

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x$  là

- A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C.$       B.  $\frac{4^x}{2 \ln 2} + C.$       C.  $\frac{4^x}{x} + C.$       D.  $x \cdot 4^{x-1} + C.$

**Câu 2.** Xét hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung, trục hoành và đường thẳng  $x = 3$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

- A. 33.      B.  $\frac{33}{5}.$       C.  $\frac{33\pi}{5}.$       D.  $33\pi$

**Câu 3:** Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	8	11	7

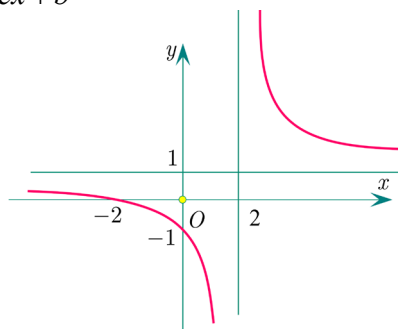
Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [2;4).      B. [4;6).      C. [6;8).      D. [8;10).

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$       B.  $x - 2y + z = 0.$
- C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}.$       D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

**Câu 5.** Tìm hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{2}{cx+b}$  có đồ thị như hình vẽ sau:



- A.  $a = 2, b = 2, c = -1.$       B.  $a = 1, b = 1, c = -1.$       C.  $a = 1, b = 2, c = 1.$       D.  $a = 1, b = -2, c = 1.$

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 1$  là

- A.  $(-\infty; 0).$       B.  $(-\infty; 1).$       C.  $(2; +\infty).$       D.  $(1; 7).$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (2; -1; 1).$       B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1).$       C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3).$       D.  $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3).$

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A.  $CD \perp (SBC)$ .      B.  $SA \perp (ABC)$ .      C.  $BC \perp (SAB)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 27$  là

- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

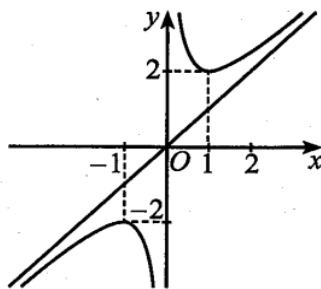
**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng  $u_2$  của cấp số cộng là

- A.  $\frac{8}{3}$ .      B. 24.      C. 5.      D. 11.

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$ .      D.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(0;1)$ .      B.  $(1;2)$ .      C.  $(-1;0)$ .      D.  $(-1;1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x - x + \pi$ .

- a)  $f(\pi) = -2$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x - 1$ .  
 c) Số nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[ \frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$  là 2.  
 d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[ \frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$  là  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.  
 b) Giá trị của  $b$  là 8.  
 c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ khi tăng tốc

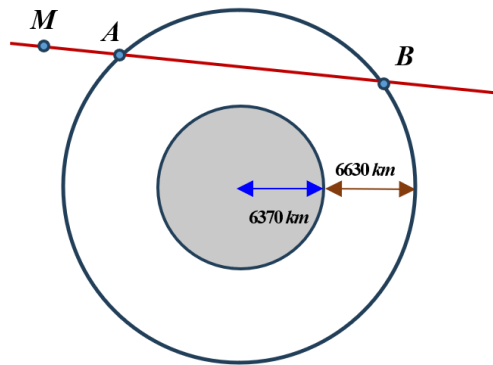
được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

- d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Câu 3.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

- a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,85.
- b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là 0,99.
- c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là 0,9855.
- d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là 0,95.

**Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(6;15;-2)$  sau một thời gian vị trí đầu tiên thiên thạch đi chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(5;12;0)$ .



- a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$ .
- b) Trên hệ tọa độ đã cho thiên thạch đi chuyển qua điểm  $N(7;18;-5)$ .
- c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ .
- d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 21915 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

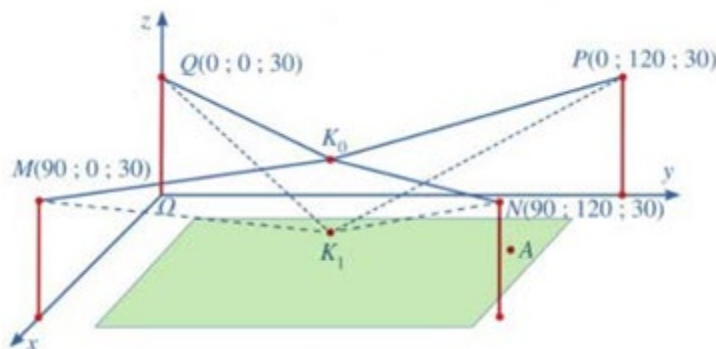
**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA, AB, AC$  đôi một vuông góc. Biết rằng

$SA = 5; AB = 3; AC = 4$ . Khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là bao nhiêu?

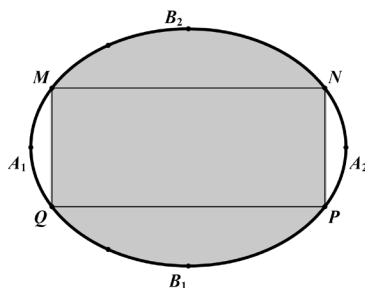
**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , một con bọ đang đậu ở đỉnh  $A$  của tứ diện. Mỗi lần nghe một tiếng trống thì nó nhảy sang một đỉnh bất kì của tứ diện  $ABCD$  mà kề với đỉnh nó đang đậu. Hỏi sau 4 tiếng trống nó có bao nhiêu cách trở về đỉnh  $A$ ?

**Câu 3.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90;0;30)$ ,  $N(90;120;30)$ ,  $P(0;120;30)$ ,  $Q(0;0;30)$  (Hình 34). Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VT).



Biết rằng vectơ  $\overrightarrow{K_0K_1}$  có tọa độ là  $(a;b;c); a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200 000 (đồng) và phần còn lại 100 000 (đồng). Biết  $A_1A_2 = 8\text{ m}$ ,  $B_1B_2 = 6\text{ m}$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3\text{ m}$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Câu 5.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Câu 6.** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi trắng, hộp II có 7 bi đỏ và 3 bi trắng, các bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai bi. Tính xác suất để lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I, biết rằng trong bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5\cos x$  là

- A.  $5\sin x + C$ .      B.  $5\sin 2x + C$ .      C.  $\sin 5x + C$ .      D.  $-5\sin x + C$ .

**Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) được tính theo công thức

- A.  $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$ .      B.  $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$ .
- C.  $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$ .      D.  $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$ .

**Câu 3.** Giáo viên chủ nhiệm khảo sát thời gian sử dụng Internet trong một ngày của 50 học sinh thành 7 nhóm (đơn vị: phút) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[0; 60)$	5	5
$[60; 120)$	11	16
$[120; 180)$	9	25
$[180; 240)$	8	33
$[240; 300)$	9	42
$[300; 360)$	5	47
$[360; 420)$	3	50
	$n = 50$	

Trung vị của mẫu số liệu bằng

- A. 175.      B. 180.      C. 186.      D. 187.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(-4; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -1; 3)$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

- A.  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ;  $c \neq 0$ ) có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	$2$	$+\infty$	$2$
		$-\infty$	

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

- A.  $y = 2$ .      B.  $y = -1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = -1$ .

**Câu 6:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_3(2-x) \leq 1$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A.  $2x + 3y + z - 1 = 0$ .      B.  $x^2 + y - z + 3 = 0$ .      C.  $x - y^2 + 3z - 6 = 0$ .      D.  $x + y + z^2 - 7 = 0$

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Đường thẳng  $CD$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SAD)$ .      B.  $(SAB)$ .      C.  $(SAC)$ .      D.  $(SBD)$ .

**Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$  là

- A.  $[-4; 2]$ .      B.  $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ .      C.  $[-2; 4]$ .      D.  $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ .

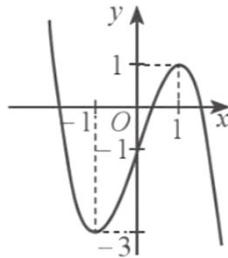
**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Số hạng đầu tiên  $u_1$  của cấp số cộng là

- A.  $u_1 = -16$ .      B.  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .      C.  $u_1 = \frac{1}{16}$ .      D.  $u_1 = 16$ .

**Câu 11.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  bằng

- A.  $a^2$ .      B.  $-a^2$ .      C.  $\frac{1}{2}a^2$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-3; 1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 4 \sin x + 2x + 1$ .

a)  $f(0) = 1; f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 3$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -4\cos x + 2$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $2\pi + 1$ .

**Câu 2.** Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ m/s của xe thay đổi theo thời gian  $t$  ( giây ) được tính theo công thức  $v(t) = 20 - 5t$  ( $0 \leq t \leq 4$ ).

a) Quãng đường quãng đường xe di chuyển được biểu diễn bởi hàm số  $s(t) = 20t - \frac{5}{2}t^2$  ( m ).

b) Quãng đường của ô tô thời điểm  $t = 2$  là 30 m.

c) Quãng đường xe di chuyển từ khi hãm phanh đến khi dừng hẳn là 40 m.

d) Tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian đó là 4.

**Câu 3.** Trường Hạnh Phúc có 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

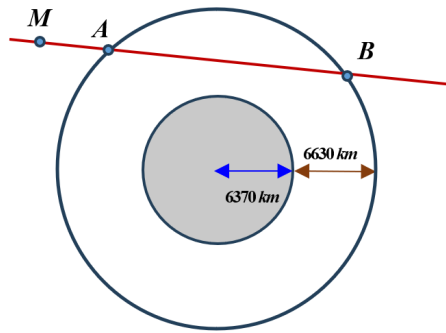
a) Xác suất chọn được học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc là 0,9.

b) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ âm nhạc vừa biết chơi đàn ghi ta là 0,17.

c) Xác suất chọn được học sinh biết chơi đàn ghi ta là 0,25.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là 0,68

**Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(-12; 29; 10)$  theo phương song song với giá của vectơ  $\vec{u}(-12; 17; 5)$ .



a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số 
$$\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(12; -5; 0)$ .

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B(0; 12; 5)$ .

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2\text{ cm}$ ,  $AC = 6\text{ cm}$ ,  $\widehat{BAC} = 150^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC$  bằng bao nhiêu centimet?

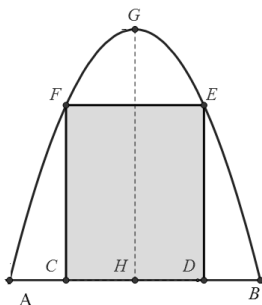
**Câu 2.** Trong không gian cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  song song với nhau. Trên đường thẳng  $a$  lấy bốn điểm phân biệt. Trên mặt phẳng  $(P)$  lấy năm điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng và

không có đường thẳng nào đi qua hai điểm trong năm điểm song song với  $a$ . Có bao nhiêu hình tứ diện có đỉnh từ 9 điểm đã lấy từ đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$ ?

**Câu 3.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông  $40(km)$  và về phía Nam  $60(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $3(km)$ . Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc  $90(km)$  và về phía Tây  $50(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $6(km)$ . Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là  $2\sqrt{3401}(km)$  và máy bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.



**Câu 4.** Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao  $GH = 4m$ , chiều rộng  $AB = 4m$ ,  $AC = BD = 0,9m$ . Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá là  $1\,200\,000$  đồng/ $m^2$ , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là  $900\,000$  đồng/ $m^2$ . Hỏi tổng số tiền làm cổng parabol như trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Câu 5.** Một bể chứa  $6000$  lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ  $25$  gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ  $20$  lít/phút. Giả sử sau  $t$  phút, tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể (đơn vị gam/lít) là một hàm  $f(t)$ . Hãy xác định hàm số  $f(t), t \in [0; +\infty)$  và xác định nồng độ muối tối đa có trong bể.

**Câu 6.** Một cuộc thi khoa học có  $36$  bộ câu hỏi, trong đó có  $20$  bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và  $16$  bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị  $a+b$  bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----



## ĐÁP ÁN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chọn	A	D	B	D	D	C	A	A	C	D
Câu	11	12								
Chọn	C	C								

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Sai	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng	c) Sai
	d) Sai	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1	100	45	11,4	25	13

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$  là:

- A.  $\frac{1}{2} \cos x + C$ .      B.  $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      C.  $\frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      D.  $-\frac{1}{2} \cos x + C$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 4x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{8}$ . Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $\frac{\pi^2}{2}$ .      B.  $\frac{\pi^2}{16}$ .      C.  $\frac{\pi}{4}$ .      D.  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 3:** Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [60;70).      B. [70;80).      C. [80;90).      D. [90;100).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; -1; 3), B(1; 3; 1), C(-1; 1; 5)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .      B.  $x - 2y + z = 0$ .      C.  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

- A.  $y = \frac{2x+1}{x-3}$ .      B.  $y = \frac{2-x}{x+3}$ .      C.  $y = \frac{2x+7}{x+3}$ .      D.  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ .

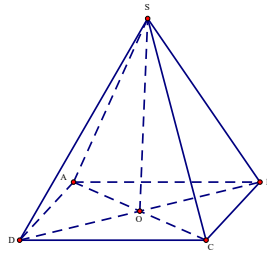
**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x-1) < 2$  là

- A. (1;101).      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      D. (1; 7).

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$  là

- A.  $\vec{n} = (3; 6; -2)$       B.  $\vec{n} = (2; -1; 3)$       C.  $\vec{n} = (-3; -6; -2)$       D.  $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O, SA = SC, SB = SD$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?



- A.  $SA \perp (ABCD)$ .      B.  $SO \perp (ABCD)$ .      C.  $SC \perp (ABCD)$ .      D.  $SB \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Phương trình  $\log_3(3x-2) = 3$  có nghiệm là:

- A.  $x = \frac{25}{3}$       B. 87      C.  $x = \frac{29}{3}$       D.  $x = \frac{11}{3}$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3.      B. -4.      C. 4.      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 11:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .      B.  $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .  
 C.  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ .      D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	-		-	0	+

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2 \cos x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6}$

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của  $b$  là 20.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 20)$  kể từ khi giảm tốc

được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^{20} v(t) dt$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h.

**Câu 3.** Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng  $I$  và 6 xạ thủ hạng  $II$ . Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng  $I$  và hạng  $II$  lần lượt là  $0,75$  và  $0,6$ . Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn 1 viên đạn.

Gọi  $A$  là biến cố: "Chọn được xạ thủ hạng  $I$ ";

Gọi  $B$  là biến cố: "Viên đạn đó trúng mục tiêu".

a)  $P(A) = 0,4$ .

b)  $P(\bar{B} | A) = 0,75$  và  $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,6$ .

c)  $P(B) = 0,7$ .

d) Trong số những viên đạn bắn trúng mục tiêu xác suất để viên đạn của xạ thủ loại  $II$  là  $\frac{5}{11}$ .

**Câu 4.** Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn trên hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ  $(0; -3; -1)$ , cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là 10 mét. Một người đi chuyển theo phương thẳng từ vị trí  $N(7; 10; -4)$  đến vị trí  $M(5; 0; 2)$  để nhận nguồn âm, biết rằng nguồn âm phát ở cường độ tai người nghe thấy được

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là  $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 100$ .

b) Tại điểm  $M(5; 0; 2)$  sẽ nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên.

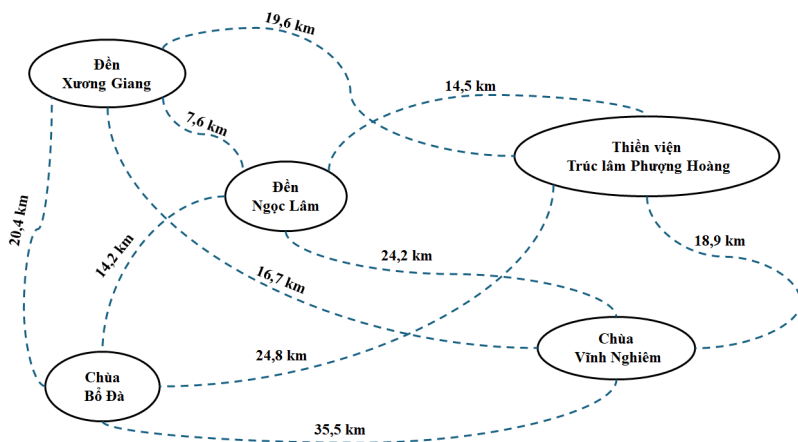
c) Đoạn đường người đó đi chuyển nằm trên đường thẳng có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Khi người đó đi chuyển từ  $N$  đến  $M$  thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là  $A\left(\frac{118}{35}; -\frac{57}{35}; \frac{241}{35}\right)$ .

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình tứ diện đều  $ABCD$ . Số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là  $\alpha$ . Giá trị của biểu thức  $P = 2 \tan^2 \alpha - 1$  là

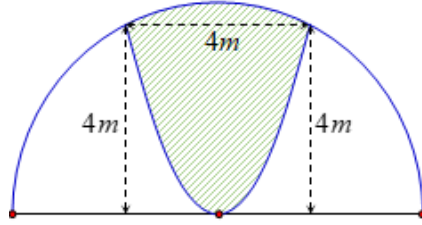
**Câu 2.** Công ty A có kế hoạch tổ chức tour du lịch tâm linh tại tỉnh Bắc Giang đi qua 5 địa điểm: Đền Xương Giang, Chùa Bồ Đà, Chùa Vĩnh Nghiêm, Thiền viện Trúc lâm Phượng Hoàng, Đền Ngọc Lâm. Hành khách sẽ xuất phát từ Đền Xương Giang và đi thăm mỗi địa điểm đúng một lần. Qua khảo sát thực địa, công ty xây dựng được lược đồ như hình (khoảng cách giữa mỗi cặp địa điểm được ghi trên đường nối). Để tiết kiệm chi phí, công ty dự định chọn tuyến đường có tổng độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường này là bao nhiêu km?



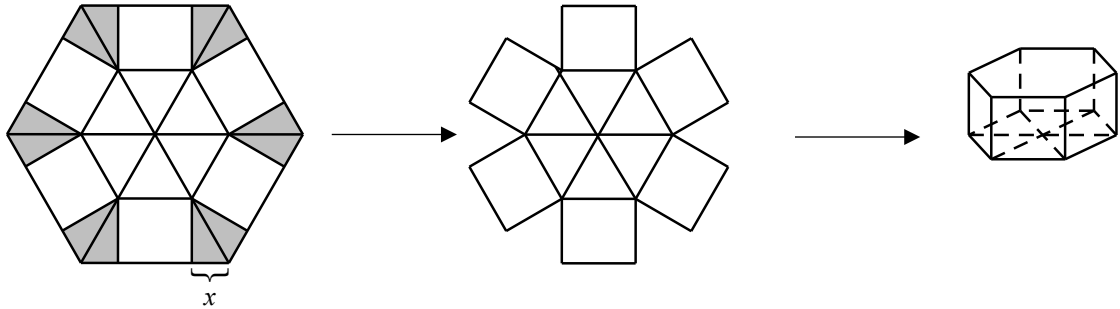
**Câu 3.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát  $2,5$  km về phía nam và  $2$  km về phía đông, đồng thời cách mặt đất  $0,8$  km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát  $1,5$  km về phía bắc và  $3$  km về phía tây, đồng thời cách mặt đất  $0,6$  km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh

khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai kinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a + 3b$ .

**Câu 4.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phân để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng  $4\text{ m}$ . Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là  $150\,000$  đồng/ $\text{m}^2$  và  $100\,000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị triệu đồng) bằng



**Câu 5.** Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh  $90(\text{cm})$ . Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng  $x(\text{cm})$  (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm  $x$  để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất (đơn vị  $\text{cm}$ ).



**Câu 6.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là  $0,2\%$  và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có  $6\%$  những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (3x+1)^2$  là

- A.  $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$ .      B.  $\frac{1}{9} \cdot (3x+1)^3$       C.  $(3x+1)^3 + C$ .      D.  $9 \cdot (3x+1)^3 + C$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = \sin x$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục  $Ox$  là

- A.  $\frac{\pi}{2}$ .      B.  $\frac{\pi^2}{2}$ .      C.  $\pi$ .      D.  $\pi^2$ .

**Câu 3:** Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

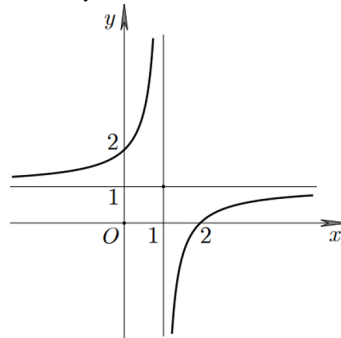
Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [60;70).      B. [70;80).      C. [80;90).      D. [90;100).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(4; -1; 3)$ ,  $B(1; 3; 1)$ ,  $C(-1; 1; 5)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .      B.  $x - 2y + z = 0$ .
- C.  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0; ac \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



- A.  $x = 1, y = 1$ .      B.  $x = -1, y = 1$ .      C.  $x = 1, y = 2$ .      D.  $x = 2, y = 1$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_4(x-1) < 1$  là

- A. (1;5).      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      D. (1;7).

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$ ?

- A.  $\vec{a} = (2; -3; 1)$       B.  $\vec{b} = (2; 1; -3)$       C.  $\vec{c} = (2; -3; 0)$       D.  $\vec{d} = (3; 2; 0)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều và cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

- A.  $(SBC)$  và  $(SAB)$ .      B.  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .      C.  $(SBC)$  và  $(SAC)$ .      D.  $(SAB)$  và  $(ABC)$ .

**Câu 9:** Phương trình  $5^x = 15$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = \log_5 15$ .                      C.  $x = 5$ .                      D.  $x = \log_{15} 5$ .

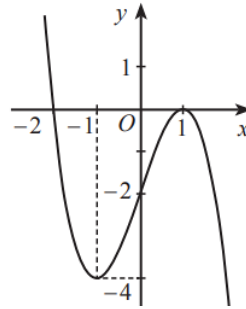
**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -4, u_2 = -2$ . Công bội của cấp số nhân là

- A.  $q = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $q = \frac{1}{2}$ .                      C.  $q = 2$ .                      D.  $q = -2$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB'}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(-1; 1)$ .                      C.  $(-2; 1)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x + x$ .

a)  $f(0) = 1; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2\sin 2x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  là  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  là  $\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 2.** Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc  $v_1(t) = 6 - 3t$  (m/s), chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc  $v_2(t) = 12 - 4t$  (m/s).

a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} + C \text{ (m)}.$$

b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_2(t) = 12t - 2t^2 + C \text{ (m)}.$$

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là 18(m).

d) Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn 12(m).

**Câu 3.** Để kiểm chứng thị hiếu của khán giả đối với một chương trình truyền hình, một nhà đài đã phỏng vấn ngẫu nhiên 300 khán giả về chương trình đó. Kết quả thống kê như sau: có 175 người trả lời “thích”; có 125 người trả lời “không thích”. Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khán giả thực sự thích chương trình tương ứng với trả lời “thích” và “không thích” lần lượt là 60% và 40%.

Gọi  $A$  là biến cố “Người được phỏng vấn **thực sự** sẽ thích chương trình”.

Gọi  $B$  là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời thích chương trình”.

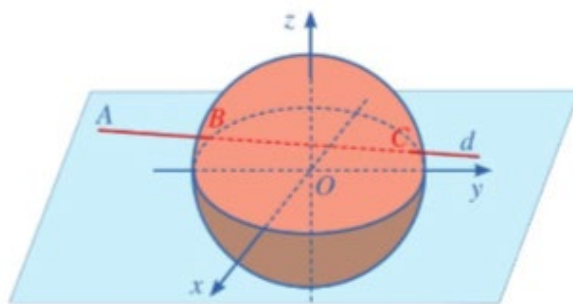
a) Xác suất  $P(B) = \frac{5}{12}$  và  $P(\bar{B}) = \frac{7}{12}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,6$ .

c) Xác suất  $P(A) = \frac{31}{60}$ .

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự thích chương trình có 67,7% người đã trả lời “thích” khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng phần mười).

**Câu 4.** Hệ thống Kiểm soát không lưu, còn gọi là kiểm soát không lưu (tiếng anh: *air traffic control*, viết tắt là ATC), hay Điều khiển không lưu là hệ thống chuyên trách đảm nhận việc gửi các hướng dẫn đến máy bay nhằm giúp các máy bay tránh va chạm, đồng thời đảm bảo tính hoạt động hiệu quả của nền tảng không lưu. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét một đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$  chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình hình mô tả dưới).



a) Phương trình đường thẳng mô tả đường bay của máy bay trên là 
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 8 \end{cases}$$

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là điểm  $\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ .

c) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa có tọa độ  $(-88; 415; 8)$ .

d) Giả sử suốt quá trình được theo dõi bởi đài kiểm soát không lưu này máy bay luôn giữ vận tốc không đổi là  $800 \text{ km/h}$  thì mất 0,62 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)?

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

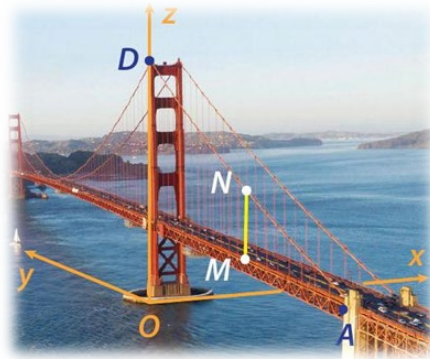
**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $AB = 6 \text{ cm}$ . Biết góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng đáy của lăng trụ đã cho bằng  $45^\circ$ . Thể tích

khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu  $\text{cm}^3$ ?

**Câu 2.** Cường độ một trận động đất  $M$  (độ Richter) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

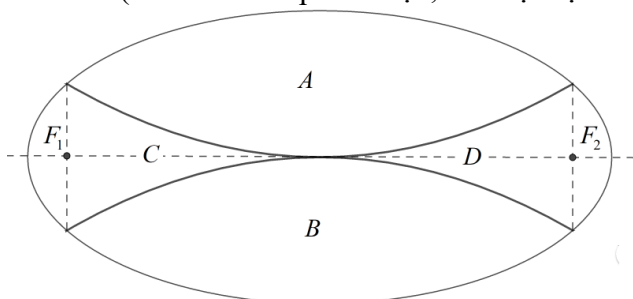
**Câu 3.** Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục  $Oz$  trùng với cột trụ, mặt phẳng  $(Oxy)$  là mặt nước và xem như trục  $Oy$  cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp  $AD$  (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh  $D$  thuộc trục  $Oz$  và điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $Oyz$ , trong đó điểm  $D$  là đỉnh cột trụ cách mặt nước  $227 \text{ m}$ , điểm  $A$  cách mặt nước  $75 \text{ m}$  và cách trục  $Oz$   $343 \text{ m}$ .





Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm  $N$  trên dây cáp  $AD$  và điểm  $M$  trên thành cầu, biết  $M$  cách mặt nước  $75m$  và  $MN$  song song với cột trụ. Tính độ dài  $MN$ , biết điểm  $M$  cách trục  $Oz$  một khoảng bằng  $230m$  (Làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 4.** Nhà trường  $X$  dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là  $8m$  và  $4m$ ;  $F_1, F_2$  là hai tiêu điểm của elip. Phần  $A, B$  dùng để trồng hoa, phần  $C, D$  dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là  $250\,000$  (đồng) và  $150\,000$  (đồng). Tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Câu 5.** Một bể chứa  $1000$  lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ  $20$  gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ  $20$  lít/phút. Giả sử sau  $t$  phút, nồng độ muối của nước trong bể (tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ . Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến giá trị nào?

**Câu 6.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe để khảo sát tình trạng bệnh sơ gan của người dân, tỉ lệ người dân bị bệnh sơ gan là  $0,8\%$  và  $60\%$  trong số đó bị dương tính với viêm gan B. Tuy nhiên, có  $10\%$  những người không bị sơ gan mặc dù dương tính viêm gan B. Chọn ngẫu nhiên  $1$  người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó dương tính với viêm gan B. Xác suất người đó bị mắc bệnh sơ gan là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  là:

- A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C.$       B.  $\frac{1}{2}e^{2x} + C.$       C.  $\frac{4^x}{x} + C.$       D.  $x \cdot 4^{x-1} + C.$

**Câu 2:** Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường cong  $y = -x^3 + 12x$  và  $y = -x^2$  là

- A.  $S = \frac{937}{12}.$       B.  $S = \frac{343}{12}$       C.  $S = \frac{793}{4}$       D.  $S = \frac{397}{4}.$

**Câu 3:** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ được lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[45;50)	47,5	11
[50;55)	52,5	7
[55;60)	57,5	8
[60;65)	62,5	8
[65;70)	67,5	2

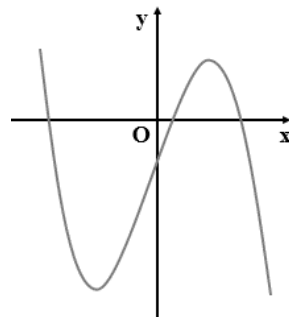
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên gần bằng số nào dưới đây

- A. 11,5.      B. 12,5.      C. 14,6.      D. 23.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;4;2)$  và bán kính  $R = 5$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25.$       B.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5.$   
 C.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5.$       D.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25.$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $a > 0, d > 0.$       B.  $a < 0, d > 0.$       C.  $a > 0, d < 0.$       D.  $a < 0, d < 0.$

**Câu 6:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{5}}(x-4) + 1 > 0.$

- A.  $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$ .      B.  $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$ .      C.  $(4; +\infty)$ .      D.  $\left(4; \frac{13}{2}\right)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

- A.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$       B.  $\vec{m} = (1; 1; 1)$       C.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$       D.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $C$ ,  $AC = 3a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}a$ .      B.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$ .      C.  $3\sqrt{2}a$ .      D.  $3a$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $2^{x-1} = 8$  là

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = 9$ .      D.  $x = 10$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{2}, n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $u_5 = 2$ .      B.  $u_5 = 4$ .      C.  $u_5 = 3$ .      D.  $u_5 = 8$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\vec{AD} = \vec{AB}$ .      B.  $\vec{AD} = \vec{A'C}$ .      C.  $\vec{AD} = \vec{BD}$ .      D.  $\vec{AD} = \vec{B'C'}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$6$		$2$		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $-2$ .      B.  $0$ .      C.  $2$ .      D.  $6$

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.

b) Giá trị của  $b$  là 20.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.

d) Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.

**Câu 3.** Một loại xét nghiệm nhanh đối với bệnh  $X$  nào đó cho kết quả dương tính với 81,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 98,4% các ca thực sự không nhiễm virus. Người ta thấy với một cộng đồng 2000 người thì có 40 người nhiễm virus. Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm

- a) Xác suất để người đó thực sự nhiễm virus là 2%.
- b) Người đó có kết quả dương tính trong khi thực sự không nhiễm virus (còn gọi là dương tính giả) là 1,6%
- c) Xác suất để người đó khi làm xét nghiệm có kết quả dương tính là 3,192%.
- d) Xác suất người đó thực sự nhiễm virus khi nhận được kết quả dương tính là 0,509.

**Câu 4.** Hải đăng là một ngọn tháp (nhà hoặc khung) được thiết kế để chiếu sáng từ một hệ thống đèn và thấu kính, hoặc thời xưa là chiếu sáng bằng lửa, với mục đích hỗ trợ cho các hoa tiêu trên biển định hướng và tìm đường. Vào năm 293 trước Công nguyên, ngọn hải đăng đầu tiên đã được người Phoenicia xây dựng trên hòn đảo Pharos tại Alexandria. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng (Hình dưới) được đặt ở vị trí  $I(21;35;50)$ , biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4km.



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng trên là  $(x-21)^2 + (y-35)^2 + (z-50)^2 = 16$ .

b) Người đi biển ở vị trí  $D(5121;658;0)$  có thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng trên.

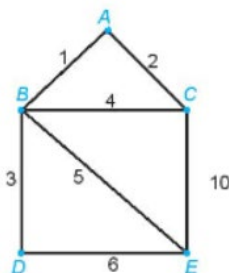
c) Phương trình đường thẳng  $ID$  là 
$$\begin{cases} x = 21 + 5100t \\ y = 35 + 623t \\ z = 50 - 50t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí  $I(21;35;50)$  đến vị trí  $D(5121;658;0)$ . Vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng  $ID$  sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng là  $H(3999;520,94;11)$ .

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh 4. Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau  $AB, CD$  có độ dài là  $a\sqrt{2}$ . Giá trị của  $a$  là

**Câu 2.** Có năm địa điểm A, B, C, D, E. Một số địa điểm có đường đi tới nhau mô tả bằng các cạnh với độ dài quãng đường tính theo kilomet cho bởi số gắn với cạnh đó như hình vẽ. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí C cần đi qua tất cả các đường (mỗi đường đi qua ít nhất một lần), và sau đó phải trở về vị trí ban đầu C. Tổng số kilomet mà người đưa thư phải đi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?



**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm  $A(-2;1;5)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (0;-2;6)$  với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$ . Gọi tọa độ  $M(a;b;c)$ . Tính  $a+3b+c$ .

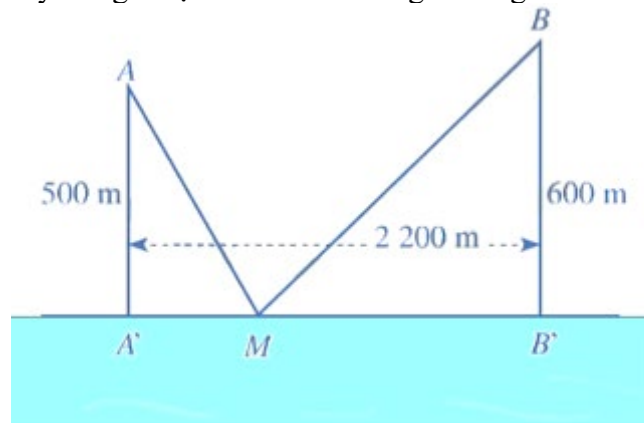


**Câu 4.** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên dưới).



Biết phần diện tích cánh hoa tô đậm hoàn thiện với giá 250 đồng/cm<sup>2</sup> và phần trắng còn lại hoàn thiện với giá 150 đồng/cm<sup>2</sup>. Số tiền khi hoàn thiện viên gạch (làm tròn đến hàng trăm, đơn vị nghìn đồng) có giá bằng

**Câu 5.** Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m,  $BB' = 600$  m và  $A'B' = 2\,200$  m (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó (làm tròn đến hàng đơn vị)



**Câu 6.** Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $\int_0^1 e^{3x+1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ .      B.  $e^3 - e$ .      C.  $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ .      D.  $e^4 - e$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Xét hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Diện tích hình phẳng  $(H)$  là:

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 3:** Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A2 đầu năm học 2024 – 2025 của một trường THPT như sau:

Chiều cao	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.  $\frac{\sqrt{285}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{287}}{3}$ .      C.  $4\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{71}$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; 2)$  và bán kính  $R = \sqrt{5}$ . Phương trình của  $(S)$  là:

- A.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$ .      B.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5$ .  
 C.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$ .      D.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		-    0    +	
y	-3	$-\infty$	$+\infty$	-5

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x+1) < 1$  là

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-\infty; 2)$ .      C.  $(-1; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Vector nào dưới đây không phải là một vector pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (-3; 1; -2)$ .      B.  $\vec{n} = (3; 1; 2)$       C.  $\vec{n} = (3; -1; 2)$       D.  $\vec{n} = (6; -2; 4)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc nào sau đây?

- A.  $\widehat{SDC}$ .                      B.  $\widehat{SCD}$ .                      C.  $\widehat{DSA}$ .                      D.  $\widehat{SDA}$ .

**Câu 9:** Phương trình  $6^x = 12$  có nghiệm là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = \log_6 12$ .                      C.  $x = \frac{1}{2}$ .                      D.  $x = \log_{12} 6$ .

**Câu 10:** Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -3; u_4 = 15$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

- A.  $d = 5$ .                      B.  $d = 7$ .                      C.  $d = 6$ .                      D.  $d = 8$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vectơ  $\vec{v} = \vec{B'A'} + \vec{B'C'} + \vec{B'B}$  bằng vectơ nào dưới đây?

- A.  $\vec{DB'}$ .                      B.  $\vec{B'D'}$ .                      C.  $\vec{BD'}$ .                      D.  $\vec{B'D}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘ ↗		$+\infty$	↗ ↘		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ .                      B.  $(4; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 0)$ .                      D.  $(-2; -1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2x$ .

- a)  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .  
 c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $0$  và  $\pi$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi$ .

**Câu 2.** Một vật đang chuyển động với vận tốc  $v = 20$  (m/s) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian  $t$  là  $a(t) = -4 + 2t$  (m/s<sup>2</sup>).

- a) Vận tốc của vật khi thay đổi là  $v(t) = t^2 - 4t$  (m/s).  
 b) Tại thời điểm  $t = 0$  (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có  $v_0 = 20$ . Suy ra  $v(t) = t^2 - 4t + 20$ .  
 c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)  
 d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là  $\frac{104}{3}$  (m).

**Câu 3:** Trước khi giới thiệu một sản phẩm mới ra thị trường, một công ty tiến hành khảo sát 300 khách hàng để đánh giá ý định mua hàng. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ mua" và 120 người trả lời "không mua". Trong số những người trả lời "sẽ mua", có 80% thực sự mua sản phẩm khi nó được ra mắt, trong khi 20% không mua. Đối với những người trả lời "không mua", có 15% thực sự thay đổi ý định và mua sản phẩm, còn lại 85% không mua.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự mua sản phẩm", và B là biến cố "Người trả lời 'sẽ mua' sản phẩm".

a) Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}, P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$

c) Xác suất  $P(A) = 0,54$

d) Trong số những người thực sự mua sản phẩm, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ mua"?

**Câu 4.** Có một thiên thạch (coi như một hạt) di chuyển với tốc độ không đổi từ điểm  $A(10; -15; 5)$  đến điểm  $B(-5; 10; 20)$ . Giả sử Trái Đất có bán kính 6400 km, và hệ thống quan sát các vật thể bay gần Trái Đất có khả năng theo dõi các thiên thạch ở độ cao không vượt quá 6000 km so với mực nước biển.

a) Vector chuyển động của thiên thạch từ điểm A đến điểm B là

b) Tính độ dài của vector chuyển động và từ đó tính vector đơn vị của vector này.

c) Viết phương trình chuyển động của thiên thạch theo tham số t.

d) Xác định khoảng cách từ tâm Trái Đất đến thiên thạch theo thời gian t, và tìm thời gian t mà thiên thạch sẽ tiếp cận Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn hoặc bằng 6400 km. Liệu thiên thạch có khả năng va chạm với Trái Đất hay không?

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh B,  $AB = 2\text{ cm}$ , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 5\text{ cm}$ . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu centimet?

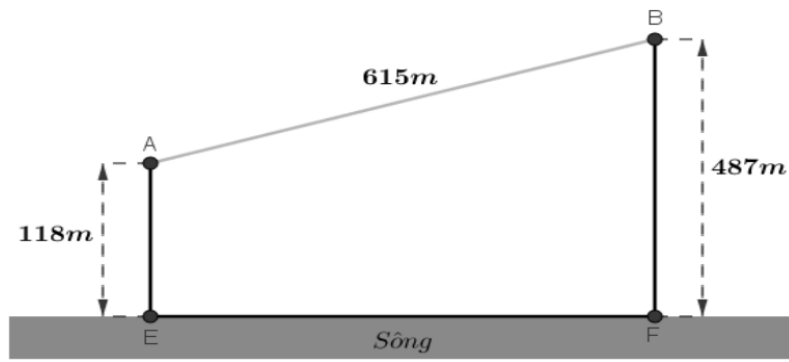
**Câu 2.** Hai bạn Minh và Hiền cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Minh thắng Hiền là 0,4 và xác suất để Hiền thắng Minh là 0,3. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Xác suất để hai bạn dừng chơi sau ba ván cờ (quy tròn đến hàng phần trăm) là.

**Câu 3.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.

**Câu 4.** Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).

**Câu 5.** Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Tính đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi (làm tròn đến hàng đơn vị).





**Câu 6.** Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

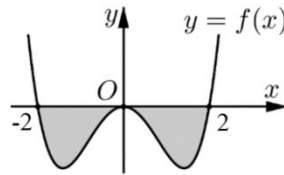
**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x + \sin x$  là

- A.  $x^2 - \cos x + C$ .      B.  $2x^2 + \cos x + C$ .      C.  $x^2 + \cos x + C$ .      D.  $2x^2 - \cos x + C$ .

**Câu 2:** Hình vẽ bên dưới biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm có hoành độ

. Gọi  $S$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = f(x)$  và trục hoành. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A.  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$ .      B.  $S = -\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$ .
- C.  $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$ .      D.  $S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$ .

**Câu 3:** Cân nặng của 50 học sinh lớp 11A1 trong một trường trung học phổ thông ( đơn vị: kilogram) được cho bằng bảng bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[35;40)	2	2
[40;45)	10	12
[45;50)	13	25
[50;55)	12	37
[55;60)	5	42
[60;65)	6	48
[65;70)	2	50
	$n=50$	

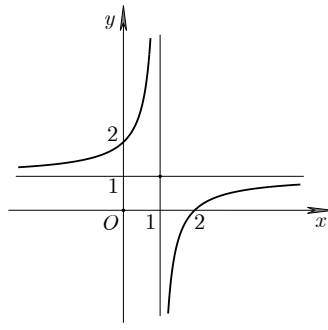
Tứ phân vị của mẫu số liệu là (làm tròn đến hàng phần mười)

- A.  $Q_1 = 40; Q_2 = 52; Q_3 = 55,5$ .      B.  $Q_1 = 46; Q_2 = 50; Q_3 = 55,5$ .
- C.  $Q_1 = 45,2; Q_2 = 50; Q_3 = 55,5$ .      D.  $Q_1 = 45,2; Q_2 = 50; Q_3 = 57$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1;3;-1)$  và  $B(1;-1;1)$  có phương trình tham số là

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0; c \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là



- A.  $x = -1, y = 1$ .      B.  $x = 1, y = 2$ .      C.  $x = 1, y = 1$ .      D.  $x = 2, y = 1$ .

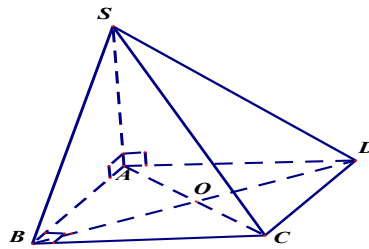
**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(x-1) > 1$  là

- A.  $(-\infty; -\frac{3}{2})$ .      B.  $(1; \frac{3}{2})$ .      C.  $(\frac{3}{2}; +\infty)$ .      D.  $[1; \frac{3}{2})$ .

**Câu 7:** Cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2 = 0$ . Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $(3; -1; 2)$ .      B.  $(-1; 0; -1)$ .      C.  $(3; 0; -1)$ .      D.  $(3; -1; 0)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A.  $CD \perp (SBC)$ .      B.  $SA \perp (ABC)$ .      C.  $BC \perp (SAB)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 9:** Số nghiệm dương của phương trình  $\ln|x^2 - 5| = 0$  là

- A. 2.      B. 4.      C. 0.      D. 1.

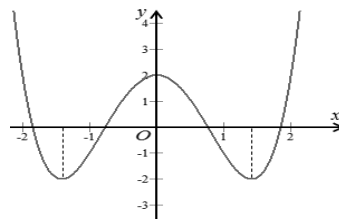
**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{2}$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng

- A.  $2^8$ .      B.  $2^9$ .      C.  $\frac{1}{2^{10}}$ .      D.  $\frac{37}{2}$ .

**Câu 11:** Trong không gian, cho tứ diện  $ABCD$ . Ta có  $\vec{AB} + \vec{CD}$  bằng

- A.  $\vec{AD} + \vec{BC}$ .      B.  $\vec{DA} + \vec{CB}$ .      C.  $\vec{DA} + \vec{BC}$ .      D.  $\vec{AD} + \vec{CB}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x + \sqrt{3}x$ .

a)  $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x + 1$ .

c) Tổng các nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  bằng  $\frac{4\pi}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi\sqrt{3} - 2$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 180m, tốc độ của ô tô là 27 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 150 m.

b) Giá trị của  $b$  là 9.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 20)$  kể từ khi tăng tốc

được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t (ax + b) dx$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 120 km/h.

**Câu 3:** Trước khi giới thiệu một sản phẩm mới ra thị trường, một công ty tiến hành khảo sát 400 khách hàng để đánh giá ý định mua hàng. Kết quả thu được cho thấy: 240 người trả lời "sẽ mua" và 160 người trả lời "không mua". Trong số những người trả lời "sẽ mua", có 70% thực sự mua sản phẩm khi nó được ra mắt, trong khi 30% không mua. Đối với những người trả lời "không mua", có 10% thực sự thay đổi ý định và mua sản phẩm, còn lại 90% không mua.

Gọi  $A$  là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự mua sản phẩm", và  $B$  là biến cố "Người trả lời 'sẽ mua' sản phẩm".

a) Số người thực sự mua sản phẩm là 184.

b) Xác suất  $P(A|B) = 0,7$ .

c) Xác suất  $P(A) = 0,46$ .

d) Xác suất  $P(B|A) = 0,8$  (xác suất người phỏng vấn trả lời "sẽ mua" sản phẩm khi biết rằng họ thực sự mua sản phẩm).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy

bay đang ở vị trí  $A(3,5;-2;0,4)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3,5;5,5;0)$  trên đường băng  $EG$

a) Góc trượt (góc giữa đường thẳng bay  $AB$  và mặt phẳng nằm ngang  $(Oxy)$ ) nằm trong phạm vi cho phép từ  $3,5^\circ$  đến  $4,5^\circ$ .

b) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(5;0;0)$ ,  $N(0;-5;0)$ ,

$P(0;0;0,5)$ . Điểm  $C\left(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right)$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

c) điểm  $D(3,5;7,75;-0,12)$  trên đoạn thẳng  $AB$  là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m.

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5;6,5;0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay. Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m.

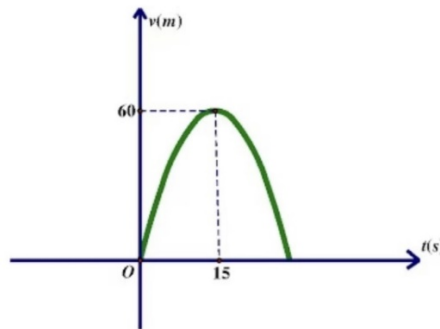
### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 9$ ,  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$  (quy tròn đến hàng phần trăm) là

**Câu 2.** Cho đa giác đều 8 cạnh. Tô màu đỏ 5 đỉnh của đa giác và tô màu xanh 3 đỉnh còn lại. Gọi  $d$  và  $x$  lần lượt là số cặp đỉnh màu đỏ kề nhau và số cặp đỉnh màu xanh kề nhau. Hỏi có bao nhiêu bộ số  $(d; x)$  có thể nhận?

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(3;4;2)$  và trong 4 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (4;5;1)$ . Biết viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $M(13;b;c)$ , tính  $b+2c$ .

**Câu 4.** Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



**Câu 5.** Người ta muốn thiết kế một cái bể cá làm bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật với thể tích

$V = 18(m^3)$ , biết đáy bể là một hình chữ nhật với chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và bể không có nắp. Biết chi phí cho mỗi mét vuông mặt kính để làm bể là 2.000.000đ. Tính số tiền ít nhất để làm được bể cá trên theo đơn vị triệu đồng.

**Câu 6.** Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + e^x - 1$  là

- A.  $x^4 + e^x - x + C$ .      B.  $\frac{1}{4}x^4 + e^x - x + C$ .      C.  $4x^4 + e^x - x + C$ .      D.  $x^4 + e^x + C$ .

Câu 2: Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

- A.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .      B.  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

Câu 3: Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

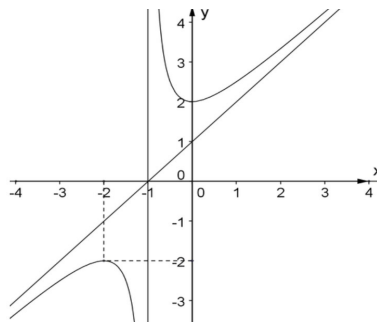
Một của bảng ghép nhóm trên bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 7,73.      B. 6,12.      C. 5,09.      D. 7,03.

Câu 4: Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$  có phương trình tham số là

- A.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

Câu 5: Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A.  $y = -4$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = -1$ .      D.  $y = 4$ .

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x < \log_2 (12 - 3x)$  là

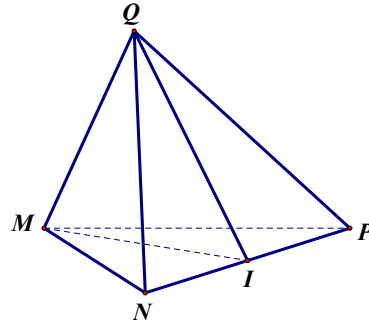
- A.  $(3; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 3)$ .      C.  $(0; 6)$ .      D.  $(0; 3)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$ . Hỏi trong các vectơ

sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $MNPQ$  có hai tam giác  $MNP$  và  $QNP$  là hai tam giác cân lần lượt tại  $M$  và  $Q$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Góc giữa hai đường thẳng  $MQ$  và  $NP$  bằng



- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

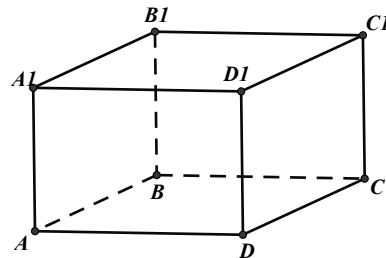
**Câu 9:** Tìm nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$

- A.  $x = 10$       B.  $x = 9$       C.  $x = 3$       D.  $x = 4$

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 4$  và  $d = 8$ . Số hạng  $u_{20}$  của cấp số cộng đã cho bằng

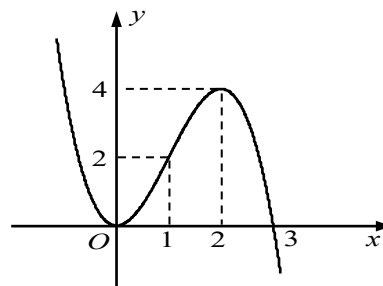
- A. 156.      B. 165.      C. 12.      D. 245.

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức **sai**?



- A.  $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$ .      B.  $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$ .  
 C.  $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$ .      D.  $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(1; 3)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3}x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - \sqrt{3}$ .

c) Số nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là 2

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{6 - \pi\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 250 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) ( $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 200 m.

b) Giá trị của  $b$  là 10.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 20$ ) kể từ khi tăng tốc

được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Câu 3:** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a)  $A$  và  $B$  là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí  $A(2, 3, 1)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(5, 7, 0)$  trên đường băng.

a) Góc giữa đường thẳng bay  $AB$  và mặt phẳng nằm ngang phải nằm trong phạm vi cho phép từ  $5^\circ$  đến  $15^\circ$ .

b) Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng đi qua ba điểm  $P(1, 1, 3), Q(3, 2, 4), R(2, 4, 2)$ . Điểm  $D(4, 6, m)$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

c) **Điểm D:** Là một điểm trên đoạn thẳng  $AB$  tại độ cao là  $m$

d) **Quy định an toàn bay:** Người phi công phải nhìn thấy điểm đầu của đường băng  $O(0, 0, 0)$  ở độ cao tối thiểu là 120 m. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công có tầm nhìn 900 m.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 6 cm. Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng bao nhiêu cm?

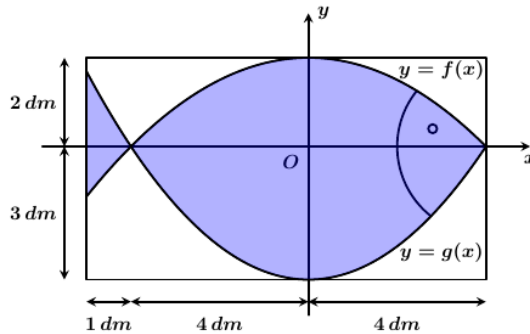
**Câu 2.** Số giờ có ánh sáng của thành phố  $T$  ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Bạn An muốn đi tham quan



thành phố  $T$  nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày thứ bao nhiêu trong năm để thành phố  $T$  có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

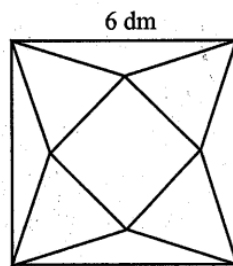
**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688;-185;8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91;75;0)$  và theo hướng về đài không lưu.  $E(a;b;c)$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính  $T = a + b + c$ .

**Câu 4.** Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật có chiều dài 9 dm và chiều rộng 5 dm, người ta thiết kế một logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét), sau đó logo được sơn màu xanh với chi phí 20 000 đồng/dm<sup>2</sup>; phần còn lại sơn màu trắng với chi phí 10 000 đồng/dm<sup>2</sup>.



Số tiền cần dùng để trang trí bảng gỗ trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn đồng)

**Câu 5.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Câu 6.** Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{-1}^1 (4x^3 - 3)dx$  bằng

- A.  $I = 6$ .                      B.  $I = -6$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = -4$ .

**Câu 2:** Cho vật thể  $(H)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Gọi  $S(x)$  là thiết diện của  $(H)$  cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  với  $a \leq x \leq b$ . Giả sử hàm số  $y = S(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của vật thể  $(H)$  được cho bởi công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ .    C.  $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    D.  $V = \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 3:** Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: *Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022*).

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n=12$

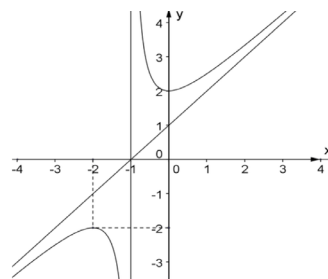
Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55.                      B. 4,56.                      C. 4,5.                      D. 4,6.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(-1; 2; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.  $x - 2y + 3z - 7 = 0$ .                      B.  $-x + 2y + 4z + 7 = 0$ .  
 C.  $-x + 2y + 4z - 7 = 0$ .                      D.  $x - 2y + 3z + 7 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $y = x - 2$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng nào sau đây nhận  $\vec{u} = (2; 1; 1)$  là một vector chỉ phương?

A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

B.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$

D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$

**Câu 8:** Cho các đường thẳng  $a, b$  và các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$ . Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A.  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

B.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$ .

C.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

D.  $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$

**Câu 9:** Phương trình  $5^{x+2} - 1 = 0$  có tập nghiệm là

A.  $S = \{3\}$ .

B.  $S = \{2\}$ .

C.  $S = \{0\}$ .

D.  $S = \{-2\}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng 2; 5; 8; 11; 14... Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

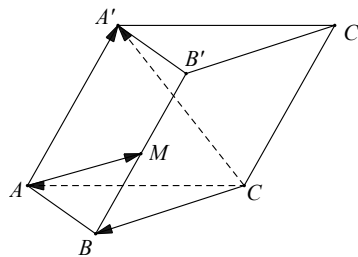
A. -3.

B. 3.

C. 2.

D. 14.

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Đặt  $\vec{CA} = \vec{a}$ ,  $\vec{CB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $\vec{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    B.  $\vec{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    C.  $\vec{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    D.  $\vec{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 12:** Hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3}$  nghịch biến trên khoảng nào?

A.  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(-\infty; -3)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x + x$

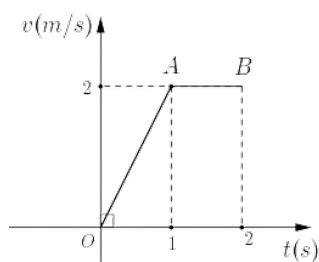
a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2 \cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $2 + \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^2 v(t) dt$ .

d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là  $3m$ .

**Câu 3:** Khảo sát 300 cổ động viên bóng đá Việt Nam có tiếp tục đến sân xem đội tuyển Việt Nam đá. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ đi xem" và 120 người trả lời "Không muốn đi xem". Trong số những người trả lời "sẽ đi xem", có 80% thực sự sẽ đến sân xem, trong khi 20% không đến sân xem. Đối với những người trả lời "không muốn đi xem", có 15% thực sự thay đổi ý định và đi xem, còn lại 85% không đi xem.

Gọi A là biến cố "Người được khảo sát thực sự đến sân xem", và B là biến cố "Người trả lời sẽ đến sân xem".

a) Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$

c) Xác suất  $P(A) = 0,54$

d) Trong số những người thực sự đến sân xem, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ đến sân xem"?

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilomet) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí  $I(1;2;4)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng 4km

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vòng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$$

b) Bạn An có vị trí toạ độ là  $A(-1;0;0)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Bạn Bình có vị trí toạ độ là  $B(2;0;2)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38km.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 3, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 3\sqrt{5}$ . Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng là

**Câu 2.** Có 8 cặp vợ chồng tham gia một buổi gặp mặt. Trong buổi gặp mặt này mọi người đều bắt tay nhau đúng một lần với những người khác trừ vợ hoặc chồng của mình. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay trong buổi gặp mặt này?

**Câu 3.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?

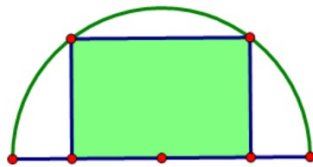
**Câu 4.** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính

$R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$  (dm) với  $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$  là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính

theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Câu 5.** An có một miếng bìa nửa hình tròn có bán kính  $R = 8$  cm. An cần cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn trên (một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp). Hỏi hình chữ nhật cắt ra có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng

- A.  $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .      B.  $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .      C.  $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .      D.  $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 2:** Cho một vật chuyển động với tốc độ  $y = v(t)$  (m/s). Biết  $0 < a < b$  và  $v(t) > 0$  với mọi  $t \in [a; b]$ . Khi đó quãng đường mà vật đó đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  đến  $b$  ( $a$  và  $b$  tính theo giây) bằng

- A.  $\int v(t) dt$ .      B.  $\int_a^b v(t) dt$ .      C.  $\int_a^b v'(t) dt$ .      D.  $\int_a^b v(t) dt$ .

**Câu 3:** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

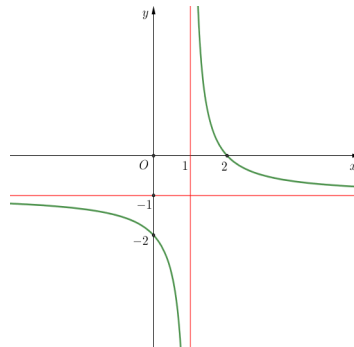
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 3.01.      B. 3.15.      C. 3.34.      D. 2.96.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(-2; 4; 3)$  và song song với mặt phẳng  $2x - 3y + 6z + 19 = 0$  là

- A.  $2x - 3y + 6z - 2 = 0$ .      B.  $2x - 3y + 6z + 1 = 0$ .  
 C.  $2x + 3y + 6z - 26 = 0$ .      D.  $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ;  $c \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Giao điểm hai đường tiệm cận (đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình

- A.  $x - 2y - 1 = 0$ .      B.  $x + 2y - 1 = 0$ .      C.  $x + y = 0$ .      D.  $x - y - 1 = 0$

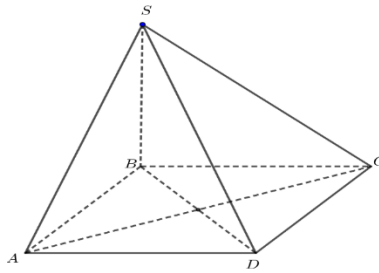
**Câu 6:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_{0,5}(3-x) - \log_{0,5}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-1; 3)$ .      B.  $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$ .      C.  $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$ .      D.  $\left(-2; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vecto  $\vec{a}(1; 2; 3)$ ;  $\vec{b}(2; 2; -1)$ ;  $\vec{c}(4; 0; -4)$ . Tọa độ của vecto  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$  là

- A.  $\vec{d}(-7; 0; -4)$       B.  $\vec{d}(-7; 0; 4)$       C.  $\vec{d}(7; 0; -4)$       D.  $\vec{d}(7; 0; 4)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi và  $SB$  vuông góc với mặt phẳng (tham khảo hình vẽ dưới đây). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(SBD)$ ?



- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAD)$ .                      C.  $(SCD)$ .                      D.  $(SAC)$ .

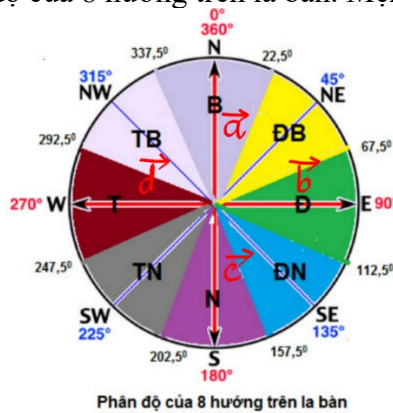
**Câu 9:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 10:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A.  $1; -3; 9; -27; 54$ .      B.  $1; 2; 4; 8; 16$ .      C.  $1; -1; 1; -1; 1$ .      D.  $1; -2; 4; -8; 16$ .

**Câu 11:** Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây sai?



- A. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng phương.                      B. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  ngược hướng.  
 C. Hai vectơ  $\vec{b}$  và  $\vec{d}$  cùng phương.                      D. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - \sqrt{2}x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos x + \sqrt{2}$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{4}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-2 + \frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.



- a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

**Câu 3:** Khảo sát 500 sinh viên về việc họ có tham gia các hoạt động thể thao tại trường hay không. Kết quả thu được như sau: 300 sinh viên trả lời "sẽ tham gia" và 200 sinh viên trả lời "không muốn tham gia". Trong số những sinh viên trả lời "sẽ tham gia", có 70% thực sự tham gia các hoạt động thể thao, trong khi 30% không tham gia. Đối với những sinh viên trả lời "không muốn tham gia", có 20% thực sự thay đổi ý định và tham gia, còn lại 80% không tham gia.

Gọi  $A$  là biến cố "Sinh viên thực sự tham gia các hoạt động thể thao", và  $B$  là biến cố "Sinh viên trả lời sẽ tham gia".

- a) Tính xác suất  $P(A) = 0,5$ .
- b) Tính xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,7$ .
- c) Tính xác suất  $P(B|A) = 0,84$ .
- d) Trong số những sinh viên thực sự tham gia, xác suất là 87% để trước đó đã trả lời "sẽ tham gia"?

**Câu 4:** Có một thiên thạch (coi như một hạt) di chuyển từ điểm  $A(1000, 2000, 3000)$  đến điểm  $B(4000, 5000, 6000)$  với tốc độ không đổi. Giả sử Trái Đất có bán kính 6400 km, và hệ thống quan sát các vật thể bay gần Trái Đất có khả năng theo dõi các thiên thạch ở độ cao không vượt quá 6000 km so với mực nước biển.

- a) Vectơ chuyển động của thiên thạch từ điểm  $A$  đến điểm  $B$  là  $\vec{v}(3000; 3000; 3000)$
- b) Độ dài của vectơ chuyển động bằng  $3000\sqrt{3}$

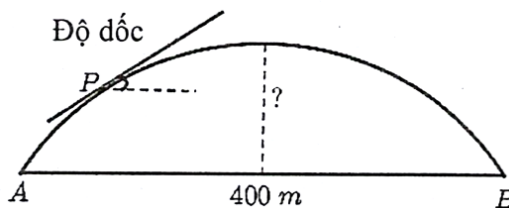
- c) Phương trình chuyển động của thiên thạch theo tham số  $t$  là 
$$\begin{cases} x = 1000 + t \\ y = 2000 - t \\ z = 3000 + t \end{cases}$$

- d) Thời gian  $t$  mà thiên thạch sẽ tiếp cận Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn hoặc bằng 6400 km nhỏ hơn 1116

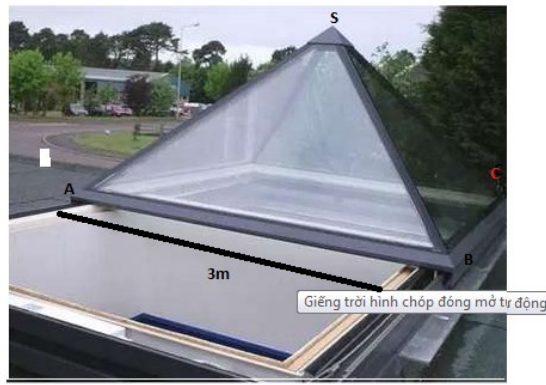
**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu độ?

**Câu 2.** Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400m. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá  $10^\circ$  (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

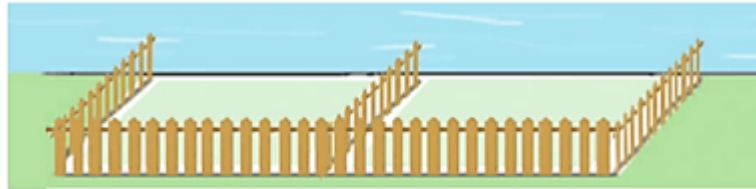


**Câu 3.** Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3m và 4m và độ cao của giếng trời là 2m (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



**Câu 4.** Trường THPT Lạng Giang số 1 muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền nhà trường phải trả (đơn vị nghìn đồng).

**Câu 5.** Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Hình 35

**Câu 6.** Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai ô đất thí nghiệm A, B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A, B lần lượt là 0,61 và 0,7. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 1

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x$  là:

- A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$ .      B.  $\frac{4^x}{2 \ln 2} + C$ .      C.  $\frac{4^x}{x} + C$ .      D.  $x \cdot 4^{x-1} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{4^x}{\ln 2^2} + C = \frac{4^x}{2 \ln 2} + C.$$

**Câu 2:** Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung, trục hoành và đường thẳng  $x = 3$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục  $Ox$ .

- A. 33.      B.  $\frac{33}{5}$ .      C.  $\frac{33\pi}{5}$ .      D.  $33\pi$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^3 (x-2)^4 dx = \frac{33\pi}{5}.$$

**Câu 3:** Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [2;4).      B. [4;6).      C. [6;8).      D. [8;10).

**Lời giải**

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là điểm số của 30 học sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, \dots, x_4 \in [2;4); x_5, \dots, x_{12} \in [4;6); x_{13}, \dots, x_{23} \in [6;8); x_{24}, \dots, x_{30} \in [8;10)$  nên trung vị của mẫu số

liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [6;8)$ .

Ta xác định được:  $n = 30; p = 3; n_3 = 11; m_1 + m_2 = 4 + 8 = 12; u_3 = 6; u_4 = 8$ .

Vậy trung vị của mẫu số liệu trên là:  $M_e = 6 + \frac{\frac{30}{2} - 12}{11} \cdot (8 - 6) = \frac{72}{11} \approx 6,55$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$       B.  $x - 2y + z = 0$ .
- C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

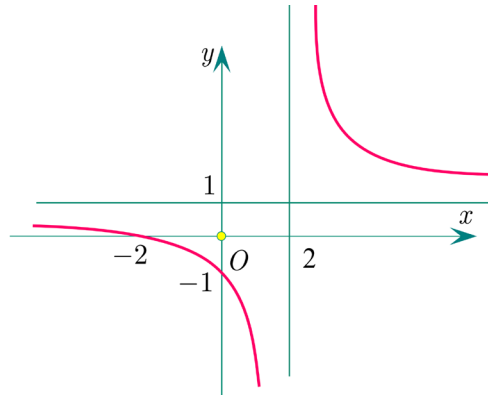
**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$  làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng cần tìm:  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 5:** Tìm hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{2}{cx+b}$  có đồ thị như hình vẽ:



A.  $a = 2, b = 2, c = -1$ . B.  $a = 1, b = 1, c = -1$ . C.  $a = 1, b = 2, c = 1$ . **D.  $a = 1, b = -2, c = 1$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy: Đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tại các điểm

$$(0; -1), (-2; 0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{b} = -1 \\ -2a + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{Suy ra } a = 1, b = -2, c = 1.$$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 1$  là:

**A.  $(-\infty; 0)$ .** B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(2; +\infty)$ . D.  $(1; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2^x < 1 \Leftrightarrow 2^x < 2^0 \Leftrightarrow x < 0$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 7:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 3 = 0$  ?

A.  $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ . B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ . C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ . **D.  $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$ .**

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ .

Phát biểu nào sau đây **sai**?

A.  $CD \perp (SBC)$ . B.  $SA \perp (ABC)$ . C.  $BC \perp (SAB)$ . **D.  $BD \perp (SAC)$ .**

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 27$  là

A. 5. B. 4. C. 2. **D. 1.**

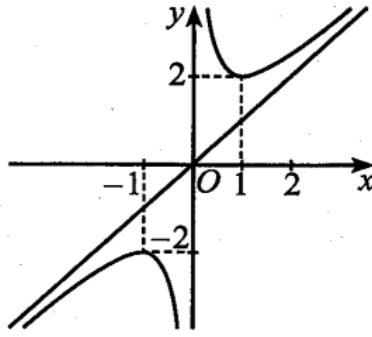
**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng  $u_2$  của cấp số cộng là

A.  $\frac{8}{3}$ . B. 24. C. 5. **D. 11.**

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ . B.  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .  
C.  $\vec{AA'} + \vec{AC} = \vec{AC'}$ . **D.  $\vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .**

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(0;1)$ .      B.  $(1;2)$ .      C.  $(-1;0)$ .      D.  $(-1;1)$ .

Câu	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	D	D	C	B

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x + x$ .

- a)  $f(0) = 2$ ;  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x + 1$ .  
 c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{7\pi}{6}$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng			
	b) Sai			
	c) Đúng			
	d) Đúng			

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.  
 b) Giá trị của  $b$  là 8.  
 c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .  
 d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Giải: KQ: D-D-S-D.**

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 28,8 km/h = 8 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là:  $S_1 = 4.8 = 32$ m.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là:  $S_2 = 240 - 32 = 208$ m. Do đó a đúng.

b) Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có  $v(0) = b = 8 \Rightarrow b = 8$ . Do đó b đúng.

c) Quãng đường  $S(t)$  ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 30$ ) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t)dt$ . Do đó c sai.

d) T có  $v(t) = at + 8$ (m/s)

Biết xe nhập làn sau 16 phút kể từ khi tăng tốc, nên ta có  $208 = \int_0^{16} (at + 8)dt = 128a + 128 \Rightarrow a = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow v(t) = \frac{5}{8}t + 8$  (m/s)

Tốc độ của ô tô sau 30 giây là  $\Rightarrow v(30) = \frac{5}{8}.30 + 8 = \frac{107}{4}$  (m/s)=96,3(km/h). Do đó đúng.

**Câu 3.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,85.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là 0,99.

c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là 0,9855.

d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là 0,95.

#### Lời giải

*Tác giả: Cao Văn Tùng, THPT Lạng Giang số 2*

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

$A$ : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

$B$ : "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng". Khi đó:

a) Ta có:  $P(A) = 0,85$ ;  $P(\bar{A}) = 0,15$ ; xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,15. Mệnh đề **sai**.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là

$P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$ . Mệnh đề **đúng**.

c) Tìm xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

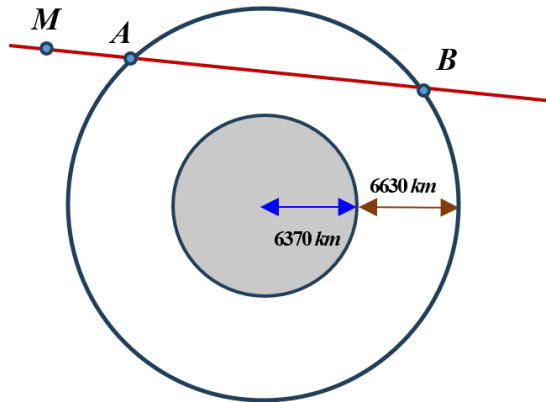
$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$ . Mệnh đề **đúng**

d) Tính xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng tức tính  $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có:  $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854 \neq 0,95$ . Mệnh đề **sai**.

**Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất

và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(6;15;-2)$  sau một thời gian vị trí đầu tiên thiên thạch đi chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(5;12;0)$ .



a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$ .

b) Trên hệ tọa độ đã cho thiên thạch đi chuyển qua điểm  $N(7;18;-5)$ .

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ .

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 21915 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

### Lời giải

Tác giả: Cao Văn Tùng – THPT Lạng Giang số 2

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là.

Ta có  $\overrightarrow{AM} = (1;3;-2)$  là vectơ chỉ phương; đường thẳng lại đi qua  $A(5;12;0)$  nên có phương trình

$$\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

b) Thiên thạch đi chuyển qua điểm  $N(7;18;-5)$ .

Thay tọa độ điểm  $N(7;18;-5)$  vào phương trình  $AM$  ta được  $\frac{7-5}{1} = \frac{18-12}{3} = \frac{-5}{-2} \Leftrightarrow 2 = 2 = \frac{5}{2}$  vô lý.

Mệnh đề sai.

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là

$$B \in AM : \frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2} \Rightarrow B(5+t; 12+3t; -2t).$$

Ngoài thực tế khoảng cách từ tâm trái đất đến vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $6370 + 6630 = 13000(km)$  ứng với 13 đơn vị trên hệ trục tọa độ, hay  $OB = 13 \Leftrightarrow OB^2 = 169$ .

$$\Leftrightarrow (5+t)^2 + (12+3t)^2 + (-2t)^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 14t^2 + 82t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{41}{7} \end{cases}$$

Với  $t = 0 \Rightarrow B(5;12;0) \equiv A$  vô lý

Với  $t = -\frac{41}{7} \Rightarrow B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ . Mệnh đề **đúng**.

**d)** Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $21915 km$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{\left(-\frac{6}{7}-5\right)^2 + \left(-\frac{39}{7}-12\right)^2 + \left(\frac{82}{7}\right)^2} = \frac{41\sqrt{14}}{7}$$

Khoảng cách thực tế là  $1000AB = 1000 \frac{41\sqrt{14}}{7} \approx 21915(km)$ . Mệnh đề **đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA, AB, AC$  đôi một vuông góc. Biết rằng  $SA = 5; AB = 3; AC = 4$ .

Khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là

Đáp án: 2,4.

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , một con bọ đang đậu ở đỉnh  $A$  của tứ diện. Mỗi lần nghe một tiếng trống thì nó nhảy sang một đỉnh bất kì của tứ diện  $ABCD$  mà kề với đỉnh nó đang đậu. Hỏi sau 4 tiếng trống nó có bao nhiêu cách trở về đỉnh  $A$ ?

Đáp án: 21

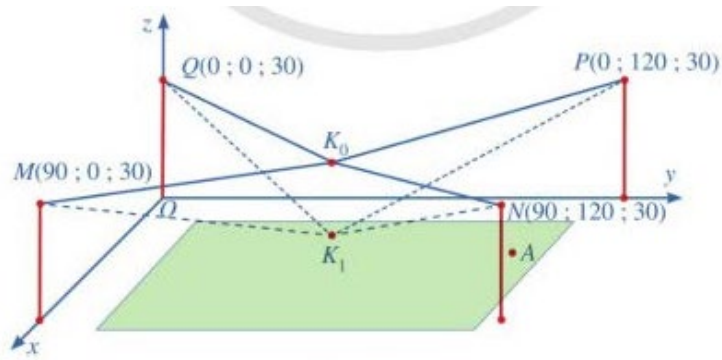
**Câu 3.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm

$M(90;0;30), N(90;120;30), P(0;120;30), Q(0;0;30)$  (Hình 34). Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ

bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng

đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).





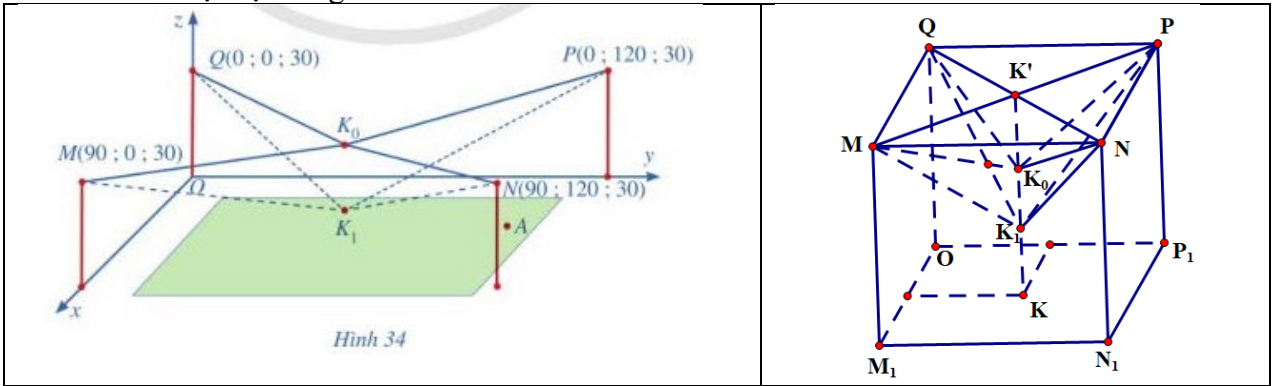
Hình 34

Biết rằng vectơ  $\overrightarrow{K_0K_1}$  có tọa độ là  $(a; b; c); a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời:**  $-6$ .

**Cách 1:** Ta có thể mô tả lại nội dung của bài theo hình vẽ sau:



Gọi  $M_1, N_1, P_1, K$  lần lượt là hình chiếu của  $M, N, P, K_0$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta thấy  $MNPQ.M_1N_1P_1O$  là hình hộp chữ nhật. Gọi  $K'$  là giao hai đường chéo  $MP$  và  $NQ$ .

Khi đó  $K'Q = K'P = K'N = K'M$ . Vì  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$  và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm  $K_0$  xuống điểm  $K_1$  nên các điểm  $K', K_0, K_1, K$  thẳng hàng.

Khi đó, các điểm  $K', K_0, K_1, K$  có hoành độ và tung độ bằng nhau.

Theo bài ra, cao độ của  $K_0$  và  $K_1$  lần lượt là 25 và 19. Giả sử  $K_0(x; y; 25)$  và  $K_1(x; y; 19)$ .

Ta có  $MNPQ.M_1N_1P_1O$  là hình hộp chữ nhật nên  $K'K = OQ$ , suy ra cao độ của  $K'$  bằng 30.

Do đó,  $K'(x; y; 30)$ .

Ta có  $\overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OK'} = 30\vec{k} - (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) = -x\vec{i} - y\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{K'Q} = (-x; -y; 0)$ .

$\overrightarrow{NK'} = \overrightarrow{OK'} - \overrightarrow{ON} = (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) - (90\vec{i} + 120\vec{j} + 30\vec{k}) = (x-90)\vec{i} + (y-120)\vec{j}$

$\Rightarrow \overrightarrow{NK'} = (x-90; y-120; 0)$ .

Vì  $K'$  là giao hai đường chéo của hình chữ nhật  $MNPQ$  nên  $K'$  là trung điểm của  $NQ$ .

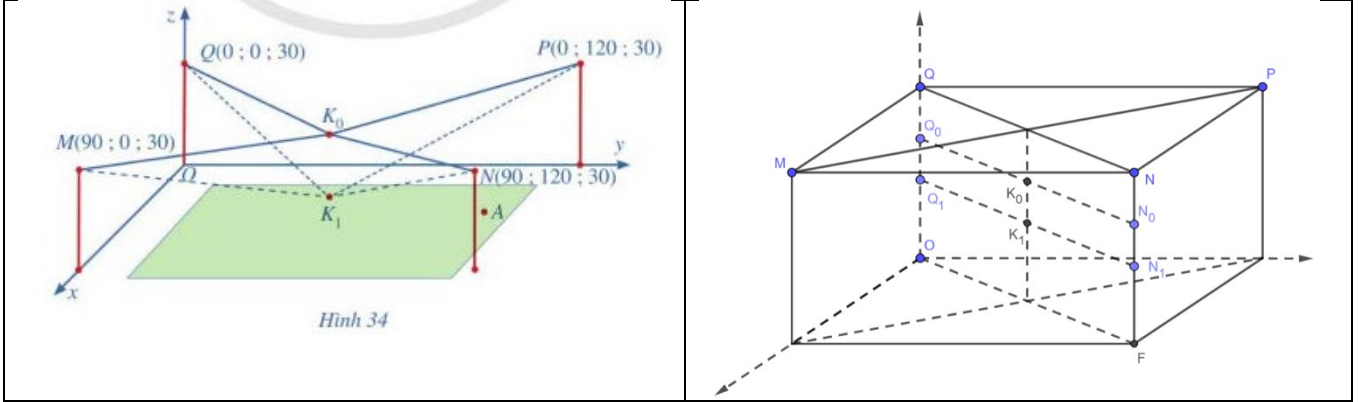
$$\text{Suy ra } \overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{NK'} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = x - 90 \\ -y = y - 120 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 60 \end{cases}.$$

Do vậy,  $K_0(45; 60; 25); K_1(45; 60; 19)$  nên ta có

$$\overrightarrow{K_0K_1} = \overrightarrow{OK_1} - \overrightarrow{OK_0} = (45\vec{i} + 60\vec{j} + 19\vec{k}) - (45\vec{i} + 60\vec{j} + 25\vec{k}) = -6\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6).$$

Do đó,  $a + b + c = -6$ .

**Cách 2:** Ta có thể mô tả lại nội dung của bài theo hình vẽ sau:



Trong mặt phẳng  $OQNF$ :

Qua điểm  $K_0$  kẻ đường thẳng song song với  $NQ$ , đường thẳng này cắt  $OQ, NF$  lần lượt tại  $Q_0; N_0$ . Khi đó:  $Q_0(0; 0; 25); N_0(90; 120; 25)$ .

Trung điểm  $K_0$  của  $Q_0N_0$  có tọa độ:  $K_0(45; 60; 25)$ .

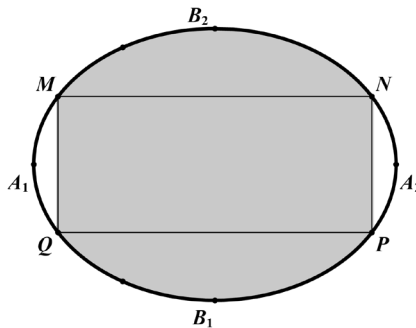
Qua điểm  $K_1$  kẻ đường thẳng song song với  $NQ$ , đường thẳng này cắt  $OQ, NF$  lần lượt tại  $Q_1; N_1$ . Khi đó:  $Q_1(0; 0; 19); N_1(90; 120; 19)$ .

Trung điểm  $K_1$  của  $Q_1N_1$  có tọa độ:  $K_1(45; 60; 19)$ .

Khi đó:  $\overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6) \Rightarrow P = a + b + c = -6$ .

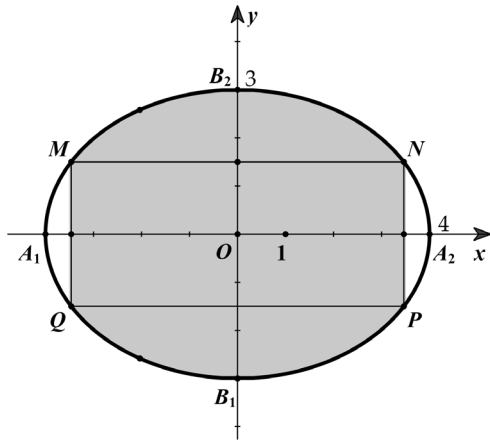
**Cách 3: (Trần Tân)** Từ giả thiết ta có  $\overrightarrow{K_0K_1}$  ngược hướng với vec tơ đơn vị trên trục  $Oz$  là vec tơ  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  và do độ dài đoạn  $K_0K_1 = 6$  nên  $\overrightarrow{K_0K_1} = -6\vec{k} = (0; 0; -6)$  nên ta có  $a + b + c = -6$ .

**Câu 4.** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200 000 (đồng) và phần còn lại 100 000 (đồng). Biết  $A_1A_2 = 8\text{ m}$ ,  $B_1B_2 = 6\text{ m}$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3\text{ m}$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Lời giải**

**Đáp án 7, 3.**



Gọi phương trình chính tắc của elip ( $E$ ) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\text{Với } \begin{cases} A_1A_2 = 8 = 2a \\ B_1B_2 = 6 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}.$$

Suy ra diện tích của hình elip là  $S_{(E)} = \pi a.b = 12\pi$  (m<sup>2</sup>).

Vì  $MNPQ$  là hình chữ nhật và  $MQ = 3 \rightarrow M\left(x; \frac{3}{2}\right) \in (E)$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x^2 = 12 \rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); N\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$$

Gọi  $S_1; S_2$  lần lượt là diện tích phần bị tô màu và không bị tô màu

$$\text{Ta có: } S_2 = 4 \cdot \frac{3}{4} \int_{2\sqrt{3}}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 3 \int_{2\sqrt{3}}^4 \sqrt{16 - x^2} dx \xrightarrow{x=4\sin t} S_2 = 4\pi - 6\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Suy ra:  $S_1 = S_{(E)} - S_2 = 8\pi + 6\sqrt{3}$ . Gọi  $T$  là tổng chi phí. Khi đó ta có

$$T = (4\pi - 6\sqrt{3}) \cdot 100 + (8\pi + 6\sqrt{3}) \cdot 200 \approx 7.322.000 \text{ (đồng)}. \text{ Từ đó làm tròn thành 7,3 (triệu đồng).}$$

**Chú ý :** Trong thực hành học sinh chỉ cần bấm máy tính ra được kết quả.

**Câu 5:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Đáp số: 39**

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng  $x$  (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm  $100x$  chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là:  $3000 - 100x$  chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là:  $12 + x$  (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số  $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$  trên  $(0; +\infty)$ .

$$\text{Ta có: } f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000.$$

$$f'(x) = -200x + 1800$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  trên  $(0; +\infty)$  ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi

$$x = 9$$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

**Câu 6.** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi trắng, hộp II có 7 bi đỏ và 3 bi trắng, các bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai bi. Tính xác suất để lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I, biết rằng trong bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

**Lời giải:**

Đáp số: **0.81**

Gọi  $A$  là biến cố lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I

$B$  là biến cố bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

Ta có xác suất cần tính là  $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

$$\text{Với } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 \cdot C_3^2 + C_4^2 \cdot C_7^2 + (6 \cdot 4) \cdot (7 \cdot 3)}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{1}{3}.$$

TH1. Lấy được mỗi hộp một bi đỏ và một bi trắng ta có  $P(AB) = \frac{(6 \cdot 4) \cdot (7 \cdot 3)}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{56}{225}$ .

TH2. Lấy được 2 bi đỏ từ hộp I và 2 bi trắng từ hộp II ta có  $P(AB) = \frac{C_6^2 \cdot C_3^2}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{1}{45}$ .

Khi đó ta có xác suất cần tính là  $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{56}{225} + \frac{1}{45}}{\frac{1}{3}} = \frac{61}{75} = 0.813$ .

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 2**

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5\cos x$  là

- A.**  $5\sin x + C$ .      **B.**  $5\sin 2x + C$ .      **C.**  $\sin 5x + C$ .      **D.**  $-5\sin x + C$ .

**Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) được tính theo công thức

- A.**  $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$ .      **B.**  $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$ .
- C.**  $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$ .      **D.**  $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$ .

**Câu 3.** Giáo viên chủ nhiệm khảo sát thời gian sử dụng Internet trong một ngày của 50 học sinh thành 7 nhóm (đơn vị: phút) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 60)	5	5
[60; 120)	11	16
[120; 180)	9	25
[180; 240)	8	33
[240; 300)	9	42
[300; 360)	5	47
[360; 420)	3	50
	$n = 50$	

Trung vị của mẫu số liệu bằng

- A.** 175.      **B.** 180.      **C.** 186.      **D.** 187.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(-4; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -1; 3)$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

- A.**  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ .      **B.**  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ .      **C.**  $\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ .      **D.**  $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ;  $c \neq 0$ ) có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

- A.**  $y = 2$ .      **B.**  $y = -1$ .      **C.**  $x = 2$ .      **D.**  $x = -1$ .

**Câu 6:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_3(2-x) \leq 1$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 7:** Trong không gian toạ độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A.  $2x + 3y + z - 1 = 0$ .

B.  $x^2 + y - z + 3 = 0$ .

C.  $x - y^2 + 3z - 6 = 0$ .

D.  $x + y + z^2 - 7 = 0$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Đường thẳng  $CD$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A.  $(SAD)$ .

B.  $(SAB)$ .

C.  $(SAC)$ .

D.  $(SBD)$ .

**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$  là

A.  $[-4; 2]$ .

B.  $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ .

C.  $[-2; 4]$ .

D.  $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Số hạng đầu tiên  $u_1$  của cấp số cộng là

A.  $u_1 = -16$ .

B.  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

C.  $u_1 = \frac{1}{16}$ .

D.  $u_1 = 16$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  bằng

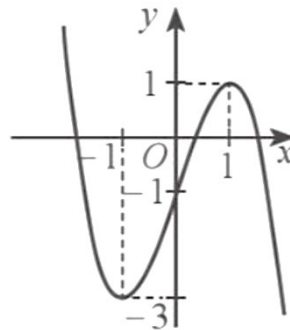
A.  $a^2$ .

B.  $-a^2$ .

C.  $\frac{1}{2}a^2$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-3; 1)$ .

Câu	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	C	D	C	C

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 4 \sin x + 2x + 1$ .

a)  $f(0) = 1; f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 3$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -4\cos x + 2$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $2\pi + 1$ .

**Giải:**

a) **Đúng.** Vì  $f(0) = 1; f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 3$ .

b) **Sai.** Vì  $f'(x) = 4\cos x + 2$ .

c) **Đúng.** Ta có  $f'(x) = 4\cos x + 2$ , Xét  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}$  do  $x \in [0; \pi]$ .

d) **Sai.** Xét hàm số  $f(x)$  trên  $[0; \pi]$ .

Ta có  $f'(x) = 4\cos x + 2$ ,  $f'(x) = 0$  có nghiệm trên  $[0; \pi]$  là  $x = \frac{2\pi}{3}$ .

Ta có  $f(0) = 1; f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1; f(\pi) = 2\pi + 1$ . Trong 3 số trên  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1$  là lớn nhất.

**Câu 2:** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của  $b$  là 10.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 24$ ) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Sai		

- Câu 3.** Trường Hạnh Phúc có 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.
- Xác suất chọn được học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc là 0,9.
  - Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ âm nhạc vừa biết chơi đàn ghi ta là 0,17.
  - Xác suất chọn được học sinh biết chơi đàn ghi ta là 0,25.
  - Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là 0,7

**Lời giải**

<b>a) S</b>	<b>b) Đ</b>	<b>c) Đ</b>	<b>d) S</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

Xét các biến cố:  $A$ : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

$B$ : "Chọn được học sinh sinh biết chơi đàn guitar";

a) Khi đó,  $P(A) = \frac{200}{1000} = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$ . Mệnh đề **sai**

b) Khi đó,  $P(B|A) = 0,85; P(B|\bar{A}) = 0,1$ . Xác suất cần tìm là  $P(AB)$  ta có theo công thức nhân xác suất  $P(AB) = P(BA) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,2 \cdot 0,85 = 0,17$ . Mệnh đề **đúng**.

c) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

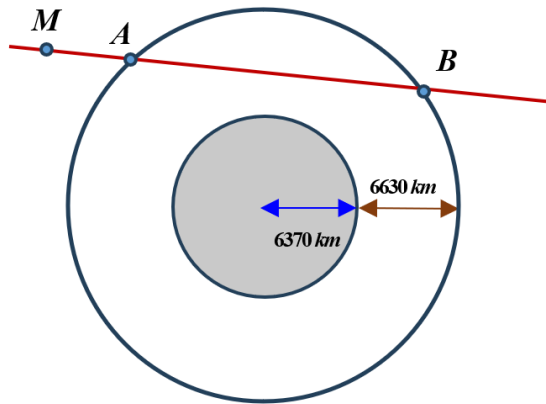
$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25. \text{ Mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68. \text{ Mệnh đề } \mathbf{sai}.$$

- Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(-12; 29; 10)$  theo phương song song với giá của vectơ  $\vec{u}(-12; 17; 5)$ .





a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số

$$\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(12; -5; 0)$ .

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B(0; 12; 5)$ .

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

### Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số

$$\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Do đường thẳng  $d$  theo phương song song với giá của vector  $\vec{u}(-12; 17; 5)$  nên  $\vec{u}$  là vector chỉ phương;

lại đi qua điểm  $M(-12; 29; 10)$  nên có phương trình tham số  $\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề **đúng**.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(12; -5; 0)$ .

$$A \in d: \begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ nên } A(-12 - 12t; 29 + 17t; 10 + 5t)$$

Ngoài thực tế khoảng cách từ tâm trái đất đến vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $6370 + 6630 = 13000(km)$  ứng với 13 đơn vị trên hệ trục tọa độ, hay

$$OA = 13 \Leftrightarrow OA^2 = 169.$$

$$\Leftrightarrow (-12 - 12t)^2 + (29 + 17t)^2 + (10 + 5t)^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 144 + 288t + 144t^2 + 841 + 986t + 289t^2 + 100 + 100t + 25t^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 144 + 288t + 144t^2 + 841 + 986t + 289t^2 + 100 + 100t + 25t^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 458t^2 + 1374t + 916 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$t = -1 \Rightarrow A_1(0; 12; 5) \text{ có } A_1M = \sqrt{(-12)^2 + 17^2 + 5^2} = \sqrt{658}$$

$$t = -2 \Rightarrow A_2(12; -5; 0) \text{ có } A_2M = \sqrt{(-24)^2 + 34^2 + 10^2} = 2\sqrt{458}$$

Do  $A_1M < A_2M$  nên vị trí đầu tiên là  $A \equiv A_1(0; 12; 5)$ . Mệnh đề **sai**

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B(0; 12; 5)$ .

Từ ý b) do  $A_1M < A_2M$  nên vị trí cuối cùng là  $B \equiv A_2(12; -5; 0)$ . Mệnh đề **sai**

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{12^2 + 17^2 + 5^2} = \sqrt{458}$$

$$\text{Khoảng cách ngắn nhất từ tâm trái đất đến thiên thạch là } \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{13^2 - \frac{458}{4}} = \frac{\sqrt{218}}{2} \approx 7,38$$

Khi đó khoảng cách từ thiên thạch đến tâm trái đất khoảng  $7380 km$  lớn hơn bán kính trái đất là  $6370 km$  nên không thể va vào trái đất. Mệnh đề **đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Bài 1.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2 cm$ ,  $AC = 6 cm$ ,  $\widehat{BAC} = 150^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC$  bằng bao nhiêu centimet?

Đáp án: 1

**Câu 2.** Trong không gian cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  song song với nhau. Trên đường thẳng  $a$  lấy bốn điểm phân biệt. Trên mặt phẳng  $(P)$  lấy năm điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng và không có đường thẳng nào đi qua hai điểm trong năm điểm song song với  $a$ . Có bao nhiêu hình tứ diện có đỉnh từ 9 điểm đã lấy từ đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$ ?

Đáp án: 100.

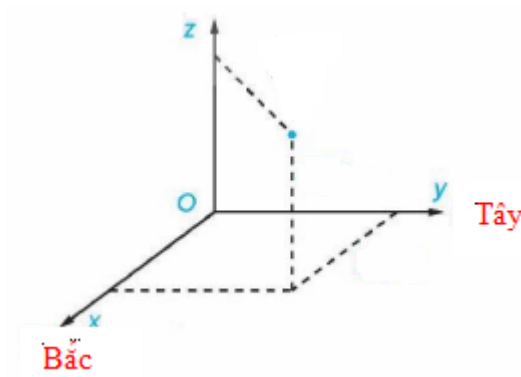
**Câu 3.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông  $40(km)$  và về phía Nam  $60(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $3(km)$ . Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc  $90(km)$  và về phía Tây  $50(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $6(km)$ . Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là  $2\sqrt{3401}(km)$  và máy bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.



**Trả lời:** 45 .

### Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của ba chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ  $A(-60; -40; 3)$ .

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ  $B(90; 50; 6)$ .

Gọi tọa độ của máy bay thứ ba lúc mất tín hiệu là  $C(a; b; c)$

Ta có:  $\overline{AB} = (150; 90; 3); \overline{AC} = (a + 60; b + 40; c - 3)$

Do ba máy bay thẳng hàng và  $C$  nằm giữa  $A, B$  nên:  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  cùng hướng

$$\text{Cách 1: Ta có: } \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} \\ \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+60 = \frac{5}{3}(b+40) \\ c-3 = \frac{b+40}{30} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{(a+60)^2 + (b+40)^2 + (c-3)^2} = 2\sqrt{3401}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{5}{3}(b+40)\right)^2 + (b+40)^2 + \left(\frac{b+40}{30}\right)^2} = 2\sqrt{3401} \Leftrightarrow \frac{3401}{900}(b+40)^2 = 4.3401$$

$$\Leftrightarrow b+40 = 60 \Leftrightarrow b = 20$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a = 40 \\ c = 5 \end{cases} \text{ khi này: } C(40; 20; 5).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí xuất phát đến máy bay số ba là:  $\sqrt{40^2 + 20^2 + 5^2} = 45(\text{km})$ .

$$\text{Cách 2: Ta có: } \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} a+60 = 150t \\ b+40 = 90t \\ c-3 = 3t \end{cases}$$

$$AC = \sqrt{(a+60)^2 + (b+40)^2 + (c-3)^2} = 2\sqrt{3401}$$

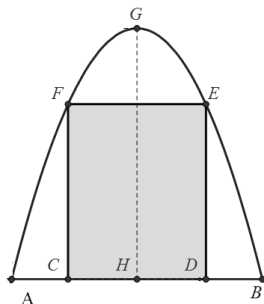
$$\Leftrightarrow \sqrt{(150t)^2 + (90t)^2 + (3t)^2} = 2\sqrt{3401} \Leftrightarrow 30609t^2 = 4.3401 \Leftrightarrow t^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\text{Ta có với } t = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 20 \\ c = 5 \end{cases} \text{ khi này: } C(40; 20; 5).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí xuất phát đến máy bay số ba là:  $\sqrt{40^2 + 20^2 + 5^2} = 45(\text{km})$ .

**Câu 4.** Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao  $GH = 4m$ , chiều rộng  $AB = 4m$ ,  $AC = BD = 0,9m$ . Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá là 1 200 000 đồng/ $m^2$ , còn các phần

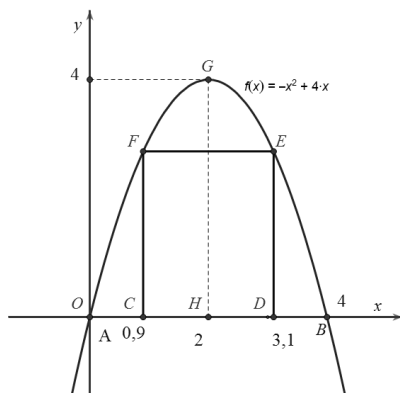
đề trắng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi tổng số tiền làm cổng parabol như trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Lời giải**

Đáp án: 11,4.

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $AB$  trùng  $Ox$ ,  $A$  trùng  $O$  khi đó parabol có đỉnh  $G(2;4)$  và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

$$\text{Vi parabol có đỉnh là } G(2;4) \text{ và đi qua điểm } O(0;0) \text{ nên ta có } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là  $y = f(x) = -x^2 + 4x$ .

$$\text{Diện tích của cả cổng là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Mặt khác chiều cao  $CF = DE = f(0,9) = 2,79(\text{m})$ ;  $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2$  (m).

Diện tích hai cánh cổng là  $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138$  (m<sup>2</sup>).

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy tổng số tiền để làm công là  $6,138.1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400$  đồng. Làm tròn là 11,4 (triệu đồng).

**Câu 5.** Một bể chứa 6000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau  $t$  phút, tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể (đơn vị gam/lít) là một hàm  $f(t)$ . Hãy xác định hàm số  $f(t), t \in [0; +\infty)$  và xác định nồng độ muối tối đa có trong bể.

**Đáp số:** 25

### Lời giải

Sau  $t$  phút khối lượng muối trong bể là  $25 \cdot 20t = 500t$  (gam)

Thể tích nước trong bể sau  $t$  phút là  $6000 + 20t$  (lít)

Khi đó  $f(t) = \frac{500t}{6000 + 20t} = \frac{25t}{3000 + t}$  (gam/lít),  $t \in [0; +\infty)$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t}{3000 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25}{\frac{3000}{t} + 1} = 25.$$

Vậy nồng độ muối tối đa trong bể là 25 (gam/lít)

**Câu 6.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị  $a+b$  bằng bao nhiêu?

### Lời giải

Đáp án: 13

Xét các biến cố:

$A$ : "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

$B$ : "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B|A) = \frac{16}{35}$ .

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Suy ra  $a = 4$ ,  $b = 9$  và  $a + b = 13$ .

### ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 3

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$  là:

- A.  $\frac{1}{2} \cos x + C.$       **B.**  $-\frac{1}{2} \cos 2x + C.$       C.  $\frac{1}{2} \cos 2x + C.$       D.  $-\frac{1}{2} \cos x + C.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

**Câu 2:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 4x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{8}$ . Thể tích của khối tròn xoay

được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $\frac{\pi^2}{2}.$       **B.**  $\frac{\pi^2}{16}.$       C.  $\frac{\pi}{4}.$       D.  $\frac{\pi}{3}.$

**Lời giải:**

**Chọn B**

$$\text{Thể tích: } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{8}} (\cos 4x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{1 + \cos 8x}{2} dx = \pi \left( \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \sin 8x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{\pi^2}{16}$$

**Câu 3:** Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [60;70).      **B.** [70;80).      C. [80;90).      D. [90;100).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;-1;3)$ ,  $B(1;3;1)$ ,  $C(-1;1;5)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$       **B.**  $x - 2y + z = 0.$       **C.**  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}.$       D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; -2; 4)$  làm vectơ chỉ phương, suy ra  $\vec{u} = (1; 1; -2)$  cũng là vectơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình đường thẳng cần tìm: } \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào?



$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

$\nearrow$  (from 2 to  $+\infty$ )       $\nearrow$  (from  $-\infty$  to 2)

A.  $y = \frac{2x+1}{x-3}$ .

B.  $y = \frac{2-x}{x+3}$ .

C.  $y = \frac{2x+7}{x+3}$ .

**D.**  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Đồ thị hàm số nhận các đường thẳng  $x = -3$  là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang  $y = 2$  (loại đáp án **A** và **B**).

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Xét hàm số  $y = \frac{2x+7}{x+3} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+3)^2} < 0 (\forall x \neq -3) \Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định nên ta loại đáp án **C**. Chọn **D**.

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x-1) < 2$  là

**A.**  $(1;101)$ .

**B.**  $(-\infty;1)$ .

**C.**  $(2;+\infty)$ .

**D.**  $(1;7)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log(x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 10^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 101 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 101$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(1;101)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$  là

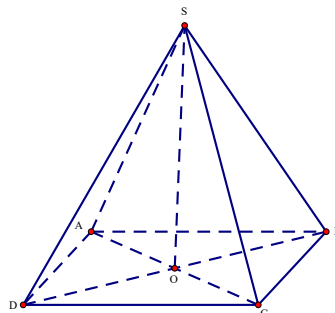
**A.**  $\vec{n} = (3;6;-2)$

**B.**  $\vec{n} = (2;-1;3)$

**C.**  $\vec{n} = (-3;-6;-2)$

**D.**  $\vec{n} = (-2;-1;3)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC, SB = SD$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?



- A.  $SA \perp (ABCD)$ .     **B.**  $SO \perp (ABCD)$ .     C.  $SC \perp (ABCD)$ .     D.  $SB \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Phương trình  $\log_3(3x-2) = 3$  có nghiệm là:

- A.  $x = \frac{25}{3}$      B. 87     **C.**  $x = \frac{29}{3}$      D.  $x = \frac{11}{3}$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 3.     B. -4.     C. 4.     D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 11:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .     B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .  
 C.  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ .     D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'$		-		-	0	+	

- A.  $(1; +\infty)$ .     B.  $(-\infty; 1)$ .     C.  $(-1; +\infty)$ .     **D.**  $(-\infty; -1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - x$ .

- a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2 \cos x - 1$ .  
 c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6}$ .  
 d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng			
	b) Sai			
	c) Sai			
	d) Đúng			

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ

$v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m .

b) Giá trị của  $b$  là 20.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 20)$  kể từ khi giảm tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t)dt$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h .

**Giải: KQ: Đ-S-S-Đ.**

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là  $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ .

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là:  $S_1 = 4.25 = 100\text{m}$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn là:  $S_2 = 320 - 100 = 220\text{m}$  . Do đó a đúng.

b) Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có  $t = 0 \Rightarrow b = 25$  . Do đó b sai.

c) Quãng đường  $S(t)$  ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc  $(0 \leq t \leq 20)$  được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t)dt$  . Do đó c sai.

d) T có  $v(t) = at + 25(\text{m/s})$

Biết xe tách làn sau 10 giây kể từ khi giảm tốc, nên ta có  $220 = \int_0^{10} (at + 25)dt = 50a + 250 \Rightarrow a = -\frac{3}{5}$

$\Rightarrow v(t) = -\frac{3}{5}t + 25$  (m/s)

Tốc độ của ô tô sau 20 giây là  $\Rightarrow v(20) = -\frac{3}{5}.20 + 25 = 13$  (m/s)=46,8(km/h) . Do đó đúng.

**Câu 3.** Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng  $I$  và 6 xạ thủ hạng  $II$  . Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng  $I$  và hạng  $II$  lần lượt là 0,75 và 0,6 . Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn 1 viên đạn.

Gọi  $A$  là biến cố: "Chọn được xạ thủ hạng  $I$  ";

Gọi  $B$  là biến cố: "Viên đạn đó trúng mục tiêu".

a)  $P(A) = 0,4$ .

b)  $P(\bar{B} | A) = 0,75$  và  $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,6$ .

c)  $P(B) = 0,7$ .

d) Trong số những viên đạn bắn trúng mục tiêu xác suất để viên đạn của xạ thủ loại  $II$  là  $\frac{5}{11}$ .

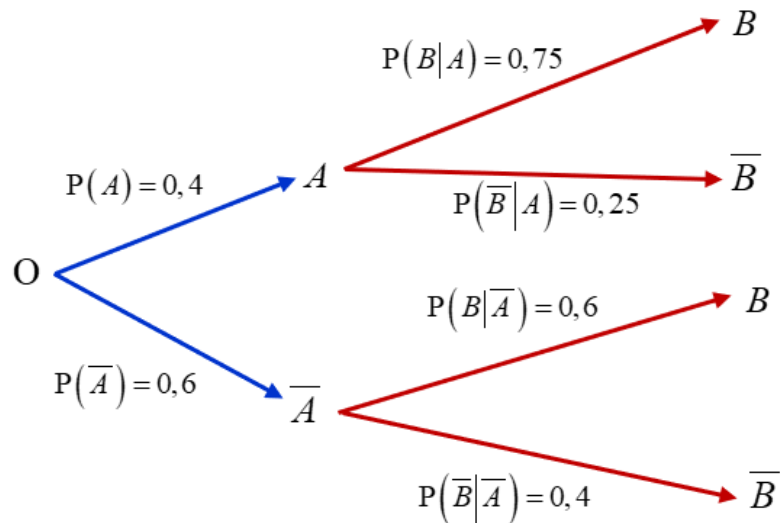
**Lời giải**

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Khi đó,  $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$ ,  $P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6$ . Mệnh đề **đúng**.

b)  $P(B|A) = 0,75$ ;  $P(B|\bar{A}) = 0,6$ . Suy ra  $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$ . Mệnh đề **sai**.

c) Sơ đồ hình cây biểu thị tình huống đã cho là:



Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,75 + 0,6.0,6 = 0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu là  $0,66$ . Mệnh đề **sai**.

d) Biến cố trong số những viên đạn bắn trúng mục tiêu để viên đạn của xạ thủ loại II là biến cố  $(\bar{A}|B)$ , cần tính  $P(\bar{A}|B)$ .

Theo công thức xác suất Bayes ta có  $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,6.0,6}{0,66} = \frac{6}{11}$ . Mệnh đề **sai**.

**Câu 4.** Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn trên hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ  $(0; -3; -1)$ , cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là 10 mét. Một người di chuyển theo phương thẳng từ vị trí  $N(7; 10; -4)$  đến vị trí  $M(5; 0; 2)$  để nhận nguồn âm, biết rằng nguồn âm phát ở cường độ tai người nghe thấy được

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là  $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 100$ .

b) Tại điểm  $M(5; 0; 2)$  sẽ nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên.

c) Đoạn đường người đó di chuyển nằm trên đường thẳng có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Khi người đó di chuyển từ  $N$  đến  $M$  thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là  $A\left(\frac{118}{35}; -\frac{57}{35}; \frac{241}{35}\right)$ .

### Lời giải

<b>a) S</b>	<b>b) Đ</b>	<b>c) Đ</b>	<b>d) S</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Phương trình mặt cầu ( $S$ ) mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là

$$x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 100. \text{ Mệnh đề sai.}$$

b) Khoảng cách từ vị trí có tọa độ  $(5; 0; 2)$  đến nguồn âm là:

$$d = \sqrt{(5-2)^2 + (0-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{19} < 10$$

Vậy tại vị trí có tọa độ  $(5; 0; 2)$  có thể nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm. Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có  $\overrightarrow{MN} = (2; 10; -6)$  chọn  $\vec{u} = (-1; -5; 3)$  là vector chỉ phương; đường thẳng đi qua điểm  $M(5; 0; 2)$

$$\text{nên có phương trình tham số } \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

d)  $A$  thuộc  $MN$  nên  $A(5-t; -5t; 2+3t)$

$$\text{Mặt khác } A \text{ thuộc } (S) \text{ nên } (5-t)^2 + (-5t+3)^2 + (2+3t+1)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow (5-t)^2 + (3-5t)^2 + (3+3t)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 25 - 10t + t^2 + 9 - 30t + 25t^2 + 9 + 18t + 9t^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 35t^2 - 22t - 57 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{57}{35} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{57}{35} \Rightarrow A\left(\frac{118}{35}; -\frac{57}{35}; \frac{241}{35}\right)$$

Với  $t = -1 \Rightarrow A(6; 5; -1)$  khi đó  $\overrightarrow{AM} = (-1; -5; 3); \overrightarrow{AN} = (1; 5; -3)$  là hai vector đối nhau phù hợp với điểm  $A$  ở giữa  $MN$  nên điểm  $A$  này mới chính là điểm đầu tiên nhận được nguồn âm. Mệnh đề **sai**

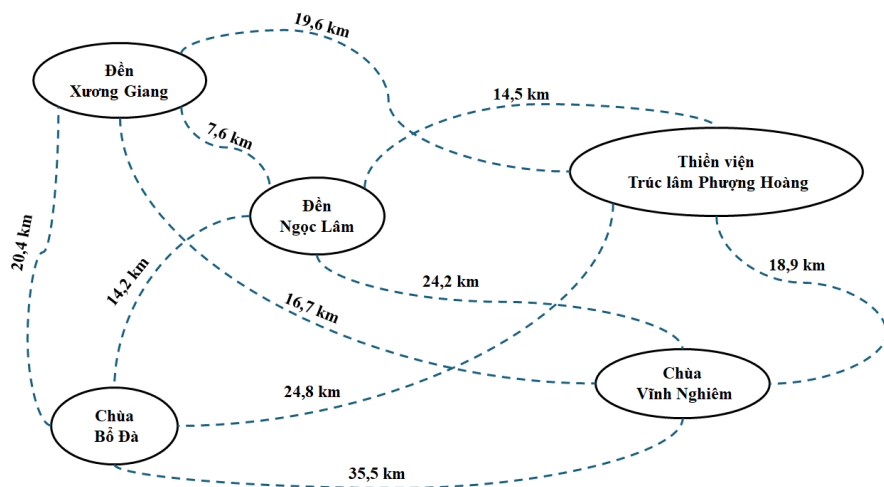
### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình tứ diện đều  $ABCD$ . Số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là  $\alpha$ . Giá trị của biểu thức

$$P = 2 \tan^2 \alpha - 1 \text{ là}$$

Đáp án: 15.

**Câu 2.** Công ty A có kế hoạch tổ chức tour du lịch tâm linh tại tỉnh Bắc Giang đi qua 5 địa điểm: Đền Xương Giang, Chùa Bồ Đà, Chùa Vĩnh Nghiêm, Thiên viện Trúc lâm Phượng Hoàng, Đền Ngọc Lâm. Hành khách sẽ xuất phát từ Đền Xương Giang và đi thăm mỗi địa điểm đúng một lần. Qua khảo sát thực địa, công ty xây dựng được lược đồ như hình (khoảng cách giữa mỗi cặp địa điểm được ghi trên đường nối). Để tiết kiệm chi phí, công ty dự định chọn tuyến đường có tổng độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường này là bao nhiêu km?



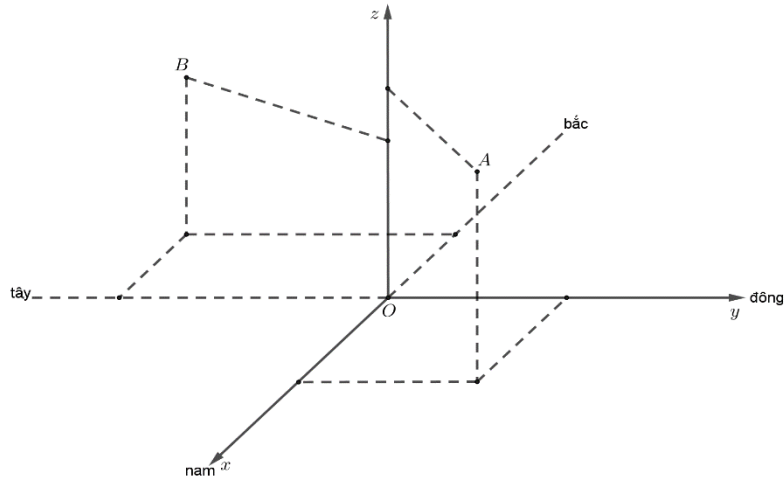
Đáp án: 64,3

**Câu 3.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a + 3b$ .

**Trả lời:** 3.

### Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



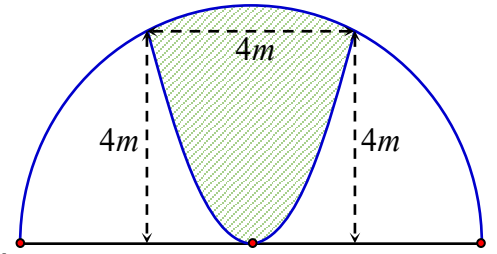
Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí  $A, B$ . Ta có  $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$ .

Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$ . Khi đó  $I = BC \cap (Oxy)$ .

$$\overline{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overline{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

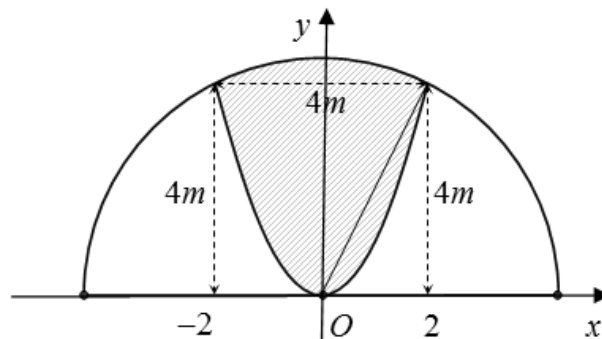
$$\overline{BC}, \overline{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{7}{5}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

**Câu 4.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phân để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng  $4m$ . Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là  $150\,000 \text{ đồng}/m^2$  và  $100\,000 \text{ đồng}/m^2$ . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên (làm tròn đến hàng phân trăm, đơn vị triệu đồng) bằng



**Lời giải**

**Đáp án:** 3,74



Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là  $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ .

Phương trình của nửa đường tròn ( $C$ ) là:  $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$ .

Parabol ( $P$ ) có đỉnh  $O(0;0)$  và đi qua điểm  $(2;4)$  nên có phương trình:  $y = x^2$ .

Diện tích phần tô màu là:  $S_1 = \int_{-2}^2 [\sqrt{20 - x^2} - x^2] dx \approx 11,94 (m^2)$ .

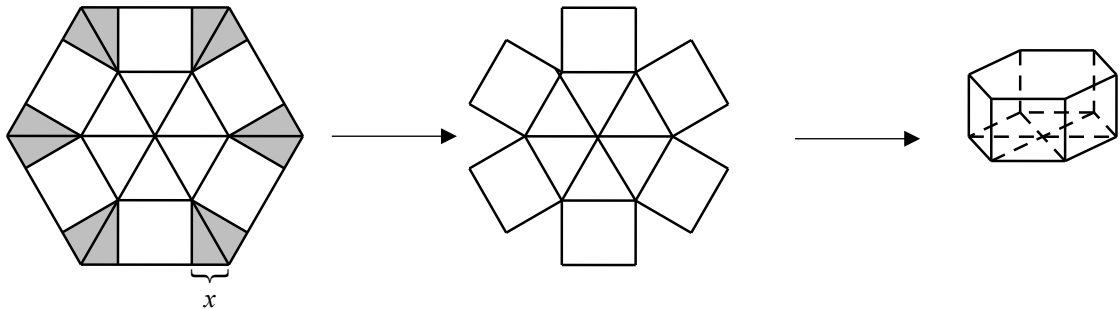
Diện tích phần không tô màu là:  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 (m^2)$ .

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3.738.593$ . Làm tròn thành 3.74 (triệu đồng).

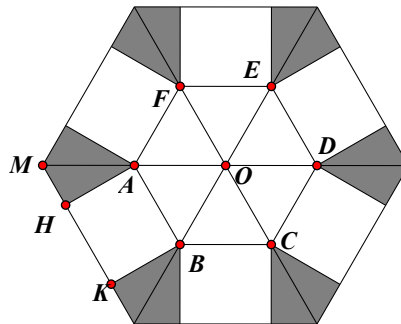
**Chú ý:** Có thể vận dụng phương pháp hình học thông thường để tính tích phân  $\int_{-2}^2 \sqrt{20 - x^2} dx$  bằng cách tích phân này chính là diện tích của một nửa hình tròn có tâm tại gốc tọa độ  $O$ , bán kính  $R = 2\sqrt{5}$  có diện tích bằng  $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 = 10\pi$ .

**Câu 5.** Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh  $90 (cm)$ . Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng  $x (cm)$  (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm  $x$  để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất (đơn vị  $cm$ ).



**Đáp số:** 15

**Lời giải**



Điều kiện  $0 < x < 45$

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều:  $AB = HK = 90 - 2x$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều:  $HA = MH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$



Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều:  $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(90-2x)^2$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều:  $V(x) = HA \cdot S_{ABCDEF} = \frac{9}{2}x(90-2x)^2$

Hay  $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$

Xét hàm số  $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$  trên khoảng  $(0; 45)$ .

$$V'(x) = 54x^2 - 3240x + 36450$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15 \text{ hoặc } x = 45 \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	15	45
$V'(x)$		+	-
$V(x)$	0	243000	0

Từ bảng biến thiên ta có:  $\max_{(0;45)} V(x) = 243000 \text{ (cm}^3\text{)}$  khi và chỉ khi  $x = 15 \text{ cm}$

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi  $x = 15 \text{ cm}$ .

**Câu 6.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải:**

Đáp án: **0,03**

Xét các biến cố:

$A$ : "Người được chọn mắc bệnh X";

$B$ : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

*Giải*

Theo giả thiết ta có:  $P(A) = 0,002$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$ ;

$$P(B|A) = 1; P(B|\bar{A}) = 0,06$$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 4

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (3x+1)^2$  là:

- A.  $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$ .      **B.**  $\frac{1}{9} \cdot (3x+1)^3$       C.  $(3x+1)^3 + C$ .      D.  $9 \cdot (3x+1)^3 + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int (3x+1)^2 dx = \frac{1}{3} \frac{(3x+1)^3}{3} + C = \frac{(3x+1)^3}{9} + C$$

**Câu 2:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = \sin x$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục  $Ox$  là:

- A.  $\frac{\pi}{2}$ .      **B.**  $\frac{\pi^2}{2}$ .      C.  $\pi$ .      D.  $\pi^2$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Giải thích:

Thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$  là:

$$V = \pi \int_0^\pi (\sin x)^2 dx = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \pi \left( \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}$$

**Câu 3:** Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [60;70).      **B.** [70;80).      C. [80;90).      **D.** [90;100).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(4; -1; 3)$ ,  $B(1; 3; 1)$ ,  $C(-1; 1; 5)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$       B.  $x - 2y + z = 0$ .
- C.**  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

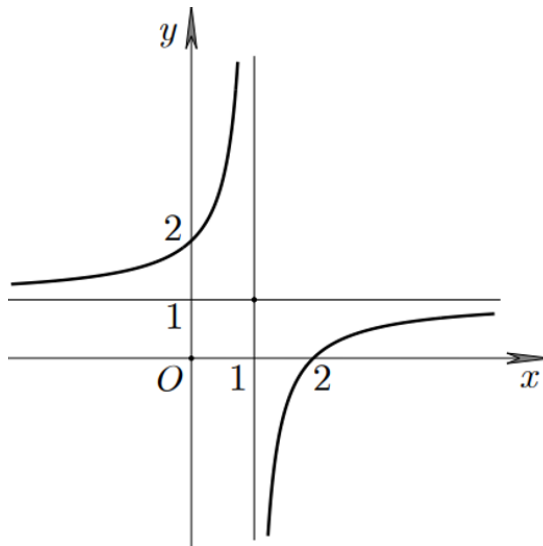
**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; -2; 4)$  làm vectơ chỉ phương, suy ra  $\vec{u} = (1; 1; -2)$  cũng là vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng cần tìm:  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad-bc \neq 0; ac \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



A.  $x=1, y=1$ .

B.  $x=-1, y=1$ .

C.  $x=1, y=2$ .

D.  $x=2, y=1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta suy ra

- Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:  $x=1$ .

- Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:  $y=1$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_4(x-1) < 1$  là:

A.  $(1; 5)$ .

B.  $(-\infty; 1)$ .

C.  $(2; +\infty)$ .

D.  $(1; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log_4(x-1) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 4^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 5$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(1; 5)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x-3y+1=0$ ?

A.  $\vec{a} = (2; -3; 1)$

B.  $\vec{b} = (2; 1; -3)$

C.  $\vec{c} = (2; -3; 0)$

D.  $\vec{d} = (3; 2; 0)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều và cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A.  $(SBC)$  và  $(SAB)$ .

B.  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

C.  $(SBC)$  và  $(SAC)$ .

D.  $(SAB)$  và  $(ABC)$ .

**Câu 9:** Phương trình  $5^x = 15$  có nghiệm là

A.  $x = 3$ .

B.  $x = \log_5 15$ .

C.  $x = 5$ .

D.  $x = \log_{15} 5$ .

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -4, u_2 = -2$ . Công bội của cấp số nhân là

A.  $q = -\frac{1}{2}$ .

B.  $q = \frac{1}{2}$ .

C.  $q = 2$ .

D.  $q = -2$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai vectơ  $\vec{AB'}$  và  $\vec{A'C'}$  bằng:

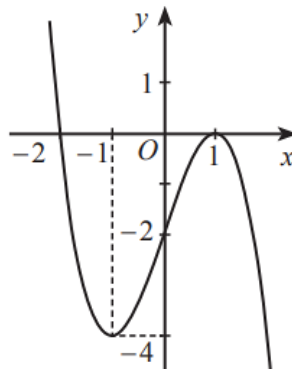
A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A.  $(-\infty; -1)$ .

B.  $(-1; 1)$ .

C.  $(-2; 1)$ .

D.  $(1; +\infty)$ .

<b>Câu</b>	7	8	9	10	11	12
<b>Chọn</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x + x$ .

a)  $f(0) = 1; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2\sin 2x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  là  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  là  $\frac{\pi}{4}$ .

**Giải:**

a) **Đúng.** Vì  $f(0) = 1; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$ .

b) **Đúng.** Vì  $f'(x) = -2\sin 2x + 1$ .

c) **Sai.** Ta có  $f'(x) = -2\sin 2x + 1$ , Xét  $f'(x) = 0 \Rightarrow -2\sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12}$  do  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

d) **Đúng.** Xét hàm số  $f(x)$  trên  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ta có  $f'(x) = -2\sin 2x + 1$ ,  $f'(x) = 0$  có nghiệm trên  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  là  $x = \frac{\pi}{12}$ .

Ta có  $f(0) = 1; f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ . Trong 3 số trên  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$  là nhỏ nhất.

Câu 2. Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc  $v_1(t) = 6 - 3t$  (m/s), chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc  $v_2(t) = 12 - 4t$  (m/s).

a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số  $s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} + C$  (m).

b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số  $s_2(t) = 12t - 2t^2 + C$  (m).

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là 18(m).

d) Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn 12(m).

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Sai		

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = \int v_1(t) dt = \int (6 - 3t) dt = 6t - \frac{3t^2}{2} + C \text{ (m)}$$

Suy ra **ĐÚNG**.

b) Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số  
 $s_2(t) = \int v_2(t) dt = \int (12 - 4t) dt = 12t - 2t^2 + C$  (m)  
 Suy ra **ĐÚNG**.

c) Thời gian người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là:  $6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2$  giây.

Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_1 = \int_0^2 (6 - 3t) dt = \left( 6t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 6 \text{ mét.}$$

Suy ra **SAI**.

d) Thời gian người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là:  $12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3$  giây.

Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_2 = \int_0^3 (12 - 4t) dt = (12t - 2t^2) \Big|_0^3 = 18 \text{ mét.}$$

Khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn là:  $S = S_1 + S_2 = 6 + 18 = 24$  mét.

Suy ra **SAI**.

**Câu 3:** Để kiểm chứng thị hiếu của khán giả đối với một chương trình truyền hình, một nhà đài đã phỏng vấn ngẫu nhiên 300 khán giả về chương trình đó. Kết quả thống kê như sau: có 175 người trả lời “thích”; có 125 người trả lời “không thích”. Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khán giả thực sự thích chương trình tương ứng với trả lời “thích” và “không thích” lần lượt là 60% và 40% .

Gọi  $A$  là biến cố “Người được phỏng vấn **thực sự** sẽ thích chương trình”.

Gọi  $B$  là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời thích chương trình”.

a) Xác suất  $P(B) = \frac{5}{12}$  và  $P(\bar{B}) = \frac{7}{12}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,6$ .

c) Xác suất  $P(A) = \frac{31}{60}$ .

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự thích chương trình có 67,7% người đã trả lời “thích” khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải**

<b>a) S</b>	<b>b) Đ</b>	<b>c) Đ</b>	<b>d) Đ</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

Bảng mô tả (\*):

Phòng vấn \ Thực tế	Người thực sự thích	Người không thực sự thích
Người trả lời sẽ thích(175)	$0,6 \times 175 = 105$	$175 - 105 = 70$
Người trả lời sẽ không thích(105)	$0,4 \times 125 = 50$	$125 - 50 = 75$

a) Số người trả lời "thích" là 175 nên  $n(B) = 175$ . Do đó

$$P(B) = \frac{175}{300} = \frac{7}{12}; P(\bar{B}) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}. \text{ Mệnh đề sai.}$$

b) Ta có: 
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$A \cap B$  là tập hợp các người trả lời sẽ thích và thích thật, do đó  $n(A \cap B) = 105$ ;  $n(B) = 175$

Nên 
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{105}{175} = 0,6. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

c) – **Cách 1:** Dựa vào bảng mô tả (\*):  $A$  là tập hợp các người thích thật,  $n(A) = 105 + 50 = 155$ , do đó

$$P(A) = \frac{155}{300} = \frac{31}{60}. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

- **Cách 2:** Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = \frac{7}{12} \cdot 0,6 + \frac{5}{12} \cdot 0,4 = \frac{31}{60}.$$

d) **Cách 1:** Dựa vào bảng mô tả (\*) ta có: Số người thực sự thích là  $105 + 50 = 155$ ; số người thực sự thích mà trả lời thích là 105; xác suất là  $\frac{105}{155} = \frac{21}{31} \approx 67,7\%$ .

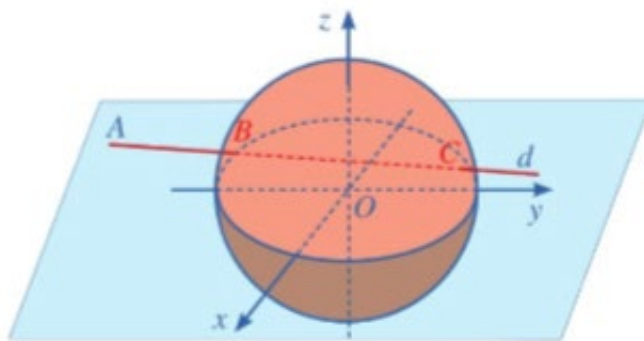
**Cách 2:** Xác suất cần tìm là  $P(B|A)$  theo công thức Bayes ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{12} \cdot 0,6}{\frac{31}{60}} = \frac{21}{31} \approx 67,7\%. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

**Câu 4:** Hệ thống Kiểm soát không lưu, còn gọi là kiểm soát không lưu (tiếng anh: *air traffic control*, viết tắt là ATC), hay Điều khiển không lưu là hệ thống chuyên trách đảm nhận việc gửi các hướng dẫn đến máy bay nhằm giúp các máy bay tránh va chạm, đồng thời đảm bảo tính hoạt động hiệu quả của nền tảng không lưu. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét một đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ



hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$  chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình hình mô tả dưới).



a) Phương trình đường thẳng mô tả đường bay của máy bay trên là 
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 8 \end{cases}$$

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là điểm  $\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ .

c) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa có tọa độ  $(-88; 415; 8)$ .

d) Giả sử suốt quá trình được theo dõi bởi đài kiểm soát không lưu này máy bay luôn giữ vận tốc không đổi là  $800 \text{ km/h}$  thì mất 0,62 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)?

### Lời giải

<b>a) Đ</b>	<b>b) Đ</b>	<b>c) S</b>	<b>d) Đ</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-688; -185; 8)$  và có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (91; 75; 0)$  là: 
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \text{ (t là tham số).} \\ z = 8 \end{cases}$$
 Mệnh đề **đúng**

b) Gọi  $H$  là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng cách  $OH$  phải ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi  $OH \perp d$ .

Vì  $H \in d$  nên  $H(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

Ta có  $\overrightarrow{OH} = (-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

$OH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-688 + 91t) \cdot 91 + (-185 + 75t) \cdot 75 + 8 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$

Do đó  $H\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ . Mệnh đề **đúng**.

c) Gọi  $B$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì  $B \in d$  nên  $B(-688+91t; -185+75t; 8)$ .

$B$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi  $OB = 417$ .

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-688+91t)^2 + (-185+75t)^2 + 8^2} = 417.$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0.$$

$$\Leftrightarrow t = 3 \text{ hoặc } t = 8.$$

+ Với  $t = 3$ , ta có  $B(-415; 40; 8)$ .

Do đó  $AB = \sqrt{(-415+688)^2 + (40+185)^2} \approx 353,77$ .

+ Với  $t = 8$ , ta có  $B(-88; 415; 8)$ .

Do đó  $AB = \sqrt{(-88+688)^2 + (415+185)^2} \approx 848,53$ .

Vì  $353,77 < 848,53$  nên tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là  $(-415; 40; 8)$ .

Mệnh đề **sai**.

d) Theo phần c) điểm bắt đầu vào màn hình ra đa là  $A(-415; 40; 8)$  và điểm cuối cùng là  $B(-88; 415; 8)$ .

Khi đó thời gian là  $t = \frac{AB}{800} = \frac{\sqrt{(-88+415)^2 + (415-40)^2 + (8-8)^2}}{800} \approx 0,62$  giờ. Mệnh đề **đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $AB = 6 \text{ cm}$ .

Biết góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng đáy của lăng trụ đã cho bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu  $\text{cm}^3$ ?

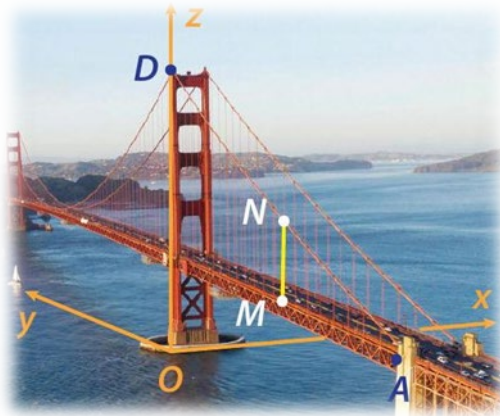
Đáp án: 36

**Câu 2.** Cường độ một trận động đất  $M$  (độ Richter) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án:  $\approx 8,6$ .

**Câu 3.** Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ Oxyz với  $O$  là bộ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng  $(Oxy)$  là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như

hình vẽ. Dây cáp  $AD$  (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh  $D$  thuộc trục  $Oz$  và điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $Oyz$ , trong đó điểm  $D$  là đỉnh cột trụ cách mặt nước  $227m$ , điểm  $A$  cách mặt nước  $75m$  và cách trục  $Oz$   $343m$ .



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm  $N$  trên dây cáp  $AD$  và điểm  $M$  trên thành cầu, biết  $M$  cách mặt nước  $75m$  và  $MN$  song song với cột trụ. Tính độ dài  $MN$ , biết điểm  $M$  cách trục  $Oz$  một khoảng bằng  $230m$  (Làm tròn đến hàng phần chục).

**Trả lời:** 50,1

**Lời giải**

Tính độ dài  $MN$ , biết điểm  $M$  cách trục  $Oz$  một khoảng bằng  $230m$ .

Ta có  $A \in Oyz$  và  $A$  cách mặt nước  $75m$  và cách trục  $Oz$  là  $343m \Rightarrow A(0; -343; 75)$

Điểm  $D$  là đỉnh cột trụ cách mặt nước  $227m \Rightarrow D(0; 0; 227)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0; 343; 152)$$

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } AD \text{ là } \begin{cases} x = 0 \\ y = 343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Vì  $N \in AD \Rightarrow N(0; 343t; 227 + 152t)$

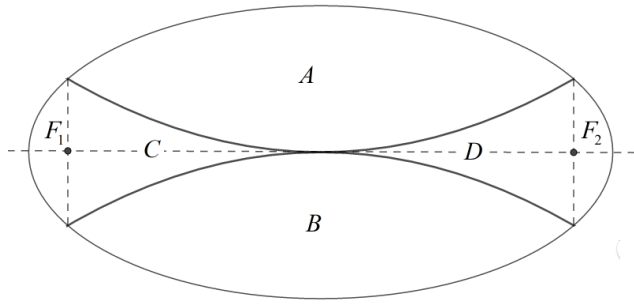
Điểm  $M$  trên thành cầu,  $M$  cách mặt nước  $75m$  và cách trục  $Oz$  một khoảng bằng  $230m$  nên tọa độ điểm  $M$  là  $M(0; -230; 75)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 343t + 230; 152 + 152t)$$

$$MN \text{ song song với cột trụ} \Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow 343t + 230 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{230}{343}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left( 0; 0; \frac{17176}{343} \right) \Rightarrow MN = \frac{17176}{343} \approx 50,1.$$

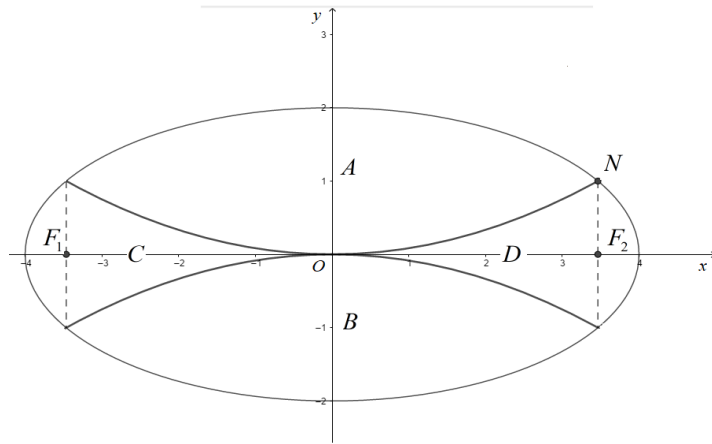
**Câu 4.** Nhà trường  $X$  dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là  $8m$  và  $4m$ ;  $F_1, F_2$  là hai tiêu điểm của elip. Phần  $A, B$  dùng để trồng hoa, phần  $C, D$  dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là  $250\,000$  (đồng) và  $150\,000$  (đồng). Tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Lời giải**

**Đáp án:** 5,7.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Do elip có độ dài trục lớn  $2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$ , độ dài trục nhỏ  $2b = 4 \Leftrightarrow b = 2$ .

Diện tích của  $(E)$  là:  $S_{(E)} = \pi ab = 8\pi$ .

Phương trình chính tắc  $(E)$  là:  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Suy ra  $y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{16 - x^2}$ .

Ta có  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow F_2(2\sqrt{3}; 0)$ .

Do  $N$  và  $F_2$  có cùng hoành độ  $\Rightarrow N(2\sqrt{3}; 1)$ .

Gọi  $(P): y = kx^2$  là parabol nằm ở phía trên trục  $Ox$ .

Do  $N \in (P)$  ta có  $1 = k(2\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow k = \frac{1}{12}$ . Suy ra  $(P): y = \frac{1}{12}x^2$ .

Diện tích phần  $A$  là  $S_A = \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left( \frac{1}{2}\sqrt{16-x^2} - \frac{1}{12}x^2 \right) dx = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \left( \frac{1}{2}\sqrt{16-x^2} - \frac{1}{12}x^2 \right) dx$   
 $= \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16-x^2} dx - \frac{1}{6} \int_0^{2\sqrt{3}} x^2 dx.$

\* Xét  $I_1 = \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16-x^2} dx$ . Đặt  $x = 4 \sin t \Rightarrow dx = 4 \cos t dt$ .

Đổi cận:

$x$	$0$	$2\sqrt{3}$
$t$	$0$	$\frac{\pi}{3}$

Khi đó  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{16-16\sin^2 t} \cdot 4\cos t dt = 16 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t dt = 8 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = 8 \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$   
 $= 8 \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right).$

\* Ta có  $I_2 = \frac{1}{6} \int_0^{2\sqrt{3}} x^2 dx = \frac{1}{18} x^3 \Big|_0^{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$

Suy ra:  $S_A = I_1 - I_2 = \frac{8\pi + 2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_A + S_B = 2S_A = \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3}.$

Tổng diện tích phần  $C, D$  là:  $S_C + S_D = S_{(E)} - (S_A + S_B) = \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3}.$

Khi đó tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên là:  $\frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3} \cdot 250000 + \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3} \cdot 150000 \approx 5676000$

(đồng). Làm tròn thành 5,7 (triệu đồng).

**Chú ý:** Với việc tính tích phân  $I_1$  ta có thể sử dụng cách tính hình học thông qua công thức tính diện tích hình quạt và diện tích của tam giác vuông.

+ Thực chất học sinh chỉ cần tính  $I_1$  bằng cách dùng máy tính cầm tay.

**Câu 5.** Một bể chứa 1000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 20 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau  $t$  phút, nồng độ muối của nước trong bể (tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ . Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến giá trị nào?

**Đáp số:** 20

**Lời giải**

Sau  $t$  phút, lượng muối trong bể là  $20 \cdot 20 \cdot t = 400t$  (gam) và lượng nước trong bể là  $1000 + 20t$  (lít).

Vậy nồng độ muối của nước trong bể sau  $t$  phút là  $f(t) = \frac{400t}{20t + 1000}$  (gam/lít)

$$\begin{aligned} \text{Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì ta có } \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{400t}{20t + 1000} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{400}{20 + \frac{1000}{t}} \\ &= \frac{\lim_{t \rightarrow +\infty} (400)}{\lim_{t \rightarrow +\infty} \left( 20 + \frac{1000}{t} \right)} = \frac{400}{20} = 20. \end{aligned}$$

Vậy khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến 20 gam/lít.

**Câu 6.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe để khảo sát tình trạng bệnh sơ gan của người dân, tỉ lệ người dân bị bệnh sơ gan là 0,8% và 60% trong số đó bị dương tính với viêm gan B. Tuy nhiên, có 10% những người không bị sơ gan mặc dù dương tính viêm gan B. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó dương tính với viêm gan B. Xác suất người đó bị mắc bệnh sơ gan là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Đáp án: **0,05**

Xét các biến cố:

$A$ : "Người được chọn mắc bệnh sơ gan";

$B$ : "Người được chọn bị viêm gan B".

Theo giả thiết ta có:  $P(A) = 0,008$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - 0,008 = 0,992$

$P(B | A) = 0,6$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,1$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,008 \cdot 0,6}{0,008 \cdot 0,6 + 0,992 \cdot 0,1} \approx 0,05$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,05.

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 5

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  là:

A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C.$

**B.**  $\frac{1}{2}e^{2x} + C.$

C.  $\frac{4^x}{x} + C.$

D.  $x \cdot 4^{x-1} + C.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

**Câu 2:** Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường cong  $y = -x^3 + 12x$  và  $y = -x^2$  là:

**A.**  $S = \frac{937}{12}.$

**B.**  $S = \frac{343}{12}$

C.  $S = \frac{793}{4}$

**D.**  $S = \frac{397}{4}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3. \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích cần tìm là: } S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$$

$$= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| = \left| \left( \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_{-3}^0 + \left| \left( \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_0^4$$

$$= \left| \frac{-99}{4} \right| + \left| \frac{-160}{3} \right| = \frac{937}{12}.$$

**Câu 3:** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ được lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[45;50)	47,5	11
[50;55)	52,5	7
[55;60)	57,5	8
[60;65)	62,5	8
[65;70)	67,5	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên gần bằng số nào dưới đây

**A.** 11,5.

**B.** 12,5.

**C.** 14,6.

**D.** 23.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;4;2)$  và bán kính  $R = 5$ . Phương trình của  $(S)$  là

**A.**  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25.$

**B.**  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5.$

**C.**  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5.$

**D.**  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25.$

**Lời giải**

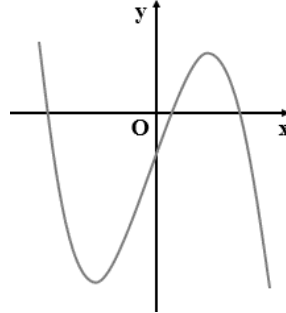
**Chọn A**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a;b;c)$  và bán kính bằng  $R$ :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;4;2)$  có bán kính  $R = 5$  có phương trình là:

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25.$$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A.**  $a > 0, d > 0.$

**B.**  $a < 0, d > 0.$

**C.**  $a > 0, d < 0.$

**D.**  $a < 0, d < 0.$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow$  hệ số  $a < 0.$

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung  $Oy: x=0$  là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi  $x=0 \Rightarrow y = d < 0.$

**Câu 6:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0.$

**A.**  $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right).$

**B.**  $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right).$

**C.**  $(4; +\infty).$

**D.**  $\left(4; \frac{13}{2}\right).$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x-4) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-4 < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 4 < x < \frac{13}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \left(4; \frac{13}{2}\right).$

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

**A.**  $\vec{i} = (1; 0; 0)$

**B.**  $\vec{m} = (1; 1; 1)$

**C.**  $\vec{j} = (0; 1; 0)$

**D.**  $\vec{k} = (0; 0; 1)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $C$ ,  $AC = 3a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

**A.**  $\frac{3}{2}a.$

**B.**  $\frac{3\sqrt{2}}{2}a.$

**C.**  $3\sqrt{2}a.$

**D.**  $3a.$



**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $2^{x-1} = 8$  là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 4$ .                      C.  $x = 9$ .                      D.  $x = 10$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{2}, n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $u_5 = 2$ .                      B.  $u_5 = 4$ .                      C.  $u_5 = 3$ .                      D.  $u_5 = 8$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overline{AD} = \overline{AB}$ .                      B.  $\overline{AD} = \overline{A'C}$ .                      C.  $\overline{AD} = \overline{BD}$ .                      D.  $\overline{AD} = \overline{B'C'}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$6$		$2$		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $-2$ .                      B.  $0$ .                      C.  $2$ .                      D.  $6$

<b>Câu</b>	7	8	9	10	11	12
<b>Chọn</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>C</b>

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + x$ .

- a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x + 1$ .
- c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{3}$
- d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$ .

**Đáp án**

<b>Câu</b>	1	2	3	4
<b>Đáp án</b>	a) Đúng			
	b) Sai			
	c) Đúng			
	d) Đúng			

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.
- b) Giá trị của  $b$  là 20.
- c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.

d) Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.

**Giải KQ: Đ-Đ-S-S.**

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 72 km/h = 20 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 giây đầu tiên là:  $S_1 = 5.20 = 100\text{m}$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn là:  $S_2 = 300 - 100 = 200\text{m}$ . Do đó a đúng.

b) Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có  $t = 0 \Rightarrow v(0) = b = 20$ . Do đó b đúng.

c) Ta có  $v(t) = at + 20(\text{m/s})$

Biết xe tách làn sau 12 giây kể từ khi giảm tốc, nên ta có  $200 = \int_0^{12} (at + 20)dt = 72a + 240 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$

$\Rightarrow v(t) = -\frac{5}{9}t + 20$  (m/s). Quãng đường ô tô đi được trong 16 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc là

$\int_0^{16} (-\frac{5}{9}t + 20)dt = \frac{2240}{9} \approx 248,88\text{m}$ , do đó c sai.

d) Ta có  $v(t) = -\frac{5}{9}t + 20$  (m/s)  $\Rightarrow v(18) = -\frac{5}{9}.18 + 20 = 10$  (m/s) = 36(km/h). Do đó d sai.

**Câu 3:** Một loại xét nghiệm nhanh đối với bệnh  $X$  nào đó cho kết quả dương tính với 81,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 98,4% các ca thực sự không nhiễm virus. Người ta thấy với một cộng đồng 2000 người thì có 40 người nhiễm virus. Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm

a) Xác suất để người đó thực sự nhiễm virus là 2%.

b) Người đó có kết quả dương tính trong khi thực sự không nhiễm virus (còn gọi là dương tính giả) là 1,6%.

c) Xác suất để người đó khi làm xét nghiệm có kết quả dương tính là 3,92%.

d) Xác suất người đó thực sự nhiễm virus khi nhận được kết quả dương tính là 0,509.

**Lời giải**

<b>a) Đ</b>	<b>b) Đ</b>	<b>c) S</b>	<b>d) Đ</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

Gọi  $A$ : “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính”

$B$ : “Người đó thực sự nhiễm virus”

a) Do tỷ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là  $P(B) = \frac{40}{2000} = 0,02 = 2\%$ . Xác suất để người đó

nhiễm virus là 2%. Mệnh đề **đúng**

b) Ta có:  $P(A|B) = 81,2\% = 0,812$

Người làm xét nghiệm dương tính khi không thực sự nhiễm virus

$P(\bar{A}|\bar{B}) = 98,4\% = 0,984$ , suy ra  $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,984 = 0,016 = 1,6\%$ . Mệnh đề **đúng**

c) Do đó  $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,02.0,812 + 0,98.0,016 = 0,03192 = 3,192\%$ . Mệnh đề

**sai**

d) Theo công thức Bayes, ta có

$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,02.0,812}{0,03192} = 0,509$ . Mệnh đề **đúng**

**Câu 4:** Hải đăng là một ngọn tháp (nhà hoặc khung) được thiết kế để chiếu sáng từ một hệ thống đèn và thấu kính, hoặc thời xưa là chiếu sáng bằng lửa, với mục đích hỗ trợ cho các hoa tiêu trên biển định hướng và tìm đường. Vào năm 293 trước Công nguyên, ngọn hải đăng đầu tiên đã được người Phoenicia xây dựng trên hòn đảo Pharos tại Alexandria. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là một mét), coi một phần mặt biển được khảo sát là mặt phẳng ( $Oxy$ ), trục  $Oz$  hướng lên trên vuông góc với mặt biển; một ngọn hải đăng đỉnh cao 50 mét so với mực nước biển (*Hình dưới*) biết đỉnh ở vị trí  $I(21;35;50)$ , biết rằng ngọn hải đăng này được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.



- a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng trên là  $(x-21)^2 + (y-35)^2 + (z-50)^2 = 16$ .
- b) Người đi biển coi là một điểm ở vị trí  $D(5121;658;0)$  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng trên.
- c) Ngọn Hải đăng phủ một vùng sáng trên mặt biển thì bán kính vùng sáng này là 3999,7 (làm tròn đến hàng phần mười của mét) giả sử yếu tố bị che khuất bởi địa hình là không đáng kể.
- d) Giả sử người đi biển coi là một điểm từ vị trí  $D(5121;658;0)$  di chuyển theo đường thẳng đến chân ngọn Hải đăng với tốc độ 7 hải lý/giờ; biết một hải lý bằng 1852 mét thì mất 5,28 phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) để đến điểm đầu tiên nhìn thấy được ánh sáng ngọn Hải đăng trên.

**Lời giải**

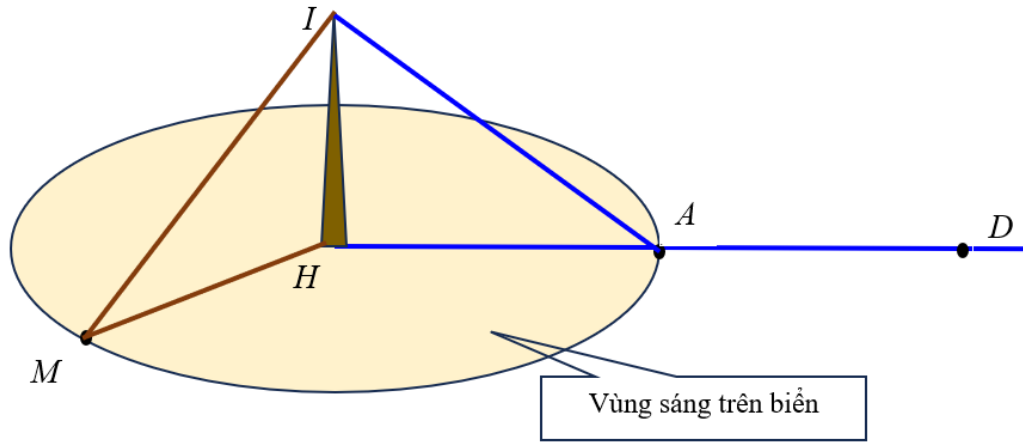
<b>a) S</b>	<b>b) S</b>	<b>c) Đ</b>	<b>d) Đ</b>
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng là  $(x-21)^2 + (y-35)^2 + (z-50)^2 = 4000^2$ . Mệnh đề **sai**.

b) Ta có  $ID = \sqrt{(5121-21)^2 + (658-35)^2 + (0-50)^2} = \sqrt{26400629} > 4000$

Vì  $ID > R$  nên điểm  $D$  nằm ngoài mặt cầu. Vậy người đi biển ở vị trí  $D(5121;658;0)$  không thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng. Mệnh đề **sai**

c) Gọi  $M$  là điểm biên ngoài vùng sáng trên biển, khi đó vùng sáng là một hình tròn tâm  $H(21;35;0)$  là chân ngọn Hải đăng (*Như hình vẽ dưới*); có  $IH = 50$ ;  $IM = 4000$  bán kính phủ sáng trên biển là  $MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{4000^2 - 50^2} = 450\sqrt{79} \approx 3999,7(m)$ . Mệnh đề **đúng**.



d) Giả sử di chuyển từ  $D$  đến vị trí  $A$  là điểm đầu tiên nhìn thấy được ánh sáng ngọn Hải đăng

$$\text{Ta có } DA = DH - HA = \sqrt{(5121-21)^2 + (658-35)^2 + 0^2} - \sqrt{4000^2 - 50^2} \approx 1138,22(m).$$

Đổi vận tốc  $v = 7$  hải lý/ giờ =  $7.1852$  mét/giờ =  $12964$  mét/giờ.

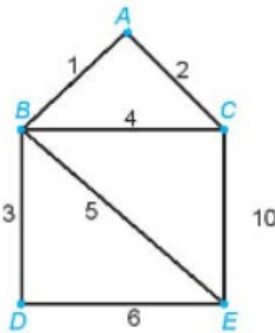
Thời gian di chuyển từ  $D$  đến vị trí  $A$  là  $t = \frac{DA}{12964} \cdot 60 \approx 5,28$  phút. Mệnh đề **đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh  $4$ . Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau  $AB, CD$  có độ dài là  $a\sqrt{2}$ . Giá trị của  $a$  là

Đáp án: 2

Câu 2. Có năm địa điểm A, B, C, D, E. Một số địa điểm có đường đi tới nhau mô tả bằng các cạnh với độ dài quãng đường tính theo kilomet cho bởi số gắn với cạnh đó như hình vẽ. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí C cần đi qua tất cả các đường (mỗi đường đi qua ít nhất một lần), và sau đó phải trở về vị trí ban đầu C. Tổng số kilomet mà người đưa thư phải đi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?



Đáp án: 39

Câu 3. Trong không gian  $Oxyz$ , một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm  $A(-2;1;5)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là  $\vec{u} = (0;-2;6)$  với tốc độ là  $4$  m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau  $5$  (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$ . Gọi tọa độ  $M(a;b;c)$ . Tính  $a+3b+c$ .



### Lời giải

Trả lời: 6

Phương trình tham số của đường cáp là :  $d : \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài  $AM = 4t$  (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$  thì  $AM = 4 \cdot 5 = 20$  (m).

Vì  $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$

$\overrightarrow{AM}(0; -2k; 6k)$ . Do 2 vec tơ  $\overrightarrow{AM}; \vec{u}$  cùng hướng  $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì  $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$ .

Vậy tọa độ  $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$ . Khi đó  $a + 3b + c = -2 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 6$ .

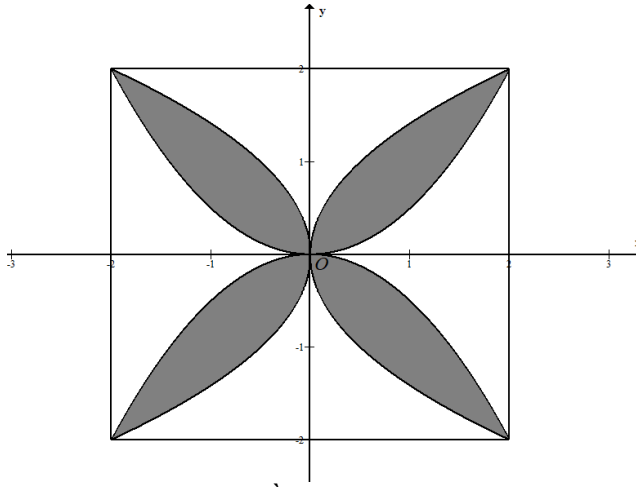
**Câu 4.** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên dưới).



Biết phần diện tích cánh hoa tô đậm hoàn thiện với giá 250 đồng/cm<sup>2</sup> và phần trắng còn lại hoàn thiện với giá 150 đồng/cm<sup>2</sup>. Số tiền khi hoàn thiện viên gạch (làm tròn đến hàng trăm, đơn vị nghìn đồng) có giá bằng

### Lời giải

**Đáp án:** 293.



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng  $10\text{cm} = 1\text{dm}$ ).

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = \sqrt{2x}$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 2$ .

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left( \sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

Diện tích của bốn cánh hoa là  $\frac{4 \cdot 400}{3} = \frac{1600}{3} \text{cm}^2$ .

Diện tích phần trắng còn lại của viên gạch là  $40^2 - \frac{1600}{3} = \frac{4400}{3} \text{cm}^2$ .

Từ đó số tiền cho viên gạch trên là  $250 \cdot \frac{1600}{3} + 150 \cdot \frac{3200}{3} = 293333, (3)$ . Làm tròn thành 293 (nghìn đồng).

**Câu 6.** Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải:**

Đáp án: **0,44**

Xét các biến cố:

$A$ : "Lấy được 1 chính phẩm từ thùng I sang thùng II";

$B$ : "Lấy được 1 chính phẩm từ thùng II".

Khi đó,  $P(A) = \frac{5}{9}$ ;  $P(\bar{A}) = \frac{4}{9}$ ;  $P(B|A) = \frac{7}{15}$ ;  $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố  $B$  là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,44.$$

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 6

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $\int_0^1 e^{3x+1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ .      B.  $e^3 - e$ .      C.  $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ .      D.  $e^4 - e$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} e^{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}(e^4 - e).$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Xét hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Diện tích hình phẳng  $(H)$  là:

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .  
C.  $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 3:** Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A2 đầu năm học 2024 – 2025 của một trường THPT như sau:

Chiều cao	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.  $\frac{\sqrt{285}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{287}}{3}$ .      C.  $4\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{71}$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; 2)$  và bán kính  $R = \sqrt{5}$ . Phương trình của  $(S)$  là:

- A.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$ .      B.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5$ .  
C.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$ .      D.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$ .

**Lời giải**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính bằng  $R$ :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; 2)$  có bán kính  $R = \sqrt{5}$  có phương trình là:

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5.$$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	-		- 0 +		
y	$-3$		$+\infty$	$-5$	$2$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -3 \Rightarrow y = -3$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x+1) < 1$  là

A.  $(-\infty; -1)$ .

B.  $(-\infty; 2)$ .

C.  $(-1; 2)$ .

D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

A.  $\vec{n} = (-3; 1; -2)$ .

B.  $\vec{n} = (3; 1; 2)$

C.  $\vec{n} = (3; -1; 2)$

D.  $\vec{n} = (6; -2; 4)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc nào sau đây?

A.  $\widehat{SDC}$ .

B.  $\widehat{SCD}$ .

C.  $\widehat{DSA}$ .

D.  $\widehat{SDA}$ .

**Câu 9:** Phương trình  $6^x = 12$  có nghiệm là

A.  $x = 2$ .

B.  $x = \log_6 12$ .

C.  $x = \frac{1}{2}$ .

D.  $x = \log_{12} 6$ .

**Câu 10:** Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -3; u_4 = 15$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

A.  $d = 5$ .

B.  $d = 7$ .

C.  $d = 6$ .

D.  $d = 8$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vectơ  $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$  bằng vectơ nào dưới đây?

A.  $\overrightarrow{DB'}$ .

B.  $\overrightarrow{B'D'}$ .

C.  $\overrightarrow{BD'}$ .

D.  $\overrightarrow{B'D}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\swarrow$ $4$ $\searrow$		$+\infty$	$0$	$\swarrow$ $-\infty$ $\searrow$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ .                      B.  $(4; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 0)$ .                      D.  $(-2; -1)$ .

<b>Câu</b>	7	8	9	10	11	12
<b>Chọn</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>D</b>

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2x$ .

- a)  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .  
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .  
c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là 0 và  $\pi$ .  
d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi$ .

**Giải:**

a) **Đúng.** Vì  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .

b) **Đúng.** Vì  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .

c) **Sai.** Ta có  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ , Xét  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$  do  $x \in [0; \pi]$ .

d) **Sai.** Xét hàm số  $f(x)$  trên  $[0; \pi]$ .

Ta có  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ ,  $f'(x) = 0$  có nghiệm trên  $[0; \pi]$  là  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Ta có  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$ . Trong 3 số trên  $f(\pi) = 2\pi$  là lớn nhất.

**Câu 2.** Một vật đang chuyển động với vận tốc  $v = 20$  (m/s) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian

$t$  là  $a(t) = -4 + 2t$  (m/s<sup>2</sup>).

- a) Vận tốc của vật khi thay đổi là  $v(t) = t^2 - 4t$  (m/s).  
b) Tại thời điểm  $t = 0$  (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có  $v_0 = 20$ . Suy ra  $v(t) = t^2 - 4t + 20$ .  
c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là  $\frac{104}{3}$  (m).

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Đúng		

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là  $v(t) = \int(-4 + 2t) dt = t^2 - 4t + C$ .

Suy ra **SAI**.

b) Tại thời điểm  $t = 0$  (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có  $v_0 = 20 \Rightarrow C = 20$

Suy ra  $v(t) = t^2 - 4t + 20$ .

Suy ra **ĐÚNG**.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (t^2 - 4t + 20) dt = \left( \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^3 = 51 \text{ (m)}$$

Suy ra **SAI**.

d) Có  $v(t) = (t-2)^2 + 16 \geq 16$ , suy ra vận tốc của vật đạt bé nhất khi  $t = 2$

$$\text{Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là } S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (t^2 - 4t + 20) dt = \left( \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^2 = \frac{104}{3}$$

(m).

Suy ra **ĐÚNG**.

**Câu 3:** Trước khi giới thiệu một sản phẩm mới ra thị trường, một công ty tiến hành khảo sát 300 khách hàng để đánh giá ý định mua hàng. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ mua" và 120 người trả lời "không mua". Trong số những người trả lời "sẽ mua", có 80% thực sự mua sản phẩm khi nó được ra mắt, trong khi 20% không mua. Đối với những người trả lời "không mua", có 15% thực sự thay đổi ý định và mua sản phẩm, còn lại 85% không mua.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự mua sản phẩm", và B là biến cố "Người trả lời 'sẽ mua' sản phẩm".

**a)** Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}, P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$

**b)** Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$

**c)** Xác suất  $P(A) = 0,54$

**d)** Trong số những người thực sự mua sản phẩm, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ mua"?

**HD:**

a)  $P(B) = \frac{180}{300}, P(\bar{B}) = \frac{13}{15}$

b)  $P(A|B) = \left( \frac{\text{Số người thực sự mua B}}{\text{Số người trả lời sẽ mua}} \right) \frac{144}{180}$

c)  $P(A) = \frac{162}{300} = 0,54$

d) Ta cần tính  $P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,54} \approx 0,8889$

**Câu 4:** Có một thiên thạch (coi như một hạt) di chuyển với tốc độ không đổi từ điểm  $A(10; -15; 5)$  đến điểm  $B(-5; 10; 20)$ . Giả sử Trái Đất có bán kính 6400 km, và hệ thống quan sát các vật thể bay gần Trái Đất có khả năng theo dõi các thiên thạch ở độ cao không vượt quá 6000 km so với mực nước biển.

**a)** Vectơ chuyển động của thiên thạch từ điểm A đến điểm B là

**b)** Tính độ dài của vectơ chuyển động và từ đó tính vector đơn vị của vectơ này.

**c)** Viết phương trình chuyển động của thiên thạch theo tham số t.

**d)** Xác định khoảng cách từ tâm Trái Đất đến thiên thạch theo thời gian t, và tìm thời gian t mà thiên thạch sẽ tiếp cận Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn hoặc bằng 6400 km. Liệu thiên thạch có khả năng va chạm với Trái Đất hay không?

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh B,  $AB = 2 \text{ cm}$ , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 5 \text{ cm}$ . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng bao nhiêu centimet?

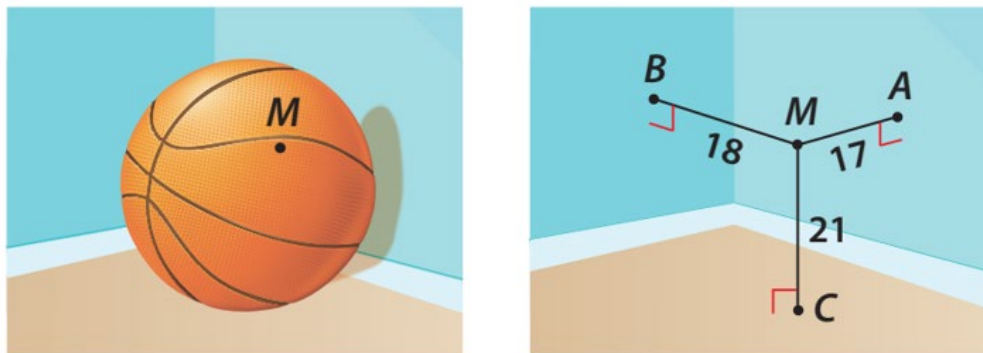
Đáp án: 1,86.

**Câu 2.** Hai bạn Minh và Hiền cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Minh thắng Hiền là 0,4 và xác suất để Hiền thắng Minh là 0,3. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Xác suất để hai bạn dừng chơi sau ba ván cờ (quy tròn đến hàng phần trăm) là.

Đáp án: 0,06

**Câu 3.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai

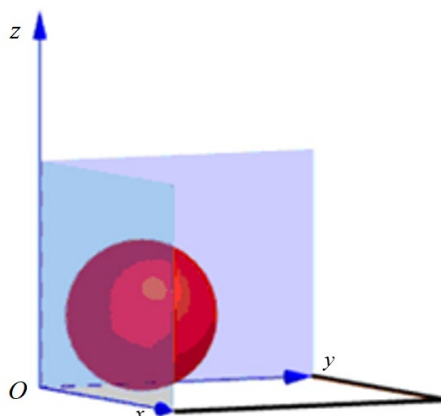
bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.



**Trả lời:** 23,9

### Lời giải

Ta đặt hệ trục vào căn phòng sao cho có hai bức tường là mặt  $(Oxz)$ ,  $(Oyz)$ , và nền là  $(Oxy)$ .



Vậy bài toán dẫn đến việc tìm đường kính của mặt cầu tiếp xúc với 3 mặt phẳng tọa độ và chứa điểm  $M(17;18;21)$ .

Ta có thể gọi phương trình mặt cầu là  $(S): (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2$ , với  $a > 0$  (do mặt cầu tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên  $a = b = c = R$ ).

Do  $M(17;18;21) \in (S)$  nên  $(17-a)^2 + (18-a)^2 + (21-a)^2 = a^2$

$$\Rightarrow 2a^2 - 112a + 1054 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 - \sqrt{257} \\ a = 28 + \sqrt{257} \end{cases}$$

Vì quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm nên  $a = 28 - \sqrt{257}$  thỏa.

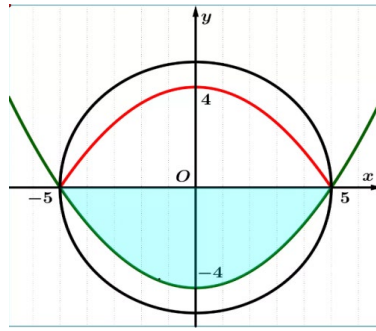
Vậy đường kính quả bóng bằng  $2a = 56 - 2\sqrt{257} \approx 23,9$  (cm).

**Câu 4.** Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).

**Lời giải**

**Trả lời:** 30,8

Xét hệ trục độ như hình vẽ.



Phương trình đường tròn là:  $x^2 + y^2 = 25$

Phương trình của Parabol có bề lõm hướng lên là:  $y = \frac{4}{25}x^2 - 4$

Diện tích phần trồng hoa giới hạn bởi 2 parabol là:

$$S_1 = 2 \int_{-5}^5 \left( \frac{4}{25}x^2 - 4 \right) dx = 4 \int_0^5 \left( \frac{4}{25}x^2 - 4 \right) dx = \frac{160}{3} (m^2).$$

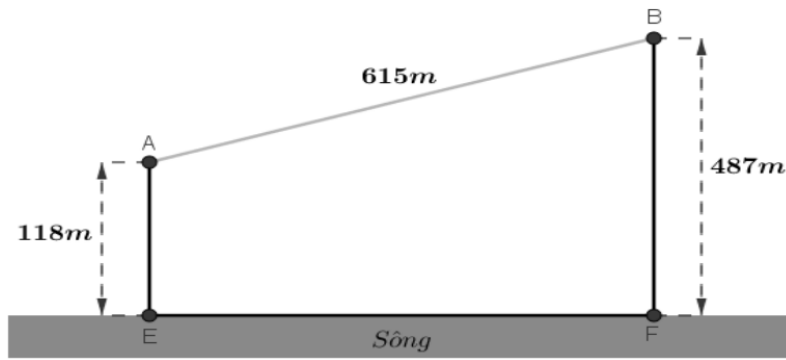
Diện tích toàn bộ phần hình tròn là:  $S_2 = 25\pi (m^2)$

Diện tích phần còn lại để trang trí gốm sứ là:  $S = S_2 - S_1 = 25\pi - \frac{160}{3} (m^2)$ .

Vậy tổng chi phí để làm khu vực trung tâm quảng trường là

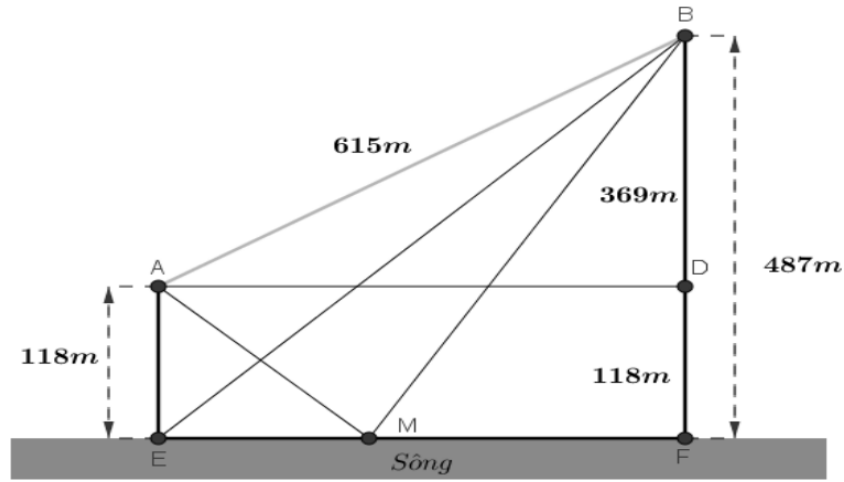
$$\frac{160}{3} \cdot 200 + \left( 25\pi - \frac{160}{3} \right) \cdot 800 = 30,832 \text{ (triệu đồng)}.$$

**Câu 5.** Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Tính đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 780.



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B.

Ta có  $AB = 615\text{m}$ ,  $AE = DF = 118\text{m} \Rightarrow BD = 369$  và  $EF = AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 492$ .

Đặt  $EM = x$ , với  $x \in [0; 492]$  ta được:

$$MF = 492 - x, \quad AM = \sqrt{AE^2 + EM^2} = \sqrt{118^2 + x^2}, \quad BM = \sqrt{MF^2 + BD^2} = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Như vậy, ta có hàm số  $f(x)$  xác định bằng tổng quãng đường AM và BM:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Ta cần tìm GTNN của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 492 \\ x^2 \left[ (492-x)^2 + 487^2 \right] = (492-x)^2 (x^2 + 118^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 492 \\ (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605}; x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$$

$x$	0	$\frac{58056}{605}$	492
$f'(x)$		-	0
			+
$f(x)$			
		779,8	

Vậy đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là 779,8.

**Câu 6.** Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

**Lời giải:**

Đáp án: **0,3**

Xét các biến cố:

$A$ : "Chọn được người bị bệnh cúm";

$B$ : "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó,  $P(A) = 0,25$ ;  $P(\bar{A}) = 0,75$ ;  $P(B | A) = 0,96$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,08$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố  $B$  là:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,25.0,96 + 0,75.0,08 = 0,3.$$

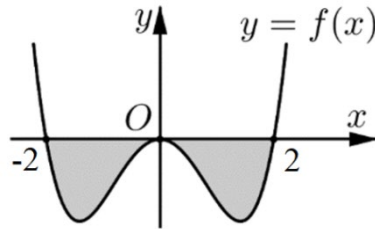
**ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x + \sin x$  là

- A.  $x^2 - \cos x + C$ .      B.  $2x^2 + \cos x + C$ .      C.  $x^2 + \cos x + C$ .      **D.**  $2x^2 - \cos x + C$ .

**Câu 2:** Hình vẽ bên dưới biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm có hoành độ  $-2; 0; 2$ . Gọi  $S$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = f(x)$  và trục hoành. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A.**  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$ .      **B.**  $S = -\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$ .
- C.**  $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$ .      **D.**  $S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$ .

**Câu 3:** Cân nặng của 50 học sinh lớp 11A1 trong một trường trung học phổ thông ( đơn vị: kilogram) được cho bằng bảng bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[35; 40)	2	2
[40; 45)	10	12
[45; 50)	13	25
[50; 55)	12	37
[55; 60)	5	42
[60; 65)	6	48
[65; 70)	2	50
	$n = 50$	

Tứ phân vị của mẫu số liệu là (làm tròn đến hàng phần mười)

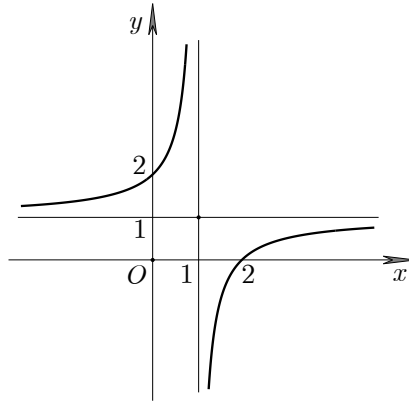
- A.**  $Q_1 = 40; Q_2 = 52; Q_3 = 55,5$ .      **B.**  $Q_1 = 46; Q_2 = 50; Q_3 = 55,5$ .
- C.**  $Q_1 = 45,2; Q_2 = 50; Q_3 = 55,5$ .      **D.**  $Q_1 = 45,2; Q_2 = 50; Q_3 = 57$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 3; -1)$  và  $B(1; -1; 1)$  có phương trình tham số là

- A.**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0; c \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là





- A.  $x = -1, y = 1$ .      B.  $x = 1, y = 2$ .      C.  $x = 1, y = 1$ .      D.  $x = 2, y = 1$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(x-1) > 1$  là

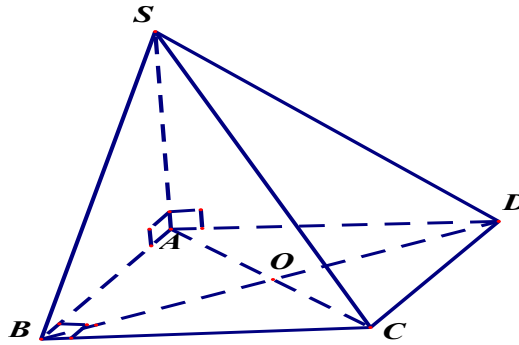
- A.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ .      B.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .      D.  $\left[1; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 7:** Cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2 = 0$ . Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $(3; -1; 2)$ .      B.  $(-1; 0; -1)$ .      C.  $(3; 0; -1)$ .      D.  $(3; -1; 0)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ .

Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A.  $CD \perp (SBC)$ .      B.  $SA \perp (ABC)$ .      C.  $BC \perp (SAB)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 9:** Số nghiệm dương của phương trình  $\ln|x^2 - 5| = 0$  là

- A. 2.      B. 4.      C. 0.      D. 1.

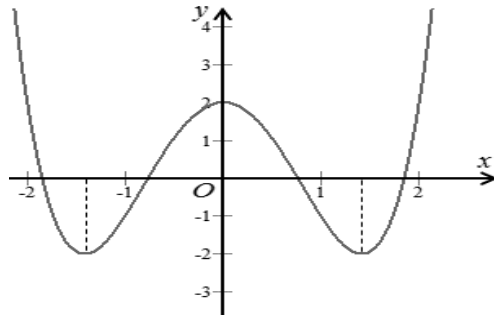
**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{2}$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng

- A.  $2^8$ .      B.  $2^9$ .      C.  $\frac{1}{2^{10}}$ .      D.  $\frac{37}{2}$ .

**Câu 11:** Trong không gian, cho tứ diện  $ABCD$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ .      B.  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$ .  
C.  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$ .      D.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(1; 2)$ .      **D.  $(0; 1)$ .**

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x + \sqrt{3}x$ .

- a)  $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x + 1$ .  
 c) Tổng các nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  bằng  $\frac{4\pi}{3}$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi\sqrt{3} - 2$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng			
	b) Sai			
	c) Sai			
	d) Đúng			

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 180m, tốc độ của ô tô là 27 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 150 m.  
 b) Giá trị của  $b$  là 9.  
 c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 20)$  kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t (ax + b) dx$ .  
 d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 120 km/h.

**Giải KQ: Đ-S-Đ-S.**

**HD:** Đổi:  $27 \text{ km/h} = 27 \cdot \frac{1000}{3600} = 7,5 \text{ m/s}$ .

- a) Quãng đường ô tô đi được trong bốn giây đầu khi cách điểm nhập làn 180m là: 30 m

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là  $180 - 30 = 150\text{m}$ . **Vậy a (đúng)**

b)  $v(t) = at + b \Rightarrow v(0) = b = 7,5$ . **Vậy b (sai).**

c) Quãng đường ô tô đi được phụ thuộc vào thời gian  $t$  là  $S(t) = \int_0^t (ax + b)dx$ . **Vậy c (đúng).**

d) Sau 20 giây từ khi tăng tốc ( $t = 20$ ).

Tốc độ ô tô:  $v(20) = 20.a + 10$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là

$$150 = \int_0^{10} (at + 7,5)dt = 50a + 75 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow v(t) = \frac{3}{2}t + 7,5 \Rightarrow v(20) = 37,5\text{m/s} = 37,5 \cdot \frac{36}{10} = 135\text{km/h}$$

**Vậy d (sai).**

**Câu 3:** Trước khi giới thiệu một sản phẩm mới ra thị trường, một công ty tiến hành khảo sát 400 khách hàng để đánh giá ý định mua hàng. Kết quả thu được cho thấy: 240 người trả lời "sẽ mua" và 160 người trả lời "không mua". Trong số những người trả lời "sẽ mua", có 70% thực sự mua sản phẩm khi nó được ra mắt, trong khi 30% không mua. Đối với những người trả lời "không mua", có 10% thực sự thay đổi ý định và mua sản phẩm, còn lại 90% không mua.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự mua sản phẩm", và B là biến cố "Người trả lời 'sẽ mua' sản phẩm".

a) Số người thực sự mua sản phẩm là 184

b) Xác suất  $P(A|B) = 0,7$

c) Xác suất  $P(A) = 0,46$

d) Xác suất  $P(B|A) = 0,8$  (xác suất người phỏng vấn trả lời "sẽ mua" sản phẩm khi biết rằng họ thực sự mua sản phẩm).

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy

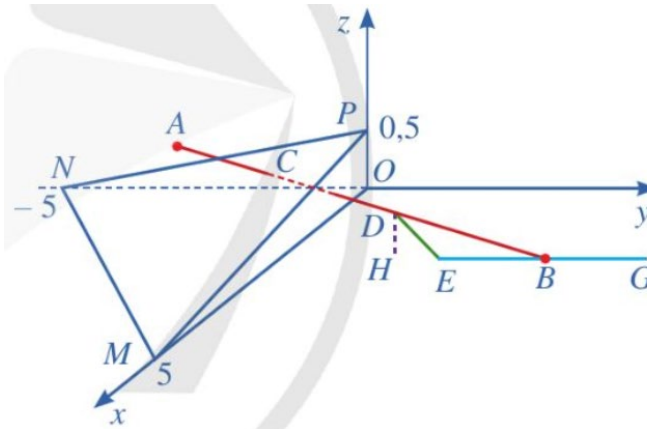
bay đang ở vị trí  $A(3,5;-2;0,4)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3,5;5,5;0)$  trên đường băng  $EG$

a) Góc trượt (góc giữa đường thẳng bay  $AB$  và mặt phẳng nằm ngang ( $Oxy$ )) nằm trong phạm vi cho phép từ  $3,5^\circ$  đến  $4,5^\circ$ .

b) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua ba điểm  $M(5;0;0)$ ,  $N(0;-5;0)$ ,  $P(0;0;0,5)$ . Điểm  $C\left(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right)$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

c) điểm  $D(3,5;7,75;-0,12)$  trên đoạn thẳng  $AB$  là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5;6,5;0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay. Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m.



Hình 37

**Lời giải**

a. Sai

Mặt phẳng nằm ngang ( $Oxy$ ) có vector pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

$$\text{Ta có } \sin(AB, (Oxy)) = \frac{|0 \cdot 0 + 7,5 \cdot 0 + (-0,4) \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + (7,5)^2 + (-0,4)^2}} \approx 0,053.$$

Suy ra  $AB, (Oxy) \approx 3^\circ \in (2,5^\circ; 3,5^\circ)$ .

Vậy góc trượt nằm trong phạm vi cho phép

b. Đúng

Ta có:  $\vec{MN} = (-5; -5; 0)$ ,  $\vec{MP} = (-5; 0; 0,5)$ .

$$\text{Xét } \vec{n} = [\vec{MN}, \vec{MP}] = (-2,5; 2,5; -25).$$

Khi đó  $\vec{n}$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng ( $MNP$ ) hay chính là mặt phẳng ( $\alpha$ ).

Phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) là:  $-2,5(x-5) + 2,5(y-0) - 25(z-0) = 0$

$$\Leftrightarrow x - y + 10z - 5 = 0.$$

Vì  $C$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh nên  $C$  là giao điểm của đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng ( $\alpha$ ).

Vì  $C \in AB$  nên gọi tọa độ điểm  $C(3,5; -2 + 7,5t; 0,4 - 0,4t)$ .

$$\text{Lại có } C \in (\alpha) \text{ nên ta có: } 3,5 - (-2 + 7,5t) + 10(0,4 - 0,4t) - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{9}{23}.$$

$$\text{Vậy } C\left(3,5; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right).$$

c. Đúng

Vì  $D \in AB$  nên gọi tọa độ điểm  $D$  là  $C(3,5;-2+7,5t';0,4-0,4t')$ .

$D$  là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m, tức là khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng ( $Oxy$ ) bằng 120 m tức là bằng 0,12 km.

$$\text{Ta có } d(D, (Oxy)) = \frac{|0,4-0,4t'|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = |0,4-0,4t'|.$$

$$\text{Khi đó, } |0,4-0,4t'| = 0,12 \Rightarrow \begin{cases} 0,4-0,4t' = 0,12 \\ 0,4-0,4t' = -0,12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t' = 0,7 \\ t' = 1,3 \end{cases}.$$

Với  $t' = 0,7$  ta có  $D(3,5;3,25;0,12)$ .

Với  $t' = 1,3$  ta có  $D(3,5;7,75;-0,12)$ .

d. Sai

$$\text{Ta có: } DE = \sqrt{(3,5-3,5)^2 + (4,5-3,25)^2 + (0-0,12)^2} \approx 1,256 \text{ km.}$$

Vì tầm nhìn xa của phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m = 0,9 km < 1,256 km nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 9$ ,  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$  (quy tròn đến hàng phần trăm) là

Đáp án: 2,06

**Câu 2.** Cho đa giác đều 8 cạnh. Tô màu đỏ 5 đỉnh của đa giác và tô màu xanh 3 đỉnh còn lại. Gọi  $d$  và  $x$  lần lượt là số cặp đỉnh màu đỏ kề nhau và số cặp đỉnh màu xanh kề nhau. Hỏi có bao nhiêu bộ số  $(d; x)$  có thể nhận?

Đáp án: 3

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(3;4;2)$  và trong 4 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (4;5;1)$ . Biết viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $M(13;b;c)$ , tính  $b+2c$ .

Trả lời : 25,5

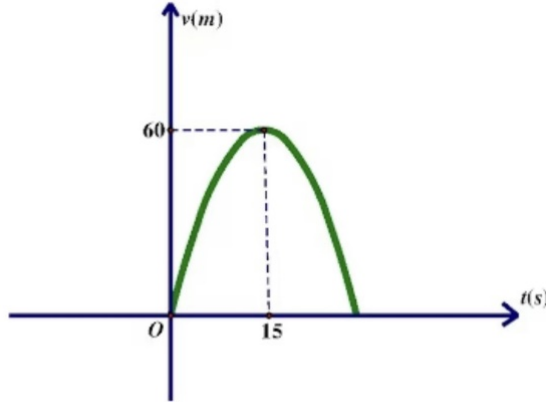
### Lời giải

Theo bài viên đạn chuyển động theo đường thẳng có phương trình 
$$\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 4 + 5t \text{ với } 0 \leq t \leq 4. \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $M(13; b; c)$  khi  $M$  nằm trên đường đi của viên đạn

$$\Rightarrow \begin{cases} 13 = 3 + 4t \\ b = 4 + 5t \\ c = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ b = \frac{33}{2} \\ c = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow b + 2c = \frac{33}{2} + 9 = \frac{51}{2} = 25,5.$$

**Câu 4.** Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất  $60m/s$  và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



**Lời giải**

**Trả lời:** 600

Hàm số vận tốc có đồ thị là đường Parabol  $v(t) = at^2 + bt + c$  ( $a \neq 0$ ), theo hình vẽ ta thấy đỉnh của Parabol là  $I(15; 60)$ , đồng thời đi qua gốc  $O(0; 0)$ , suy ra:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 15 \\ a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + c = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 30a + b = 0 \\ a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + 0 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{15} \\ b = 8 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -\frac{4}{15}t^2 + 8t.$$

Theo đồ thị xe bắt đầu tăng tốc lúc  $t = 0$  và đạt vận tốc cao nhất lúc  $t = 15s$  nên quãng đường đi được của xe từ lúc bắt đầu tăng tốc đến lúc đạt vận tốc cao nhất là:

$$\int_0^{15} v(t) dt = \int_0^{15} \left( -\frac{4}{15}t^2 + 8t \right) dt = \left( -\frac{4}{45}t^3 + 4t^2 \right) \Big|_0^{15} = 600 m.$$

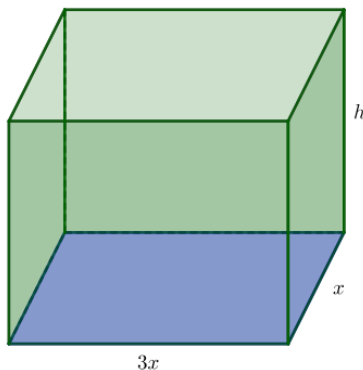
Vậy từ lúc bắt đầu tăng tốc đến lúc vận tốc đạt cao nhất thì xe đi được quãng đường dài  $600 m$ .

**Câu 5.** Người ta muốn thiết kế một cái bể cá làm bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật với thể tích

$V = 18(m^3)$ , biết đáy bể là một hình chữ nhật với chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và bể không có nắp. Biết chi phí cho mỗi mét vuông mặt kính để làm bể là 2.000.000đ. Tính số tiền ít nhất để làm được bể cá trên theo đơn vị triệu đồng.

**Đáp số:** 72

**Lời giải**



Gọi  $x$  ( $m, x > 0$ ) là chiều rộng hình chữ nhật đáy bể thì chiều dài hình chữ nhật đáy bể là  $3x$ .

Ta có thể tích bể là  $V = x.3x.h = 3x^2.h = 18$  ( $x > 0$ )  $\Rightarrow h = \frac{18}{3x^2} = \frac{6}{x^2}$ .

Gọi  $S$  là diện tích xung quanh cộng với diện tích một đáy bể của hình hộp chữ nhật.

Ta có  $S = 2hx + 2.h.3x + 3x^2 = 2 \cdot \frac{6}{x^2} \cdot x + 2 \cdot \frac{6}{x^2} \cdot 3x + 3x^2 = \frac{48}{x} + 3x^2$  ( $m^2$ ).

Khi đó số tiền chi phí để làm bể là  $T = 2.000.000.S = 2.000.000 \cdot \left( \frac{48}{x} + 3x^2 \right)$  (đồng)

Ta thấy để số tiền làm bể ít nhất khi  $S$  nhỏ nhất.

Đặt  $f(x) = \frac{48}{x} + 3x^2$ , ( $x > 0$ ).

Ta có  $f'(x) = \frac{-48}{x^2} + 6x$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-48}{x^2} + 6x = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên:

$x$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		$\searrow$	36	$\nearrow$

Khi đó số tiền làm bể cá ít nhất là  $T = 2.000.000.36 = 72.000.000$  đồng.

**Câu 6.** Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Lời giải:**

Đáp án: **0,7**

Xét các biến cố:

$A$ : "Chọn được trẻ em nam";

$B$ : "Chọn được trẻ em bị hen phế quản".

Khi đó,  $P(A) = \frac{1,5}{1+1,5} = 0,6$ ;  $P(\bar{A}) = 0,4$ ;  $P(B|A) = 0,08$ ;  $P(B|\bar{A}) = 0,05$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6.0,08 + 0,4.0,05 = 0,068.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được trẻ em nam, biết trẻ em đó bị hen phế quản là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,6.0,08}{0,068} \approx 0,7.$$



**ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 8**

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + e^x - 1$  là

- A.**  $x^4 + e^x - x + C$ .      **B.**  $\frac{1}{4}x^4 + e^x - x + C$ .      **C.**  $4x^4 + e^x - x + C$ .      **D.**  $x^4 + e^x + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

- A.**  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .      **B.**  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      **C.**  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .      **D.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 3:** Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

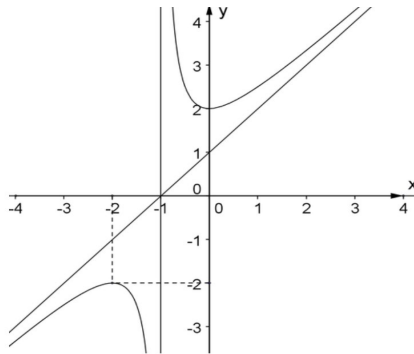
Một của bảng ghép nhóm trên bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.** 7,73.      **B.** 6,12.      **C.** 5,09.      **D.** 7,03.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$  có phương trình tham số là

- A.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .      **B.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ .      **C.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ .      **D.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A.**  $y = -4$ .      **B.**  $x = 1$ .      **C.**  $x = -1$ .      **D.**  $y = 4$ .

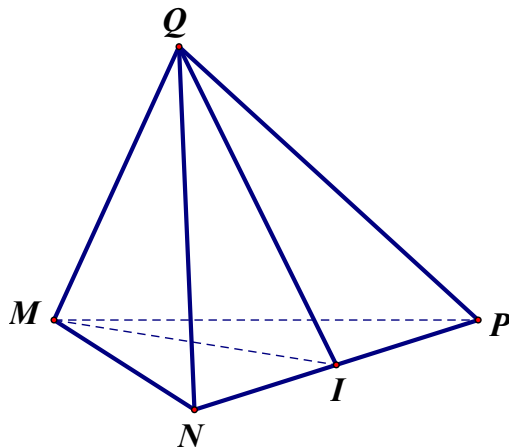
**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x < \log_2 (12 - 3x)$  là

A.  $(3; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 3)$ . C.  $(0; 6)$ . **D.**  $(0; 3)$ .

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$ . Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của  $d$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ . B.  $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$ . C.  $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$ . **D.**  $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$ .

Câu 8: Cho tứ diện  $MNPQ$  có hai tam giác  $MNP$  và  $QNP$  là hai tam giác cân lần lượt tại  $M$  và  $Q$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Góc giữa hai đường thẳng  $MQ$  và  $NP$  bằng



A.  $45^\circ$ . B.  $30^\circ$ . C.  $60^\circ$ . **D.**  $90^\circ$ .

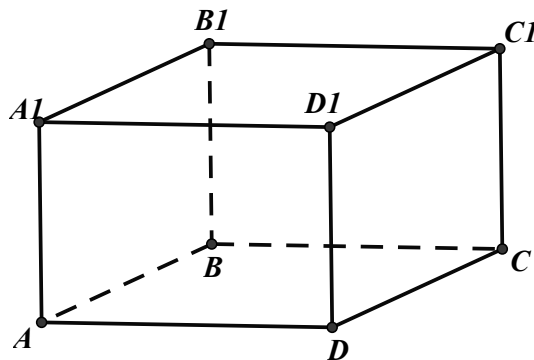
Câu 9: Tìm nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$

A.  $x=10$  B.  $x=9$  C.  $x=3$  **D.**  $x=4$

Câu 10: Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 4$  và  $d = 8$ . Số hạng  $u_{20}$  của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** 156. B. 165. C. 12. D. 245.

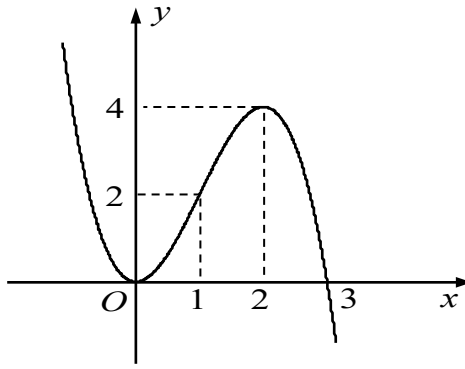
Câu 11: Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức **sai**?



A.  $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$ . B.  $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$ .

C.  $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$ . **D.**  $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$ .

Câu 12: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(1; 3)$ .

C.  $(0; 2)$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3}x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - \sqrt{3}$ .

c) Số nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là 2

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{6 - \pi\sqrt{3}}{12}$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng			
	b) Sai			
	c) Sai			
	d) Đúng			

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 250 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) ( $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 200 m.

b) Giá trị của  $b$  là 10.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 20$ ) kể từ khi tăng tốc được tính

theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Giải KQ: Đ-Đ-S-S.**

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 36 km/h = 10 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 giây đầu tiên là:  $S_1 = 10 \cdot 5 = 50$  (m). Mệnh đề a đúng.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là:  $S_2 = 250 - 50 = 200$  m.

b) Ta có  $v(t) = at + b$ . (m/s)

Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có  $t = 0$ ,  $v = 10 \Rightarrow v(0) = b = 10$ . Mệnh đề b đúng.

c) Do  $v(t) > 0$  với  $0 \leq t \leq 20$ , đó đó quãng đường  $S(t)$  mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 20$ ) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức:  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ . Còn công thức  $S(t) = \int_0^{20} v(t) dt$  là quãng đường ô tô đi được trong 20 giây. Mệnh đề c sai

(d) Ta có  $v(t) = at + 10$ .

Biết xe nhập làn sau 12 giây kể từ lúc tăng tốc, nên

$$200 = \int_0^{12} (at + 10) dt = 72a + 120 \Rightarrow a = \frac{10}{9} \Rightarrow v(t) = \frac{10}{9}t + 10 (m/s)$$

Tốc độ của ô tô sau 20 giây là:  $v(20) = 20 \cdot \frac{10}{9} + 10 = \frac{290}{9} (m/s) = 116 (km/h) > 100 (km/h)$ . Mệnh đề d sai.

**Câu 3:** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a)  $A$  và  $B$  là hai biến độc lập.  
 b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.  
 c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.  
 d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

Đề bài:  $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

a)  $A, B$  độc lập  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

mà  $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$  nên  $A, B$  không độc lập

b) Gọi  $C$  là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3$$

c) Gọi  $D$  là biến cố thắng dự 2 biết thắng dự án 1

$$P(D) = P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

d) Gọi  $E$  là biến cố “thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí  $A(2, 3, 1)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(5, 7, 0)$  trên đường băng.

a) Góc giữa đường thẳng bay  $AB$  và mặt phẳng nằm ngang phải nằm trong phạm vi cho phép từ  $5^\circ$  đến  $15^\circ$ .

b) Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng đi qua ba điểm  $P(1, 1, 3), Q(3, 2, 4), R(2, 4, 2)$ . Điểm  $D(4, 6, m)$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

c) **Điểm D:** Là một điểm trên đoạn thẳng  $AB$  tại độ cao là  $m$

d) **Quy định an toàn bay:** Người phi công phải nhìn thấy điểm đầu của đường băng  $O(0, 0, 0)$  ở độ cao tối thiểu là 120 m. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công có tầm nhìn 900 m.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $6\text{ cm}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng bao nhiêu  $\text{cm}$ ?

Đáp án: 3,46.

**Câu 2.** Số giờ có ánh sáng của thành phố  $T$  ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Bạn An muốn đi tham quan thành phố  $T$  nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày thứ bao nhiêu trong năm để thành phố  $T$  có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Đáp án: 353

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên một trục ứng với  $1\text{ km}$ . Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát  $417\text{ km}$  sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và theo hướng về đài không lưu.  $E(a; b; c)$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính  $T = a + b + c$ .

Trả lời : -367

Lời giải

Theo giả thiết đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 + 0t. \end{cases}$

Từ thiết thiết suy ra  $E(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$  với  $t \geq 0$ .

$E$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình

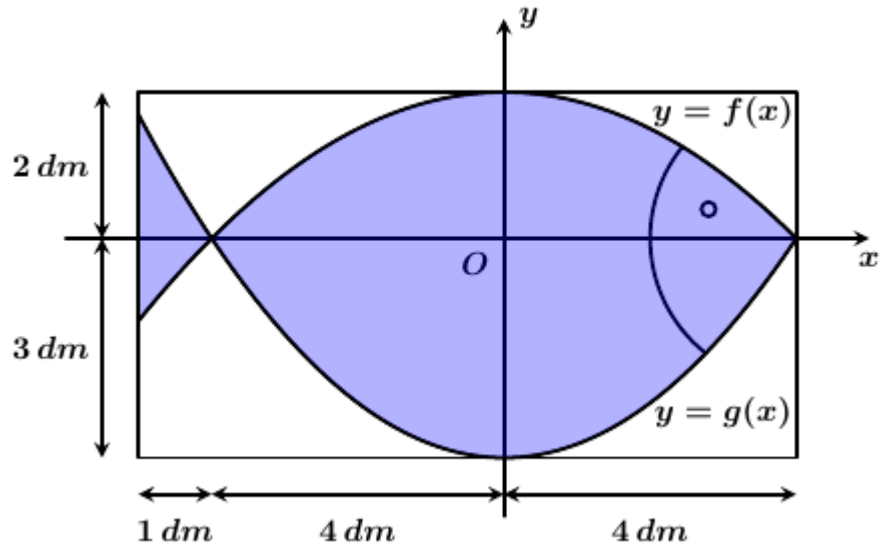
$$\Rightarrow OE = 471 \Leftrightarrow (-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2 = 417^2 \Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 8 \end{cases}$$

Vì  $E$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình  $\Rightarrow t = 3 \Rightarrow E(-415; 40; 8)$ .

Vậy  $a = -415; b = 40; c = 8 \Rightarrow a + b + c = -367$ .

**Câu 4.** Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật có chiều dài  $9\text{ dm}$  và chiều rộng  $5\text{ dm}$ , người ta thiết kế một logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét), sau đó logo được sơn màu xanh với chi phí  $20\ 000$  đồng/ $\text{dm}^2$ ; phần còn lại sơn màu trắng với chi phí  $10\ 000$  đồng/ $\text{dm}^2$ .

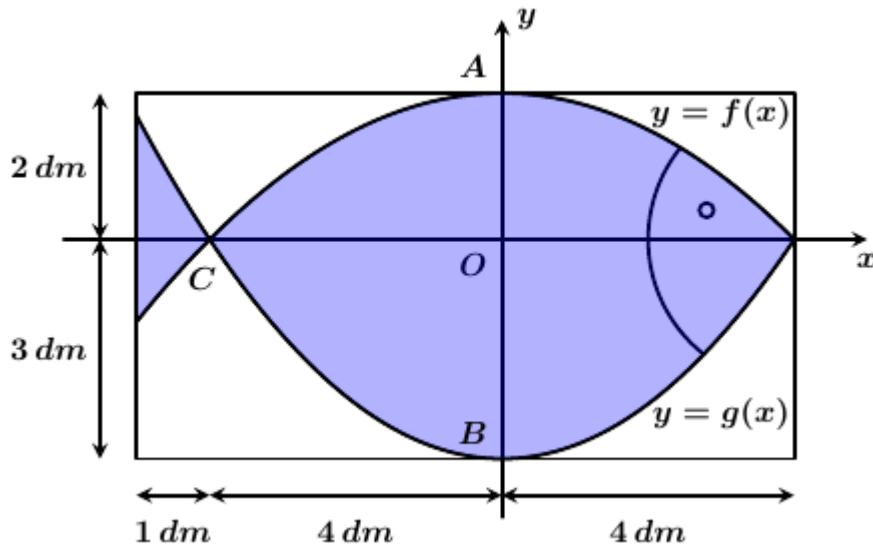


Số tiền cần dùng để trang trí bảng gỗ trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn đồng)

Lời giải

Trả lời: 730 nghìn đồng.

Phần giải chi tiết



Dựa vào đồ thị, ta thấy:

+ Parabol  $y = f(x)$  có đỉnh là  $A(0; 2)$  nên  $y = f(x) = ax^2 + 2$

Mặt khác,  $C(-4; 0)$  thuộc parabol  $y = f(x)$  nên  $y = f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2$

+ Parabol  $y = g(x)$  có đỉnh là  $B(0; -3)$  nên  $y = g(x) = bx^2 - 3$

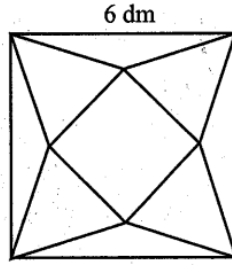
Mặt khác,  $C(-4; 0)$  thuộc parabol  $y = g(x)$  nên  $y = g(x) = \frac{3}{16}x^2 - 3$

+ Diện tích logo hình con cá là:  $S_1 = \int_{-5}^4 |f(x) - g(x)| dx = \frac{1345}{48} (dm^2)$

+ Diện tích phần được sơn màu trắng là:  $S_2 = 9.5 - S_1 = \frac{815}{48} (dm^2)$

+ Chi phí để trang trí là:  $20\ 000.S_1 + 10\ 000.S_2 \approx 730\ 000$  (đồng).

**Câu 5.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh  $6\text{ dm}$ , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).

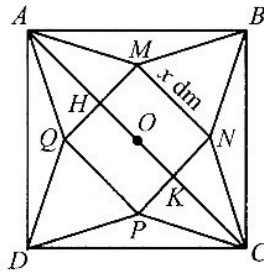


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Lời giải**

**Đáp số: 7,3**

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là  $x(\text{dm})$  với  $0 < x < 6\sqrt{2}$  như hình bên.



$$\text{Ta có: } AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

$$\text{Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: } h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}.$$

Để tìm giá trị lớn nhất của  $V$ , ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$  với  $0 < x < 6\sqrt{2}$ .

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72), f'(x) = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

Bảng biến thiên của  $f(x)$  như sau

$x$	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93312

$$\text{Từ bảng biến thiên ta có } \max_{(0; 6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75 \text{ tại } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng  $V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3(\text{dm}^3)$ .

**Câu 6.** Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

**Lời giải:**

Đáp án: **0,68**

Xét các biến cố:

$A$ : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

$B$ : "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó,  $P(A) = 0,2$ ;  $P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B|A) = 0,85$ ;  $P(B|\bar{A}) = 0,1$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68.$$



## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 9

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{-1}^1 (4x^3 - 3) dx$  bằng

- A.  $I = 6$ .                      **B.**  $I = -6$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = -4$ .

**Câu 2:** Cho vật thể  $(H)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Gọi  $S(x)$  là thiết diện của  $(H)$  cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  với  $a \leq x \leq b$ . Giả sử hàm số  $y = S(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của vật thể  $(H)$  được cho bởi công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    **B.**  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ .    C.  $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    **D.**  $V = \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 3:** Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n = 12$

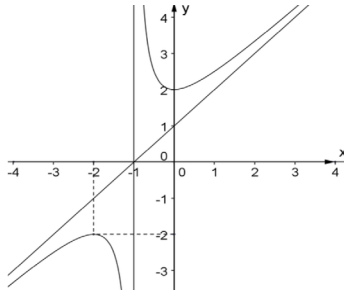
Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55.                      **B.** 4,56.                      C. 4,5.                      D. 4,6.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(-1; 2; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  làm vector pháp tuyến có phương trình là

- A.**  $x - 2y + 3z - 7 = 0$ .                      **B.**  $-x + 2y + 4z + 7 = 0$ .  
C.  $-x + 2y + 4z - 7 = 0$ .                      **D.**  $x - 2y + 3z + 7 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiếp cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .                      **B.**  $y = x - 2$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      **D.**  $y = x + 1$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$  là

A.  $\mathbb{R}$ .

B.  $(-\infty; 0)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng nào sau đây nhận  $\vec{u} = (2; 1; 1)$  là một vectơ chỉ phương?

A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

B.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$

D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$

**Câu 8:** Cho các đường thẳng  $a, b$  và các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$ . Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A.  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

B.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$ .

C.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

D.  $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$

**Câu 9:** Phương trình  $5^{x+2} - 1 = 0$  có tập nghiệm là

A.  $S = \{3\}$ .

B.  $S = \{2\}$ .

C.  $S = \{0\}$ .

D.  $S = \{-2\}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $2; 5; 8; 11; 14; \dots$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

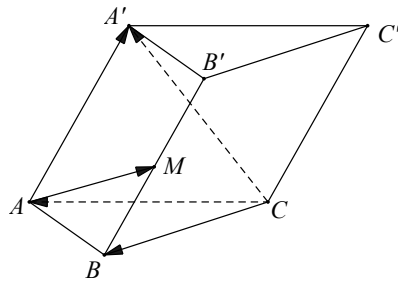
A.  $-3$ .

B.  $3$ .

C.  $2$ .

D.  $14$ .

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 12:** Hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3}$  nghịch biến trên khoảng nào?

A.  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(-\infty; -3)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x + x$

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2\cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $2 + \frac{\pi}{2}$ .

**HD:**

a) Ta có:  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$  a (đúng).

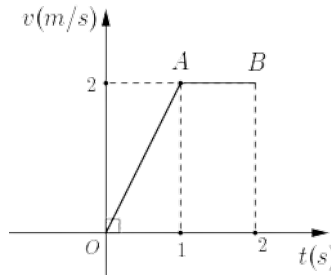
b)  $f'(x) = 2\cos x + 1 \Rightarrow$  b (sai).

c)  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

suy ra trên  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  phương trình có một nghiệm  $\frac{2\pi}{3} \Rightarrow$  c (đúng).

d) Ta có  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}; f(\pi) = \pi \Rightarrow \min_{\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = \pi \Rightarrow$  d (sai).

**Câu 2.** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^2 v(t) dt$ .

d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là  $3m$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Đúng		

Lời giải

(a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

Ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $OA$  là  $y = 2x$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$  là  $y = 2$ .

Do đó ta có công thức hàm vận tốc là:  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  giây đến  $b$  giây được xác định bởi công thức

$$s(t) = \int_a^b v(t) dt.$$

(b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây được xác định bởi công thức

$$s(t) = \int_0^1 v(t) dt.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức

$$s(t) = \int_1^2 v(t) dt.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là 3 m.

Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là:

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 2t dt + \int_1^2 2 dt = t^2 \Big|_0^1 + 2t \Big|_1^2 = 1 + 2 = 3 \text{ m}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

**Câu 3:** Khảo sát 300 cổ động viên bóng đá Việt Nam có tiếp tục đến sân xem đội tuyển Việt Nam đá. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ đi xem" và 120 người trả lời "Không muốn đi xem". Trong số những người trả lời "sẽ đi xem", có 80% thực sự sẽ đến sân xem, trong khi 20% không đến sân xem. Đối với những người trả lời "không muốn đi xem", có 15% thực sự thay đổi ý định và đi xem, còn lại 85% không đi xem.

Gọi A là biến cố "Người được khảo sát thực sự đến sân xem", và B là biến cố "Người trả lời sẽ đến sân xem".

a) Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}, P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$

c) Xác suất  $P(A) = 0,54$

d) Trong số những người thực sự đến sân xem, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ đến sân xem"?

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục là kilomet) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí  $I(1; 2; 4)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng 4km

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vòng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$$

b) Bạn An có vị trí tọa độ là  $A(-1; 0; 0)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Bạn Bình có vị trí tọa độ là  $B(2; 0; 2)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38km.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 3, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 3\sqrt{5}$ . Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng là

Đáp án: 2

**Câu 2.** Có 8 cặp vợ chồng tham gia một buổi gặp mặt. Trong buổi gặp mặt này mọi người đều bắt tay nhau đúng một lần với những người khác trừ vợ hoặc chồng của mình. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay trong buổi gặp mặt này?

Đáp án: 112.

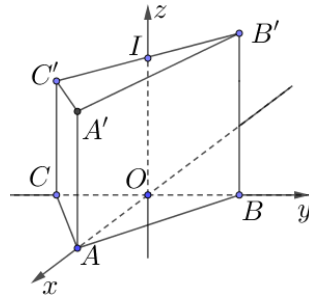
**Câu 3.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?

**Trả lời :** 21,8.

#### Lời giải

Gọi 3 vị trí trên mặt nước là  $A, B, C$  thì tam giác  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 2 m. Gọi dây dọi lần lượt là  $AA', BB', CC'$  có độ dài lần lượt là 4 m; 4,4 m; 4,8 m.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, sao cho  $O$  là trung điểm của  $BC$ , tia  $Ox$  chứa điểm  $A$ , tia  $Oy$  chứa điểm  $B$ , tia  $Oz$  đi qua trung điểm của  $B'C'$  và đơn vị trên các trục là mét.



Ta có:

$$OB = OC = 1, OA = \sqrt{3} \Rightarrow A' = (\sqrt{3}; 0; 4), B' = (0; 1; 4, 4), C' = (0; -1; 4, 8)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (-\sqrt{3}; 1; 0, 4), \overrightarrow{A'C'} = (-\sqrt{3}; -1; 0, 8).$$

Mặt phẳng  $(A'B'C')$  có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 0, 4\sqrt{3}(\sqrt{3}; 1; 5).$$

Mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

$$\text{Do đó } \cos((ABC), (A'B'C')) = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{5}{\sqrt{29}}. \text{ Góc cần tìm gần bằng } 21,8^\circ.$$

**Câu 4.** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính

$$R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \text{ (dm) với } x \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \text{ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị}$$

dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

**Trả lời:** 92

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng  $x$  ( $dm$ ) là:

$$S(x) = \pi R^2 = \pi \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 (dm^2)$$

Lượng nước đổ đầy bình hoa là:  $V = \int_0^{\frac{5}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{2}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,66 (dm^3)$

Lượng nước đổ vào bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình là:

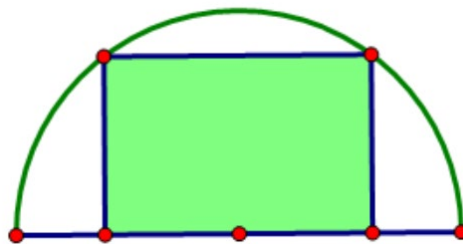
$$V_1 = \int_0^{\frac{5}{3}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{3}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,37 (dm^3)$$

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình

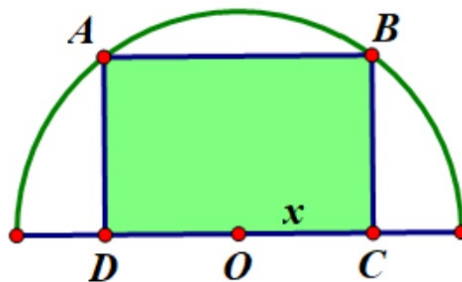
so với thể tích của bình hoa là  $\frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{3,37}{3,66} \cdot 100\% \approx 92\%$ .

**Câu 5.** An có một miếng bìa nửa hình tròn có bán kính  $R = 8$  cm. An cần cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn trên (một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp). Hỏi hình chữ nhật cắt ra có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Đáp số:** 64



**Lời giải**



Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là  $ABCD$  có  $OC = x$  ( $0 < x < 8$ ),  $OB = 8$ .

Khi đó diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  là:  $S = AB \cdot BC = 2x\sqrt{64 - x^2} = f(x)$ .

Xét hàm số  $f(x) = 2x\sqrt{64-x^2}$  trên  $(0;8)$

$$f'(x) = 2\sqrt{64-x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{64-x^2}} = \frac{-4x^2+128}{\sqrt{64-x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \in (0;8) \\ x = -4\sqrt{2} \notin (0;8) \end{cases}$$

BBT

$x$	0	$4\sqrt{2}$	8	
$y'$		+	0	-
$y$	0	64	0	

Ta có:  $\max_{(0;8)} f(x) = 64$ .

Vậy  $S_{\max} = 64 \text{ cm}^2$ .

**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải:**

Đáp số: **0,71**.

- Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có:  $70\% \cdot 1200 = 840$  (người).

Khi đó, số người bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là:  $1200 - 840 = 360$  (người).

- Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là:  $5\% \cdot 6800 = 340$  (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là:  $6800 - 340 = 6460$  (người).



Từ đó, ta có bảng sau: (đơn vị: người).

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1 200	6 800	8 000
Dương tính	840	340	1 180
Âm tính	360	6 460	6 820

- Xét các biến cố sau:

$A$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";

$B$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";

$C$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)";

$D$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra lại)".

Khi đó, ta có:  $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$ ;  $P(A \cap C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$ .

Vậy  $P(A | C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$ .

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 10

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng

- A.  $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .      B.  $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .      C.  $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .      D.  $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 2:** Cho một vật chuyển động với tốc độ  $y = v(t)$  (m/s). Biết  $0 < a < b$  và  $v(t) > 0$  với mọi  $t \in [a; b]$ . Khi đó quãng đường mà vật đó đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  đến  $b$  ( $a$  và  $b$  tính theo giây) bằng

- A.  $\int v(t) dt$ .      B.  $\int_a^b v(t) dt$ .      C.  $\int_a^b v'(t) dt$ .      D.  $\int_a^b v(t) dt$ .

**Câu 3:** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 3.01.      B. 3.15.      C. 3.34.      D. 2.96.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(-2;4;3)$  và song song với mặt phẳng

$$2x - 3y + 6z + 19 = 0$$

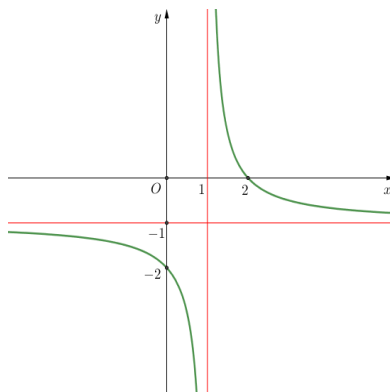
A.  $2x - 3y + 6z - 2 = 0$ .

B.  $2x - 3y + 6z + 1 = 0$ .

C.  $2x + 3y + 6z - 26 = 0$ .

D.  $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ;  $c \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Giao điểm hai đường tiệm cận (đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình

A.  $x - 2y - 1 = 0$ .

B.  $x + 2y - 1 = 0$ .

C.  $x + y = 0$ .

D.  $x - y - 1 = 0$

**Câu 6:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_{0,5}(3-x) - \log_{0,5}(x+2) > -1$  là

A.  $(-1;3)$ .

B.  $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$ .

C.  $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$ .

D.  $\left(-2; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}(1;2;3); \vec{b}(2;2;-1); \vec{c}(4;0;-4)$ . Tọa độ của vectơ

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$$
 là

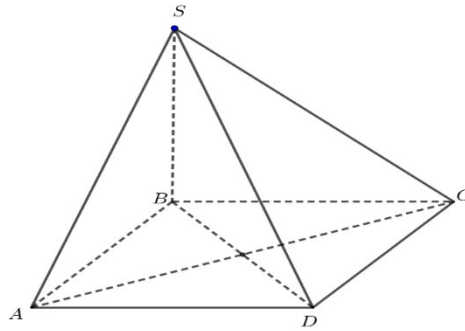
A.  $\vec{d}(-7;0;-4)$

B.  $\vec{d}(-7;0;4)$

C.  $\vec{d}(7;0;-4)$

D.  $\vec{d}(7;0;4)$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi và  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(SBD)$ ?



A.  $(SBC)$ .

B.  $(SAD)$ .

C.  $(SCD)$ .

D.  $(SAC)$ .

**Câu 9:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$

A.  $-\frac{5}{2}$ .

B.  $-1$ .

C.  $1$ .

D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 10:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

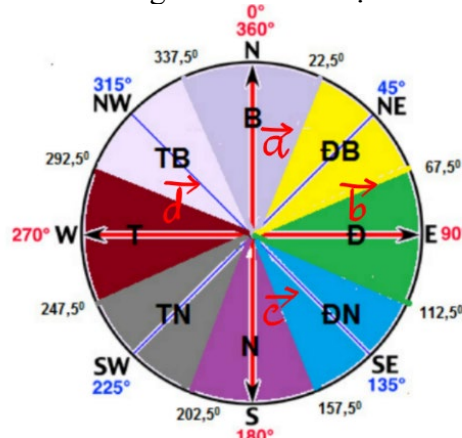
A.  $1; -3; 9; -27; 54$ .

B.  $1; 2; 4; 8; 16$ .

C.  $1; -1; 1; -1; 1$ .

D.  $1; -2; 4; -8; 16$ .

**Câu 11:** Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây sai?



Phân độ của 8 hướng trên la bàn

A. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng phương.

B. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  ngược hướng.

C. Hai vectơ  $\vec{b}$  và  $\vec{d}$  cùng phương.

D. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - \sqrt{2}x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos x + \sqrt{2}$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{4}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-2 + \frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ .

**Giải**

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ . Vậy a đúng

b)  $f'(x) = 2\cos x - \sqrt{2}$ . vậy b sai

c) Thay  $x = \frac{\pi}{4}$  vào  $f'(x)$  đúng nên c đúng

d) Khảo sát hàm và tính được giá trị nhỏ nhất là  $-\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$  nên sai

**Câu 2.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Sai		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Sai		

**Lời giải**

(a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$ .

Ta có:  $P(x) = \int P'(x)dx = \int (-0,0008x + 10,4)dx = -0,0004x^2 + 10,4x$ .

» **Chọn SAI.**

(b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là:  $P(50) = -0,0004.50^2 + 10,4.50 = 519$  (triệu đồng).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là

$$P(55) - P(50) = \int_{50}^{55} P'(x)dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4)dx = -\int_{50}^{55} 0,0008x dx + \int_{50}^{55} 10,4 dx$$

$$= -0,0004x^2 \Big|_{50}^{55} + 10,4x \Big|_{50}^{55} = -0,0004(55^2 - 50^2) + 10,4(55 - 50) = 51,79 \text{ (triệu đồng).}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm là

$$P(a) - P(50) = \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = -\int_{50}^a 0,0008x dx + \int_{50}^a 10,4 dx$$

$$= -0,0004x^2 \Big|_{50}^a + 10,4x \Big|_{50}^a = -0,0004(a^2 - 50^2) + 10,4(a - 50) = -0,0004a^2 + 10,4a - 519.$$

Theo bài ra ta có:  $-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 101.

» **Chọn SAI.**

**Câu 3:** Khảo sát 500 sinh viên về việc họ có tham gia các hoạt động thể thao tại trường hay không. Kết quả thu được như sau: 300 sinh viên trả lời "sẽ tham gia" và 200 sinh viên trả lời "không muốn tham gia". Trong số những sinh viên trả lời "sẽ tham gia", có 70% thực sự tham gia các hoạt động thể thao, trong khi 30% không tham gia. Đối với những sinh viên trả lời "không muốn tham gia", có 20% thực sự thay đổi ý định và tham gia, còn lại 80% không tham gia.

Gọi A là biến cố "Sinh viên thực sự tham gia các hoạt động thể thao", và B là biến cố "Sinh viên trả lời sẽ tham gia".

a) Tính xác suất  $P(A) = 0,5$

b) Tính xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,7$

c) Tính xác suất  $P(B|A) = 0,84$

d) Trong số những sinh viên thực sự tham gia, xác suất là 87% để trước đó đã trả lời "sẽ tham gia"?

**Câu 4:** Có một thiên thạch (coi như một hạt) di chuyển từ điểm A(1000,2000,3000) đến điểm B(4000,5000,6000) với tốc độ không đổi. Giả sử Trái Đất có bán kính 6400 km, và hệ thống quan sát các vật thể bay gần Trái Đất có khả năng theo dõi các thiên thạch ở độ cao không vượt quá 6000 km so với mực nước biển.

a) Vectơ chuyển động của thiên thạch từ điểm A đến điểm B là  $\vec{v}(3000;3000;3000)$

b) Độ dài của vector chuyển động bằng  $3000\sqrt{3}$

c) Phương trình chuyển động của thiên thạch theo tham số  $\begin{cases} x = 1000 + t \\ y = 2000 - t \\ z = 3000 + t \end{cases}$

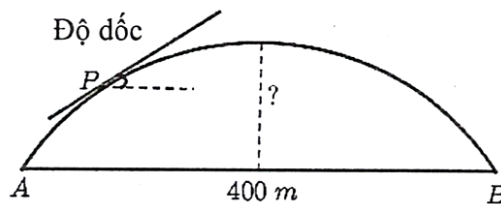
d) Thời gian t mà thiên thạch sẽ tiếp cận Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn hoặc bằng 6400 km nhỏ hơn 1116

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu độ?

Đáp án: 60.

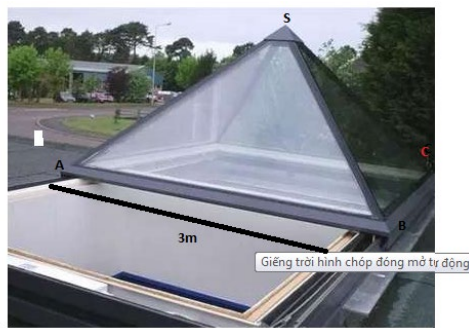
**Câu 2.** Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400m. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá  $10^\circ$  (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Đáp án: 17,6m

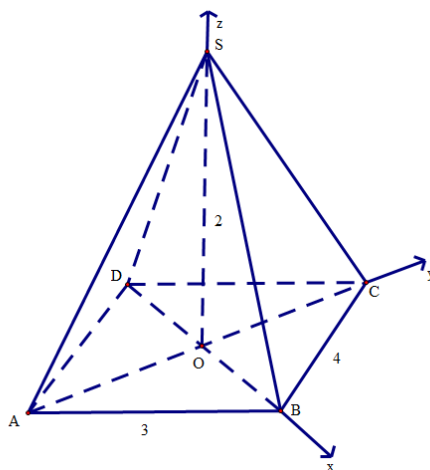
**Câu 3.** Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3m và 4m và độ cao của giếng trời là

2m (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Trả lời : 69,3

### Lời giải



Đặt giếng trời trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ.

Ta có  $O(0; 0; 0)$ ;  $B\left(\frac{5}{2}; 0; 0\right)$ ;  $C\left(0; \frac{5}{2}; 0\right)$ ;  $D\left(-\frac{5}{2}; 0; 0\right)$ ;  $S(0; 0; 2)$

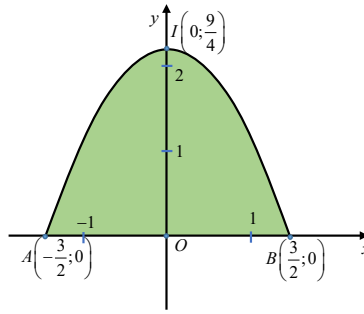
- $[\overline{SB}; \overline{SC}] = \left(5; 5; \frac{25}{4}\right)$  nên chọn vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_{(SBC)} = (4; 4; 5)$ .
- $[\overline{SD}; \overline{SC}] = \left(5; -5; -\frac{25}{4}\right)$  nên chọn vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(SDC)} = (4; -4; -5)$ .
- $\cos((SBC); (SDC)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SDC)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| |\vec{n}_{(SDC)}|} = \frac{25}{57} \Rightarrow ((SBC); (SDC)) \approx 63,9^\circ$ .

**Câu 4.** Trường THPT Lạng Giang số 1 muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền nhà trường phải trả (đơn vị nghìn đồng).

### Lời giải

Trả lời: 6750

Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$ . Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$  (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

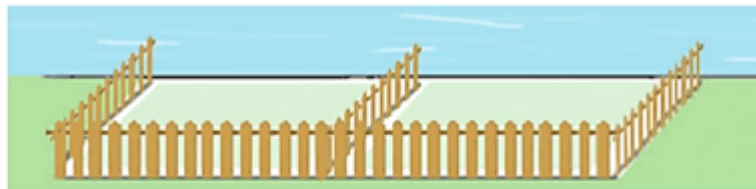
Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left( \frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là:  $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$  đồng = 6750 (nghìn đồng).

**Câu 5.** Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Hình 35

**Đáp số: 6250**

**Lời giải**



Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là  $y$  và  $x$ , ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ).

Diện tích mảnh vườn là  $S = xy$ .

Chi phí để rào mảnh vườn theo chữ E là:  $T = 3x \cdot 50\,000 + y \cdot 60\,000 = 15\,000\,000$

$$\Leftrightarrow 15x + 6y = 1500 \Leftrightarrow 5x + 2y = 500 \Rightarrow y = \frac{500 - 5x}{2} \quad (x < 100) \Rightarrow S = x \left( \frac{500 - 5x}{2} \right).$$

Ta có  $S' = 250 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 50$ .

Bảng xét dấu

$x$	0	50	100	
$S'$		+	0	-
$S$		6250		

Để diện tích mảnh vườn thu được sau khi rào lớn nhất thì  $x = 50 \Rightarrow y = 125$ .

Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn là  $6250 \text{ m}^2$ .

**Câu 6.** Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai ô đất thí nghiệm A, B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A, B lần lượt là 0,61 và 0,7. Lập lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải:**

Đáp số: **0,46**.

Xét các biến cố:

$A$ : "Cây phát triển bình thường trên ô đất A";

$B$ : "Cây phát triển bình thường trên ô đất B".

Các cặp biến cố  $\bar{A}$  và  $B$ ,  $A$  và  $\bar{B}$  là độc lập vì hai ô đất khác nhau.

Hai biến cố  $C = \bar{A} \cap B$  và  $D = A \cap \bar{B}$  là hai biến cố xung khắc.

Ta có:  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,61 = 0,39$ ;  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$ .

Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là:

$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,39.0,7 + 0,61.0,3 \approx 0,46$ .



Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**  
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>