

C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$.

D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải**Chọn B**Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ với $a.b.c \neq 0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

A. $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$.

B. $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$.

C. $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

Lời giải

Chọn C.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 10. Một đồ chơi có dạng khối chóp cắt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. $9288cm^3$.

B. $1048cm^3$.

C. $3096cm^3$.

D. $1032cm^3$.

Lời giải

Chọn D.

Diện tích đáy bé : $S = 2^2 = 4$

Diện tích đáy lớn : $S' = 12^2 = 144$.

Chiều cao $h = 18$.

Thể tích khối chóp cắt tứ giác đều là :

$$V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{S.S'}) = \frac{1}{3}.18(4 + 144 + \sqrt{4.144}) = 1032(cm^3)$$

Câu 11. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A.** $\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$. **B.** $\frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. **C.** $\frac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$. **D.** $\frac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$.

Lời giải

Chọn **A.**

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A).P(B \setminus A)}{P(B)}$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

- A.** $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$. **B.** $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.
C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$. **D.** $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$.

Lời giải

Chọn **B.**

$$A(x_1; y_1; z_1) \text{ và } B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

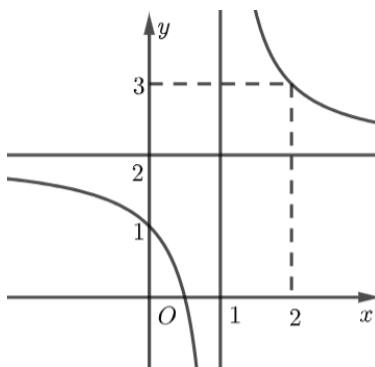
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 4.



Lời giải

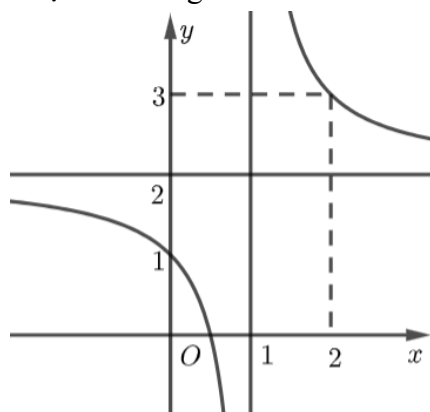
a) $y' = \frac{2(-1) - (-1).1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2}$ mệnh đề đúng

b) $y' = \frac{2(-1) - (-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ mệnh đề đúng

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho như hình dưới là sai vì hàm số không xác định tại $x = 1$

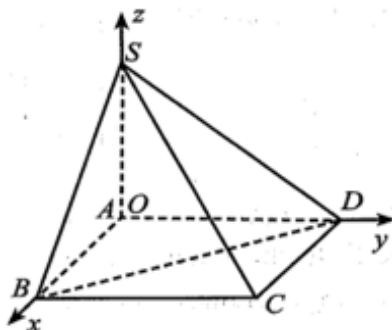
x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 4. Mệnh đề đúng



a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0), B(4;0;0), D(0;10;0)$ (Hình 4).



a) Tọa độ điểm $C(4;10;0)$.

b) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.

c) Tọa độ của vectơ \overline{SC} là $(4;10;-3,5)$.

d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ là 20°)

Lời giải

Vì $\overline{AD} = \overline{BC}$ nên $C(4;10;0)$ và $\overline{SC} = (4;10;-3,5)$. Phương trình mặt phẳng (SBD) là:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1 \Leftrightarrow 35x + 14y + 40z - 140 = 0. \text{ Suy ra } \vec{n} = (35;14;40) \text{ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng}$$

(SBD) .

$$\text{Khi đó, } \sin(\overline{SC}, (SBD)) = \frac{|\overline{SC} \cdot \vec{n}|}{|\overline{SC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|4 \cdot 35 + 10 \cdot 14 + (-3,5) \cdot 40|}{\sqrt{4^2 + 10^2 + (-3,5)^2} \cdot \sqrt{35^2 + 14^2 + 40^2}} = \frac{280\sqrt{53}}{9\,063}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) là khoảng 13° .

Đáp án: a) **Đ**, b) **S**, c) **Đ**, d) **S**.

Câu 3. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp 12A và 12B được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 6, Bảng 7.

Nhóm	Tần số
[0;2)	3
[2;4)	5
[4;6)	5
[6;8)	25
[8;10]	2
	$n = 40$

Bảng 6

Nhóm	Tần số
[0;2)	1
[2;4)	4
[4;6)	15
[6;8)	16
[8;10]	4
	$n = 40$

Bảng 7

- a) Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.
 b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 2.
 c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B lớn hơn 3.
 d) Điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$\bar{x}_A = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 25 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{40} = 5,9.$$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu lớp 12B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + 4 \cdot 9}{40} = 5,9.$$

Suy ra số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$s_A^2 = \frac{3(1-5,9)^2 + 5(3-5,9)^2 + 5(5-5,9)^2 + 25(7-5,9)^2 + 2(9-5,9)^2}{40} = 4,19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A là $\sqrt{4,19}$ và $\sqrt{4,19} > 2$.

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B là:

$$s_B^2 = \frac{1(1-5,9)^2 + 4(3-5,9)^2 + 15(5-5,9)^2 + 16(7-5,9)^2 + 4(9-5,9)^2}{40} = 3,19$$

Và $3,19 > 3$.

Vì $s_A^2 > s_B^2$ nên điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Đáp án: a) **Đ**, b) **S**, c) **Đ**, d) **Đ**.

Câu 4. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

- a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4
 b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường, là 0,7
 c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường, là 0,75
 d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8

Lời giải

Xét các biến cố: A : “Chọn được người bị bệnh tiểu đường”;

B : “Chọn được người bị bệnh huyết áp cao”.

Khi đó, $P(A) = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$; $P(B|A) = 0,7$; $P(B|\bar{A}) = 0,25$.

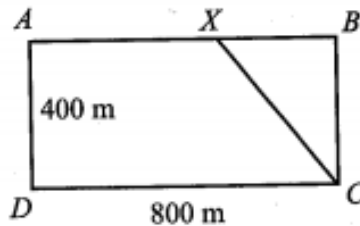
Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,25 = 0,43.$$

Đáp án: **a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m.



Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4). Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Lời giải

Đặt $BX = x$ (km), ta có: $AX = 0,8 - x$ (km);

$$XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} \text{ (km).}$$

Xét hàm số: $T(x) = \frac{0,8-x}{30} + \frac{\sqrt{0,16+x^2}}{6} = \frac{1}{30} \left(0,8-x + 5\sqrt{0,16+x^2} \right) (0 \leq x < 0,8)$.

Ta có: $T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16+x^2}} \right)$, $T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16+x^2}$.

Bình phương hai vế phương trình ta được $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}$. Vì $0 < x < 0,8$ nên $x = \frac{\sqrt{6}}{30}$.

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

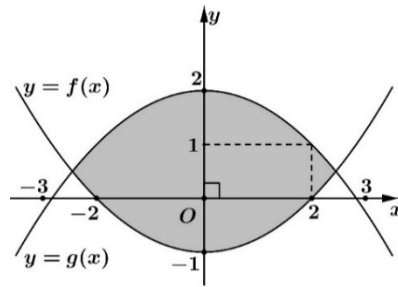
x	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ khi $AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718$ (km) = 718 (m).

Đáp số: 718.

Câu 2. Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải

cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Gọi parabol $y = f(x)$ có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$. Parabol $y = f(x)$ nhận Oy làm trục đối xứng nên ta có $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$. Lại có đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $(0; -1)$ và điểm $(2; 0)$ nên $a = \frac{1}{4}$ và $c = -1$.

Vậy parabol $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$.

□ Tương tự, ta cũng có parabol $y = g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$.

□ Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$ là:

$$\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6} \text{ hoặc } x = -\sqrt{6}.$$

Khi đó, diện tích của logo là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[\left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx \\ &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 (dm^2). \end{aligned}$$

Câu 3. Trong một đợt khám sức khỏe của 50 học sinh nam lớp 12, người ta được kết quả như *Bảng 1*.

Nhóm	Tần số
[160; 164)	3
[164; 168)	8
[168; 172)	18
[172; 176)	12
[176; 180)	9
	$n = 50$

Bảng 1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1* bằng bao nhiêu centimets (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là:

$$\bar{x} = \frac{3.162 + 8.166 + 18.170 + 12.174 + 9.178}{50} = 171,28 (cm).$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{50} [3.(171,28 - 162)^2 + 8.(171,28 - 166)^2 + 18.(171,28 - 170)^2 \\ &+ 12.(171,28 - 174)^2 + 9.(171,28 - 178)^2] = 20,1216. \end{aligned}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{20,1216} \approx 4,5 (cm)$.

Đáp số: 4,5.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2(m-1)y + m - 2 = 0$ là phương trình của mặt cầu (S_m) . Biết với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$ là một điểm thuộc đường tròn cố định với mọi số thực m , khi đó ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2(m-1)y + m - 2 = 0 \text{ đúng với } \forall m.$$

$$m(2x - 2y - z + 1) + x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \text{ đúng với } \forall m.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y - z + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

Vậy đường tròn cố định là giao tuyến của mặt phẳng $2x - 2y - z + 1 = 0$ và mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0$ có tâm $I(0; -1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

$$\text{Do đó bán kính đường tròn } r = \sqrt{R^2 - [d(I, (P))]^2} = \sqrt{3 - \frac{|2+1|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}} = \sqrt{2} \approx 1,4.$$

Câu 5. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố:

A: “Người được chọn mắc bệnh X”;

B: “Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y”.

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0.002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0.002 = 0.998$;

$$P(A|B) = 1; \quad P(B|\bar{A}) = 0.06.$$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

Câu 6. Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200cm^2 . Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Gọi độ dài cạnh đáy và chiều cao hộp quà lần lượt là $x(\text{cm})$ và $y(\text{cm})$ ($x > 0, y > 0$).

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } 2x^2 + 4xy = 200 \Rightarrow y = \frac{50}{x} - \frac{x}{2} \text{ và } x < 10 \text{ (vì } y > 0).$$

Xét hàm số $V(x) = x^2 \cdot \left(\frac{50}{x} - \frac{x}{2}\right) = 50x - \frac{1}{2}x^3$ ($0 < x < 10$) là thể tích của hộp quà mà bạn Hoa gấp được.

$$\text{Ta có: } V'(x) = 50 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{100}{3}}. \text{ Bảng biến thiên của hàm số } V(x) \text{ là:}$$

x	0	$\sqrt{\frac{100}{3}}$	10
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	$V\left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right)$	0

Vậy bạn Hoa có thể gấp hộp quà có thể tích lớn nhất là $V\left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right) \approx 192(cm^3)$.

Đáp số: **192**.

----- **HẾT** -----

(Đề thi có 04 trang)

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
100

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 2. Cho hàm $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 0$. B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3, y_{CD} = 4$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 2$.

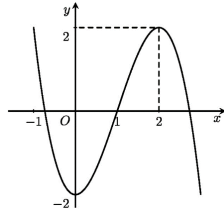
Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

- A. -17. B. 10. C. 15. D. -10.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(1; 5; 2)$. B. $M(2; 5; 1)$. C. $M(2; -5; 1)$. D. $M(1; -5; 2)$.

Câu 7. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 5$. B. $R = 24$. C. $R = 25$. D. $R = 10$.

Câu 8. Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị của một mẫu số liệu ghép nhóm. Khi đó khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên được xác định bởi công thức

- A. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_3$. D. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Câu 9. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$. B. $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$.
C. $f_2(x) = \cos 2x$. D. $f_1(x) = -\cos 2x$.

Câu 10. Nếu $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$ và $\int_1^7 f(x)dx = -5$ thì $\int_{-2}^7 f(x)dx$ bằng
A. -4 . **B.** 5 . **C.** -6 . **D.** 4 .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?
A. Điểm $P(2;0;5)$. **B.** Điểm $Q(0;3;1)$.
C. Điểm $N(-1;0;5)$. **D.** Điểm $M(2;3;0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

- a)** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
b) Giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$.
c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = mx + n$ khi đó $m > 0$.
d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Câu 2. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int \cos x dx = \sin x + C$

b) $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{e}$.

c) Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x} dx = a + \ln \frac{b}{3}$ với a, b là các số nguyên. Khi đó, $S = a - 2b = 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 1$, và $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74 .

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “ Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_0) \cdot P(E | E_0) + P(E_1) \cdot P(E | E_1) + P(E_2) \cdot P(E | E_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$.

a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A .

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

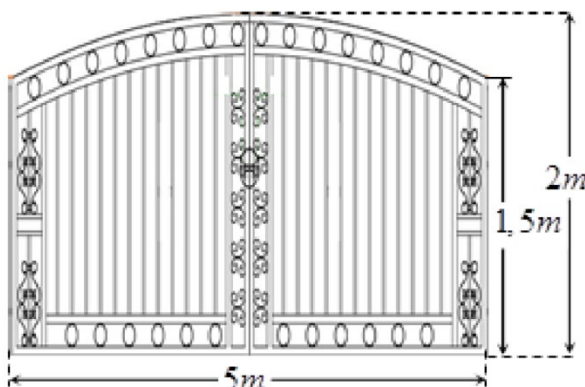
c) Điểm $C(-3;3;1)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

d) Gọi d là một đường thẳng nằm trong (P) và d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d đạt giá trị nhỏ nhất. Một vector chỉ phương của d có tọa độ là $(a;b;c)$ với a là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng 6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S bằng?

Câu 2. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700 nghìn đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng đơn vị).



- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; -1)$, $B(-3; -1; 2)$, $C(3; 2; 1)$ và $D(-2; 1; 3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD$ bằng bao nhiêu?
- Câu 4.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ và số đo góc \widehat{AMB} lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?
- Câu 6.** Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

-----Hết-----

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 100

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 2. Cho hàm $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 0$. B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3, y_{CD} = 4$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 2$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -3x^2 + 12x - 9$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-				
y	$+\infty$	↘		0	↗		4	↘		$-\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = y(1) = 0$, và và cực đại tại $x = 3, y_{CD} = y(3) = 4$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

- A. -17. B. 10. C. 15. D. -10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 3 \end{cases}$

Do đó $f(0) = 10, f(3) = -17, f(4) = -10$.

Vậy $\max_{[0;4]} f(x) = f(0) = 10$.

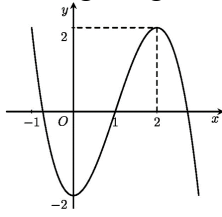
Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+6}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+6}{x-2} = -\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số



- A.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Từ hình vẽ cho ta thấy đồ thị hình vẽ là hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $a < 0$, $d = -2$. Do đó, chọn câu **C**

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ điểm M là
A. $M(1; 5; 2)$. **B.** $M(2; 5; 1)$. **C.** $M(2; -5; 1)$. **D.** $M(1; -5; 2)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow M(1; -5; 2)$.

Câu 7. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A.** $R = 5$. **B.** $R = 24$. **C.** $R = 25$. **D.** $R = 10$.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 175 - 150 = 25$ (g)

Câu 8. Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị của một mẫu số liệu ghép nhóm. Khi đó khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên được xác định bởi công thức

- A.** $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. **B.** $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. **C.** $\Delta_Q = Q_2 - Q_3$. **D.** $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Lời giải

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 9. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.** $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$. **B.** $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$.
C. $f_2(x) = \cos 2x$. **D.** $f_1(x) = -\cos 2x$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)' = \cos 2x$.

Câu 10. Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = -1$ và $\int_1^7 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-2}^7 f(x) dx$ bằng

- A.** -4 . **B.** 5 . **C.** -6 . **D.** 4 .

Lời giải

Ta có $\int_{-2}^7 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^7 f(x) dx = -1 - 5 = -6$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. Điểm $P(2;0;5)$. B. Điểm $Q(0;3;1)$.
 C. Điểm $N(-1;0;5)$. D. Điểm $M(2;3;0)$.

Lời giải

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) là điểm $M(2;3;0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}=(1;2;1)$ làm véc tơ chỉ phương

nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-5	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.
 b) Giá trị cực đại của hàm số là $y=3$.
 c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y=mx+n$ khi đó $m>0$.
 d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Lời giải

(a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Chọn đúng.

(b) Giá trị cực đại của hàm số là $y=-5$.

Chọn sai.

(c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có pt $y=\frac{a}{d}x+\frac{bd-ae}{d^2}$

theo

bbt

ta

có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + b + \frac{c}{x}}{d + \frac{e}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a}{d}x + \frac{b}{d} \right) = +\infty \Rightarrow \frac{a}{d} > 0 \Rightarrow m > 0$$

Chọn đúng.

(d) Ta có: $f(0) < -5$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Chọn đúng.

Câu 2. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int \cos x dx = \sin x + C$

b) $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{e}$.

c) Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x} dx = a + \ln \frac{b}{3}$ với a, b là các số nguyên. Khi đó, $S = a - 2b = 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 1$, và $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Lời giải

(a) Đúng : Ta có: $\int \cos x dx = \sin x + C$.

(b) Đúng

$$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}$$

(c) Đúng

$$\text{Ta có } \int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x} dx = \int_3^5 \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x + \ln|x| \right) \Big|_3^5 = 10 + \ln \frac{5}{3}$$

Vậy $a = 10, b = 5$. Suy ra $S = a - 2b = 0$.

(d) Sai

$$\text{Ta có: } x^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Do đó: } S = \int_0^1 |x^2 + 1 - 1| dx = \int_0^1 x^2 dx = \left(\frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$$

Câu 3. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_0) \cdot P(E|E_0) + P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Lời giải

(a) Sai

vì B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C) \cdot P(A|C)$

(b) Đúng

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”.

C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”.

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{2}{10} = 0,2; \quad P(A|B) = 0,9; \quad P(C) = \frac{8}{10} = 0,8; \quad P(A|C) = 0,7$$

$$\begin{aligned} \text{B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên } P(A) &= P(B)P(A|B) + P(C) \cdot P(A|C) \\ &= 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,74 \end{aligned}$$

(c) Sai

vì E_i tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên

$$P(E) = P(E_0) \cdot P(E|E_0) + P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2)$$

(d) Sai

Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố “chọn được i xạ thủ loại I”

$$\text{Ta có: } P(E_0) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}; \quad P(E|E_0) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$$

$$P(E_1) = \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45}; \quad P(E|E_1) = 0,9 \cdot 0,7 = 0,63$$

$$P(E_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}; \quad P(E|E_2) = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$$

Vì E_0, E_1, E_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên ta có Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E_0) \cdot P(E|E_0) + P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2) \\ &= \frac{28}{45} \cdot 0,49 + \frac{16}{45} \cdot 0,63 + \frac{1}{45} \cdot 0,81 = 0,5469. \end{aligned}$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$.

a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A .

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases} .$$

c) Điểm $C(-3;3;1)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

d) Gọi d là một đường thẳng nằm trong (P) và d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d đạt giá trị nhỏ nhất. Một vector chỉ phương của d có tọa độ là $(a;b;c)$ với a là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng 6.

Lời giải

(a) Sai.

Ta có $4.1 - 1.2 + 2.3 + 13 = 21 \neq 0$ nên mặt phẳng (P) không đi qua điểm A .

(b) Sai.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; -1; 2)$. Phương trình

$$\text{tham số của đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

(c) Đúng.

Ta có $C \in \Delta$ nên $C(1+4t; 2-t; 3+2t)$.

Mặt khác $C \in (P)$ nên ta có $4.(1+4t) - (2-t) + 2.(3+2t) + 13 = 0 \Leftrightarrow 21t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy điểm $C(-3; 3; 1)$.

(d) Sai.

Ta có $d(A, d)$ nhỏ nhất khi $d(A, d) = d(A, (P)) = AC$.

Mà đường thẳng d đi qua B nên ta có $\vec{CB} = (3; -2; -7)$ là một vectơ chỉ phương của d .

Khi đó $a + b + c = 3 - 2 - 7 = -6$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S bằng?

Lời giải

Đáp số: 136.

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30$.

$$g'(x) = x^3 - 28x + 48$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 & (L) \\ x = 4 & (L) \\ x = 2 & (TM) \end{cases}$$

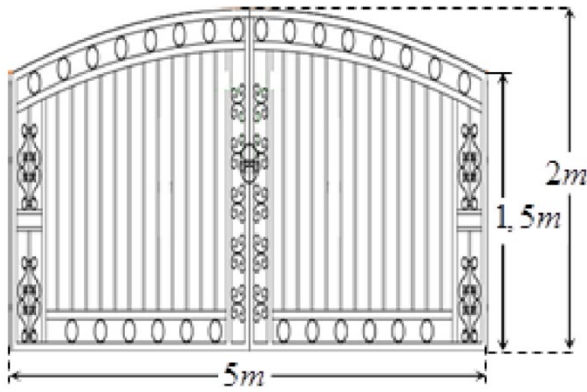
$$\max_{[0; 2]} f(x) = \max_{[0; 2]} \{|g(0)|; |g(2)|\} = \max_{[0; 2]} \{|m-30|; |m+14|\} \leq 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |m-30| \leq 30 \\ |m+14| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 16$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2; \dots; 16\}$

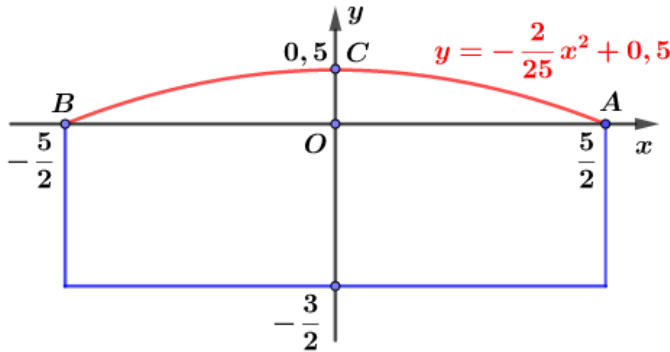
$$\text{Suy ra } S = \sum_{m=0}^{16} m = 136.$$

Câu 2. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700 nghìn đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (**làm tròn đến hàng đơn vị**).



Lời giải

Đáp số: 6.42



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, 1 đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với thực tế là 1 (m).

Phương trình của Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

$$\text{Do Parabol qua } A\left(\frac{5}{2}; 0\right), B\left(-\frac{5}{2}; 0\right), C\left(0; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} c = 0,5 \\ b = 0 \\ a = -\frac{2}{25} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{2}{25}x^2 + 0,5$$

Diện tích phần cửa hình chữ nhật là: $S_1 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 (m^2)$.

$$\text{Diện tích phần cửa hình Parabol là: } S_2 = \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 0,5\right) dx = \frac{5}{3} (m^2).$$

Tổng số tiền ông An phải trả là: $\left(7,5 + \frac{5}{3}\right) 700 \approx 6.416.666 \approx 6.42$ nghìn đồng.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; -1)$, $B(-3; -1; 2)$, $C(3; 2; 1)$ và $D(-2; 1; 3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -9 .

Chọn I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Gọi $I(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = (2x + 4; 2y - 2; 2z - 6)$.

$$\overline{IA} - 2\overline{IB} - \overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4 = 0 \\ 2y - 2 = 0 \\ 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 1; 3) \Rightarrow I \equiv D.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } P &= MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD = \overline{MA}^2 - 2\overline{MB}^2 - \overline{MC}^2 + MD \\ &= (\overline{MI} + \overline{IA})^2 - 2(\overline{MI} + \overline{IB})^2 - (\overline{MI} + \overline{IC})^2 + MD \\ &= -2\overline{MI}^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} - 2\overline{IB} - \overline{IC}) + \overline{IA}^2 - 2\overline{IB}^2 - \overline{IC}^2 + MD \\ &= -2\overline{MD}^2 + \overline{DA}^2 - 2\overline{DB}^2 - \overline{DC}^2 + MD = -2MD^2 + 34 - 2 \cdot 6 - 30 + MD = -2MD^2 + MD - 8. \end{aligned}$$

Ta có $MD \geq d(D, (Ozx)) = 1$.

Đặt $t = MD \geq 1$, xét hàm số $f(t) = -2t^2 + t - 8$ trên $[1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = -4t + 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4} \notin [1; +\infty)$.

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		-
$f(t)$	-9	$-\infty$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là -9 khi $MD = 1 = d(D, (Ozx)) \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của D trên mặt phẳng $(Oxz) \Leftrightarrow M(-2; 0; 3)$.

Câu 4. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 0,03

Xét các biến cố :

A : “Người được chọn mắc bệnh X”;

B : “Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y”.

Khi đó, $P(A) = 0,002$; $P(\overline{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$; $P(B|A) = 1$; $P(B|\overline{A}) = 0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ và số đo góc \widehat{AMB} lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 1,27.

Do M thuộc mặt phẳng (P) và $MA = MB$ nên M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , trong đó (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

+ Tìm được $(Q): y + z = 0$

+ Khi đó M thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$ với $d = (P) \cap (Q) \Rightarrow M(1 + 3t; -t; t)$.

+ Ta có $\overline{AM} = (3t - 1; -t - 2; t), \overline{BM} = (3t - 1; -t; t + 2)$

$$\Rightarrow \cos(\overline{AM}, \overline{BM}) = \frac{(3t - 1)^2 + 2(t^2 + 2t)}{(3t - 1)^2 + t^2 + (t + 2)^2} = \frac{11t^2 - 2t + 1}{11t^2 - 2t + 5} = 1 - \frac{4}{11t^2 - 2t + 5}.$$

Suy ra \widehat{AMB} lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{11}\right)$.

$$\Rightarrow S = a + b + c = \frac{14}{11} \approx 1,27.$$

Câu 6. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp số: 7700

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó $1 \leq n \leq 20$.

Khi đó, (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 30$.

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

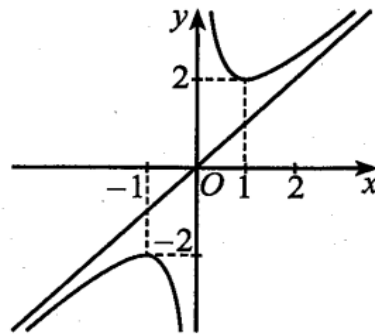
$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2 \cdot 100 + 19 \cdot 30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng).}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :..... Mã đề 083.01.10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.

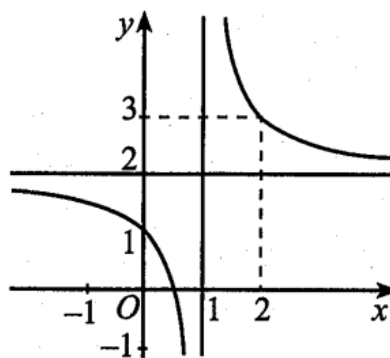


Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$.
 B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$.
 D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

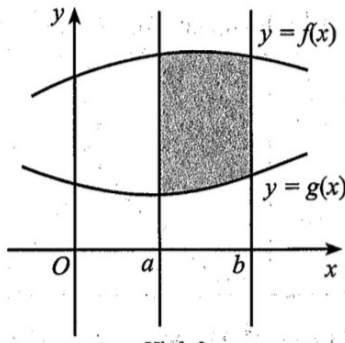
Bảng 1

- A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.
 B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.
 C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.
 D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ \vec{k} là:

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 10: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như Hình 3.



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

A. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

C. $S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 11: Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9$, $F(2) = 5$.

Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. -4.

B. 14.

C. 4.

D. 45.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?

A. -6.

B. 18.

C. $3\sqrt{6}$.

D. -18.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$.

a) Vector có tọa độ $(2;1;6)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b) Vector có tọa độ $(1;2;-2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

c) Côsin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (5;12;-13)$ và $\vec{n} = (1;-2;-2)$ bằng $\frac{7}{39\sqrt{2}}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng 83° .

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

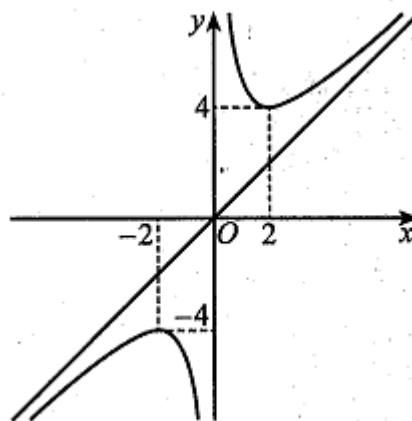
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2;0) \cup (0;2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vectơ $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$, $D(1;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vectơ đến điểm M lần lượt là $AM = 5$, $BM = 5$, $CM = 3$, $DM = 3$.

a) $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$.

b) $(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9$.

c) $b = c$.

d) $M(1;1;1)$.

Câu 4: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

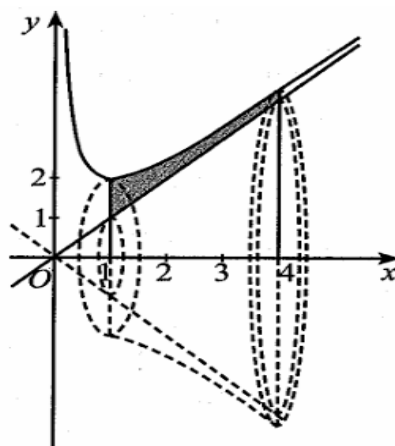
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình 4). Thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó bằng bao nhiêu decimet khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 4

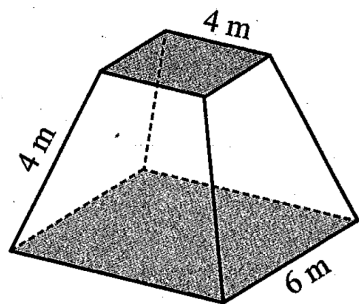
Câu 2: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng?

Câu 3: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 4: Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai ô đất thí nghiệm A, B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A, B lần lượt là 0,61 và 0,7. Lập lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m , cạnh đáy trên dài 4 m , cạnh bên dài 4 m (Hình 5).



Hình 5

Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/m³ . Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?

-HẾT-

PHẦN ĐÁP ÁN 083.01.10.

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	A	A	D	A	D	C	D	D	A	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

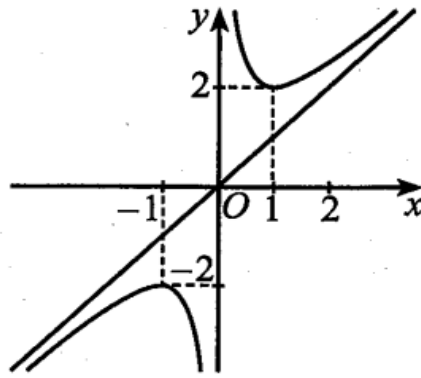
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	21,2	20	68	0,46	4,74	142

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

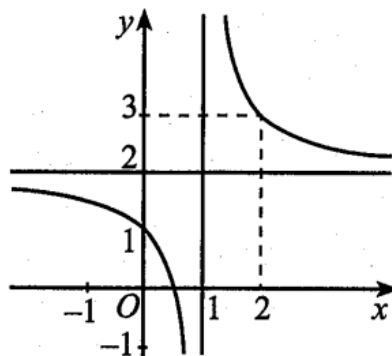
Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ với C là hằng số.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Ta có $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Ta thấy $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$ là một phương trình tham số của đường thẳng.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Mặt cầu (S) có tọa độ tâm $I(6; -7; 8)$ và bán kính $R = 9$

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$.
 B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$.
 D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Công thức đúng là $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

$$\text{A. } s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{B. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$$

$$\text{C. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\text{D. } s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$$

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ \vec{k} là:

A. (1;1;1).

B. (1;0;0).

C. (0;1;0).

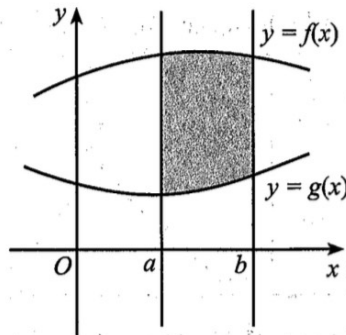
D. (0;0;1).

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Tọa độ của véc-tơ $\vec{k} = (0;0;1)$.

Câu 10: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như Hình 3.



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

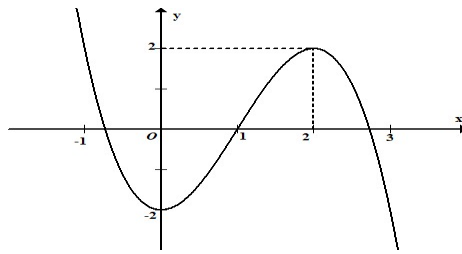
D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Dựa vào Hình 3, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai

đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$



Lời giải

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ nên mệnh đề sai.

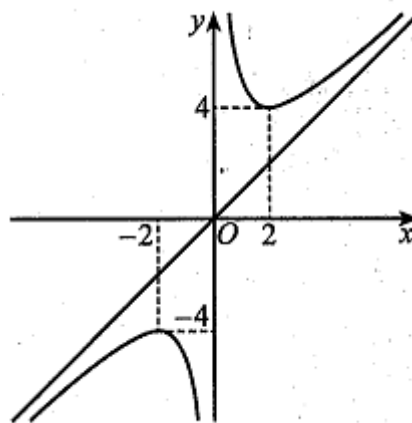
b) $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

Mệnh đề sai vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng



Hình 4

Đáp án: a) S b) Đ c) S d) Đ.

Câu 3: Ta có: $AM^2 = BM^2 = 25$, suy ra: $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$.

Lại có $CM^2 = DM^2 = 9$, suy ra

$$(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9.$$

Từ đẳng thức: $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2$ suy ra $b = c$.

Từ đó ta có tọa độ của điểm $M(0;1;1)$.

Đáp án: a) **D** b) **D** c) **D** d) **S**

Câu 4: Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

• Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

• Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

• Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Đáp án: a) **D**, b) **D**, c) **S**, d) **D**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: • Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

• Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó $V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Vậy thể tích của bể dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Đáp số: **21,2**.

Câu 2: Gọi $u_0 = 60$ (triệu đồng), còn u_n (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) tháng gửi tiết kiệm. Khi đó, ta có $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100}u_n = 1,005u_n$.

Suy ra dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 1,005$ và có $u_n = 60 \cdot 1,005^n$.

Ta xét bất phương trình $60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1$. Vì $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$ và $(n \in \mathbb{N}^*)$ nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.

Đáp số: **20**.

Câu 3: Ta có: $\overline{MN} = (-1; 2; -2)$, $\overline{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó:

$$\cos(a, b) = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{PQ}|}{|\overline{MN}| \cdot |\overline{PQ}|} = \frac{8}{21}, \text{ suy ra } (a, b) \approx 68^\circ.$$

Đáp số: **68**.

Câu 4: Xét các biến cố:

A : "Cây phát triển bình thường trên ô đất A ";

B : "Cây phát triển bình thường trên ô đất B ".

Các cặp biến cố \overline{A} và B , A và \overline{B} là độc lập vì hai ô đất khác nhau.

Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Ta có: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,61 = 0,39$; $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là:

$$\begin{aligned} P(C \cup D) &= P(C) + P(D) = P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\overline{B}) \\ &= 0,39 \cdot 0,7 + 0,61 \cdot 0,3 \approx 0,46. \end{aligned}$$

Đáp số: **0,46**.

Câu 5: Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x).$$

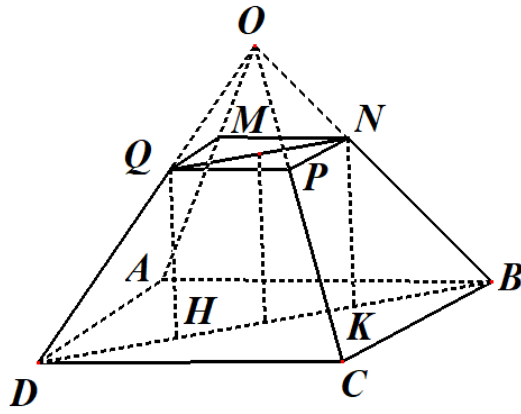
Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với $f(13) = 4738,5$, $f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp số: **4,74**.

Câu 6: Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2 . Thể tích của khối chóp cụt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

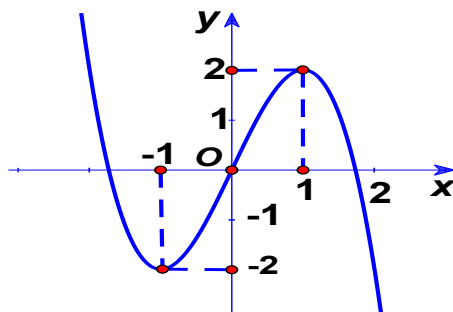
$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}$$

Đáp số: **142**.

-Hết-

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; +\infty)$ B. $(-2; 2)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-2; 1)$

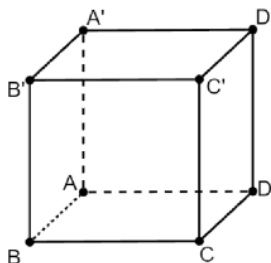
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4 . B. 3 . C. 0 . D. 2 .

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó tổng của các vectơ $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC}$ là



- A. $\overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AD'}$. C. $\overrightarrow{A'C'}$. D. $\overrightarrow{AB'}$.

Câu 4. Tìm $\int (2x+1)dx$.

- A. $2x+1+C$. B. x^2+x . C. x^2+x+C . D. $2+C$.

Câu 5. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

- A. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. B. $I = 3$. C. $I = 5 + \pi$. D. $I = 7$.

Câu 6. Trong kì thi chọn học sinh giỏi ở cụm trường THPT A, môn Toán có 25 học sinh tham gia kết quả điểm bài thi của học sinh được thể hiện trong bảng sau:

Điểm bài thi	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số bài thi	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 18,5. B. 10,5. C. 8. D. 10.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

- A. $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$. C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$

. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tính u_5 ?

- A. $\frac{3}{8}$. B. -3 . C. $-\frac{3}{8}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) > \log_2 5$ là

- A. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$. C. $\left(0; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng, sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4, trong mỗi ý a) b) c) d) chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Gọi hai điểm cực trị của hàm số là $x_1; x_2$. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.

d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

b) $\int_0^1 [(x-1) \cdot f(x)] dx = -\frac{2}{3}$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + x - 1$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ và $\frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(99)} + \frac{1}{F(100)} = \frac{a}{b}$ thì $a + b = 201$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 0), B(0; 0; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$.

a) Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}(1; 2; -2)$.

b) Nếu $C(1; 2; 3); D(3; 3; 3)$ thì $CD // (\alpha)$.

c) Khoảng cách từ A đến (α) là $d(A, (\alpha)) = \frac{7}{3}$.

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (Oxz) một góc 60° , mặt phẳng (P) đi qua $N(-1; 1; 1)$.

Câu 4. Một cuộc thi đánh giá năng lực gồm có 45 bộ câu hỏi, trong đó gồm 30 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Duy lấy ngẫu nhiên một bộ câu hỏi, không hoàn trả lại. Sau đó bạn Dung lấy một bộ câu hỏi.

a) Xác suất bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên là $\frac{2}{3}$.

b) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

c) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{15}{44}$.

d) Xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

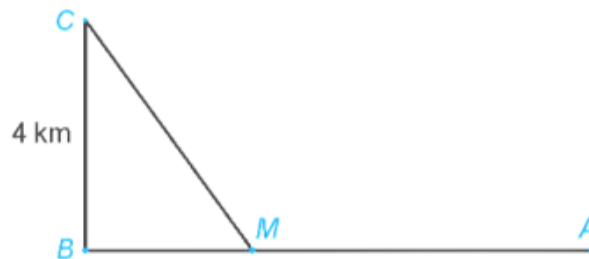
PHẦN III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi D

là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Độ dài đoạn $AD = \frac{\sqrt{a}}{3}$, giá trị của a là?

Câu 2. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau tối thiểu bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

Câu 3. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình vẽ.



Khoảng cách từ C đến B là 4 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định tổng chi phí lắp đặt ít nhất để nối dây từ vị trí A trên đất liền ra đảo C

Câu 4. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (**Hình 33**).



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 33

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng

$(\alpha): x + y - z - 3 = 0$. Khi Δ tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì đường thẳng Δ có một

vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = (5; b; c)$. Giá trị của $b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	A	C	D	D	A	B	B	A	A	B

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng, sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
b) Sai	b) Đúng	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Đúng	d) Sai	d) Đúng

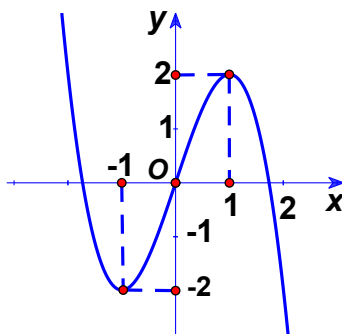
PHẦN III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	86	10	460	980	- 3	20

LỜI GIẢI CHI TẾT

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; +\infty)$

B. $(-2; 2)$

C. $(-1; 1)$

D. $(-2; 1)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

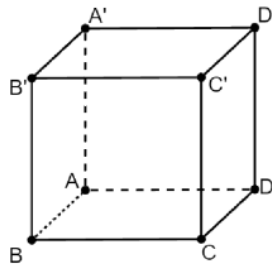
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4 . B. 3 . C. 0 . D. 2 .

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó tổng của các vectơ $\overline{AA'} + \overline{AC}$ là



- A. $\overline{AC'}$. B. $\overline{AD'}$. C. $\overline{A'C'}$. D. $\overline{AB'}$.

Lời giải

Do $ACC'A'$ là hình bình hành, theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overline{AA'} + \overline{AC} = \overline{AC'}$.

Câu 4. Tìm $\int (2x+1)dx$.

- A. $2x+1+C$. B. x^2+x . C. x^2+x+C . D. $2+C$.

Lời giải

$$\int (2x+1)dx = x^2 + x + C \text{ vì } (x^2 + x + C)' = 2x + 1.$$

Câu 5. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx = 5$.

- A. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. B. $I = 3$. C. $I = 5 + \pi$. D. $I = 7$.

Lời giải

Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 - 2(0 - 1) = 7.$$

Câu 6. Trong kì thi chọn học sinh giỏi ở cụm trường THPT A, môn Toán có 25 học sinh tham gia kết quả điểm bài thi của học sinh được thể hiện trong bảng sau:

Điểm bài thi	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 18,5. B. 10,5. C. 8. **D. 10.**

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $20 - 10 = 10$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

- A.** $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.
C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng là $2(x - 2) - 5(y + 3) + 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + z - 17 = 0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$

. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

- A. 45° . **B. 90° .** C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có các vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$ và $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$.

Ta có:
$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|2 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 0.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là: 90° .

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tính u_5 ?

- A.** $\frac{3}{8}$. **B.** -3 . **C.** $-\frac{3}{8}$. **D.** $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Câu 11. Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân, ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8}$

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) > \log_2 5$ là

- A.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$. **C.** $\left(0; \frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(0; \frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(2x) > \log_2 5 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** a^3 . **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = B.h = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng, sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

- a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- c) Gọi hai điểm cực trị của hàm số là $x_1; x_2$. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.
- d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.

Lời giải

a) **Đúng**, vì : $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Từ BBT ta có:

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) **Sai**, vì từ BBT ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) **Đúng**, vì $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-1) = -1$.

d) **Sai**, vì $A(-1; 3), B(1; -1), C(-1; 2)$.

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1.$$

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{2 \cdot 0 + (-4) \cdot (-1)}{\sqrt{2^2 + (-4)^2} \sqrt{0^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = 1.$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

$$b) \int_0^1 [(x-1) \cdot f(x)] dx = -\frac{2}{3}$$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + x - 1$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ và $\frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(99)} + \frac{1}{F(100)} = \frac{a}{b}$ thì $a + b = 201$.

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có: $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

b) **Đúng.** $\int [(x-1) \cdot f(x)] dx = \int (x-1) \cdot (x+1) dx = \int (x^2 - 1) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.

c) **Sai.** Ta có:

$$F(1) = 2 \Leftrightarrow 2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 0 \text{ vậy } F(x) = x^2 + x.$$

d) **Đúng.** Ta có: $F(x) = x^2 + x = x(x+1)$ nên

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(99)} + \frac{1}{F(100)} \\ &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} + \frac{1}{100 \cdot 101} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} \\ &= 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101} \end{aligned}$$

Vậy $a = 100; b = 101$ nên $a + b = 201$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 0), B(0; 0; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$.

a) Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}(1; 2; -2)$.

b) Nếu $C(1; 2; 3); D(3; 3; 3)$ thì $CD \parallel (\alpha)$.

c) Khoảng cách từ A đến (α) là $d(A, (\alpha)) = \frac{7}{3}$.

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (Oxz) một góc 60° , mặt phẳng (P) đi qua $N(-1; 1; 1)$.

Lời giải

a) Sai. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha(1; -2; 2)$.

b) Sai. Ta có tọa độ của C, D đều thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) do đó $CD \subset (\alpha)$

c) Đúng. $d(A, (\alpha)) = \frac{|1 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}$.

d) Sai. Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là VTPT của mặt phẳng (P) ($a; b; c$ không đồng thời bằng 0)

$\vec{AB} = (0; -2; 2)$; VTPT của (Oxz) là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

(P) đi qua hai điểm A, B nên $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c \Rightarrow \vec{n} = (a; b; b)$.

$((P), (Oxz)) = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}; \vec{j}) \right| = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2 + b^2}} = \frac{1}{2}$.

$\Leftrightarrow 4b^2 = a^2 + 2b^2$.

$\Leftrightarrow a^2 = 2b^2$.

$$\begin{cases} a = b\sqrt{2} \Rightarrow \vec{n} = (\sqrt{2}; 1; 1) \Rightarrow (P_1): \sqrt{2}x + y + z - 2 = 0. \\ a = -b\sqrt{2} \Rightarrow \vec{n} = (-\sqrt{2}; 1; 1) \Rightarrow (P_2): -\sqrt{2}x + y + z - 2 = 0. \end{cases}$$

Vậy (P) không đi qua $N(-1; 1; 1)$.

Câu 4. Một cuộc thi đánh giá năng lực gồm có 45 bộ câu hỏi, trong đó gồm 30 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Duy lấy ngẫu nhiên một bộ câu hỏi, không hoàn trả lại. Sau đó bạn Dung lấy một bộ câu hỏi.

a) Xác suất bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên là $\frac{2}{3}$.

b) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

c) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{15}{44}$.

d) Xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Xét các biến cố :

A : Bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên.

B : Bạn Dung lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội.

a) Đúng. Ta có : $P(A) = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}; P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

b) **Sai.** Nếu Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 44 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, khi đó xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $P(B|A) = \frac{15}{44}$.

c) **Sai.** Nếu Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 44 bộ câu hỏi, trong đó có 14 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, khi đó xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $P(B|\bar{A}) = \frac{14}{44}$.

d) **Đúng.** Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để bạn Dung lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là :

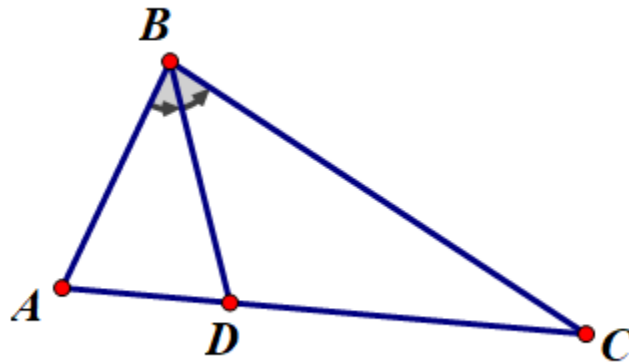
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{44} + \frac{1}{3} \cdot \frac{14}{44} = \frac{1}{3}.$$

PHẦN III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi D

là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Độ dài đoạn $AD = \frac{\sqrt{a}}{3}$, giá trị của a là?

Lời giải



Ta có $AB = \sqrt{26}$, $BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC , theo tính chất phân giác ta có

$$\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } \overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} (*).$$

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$.

$$\text{Do đó } (*) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

$$\overline{AD} = \left(\frac{-5}{3}; \frac{5}{3}; 2\right)$$

Vậy $AD = \frac{\sqrt{86}}{3} = \frac{\sqrt{a}}{3}$, do đó $a = 86$.

Câu 2. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau tối thiểu bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

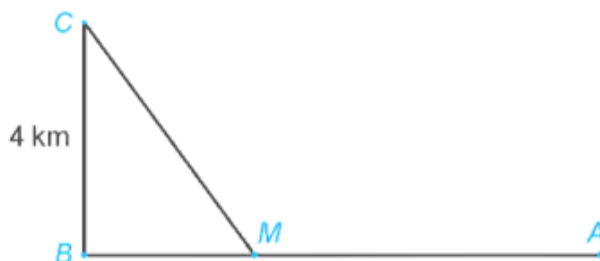
Hướng dẫn giải

Ta có: $V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300$

$$\Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \left(\frac{5}{13}\right) \approx 9,6 \text{ (do } 0 < 0,905 < 1).$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Câu 3. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình vẽ.



Khoảng cách từ C đến B là 4 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định tổng chi phí lắp đặt ít nhất để nối dây từ vị trí A trên đất liền ra đảo C

Lời giải

Gọi khoảng cách BM là x (km), ($0 \leq x \leq 10$).

Khi đó khoảng cách AM là $10 - x$ (km).

Khoảng cách CM là $\sqrt{16 + x^2}$ (km).

Khi đó chi phí lắp đặt dây điện là: $f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành tìm x để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2} \text{ với } 0 \leq x \leq 10$$

$$\Rightarrow f'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{16+x^2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{16+x^2} = 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(16+x^2) = 25x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = -3(\text{loai}) \\ x = 3(\text{nhan}) \end{cases}$$

Ta có

$$f(0) = 500$$

$$f(3) = 460$$

$$f(10) = 100\sqrt{29}$$

Do đó chi phí nhỏ nhất để lắp dây điện là 460 triệu đồng khi M cách B một đoạn 3 km trên đoạn AB.

Câu 4. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (**Hình 33**).

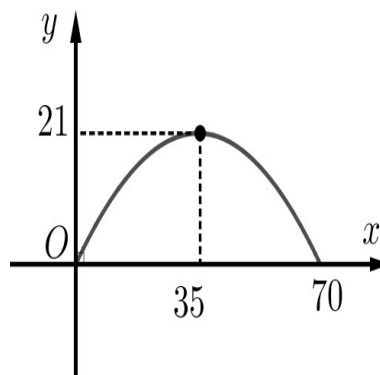


(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 33

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy với gốc tọa độ O trùng với chân cửa bên trái như hình dưới đây.



Gọi đồ thị hàm số biểu thị cho cửa đã cho có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$).

Đồ thị hàm số này đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và các điểm $A(35;21)$, $B(70;0)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 1225a + 35b + c = 21 \\ 4900a + 70b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{175} \\ b = \frac{6}{5} \\ c = 0 \end{cases} \quad \text{Suy ra: } y = -\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x.$$

Diện tích mặt kính cần lắp là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0; x = 70$.

$$\text{Ta có: } S = \int_0^{70} \left(-\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x \right) dx = \left(-\frac{1}{175}x^3 + \frac{3}{5}x^2 \right) \Big|_0^{70} = 980 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng

$$(\alpha): x + y - z - 3 = 0. \text{ Khi } \Delta \text{ tạo với đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \text{ một góc nhỏ nhất thì đường thẳng } \Delta \text{ có một}$$

vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (5; b; c)$. Giá trị của $b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -3 .

d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (0; 3; -2)$, (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; -1)$,

Giả sử Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (a; b; c)$, ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$)

Do $\Delta \subset (\alpha)$ ta có: $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b$.

Gọi φ là góc giữa Δ và d , $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right]$, khi đó:

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d)| = \frac{|3b - 2c|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|b - 2a|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2ab}}$$

Góc φ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \varphi$ lớn nhất.

$$\text{Vì } a \neq 0 \text{ ta được: } \cos \varphi = \frac{|t - 2|}{\sqrt{26(t^2 + t + 1)}}, \left(t = \frac{b}{a} \right)$$

Ta có $26 \cos^2 \varphi = \frac{t^2 - 4t + 4}{t^2 + t + 1}$, đặt $f(t) = \frac{t^2 - 4t + 4}{t^2 + t + 1}$, $t \in \mathbb{R}$, có:

$$f'(t) = \frac{5t^2 - 6t - 8}{(t^2 + t + 1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$:

t	$-\infty$	$-\frac{4}{5}$	2	$+\infty$	
f'(t)	+	0	-	0	+
f(t)	1	$\frac{28}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	

Do $\cos \varphi \geq 0$ nên $\cos \varphi$ lớn nhất khi $f(t)$ lớn nhất, từ bảng biến thiên ta được $\max_{\mathbb{R}} f(t) = f\left(-\frac{4}{5}\right)$.

Khi đó $\frac{b}{a} = -\frac{4}{5} \Leftrightarrow 5b = -4a$, mà $a = 5 \Rightarrow b = -4$, suy ra $c = 1$. Do đó $b + c = -3$.

Câu 6. Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ Sản phẩm được chọn là phế phẩm”.

B là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy một”.

Khi đó \bar{B} là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy hai”.

Vì tỉ lệ đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai nên ta có: $P(B) = 25\% = 0,25$

$$P(\bar{B}) = 75\% = 0,75; P(A|B) = 0,1\% = 0,001; P(A|\bar{B}) = 0,2\% = 0,002.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất chọn được phế phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$P(A) = 0,25.0,001 + 0,75.0,002 = \frac{7}{4000}.$$

Áp dụng công thức Bayes ta có:
$$P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,75 \cdot 0,002}{\frac{7}{4000}} = \frac{6}{7}.$$

Khi đó xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{6}{7} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow T = 6 + 2 \cdot 7 = 20.$

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 2: Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3}$. B. $x = \frac{\pi}{4}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số lượng	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

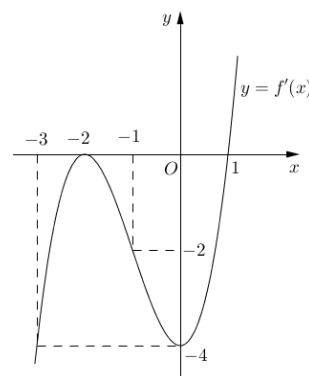
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là:

- A. $\sin 2x$. B. $-\sin 2x$. C. $-2\sin 2x$. D. $2\cos 2x$.

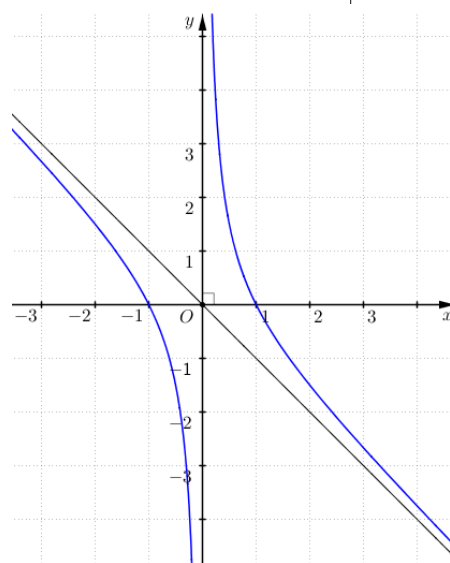
Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.



Câu 6: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$.
B. $y = \frac{-2x + 1}{2x + 2}$.
C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.
D. $y = x^3 - 3x^2$.



Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục toạ độ Ox, Oy và Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$.

B. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.

C. $3x + 6y + 2z - 9 = 0$.

D. $2x + 6y + 3z - 6 = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$.

B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.

C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$.

D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu đó là

A. $I(-1;3;0)$.

B. $I(1;3;0)$.

C. $I(1;-3;0)$.

D. $I(-1;-3;0)$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cot^2 x$?

A. $y = \frac{\cot^3 x}{3}$.

B. $y = \cot x - x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = -\cot x - x$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $\int_3^5 f(x) dx = 2$. Biểu thức $\int_5^3 f(x) dx$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -2.

D. $-\frac{1}{2}$.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

b) Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

c) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên tạo với 2 trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-3;5), B(-3;7;1), C(5;-1;17)$.

a) Vectơ \overline{AB} có toạ độ là $(-2;4;6)$.

b) Ba điểm O, A, B thẳng hàng.

c) Tam giác ABC là tam giác tù.

d) Không có điểm M nào thuộc mặt phẳng (Oxz) để tam giác MBC đều.

Câu 3: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

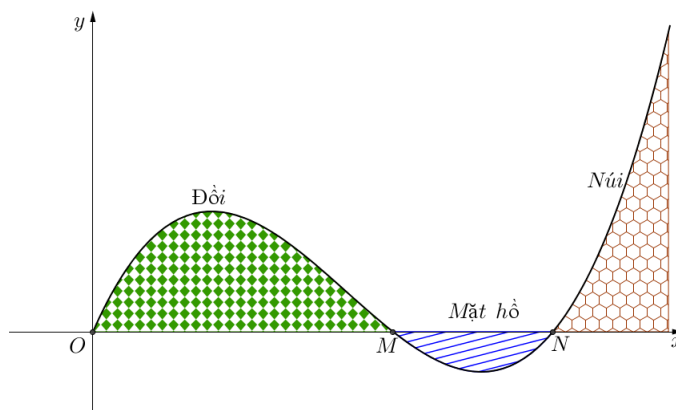
- Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là $\frac{375}{2}(m)$.
- Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là $v_B(t) = at$.
- Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là $\frac{215}{2}a(m)$.
- Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25(m/s)$.

Câu 4: Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau: Có 40% bệnh nhân đau dạ dày; có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress; trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân.

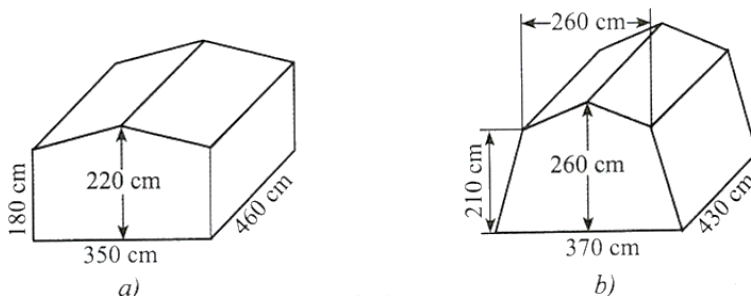
- Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.
- Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,6.

PHẦN III. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lát cắt ngang của một vùng đất được mô hình hoá là một phần hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là kilomet). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OM = 2(km)$, độ rộng của hồ nước $MN = 1(km)$ và ngọn đồi cao $528(m)$. Độ sâu nhất của hồ nước là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?

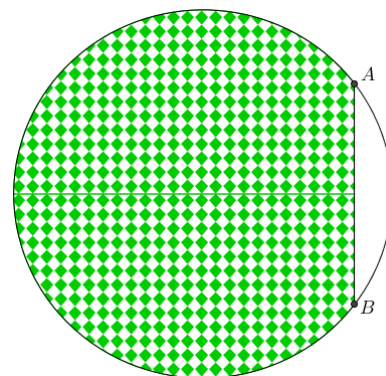


Câu 2: Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có dạng khối lăng trụ đứng ngũ giác với kích thước như trong hình a và hình b.

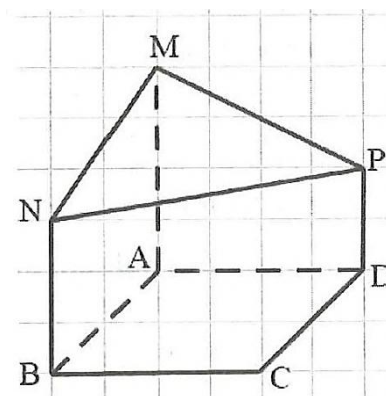


Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính $V_1 - V_2$, trong đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở hình a, b . Giá trị của $V_1 - V_2$ bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 3: Ông A có miếng đất hình tròn có bán kính bằng $5m$. Ông A tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bớt lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Gọi T là số tiền ông A nhận được sau khi thu hoạch (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng



Câu 4: Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $6m$, AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4m, BN = 3m, DP = 2m$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là n° . Giá trị của n là bao nhiêu?



Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên các trục là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là 3 km . Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

Câu 6: Hai bạn An, Bình cùng ném bóng rổ. Mỗi lần chỉ có một người ném với quy tắc như sau: Nếu ném trúng thì người đó sẽ ném tiếp, nếu ném trượt thì đến lượt người kia ném. Ở mọi lần ném bóng, xác suất An ném trúng đều là $0,4$ và xác suất Bình ném trúng đều là $0,6$. Hai bạn rút thăm để quyết định người ném bóng đầu tiên. Xác suất người được ném đầu tiên là An và xác suất người được ném đầu tiên là Bình cùng bằng $0,5$. Tìm xác suất để người ném bóng lần thứ 2 là Bình.

--- Hết ---

A. ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (từ câu 1 đến câu 12; 3,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	C	C	C	A	B	B	B	C	D	C

Phần II. Trắc nghiệm đúng – sai (từ câu 1 đến câu 4; 4,0 điểm)

Câu 1	a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
Câu 2	a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
Câu 3	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
Câu 4	a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Phần III. Trắc nghiệm lựa chọn câu trả lời ngắn (từ câu 1 đến câu 6; 3,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	158	961	7445	20	4	0,6

B. LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.
A. 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.

Lời giải

Chọn D

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,2024$.

Câu 2: Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4}$. **C.** $x = \frac{\pi}{2}$. **D.** $x = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k.2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ là 1 nghiệm.

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số lượng	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên: $19 - 14 = 5$.

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là:

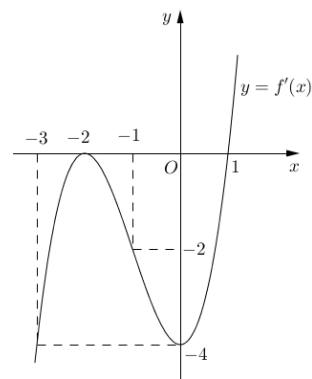
- A. $\sin 2x$. B. $-\sin 2x$. C. $-2 \sin 2x$. D. $2 \cos 2x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\cos 2x)' = -2 \sin 2x$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

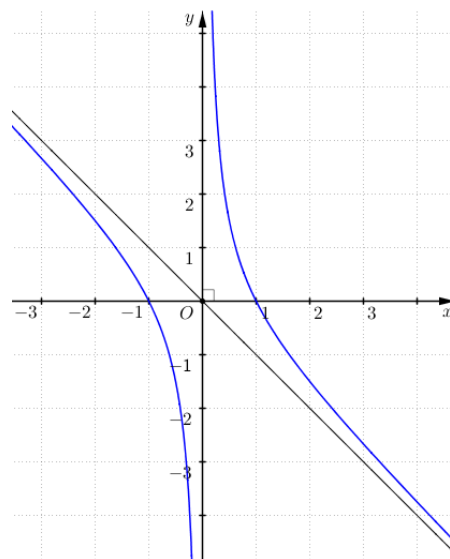
Chọn C

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; 1)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 6: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$.
B. $y = \frac{-2x + 1}{2x + 2}$.
C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.
D. $y = x^3 - 3x^2$.



Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có:

- + Tiệm cận đứng $x = 0$.
- + Tiệm cận xiên $y = -x$.

Suy ra loại B, D và C có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại C. Vậy đáp án đúng A.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$. **B.** $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4).$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy và Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$. **B.** $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.
C. $3x + 6y + 2z - 9 = 0$. D. $2x + 6y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ các điểm A, B, C là $A(2; 0; 0); B(0; 1; 0); C(0; 0; 3)$.

Suy ra phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ hay $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.
C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$. D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình chính tắc của đường thẳng.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu đó là

- A. $I(-1; 3; 0)$. B. $I(1; 3; 0)$. **C.** $I(1; -3; 0)$. D. $I(-1; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Do mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$ nên tọa độ tâm của mặt cầu là

$I(1; -3; 0)$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cot^2 x$?

A. $y = \frac{\cot^3 x}{3}$.

B. $y = \cot x - x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = -\cot x - x$.

Lời giải

Chọn D

$$\int \cot^2 x dx = \int [(1 + \cot^2 x) - 1] dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) dx = -\cot x - x + C$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $\int_3^5 f(x) dx = 2$. Biểu thức $\int_5^3 f(x) dx$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -2.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng tính chất $\int_3^5 f(x) dx = -\int_5^3 f(x) dx = -2$.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

c) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Từ đó ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		+	0	-	
y			1		
	$-\infty$			$+\infty$	$+\infty$
				9	

Kết luận:

a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Tiệm cận xiên có dạng: $y = ax + b$ với $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$; $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] = 4$.

Vậy tiệm cận xiên (d): $y = x + 4$. Khi đó $(d) \cap Ox = A(-4; 0)$; $(d) \cap Oy = B(0; 4)$

$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-4| \cdot 4 = 8.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -3; 5)$, $B(-3; 7; 1)$, $C(5; -1; 17)$.

a) Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là $(-2; 4; 6)$.

b) Ba điểm O, A, B thẳng hàng.

c) Tam giác ABC là tam giác tù.

d) Không có điểm M nào thuộc mặt phẳng (Oxz) để tam giác MBC đều.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

- Ta có $\overrightarrow{AB}(-4; 10; -4)$.
- $\overrightarrow{OA}(1; -3; 5) \neq k \overrightarrow{OB}(-3; 7; 1) \Rightarrow O, A, B$ không thẳng hàng.
- Vì $\overrightarrow{AB}(-4; 10; -4)$, $\overrightarrow{AC}(4; 4; 12)$, $\overrightarrow{BC}(8; -8; 16) \Rightarrow BC$ là cạnh lớn nhất trong tam giác ABC . Do đó góc \widehat{BAC} là góc lớn nhất.

$$\text{Ta có } \cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AB \cdot AC} = \frac{16 + 100 + 16 + 16 + 16 + 144 - 64 - 64 - 256}{AB \cdot AC} < 0.$$

Vậy góc \widehat{BAC} tù.

- Gọi $M(x; 0; z) \in (Oxz) \Rightarrow \overrightarrow{MB}(-3-x; 7; 1-z)$. Gọi $I(1; 3; 9)$ là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MI}(1-x; 3; 9-z)$. Vì tam giác MBC đều nên $MI \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. Lại có $MB = BC$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} 8 \cdot (1-x) - 8 \cdot 3 + 16 \cdot (9-z) = 0 \\ (3+x)^2 + 49 + (1-z)^2 = 64 + 64 + 256 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 - 2z \\ 5z^2 - 78z + 27 = 0 \end{cases}$$
. Hệ này có hai nghiệm phân

biệt, vậy có hai điểm M thỏa mãn bài toán.

Vậy a) Sai, b) Sai, c) Đúng, d) Sai.

Câu 3: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là $\frac{375}{2}(m)$.

b) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là $v_B(t) = at$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là $\frac{215}{2}a(m)$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25 (m/s)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là

$$S = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100} t^2 + \frac{13}{30} t \right) dt = \frac{375}{2} (m).$$

b) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là

$$v_B(t) = v_B(0) + at = 0 + at = at.$$

c) Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là

$$S = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225}{2} a (m).$$

d) Khi B đuổi kịp A ta có $\frac{225}{2} a = \frac{375}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$. Vậy vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A

là $v_B(15) = 15a = 15 \cdot \frac{5}{3} = 25 (m/s)$.

Câu 4: Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau: Có 40% bệnh nhân đau dạ dày; có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress; trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,6.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Xét các biến cố: A : “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”.

B : “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”.

Khi đó ta có: $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4; P(B | A) = 0,8$.

Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là

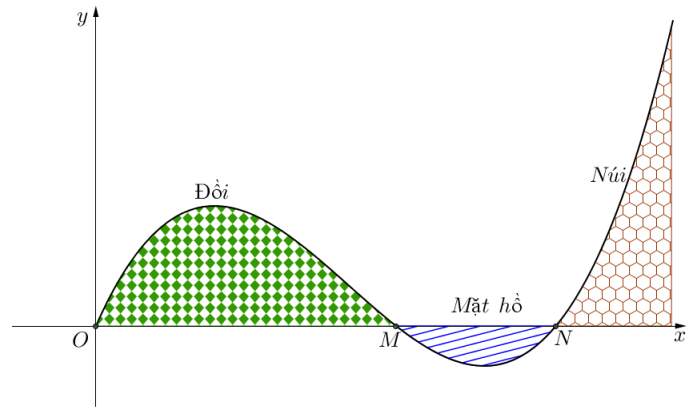
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,24.$$

Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

PHẦN III. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lát cắt ngang của một vùng đất được mô hình hoá là một phần hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là kilomet). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OM = 2 (km)$, độ rộng của hồ nước $MN = 1 (km)$ và ngọn đồi cao $528 (m)$. Độ sâu nhất của hồ nước là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



Lời giải

Đáp số: 158.

Ta có $OM = 2 (km)$, $ON = 3 (km)$ và $528 (m) = 0,528 (km)$. Do đó $M(2; 0)$, $N(3; 0)$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $O(0; 0)$, $M(2; 0)$, $N(3; 0)$ do đó

$$y = f(x) = ax(x-2)(x-3) \text{ suy ra } y = f(x) = a(x^3 - 5x^2 + 6x) \text{ với } a > 0.$$

Ta có $f'(x) = a(3x^2 - 10x + 6)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{7}}{3} \\ x = \frac{5 - \sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

Độ cao của đồi là $0,528 (km)$ nên điểm cực đại của đồ thị hàm số là $\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}; 0,528\right)$.

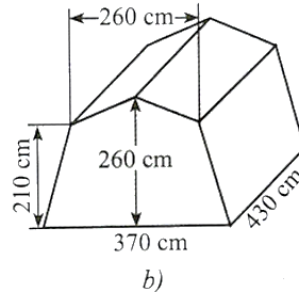
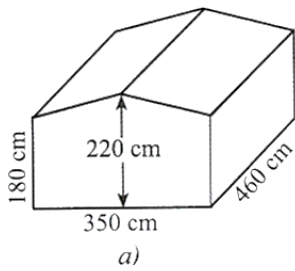
$$\text{Do đó } f\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}\right) = 0,528 \Leftrightarrow a = \frac{0,528}{\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}\right)^3 - 5 \cdot \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}\right)} \approx 0,25.$$

$$\text{Suy ra } f\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{3}\right) \approx -0,1578.$$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{3}; -0,1578\right)$.

Vậy độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất xấp xỉ $0,1578 (km) \approx 158 (m)$.

Câu 2: Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có dạng khối lăng trụ đứng ngũ giác với kích thước như trong hình a và hình b.



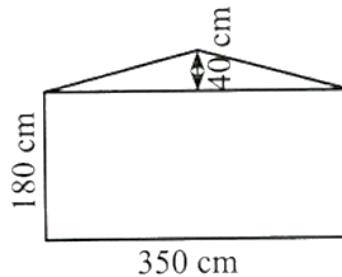
Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính $V_1 - V_2$, trong đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở hình a, b . Giá trị của $V_1 - V_2$ bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp số: 961

Cả hai lều đều có dạng khối lăng trụ đứng ngũ giác.

- Xét khối lăng trụ ở hình a. Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình chữ nhật có chiều rộng 180 cm , chiều dài 350 cm ; tam giác cân có cạnh đáy dài 350 cm , chiều cao 40 cm như Hình.



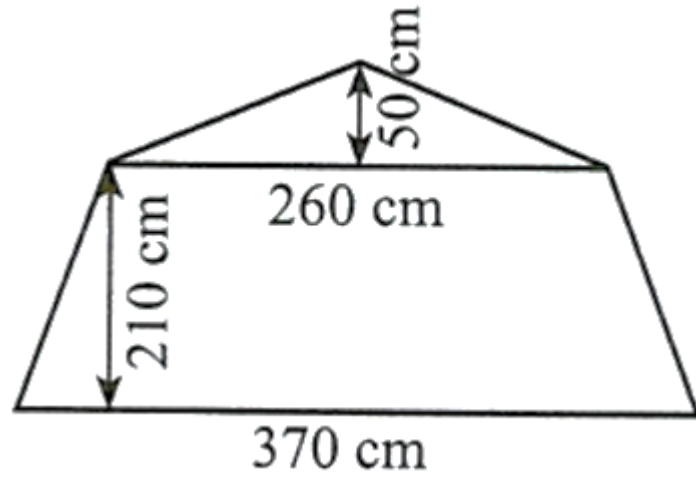
Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là:

$$S_1 = 180 \cdot 350 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 350 = 70000 (\text{cm}^2).$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là:

$$V_1 = S_1 \cdot h_1 = 70000 \cdot 460 = 32200000 (\text{cm}^3).$$

- Xét khối lăng trụ ở hình b. Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình thang cân có đáy lớn dài 370 cm , đáy nhỏ dài 260 cm , chiều cao 210 cm ; tam giác cân có cạnh đáy dài 260 cm , chiều cao 50 cm như Hình.



Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là:

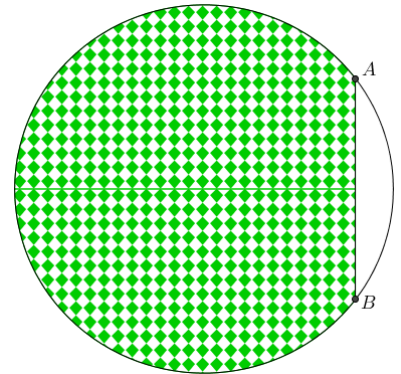
$$S_2 = \frac{1}{2}(370 + 260) \cdot 210 + \frac{1}{2} \cdot 260 \cdot 50 = 72650 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là:

$$V_2 = S_2 \cdot h_2 = 72650 \cdot 430 = 31239500 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

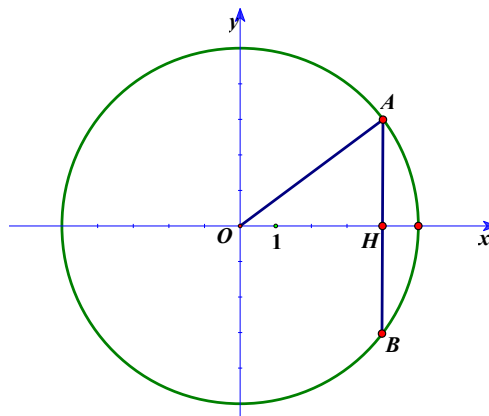
Do đó $V_1 - V_2 = 960500 \text{ (cm}^3\text{)} \approx 961 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Câu 3: Ông A có miếng đất hình tròn có bán kính bằng $5m$. Ông A tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bớt lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Gọi T là số tiền ông A nhận được sau khi thu hoạch cây (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng



Lời giải

Đáp số: 7445



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$.

Suy ra: $y = \pm\sqrt{25-x^2}$.

Do $AB = 6$ nên $AH = 3$.

Suy ra: $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Khi đó khoảng trống chừa lại để làm chòi chính là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đồ thị $y = \pm\sqrt{25-x^2}$ và hai đường thẳng $x = 4; x = 5$.

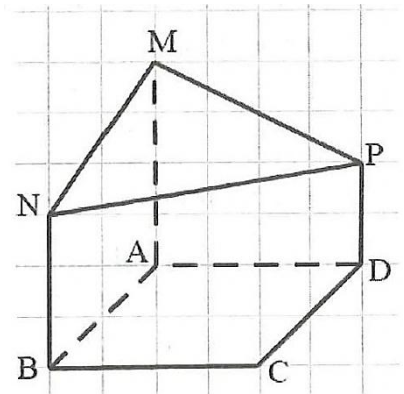
Nên diện tích phần đất chừa lại là: $S_1 = \int_4^5 \left(\sqrt{25-x^2} - \left(-\sqrt{25-x^2} \right) \right) dx \approx 4,09 (m^2)$.

Diện tích cả mảnh đất hình tròn là: $S = \pi \cdot 5^2 = 25\pi (m^2)$.

Diện tích phần đất trồng cây là: $S_2 = S - S_1 \approx 74,45 (m^2)$.

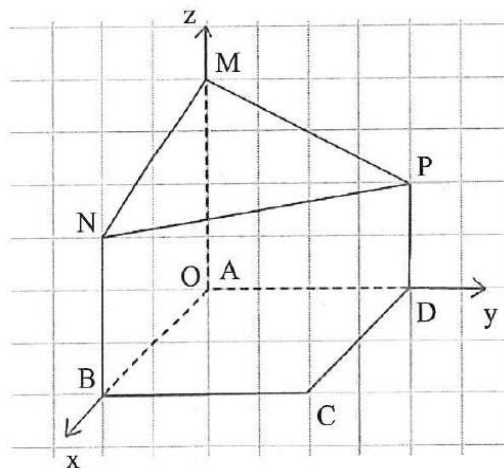
Vậy số tiền nhận được sau khi thu hoạch là: $100.74,45 = 7445$ (nghìn đồng).

Câu 4: Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $6m$, AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4m$, $BN = 3m$, $DP = 2m$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là n° . Giá trị của n là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 20



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ với đơn vị của mỗi trục là mét, $A(0;0;0), B(6;0;0), D(0;6;0), M(0;0;4), N(6;0;3), P(0;6;2)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là $x + 2y + 6z - 24 = 0$, vectơ pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n} = (1;2;6)$.

$(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{k} = (0;0;1)$.

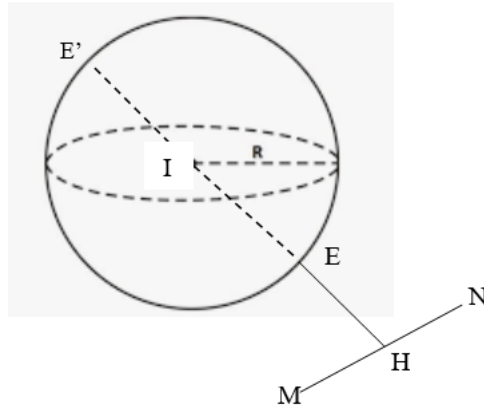
$$\cos n^\circ = \cos((ABCD), (MNP)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 6 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{6\sqrt{41}}{41}.$$

Suy ra $n = 20$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên các trục là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là 3 km . Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: 4



Xét mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;2)$, bán kính $R = 3$. Ta có $IM = IN = 3\sqrt{3} > R$ nên cả hai điểm M, N đều nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi H là trung điểm của MN suy ra $H(5;-2;4)$ và

$$EH^2 = \frac{EM^2 + EN^2}{2} - \frac{MN^2}{4}.$$

$$\text{Ta có } (EM + EN)^2 \leq 2(EM^2 + EN^2) = 2\left(2EH^2 + \frac{MN^2}{2}\right) = 4EH^2 + MN^2.$$

Khi đó $(EM + EN)$ lớn nhất khi EH lớn nhất. Điều kiện cần để EH lớn nhất là E là giao điểm của IH với mặt cầu (S)

$$IH \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có phương trình } (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được

$$(2t)^2 + (-2t)^2 + t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

Suy ra có hai điểm $E_1(3;0;3)$ hoặc $E_2(-1;4;1)$. Ta có $E_1H = 3, E_2H = 9$. Vậy EH lớn nhất thì $E(-1;4;1)$ hay $T = a + b + c = 4$.

Câu 6: Hai bạn An, Bình cùng ném bóng rổ. Mỗi lần chỉ có một người ném với quy tắc như sau: Nếu ném trúng thì người đó sẽ ném tiếp, nếu ném trượt thì đến lượt người kia ném. Ở mọi lần ném bóng, xác suất An ném trúng đều là $0,4$ và xác suất Bình ném trúng đều là $0,6$. Hai bạn rút thăm để quyết định người

ném bóng đầu tiên. Xác suất người được ném đầu tiên là An và xác suất người được ném đầu tiên là Bình cùng bằng 0,5. Tìm xác suất để người ném bóng lần thứ 2 là Bình.

Lời giải

Đáp số: 0,6

Gọi A_i là biến cố: “Lần thứ i người ném bóng là An”.

Gọi B_i là biến cố: “Lần thứ i người ném bóng là Bình”.

Để lần thứ 2 người ném bóng là Bình thì có các khả năng sau:

Trường hợp 1: An là người ném bóng lần thứ 1 và ném trượt.

Khi đó $P(A_1B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 | A_1) = 0,5 \cdot (1 - 0,4) = 0,3$.

Trường hợp 2: Bình là người ném bóng lần thứ 1 và ném trúng.

Khi đó $P(B_1B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3$.

Vậy xác suất để lần thứ 2 người ném là bình Bình bằng

$P(B_2) = P(A_1B_2) + P(B_1B_2) = 0,3 + 0,3 = 0,6$.

--- Hết ---