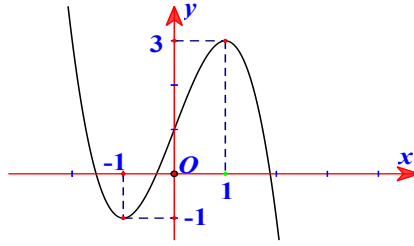


**ĐỀ THI ĐỀ XUẤT**  
(Đề gồm có 04 trang)

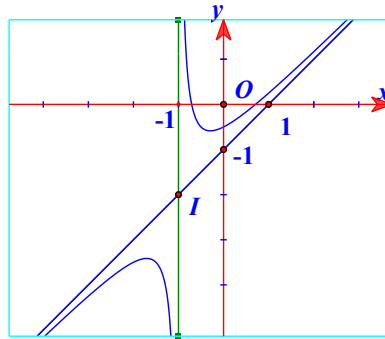
**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ; ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.**  $(1; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 1)$ .      **C.**  $(-1; 3)$ .      **D.**  $(-1; 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ , ( $a, p \neq 0$ , đa thức tử không chia hết đa thức mẫu) có đồ thị ở hình bên.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.**  $y = x - 1$ .      **B.**  $y = x$ .      **C.**  $x = -1$ .      **D.**  $y = x + 1$ .

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0$  là

- A.**  $x = 1$ .      **B.**  $x = \frac{3}{4}$ .      **C.**  $x = \frac{2}{3}$ .      **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là

- A.**  $[-3; +\infty)$ .      **B.**  $[3; +\infty)$ .      **C.**  $(3; +\infty)$ .      **D.**  $(-3; +\infty)$ .

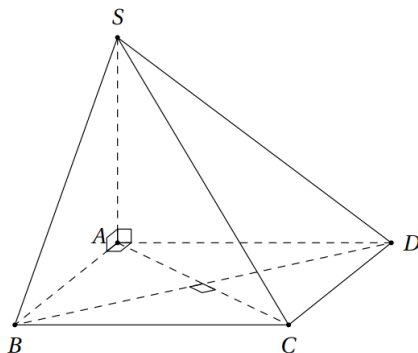
**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = 4 + \cos x$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $\int f(x) dx = -\sin x + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = 4x + \sin x + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = 4x - \sin x + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = 4x + \cos x + C$ .

**Câu 6.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{3x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

- A.  $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$ .      B.  $\int_0^1 e^{6x} dx$ .      C.  $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$ .      D.  $\int_0^1 e^{3x} dx$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A.  $AC \perp (SCD)$ .      B.  $BD \perp (SAD)$ .      C.  $AC \perp (SBD)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 8.** Thời gian thực hiện xong một thí nghiệm hoá học của học sinh lớp 12/3 được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian(phút)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	12	25	0	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

**Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  ( $n \geq 2$ ) bằng

- A.  $3.2^n$ .      B.  $3.2^{n+2}$ .      C.  $3.2^{n+1}$ .      D.  $3.2^{n-1}$ .

**Câu 10.** Cho  $|\vec{a}| = 2$ ;  $|\vec{b}| = 6$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $120^\circ$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$ .      C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$ .      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua  $O$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 5)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.  $x + 2y - 5z = 0$ .      B.  $x + 2y - 5z + 1 = 0$ .  
C.  $x - 2y + 5z = 0$ .      D.  $x - 2y + 5z + 1 = 0$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A.  $Q(2;1;1)$ .      B.  $M(1;2;3)$ .      C.  $P(2;1;-1)$ .      D.  $N(1;-2;3)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$ .

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1; f(2\pi) = 1$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos x + \sin x$ .

c) Tổng các nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$  là  $\frac{3\pi}{2}$

d)  $\max_{\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]} y + \min_{\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]} y = 0$ .

**Câu 2.** Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Gọi  $X$  là biến cố một con bò bị bệnh bò điên,  $Y$  là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

a)  $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .

b)  $P(Y | X) = 0,07$ .

c)  $P(Y | \bar{X}) = 0,1$ .

d) Xác suất để kiểm tra trúng một con bò bị bệnh bò điên và có phản ứng dương tính với xét nghiệm là  $91 \cdot 10^{-8}$ .

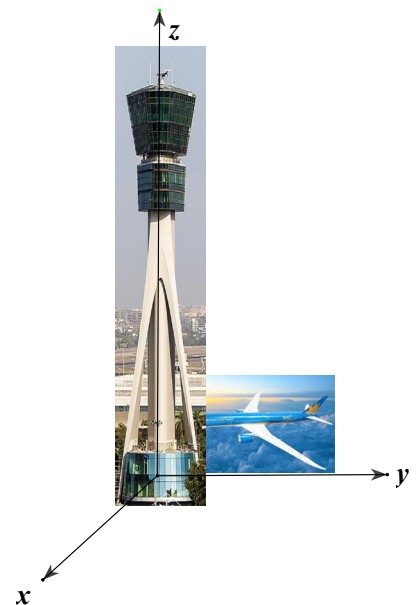
**Câu 3.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình bên) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

a) Ra đa ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .

b) Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300; 200; 10)$ .

c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .



**Câu 4.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson

anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng.

a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$ .

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12250 triệu đồng.

c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng.

d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

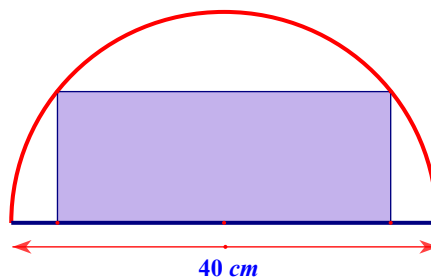
**Câu 1.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau,  $OA = \sqrt{6}$  và  $OB = OC = 2\sqrt{6}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500; -250; 150), B(-200; -200; 100)$ . Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên hướng bay thì tọa độ của vị trí máy bay khi ở gần đài kiểm soát nhất là  $(a; b; c)$ . Giá trị của biểu thức  $-3a - b - c + \frac{10}{19}$  là bao nhiêu?

**Câu 3.** Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

**Câu 4.** Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức  $v(t) = 30(16 - t^2)$  với  $0 \leq t \leq 3$ . Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)?

**Câu 5.** Từ một tấm thép hình bán nguyệt là nửa đường tròn có đường kính 40 cm, người ra muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình vẽ) có diện tích lớn nhất có thể. Tìm giá trị của diện tích lớn nhất đó.



**Câu 6.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

.....**Hết**.....

### ĐÁP ÁN

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.  
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Chọn</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>C</b>

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Đáp án</b>	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
	c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng
	d) Đúng	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

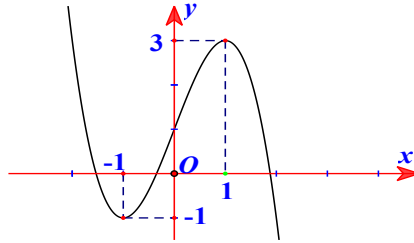
**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Trả lời</b>	2	-10	0,3	740	400	5,1

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ; ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



**A.**  $(1; +\infty)$ .

**B.**  $(-\infty; 1)$ .

**C.**  $(-1; 3)$ .

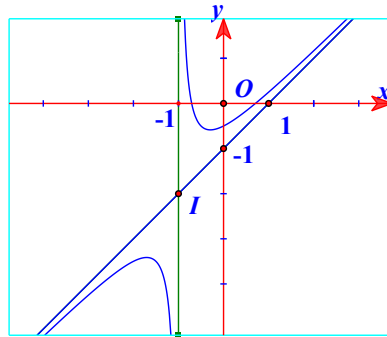
**D.**  $(-1; 1)$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$

**Chọn A.**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ , ( $a.p \neq 0$ , đa thức tử không chia hết đa thức mẫu) có đồ thị và hai đường tiệm cận như ở hình bên.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

**A.**  $y = x - 1$ .

**B.**  $y = x$ .

**C.**  $x = -1$ .

**D.**  $y = x + 1$ .

**Lời giải**

Đường tiệm cận xiên đi qua 2 điểm  $(0; -1); (1; 0)$  nên có phương trình là  $y = x - 1$ .

**Chọn A.**

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0$  là

**A.**  $x = 1$ .

**B.**  $x = \frac{3}{4}$ .

**C.**  $x = \frac{2}{3}$ .

**D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

**Chọn A.**

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là

A.  $[-3; +\infty)$ .

**B.  $[3; +\infty)$ .**

C.  $(3; +\infty)$ .

D.  $(-3; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $2^x \geq 8 \Leftrightarrow 2^x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 3$

**Chọn B.**

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = 4 + \cos x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = -\sin x + C$ .

**B.  $\int f(x) dx = 4x + \sin x + C$ .**

C.  $\int f(x) dx = 4x - \sin x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = 4x + \cos x + C$ .

**Lời giải**

Ta có  $\int f(x) dx = \int (4 + \cos x) dx = 4x + \sin x + C$

**Chọn B.**

**Câu 6.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{3x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng:

A.  $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$ .

B.  $\int_0^1 e^{6x} dx$ .

**C.  $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$ .**

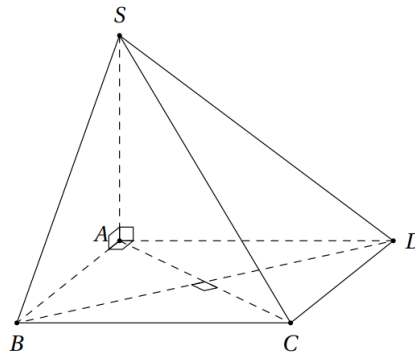
D.  $\int_0^1 e^{3x} dx$ .

**Lời giải**

Ta có  $V = \pi \int_0^1 (e^{3x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{6x} dx$

**Chọn C.**

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $AC \perp (SCD)$ .

B.  $BD \perp (SAD)$ .

C.  $AC \perp (SBD)$ .

**D.  $BD \perp (SAC)$ .**

**Lời giải**

Ta có:

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

$\left. \begin{array}{l} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

**Chọn A.**

**Câu 8.** Thời gian thực hiện xong một thí nghiệm hoá học của học sinh lớp 12/3 được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian(phút)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	12	25	0	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

**A. 5.**

**B. 4.**

**C. 2.**

**D. 1.**

**Lời giải**

Ta có  $R=10-5 = 5$

**Chọn A.**

**Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  ( $n \geq 2$ ) bằng

**A.  $3.2^n$ .**

**B.  $3.2^{n+2}$ .**

**C.  $3.2^{n+1}$ .**

**D.  $3.2^{n-1}$ .**

**Lời giải**

Ta có  $u_n = u_1 q^{n-1} = 3.2^{n-1}$

**Chọn D.**

**Câu 10.** Cho  $|\vec{a}| = 2$ ;  $|\vec{b}| = 6$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $120^\circ$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ .**

**B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$ .**

**C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$ .**

**D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$ .**

**Lời giải**

Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -6$

**Chọn C.**

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua  $O$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 5)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

**A.  $x + 2y - 5z = 0$ .**

**B.  $x + 2y - 5z + 1 = 0$ .**

**C.  $x - 2y + 5z = 0$ .**

**D.  $x - 2y + 5z + 1 = 0$ .**

**Lời giải**

Mặt phẳng đi qua  $O$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 5)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình dạng  $1(x-0) - 2(y-0) + 5(z-0) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5z = 0$

**Chọn C.**

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

**A.  $Q(2; 1; 1)$ .**

**B.  $M(1; 2; 3)$ .**

**C.  $P(2; 1; -1)$ .**

**D.  $N(1; -2; 3)$ .**

**Lời giải**

Thay tọa độ điểm  $P(2; 1; -1)$  vào phương trình đường thẳng  $d: \frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-1+1}{3}$  thỏa mãn

**Chọn C.**

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.



**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$ .

a)  $f(-\frac{\pi}{2}) = -1; f(2\pi) = 1$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos x + \sin x$ .

c) Tổng các nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$  là  $\frac{3\pi}{2}$

d)  $\max_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y + \min_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y = 0$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(-\frac{\pi}{2}) = \sin(-\frac{\pi}{2}) + \cos(-\frac{\pi}{2}) = -1; f(2\pi) = \sin(2\pi) + \cos(2\pi) = 1$ : **a) Đúng**

Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = (\cos x + \sin x)' = \cos x - \sin x$ . **b) Sai**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ nên } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0; 1\}$$

Trên đoạn  $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$  phương trình  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm  $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$  nên có tổng là  $\frac{3\pi}{2}$ : **c) Đúng**

Trên đoạn  $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ , hàm số đã cho liên tục nên ta có:

$$\left. \begin{aligned} f(-\frac{\pi}{2}) &= \sin(-\frac{\pi}{2}) + \cos(-\frac{\pi}{2}) = -1; \\ f(\frac{\pi}{4}) &= \sin(\frac{\pi}{4}) + \cos(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}; \\ f(\frac{5\pi}{4}) &= \sin(\frac{5\pi}{4}) + \cos(\frac{5\pi}{4}) = -\sqrt{2} \\ f(2\pi) &= \sin(2\pi) + \cos(2\pi) = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y = \sqrt{2} \\ \min_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \max_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y + \min_{[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]} y = 0. \text{ **d) Đúng**}$$

**Câu 2.** Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Gọi  $X$  là biến cố một con bò bị bệnh bò điên,  $Y$  là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

a)  $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .

b)  $P(Y | X) = 0,07$ .

c)  $P(Y | \bar{X}) = 0,1$ .

d) Xác suất để kiểm tra trúng một con bò bị bệnh bò điên và có phản ứng dương tính với xét nghiệm là  $91 \cdot 10^{-8}$ .

### Lời giải

Tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con nghĩa là  $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$  **a) Đúng**

Khi con bò bị bệnh bò điên, thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%, nghĩa là:

$$P(Y|X) = 0,7. \text{ b) Sai}$$

Khi con bò không bị bệnh, thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%, nghĩa

$$\text{là } P(Y|\bar{X}) = 0,1. \text{ c) Đúng}$$

Khi đó, ta có:  $P(Y \cap X) = P(Y|X) \cdot P(X) = 0,7 \cdot 13 \cdot 10^{-6} = 91 \cdot 10^{-7}$ . **d) Sai**

**Câu 3.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía hướng Tây, trục  $Oy$  hướng về phía hướng Nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

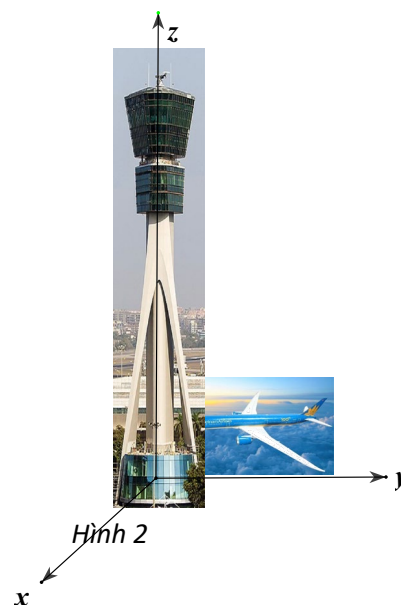
Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía hướng Đông và 200 km về phía hướng Bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

a) Radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .

b) Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300; 200; 10)$ .

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .



### Lời giải

Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0,08)$  **a) Sai**

Điểm  $A(-300; -200; 10)$  **b) Sai**

Vậy khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 360,69 \text{ (km)}. \text{ c) Đúng}$$

Vì  $360,69 < 500$  nên radar của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .

**d) Sai**

**Câu 4.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson

anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng.

a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$ .

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12250 triệu đồng.

c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng.

d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

**Lời giải**

Ta có:  $T(x) = \int T'(x) dx = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}$ .

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với  $x = 10$  ta có  $T(10) = 12000$

suy ra  $12000 = -10.10^2 + 300.10 + C \Rightarrow C = 10000$ .

Vậy  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$  **a) Đúng**

$T(12) = -10.12^2 + 300.12 + 10000 = 12160$  (triệu đồng). **b) Sai**

Ta có

X	0	15	$+\infty$
$T'(x)$		+	0 -
$T(x)$			

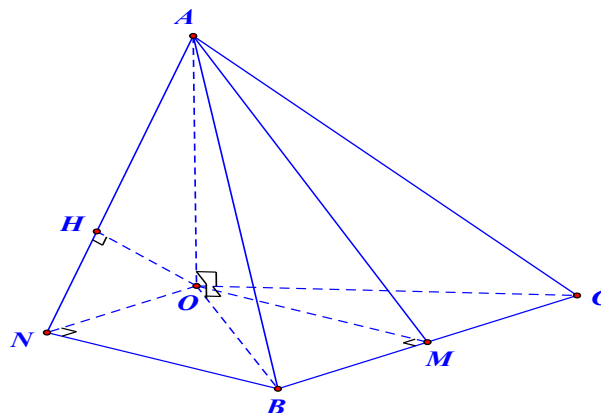
Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng. **c) Đúng, d) Đúng**

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau,  $OA = \sqrt{6}$  và  $OB = OC = 2\sqrt{6}$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



Ta có  $\Delta OBC$  vuông cân tại  $O, M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow OM \perp BC$

Dựng hình chữ nhật  $OMBN$ , ta có  $\begin{cases} OM \parallel BN \\ BN \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (ABN)$

$$\Rightarrow d(AB, OM) = d(OM, (ABN)) = d(O, (ABN))$$

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $AN$  ta có:

$$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN \text{ mà } OH \perp AN \Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O, (ABN)) = OH$$

$\Delta OAN$  vuông tại  $O$ , đường cao  $OH$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{6})^2} + \frac{4}{(2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow OH^2 = 4 \Rightarrow OH = 2 \Rightarrow d(AB, OM) = OH = 2 \end{aligned}$$

**Kết quả:** 2

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng thẳng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500; -250; 150), B(-200; -200; 100)$ . Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên hướng bay thẳng thì tọa độ của vị trí máy bay khi ở gần đài kiểm soát nhất là  $(a; b; c)$ . Giá trị của biểu thức  $-3a - b - c + \frac{10}{19}$  là bao nhiêu?

**Lời giải**

Vecto  $\overrightarrow{AB} = (300; 50; -50)$  nên  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ . Phương trình đường thẳng  $AB$  là:  $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên đường thẳng  $AB$  thì  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó  $H(6t-500; t-250; -t+150)$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = (6t-500) \cdot 6 + (t-250) \cdot 1 + (-t+150) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1700}{19}.$$

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là  $\left(\frac{700}{19}; -\frac{3025}{19}; \frac{1150}{19}\right)$ .

$$\text{Vậy } -3a - b - c + \frac{10}{19} = -10.$$

**Kết quả:** -10.

**Câu 3.** Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

### Lời giải

Xét các biến cố:

$A$ : "Lần thứ nhất rút được thẻ ghi số nguyên tố";

$B$ : "Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố".

Từ 1 đến 40 có 12 số nguyên tố nên  $P(A) = \frac{12}{40} = 0,3$  và  $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$ .

Vì rút không hoàn lại nên  $P(B|A) = \frac{11}{39}$ ,  $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot \frac{11}{39} + 0,7 \cdot \frac{4}{13} = 0,3$$

**Kết quả:** 0,3

**Câu 4.** Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức  $v(t) = 30(16 - t^2)$  với  $0 \leq t \leq 3$ . Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)?

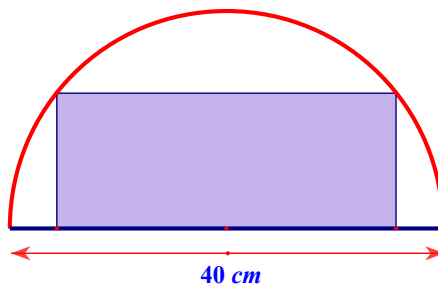
### Lời giải

Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ tức là  $30(16 - t^2) = 400 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{24}}{3}$  (giờ).

Khi đó máy bay đã bay được quãng đường là  $s(t) = \int_0^{\frac{\sqrt{24}}{3}} 30(16 - t^2) dt \approx 740$  (dặm).

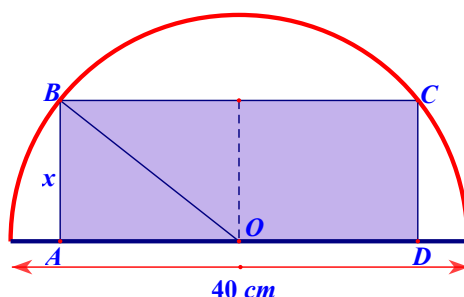
**Kết quả:** 740 dặm.

**Câu 5.** Từ một tấm thép hình bán nguyệt là nửa đường tròn có đường kính 40 cm, người ra muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình vẽ) có diện tích lớn nhất có thể. Tìm giá trị của diện tích lớn nhất đó.



### Lời giải

Kí hiệu hình chữ nhật  $ABCD$  như hình bên.



Đặt  $AB = x$  ( cm) ( $0 < x < 20$ ).

Ta có  $BC = 2AO = 2\sqrt{OB^2 - AB^2} = 2\sqrt{20^2 - x^2} = 2\sqrt{400 - x^2}$  ( cm).

Diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  là:  $S = 2x\sqrt{400 - x^2}$ .

Xét hàm số  $S = 2x\sqrt{400 - x^2}$  trên  $(0; 20)$ .

Ta có:  $S' = -\frac{4(x^2 - 200)}{\sqrt{400 - x^2}}$ ;  $S' = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2}$ .

Bảng biến thiên:

x	0	$10\sqrt{2}$	20
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	400	0

Từ đó,  $\max_{(0;20)} S = S(10\sqrt{2}) = 400$  (  $\text{cm}^2$  ).

**Kết quả:**  $400 \text{ cm}^2$ .

**Câu 6.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

#### Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía Nam, trục  $Oy$  hướng về phía Đông và trục  $Oz$  hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

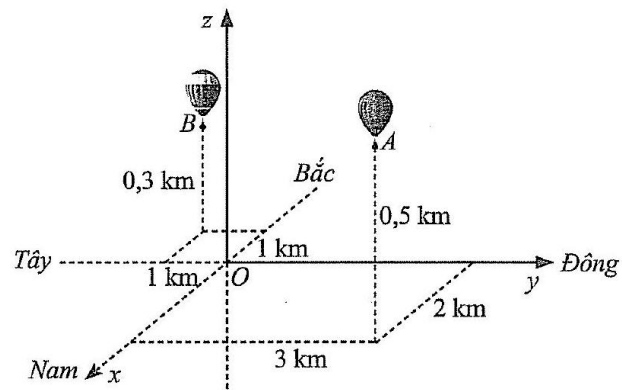
Khi đó  $O(0;0;0)$ ,  $A(2;3;0,5)$ ,  $B(-1;-1;0,3)$  lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.

Gọi  $M$  là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi  $B'(-1;-1;-0,3)$  là điểm đối xứng với  $B$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta có  $MA + MB = MA + MB'$ .

Suy ra  $MA + MB$  nhỏ nhất khi  $MA + MB'$  nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi  $A, B', M$  thẳng hàng.  
 Gọi  $M(x_M; y_M; 0)$ , suy ra



Hình 7

$$\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0,5), \overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0,3).$$

$A, B', M$  thẳng hàng nên  $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MB'}$  cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-1 - x_M}{2 - x_M} = \frac{-1 - y_M}{3 - y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right).$$

Khi đó  $\min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB' \approx 5,1 \text{ km}.$

**Kết quả:** 5,1 km

.....**Hết**.....

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x$  là

- A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$ .      B.  $\frac{4^x}{2 \ln 2} + C$ .      C.  $\frac{4^x}{x} + C$ .      D.  $x \cdot 4^{x-1} + C$ .

Câu 2. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung, trục hoành và đường thẳng  $x = 3$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục  $Ox$ .

- A. 33.      B.  $\frac{33}{5}$ .      C.  $\frac{33\pi}{5}$ .      D.  $33\pi$

Câu 3: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	8	11	7

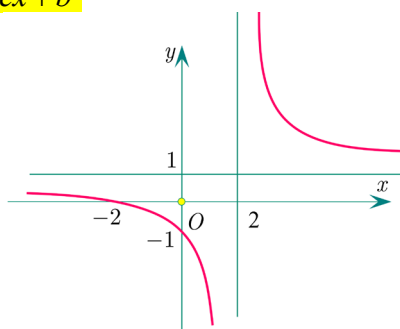
Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [2;4).      B. [4;6).      C. [6;8).      D. [8;10).

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$ .      B.  $x - 2y + z = 0$ .
- C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

Câu 5. Tìm hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{ax+2}{cx+b}$  có đồ thị như hình vẽ sau:



- A.  $a = 2, b = 2, c = -1$ .      B.  $a = 1, b = 1, c = -1$ .      C.  $a = 1, b = 2, c = 1$ .      D.  $a = 1, b = -2, c = 1$ .

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 1$  là

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      D.  $(1; 7)$ .

Câu 7. Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$ .



**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A.**  $CD \perp (SBC)$ .      **B.**  $SA \perp (ABC)$ .      **C.**  $BC \perp (SAB)$ .      **D.**  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 27$  là

- A.** 5.      **B.** 4.      **C.** 2.      **D.** 1.

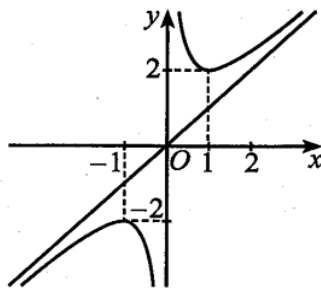
**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng  $u_2$  của cấp số cộng là

- A.**  $\frac{8}{3}$ .      **B.** 24.      **C.** 5.      **D.** 11.

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.**  $(0;1)$ .      **B.**  $(1;2)$ .      **C.**  $(-1;0)$ .      **D.**  $(-1;1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x + x$ .

a)  $f(0) = 2$ ;  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{7\pi}{6}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

b) Giá trị của  $b$  là 8.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ khi tăng tốc

được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

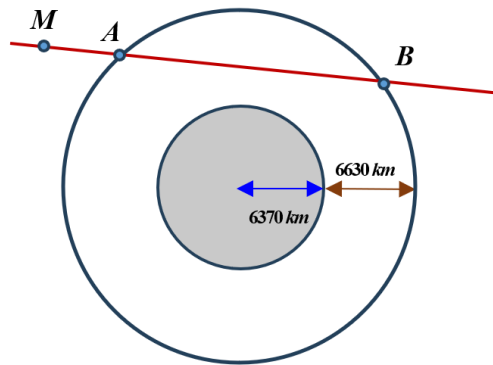
d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Câu 3.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

- a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,85.
- b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là 0,99.
- c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là 0,9855.
- d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là 0,95.

**Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(6;15;-2)$  sau một thời gian vị trí đầu

tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(5;12;0)$ .



a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$ .

b) Trên hệ tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển qua điểm  $N(7;18;-5)$ .

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ .

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 21915 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA, AB, AC$  đôi một vuông góc. Biết rằng

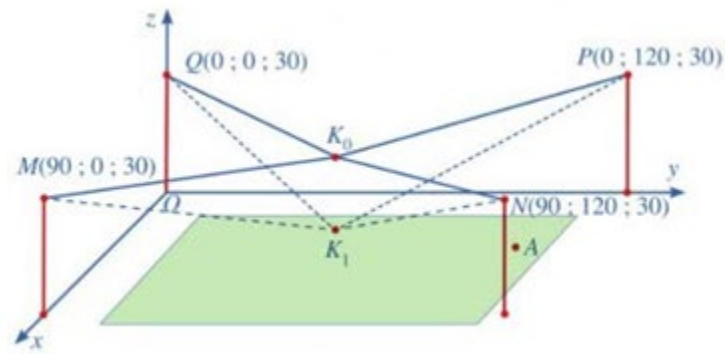
$SA = 5; AB = 3; AC = 4$ . Khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là bao nhiêu?

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , một con bọ đang đậu ở đỉnh  $A$  của tứ diện. Mỗi lần nghe một tiếng trống thì nó nhảy sang một đỉnh bất kì của tứ diện  $ABCD$  mà kề với đỉnh nó đang đậu. Hỏi sau 4 tiếng trống nó có bao nhiêu cách trở về đỉnh  $A$ ?

**Câu 3.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera

có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc

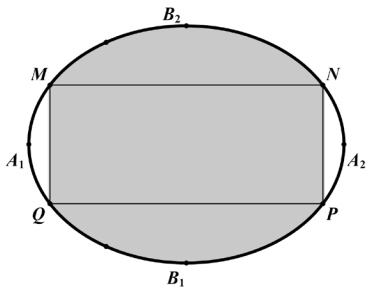
cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90;0;30)$ ,  $N(90;120;30)$ ,  $P(0;120;30)$ ,  $Q(0;0;30)$  (Hình 34). Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Biết rằng vectơ  $\overrightarrow{K_0K_1}$  có tọa độ là  $(a; b; c)$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phân tô đậm là 200 000 (đồng) và phần còn lại 100 000 (đồng). Biết  $A_1A_2 = 8\text{ m}$ ,  $B_1B_2 = 6\text{ m}$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3\text{ m}$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến

phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Câu 5.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Câu 6.** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi trắng, hộp II có 7 bi đỏ và 3 bi trắng, các bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai bi. Tính xác suất để lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I, biết rằng trong bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

----- HẾT -----



## ĐÁP ÁN

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x$  là:

- A.  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$ .      B.  $\frac{4^x}{2 \ln 2} + C$ .      C.  $\frac{4^x}{x} + C$ .      D.  $x \cdot 4^{x-1} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{4^x}{\ln 2^2} + C = \frac{4^x}{2 \ln 2} + C.$$

**Câu 2:** Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung, trục hoành và đường thẳng  $x = 3$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục  $Ox$ .

- A. 33.      B.  $\frac{33}{5}$ .      C.  $\frac{33\pi}{5}$ .      D.  $33\pi$

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^3 (x-2)^4 dx = \frac{33\pi}{5}.$$

**Câu 3:** Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [2;4).      B. [4;6).      C. [6;8).      D. [8;10).

**Lời giải**

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là điểm số của 30 học sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, \dots, x_4 \in [2;4); x_5, \dots, x_{12} \in [4;6); x_{13}, \dots, x_{23} \in [6;8); x_{24}, \dots, x_{30} \in [8;10)$  nên trung vị của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [6;8)$ .

Ta xác định được:  $n = 30; p = 3; n_3 = 11; m_1 + m_2 = 4 + 8 = 12; u_3 = 6; u_4 = 8$ .

Vậy trung vị của mẫu số liệu trên là:  $M_e = 6 + \frac{\frac{30}{2} - 12}{11} \cdot (8 - 6) = \frac{72}{11} \approx 6,55$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

B.  $x - 2y + z = 0$ .

C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

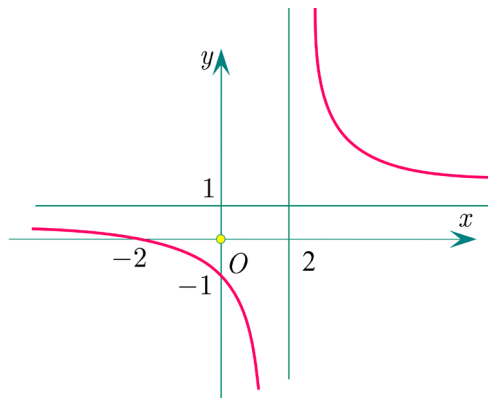
**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$  làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng cần tìm:  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 5:** Tìm hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{ax+2}{cx+b}$  có đồ thị như hình vẽ:



- A.  $a = 2, b = 2, c = -1$ .    B.  $a = 1, b = 1, c = -1$ .    C.  $a = 1, b = 2, c = 1$ .    **D.**  $a = 1, b = -2, c = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy: Đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tại các điểm

$$(0; -1), (-2; 0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{b} = -1 \\ -2a + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{Suy ra } a = 1, b = -2, c = 1.$$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 1$  là:

- A.**  $(-\infty; 0)$ .    **B.**  $(-\infty; 1)$ .    **C.**  $(2; +\infty)$ .    **D.**  $(1; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2^x < 1 \Leftrightarrow 2^x < 2^0 \Leftrightarrow x < 0$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 7:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ ?

- A.**  $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ .    **B.**  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ .    **C.**  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ .    **D.**  $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$ .

**Chọn A**

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ .

Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A.**  $CD \perp (SBC)$ .    **B.**  $SA \perp (ABC)$ .    **C.**  $BC \perp (SAB)$ .    **D.**  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 27$  là

- A.** 5.    **B.** 4.    **C.** 2.    **D.** 1.

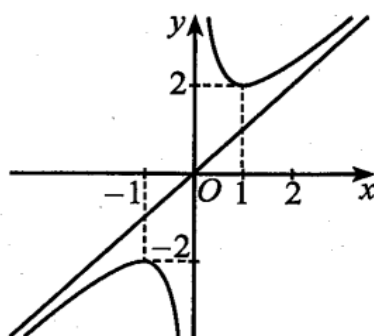
**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng  $u_2$  của cấp số cộng là

- A.**  $\frac{8}{3}$ .    **B.** 24.    **C.** 5.    **D.** 11.

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ .    **B.**  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC'}$ .  
**C.**  $\vec{AA'} + \vec{AC} = \vec{AC'}$ .    **D.**  $\vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A.  $(0;1)$ .

B.  $(1;2)$ .

C.  $(-1;0)$ .

D.  $(-1;1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x + x$ .

a)  $f(0) = 2; f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2 \sin x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \frac{\pi}{2}]$  là  $\frac{7\pi}{6}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \frac{\pi}{2}]$  là  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Đúng	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng
	d) Sai	d) Đúng	d) Sai	c) Đúng

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

b) Giá trị của  $b$  là 8.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Giải: KQ: Đ-Đ-S-Đ.**

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 28,8 km/h = 8 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là:  $S_1 = 4.8 = 32m$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là:  $S_2 = 240 - 32 = 208m$ . Do đó a đúng.

b) Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có  $v(0) = b = 8 \Rightarrow b = 8$ . Do đó b đúng.

c) Quãng đường  $S(t)$  ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ lúc bắt đầu tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ . Do đó c sai.

d) T có  $v(t) = at + 8(m/s)$

Biết xe nhập làn sau 16 phút kể từ khi tăng tốc, nên ta có  $208 = \int_0^{16} (at + 8) dt = 128a + 128 \Rightarrow a = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow v(t) = \frac{5}{8}t + 8$  (m/s)

Tốc độ của ô tô sau 30 giây là  $\Rightarrow v(30) = \frac{5}{8}.30 + 8 = \frac{107}{4}$  (m/s) = 96,3(km/h). Do đó đúng.

**Câu 3.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,85.

- b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại  $I$  là 0,99.  
 c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là 0,9855.  
 d) Xác suất chọn được sản phẩm loại  $I$  mà không bị hỏng là 0,95.

**Lời giải**

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

$A$ : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại  $\Gamma$ ";

$B$  "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng". Khi đó:

a) Ta có:  $P(A) = 0,85$ ;  $P(\bar{A}) = 0,15$ ; xác suất để không chọn được sản phẩm loại  $I$  là 0,15. Mệnh đề **sai**.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại  $I$  là  $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$ . Mệnh đề **đúng**.

c) Tìm xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

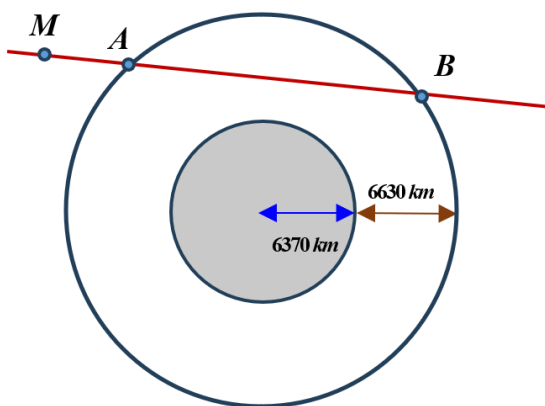
Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855. \text{ Mệnh đề } \mathbf{đúng}$$

d) Tính xác suất chọn được sản phẩm loại  $I$  mà không bị hỏng tức tính  $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854 \neq 0,95. \text{ Mệnh đề } \mathbf{sai}.$$

**Câu 4.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian có gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $M(6;15;-2)$  sau một thời gian vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm  $A(5;12;0)$ .



a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$ .

b) Trên hệ tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển qua điểm  $N(7;18;-5)$ .

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ .



d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $21915 \text{ km}$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

### Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Đường thẳng  $AM$  có phương trình chính tắc là.

Ta có  $\overline{AM} = (1; 3; -2)$  là vectơ chỉ phương; đường thẳng lại đi qua  $A(5; 12; 0)$  nên có phương trình  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$ . Mệnh đề **đúng**.

b) Thiên thạch di chuyển qua điểm  $N(7; 18; -5)$ .

Thay tọa độ điểm  $N(7; 18; -5)$  vào phương trình  $AM$  ta được  $\frac{7-5}{1} = \frac{18-12}{3} = \frac{-5}{-2} \Leftrightarrow 2 = 2 = \frac{5}{2}$  vô lý. Mệnh đề **sai**.

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là

$$B \in AM : \frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2} \Rightarrow B(5+t; 12+3t; -2t).$$

Ngoài thực tế khoảng cách từ tâm trái đất đến vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $6370 + 6630 = 13000(\text{km})$  ứng với 13 đơn vị trên hệ trục tọa độ, hay  $OB = 13 \Leftrightarrow OB^2 = 169$ .

$$\Leftrightarrow (5+t)^2 + (12+3t)^2 + (-2t)^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 14t^2 + 82t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{41}{7} \end{cases}$$

Với  $t = 0 \Rightarrow B(5; 12; 0) \equiv A$  vô lý

Với  $t = -\frac{41}{7} \Rightarrow B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$ . Mệnh đề **đúng**.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là  $21915 \text{ km}$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{\left(-\frac{6}{7}-5\right)^2 + \left(-\frac{39}{7}-12\right)^2 + \left(\frac{82}{7}\right)^2} = \frac{41\sqrt{14}}{7}$$

Khoảng cách thực tế là  $1000AB = 1000 \frac{41\sqrt{14}}{7} \approx 21915(\text{km})$ . Mệnh đề **đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA, AB, AC$  đôi một vuông góc. Biết rằng  $SA = 5; AB = 3; AC = 4$ .

Khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là

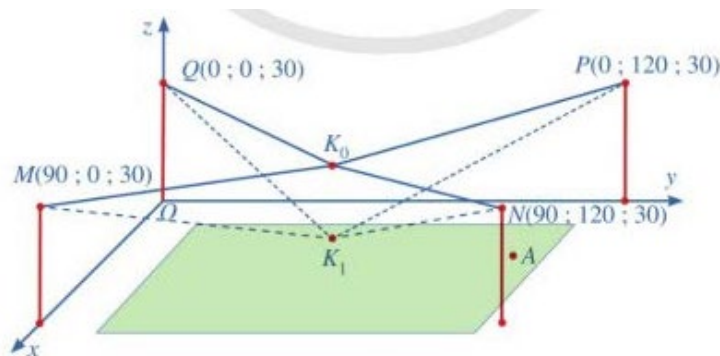
Đáp án: 2,4.

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , một con bọ đang đậu ở đỉnh  $A$  của tứ diện. Mỗi lần nghe một tiếng trống thì nó nhảy sang một đỉnh bất kì của tứ diện  $ABCD$  mà kề với đỉnh nó đang đậu. Hỏi sau 4 tiếng trống nó có bao nhiêu cách trở về đỉnh  $A$ ?

Đáp án: 21

**Câu 3.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kỹ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau:

Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90;0;30)$ ,  $N(90;120;30)$ ,  $P(0;120;30)$ ,  $Q(0;0;30)$  (Hình 34). Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



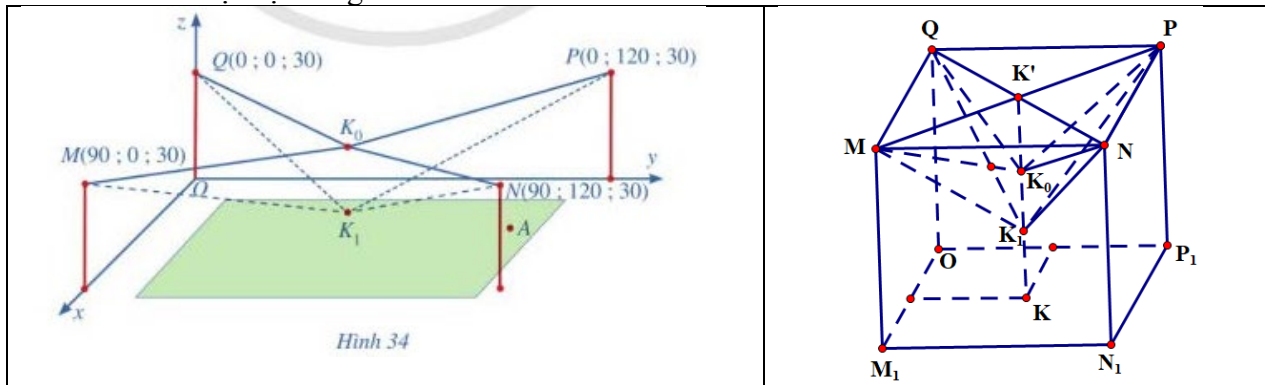
Hình 34

Biết rằng vectơ  $\overrightarrow{K_0K_1}$  có tọa độ là  $(a;b;c)$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời:**  $-6$ .

**Cách 1:** Ta có thể mô tả lại nội dung của bài theo hình vẽ sau:



Gọi  $M_1, N_1, P_1, K$  lần lượt là hình chiếu của  $M, N, P, K_0$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta thấy  $MNPQ.M_1N_1P_1O$  là hình hộp chữ nhật. Gọi  $K'$  là giao hai đường chéo  $MP$  và  $NQ$ .

Khi đó  $K'Q = K'P = K'N = K'M$ . Vì  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$  và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm  $K_0$  xuống điểm  $K_1$  nên các điểm  $K', K_0, K_1, K$  thẳng hàng.

Khi đó, các điểm  $K', K_0, K_1, K$  có hoành độ và tung độ bằng nhau.

Theo bài ra, cao độ của  $K_0$  và  $K_1$  lần lượt là 25 và 19. Giả sử  $K_0(x; y; 25)$  và  $K_1(x; y; 19)$ .

Ta có  $MNPQ.M_1N_1P_1O$  là hình hộp chữ nhật nên  $K'K = OQ$ , suy ra cao độ của  $K'$  bằng 30.

Do đó,  $K'(x; y; 30)$ .

Ta có  $\overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OK'} = 30\vec{k} - (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) = -x\vec{i} - y\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{K'Q} = (-x; -y; 0)$ .

$$\overline{NK'} = \overline{OK'} - \overline{ON} = (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) - (90\vec{i} + 120\vec{j} + 30\vec{k}) = (x-90)\vec{i} + (y-120)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \overline{NK'} = (x-90; y-120; 0).$$

Vì  $K'$  là giao hai đường chéo của hình chữ nhật  $MNPQ$  nên  $K'$  là trung điểm của  $NQ$ .

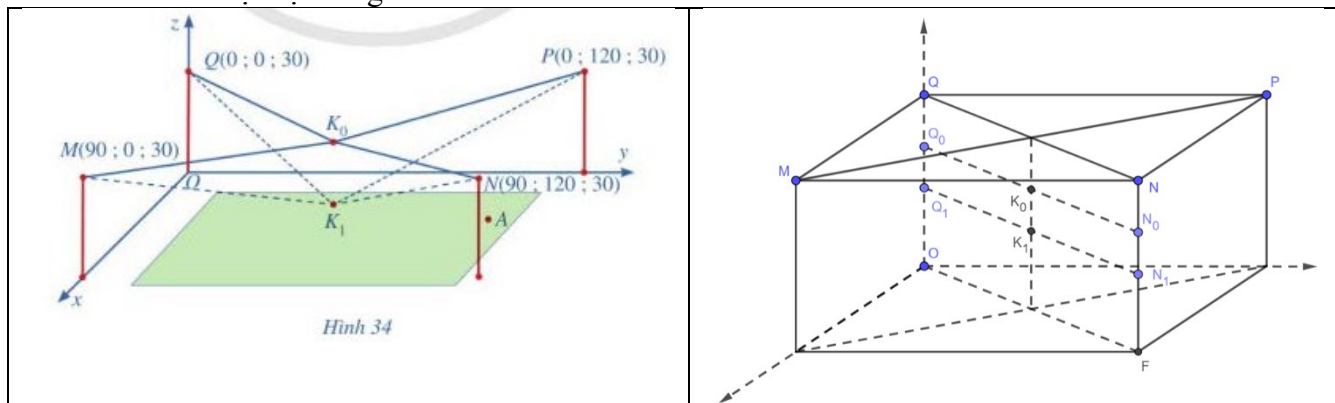
$$\text{Suy ra } \overline{K'Q} = \overline{NK'} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = x-90 \\ -y = y-120 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 60 \end{cases}.$$

Do vậy,  $K_0(45; 60; 25); K_1(45; 60; 19)$  nên ta có

$$\overline{K_0K_1} = \overline{OK_1} - \overline{OK_0} = (45\vec{i} + 60\vec{j} + 19\vec{k}) - (45\vec{i} + 60\vec{j} + 25\vec{k}) = -6\vec{k} \Rightarrow \overline{K_0K_1} = (0; 0; -6).$$

Do đó,  $a+b+c = -6$ .

**Cách 2:** Ta có thể mô tả lại nội dung của bài theo hình vẽ sau:



Trong mặt phẳng  $OQNF$ :

Qua điểm  $K_0$  kẻ đường thẳng song song với  $NQ$ , đường thẳng này cắt  $OQ, NF$  lần lượt tại  $Q_0; N_0$ .

Khi đó:  $Q_0(0; 0; 25); N_0(90; 120; 25)$ .

Trung điểm  $K_0$  của  $Q_0N_0$  có tọa độ:  $K_0(45; 60; 25)$ .

Qua điểm  $K_1$  kẻ đường thẳng song song với  $NQ$ , đường thẳng này cắt  $OQ, NF$  lần lượt tại  $Q_1; N_1$ .

Khi đó:  $Q_1(0; 0; 19); N_1(90; 120; 19)$ .

Trung điểm  $K_1$  của  $Q_1N_1$  có tọa độ:  $K_1(45; 60; 19)$ .

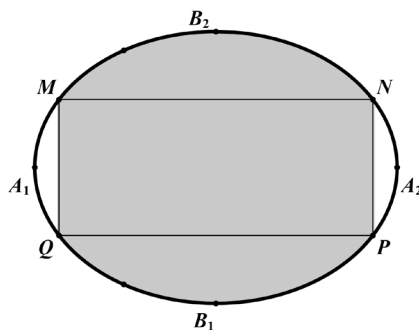
Khi đó:  $\overline{K_0K_1} = (0; 0; -6) \Rightarrow P = a + b + c = -6$ .

**Cách 3:** Từ giả thiết ta có  $\overline{K_0K_1}$  ngược hướng với vec tơ đơn vị trên trục  $Oz$  là vec tơ  $\vec{k} =$

$(0; 0; 1)$  và do độ dài đoạn  $K_0K_1 = 6$  nên  $\overline{K_0K_1} = -6\vec{k} = (0; 0; -6)$  nên ta có  $a + b + c = -6$ .

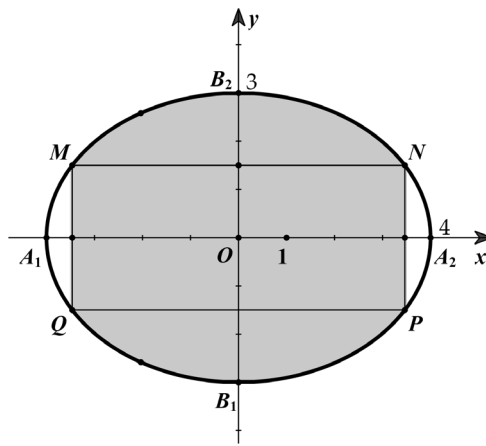
**Câu 4.** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn

phần tô đậm là 200 000 (đồng) và phần còn lại 100 000 (đồng). Biết  $A_1A_2 = 8m, B_1B_2 = 6m$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3m$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



**Lời giải**

**Đáp án 7, 3.**



Gọi phương trình chính tắc của elip  $(E)$  có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Với  $\begin{cases} A_1A_2 = 8 = 2a \\ B_1B_2 = 6 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$ .

Suy ra diện tích của hình elip là  $S_{(E)} = \pi a.b = 12\pi$  (m<sup>2</sup>).

Vì  $MNPQ$  là hình chữ nhật và  $MQ = 3 \rightarrow M\left(x; \frac{3}{2}\right) \in (E)$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x^2 = 12 \rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); N\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$$

Gọi  $S_1; S_2$  lần lượt là diện tích phần bị tô màu và không bị tô màu

Ta có:  $S_2 = 4 \cdot \frac{3}{4} \int_{-2\sqrt{3}}^4 \sqrt{16-x^2} dx = 3 \int_{-2\sqrt{3}}^4 \sqrt{16-x^2} dx \xrightarrow{x=4\sin t} S_2 = 4\pi - 6\sqrt{3}$  (m<sup>2</sup>)

Suy ra:  $S_1 = S_{(E)} - S_2 = 8\pi + 6\sqrt{3}$ . Gọi  $T$  là tổng chi phí. Khi đó ta có

$$T = (4\pi - 6\sqrt{3}) \cdot 100 + (8\pi + 6\sqrt{3}) \cdot 200 \approx 7.322.000 \text{ (đồng)}. \text{ Từ đó làm tròn thành } 7,3 \text{ (triệu đồng)}.$$

**Chú ý:** Trong thực hành học sinh chỉ cần bấm máy tính ra được kết quả.

**Câu 5:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Đáp số: 39**

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng  $x$  (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm  $100x$  chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là:  $3000 - 100x$  chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là:  $12 + x$  (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số  $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$  trên  $(0; +\infty)$ .

Ta có:  $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$ .

$$f'(x) = -200x + 1800$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  trên  $(0; +\infty)$  ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi  $x = 9$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

**Câu 6.** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi trắng, hộp II có 7 bi đỏ và 3 bi trắng, các bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai bi. Tính xác suất để lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I, biết rằng trong bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

**Lời giải:**

Đáp số: **0.81**

Gọi  $A$  là biến cố lấy được ít nhất một bi đỏ từ hộp I  
 $B$  là biến cố bốn bi lấy ra số bi đỏ bằng số bi trắng.

Ta có xác suất cần tính là  $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

$$\text{Với } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 \cdot C_3^2 + C_4^2 \cdot C_7^2 + (6 \cdot 4) \cdot (7 \cdot 3)}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{TH1. Lấy được mỗi hộp một bi đỏ và một bi trắng ta có } P(AB) = \frac{(6 \cdot 4) \cdot (7 \cdot 3)}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{56}{225}.$$

$$\text{TH2. Lấy được 2 bi đỏ từ hộp I và 2 bi trắng từ hộp II ta có } P(AB) = \frac{C_6^2 \cdot C_3^2}{C_{10}^2 \cdot C_{10}^2} = \frac{1}{45}.$$

$$\text{Khi đó ta có xác suất cần tính là } P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{56}{225} + \frac{1}{45}}{\frac{1}{3}} = \frac{61}{75} = 0.813.$$

# ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP - Môn: TOÁN (2024-2025)

Trường: THPT chuyên Khoa Học Huế

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5^x$  là:

- A.  $\frac{5^{x+1}}{x+1} + C$ .      B.  $\frac{5^x}{\ln 5} + C$ .      C.  $5^x \ln 5 + C$ .      D.  $x \cdot 5^{x-1} + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là:

- A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      B.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .  
C.  $S = \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 3:** Hai mẫu số liệu ghép nhóm  $M_1, M_2$  có bảng tần số ghép nhóm như sau:

$M_1$ :

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Tần số	1	2	10	15	2

$M_2$ :

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Tần số	0	1	15	13	1

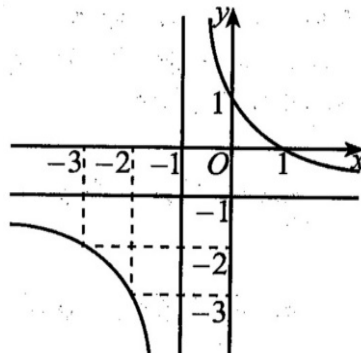
Gọi  $s_1^2, s_2^2$  lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm  $M_1, M_2$ . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A.  $s_1^2 = 2s_2^2$ .      B.  $s_1^2 = \frac{15}{8}s_2^2$ .      C.  $s_1^2 = \frac{9}{5}s_2^2$ .      D.  $3s_1^2 = s_2^2$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(3; -1; 2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x + y - 5z - 3 = 0$  là:

- A.  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$ .      B.  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-5}$ .  
C.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ .      D.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{2}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



- A.  $x = 1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $y = 1$ .      D.  $y = -1$ .

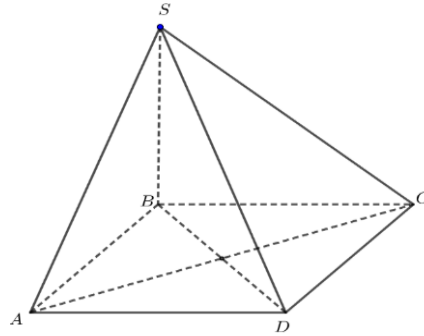
**Câu 6:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_3(2-x) \leq 1$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (-3; 1; -2)$ .      B.  $\vec{n} = (3; 1; 2)$ .      C.  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (6; -2; 4)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi và  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(SBD)$ ?



- A.  $(SBC)$ .      B.  $(SAD)$ .      C.  $(SCD)$ .      D.  $(SAC)$ .

**Câu 9:** Tổng các nghiệm của phương trình  $3^{x^2-2x} = 81$  là

- A. 4.      B. -4.      C. -2.      D. 2.

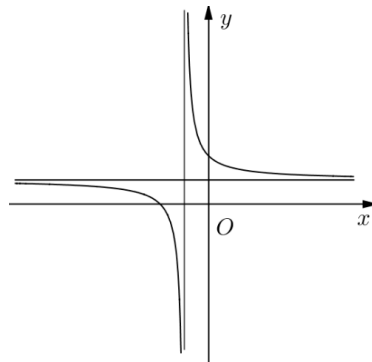
**Câu 10:** Trong các dãy số  $(u_n)$  với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 5^n$ .      B.  $u_n = 2 - 5n$ .      C.  $u_n = 5^n - 2$ .      D.  $u_n = 5 + n^2$ .

**Câu 11:** Cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 3$  và  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ . Khi đó,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A. 3.      B. 6.      C.  $3\sqrt{3}$ .      D. 12.

**Câu 12:** Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x+1}$  ( $a$  là số thực cho trước,  $a \neq 1$ ) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .      B.  $y' > 0, \forall x \neq -1$ .      C.  $y' < 0, \forall x \neq -1$ .      D.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - x$ .

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{\pi}{3}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{6}$ .

**Câu 2:** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 250m, tốc độ của ô tô là 36km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) ( $a, b \in R, a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 200 m.

b) Giá trị của  $b$  là 10.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 20$ ) kể từ khi tăng tốc

được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

**Câu 3:** Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK; nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này sau khi trải qua khâu kiểm tra chất lượng.

Gọi  $A$  là biến cố “linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.

Gọi  $B$  là biến cố “linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”.

a) Xác suất  $P(B) = 0,95$  và  $P(\bar{B}) = 0,05$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,99$ .

c)  $P(A) = 0,802$ .

d) Trong số linh kiện điện tử được đóng dấu OTK, có 80% linh kiện thực sự đạt tiêu chuẩn (kết quả tính theo phân trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

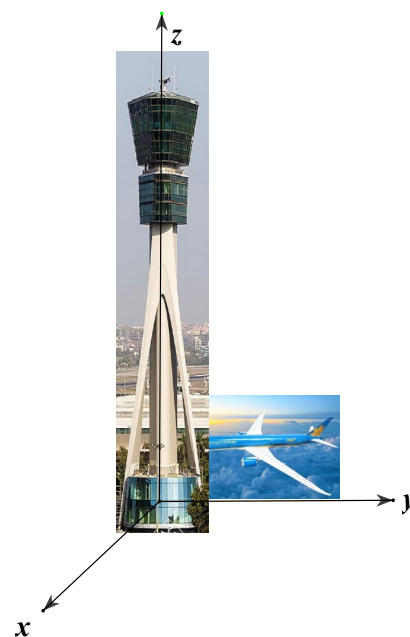
**Câu 4:** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình bên) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

a) Radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .

b) Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300, 200, 10)$ .

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .





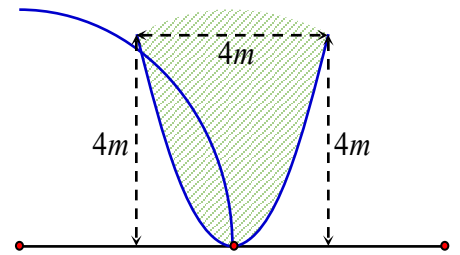
**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = 3$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , đáy là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = 4$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , một con bọ đang đậu ở đỉnh  $A$  của tứ diện. Mỗi lần nghe một tiếng trống thì nó nhảy sang một đỉnh bất kì của tứ diện  $ABCD$  mà kề với đỉnh nó đang đậu. Hỏi sau 4 tiếng trống nó có bao nhiêu cách trở về đỉnh  $A$ ?

**Câu 3.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí  $A$  cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí  $B$  cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng với hướng nam, trục  $Oy$  trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét ( làm tròn đến hàng đơn vị )?

**Câu 4.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phân để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là  $150000 \text{ đồng}/\text{m}^2$  và  $100000 \text{ đồng}/\text{m}^2$ . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị triệu đồng)? ( Phải dùng máy tính cầm tay để tính tích phân?)



**Câu 5.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng lúc càng nhiều điện thoại của hãng thì giá buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí nhập  $x$  điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại mà đại lí phải trả cho hãng là  $6000 - 3x$  (nghìn đồng),  $x \in \mathbb{N}^*$ . Hỏi, đại lí nhập càng lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó? Biết rằng, đại lí có thể nhập càng lúc từ hãng tối đa 1500 chiếc điện thoại.

**Câu 6.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

# ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP - Môn: TOÁN

Trường: THPT chuyên Khoa Học Huế

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Chọn	B	B	B	B	D	C	D	B	D	B
<b>Câu</b>	<b>11</b>	<b>12</b>								
Chọn	A	C								

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Sai
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng
	d) Đúng	d) Sai	d) Sai	d) Sai

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Đáp án	2,4	21	550	3,74	1000	0,435

(Đề có 04 trang)

Họ và tên:.....Số báo danh:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

- A.  $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$  . B.  $\int 2^x dx = 2^x + C$  . C.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$  . D.  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$  .

**Câu 2.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  xung quanh trục  $Ox$  bằng

- A.  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$  . B.  $\pi \int_0^1 e^x dx$  . C.  $\int_0^1 e^x dx$  . D.  $\int_0^1 e^{2x} dx$  .

**Câu 3.** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 4,84. B. 2,10. C. 2,09. D. 6,94.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

- A.  $\vec{u} = (1; 3; -2)$ . B.  $\vec{u} = (2; 5; 3)$ . C.  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ . D.  $\vec{u} = (1; 3; 2)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$-1$	$+\infty$	$-1$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = -1$ . B.  $y = -1$ . C.  $y = -2$ . D.  $x = -2$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log x \geq 1$  là

- A.  $(10; +\infty)$ . B.  $(0; +\infty)$ . C.  $[10; +\infty)$ . D.  $(-\infty; 10)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$ . B.  $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ . C.  $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$ . D.  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.**  $BA \perp (SAD)$ .      **B.**  $BA \perp (SAC)$ .      **C.**  $BA \perp (SBC)$ .      **D.**  $BA \perp (SCD)$ .

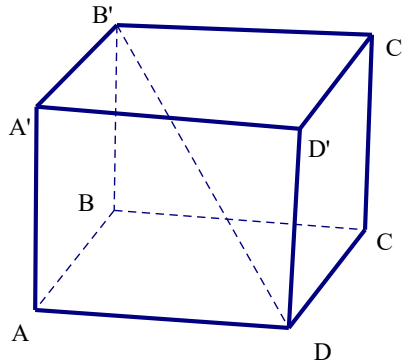
**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.**  $x = 10$ . **B.**  $x = 8$ .      **C.**  $x = 9$ .      **D.**  $x = 1$ .

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 3$ . Số hạng  $u_8$  của cấp số cộng là

- A.** 33.      **B.** -33.      **C.** 5.      **D.** 38.

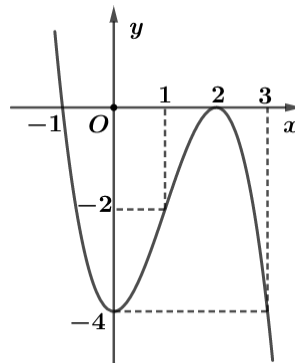
**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ minh hoạ).



Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .      **B.**  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .      **D.**  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-1; 1)$ .      **B.**  $(-4; 2)$ .      **C.**  $(2; +\infty)$ .      **D.**  $(0; 1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x - \sin 2x$ .

- a)**  $f(0) = 0$ ;  $f(\pi) = \pi$ .  
**b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$ .  
**c)** Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6}$  và  $\frac{5\pi}{6}$ .  
**d)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 2.** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô  $A$  đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô  $B$  đang dừng đèn đỏ nên ô tô  $A$  hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 16 - 4t$  (đơn vị tính bằng m/s, thời gian  $t$  tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô  $A$  dừng lại là 4s.

b) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô  $A$  đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô  $A$  đi được quãng đường 32m.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô  $A$  và ô tô  $B$  là 37m.

**Câu 3.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí  $I(17; 20; 45)$ . Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là  $(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 16000000$ .

b) Nếu người đi biển ở vị trí  $M(18; 21; 50)$  thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí  $N(4019; 21; 44)$  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

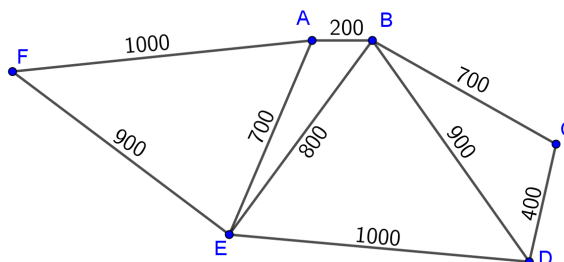
d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng

$(ABCD)$  và  $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 2.** Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí  $A$ ) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Độ dài đường đi ngắn nhất của người đó là bao nhiêu mét?

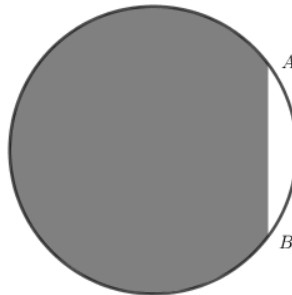


**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20; 40; 30)$  đến điểm

$B(40;50;50)$  trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a;b;c)$  Tổng  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?



**Câu 4.** Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5 (m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó  $AB = 6$  (m). Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng)?



**Câu 5.** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

.....HẾT.....

**ĐÁP ÁN - LỜI GIẢI**

**PHẦN I.** Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

**A.**  $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$  . **B.**  $\int 2^x dx = 2^x + C$  . **C.**  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$  . **D.**  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$  .

**Lời giải:**

Do theo bảng nguyên hàm:  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  .

**Câu 2.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

**A.**  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$  . **B.**  $\pi \int_0^1 e^x dx$  **C.**  $\int_0^1 e^x dx$  . **D.**  $\int_0^1 e^{2x} dx$  .

**Câu 3.** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

**A.** 4,84. **B.** 2,10. **C.** 2,09. **D.** 6,94.

**Lời giải:**

Mẫu số liệu ghép nhóm có cỡ mẫu  $n = 3 + 8 + 7 + 12 + 7 + 1 + 1 = 39$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{39}$  là điểm của 39 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$ . Do  $x_{10}, x_{11}$  đều thuộc nhóm  $[4;5)$  nên nhóm này

chứa  $Q_1$ . Ta có  $Q_1 = 4 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} \cdot 1 = \frac{155}{32} \approx 4,84$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$ . Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

**A.**  $\vec{u} = (1; 3; -2)$ . **B.**  $\vec{u} = (2; 5; 3)$ . **C.**  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ . **D.**  $\vec{u} = (1; 3; 2)$ .

**Lời giải:**

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một vector chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (2; -5; 3)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$-1$		$-1$

$\begin{matrix} \nearrow & \searrow \\ -1 & +\infty \\ \nearrow & \searrow \\ -\infty & -1 \end{matrix}$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.**  $x = -1$ .      **B.**  $y = -1$ .      **C.**  $y = -2$ .      **D.**  $x = -2$ .

**Lời giải:**

Ta thấy:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ .

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là  $x = -2$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log x \geq 1$  là

- A.**  $(10; +\infty)$ .      **B.**  $(0; +\infty)$ .      **C.**  $[10; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; 10)$ .

**Lời giải:**

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là  $[10; +\infty)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$ .      **B.**  $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ .      **C.**  $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$ .      **D.**  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ .

**Lời giải:**

$$(P): 2x - y + z - 3 = 0.$$

Suy ra: mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .

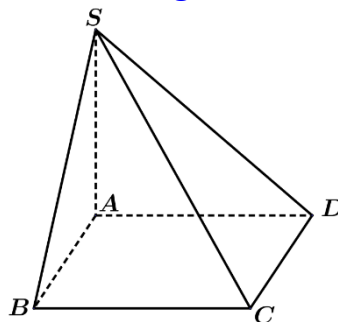
Ta có:  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1) = -\vec{n}$ .

Vậy  $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.**  $BA \perp (SAD)$ .      **B.**  $BA \perp (SAC)$ .      **C.**  $BA \perp (SBC)$ .      **D.**  $BA \perp (SCD)$ .

**Lời giải:**



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD))$$

$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)}$$



$$\Rightarrow BA \perp (SAD).$$

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 1) = 3$  là

- A.  $x = 10$ .                      B.  $x = 8$ .                      **C.  $x = 9$**                       D.  $x = 7$ .

**Lời giải:**

Ta có  $x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$ .

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 3$ . Số hạng  $u_8$  của cấp số cộng là

- A. 33.**                      B. -33.                      C. 5.                      D. 38.

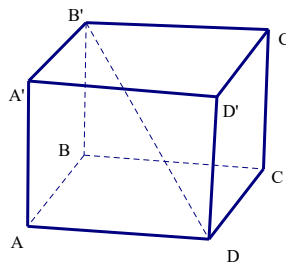
**Lời giải:**

Công thức tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là:  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ , trong đó  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Từ  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 3$ , ta có  $d = u_2 - u_1 = 3 + 2 = 5$ .

Do đó,  $u_8 = u_1 + 7d = -2 + 7 \cdot 5 = 33$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

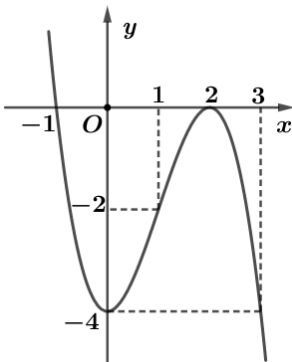


- A.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$ .                      **B.  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$** .  
 C.  $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$ .                      D.  $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .

**Lời giải :**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-1; 1)$ .**                      B.  $(-4; 2)$ .                      C.  $(2; +\infty)$ .                      **D.  $(0; 1)$ .**

**Lời giải:**

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x - \sin 2x$ .

- a)**  $f(0) = 0$ ;  $f(\pi) = \pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6}$  và  $\frac{5\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

(a)  $f(0) = 0 - \sin 2 \cdot 0 = 0$  và  $f(\pi) = \pi - \sin 2\pi = \pi$ . **Đúng.**

(b) Đạo hàm của  $f(x) = x - \sin 2x$  là  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$ . **Sai.**

(c)  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$  khi đó  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} = 0$  và  $f'\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{5\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{5\pi}{3} = 0$ , suy ra  $x = \frac{\pi}{6}$  và  $x = \frac{5\pi}{6}$  là nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . **Đúng.**

(d)  $f(x) = x - \sin 2x$ ,  $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \in [0; \pi]$

Ta có:  $f(0) = 0; f(\pi) = \pi; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ . **Đúng.**

**Câu 2.** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 16 - 4t$  (đơn vị tính bằng m/s, thời gian  $t$  tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.

b) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường 32m.

d) Khoảng cách từ vị trí xe A phanh đến xe B (đảm bảo an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B) là 37m.

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Vì khi ô tô A dừng lại thì  $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ . **Đúng**

(b) Vì quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 4$ ) kể từ lúc hãm phanh ( $t = 0$ ) được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ . **Đúng**

Vì  $S(t) = 16t - 2t^2 \geq 0$  với mọi  $t \in [0; 4]$ .

(c) Vì quãng đường ô tô A đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là

$$s(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Như vậy, ô tô A di chuyển quãng đường 32 mét trước khi dừng lại hoàn toàn. **Đúng**

(d) Vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu 5 mét khi dừng lại, ô tô  $A$  phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô  $B$  ít nhất là:  $32 + 5 = 37(m)$ . **Đúng**

**Câu 3.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $\frac{3}{17}$ .

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $\frac{2}{13}$ .

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Lời giải :**

a) <b>Đúng</b>	b) sai	c) <b>Đúng</b>	d) Sai
----------------	--------	----------------	--------

(a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền:

Gọi  $A$  là biến cố “bạn được gọi có tên là Hiền”

Gọi  $B$  là biến cố “bạn được gọi là nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là:  $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ . **Đúng**

(b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là  $P(A|B)$

Ta có:  $P(B) = \frac{17}{30}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{30}$

Do đó:  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$ . **Sai**

(c) Gọi  $C$  là biến cố “bạn được gọi là nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là  $P(A|C)$ .

Ta có:

$P(C) = \frac{13}{30}$ ,  $P(A \cap C) = \frac{2}{30}$

Do đó:  $P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$ . **Đúng**

(d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là  $P(B|A)$

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$ . **Sai**

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí  $I(17;20;45)$ . Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là  $4km$ .

**a)** Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trên biển của hải đăng là  $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$ .

**b)** Nếu người đi biển ở vị trí  $M(18;21;50)$  thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

**c)** Nếu người đi biển ở vị trí  $N(4019;21;44)$  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

**d)** Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km

**Lời giải:**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	----------------	----------------

**a)** Phương trình mặt cầu tâm  $I(17;20;45)$  bán kính  $R = 4km = 4000m$   
 $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$ .

Suy ra mệnh đề **đúng**.

**(b)**  $IM = \sqrt{(18-17)^2 + (21-20)^2 + (50-45)^2} = \sqrt{27} < 16000000$ . Suy ra người ở vị trí điểm  $M$  vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng.

Suy ra mệnh đề **sai**

**(c)**  $IN = \sqrt{(4019-17)^2 + (21-20)^2 + (44-45)^2} = \sqrt{16016006} < 16000000$ . Suy ra người ở vị trí điểm  $N$  vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

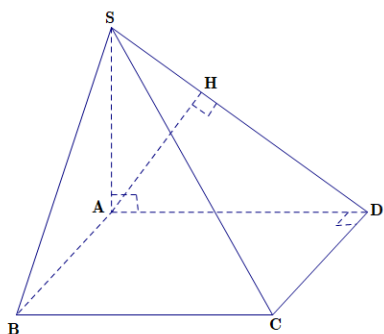
**(d)** Vì đường kính của mặt cầu trên bằng  $8000m$  hay  $8km$  nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá  $8km$ .

Suy ra mệnh đề **đúng**.

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải:**



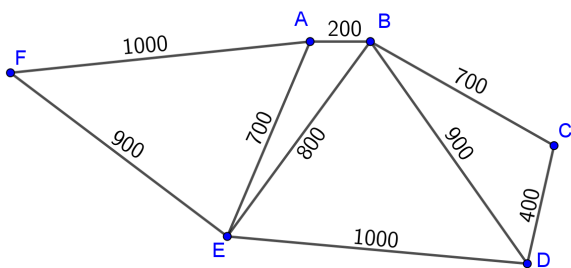
Trong  $(SAD)$ , gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  đến đường thẳng  $SD$ . Khi đó  $AH \perp SD(1)$ .

Mặt khác  $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH(2)$ .

Từ (1), (2)  $\Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \frac{1}{2} = 0,5$ .

**Đáp án: 0,5**

**Câu 2.** Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Độ dài đường đi ngắn nhất của người đó là bao nhiêu mét?



**Lời giải:**

Đồ thị trên chỉ có hai đỉnh bậc lẻ là A và D nên ta có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường đi này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường đi Euler từ A đến D là AFEABEDBCD và tổng độ dài của nó là  $1000 + 900 + 700 + 200 + 800 + 1000 + 900 + 700 + 400 = 6600$ .

Để quay trở lại điểm xuất phát và có đường đi ngắn nhất, ta cần tìm một đường đi ngắn nhất từ D đến A theo thuật toán gắn nhãn vĩnh viễn.

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DCBA và có độ dài là  $400 + 700 + 200 = 1300$ .

Vậy một chu trình cần tìm là AFEABEDBCDCBA và có độ dài là  $6600 + 1300 = 7900$ .

**Đáp án: 7900**

**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước ( đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20;40;30)$  đến điểm  $B(40;50;50)$  trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a;b;c)$  Tổng  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải:**



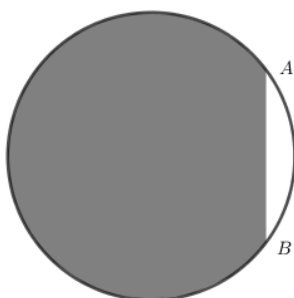
Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên  $\vec{AB}, \vec{BC}$  cùng hướng.

Mặt khác, do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên  $\vec{AB} = 2\vec{BC}$

$$\square \begin{cases} 40 - 20 = 2(a - 40) \\ 50 - 40 = 2(b - 50) \\ 50 - 30 = 2(c - 50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 100 \\ 2b = 110 \\ 2c = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 55 \\ c = 60 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 165.$$

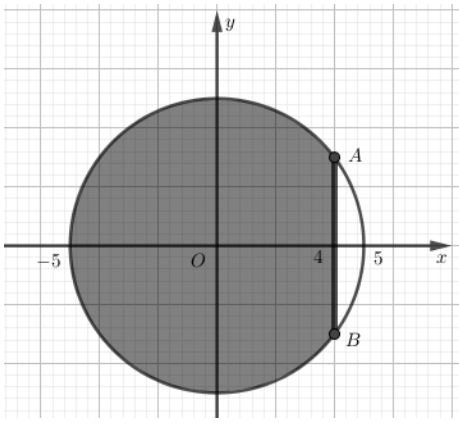
**Đáp án: 165**

**Câu 4.** Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5 (m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó  $AB = 6$  (m). Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng, làm tròn đến hàng đơn vị)?



**Lời giải:**

Xét hệ tọa độ Oxy như hình vẽ



Phương trình của đường tròn tâm O, bán kính bằng 5 là:  $x^2 + y^2 = 25$ .

Phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn là:  $y = \sqrt{25 - x^2}$   $AB = 6 \Rightarrow y_A = 3 \Rightarrow x_A = 4$ .

Vậy diện tích phần tấm tôn được sơn là  $S_2 = 2 \cdot \int_{-5}^4 \sqrt{25 - x^2} dx (m^2)$ .

Vậy số tiền chi phí là:  $T = 100 \cdot 2 \cdot \int_{-5}^4 \sqrt{25 - x^2} dx \approx 7445$  (nghìn đồng).

**Đáp án: 7445.**

**Câu 5.** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải:**

Số tiền mà nhà máy A thu được từ việc bán  $x$  tấn sản phẩm ( $0 \leq x \leq 100$ ) cho nhà máy B là:

$$R(x) = x \cdot P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng là  $C(x) = 100 + 30x$  (triệu đồng).

Lợi nhuận (triệu đồng) mà nhà máy A thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

Xét hàm số  $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$  với ( $0 \leq x \leq 100$ ) ta có:

$$P'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$$

Ta có  $P(0) = -100$ ;  $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$ ;  $P(100) = 400$

Bảng biến thiên

$x$	0	$50\sqrt{2}$	100
$y'$	+	0	-
$y$	100	$500\sqrt{2} - 100$	400

Vậy nhà máy  $A$  thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán  $50\sqrt{2} \approx 70,7$  tấn sản phẩm cho nhà máy  $B$  mỗi tháng.

**Đáp án: 70,7**

**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải:**

Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có:  $70\% \cdot 1200 = 840$  (người).

Khi đó số bị người nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là:  $1200 - 840 = 360$  (người).

Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là:  $5\% \cdot 6800 = 340$  (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là:  $6800 - 340 = 6460$  (người).

Từ đó ta có bảng sau: (đơn vị: người)

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1200	6800	8000
Dương tính	840	340	1180
Âm tính	360	6460	6820

Xét các biến cố sau:

$A$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

$B$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

$C$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính(khi kiểm tra lại)”;

$$\text{Khi đó, ta có } P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}; P(A \cap C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}.$$

$$\text{Vậy } P(A|C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71.$$

**Đáp án: 0,71**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

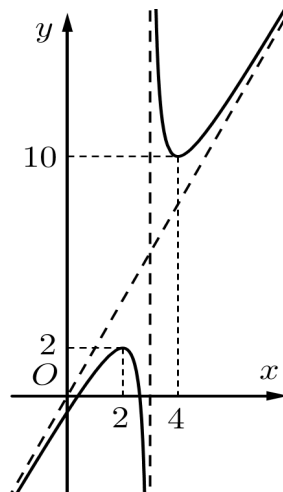
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-2$	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.**  $-2$ .                      **B.**  $-1$ .                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $1$ .

**Câu 2.** Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A.**  $y = \frac{x^2 - 6}{x - 3}$ .                      **B.**  $y = \frac{x^2 - 6}{x + 3}$ .                      **C.**  $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$ .                      **D.**  $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x - 3}$ .

**Câu 3.**  $\int (e^x + e^{-3x}) dx$  bằng:

- A.**  $e^x - \frac{1}{3}e^{-3x} + C$ .                      **B.**  $e^x + e^{-3x} + C$ .  
**C.**  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + \frac{e^{-3x+1}}{-3x+1} + C$ .                      **D.**  $e^x - 3e^{-3x} + C$ .

**Lời giải:**

**Câu 4.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.**  $\int F(x) dx = F'(x) + C$ .                      **B.**  $\int F(x) dx = F(x) + C$ .  
**C.**  $\int F'(x) dx = F(x) + C$ .                      **D.**  $\int F'(x) dx = F'(x) + C$ .



**Câu 5.** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc nào trong các phương án dưới đây?

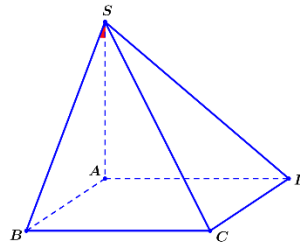
A.  $\widehat{BSA}$ .

B.  $\widehat{SBA}$ .

C.  $\widehat{BSD}$ .

D.  $\widehat{SBD}$ .

Lời giải:



Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $ABCD$   
 $\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$ .

**Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$  và công sai  $d = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_5$  là

A. 0.

B. 1.

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải:

Ta có:  $u_5 = u_1 + 4d = -2 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 0$ .

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-2)^{-1}$  là

A.  $\{2\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

D.  $(2; +\infty)$ .

Lời giải:

Do  $\alpha = -1$  nguyên âm nên  $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ .

**Câu 8.** Cho tứ diện  $S.ABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = SB = SC = 1$ . Gọi  $\alpha$  là góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$ . Tính  $\cos \alpha$ ?

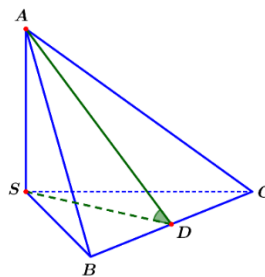
A.  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

B.  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ .

Lời giải:



Gọi  $D$  là trung điểm cạnh  $BC$ .

Suy ra  $SD \perp BC$  (vì tam giác  $SBC$  cân tại  $S$ ).

$$\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC.$$

Và  $SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \widehat{SDA} = \alpha.$$

Xét  $\Delta SAD$  vuông tại  $S$ , ta có:  $\cos \alpha = \cos \widehat{SDA} = \frac{SD}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A \cap B) = 0,2$ . Xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$  là

- A.  $\frac{3}{7}$ .    B. 3.    C.  $\frac{1}{2}$ .    D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải:**

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

- A.  $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$ .    B.  $\frac{x-1}{x} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$ .  
C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$ .    D.  $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$ .

**Lời giải:**

Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng:  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$  với  $a.b.c \neq 0$ .

**Câu 11.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = 8 - 9t \end{cases} ?$$

- A.  $\vec{u}_3 = (-2; 3; 9)$ .    B.  $\vec{u}_1 = (4; -7; -8)$ .    C.  $\vec{u}_4 = (2; -3; -9)$ .    D.  $\vec{u}_1 = (-4; 7; 8)$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách giữa hai điểm  $A(1; 2; -3)$  và  $B(0; -2; 1)$  bằng:

- A. 33.    B.  $\sqrt{6}$     C.  $\sqrt{5}$ .    D.  $\sqrt{33}$ .

**Lời giải:**

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (-2-2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{33}.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ .

a) Hàm số có đạo hàm  $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x + 2)^2}$ .

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 2$ .

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là  $y = x - 4$ .

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi cắt các trục tọa độ tại 2 điểm  $A, B$ . Khi đó diện tích  $S_{\Delta OAB} = 8$ .

**Lời giải:**

a) Đúng

b) Sai

Tiệm cận đứng của đồ thị có phương trình  $x = -2$ .

c) Ta có  $y = x - 4 + \frac{9}{x+2}$  nên TCX của đồ thị hàm số là đường thẳng  $d: y = x - 4$ .

d) Đúng

Ta thấy,  $d$  cắt trục  $Ox$  tại  $A(4; 0)$  và cắt trục  $Oy$  tại  $B(0; -4)$ .

Diện tích tam giác  $OAB$  bằng  $S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ .

**Câu 2.** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = 2 \cos t$  (m/s<sup>2</sup>).

**a)** Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số  $v(t) = 2 \sin t$  (m/s).

**b)** Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là 1 m/s.

**c)** Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  (s) đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}$  (s) là 2 m.

**d)** Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = \pi$  (s) là 4 m.

**Lời giải:**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Ta có  $v(t) = \int a(t)dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$ . Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có  $v(0) = 0$  hay  $C = 0$ . Vậy  $v(t) = 2 \sin t$ .

b) Sai.

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2$  (m/s).

c) Sai.

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  (s) đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}$  (s) là:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} v(t)dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left(-2 \cos \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \text{ (m)}$$

d) Đúng

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = \pi$  (s) là:

$$\int_0^{\pi} v(t)dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4 \text{ (m)} .$$

**Câu 3.** Một công ty may áo đồng phục cho học sinh khối 11, biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được cho ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Cỡ áo	S	M	L	XL
Tần số	6	16	10	4

**a)** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\bar{x} = 159,17$ .

**b)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là  $s^2 = 18,44$ .

**c)** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta_Q = 6,56$ .

**d)** Công ty may 360 áo đồng phục cho học sinh khối 11, thì tỉ lệ ước lượng may áo cỡ M là 160 áo.

**Lời giải:**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	----------------	----------------

Cỡ mẫu là  $n = 6 + 16 + 10 + 4 = 36$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

a)  $\bar{x} = \frac{6.152,5 + 16.157,5 + 10.162,5 + 4.167,5}{36} = 159,17$ . **Đúng**

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $s^2 = 19,44$ . **Sai**.

c)  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 162,5 - 155,9375 = 6,5625$ . **Đúng**

d)  $\frac{16}{36} \cdot 360 = 160$ . **Đúng**

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  và

$$d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-2}.$$

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d_1$  có tọa độ là (1;2;3).

b) Côsin của góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $-\frac{8}{9}$ .

c) Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d_2$  có tọa độ là (4;5;6)

d) Góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng  $132^\circ$ .

**Lời giải:**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d_1$  có tọa độ bằng (-2;-1;2). **Sai**

b) **Đúng**.

Gọi  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  lần lượt là vectơ chỉ phương của 2 đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ . Ta có:

$$\vec{u}_1 = (-2; -1; 2); \vec{u}_2 = (1; 2; -2)$$

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-2) = -8$$

$$|\vec{u}_1| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3; |\vec{u}_2| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = -\frac{8}{9}.$$

c) **Sai** vì vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d_1$  có tọa độ bằng (1;2;-2).

d) **Sai** vì góc giữa hai đường thẳng có số đo từ  $0^\circ \leq (d_1; d_2) \leq 90^\circ$

$$\cos(d_1; d_2) = |\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2)| = \left| \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} \right| = \frac{8}{9}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là khoảng  $27^\circ$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số  $a(t) = 5 \cos t$  (m/s<sup>2</sup>). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 2,5 m/s. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong  $\pi$  (s) đầu tiên.

**Lời giải:**

Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số  $v(t) = \int a(t) dt = \int 5 \cos t dt = 5 \sin t + C$ . Khi bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc 2,5 m/s nên ta có:

$$v(0) = 2,5 \Leftrightarrow 5 \sin 0 + C = 2,5 \Leftrightarrow C = 2,5$$

Suy ra  $v(t) = 5 \sin t + 2,5$ . Mà  $5 \sin t + 2,5 \leq 7,5$ . Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất tại  $t = \frac{\pi}{2}$ . Khi đó,

gia tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $a\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  (m/s<sup>2</sup>).

**Đáp án:** 0

**Câu 2.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/04/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm  $t = 0$  (s) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm  $t = 126$  (s), cho bởi hàm số sau:  $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$  ( $t$  được tính bằng giây (s) và  $v$  được tính bằng ft/s, 1ft = 0,3048 m) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian bao lâu tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Lời giải:**

Gia tốc của tàu con thoi được tính bởi công thức:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t.$$

Khi đó,  $a'(t) = 0,007812t - 0,18058$ ,  $a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953} \approx 23,12$ .

Ta có bảng xét dấu của  $a'(t)$  như sau:

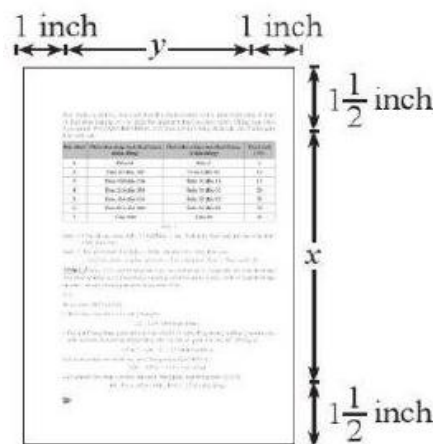
$t$	0	$\frac{45145}{1953}$	126
$a'(t)$		-	+

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian từ 23,12 s đến 126 s.

Nên đáp số là:  $126 \text{ s} - 23,12 \text{ s} = 102,88 \text{ s} \approx 103 \text{ s}$

**Đáp án:** 103

**Câu 3.** Một nhà in sử dụng các trang giấy hình chữ nhật để in sách. Sau khi để lề trái, lề phải, lề trên và lề dưới theo số liệu được cho ở hình vẽ thì diện tích phần in chữ trên trang sách là 24 inch<sup>2</sup>. Tính diện tích của trang sách (đơn vị: inch<sup>2</sup>) để diện tích giấy cần sử dụng là ít nhất?



**Lời giải:**

Diện tích một trang giấy là:  $S = (x + 3)(y + 2)$  (inch<sup>2</sup>).

Diện tích phần in chữ là:  $xy = 24$ . Suy ra  $y = \frac{24}{x}$ .

Khi đó,  $S = (x + 3)\left(\frac{24}{x} + 2\right) = 30 + 2x + \frac{72}{x}$ ,  $S$  nhỏ nhất khi  $x = 6, y = 4$ .

Vậy, diện tích của trang sách là:  $9 \text{ inch} \times 6 \text{ inch} = 54 \text{ inch}^2$ .

**Đáp án:** 54

**Câu 4.** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,4. Biết công ty thắng thầu dự án 1, tính xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

**Lời giải:**

Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Gọi  $C$  là biến cố thắng dự án 2 thắng dự án 1.

$$P(C) = P(B \setminus A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8.$$

**Đáp án:** 0,8

**Câu 5.** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

**Lời giải:**

Gọi  $A$ : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp II" và  $B$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 1 quả màu vàng".

Ta có  $\bar{B}$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 2 quả màu vàng".

**TH1.**  $B$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả bóng bàn ở hộp I là  $C_5^4$ , có 1 cách lấy 3 quả trắng và 2 cách lấy 1 quả vàng. Ta

$$\text{có } P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}.$$

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 9 quả màu trắng và 5 quả màu vàng.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{5}{14}.$$

**TH2.**  $\bar{B}$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả ở hộp I là  $C_5^4$ , có  $C_3^2$  cách lấy ra 2 quả trắng và 1 cách lấy ra 2 quả màu vàng từ

$$\text{hộp I. Ta có } P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5} \text{ hoặc có thể tính } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 8 quả màu trắng và 6 quả màu vàng.

$$\text{Vậy } P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

Cuối cùng áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} = 0,4$$

**Đáp án:** 0,4

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay đặt tại điểm có tọa độ  $O(0; 0; 0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500; -250; 150)$ ,  $B(-200; -200; 100)$ . Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, vị trí của máy bay ở điểm có tọa độ là  $(a; b; c)$ . Giá trị của biểu thức  $T = -3a - b - c$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải:**

Vectơ  $\overrightarrow{AB} = (300; 50; -50)$  nên  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Phương trình đường thẳng  $AB$  là:

$$\begin{cases} x = -500 + 6t \\ y = -250 + t \\ z = 150 - t \end{cases}$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên đường thẳng  $AB$  thì  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó,  $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 500) \cdot 6 + t - 250 + (-t + 150) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1700}{19}.$$

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là  $\left(\frac{700}{19}; \frac{-3050}{19}; \frac{1150}{19}\right)$ .

$$\text{Vậy } T = -3a - b - c = -\frac{200}{19} \approx -11.$$

**Đáp án:** -11

----- HẾT -----

**TRƯỜNG THPT BÙI THỊ XUÂN**  
**TỔ TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO ÔN THI TN THPT NĂM 2025**  
**MÔN TOÁN**

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án. **(3,0 điểm)**

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x$  là:

- A.**  $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C.$       **B.**  $\frac{4^x}{2 \ln 2} + C.$       **C.**  $\frac{4^x}{x} + C.$       **D.**  $x \cdot 4^{x-1} + C.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{4^x}{\ln 2^2} + C = \frac{4^x}{2 \ln 2} + C.$$

**Câu 2:** Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung, trục hoành và đường thẳng  $x = 3$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục  $Ox$ .

- A.** 33.      **B.**  $\frac{33}{5}.$       **C.**  $\frac{33\pi}{5}.$       **D.**  $33\pi$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $V = \pi \int_0^3 (x-2)^4 dx = \frac{33\pi}{5}.$

**Câu 3:** Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [2;4).      **B.** [4;6).      **C.** [6;8).      **D.** [8;10).

**Lời giải**

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là điểm số của 30 học sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, \dots, x_4 \in [2;4); x_5, \dots, x_{12} \in [4;6); x_{13}, \dots, x_{23} \in [6;8); x_{24}, \dots, x_{30} \in [8;10)$  nên trung vị

của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [6;8).$

Ta xác định được:  $n = 30; p = 3; n_3 = 11; m_1 + m_2 = 4 + 8 = 12; u_3 = 6; u_4 = 8.$

Vậy trung vị của mẫu số liệu trên là:  $M_e = 6 + \frac{\frac{30}{2} - 12}{11} \cdot (8 - 6) = \frac{72}{11} \approx 6,55.$

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3), B(1;0;1), C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

- A.**  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$       **B.**  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}.$



**C.**  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**D.**  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

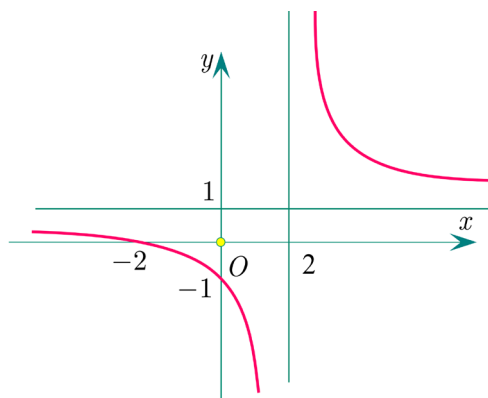
**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 1)$  làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng cần tìm:  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 5:** Tìm hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{ax+2}{cx+b}$  có đồ thị như hình vẽ:



**A.**  $a = 2, b = 2, c = -1$ . **B.**  $a = 1, b = 1, c = -1$ . **C.**  $a = 1, b = 2, c = 1$ . **D.**  $a = 1, b = -2, c = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy: Đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tại các điểm

$$(0; -1), (-2; 0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{b} = -1 \\ -2a + 2 = 0 \end{cases} \text{ Suy ra } a = 1, b = -2, c = 1.$$

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 1$  là:

**A.**  $(-\infty; 0)$ .

**B.**  $(-\infty; 1)$ .

**C.**  $(2; +\infty)$ .

**D.**  $(1; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2^x < 1 \Leftrightarrow 2^x < 2^0 \Leftrightarrow x < 0$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

**A.**  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .

**B.**  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ .

**C.**  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ .

**D.**  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

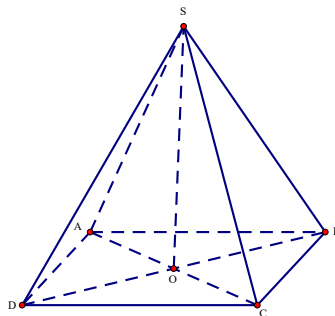
Mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 4; -1)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $SA = SC, SB = SD$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A.  $SA \perp (ABCD)$ .      **B.**  $SO \perp (ABCD)$ .      C.  $SC \perp (ABCD)$ .      D.  $SB \perp (ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $O$  là trung điểm của  $AC, BD$

Mà  $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.  $x = 10$ .      B.  $x = 8$ .      **C.**  $x = 9$ .      D.  $x = 7$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 8.      B. 9.      **C.** 6.      D.  $\frac{3}{2}$ .

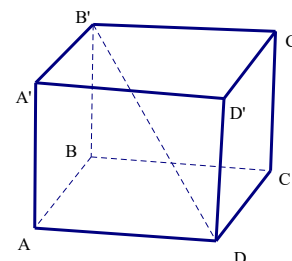
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .  
**B.**  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .  
 D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .



**Lời giải**

**Chọn B**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-3$	$2$	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

**B. 2.**

C. -2.

D. -3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là  $y_{CD} = 2$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai. **(4,0 điểm)**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = -2\sin x - x$ .

a)  $f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

a) **Đúng**

$$f(0) = -2\sin 0 - 0 = 0 \text{ và } f(\pi) = -2\sin \pi - \pi = -\pi.$$

b) **Sai**

$$\text{Đạo hàm của } f(x) = -2\sin x - x \text{ là } f'(x) = -2\cos x - 1.$$

c) **Đúng**

$$f'(x) = -2\cos x - 1 \text{ khi đó } f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2\cos\frac{2\pi}{3} - 1 = 0$$

Suy ra  $x = \frac{2\pi}{3}$  là nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$ .

d) **Đúng**

$$f(x) = -2\sin x - x,$$

$$f'(x) = -2\cos x - 1 \text{ có nghiệm } x = \frac{2\pi}{3} \in [0; \pi],$$

$$f(0) = 0; f(\pi) = -\pi,$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2\sin\frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}.$$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ .

**Câu 2:** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s) với  $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.  
 b) Giá trị của  $b$  là 8.  
 c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .  
 d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

### Lời giải

a) **Đúng**

Tốc độ ban đầu của ô tô là 28,8 km/h = 8 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là:  $S_1 = 4.8 = 32\text{m}$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là:  $S_2 = 240 - 32 = 208\text{m}$ . Do đó a đúng.

b) **Đúng**

Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có  $v(0) = b = 8 \Rightarrow b = 8$ . Do đó b đúng.

c) **Sai**

Quãng đường  $S(t)$  ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây  $(0 \leq t \leq 30)$  kể từ lúc bắt đầu tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ . Do đó c sai.

d) **Đúng**

Ta có  $v(t) = at + 8$  (m/s)

Biết xe nhập làn sau 16 giây kể từ khi tăng tốc, nên ta có  $208 = \int_0^{16} (at + 8) dt = 128a + 128 \Rightarrow a = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow v(t) = \frac{5}{8}t + 8$  (m/s)

Tốc độ của ô tô sau 30 giây là  $\Rightarrow v(30) = \frac{5}{8}.30 + 8 = \frac{107}{4}$  (m/s) = 96,3(km/h). Do đó đúng.

**Câu 3:** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

- a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,85.  
 b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là 0,99.  
 c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là 0,9855.  
 d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là 0,95.

### Lời giải

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng". Khi đó:

a) Sai

Ta có:  $P(A) = 0,85$ ;  $P(\bar{A}) = 0,15$ ; xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là 0,15. Mệnh đề sai.

b) Đúng

Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là

$$P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99. \text{ Mệnh đề đúng.}$$

c) Đúng

Tìm xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

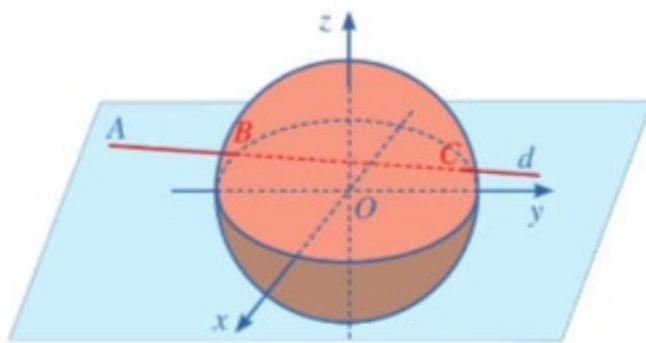
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855. \text{ Mệnh đề đúng}$$

d) Sai

Tính xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng tức tính  $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854 \neq 0,95. \text{ Mệnh đề sai.}$$

**Câu 4:** Hệ thống Kiểm soát không lưu, còn gọi là kiểm soát không lưu (tiếng anh: *air traffic control*, viết tắt là ATC), hay Điều khiển không lưu là hệ thống chuyên trách đảm nhận việc gửi các hướng dẫn đến máy bay nhằm giúp các máy bay tránh va chạm, đồng thời đảm bảo tính hoạt động hiệu quả của nền tảng không lưu. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét một đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$  chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình hình mô tả dưới).



a) Phương trình đường thẳng mô tả đường bay của máy bay trên là 
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 8 \end{cases}$$

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là điểm  $\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ .

c) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa có tọa độ  $(-88; 415; 8)$ .

d) Giả sử suốt quá trình được theo dõi bởi đài kiểm soát không lưu này máy bay luôn giữ vận tốc không đổi là  $800 \text{ km/h}$  thì mất  $0,62$  giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)?

### Lời giải

a) **Đúng**

Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-688; -185; 8)$  và có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} = (91; 75; 0) \text{ là: } \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases} \text{ (t là tham số). Mệnh đề đúng}$$

b) **Đúng**

Gọi  $H$  là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng cách  $OH$  phải ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi  $OH \perp d$ .

Vì  $H \in d$  nên  $H(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

Ta có  $\vec{OH} = (-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

$$OH \perp d \Leftrightarrow \vec{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-688 + 91t) \cdot 91 + (-185 + 75t) \cdot 75 + 8 \cdot 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$$

Do đó  $H\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ . Mệnh đề **đúng**.

c) **Sai**

Gọi  $B$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì  $B \in d$  nên  $B(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

$B$  là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi  $OB = 417$ .

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2} = 417.$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0.$$

$$\Leftrightarrow t = 3 \text{ hoặc } t = 8.$$

+ Với  $t = 3$ , ta có  $B(-415; 40; 8)$ .

$$\text{Do đó } AB = \sqrt{(-415 + 688)^2 + (40 + 185)^2} \approx 353,77.$$

+ Với  $t = 8$ , ta có  $B(-88; 415; 8)$ .

Do đó  $AB = \sqrt{(-88 + 688)^2 + (415 + 185)^2} \approx 848,53$ .

Vì  $353,77 < 848,53$  nên tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là  $(-415; 40; 8)$ . Mệnh đề **sai**.

d) **Đúng**

Theo phần c) điểm bắt đầu vào màn hình ra đa là  $A(-415; 40; 8)$  và điểm cuối cùng là

$B(-88; 415; 8)$ . Khi đó thời gian là  $t = \frac{AB}{800} = \frac{\sqrt{(-88 + 415)^2 + (415 - 40)^2 + (8 - 8)^2}}{800} \approx 0,62$  giờ.

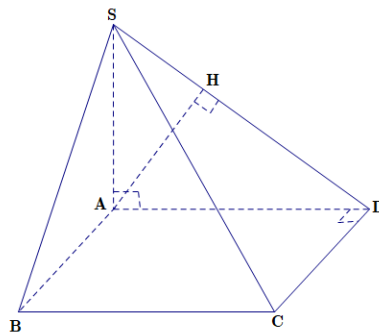
Mệnh đề **đúng**.

**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. (3 điểm)

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 1,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải**

**Trả lời: 0,5**

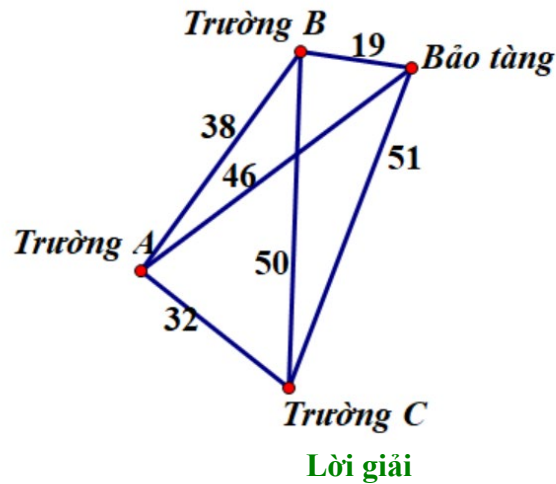


Trong  $(SAD)$ , gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  đến đường thẳng  $SD$ . Khi đó  $AH \perp SD$  (1).

Mặt khác  $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH$  (2).

Từ (1)(2)  $\Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \frac{1}{2} = 0,5$ .

**Câu 2:** Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên (đơn vị phút).



**Trả lời: 140**

Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường B là ngắn nhất: 19 phút.

Từ trường B, thời gian di chuyển đến trường A là ngắn nhất: 38 phút.

Từ trường A, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.

Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút.

Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường B, trường A, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là:  $19 + 38 + 32 + 51 = 140$  (phút).

**Câu 3:** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông  $40(km)$  và về phía Nam  $60(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $3(km)$ . Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc  $90(km)$  và về phía Tây  $50(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $6(km)$ . Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là  $2\sqrt{3401}(km)$  và máy bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.

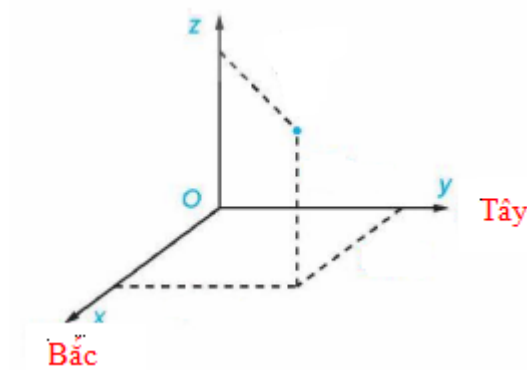


**Lời giải**

**Trả lời: 45**



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của ba chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ  $A(-60; -40; 3)$ .

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ  $B(90; 50; 6)$ .

Gọi tọa độ của máy bay thứ ba lúc mất tín hiệu là  $C(a; b; c)$

Ta có:  $\overline{AB} = (150; 90; 3)$ ;  $\overline{AC} = (a + 60; b + 40; c - 3)$

Do ba máy bay thẳng hàng và  $C$  nằm giữa  $A, B$  nên:  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  cùng hướng

$$\text{Cách 1: Ta có: } \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} \\ \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+60 = \frac{5}{3}(b+40) \\ c-3 = \frac{b+40}{30} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{(a+60)^2 + (b+40)^2 + (c-3)^2} = 2\sqrt{3401}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{5}{3}(b+40)\right)^2 + (b+40)^2 + \left(\frac{b+40}{30}\right)^2} = 2\sqrt{3401} \Leftrightarrow \frac{3401}{900}(b+40)^2 = 4.3401$$

$$\Leftrightarrow b+40 = 60 \Leftrightarrow b = 20$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a = 40 \\ c = 5 \end{cases} \text{ khi này: } C(40; 20; 5).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí xuất phát đến máy bay số ba là:  $\sqrt{40^2 + 20^2 + 5^2} = 45(\text{km})$ .

$$\text{Cách 2: Ta có: } \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} a+60 = 150t \\ b+40 = 90t \\ c-3 = 3t \end{cases}$$

$$AC = \sqrt{(a+60)^2 + (b+40)^2 + (c-3)^2} = 2\sqrt{3401}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(150t)^2 + (90t)^2 + (3t)^2} = 2\sqrt{3401} \Leftrightarrow 30609t^2 = 4.3401 \Leftrightarrow t^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

Ta có với  $t = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 20 \\ c = 5 \end{cases}$  . khi này:  $C(40; 20; 5)$ .

Vậy khoảng cách từ vị trí xuất phát đến máy bay số ba là:  $\sqrt{40^2 + 20^2 + 5^2} = 45(km)$ .

**Câu 4:** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính  $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$  (dm) với  $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$  là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



### Lời giải

**Trả lời:** 92

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng  $x$  (dm)

là:  $S(x) = \pi R^2 = \pi \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2$  (dm<sup>2</sup>)

Lượng nước đổ đầy bình hoa là:  $V = \int_0^{\frac{5}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{2}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,66$  (dm<sup>3</sup>)

Lượng nước đổ vào bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình là:

$$V_1 = \int_0^{\frac{5}{3}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{3}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,37$$
 (dm<sup>3</sup>)

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình so với thể tích của bình hoa là  $\frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{3,37}{3,66} \cdot 100\% \approx 92\%$ .

**Câu 5:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

### Lời giải

**Trả lời: 39**

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng  $x$  (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm  $100x$  chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là:  $3000 - 100x$  chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là:  $12 + x$  (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số  $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$  trên  $(0; +\infty)$ .

$$\text{Ta có: } f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000.$$

$$f'(x) = -200x + 1800$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  trên  $(0; +\infty)$  ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi  $x = 9$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

**Câu 6:** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

### Lời giải

**Trả lời: 0,4**

Gọi  $A$ : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp II" và

$B$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 1 quả màu vàng".

Ta có  $\bar{B}$ : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 2 quả màu vàng".

**TH1.**  $B$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả bóng bàn ở hộp I là  $C_5^4$ , có 1 cách lấy 3 quả trắng và 2 cách lấy 1 quả vàng. Ta có  $P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}$ .

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 9 quả màu trắng và 5 quả màu vàng.

Do đó  $P(A|B) = \frac{5}{14}$ .

**TH2.**  $\bar{B}$  xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả ở hộp I là  $C_5^4$ , có  $C_3^2$  cách lấy ra 2 quả trắng và 1 cách lấy ra 2 quả màu vàng từ hộp I. Ta có  $P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5}$  hoặc có thể tính  $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ .

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 8 quả màu trắng và 6 quả màu vàng.

Vậy  $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ .

Cuối cùng áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} = 0,4$$

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{-1}^1 (4x^3 - 3)dx$  bằng

- A.  $I = 6$ .                      B.  $I = -6$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = -4$ .

**Câu 2:** Cho vật thể  $(H)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Gọi  $S(x)$  là diện tích thiết diện của  $(H)$  cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  với  $a \leq x \leq b$ . Giả sử  $y = S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của vật thể  $(H)$  được cho bởi công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ .    C.  $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    D.  $V = \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 3:** Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Nhóm	Tần số
[16, 8; 19, 8)	2
[19, 8; 22, 8)	3
[22, 8; 25, 8)	2
[25, 8; 28, 8)	1
[28, 8; 31, 8)	4
	$n = 12$

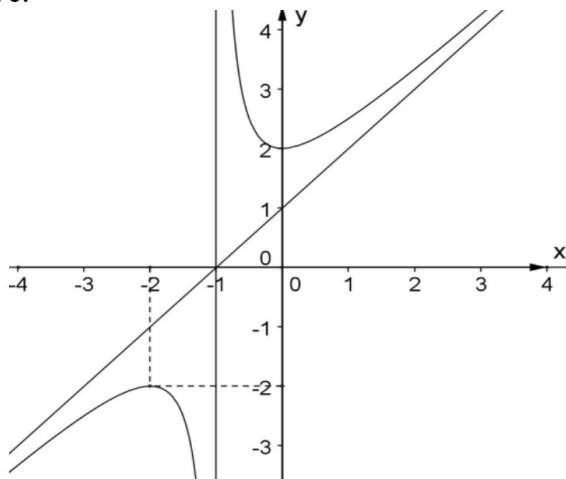
Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55.                      B. 4,56.                      C. 4,5.                      D. 4,6.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(-1; 2; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.  $x - 2y + 3z - 7 = 0$ .                      B.  $-x + 2y + 4z + 7 = 0$ .  
C.  $-x + 2y + 4z - 7 = 0$ .                      D.  $x - 2y + 3z + 7 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = 2$ .      B.  $y = x - 2$ .      C.  $y = x - 1$ .      D.  $y = x + 1$ .

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $[0; +\infty)$ .

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng nào sau đây nhận  $\vec{u} = (2; 1; 1)$  là một vectơ chỉ phương?

- A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .      B.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$ .      D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ .

Câu 8: Cho các đường thẳng  $a, b$  và các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A.  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .      B.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$ .  
 C.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .      D.  $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$ .

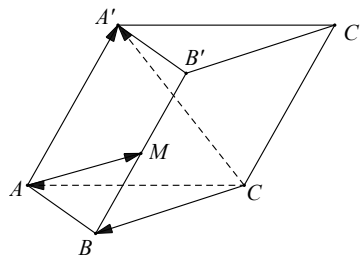
Câu 9: Phương trình  $5^{x+2} - 1 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{3\}$ .      B.  $S = \{2\}$ .      C.  $S = \{0\}$ .      D.  $S = \{-2\}$ .

Câu 10: Cho cấp số cộng 2; 5; 8; 11; 14... Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -3.      B. 3.      C. 2.      D. 14.

Câu 11: Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Đặt  $\vec{CA} = \vec{a}$ ,  $\vec{CB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $\vec{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .      B.  $\vec{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .      C.  $\vec{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .      D.  $\vec{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

Câu 12: Cho hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng với hàm số đã cho?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .      B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; -3)$ .      D. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; -3)$ .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x + x$ .

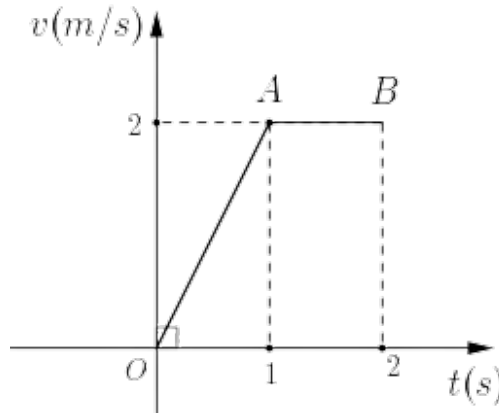
a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2\cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $2 + \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v$  (m/s) được cho bởi đồ thị trong hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{ khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{ khi } t > 1 \end{cases}$ .

b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là 3 m.

**Câu 3:** Khảo sát 300 cổ động viên bóng đá Việt Nam có tiếp tục đến sân xem đội tuyển Việt Nam đá. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ đi xem" và 120 người trả lời "Không muốn đi xem". Trong số những người trả lời "sẽ đi xem", có 80% thực sự sẽ đến sân xem, trong khi 20% không đến sân xem. Đối với những người trả lời "không muốn đi xem", có 15% thực sự thay đổi ý định và đi xem, còn lại 85% không đi xem. Gọi A là biến cố "Người được khảo sát thực sự đến sân xem", và B là biến cố "Người trả lời sẽ đến sân xem".

a) Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}, P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$ .

c) Xác suất  $P(A) = 0,54$ .

d) Trong số những người thực sự đến sân xem, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ đến sân xem".

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilomet) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí  $I(1; 2; 4)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng 4km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$$

b) Bạn An có vị trí tọa độ là  $A(-1; 0; 0)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Bạn Bình có vị trí tọa độ là  $B(2; 0; 2)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38km.

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 3, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 3\sqrt{5}$ . Tính khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

**Câu 2.** Có 8 cặp vợ chồng tham gia một buổi gặp mặt. Trong buổi gặp mặt này mọi người đều bắt tay nhau đúng một lần với những người khác trừ vợ hoặc chồng của mình. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay trong buổi gặp mặt này?

**Câu 3.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?

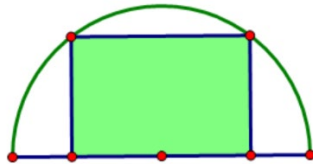
**Câu 4.** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính

$$R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \text{ (dm)} \text{ với } x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$$

là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Câu 5.** An có một miếng bìa nửa hình tròn có bán kính  $R = 8\text{ cm}$ . An cần cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn trên (một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp). Hỏi hình chữ nhật cắt ra có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



**Câu 6.** Một công ty được phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----



## GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{-1}^1 (4x^3 - 3) dx$  bằng

- A.  $I = 6$ .                      B.  $I = -6$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = -4$ .

**Câu 2:** Cho vật thể  $(H)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Gọi  $S(x)$  là thiết diện của  $(H)$  cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  với  $a \leq x \leq b$ . Giả sử hàm số  $y = S(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của vật thể  $(H)$  được cho bởi công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ .    C.  $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    D.  $V = \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 3:** Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n = 12$

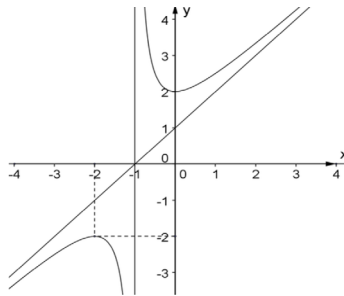
Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55.                      B. 4,56.                      C. 4,5.                      D. 4,6.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(-1;2;4)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1;-2;3)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.  $x - 2y + 3z - 7 = 0$ .                      B.  $-x + 2y + 4z + 7 = 0$ .  
C.  $-x + 2y + 4z - 7 = 0$ .                      D.  $x - 2y + 3z + 7 = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0, m \neq 0$  và  $-\frac{n}{m}$  không là nghiệm của  $ax^2 + bx + c = 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $y = x - 2$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng nào sau đây nhận  $\vec{u} = (2; 1; 1)$  là một vectơ chỉ phương?

A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .

B.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$

D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$

**Câu 8:** Cho các đường thẳng  $a, b$  và các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$ . Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A.  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

B.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$ .

C.  $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ .

D.  $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$

**Câu 9:** Phương trình  $5^{x+2} - 1 = 0$  có tập nghiệm là

A.  $S = \{3\}$ .

B.  $S = \{2\}$ .

C.  $S = \{0\}$ .

D.  $S = \{-2\}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng 2; 5; 8; 11; 14... Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

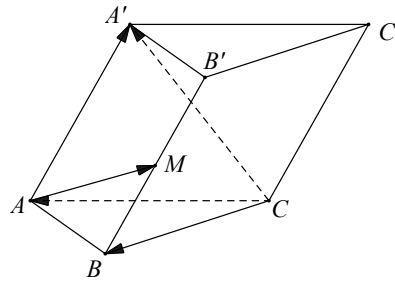
A. -3.

B. 3.

C. 2.

D. 14.

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Đặt  $\overline{CA} = \vec{a}$ ,  $\overline{CB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $\overline{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ . B.  $\overline{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ . C.  $\overline{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ . D.  $\overline{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng với hàm số đã cho?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; -3)$ .

D. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; -3)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2\sin x + x$

a)  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -2\cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là  $2 + \frac{\pi}{2}$ .

**HD:**

a) Ta có:  $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$  a (đúng).

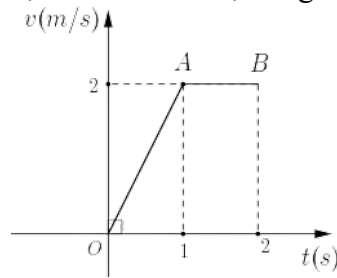
b)  $f'(x) = 2 \cos x + 1 \Rightarrow$  b (sai).

c)  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

suy ra trên  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  phương trình có một nghiệm  $\frac{2\pi}{3}$ .  $\Rightarrow$  c (đúng).

d) Ta có  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}; f(\pi) = \pi \Rightarrow \min_{\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = \pi \Rightarrow$  d (sai).

**Câu 2.** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là  $3m$ .

**Đáp án**

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Đúng		

Lời giải

(a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

Ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $OA$  là  $y = 2x$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$  là  $y = 2$ .

Do đó ta có công thức hàm vận tốc là:  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  giây đến  $b$  giây được xác định bởi công thức

$s(t) = \int_a^b v(t) dt$ .

(b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt.$$

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

» **Chọn SAI.**

(d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là 3 m.

Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là:

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 2t dt + \int_1^2 2 dt = t^2 \Big|_0^1 + 2t \Big|_1^2 = 1 + 2 = 3 \text{ m}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

**Câu 3:** Khảo sát 300 cổ động viên bóng đá Việt Nam có tiếp tục đến sân xem đội tuyển Việt Nam đá. Kết quả thu được cho thấy: 180 người trả lời "sẽ đi xem" và 120 người trả lời "Không muốn đi xem". Trong số những người trả lời "sẽ đi xem", có 80% thực sự sẽ đến sân xem, trong khi 20% không đến sân xem. Đối với những người trả lời "không muốn đi xem", có 15% thực sự thay đổi ý định và đi xem, còn lại 85% không đi xem.

Gọi A là biến cố "Người được khảo sát thực sự đến sân xem", và B là biến cố "Người trả lời sẽ đến sân xem".

**a)** Xác suất  $P(B) = \frac{3}{5}, P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$

**b)** Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0,88$

**c)** Xác suất  $P(A) = 0,54$

**d)** Trong số những người thực sự đến sân xem, xác suất 87% trước đó đã trả lời "sẽ đến sân xem"?

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục là kilomet) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí  $I(1; 2; 4)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng 4km

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vòng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$$

b) Bạn An có vị trí tọa độ là  $A(-1; 0; 0)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Bạn Bình có vị trí tọa độ là  $B(2; 0; 2)$  có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38km.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 3, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 3\sqrt{5}$ . Tính khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

Đáp án: 2

**Câu 2.** Có 8 cặp vợ chồng tham gia một buổi gặp mặt. Trong buổi gặp mặt này mọi người đều bắt tay nhau đúng một lần với những người khác trừ vợ hoặc chồng của mình. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay trong buổi gặp mặt này?  
Đáp án: 112.

**Câu 3.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể

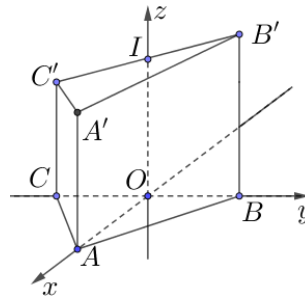
là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ ( làm tròn đến hàng phần chục)?

**Trả lời :** 21,8.

### Lời giải

Gọi 3 vị trí trên mặt nước là  $A, B, C$  thì tam giác  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 2 m. Gọi dây dọi lần lượt là  $AA', BB', CC'$  có độ dài lần lượt là 4 m; 4,4 m; 4,8 m.

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , sao cho  $O$  là trung điểm của  $BC$ , tia  $Ox$  chứa điểm  $A$ , tia  $Oy$  chứa điểm  $B$ , tia  $Oz$  đi qua trung điểm của  $B'C'$  và đơn vị trên các trục là mét.



Ta có:

$$OB = OC = 1, OA = \sqrt{3} \Rightarrow A' = (\sqrt{3}; 0; 4), B' = (0; 1; 4,4), C' = (0; -1; 4,8)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (-\sqrt{3}; 1; 0,4), \overrightarrow{A'C'} = (-\sqrt{3}; -1; 0,8).$$

Mặt phẳng  $(A'B'C')$  có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 0,4\sqrt{3}(\sqrt{3}; 1; 5).$$

Mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

$$\text{Do đó } \cos((ABC), (A'B'C')) = \left| \cos(\vec{n}, \vec{k}) \right| = \frac{5}{\sqrt{29}}. \text{ Góc cần tìm gần bằng } 21,8^\circ.$$

**Câu 4.** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính

$$R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \text{ (dm) với } x \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \text{ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa ( tính theo$$

đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ

bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

**Trả lời:** 92

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng  $x$  (dm) là:

$$S(x) = \pi R^2 = \pi \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Lượng nước đổ đầy bình hoa là:  $V = \int_0^{\frac{5}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{2}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,66 \text{ (dm}^3\text{)}$

Lượng nước đổ vào bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình là:

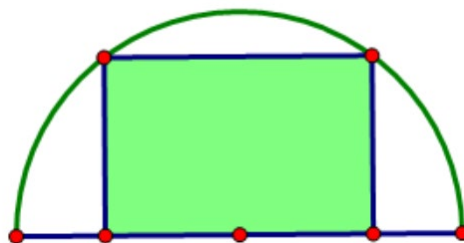
$$V_1 = \int_0^{\frac{5}{3}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{3}} \left( \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,37 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của

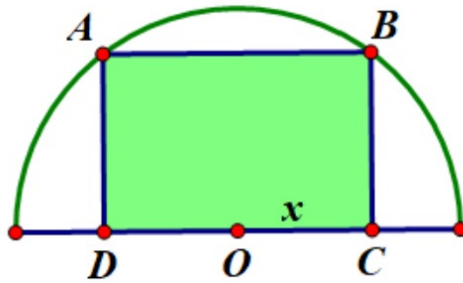
bình so với thể tích của bình hoa là  $\frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{3,37}{3,66} \cdot 100\% \approx 92\%$ .

**Câu 5.** An có một miếng bìa nửa hình tròn có bán kính  $R = 8$  cm. An cần cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn trên (một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp). Hỏi hình chữ nhật cắt ra có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Đáp số:** 64



**Lời giải**



Gọi hình chữ nhật cân tính diện tích là  $ABCD$  có  $OC = x$  ( $0 < x < 8$ ),  $OB = 8$ .

Khi đó diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  là:  $S = AB \cdot BC = 2x\sqrt{64 - x^2} = f(x)$ .

Xét hàm số  $f(x) = 2x\sqrt{64 - x^2}$  trên  $(0; 8)$

$$f'(x) = 2\sqrt{64 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{64 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 128}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \in (0; 8) \\ x = -4\sqrt{2} \notin (0; 8) \end{cases}$$

BBT

$x$	0	$4\sqrt{2}$	8	
$y'$		+	0	-
$y$	0	64	0	

Ta có:  $\max_{(0;8)} f(x) = 64$ .

Vậy  $S_{\max} = 64 \text{ cm}^2$ .

**Câu 6.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải:**

Đáp số: **0,71**.

- Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có:  $70\% \cdot 1200 = 840$  (người).

Khi đó, số người bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là:  $1200 - 840 = 360$  (người).

- Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là:  $5\% \cdot 6800 = 340$  (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là:  $6800 - 340 = 6460$  (người).

Từ đó, ta có bảng sau: (đơn vị: người).

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1 200	6 800	8 000
Dương tính	840	340	1 180
Âm tính	360	6 460	6 820

- Xét các biến cố sau:

$A$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";

$B$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";

$C$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)";

$D$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra lại)".

Khi đó, ta có:  $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$ ;  $P(A \cap C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$ .

Vậy  $P(A | C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$ .



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Hàm số  $F(x) = e^{-2x}$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.  $f_1(x) = \frac{e^{-2x}}{-2}$ .      B.  $f_2(x) = -e^{-2x}$ .      C.  $f_3(x) = 2e^{-2x}$ .      D.  $f_4(x) = -2e^{-2x}$ .

**Câu 2.** Toạ độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$  là:

- A.  $(0; -1; 1)$ .      B.  $(0; 1; 1)$ .      C.  $(1; 0; 0)$ .      D.  $(-1; 0; 0)$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .      B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ .  
C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ .      D.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_5(2x+6)$ .

- A.  $D = \mathbb{R}$ .      B.  $D = (3; +\infty)$ .      C.  $D = (-3; +\infty)$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

**Câu 5.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  thì:

- A. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và  $x = 1$ .  
B. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và 1 tiệm cận ngang là  $y = 1$ .  
C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và 1 tiệm cận đứng là  $x = 1$ .  
D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 1$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n}_1 = (2; -1)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (2; -1; -3)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 3)$ .

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$ ?

- A.  $F_1(x) = \sin x$ .      B.  $F_2(x) = -\sin x$ .      C.  $F_3(x) = \cos x$ .      D.  $F_4(x) = -\cos x$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2; 1; -3)$  và bán kính 9 có phương trình là:

- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 81$ .      B.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 81$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$ .      D.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng

$(P): ax + by + cz + d = 0$  bằng:

- A.  $d(M, (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .      B.  $d(M, (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

$$C. d(M, (P)) = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}$$

$$D. d(M, (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{a^2 + b^2 + c^2}$$

**Câu 10.** Khi thống kê chiều cao (đơn vị: centimét) của học sinh lớp 12A, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như Bảng 1. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Tần số
[155 ; 160)	2
[160 ; 165)	5
[165 ; 170)	21
[170 ; 175)	11
[175 ; 180)	1
	$n = 40$

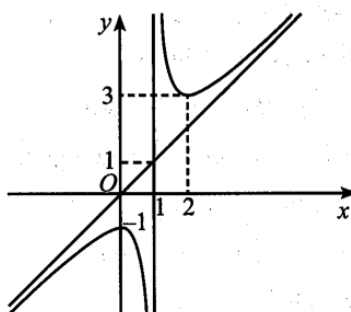
Bảng 1

- A. 25cm.                      B. 5cm.                      C. 20cm.                      D. 180cm.

**Câu 11.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thỏa mãn  $P(A) = 0,5$  và  $P(B) = 0,3$ . Khi đó,  $P(A \cap B)$  bằng:

- A. 0,8.                      B. 0,2.                      C. 0,6.                      D. 0,15.

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình 1?

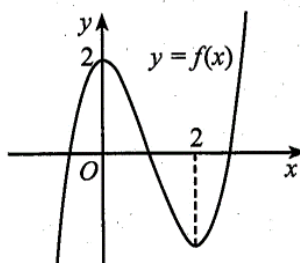


Hình 1

- A.  $y = x - \frac{1}{x-1}$ .                      B.  $y = -x + \frac{1}{x-1}$ .                      C.  $y = -x - \frac{1}{x-1}$ .                      D.  $y = x + \frac{1}{x-1}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

- a) Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị là 0 và 2  
 b) Giá trị  $b$  bằng 0  
 c) Giá trị  $c = -2$   
 d)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(1;2;1)$  và  $B(3;0;1)$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(0;1;0)$ ,  $N(2;1;3)$ ,  $P(4;1;1)$ .

- a) Vectơ  $\overline{AB}$  không là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .
- b)  $\overline{MN} = (2;0;3)$ ,  $\overline{MP} = (4;0;1)$
- c) Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là  $(0;-1;0)$
- d) Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $45^\circ$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $F(x), G(x)$  lần lượt là hai nguyên hàm của nó. Biết  $F(1)+G(1)=2$ ,  $F(3)+G(3)=6$ ,  $f(2)=0$ ,  $f(3)=9$ . Khi đó ta có:

- a)  $\int_2^3 f'(x)dx = -9$ .
- b) Nếu  $\int_a^2 f'(x)dx = -2024$  thì  $f(a) = 2024$ .
- c)  $\int_1^3 f(x)dx = 4$ .
- d)  $\int_1^3 (2x - f(x))dx = 8$ .

**Câu 4.** Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

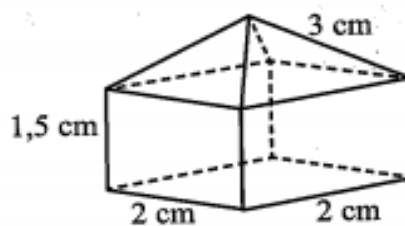
Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là 0,6.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $\int_a^b |x|dx = ma^2 + nb^2$  với  $m, n, a, b$ , là các hằng số thực và  $a < 0 < b$ . Giá trị của biểu thức  $m + n$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như Hình 3 (giá tiền mua kim loại là 2500 đồng/ $\text{cm}^3$ ).

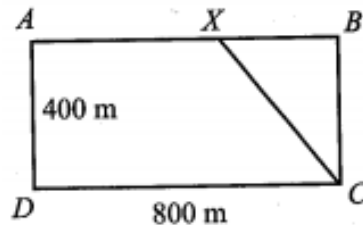


Hình 3

Thiết bị gồm 2 phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác đều. Số tiền mua kim loại dùng để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 3.** Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

**Câu 4.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m , dài 800 m .

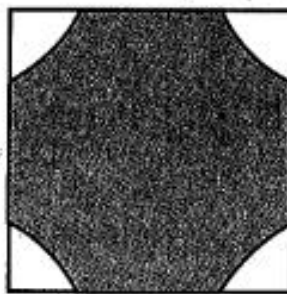


Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm  $A$  , chạy đến điểm  $X$  và bơi từ điểm  $X$  đến điểm  $C$  (Hình 4). Hỏi nên chọn điểm  $X$  cách  $A$  gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến  $C$  nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$  , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$  , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500;-250;150)$  ,  $B(-200;-200;100)$ . Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là  $(a;b;c)$  . Giá trị của biểu thức  $-3a - b - c$  là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 6.** Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4 dm. Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu xanh (Hình 5). Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng  $2 \text{ dm}^2$ .

Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 5

.....HẾT.....

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025**

(Môn Toán: thời gian 90 phút)

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Hàm số  $F(x) = e^{-2x}$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.  $f_1(x) = \frac{e^{-2x}}{-2}$ .      B.  $f_2(x) = -e^{-2x}$ .      C.  $f_3(x) = 2e^{-2x}$ .      D.  $f_4(x) = -2e^{-2x}$ .

**Câu 2.** Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$  là:

- A.  $(0; -1; 1)$ .      B.  $(0; 1; 1)$ .      C.  $(1; 0; 0)$ .      D.  $(-1; 0; 0)$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .      B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ .  
C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ .      D.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_5(2x+6)$ .

- A.  $D = \mathbb{R}$ .      B.  $D = (3; +\infty)$ .      C.  $D = (-3; +\infty)$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

**Câu 5.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  thì:

- A. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và  $x = 1$ .  
B. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và 1 tiệm cận ngang là  $y = 1$ .  
C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và 1 tiệm cận đứng là  $x = 1$ .  
D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 1$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n}_1 = (2; -1)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (2; -1; -3)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 3)$ .

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$ ?

- A.  $F_1(x) = \sin x$ .      B.  $F_2(x) = -\sin x$ .      C.  $F_3(x) = \cos x$ .      D.  $F_4(x) = -\cos x$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2; 1; -3)$  và bán kính 9 có phương trình là:

- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 81$ .      B.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 81$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$ .      D.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$  bằng:

- A.  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .      B.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .      C.  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}$ .      D.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**Câu 10.** Khi thống kê chiều cao (đơn vị: centimét) của học sinh lớp 12A, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như Bảng 1. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Tần số
[155 ; 160)	2
[160 ; 165)	5
[165 ; 170)	21
[170 ; 175)	11
[175 ; 180)	1
	$n = 40$

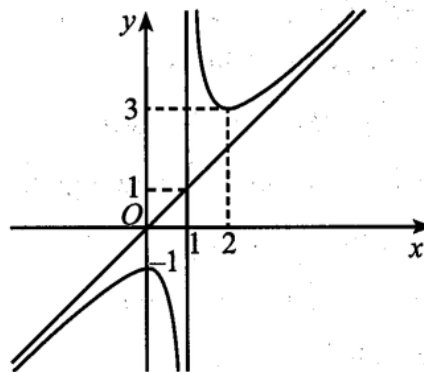
Bảng 1

- A. 25cm.                      B. 5cm.                      C. 20cm.                      D. 180cm.

**Câu 11.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thỏa mãn  $P(A) = 0,5$  và  $P(B) = 0,3$ . Khi đó,  $P(A \cap B)$  bằng:

- A. 0,8.                      B. 0,2.                      C. 0,6.                      D. 0,15.

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình 1?

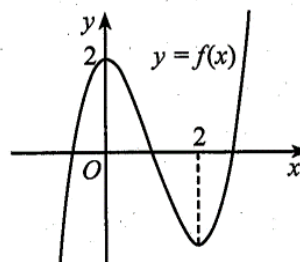


Hình 1

- A.  $y = x - \frac{1}{x-1}$ .                      B.  $y = -x + \frac{1}{x-1}$ .                      C.  $y = -x - \frac{1}{x-1}$ .                      D.  $y = x + \frac{1}{x-1}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

- a) Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị là 0 và 2  
b) Giá trị  $b$  bằng 0  
c) Giá trị  $c = -2$   
d)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(1;2;1)$  và  $B(3;0;1)$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(0;1;0)$ ,  $N(2;1;3)$ ,  $P(4;1;1)$ .

- a) Vectơ  $\overline{AB}$  không là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .  
b)  $\overline{MN} = (2;0;3)$ ,  $\overline{MP} = (4;0;1)$

c) Mặt phẳng ( $\alpha$ ) có một vector pháp tuyến có tọa độ là  $(0; -1; 0)$

d) Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng ( $\alpha$ ) bằng  $45^\circ$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $F(x), G(x)$  lần lượt là hai nguyên hàm của nó. Biết  $F(1)+G(1)=2$ ,  $F(3)+G(3)=6$ ,  $f(2)=0, f(3)=9$ . Khi đó ta có:

a)  $\int_2^3 f'(x)dx = -9$ .

b) Nếu  $\int_a^2 f'(x)dx = -2024$  thì  $f(a) = 2024$ .

c)  $\int_1^3 f(x)dx = 4$ .

d)  $\int_1^3 (2x - f(x))dx = 8$ .

**Câu 4.** Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.

- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.

- Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3

b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress, là 0,8.

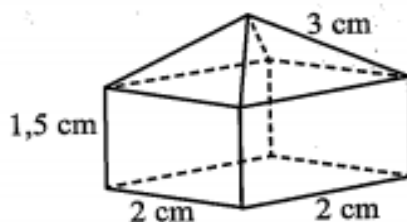
c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.

d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là 0,6.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $\int_a^b |x|dx = ma^2 + nb^2$  với  $m, n, a, b$ , là các hằng số thực và  $a < 0 < b$ . Giá trị của biểu thức  $m + n$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như Hình 3 (giá tiền mua kim loại là 2500 đồng/ $\text{cm}^3$ ).

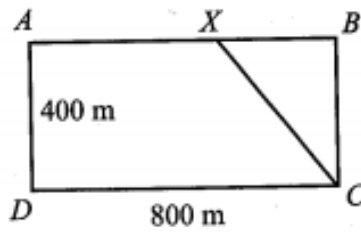


Hình 3

Thiết bị gồm 2 phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác đều. Số tiền mua kim loại dùng để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 3.** Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

**Câu 4.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m.

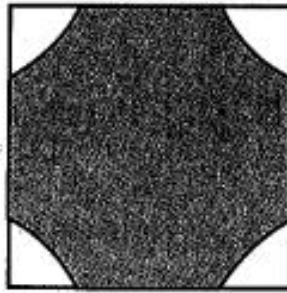


Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm  $A$ , chạy đến điểm  $X$  và bơi từ điểm  $X$  đến điểm  $C$  (Hình 4). Hỏi nên chọn điểm  $X$  cách  $A$  gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến  $C$  nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là  $30 \text{ km/h}$ , vận tốc bơi là  $6 \text{ km/h}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500;-250;150)$ ,  $B(-200;-200;100)$ . Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là  $(a;b;c)$ . Giá trị của biểu thức  $-3a - b - c$  là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 6.** Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh  $4 \text{ dm}$ . Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu xanh (Hình 5). Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng  $2 \text{ dm}^2$ .

Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 5

## ĐÁP ÁN

### ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

(Môn Toán: thời gian 90 phút)

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Hàm số  $F(x) = e^{-2x}$  là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A.  $f_1(x) = \frac{e^{-2x}}{-2}$ .

B.  $f_2(x) = -e^{-2x}$ .

C.  $f_3(x) = 2e^{-2x}$ .

D.  $f_4(x) = -2e^{-2x}$ .

**Đáp án**

**Chọn D**

Ta có  $F'(x) = f(x)$ , nên  $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$

**Câu 2.** Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$  là:

A.  $(0; -1; 1)$ .

B.  $(0; 1; 1)$ .

C.  $(1; 0; 0)$ .

D.  $(-1; 0; 0)$ .

**Đáp án**

**Chọn A**



$$\vec{u} = \vec{k} - \vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (0; -1; 1)$$

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

**A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

**B.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ .

**C.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ .

**D.**  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

**Đáp án**

**Chọn A**

Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $d$  nên có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 1; -2)$ . Phương trình

đường thẳng cần tìm:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_5(2x+6)$ .

**A.**  $D = \mathbb{R}$ .

**B.**  $D = (3; +\infty)$ .

**C.**  $D = (-3; +\infty)$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

**Đáp án**

**Chọn C**

Điều kiện  $2x+6 > 0 \Leftrightarrow x > -3$ .

Vậy tập xác định  $D = (-3; +\infty)$ .

**Câu 5.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  thì:

**A.** Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và  $x = 1$ .

**B.** Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và 1 tiệm cận ngang là  $y = 1$ .

**C.** Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và 1 tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

**D.** Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 1$ .

**Đáp án**

**Chọn D**

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \end{cases} \text{ thì } y = y_0 \text{ là TCN}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang  $y = 1$  và  $y = -1$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:

**A.**  $\vec{n}_1 = (2; -1)$ .

**B.**  $\vec{n}_2 = (2; -1; -3)$ .

**C.**  $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$ .

**D.**  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 3)$ .

**Đáp án**

**Chọn C**

$(P): 2x - y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$ ?

**A.**  $F_1(x) = \sin x$ .

**B.**  $F_2(x) = -\sin x$ .

**C.**  $F_3(x) = \cos x$ .

**D.**  $F_4(x) = -\cos x$ .

**Đáp án**

**Chọn D**

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2;1;-3)$  và bán kính 9 có phương trình là:

**A.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 81.$

**B.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 81.$

**C.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**D.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9.$

**Đáp án**

**Chọn A**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a;b;c)$  bán kính  $R$  là:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Phương trình mặt cầu tâm  $I(2;1;-3)$  bán kính  $R=9$  là:  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 81$

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng

$(P): ax+by+cz+d=0$  bằng:

**A.**  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

**B.**  $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

**C.**  $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{|ax_0+by_0+cz_0+d|}$

**D.**  $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{a^2+b^2+c^2}$

**Đáp án**

**Chọn B**

Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P): ax+by+cz+d=0$  là:  $d(M,(P)) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

**Câu 10.** Khi thống kê chiều cao (đơn vị: centimét) của học sinh lớp 12A, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như Bảng 1. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Tần số
[155 ; 160)	2
[160 ; 165)	5
[165 ; 170)	21
[170 ; 175)	11
[175 ; 180)	1
	<b><math>n = 40</math></b>

*Bảng 1*

**A.** 25cm.

**B.** 5cm.

**C.** 20cm.

**D.** 180cm.

**Đáp án**

**Chọn A**

Trong mẫu số liệu ghép nhóm ta có đầu mút trái của nhóm 1 là  $a_1=155$ , đầu mút phải của nhóm 5 là  $a_5=180$ . Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $R = a_5 - a_1 = 180 - 155 = 25$

**Câu 11.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thỏa mãn  $P(A) = 0,5$  và  $P(B) = 0,3$ . Khi đó,  $P(A \cap B)$  bằng:

**A.** 0,8.

**B.** 0,2.

**C.** 0,6.

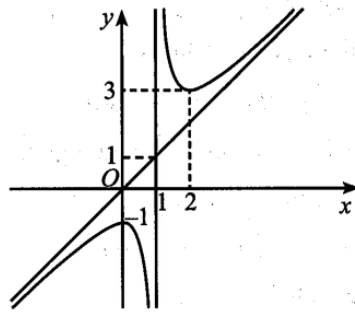
**D.** 0,15.

**Đáp án**

**Chọn D**

$A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập nên  $P(A \cap B) = P(A).P(B) = 0,3.0,5 = 0,15$

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình 1?



Hình 1

A.  $y = x - \frac{1}{x-1}$ .

B.  $y = -x + \frac{1}{x-1}$ .

C.  $y = -x - \frac{1}{x-1}$ .

D.  $y = x + \frac{1}{x-1}$ .

**Đáp án**

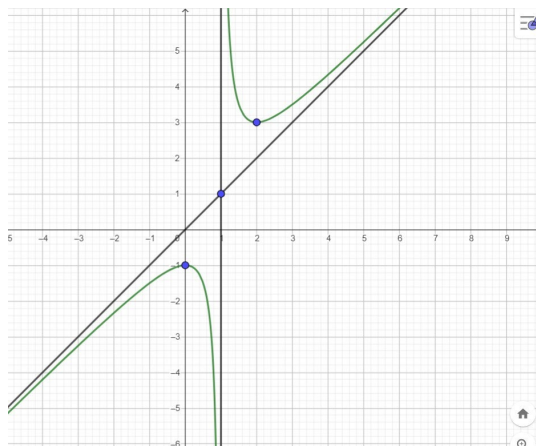
**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có  $y = x$  là TCX và  $x = 1$  là TCD

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$-1$	$-\infty$	$3$	$+\infty$	$+\infty$



**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

**Câu 1.** Hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực tiểu là  $x = 2$ , điểm cực đại là  $x = 0$ .

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ . Vì  $0, 2$  là hai nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$

nên  $b = 0, a = -3$ . Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ  $(0; 2)$  nên  $c = 2$ . suy ra  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ .

Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

**Câu 2.** Ta có:  $\vec{AB} = (2; -2; 0)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng  $d$ ;

$\vec{MN} = (2; 0; 3), \vec{MP} = (4; 0; 1)$  và  $[\vec{MN}, \vec{MP}] = (0; 10; 0)$  nên mặt phẳng  $(\alpha)$  có một vector pháp tuyến là

$\vec{n} = (0; -1; 0)$ .

Ta có:  $\sin(d, (\alpha)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AB}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{|0 \cdot 2 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 0|}{\sqrt{0^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $45^\circ$ .

Đáp án: a) S, b) Đ, c) Đ, d) Đ.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $F(x), G(x)$  lần lượt là hai nguyên hàm của nó. Biết  $F(1)+G(1)=2$ ,  $F(3)+G(3)=6$ ,  $f(2)=0, f(3)=9$ . Khi đó ta có:

a)  $\int_2^3 f'(x) dx = -9$ .

b) Nếu  $\int_a^2 f'(x) dx = -2024$  thì  $f(a) = 2024$ .

c)  $\int_1^3 f(x) dx = 4$ .

d)  $\int_1^3 (2x - f(x)) dx = 8$ .

**Lời giải**

**Trường: THPT Nguyễn Huệ**

a) Sai  $\int_2^3 f'(x) dx = f(x)|_2^3 = f(3) - f(2) = 9 - 0 = 9$ .

b) Đúng - Ta có:  $-2024 = \int_a^2 f'(x) dx = f(x)|_a^2 = f(2) - f(a) = 0 - f(a)$ .

Suy ra:  $f(a) = 2024$ .

c) Sai - Ta có:  $F(1)+G(1)=2$  và  $F(3)+G(3)=6$

Suy ra  $F(3) - F(1) + G(3) - G(1) = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2$

d) Sai - Ta có:  $\int_1^3 (2x - f(x)) dx = \int_1^3 2x dx - \int_1^3 f(x) dx = x^2|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 8 - 2 = 6$ .

**Câu 4.** Xét các biến cố:  $A$ : “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

$B$ : “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”

Khi đó,  $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4; P(B|A) = 0,8$ .

Suy ra xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24;$$

Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) Đ.

**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1.** Ta có:  $\int_a^b |x| dx = \int_a^0 (-x) dx + \int_0^b x dx = \frac{-x^2}{2} \Big|_a^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^b = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2$ .

Suy ra  $m + n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ .

Đáp số: 1.

**Câu 2.** Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều là:  $V_1 = 1,5.2^2 = 6(\text{cm}^3)$ .

Độ dài đường chéo mặt đáy của khối chóp tứ giác đều là:  $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$  (cm).

Khối chóp tứ giác đều có chiều cao là:  $\sqrt{3^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{7}$  (cm).

Suy ra thể tích khối chóp tứ giác đều là:  $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}}{3}$  (cm<sup>3</sup>).

Số tiền để mua kim loại để làm thiết bị đó là:  $2,5 \left(6 + \frac{4\sqrt{7}}{3}\right) \approx 24$  (nghìn đồng).

Đáp số: **24**.

**Câu 3.** Xét các biến cố:  $A$ : “Lần thứ nhất rút ra được thẻ ghi số nguyên tố”;

$B$ : “Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố”.

Từ 1 đến 40 có 12 số nguyên tố nên  $P(A) = \frac{12}{40} = 0,3$  và  $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$ .

Vì rút không hoàn lại nên  $P(B|A) = \frac{11}{39}$ ,  $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot \frac{11}{39} + 0,7 \cdot \frac{4}{13} = 0,3.$$

Đáp số: **0,3**.

**Câu 4.** Đặt  $BX = x$  (km), ta có:  $AX = 0,8 - x$  (km);

$$XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} \text{ (km)}.$$

Xét hàm số:  $T(x) = \frac{0,8 - x}{30} + \frac{\sqrt{0,16 + x^2}}{6} = \frac{1}{30} \left(0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2}\right)$  ( $0 \leq x < 0,8$ ).

Ta có:  $T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16 + x^2}}\right)$ ,  $T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}$ .

Bình phương hai vế phương trình ta được  $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}$ . Vì  $0 < x < 0,8$  nên  $x = \frac{\sqrt{6}}{30}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  là:

$x$	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8	
$T'(x)$		-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$		$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy  $T(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$  khi  $AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718$  (km) = 718 (m).

Đáp số: 718.

**Câu 5.** Vector  $\overline{AB} = (300; 50; -50)$  nên  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Phương trình đường thẳng  $AB$  là:  $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên đường thẳng  $AB$  thì  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó  $H(6t-500; t-250; -t+150)$ .

Ta có  $\overline{OH} \cdot \vec{u} = (6t-500) \cdot 6 + t - 250 + (-t+150) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{775}{9}$ .

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là  $\left(-\frac{3050}{3}; -\frac{3025}{9}; \frac{2125}{9}\right)$ .

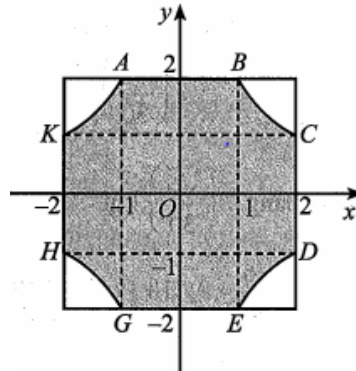
Vậy  $-3a - b - c = 3150$ .

Đáp số: 3150.

**Câu 6.** Gắn trục tọa độ  $Oxy$  vào viên gạch sao cho hai trục trùng với hai đường đối xứng, gốc  $O$  ở tâm hình vuông như hình dưới. Giả sử tọa độ một điểm trên đường viền cong là  $(x; y)$ . Theo giả thiết, ta có:

$|xy| = 2$ . Suy ra  $y = \frac{2}{x}$  hoặc  $y = -\frac{2}{x}$ . Ứng với hình bên, ta có các đường viền cong  $AK, DE$  là một phần

của đồ thị hàm số  $y = -\frac{2}{x}$ ; các đường viền cong  $BC, GH$  là một phần của đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{x}$ .



Khi đó, diện tích phần màu xanh bằng:

$$\int_{-2}^{-1} \left| -\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right| dx + \int_{1}^{2} \left| \frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right| dx + S_{ABEG} = \int_{-2}^{-1} \left( -\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + \int_{1}^{2} \left( \frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right) dx + 4.2$$

$$= -4 \ln|x| \Big|_{-2}^{-1} + 4 \ln|x| \Big|_{1}^{2} + 8 \approx 13,5 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Đáp số: 13,5.

Họ tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2$  là:

A.  $2x + C$ .

B.  $x^3 + C$ .

C.  $3x^3 + C$ .

**D.**  $\frac{x^3}{3} + C$ .

Lời giải

Trường THPT Hương Vinh

**Chọn D**

**Câu 2.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2, y = 0, x = 0$  và  $x = 2$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  bằng:

**A.**  $\pi \int_0^2 (x^2)^2 dx$ .

B.  $\pi \int_0^2 x^2 dx$

C.  $\int_0^2 x^2 dx$ .

D.  $\int_0^2 x^4 dx$ .

Lời giải

Trường THPT Hương Vinh

**Chọn A**

**Câu 3.** Điểm kiểm tra GK1 môn Toán của lớp 12/9 được cho bởi bảng sau:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	2	5	4	10	8

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

**A.** 6,7.

B. 7,3.

C. 5,7.

D. 6,4.

Lời giải

Trường THPT Hương Vinh

**Chọn A**

Cỡ mẫu là:  $n = 2 + 5 + 4 + 10 + 8 = 29$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{29}$  là điểm của 29 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là  $x_{15}$ . Do  $x_{15}$  thuộc nhóm  $[6;8)$  nên nhóm này chứa trung vị.

$$\text{Ta có: } M_e = 6 + \frac{\frac{29}{2} - (2+5+4)}{10} \cdot 2 = 6,7.$$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(-2;1;5)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1;-1;3)$  là:

A.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$ .

B.  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{5}$ .

C.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+5}{3}$ .

**D.**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{3}$ .

Lời giải

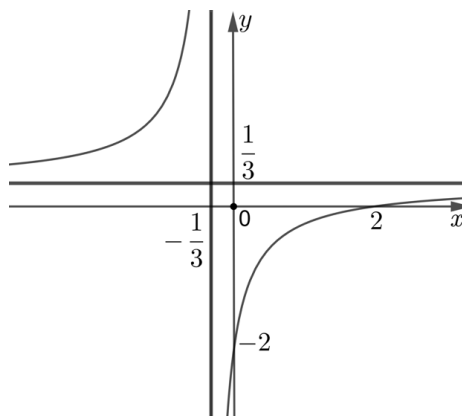
Trường: THPT Hương Vinh

**Chọn D**

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm  $M(-2;1;5)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1;-1;3)$  là:

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{3}.$$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:





A.  $y = -\frac{1}{3}$ .

B.  $x = -\frac{1}{3}$ .

**C.**  $y = \frac{1}{3}$ .

D.  $x = \frac{1}{3}$ .

Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị.

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x+1) < 2$  là:

A.  $(-1; 5)$ .

B.  $(-\infty; 8)$ .

C.  $(8; +\infty)$ .

**D.**  $(-1; 8)$ .

Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

**Chọn D**

Điều kiện:  $x > -1$

$$\log_3(x+1) < 2$$

$$\Leftrightarrow x+1 < 3^2$$

$$\Leftrightarrow x < 8.$$

Kết hợp điều kiện  $x > -1$ , tập nghiệm của bất phương trình là  $(-1; 8)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x + 2y - 3z + 15 = 0$ .

Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $\vec{n}_3(1; 2; 15)$ .

B.  $\vec{n}_2(-1; 2; -3)$ .

**C.**  $\vec{n}_1(1; 2; -3)$ .

D.  $\vec{n}_4(-1; -2; -3)$ .

Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

**Chọn C**

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_1(1; 2; -3)$ .

**Câu 8.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ?

- A.**  $(ABB'A')$ .
- B.**  $(AB'C')$ .
- C.**  $(ABC')$ .
- D.**  $(CA'B')$ .

**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

**Chọn A**

Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ đứng nên ta có  $AA' \perp (ABC)$ , mà  $AA' \subset (AA'B'B)$ , nên suy ra  $(AA'B'B) \perp (ABC)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x = 3$  là:

- A.**  $x = 9$ .
- B.**  $x = 8$ .
- C.**  $x = 5$ .
- D.**  $x = 6$ .

**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

**Chọn B**

Vì phương trình  $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 \Leftrightarrow x = 8$ . Vậy phương trình có nghiệm  $x = 8$ .

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ :  $-2, 3, \dots$ . Tìm số hạng thứ 6 của cấp số cộng.

- A.**  $u_6 = 13$ .
- B.**  $u_6 = -7$ .
- C.**  $u_6 = -5$ .
- D.**  $u_6 = 23$ .

**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

**Chọn D**

Ta có  $u_1 = -2; u_2 = 3$  suy ra  $d = u_2 - u_1 = 3 + 2 = 5$ . Vậy  $u_6 = u_1 + 5d = -2 + 5.5 = 23$ .

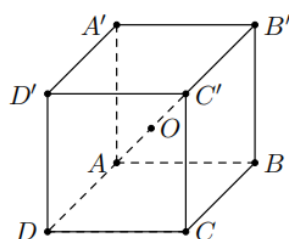
**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Phát biểu nào sau đây là đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**B.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**C.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**D.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .



**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

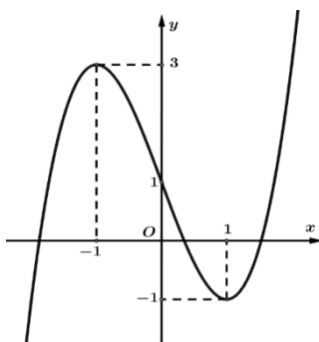
**Chọn B**

Ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

Mặt khác  $O$  là trung điểm  $AC'$  nên  $\overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO}$ .

$$\Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(1; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 0)$ .

**C.**  $(-1; 0)$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

### Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

#### Chọn C

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

#### PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2} \cos x - x$ .

**a)**  $f(0) = \sqrt{2}$ ,  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

**b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \sqrt{2} \sin x - 1$ .

**c)** Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là  $\frac{5\pi}{4}$ .

**d)** Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{3\pi}{2}$ .

### Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

**a)** Đúng.

$$f(0) = \sqrt{2} \cos 0 - 0 = \sqrt{2}, f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

**b)** Sai.

$$f'(x) = -\sqrt{2} \sin x - 1.$$

**c)** Đúng.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ , phương trình  $f'(x) = 0$  có một nghiệm là  $x = \frac{5\pi}{4}$ .

**d)** Sai.

Theo câu c), trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ , phương trình  $f'(x) = 0$  có một nghiệm là  $x = \frac{5\pi}{4}$ .

Ta có:

$$f(0) = \sqrt{2} \cos 0 - 0 = \sqrt{2};$$

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2};$$

$$f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} - \frac{5\pi}{4} = -1 - \frac{5\pi}{4}.$$

Vậy  $\max_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = \sqrt{2} = f(0).$

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn  $400m$ , tốc độ của ô tô là  $45 \text{ km/h}$ . Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b (a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 14 giây và duy trì sự tăng tốc trong 21 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a)** Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là  $350m$ .
- b)** Giá trị của  $b$  là  $12,5$ .
- c)** Quãng đường  $s(t)$ , (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 21$ ) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $s(t) = \int_0^t v(t) dt$ .
- d)** Sau 21 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là  $110 \text{ km/h}$ .

### Lời giải

**Trường: THPT Hương Vinh**

**a)** Đúng.

Tốc độ ban đầu của ô tô là  $45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$ .

Quãng đường ô tô đi được trong bốn giây đầu tiên là  $s_1 = 12,5 \cdot 4 = 50m$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là  $s_2 = 400 - 50 = 350m$ .

**b)** Đúng.

Tại thời điểm lúc ô tô bắt đầu tăng tốc ( $t = 0$ ) thì vận tốc của ô tô vẫn đang là  $12,5 \text{ m/s}$  nên

$$v(0) = 12,5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 12,5 \Leftrightarrow b = 12,5.$$

**c)** Sai.

Quãng đường  $s(t)$ , (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 21$ ) kể từ

khi tăng tốc được tính theo công thức  $s(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

**d)** Sai.

Ta có:  $v(t) = at + 12,5$ .

Quãng đường ô tô đi được bắt đầu từ khi tăng tốc đến khi nhập làn là  $350m$  đi trong thời gian 14 giây nên ta có:

$$s(14) = \int_0^{14} (at + 12,5) dt = 350$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} at^2 + 12,5t \right) \Big|_0^{14} = 350$$

$$\Leftrightarrow 98a + 175 = 350$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{25}{14}.$$

Suy ra:  $v(t) = \frac{25}{14}t + 12,5.$

Vậy sau 21 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô là:

$$v(21) = \frac{25}{14} \cdot 21 + 12,5 = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h} > 110 \text{ km/h}.$$

**Câu 3.** Khi tìm hiểu về các hồ sơ bệnh án liên quan đến các bệnh nhân bị bỏng, các bác sĩ đã rút ra 50 hồ sơ bệnh án của 50 bệnh nhân. Trong đó có 35 bệnh nhân bị bỏng do nhiệt và 15 bệnh nhân bị bỏng do hóa chất. Trong quá trình diễn biến của bệnh thì trong số 35 bệnh nhân bị bỏng nhiệt có 30% bệnh nhân bị biến chứng và trong số 15 bệnh nhân bị bỏng do hóa chất thì có 50% bệnh nhân bị biến chứng.

Gọi  $A$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị bỏng do nhiệt”;

$B$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị bỏng do hóa chất”;

$C$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị biến chứng”.

**a)** Xác suất  $P(B) = \frac{3}{10}$  và  $P(\bar{B}) = \frac{7}{10}$ .

**b)** Xác suất có điều kiện  $P(C \setminus A) = 0,3$ .

**c)** Xác suất  $P(C) = 0,85$ .

**d)** Trong số các bệnh nhân bị biến chứng có 25% bệnh nhân bị bỏng do nhiệt (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

### Lời giải

**Trưởng: THPT Hương Vinh**

**a)** Đúng.

Ta có:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}.$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{7}{10}.$$

**b)** Đúng.

Khi biến cố  $A$  xảy ra tức là bệnh nhân bị bỏng do nhiệt thì xác suất bệnh nhân bị biến chứng là 0,3.

c) Sai.

Ta có:  $P(A) = 0,7$ ,  $P(\bar{A}) = 0,3$ .

$$P(C \setminus A) = 0,3; P(C \setminus \bar{A}) = 0,5.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A).P(C \setminus A) + P(\bar{A}).P(C \setminus \bar{A}) \\ &= 0,7.0,3 + 0,3.0,5 \\ &= 0,36. \end{aligned}$$

d) Sai.

Nếu hồ sơ rút ra bệnh nhân bị biến chứng thì xác suất để bệnh nhân bị bỏng do nhiệt là:

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A \setminus C) = \frac{P(A).P(C \setminus A)}{P(C)} = \frac{0,7.0,3}{0,36} \approx 0,58.$$

Vậy trong số các bệnh nhân bị biến chứng có 58% bệnh nhân bị bỏng do nhiệt.

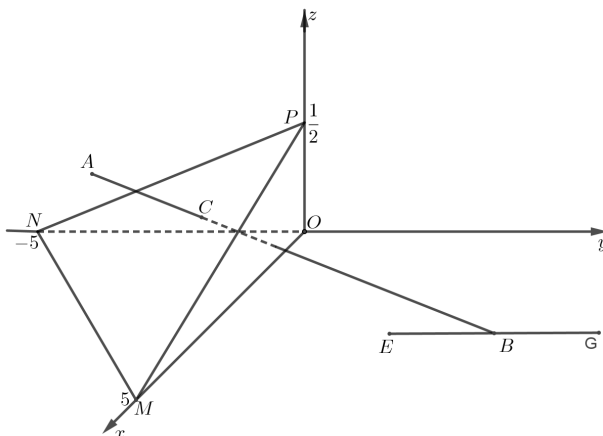
**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí  $A\left(\frac{7}{2}; -2; \frac{2}{5}\right)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B\left(\frac{7}{2}; \frac{11}{2}; 0\right)$  trên đường băng  $EG$ .

Biết rằng có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm

$M(5; 0; 0)$ ,  $N(0; -5; 0)$ ,  $P\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ , điểm  $C$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ

cánh và theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}; 0\right)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120m (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới).

(Nguồn: R.Larson and B.Edwards, *Calculus 10e*, Cengage, 2014).



a) Đường thẳng  $AB$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -2 + \frac{15}{2}t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t \end{cases}$$

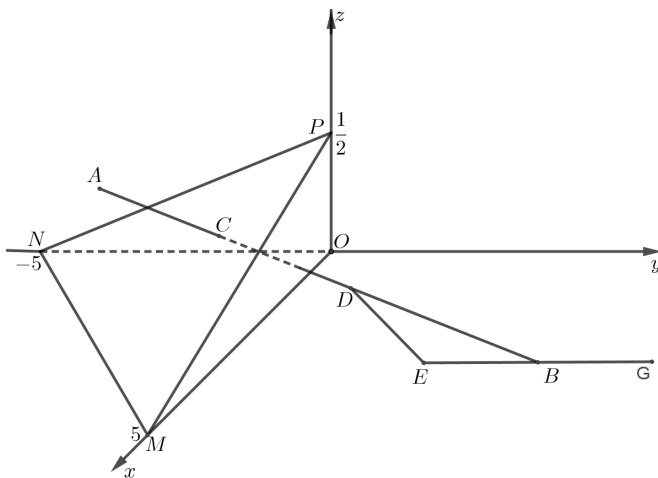
b) Tọa độ của điểm  $C\left(\frac{7}{2}; 0; \frac{28}{115}\right)$ .

c) Khi máy bay đạt được độ cao  $120m$  so với đường bằng thì máy bay đang ở vị trí điểm  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $D\left(\frac{7}{2}; \frac{13}{4}; \frac{3}{25}\right)$ .

d) Nếu tầm nhìn xa của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là  $900m$  thì người phi công đó đạt được quy định an toàn bay.

### Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh.



a) Đúng.

Đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $A\left(\frac{7}{2}; -2; \frac{2}{5}\right)$  và nhận  $\overline{AB}\left(0; \frac{15}{2}; -\frac{2}{5}\right)$  làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng  $AB$  là 
$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -2 + \frac{15}{2}t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t \end{cases}$$



**b) Sai.**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(5;0;0)$ ,  $N(0;-5;0)$ ,  $P\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$  nên phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  có dạng:

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{\frac{1}{2}} = 1 \text{ hay } x - y + 10z - 5 = 0.$$

Vì  $C$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh nên  $C$  là giao điểm của đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Vì  $C \in AB$  nên có tọa độ là  $C\left(\frac{7}{2}; -2 + \frac{15}{2}t; \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t\right)$ .

$$C \in (\alpha) \text{ nên ta có } \frac{7}{2} - \left(-2 + \frac{15}{2}t\right) + 10\left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}t\right) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{9}{23}.$$

Vậy  $C\left(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right)$ .

**c) Đúng.**

Vì  $D \in AB$  nên có tọa độ là  $D\left(\frac{7}{2}; -2 + \frac{15}{2}t'; \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t'\right)$ .

$D$  là vị trí mà tại đó máy bay ở độ cao  $120m$  so với đường băng, tức là khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  bằng  $120m = 0,12km$ .

$$\text{Ta có: } d(D, (Oxy)) = \left| \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t' \right| = \frac{3}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t' = \frac{3}{25} \\ \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t' = -\frac{3}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{7}{10} \\ t' = \frac{13}{10} \end{cases}.$$

Với  $t' = \frac{7}{10}$ , ta có  $D\left(\frac{7}{2}; \frac{13}{4}; \frac{3}{25}\right)$ .

Với  $t' = \frac{13}{10}$ , ta có  $D\left(\frac{7}{2}; \frac{31}{4}; -\frac{3}{25}\right)$ .

Vì  $D$  là vị trí độ cao của máy bay nên ta chọn  $D\left(\frac{7}{2}; \frac{14}{3}; \frac{3}{25}\right)$ .

**d) Sai.**

$$\text{Ta có } DE = \sqrt{\left(\frac{7}{2} - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{13}{4}\right)^2 + \left(0 - \frac{3}{25}\right)^2} \approx 1,256(km).$$

Vì tầm nhìn xa của phi công sau khi ra khỏi đám mây là  $900m = 0,9 km < 1,256 km$  nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay.

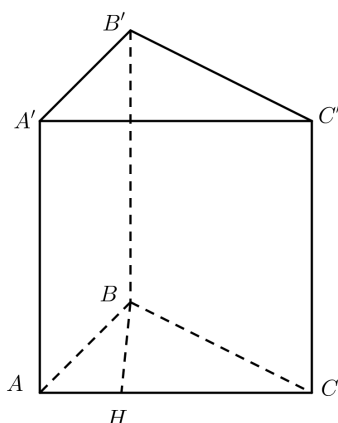
### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh  $AB=5, BC=8$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

#### Lời giải

Trường: THPT Hương Vinh

**ĐS: 4,2**



Do  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ đứng nên  $BB' \perp (ABC)$

Mà  $AC \subset (ABC)$

Nên  $BB' \perp AC$ .

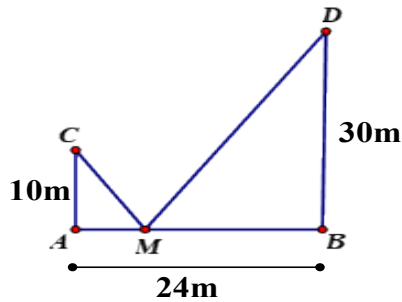
Trong tam giác  $ABC$ , từ  $B$  kẻ đường cao  $BH$  cắt  $AC$  tại  $H$ .

Ta có  $\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp BB' \end{cases} (BB' \subset (ABC), BH \subset (ABC))$

Suy ra  $BH$  là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau  $BB'$  và  $AC$ .

$$\text{Nên } d(BB'; AC) = BH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AC} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC}{AC} = \frac{5 \cdot 8}{\sqrt{5^2 + 8^2}} = \frac{40\sqrt{89}}{89} \approx 4,2.$$

**Câu 2.** Công ty Viễn thông Viettel dựng hai cột ăng-ten thẳng đứng cao  $10m$  và  $30m$  lần lượt tại hai vị trí  $A, B$  cách nhau một khoảng bằng  $24m$ . Người ta chọn một chốt tại vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giăng dây néo đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của ăng-ten (xem hình vẽ minh họa). Hỏi phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách điểm  $A$  bao nhiêu mét trên mặt đất để tổng độ dài của hai đoạn dây néo là ngắn nhất?



Lời giải

Trường THPT Hương Vinh

**ĐS: 6**

+ Đặt  $AM = x \Rightarrow x \in (0; 24)$ , suy ra  $BM = 24 - x$

+ Tổng độ dài sợi dây néo cần dùng là  $L = CM + MD = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{30^2 + (24 - x)^2}$

+ Xét hàm số  $y = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{30^2 + (24 - x)^2}$ , ( $0 < x < 24$ ).

$$y' = \frac{x}{\sqrt{10^2 + x^2}} + \frac{-24 + x}{\sqrt{30^2 + (24 - x)^2}}, \quad (0 < x < 24).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Bảng biến thiên:

x	0	6	24
y'	-	0	+
y	$10 + 6\sqrt{41}$	$8\sqrt{34}$	56

Suy ra  $AM = x = 6$ .

Vậy phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách  $A$  bằng  $6m$  trên mặt đất nằm giữa  $A$  và  $B$  thì tổng độ dài của hai đoạn dây néo là ngắn nhất.

**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(700; 300; 10)$  đến điểm  $B(x; y; z)$ , (với  $x; y; z \in \mathbb{R}$ ) trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ

nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là  $C(1000;360;19)$ . Tính  $T = x - y + z$ .

**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

**ĐS: 576**

Ta có:  $\overrightarrow{AC} = (300; 60; 9)$ ;  $\overrightarrow{BC} = (1000 - x; 360 - y; 19 - z)$ .

Vì hướng của máy bay không đổi nên  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$  cùng hướng.

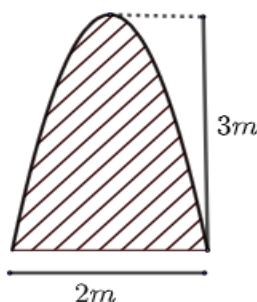
Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ  $A$  đến  $C$  gấp ba thời gian bay từ  $B$  đến  $C$  nên  $AC = 3BC$ .

$$\text{Do đó : } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1000 - x = 100 \\ 360 - y = 20 \\ 19 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 340 \\ z = 16 \end{cases}$$

Suy ra  $B(900; 340; 16)$ .

Vậy  $T = 900 - 340 + 16 = 576$ .

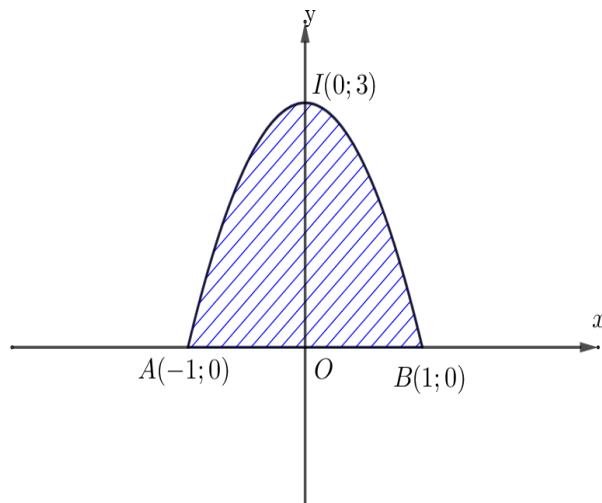
**Câu 4.** Bác Bình muốn làm cửa rào sắt hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là  $3m$ , chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là  $2m$  (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới). Giá  $1 m^2$  vật tư và công làm là  $1,4$  triệu đồng, các chi phí khác không đáng kể. Vậy để làm cửa rào sắt đó thì số tiền Bác Bình phải trả là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



**Lời giải**

**Trường: THPT Hương Vinh**

**ĐS: 5,6**



Do tính đối xứng của parabol nên chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho parabol có đỉnh  $I \in Oy$ .

Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} I(0; 3) \in (P) \\ A(-1; 0) \in (P) \\ B(1; 0) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = c \\ a - b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}.$$

Do đó  $(P): y = -3x^2 + 3$ .

Diện tích cửa rào hình parabol là:

$$S = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx = 2 \int_0^1 (-3x^2 + 3) dx = 2(-x^3 + 3x) \Big|_0^1 = 4 \text{ m}^2.$$

Vậy số tiền Bác Bình phải trả là:  $4.1,4 = 5,6$  triệu đồng.

**Câu 5.** Công ty  $A$  chuyên sản xuất một loại sản phẩm và ước tính rằng với  $x$  sản phẩm được sản xuất thì tổng chi phí sẽ là  $C(x) = 3x^2 + 72x - 9789$  (triệu đồng). Giá mỗi sản phẩm công ty sẽ bán với giá  $p(x) = 180 - 3x$  (triệu đồng). Hãy xác định số sản phẩm công ty cần sản xuất sao cho công ty thu được lợi nhuận cao nhất.

**Lời giải**

**Trường THPT Hương Vinh**

**ĐS: 9**

Gọi  $x$  ( $0 < x < 60$ ) là số sản phẩm mà công ty  $A$  cần sản xuất để thu được lợi nhuận cao nhất.

Khi đó nếu bán hết số sản phẩm thì doanh thu sẽ là  $R(x) = x(180 - 3x) = 180x - 3x^2$

Nên lợi nhuận mà công ty thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 180x - 3x^2 - (3x^2 + 72x - 9789) = -6x^2 + 108x + 9789.$$

Xét hàm số  $y = P(x) = -6x^2 + 108x + 9789$ , ( $0 < x < 60$ ).

$$y' = -12x + 108; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 9.$$

Bảng biến thiên:

x	0	9	60
y'	+	0	-
y	9789	10275	-5331

Suy ra số sản phẩm công ty cần sản xuất sao cho công ty thu được lợi nhuận cao nhất là 9 sản phẩm.

**Câu 6.** Cho hai chuồng thỏ, chuồng thứ nhất có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng, chuồng thứ hai có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen, các con thỏ có cùng khối lượng. Bất ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ nhất cho vào chuồng thứ hai. Sau đó bất ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ hai thì được một con thỏ trắng. Tính xác suất để thỏ trắng này là của chuồng thứ nhất mang sang (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Trường THPT Hương Vinh**

**ĐS: 0,18**

Gọi  $\Omega$  là không gian mẫu, ta có:  $n(\Omega) = 15 \cdot 10 = 150$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Bắt được con thỏ ở chuồng thứ hai mà con thỏ đó được chuyển sang từ chuồng thứ nhất”;

$B$  là biến cố: “Bắt được thỏ từ chuồng thứ hai là thỏ màu trắng”.

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{10 \cdot 4 + 5 \cdot 3}{150} = \frac{55}{150}.$$

Biến cố  $AB$ : “Con thỏ bắt được từ chuồng thứ hai có màu trắng được chuyển từ chuồng thứ nhất sang”.

$$P(AB) = \frac{10 \cdot 1}{150} = \frac{10}{150}.$$

Xác suất để bắt được thỏ trắng ở chuồng thứ hai được mang từ chuồng thứ nhất sang là:

$$P(A \setminus B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{150}}{\frac{55}{150}} = \frac{2}{11} \approx 0,18.$$







<b>3</b>		bài toán có liên quan đến thực tiễn									
	<b>Câu 4</b>	Ứng dụng hình học của tích phân									MH 2.1
	<b>Câu 5</b>	Ứng dụng đạo hàm để giải quyết vấn đề liên quan đến thực tiễn: Bài toán tối ưu									MH2.1
	<b>Câu 6</b>	Xác suất có điều kiện							GQ3.2		

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2025**

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$ .

- A.**  $S = (-\infty; -3)$ .      **B.**  $S = (-3; +\infty)$ .      **C.**  $S = (-\infty; 3)$ .      **D.**  $S = (3; +\infty)$ .

**Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ 7 của cấp số nhân đó là

- A.**  $-384$ .      **B.**  $192$ .      **C.**  $-192$ .      **D.**  $384$ .

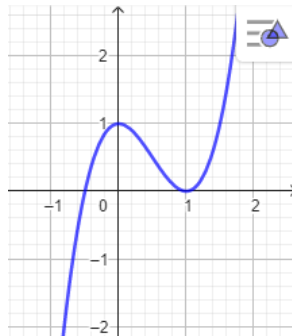
**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): \frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{1} = 1$ . Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n} = (4; 6; 1)$ .      **B.**  $\vec{n} = (3; 2; 12)$ .      **C.**  $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .      **D.**  $\vec{n} = (1; 2; 3)$ .

**Câu 4.** Biết  $\int_1^5 f(x)dx = 6$ ,  $\int_1^5 g(x)dx = 8$ . Tích phân  $\int_1^5 [4f(x) - g(x)]dx$  bằng

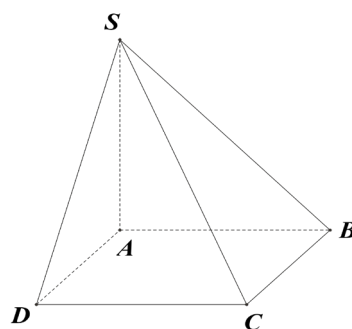
- A.**  $-2$ .      **B.**  $-26$ .      **C.**  $32$ .      **D.**  $16$ .

**Câu 5.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



- A.**  $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ .      **B.**  $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ .      **C.**  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .      **D.**  $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng



- A.**  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      **B.**  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .      **C.**  $V = \sqrt{2}a^3$ .      **D.**  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $B(3; 2; -1)$  thuộc đường thẳng nào sau đây ?

- A.**  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}, t \in R$ .      **B.**  $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}, t \in R$ .      **C.**  $\begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in R$ .      **D.**  $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = -2-t \end{cases}, t \in R$ .

**Câu 8.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ ?

- A.**  $y = -1$ .      **B.**  $x = -1$ .      **C.**  $y = 2$ .      **D.**  $x = 1$ .

**Câu 9.** Hàm số  $F(x) = \cos 3x$  là nguyên hàm của hàm số

- A.**  $f(x) = \frac{\sin 3x}{3}$ .      **B.**  $f(x) = -3 \sin 3x$ .      **C.**  $f(x) = 3 \sin 3x$ .      **D.**  $f(x) = -\sin 3x$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 2; 1), B(0; 1; 3)$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{AB}$  là

- A.**  $\overline{AB} = (2; -1; 2)$ .      **B.**  $\overline{AB} = (-2; 3; 4)$ .      **C.**  $\overline{AB} = (-2; 1; -2)$ .      **D.**  $\overline{AB} = (-2; 2; 3)$ .

**Câu 11.** Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 HS được thể hiện trong bảng số liệu sau: (đơn vị: kg)

Cân nặng	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số HS	7	12	12	7	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** 50      **B.** 50,5.      **C.** 52,5.      **D.** 55,5.

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

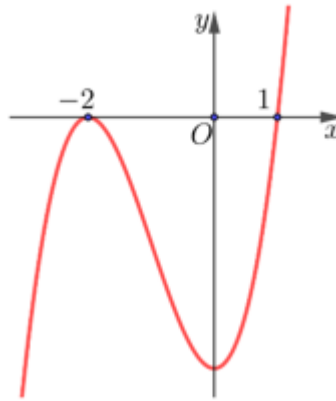
$x$	$-\infty$	-1	1	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Giá trị cực đại của hàm số  $f(x)$  bằng

- A.**  $f(-1)$ .      **B.**  $f(1)$ .      **C.**  $f(3)$ .      **D.**  $f(4)$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

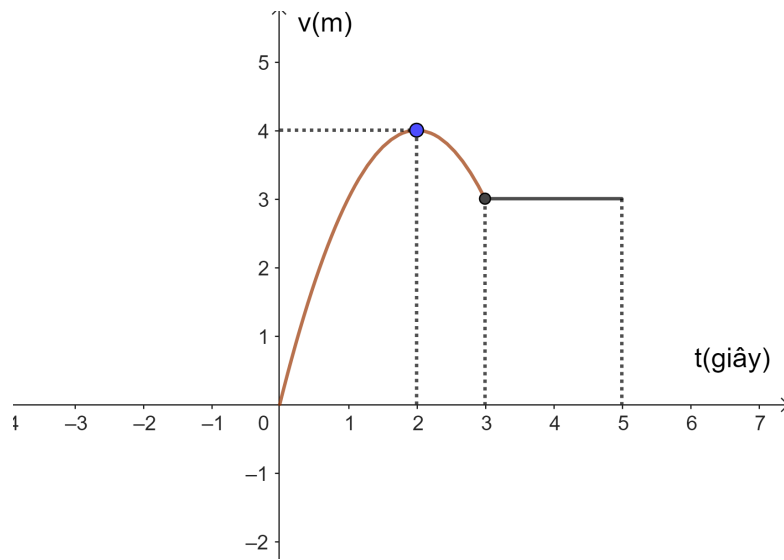
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình dưới.



- a)** Hàm số  $y = f(x)$  có hai **điểm** cực trị.  
**b)** Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
**c)** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[2; 3]$  là  $f(3)$ .  
**d)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = e^{f(x)}$  trên đoạn  $[0; 2]$  là  $e^{f(1)}$ .

**Đáp án: a – Sai, b – Đúng, c – Đúng, d – Đúng.**

**Câu 2.** Một vật chuyển động với vận tốc  $y = v(t)$  ( $m/s$ ) được cho bởi đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2; 4)$ , khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng song song trục hoành.



a) Trong 3 giây đầu tiên thì  $v(t) = -t^2 + 4t$ .

b) Vận tốc không đổi trong khoảng thời gian  $(3;5)$ .

c) Quãng đường mà vật di chuyển trong 3 giây đầu được tính bởi công thức  $\int_0^3 (-t^2 + 4t) dt$ .

d) Quãng đường mà vật di chuyển trong 5 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động bằng  $\frac{250}{3}$  (m).

**Đáp án: a – Đúng, b – Đúng, c – Đúng, d – Sai.**

**Câu 3.** Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã tại tỉnh Lai Châu chỉ có 2 dân tộc Mông và Mảng sinh sống, năm 2023 tỉ lệ trẻ em dân tộc Mông dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng là 21%; tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi dân tộc Mảng bị suy dinh dưỡng là 27%. Biết số lượng trẻ em dưới 5 tuổi dân tộc Mông và dân tộc Mảng lần lượt chiếm 70% và 30% số trẻ em dưới 5 tuổi của xã.

Gọi  $A$  là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi  $B$  là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ( $\bar{B}$  là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mảng).

a)  $P(B) = 0,7$

b)  $P(A|B) = 0,21$

c) Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng là 25,2%.

d) Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng là dân tộc Mông là 64%

**Đáp án: a – Đúng, b – Đúng, c – Sai, d – Đúng.**

### Lời giải

a) Xác suất chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là  $P(B) = 0,7$  vậy khẳng định **đúng**.

b) Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông bị suy dinh dưỡng là  $P(A|B) = 0,21$  vậy khẳng định **đúng**.

c) Ta có

Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mảng là  $P(\bar{B}) = 0,3$

Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng của xã là dân tộc Mảng là  $P(A|\bar{B}) = 0,27$

Theo công thức xác suất toàn phần

Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,21 + 0,3.0,27 = 0,228. \text{ Vậy khẳng định sai.}$$

d) Theo công thức Bayes, chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng thì xác suất em đó là dân tộc Mông là

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,21}{0,228} \approx 0,64.$$

Vậy khẳng định **đúng**.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , đơn vị trên mỗi trục là kilomet. Một máy bay chuyển động trên một đường thẳng hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500;-250;150), B(-200;-200;100)$ .

**a)**  $\overline{AB} = (300; 50; -50)$ .

**b)** Phương trình đường thẳng  $AB$  là: 
$$\begin{cases} x = -500 + 6t \\ y = -250 + t \\ z = 150 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

**c)** Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của máy bay là  $H\left(\frac{-3050}{3}; \frac{-3025}{3}; \frac{2125}{9}\right)$ .

**d)** Khoảng cách máy bay gần đài kiểm soát nhất là  $d \approx 1096,5$  (km).

**Đáp án: a – Đúng, b – Đúng, c – Sai, d – Đúng .**

### Lời giải

**a)** Ta có  $\overline{AB} = (300; 50; -50)$  nên câu **a) đúng**

**b)**  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Phương trình đường thẳng  $AB$  là: 
$$\begin{cases} x = -500 + 6t \\ y = -250 + t \\ z = 150 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 nên **b) đúng**

**c)** Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên đường thẳng  $AB$ , suy ra  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó  $H(6t - 500; t - 250; -t + 150) \in AB$ .

Ta có:  $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (6t - 500) \cdot 6 + (t - 250) \cdot 1 + (-t + 150) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-775}{9}$ .

Suy ra tọa độ của máy bay khi đó là  $H\left(\frac{-3050}{3}; \frac{-3025}{9}; \frac{2125}{9}\right)$  nên **c) sai**.

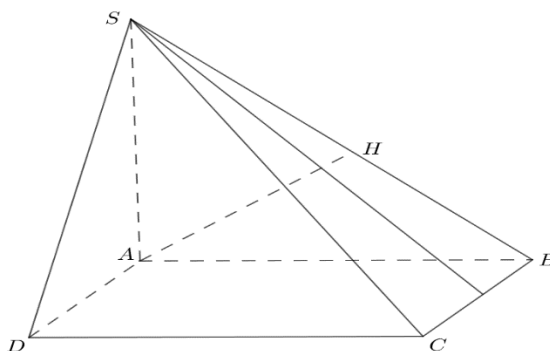
**d)**  $OH \approx 1096,5$  nên **d) đúng**.

### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 7,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 5$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Đáp án: 4,1**

### Lời giải



Ta có: 
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases}$$

Trong mặt phẳng  $(SAB)$ : Kẻ  $AH \perp SB \Rightarrow AH = d(A; (SBC))$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{49} = \frac{74}{1225} \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH = \frac{35}{\sqrt{74}} \approx 4,1.$$

**Câu 2.** Thống kê lượng khách du lịch đến tỉnh Quảng Ninh từ năm 2007 đến năm 2023 cho kết quả như sau (đơn vị: triệu người).

3,4	4,2	5,0	5,4	6,2	7	7,5	7,5	7,8
8,3	9,87	12,2	14	8,8	4,4	9,5	15,5	

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau và nhóm đầu tiên là  $[1;5)$  rồi cho biết khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Đáp án: 4,4**

**Lời giải**

Số lượng khách du lịch đến tỉnh Quảng Ninh được cho dưới bảng sau

Lượng khách (triệu người)	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$
Số năm	3	9	3	2

Cỡ mẫu là  $n = 3 + 9 + 3 + 2 = 17$ . Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{17}$  là số khách đến Quảng Ninh du lịch và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc này là  $x_5$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm  $[5;9)$  và ta có

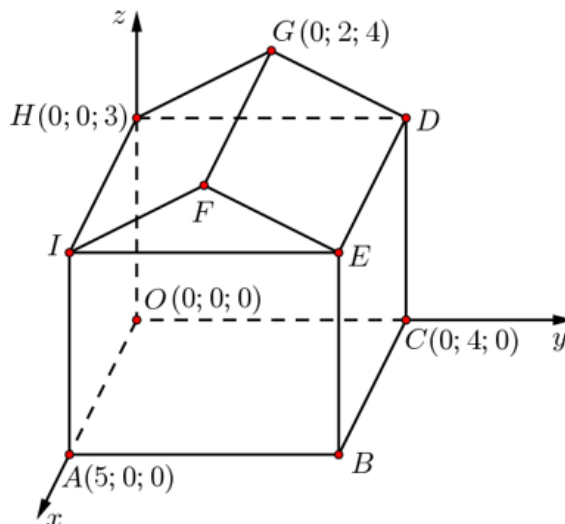
$$Q_1 = 5 + \left[ \frac{\frac{17}{4} - 3}{9} \right] \cdot 4 = \frac{50}{9}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{13}$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm  $[9;13)$  và ta có

$$Q_3 = 9 + \left[ \frac{\frac{3 \cdot 17}{4} - 12}{3} \right] \cdot 4 = 10.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{40}{9} \approx 4,4$

**Câu 3.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào một căn nhà như mô hình bên dưới, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là các hình chữ nhật. Số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $DE$  và hai mặt lần lượt là  $(DEFG)$ ,  $(DEIH)$  được gọi là góc dốc của mái nhà. Góc dốc của mái nhà trong mô hình là bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị **phần mười** của độ)



**Đáp án: 27**

**Lời giải**

Từ mô hình ta dễ thấy rằng tọa độ của các điểm  $E(5;4;3)$ ,  $D(0;4;3)$ ,  $F(5;2;4)$ ,  $I(5;0;3)$ .

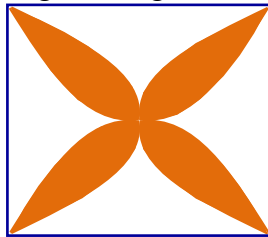
Gọi  $\varphi$  là góc giữa 2 mặt phẳng  $(DEFG)$  và  $(DEIH)$ . Ta có  $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ , với  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  lần lượt là các vectơ pháp tuyến của  $(DEFG)$  và  $(DEIH)$ .

+ Dễ thấy rằng  $(DEIH) \parallel (Oxy)$  nên  $(DEIH)$  có 1 vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = \vec{k} = (0;0;1)$ .

+ Mặt phẳng  $(DEFG)$  có 1 vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DG}]$ , với  $\overrightarrow{DE} = (5;0;0)$ ,  $\overrightarrow{DG} = (0;-2;1)$  nên  $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DG}] = (0;-5;-10)$ .

Từ đó suy ra  $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|-10|}{\sqrt{5^2 + 10^2}} = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \varphi \approx 27^\circ$ .

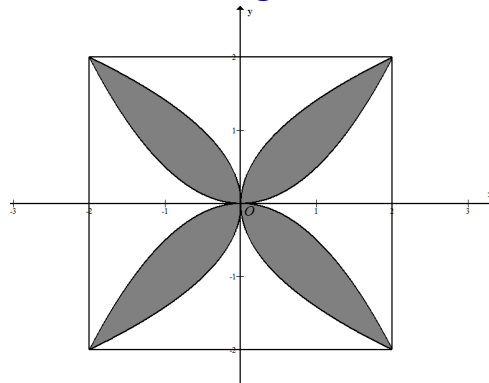
**Câu 4.** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Giả sử để hoàn thiện sơn và phủ bóng cánh hoa thì chi phí theo tỷ lệ là 90 nghìn đồng trên một  $m^2$ .



Tính số tiền (đơn vị nghìn đồng) hoàn thiện sơn và phủ bóng cánh hoa của viên gạch (làm tròn đến hàng phần mười).

**Đáp án: 4,8**

**Lời giải**



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.

Gọi  $S$  là diện tích một cánh hoa. Ta xét cánh hoa ở góc phần tư thứ nhất.

Ta có:  $S = 2S'$ , với  $S'$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P): y = ax^2$  và đường thẳng  $(d): y = x$ .

Ta có:  $(P)$  qua điểm  $(20;20)$ . nên  $20 = 20^2 a \Leftrightarrow a = \frac{1}{20}$ . Suy ra:  $(P): y = \frac{1}{20}x^2$ .

Khi đó:  $S = 2S' = 2 \int_0^{20} \left(x - \frac{1}{20}x^2\right) dx = 2 \cdot \frac{200}{3} = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{400}{3.10000} = \frac{4}{300} \text{ (m}^2\text{)}$ .

Số tiền  $\frac{4}{300} \cdot 90.4 = 4,8$  (nghìn đồng)

**Câu 5.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn theo hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  được tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng



giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của  $x$  để người đó có doanh thu cao nhất.

**Đáp án: 15**

**Lời giải**

Ta có  $T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}$ .

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Nên ta có  $T(10) = 12000$ , suy ra  $12000 = -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C \Rightarrow C = 10000$ .

Vậy  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10\,000$ .

Ta có bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  trên  $[0; +\infty)$  như sau:

$x$	0	15	$+\infty$
$T(x)$	10000	12250	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $T(x)$  có giá trị lớn nhất trên  $[0; +\infty)$  là 12250 tại  $x = 15$ .

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

**Câu 6.** Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Đáp án: 0,52**

**Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố "chọn được hộp thứ nhất" và  $B$  là biến cố "chọn được hộp thứ hai".

Gọi  $H$  là biến cố "lấy được viên bi đỏ"

Xác suất cần tìm là:  $P(AH \cup BH)$ .

Vì  $AH, BH$  là hai biến cố xung khắc nên ta có:

$$P(AH \cup BH) = P(AH) + P(BH) = P(A) \cdot P(H | A) + P(B) \cdot P(H | B).$$

Trong đó: 
$$\begin{cases} P(A) = P(B) = \frac{1}{2} \\ P(H | A) = \frac{4}{9}, P(H | B) = \frac{6}{10} \end{cases}$$
 suy ra 
$$P(AH \cup BH) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{47}{90} \approx 0,52.$$



	9-10	X (TD1.2)									
	11-12	X (TD1.2)									
		X (TD1.2)									
<b>Dạng thức 2 (4,0 điểm)</b>	1	a	X (TD1.2)								
		b	X (TD1.2)								
		c	X (TD1.2)								
		d					X (GQ1.5)				
	2	a	X (TD1.3)								
		b	X (TD1.2)								
		c					X (GQ4.1)				
		d					X (GQ4.1)				
	3	a		X (TD3.2)							
		b					X (GQ4.2)				
		c					X (GQ3.2)				
		d					X (GQ4.1)				

	4	a				X(GQ 1.5)					
		b							X (MH2 .1)		
		c							X (MH3 .1)		
		d							X (MH2 .1)		
<b>Dạng thức 3 (3,0 điểm)</b>	1									X (MH 2.1)	
	2									X (MH 2.1)	
	3									X (MH 2.1)	
	4									X (MH 2.1)	
	5									X (MH 2.1)	
	6									X (MH 2.1)	

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin 2x$ , biết  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

- A.  $\frac{-1}{2}\cos 2x - \frac{5}{2}$ .      B.  $\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{-1}{2}\cos 2x + \frac{3}{2}$ .      D.  $-2\cos 2x - \frac{3}{2}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức nào?

- A.  $S = \int_a^b f^2(x)dx$ .      B.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .      C.  $S = -\int_a^b f(x)dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ .

**Câu 3:** Theo thống kê điểm thi trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào Trường THPT  $X$  trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 cho kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6; 5; 7)$	$[7; 7; 5)$	$[7; 5; 8)$	$[8; 85)$	$[8; 5; 9)$	$[9; 9; 5)$	$[9; 5; 10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

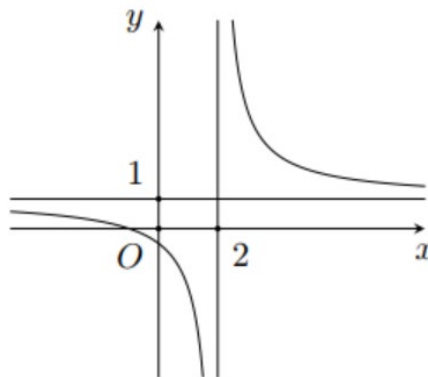
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.  $\Delta_Q = 1,1$ .      B.  $\Delta_Q = 1$ .      C.  $\Delta_Q = 1,2$ .      D.  $\Delta_Q = 0,6$ .

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$  và  $C(0; 0; 3)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$ .      B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ .      C.  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ .      D.  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $(2; 1)$ .      C.  $(-2; -1)$ .      D.  $(-1; -2)$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-1) < 4$  là

- A.  $(-\infty; 17)$ .      B.  $(0; 9)$ .      C.  $(1; 17)$ .      D.  $(9; +\infty)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $M(1;2;-3)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ . Phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $(P)$  là

A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $(SDC) \perp (ABCD)$ .      B.  $(SAD) \perp (ABCD)$ .      C.  $(SAB) \perp (ABCD)$ .      D.  $(SAC) \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x > 2$  là

A.  $[\log_3 2; +\infty)$ .      B.  $(\log_3 2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; \log_3 2]$ .      D.  $(-\infty; \log_3 2)$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và công sai  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 15.      B. 20.      C. 35.      D. 36.

**Câu 11:** Trong không gian cho tam giác  $MNP$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \vec{0}$ .      B.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = 2\overrightarrow{GM}$ .      C.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = 2\overrightarrow{GN}$ .      D.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = 2\overrightarrow{GP}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; +\infty)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-\infty; -1)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1:** Cho  $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

a)  $\cos \alpha < 0$ .

b)  $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$ .

c)  $\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

d) Giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sqrt{5} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$  là  $\frac{10}{9}$ .

**Câu 2:** Một tài xế đang lái xe ô tô, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài  $20,4 m$  (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong

quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình  $s(t) = 20t - \frac{5}{2}t^2$ , trong đó  $s$  (đơn vị mét) là độ dài quãng

đường đi được sau khi phanh,  $t$  (đơn vị giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh ( $0 \leq t \leq 4$ ).

a) Vận tốc tức thời của ô tô được tính theo công thức  $v(t) = 20 - 5t$ .

b) Tại thời điểm đạp phanh, xe ô tô trên chưa chạy quá tốc độ (tốc độ giới hạn cho phép là  $70 km/h$ ).

c) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh  $1,2(s)$ .

d) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm là  $15(m/s)$ .

**Câu 3.** Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm, trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất để lần đầu tiên lấy được sản phẩm không đạt chất lượng là  $\frac{1}{17}$ .

b) Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng biết sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng là  $\frac{49}{849}$ .

c) Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng biết sản phẩm thứ nhất đạt chất lượng là  $\frac{49}{849}$ .

d) Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là  $\frac{1}{18}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí  $I(17; 20; 45)$ . Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là  $4\text{km}$ .

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là  $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 40002$ .

b) Nếu người đi biển ở vị trí  $M(18; 21; 50)$  thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí  $N(4019; 21; 44)$  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

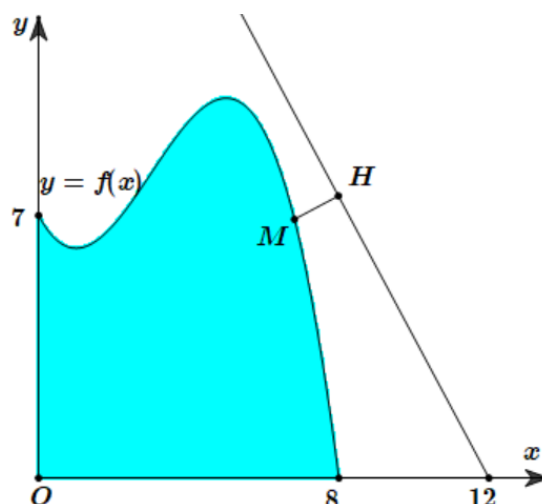
d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá  $8\text{km}$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $4$ ,  $\widehat{ABD} = 60^\circ$ ,  $SA = SC$ ;  $SB = SD$ , khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $1$ . Tính khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ . (quy tròn đến hàng phần chục).

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(2; 5; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  lớn nhất. Khoảng cách từ điểm  $M(1; 2; -1)$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng (quy tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 3:** Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{8}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ . Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là  $100\text{m}$ .



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số  $y = -1,875x + 22,5$ . Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Tính khoảng cách ngắn nhất đó (kết quả tính theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4:** Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng.

**Câu 5:** Ông An muốn mua ô tô trị giá 500 triệu đồng nhưng vì chưa đủ tiền nên ông chọn mua bằng hình thức trả góp với lãi suất 1% /tháng và trả trước 100 triệu đồng. Biết mỗi tháng ông phải trả số tiền như nhau là  $a$  triệu đồng để sau hai năm ông hết nợ và kỳ trả nợ đầu tiên sau ngày mua đúng một tháng (*làm tròn  $a$  đến hàng phần mười*)

**Câu 6:** Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số  $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}, t \geq 0$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm  $f'(t)$  là biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (*quy tròn đến hàng phần trăm*).

Hết



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Đáp án</b>	C	B	A	B	B	C	C	A	B	D	A	B

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

<b>Câu 1</b>	<b>Câu 2</b>	<b>Câu 3</b>	<b>Câu 4</b>
a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Đúng	b) Sai	b) Đúng	b) Sai
c) Sai	c) Đúng	c) Sai	c) Sai
d) Sai	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu 1	1,7
Câu 2	2,59
Câu 3	94
Câu 4	0,18
Câu 5	18,8
Câu 6	1,61

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2$  là:

- A.  $2x + C$ .                      B.  $x^3 + C$ .                      C.  $3x^3 + C$ .                      D.  $\frac{x^3}{3} + C$ .

**Câu 2.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2, y = 0, x = 0$  và  $x = 2$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx$ .                      B.  $V = \pi \int_0^2 x^2 dx$                       C.  $V = \int_0^2 x^2 dx$ .                      D.  $V = \int_0^2 x^4 dx$ .

**Câu 3.** Điểm kiểm tra GK1 môn Toán của lớp 12/9 được cho bởi bảng sau:

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	2	5	4	10	8

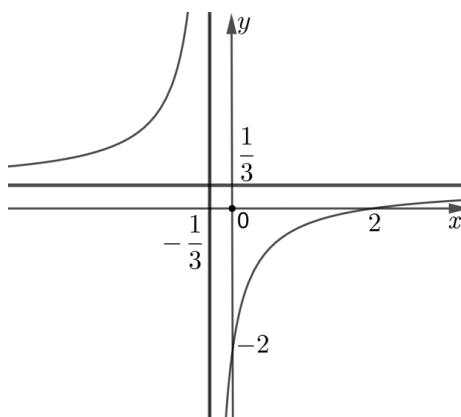
Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 6,7.                      B. 7,3.                      C. 5,7.                      D. 6,4.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(-2; 1; 5)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; -1; 3)$  là:

- A.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$ .                      B.  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{5}$ .                      C.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+5}{3}$ .                      D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{3}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



- A.  $y = -\frac{1}{3}$ .                      B.  $x = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $y = \frac{1}{3}$ .                      D.  $x = \frac{1}{3}$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x+1) < 2$  là:

- A.  $(-1; 5)$ .                      B.  $(-\infty; 8)$ .                      C.  $(8; +\infty)$ .                      D.  $(-1; 8)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x + 2y - 3z + 15 = 0$ . Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_3(1; 2; 15)$ .      B.  $\vec{n}_2(-1; 2; -3)$ .      C.  $\vec{n}_1(1; 2; -3)$ .      D.  $\vec{n}_4(-1; -2; -3)$ .

**Câu 8.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ?

- A.  $(ABB'A')$ .      B.  $(AB'C')$ .      C.  $(ABC')$ .      D.  $(CA'B')$ .

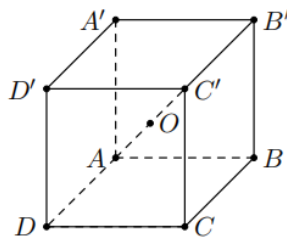
**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x = 3$  là:

- A.  $x = 9$ .      B.  $x = 8$ .      C.  $x = 5$ .      D.  $x = 6$ .

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ :  $-2, 3, \dots$ . Tìm số hạng thứ 6 của cấp số cộng.

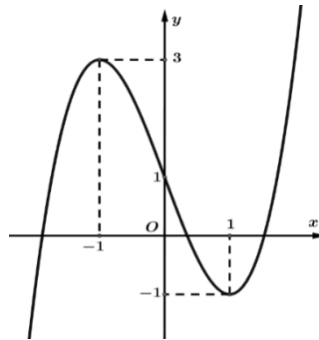
- A.  $u_6 = 13$ .      B.  $u_6 = -7$ .      C.  $u_6 = -5$ .      D.  $u_6 = 23$ .

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A.  $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .      B.  $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .  
 C.  $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .      D.  $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2} \cos x - x$ .

a)  $f(0) = \sqrt{2}$ ,  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \sqrt{2} \sin x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là  $\frac{5\pi}{4}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{3\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn  $400m$ , tốc độ của ô tô là  $45 \text{ km/h}$ . Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 14 giây và duy trì sự tăng tốc trong 21 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là  $350m$ .

b) Giá trị của  $b$  là  $12,5$ .

c) Quãng đường  $s(t)$ , (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 21$ ) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $s(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 21 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là  $110 \text{ km/h}$ .

**Câu 3.** Khi tìm hiểu về các hồ sơ bệnh án liên quan đến các bệnh nhân bị bỏng, các bác sĩ đã rút ra 50 hồ sơ bệnh án của 50 bệnh nhân. Trong đó có 35 bệnh nhân bị bỏng do nhiệt và 15 bệnh nhân bị bỏng do hóa chất. Trong quá trình diễn biến của bệnh thì trong số 35 bệnh nhân bị bỏng nhiệt có 30% bệnh nhân bị biến chứng và trong số 15 bệnh nhân bị bỏng do hóa chất thì có 50% bệnh nhân bị biến chứng.

Gọi  $A$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị bỏng do nhiệt”;

$B$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị bỏng do hóa chất”;

$C$  là biến cố: “Hồ sơ rút ra bệnh nhân bị biến chứng”.

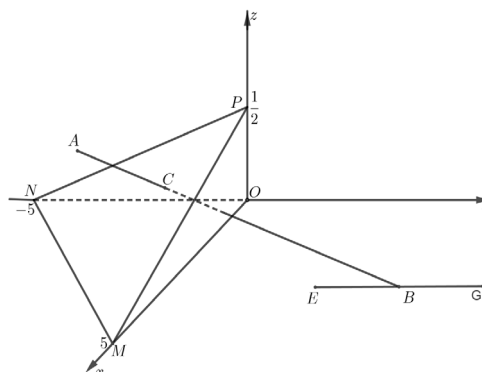
a) Xác suất  $P(B) = \frac{3}{10}$  và  $P(\bar{B}) = \frac{7}{10}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(C \setminus A) = 0,3$ .

c) Xác suất  $P(C) = 0,85$ .

d) Trong số các bệnh nhân bị biến chứng có 25% bệnh nhân bị bỏng do nhiệt (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí  $A\left(\frac{7}{2}; -2; \frac{2}{5}\right)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B\left(\frac{7}{2}; \frac{11}{2}; 0\right)$  trên đường băng  $EG$ . Biết rằng có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(5; 0; 0)$ ,  $N(0; -5; 0)$ ,  $P\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ , điểm  $C$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh và theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}; 0\right)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là  $120m$  (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới). (Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014).



a) Đường thẳng  $AB$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -2 + \frac{15}{2}t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}t \end{cases}$$

b) Tọa độ của điểm  $C\left(\frac{7}{2}; 0; \frac{28}{115}\right)$ .

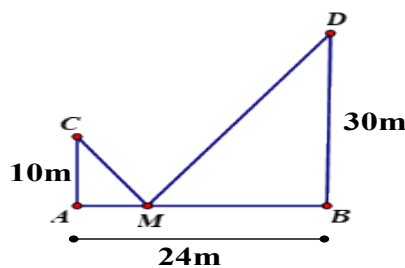
c) Khi máy bay đạt được độ cao  $120m$  so với đường băng thì máy bay đang ở vị trí điểm  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $D\left(\frac{7}{2}; \frac{13}{4}; \frac{3}{25}\right)$ .

d) Nếu tầm nhìn xa của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là  $900m$  thì người phi công đó đạt được quy định an toàn bay.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

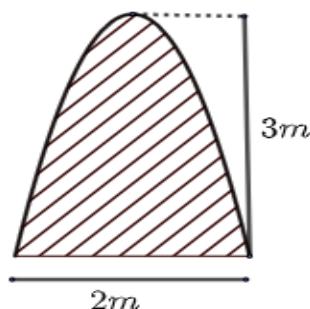
**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh  $AB=5, BC=8$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Câu 2.** Công ty Viễn thông Viettel dựng hai cột ăng-ten thẳng đứng cao  $10m$  và  $30m$  lần lượt tại hai vị trí  $A, B$  cách nhau một khoảng bằng  $24m$ . Người ta chọn một chốt tại vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giăng dây néo đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của ăng-ten (xem hình vẽ minh họa). Hỏi phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách điểm  $A$  bao nhiêu mét trên mặt đất để tổng độ dài của hai đoạn dây néo là ngắn nhất?



**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(700;300;10)$  đến điểm  $B(x; y; z)$ , (với  $x; y; z \in \mathbb{R}$ ) trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là  $C(1000;360;19)$ . Tính  $T = x - y + z$ .

**Câu 4.** Bác Bình muốn làm cửa rào sắt hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là  $3m$ , chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là  $2m$  (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới). Giá  $1 m^2$  vật tư và công làm là 1,4 triệu đồng, các chi phí khác không đáng kể. Vậy để làm cửa rào sắt đó thì số tiền Bác Bình phải trả là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



**Câu 5.** Công ty  $A$  chuyên sản xuất một loại sản phẩm và ước tính rằng với  $x$  sản phẩm được sản xuất thì tổng chi phí sẽ là  $C(x) = 3x^2 + 72x - 9789$  (triệu đồng). Giá mỗi sản phẩm công ty sẽ bán với giá  $p(x) = 180 - 3x$  (triệu đồng). Hãy xác định số sản phẩm công ty cần sản xuất sao cho công ty thu được lợi nhuận cao nhất.

**Câu 6.** Cho hai chuồng thỏ, chuồng thứ nhất có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng, chuồng thứ hai có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen, các con thỏ có cùng khối lượng. Bắt ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ nhất cho vào chuồng thứ hai. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng thứ hai thì được một con thỏ trắng. Tính xác suất để thỏ trắng này là của chuồng thứ nhất mang sang (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án**

**Câu 1.** Cho  $\int e^x dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $F'(x) = e^x$ .                      **B.**  $F'(x) = e^{2x}$ .                      **C.**  $F'(x) = e^{x^2}$ .                      **D.**  $F'(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và 2 đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.**  $S = \int_a^b f(x) dx$ .                      **B.**  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .                      **C.**  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .                      **D.**  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 3.** Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

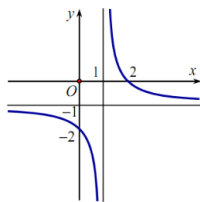
Tứ phân vị thứ ba (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.**  $Q_3 = 36,44$ .                      **B.**  $Q_3 = 29,69$ .                      **C.**  $Q_3 = 32,79$ .                      **D.**  $Q_3 = 39,44$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 1; -3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -1; 2)$ ?

- A.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ .                      **B.**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ .                      **C.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ .                      **D.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $c \neq 0$ ,  $ad - bc \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



- A.**  $y = -1$ .                      **B.**  $y = 1$ .                      **C.**  $x = 1$ .                      **D.**  $x = -1$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(2 - x) < 1$  là

- A.**  $(-\infty; -8)$ .                      **B.**  $(-8; 2)$ .                      **C.**  $(-8; +\infty)$ .                      **D.**  $(-8; 2]$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

A.  $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$ .

B.  $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$ .

C.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$ .

D.  $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thoi và  $SA \perp (ABCD)$  Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAD)$ .      B.  $BC \perp (SAC)$ .      C.  $AC \perp (SBD)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

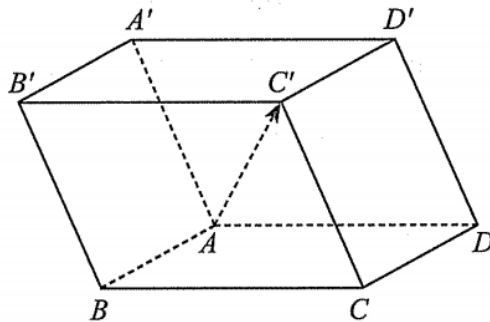
**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $3^x = 8$  là

- A.  $x = \log_3 8$ .      B.  $x = \log_8 3$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 5$ .

**Câu 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $u_7 = -32$ . Giá trị của công bội  $q$  bằng

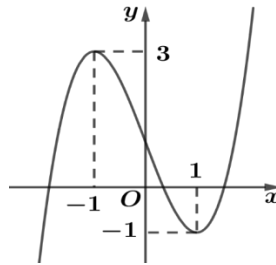
- A.  $\pm \frac{1}{2}$ .      B.  $\pm 2$ .      C.  $\pm 4$ .      D.  $\pm 1$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Phân tích vectơ  $\vec{AC'}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .



- A.  $\vec{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .      B.  $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      C.  $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .      D.  $\vec{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $g(x) = 2\sin x + x$ .

a)  $g(0) = 0$ ;  $g(\pi) = \pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $g'(x) = -2\cos x + 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{5\pi}{6}$ .



d) Giá trị lớn nhất của  $g(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 2.** Một chiếc tàu lửa đang di chuyển trên đường ray dẫn vào nhà ga. Khi tàu còn cách nhà ga 240 mét, vận tốc của tàu là 30 km/h. Ba giây sau, tàu bắt đầu giảm tốc với công thức vận tốc  $v(t) = -at + b$  (với  $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc. Biết rằng tàu đến vị trí cách nhà ga 80 mét sau 18 giây và tiếp tục duy trì sự giảm tốc trong 27 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường tàu đi từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi còn cách nhà ga 80 mét là 135 m.

b) Giá trị của  $b$  là 25.

c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà tàu đi trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 27$ ) kể từ khi bắt đầu giảm tốc được tính bằng công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .

d) Sau 27 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, vận tốc của tàu không vượt quá 21 km/h.

**Câu 3.** Trước khi phát triển một tính năng mới cho ứng dụng, nhóm nghiên cứu đã khảo sát ngẫu nhiên 250 người dùng về sự quan tâm đến tính năng này. Kết quả khảo sát như sau: có 140 người trả lời "quan tâm", còn 110 người trả lời "không quan tâm". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ người dùng thực sự sẽ sử dụng tính năng mới tương ứng với câu trả lời "quan tâm" và "không quan tâm" lần lượt là 65% và 35%.

Gọi  $A$  là biến cố "Người được khảo sát thực sự sẽ sử dụng tính năng mới".

Gọi  $B$  là biến cố "Người được khảo sát trả lời quan tâm đến tính năng mới".

a) Xác suất  $P(B) = \frac{14}{25}$  và  $P(\bar{B}) = \frac{11}{25}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(A|B) = 0.65$ .

c) Xác suất  $P(A) = 0.47$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Trong số những người thực sự sẽ sử dụng tính năng mới, có 70% người đã trả lời "quan tâm" trong khảo sát (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Một máy bay không người lái (drone) của Lãnh thổ A đang bay giám sát một khu vực của Lãnh thổ B để ghi lại dữ liệu về địa hình. Giả sử hệ thống radar theo dõi của Lãnh thổ B đặt tại khu vực này chỉ có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  trong không gian, với gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1000 km. Máy bay không người lái của Lãnh thổ A bay với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm  $P(0; 20; 6)$  đến điểm  $Q(16; -12; -6)$ .

a) Phương trình tham số của đường thẳng  $PQ$  là 
$$\begin{cases} x = -4t \\ y = 20 + 8t \\ z = 6 + 3t \end{cases}, \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

b) Vị trí đầu tiên mà máy bay của Lãnh thổ A đi vào phạm vi theo dõi của hệ thống radar của Lãnh thổ B tại khu vực này là điểm  $B(12; -4; -3)$ .

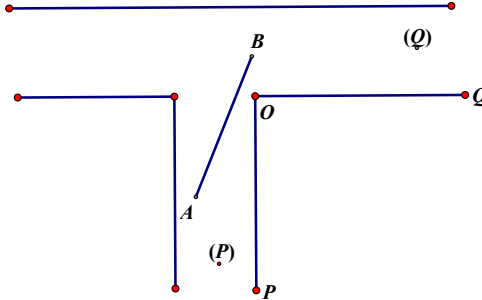
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của hệ thống radar là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Nếu thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống radar là 10 phút thì thời gian bay từ  $P$  đến  $Q$  là 20 phút.

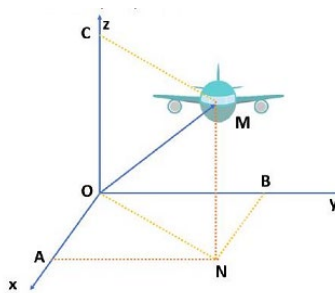
**PHẦN III. Trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = BC = 2$  và  $CC' = 4$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $AA'$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $MN$  bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

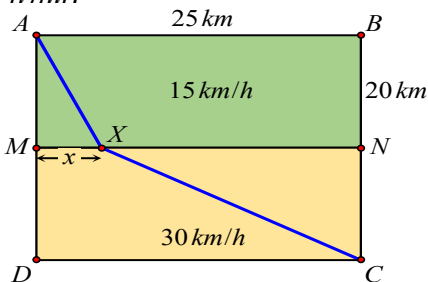
**Câu 2.** Mương nước  $(P)$  thông với mương nước  $(Q)$ , bờ của mương nước  $(P)$  vuông góc với bờ của mương nước  $(Q)$ . Chiều rộng của hai mương bằng nhau và bằng  $8m$ . Một thanh gỗ  $AB$ , thiết diện nhỏ không đáng kể trôi từ mương  $(P)$  sang mương  $(Q)$ . Tính độ dài lớn nhất của thanh gỗ  $AB$  (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân) sao cho  $AB$  khi trôi không bị vướng.



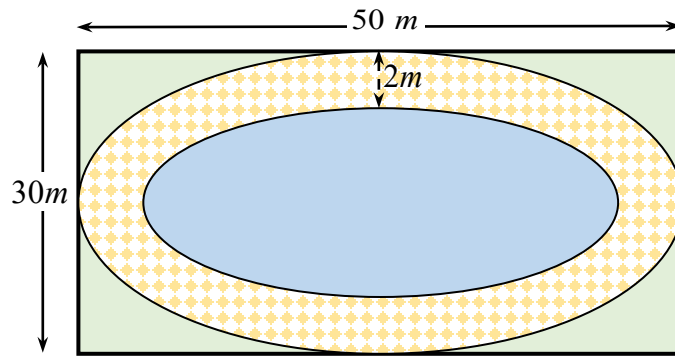
**Câu 3.** Một máy bay bay ngang qua một trạm kiểm soát không lưu và cách trạm kiểm soát này một khoảng (theo đường chim bay) là  $14\text{ km}$ . Cho hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là kilômét),  $O$  là vị trí trạm kiểm soát và  $M$  là vị trí của máy bay (coi máy bay là một điểm trong không gian), người ta tính được  $\widehat{NOB} = 30^\circ$ ,  $\widehat{MON} = 45^\circ$ . Khi đó, nếu điểm  $M$  có tọa độ  $(a; b; c)$  thì  $a^2 + b^2 - 2c^2$  có giá trị là bao nhiêu?



**Câu 4.** Một vùng đất hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 25\text{ km}$ ,  $BC = 20\text{ km}$  và  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$ ,  $BC$ . Một người cưỡi ngựa xuất phát từ  $A$  đi đến  $C$  bằng cách đi thẳng từ  $A$  đến một điểm  $X$  thuộc đoạn  $MN$  rồi lại đi thẳng từ  $X$  đến  $C$ . Vận tốc của ngựa khi đi trên phần  $ABNM$  là  $15\text{ km/h}$ , vận tốc của ngựa khi đi trên phần  $MNCD$  là  $30\text{ km/h}$ . Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ  $A$  đến  $C$  là mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



**Câu 5.** Một sân chơi dành cho trẻ em trong khuôn viên tại khu chung cư X có dạng hình chữ nhật biết chiều dài là  $50m$  và chiều rộng là  $30m$ . Người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viên ngoài và viên trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là  $2m$ . Kinh phí để làm mỗi  $m^2$  làm đường  $500.000$  đồng. Số tiền làm con đường đó hết bao nhiêu triệu đồng? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).



**Câu 6.** Trường THPT A có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong đó có 90% học sinh của câu lạc bộ biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ âm nhạc nhưng cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?  
(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

-----Hết-----

**HƯỚNG DẪN CHẤM - ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT 2025**

Thời lượng làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

(Mỗi câu trả lời đúng, thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	A	C	B	C	D	A	B	C	A

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1,0 điểm**:

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,10 điểm**;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,00 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

**PHẦN III. Câu trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

(Mỗi câu trả lời đúng, thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2,43	22,6	-98	1,49	119	0,69

**HƯỚNG DẪN CHI TIẾT PHẦN II và PHẦN III**

Câu	Nội dung	Đáp án/ Điểm
<b>II.1</b>	<p><b>Câu 1.</b> Cho hàm số <math>g(x) = 2\sin x + x</math>.</p> <p>a) <math>g(0) = 0</math>; <math>g(\pi) = \pi</math>.</p> <p>b) Đạo hàm của hàm số đã cho là <math>g'(x) = -2\cos x + 1</math>.</p> <p>c) Nghiệm của phương trình <math>g'(x) = 0</math> trên đoạn <math>[0; \pi]</math> là <math>\frac{5\pi}{6}</math>.</p>	

	d) Giá trị lớn nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ .	
	a) $g(0) = 2\sin 0 + 0 = 0, g(\pi) = 2\sin \pi + \pi = 0 + \pi = \pi$ .	<b>Đ</b>
	b) $g'(x) = 2\cos x + 1$ .	<b>S</b>
	c) $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	<b>S</b>
	d) $g\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}; g(0) = 0; g(\pi) = \pi$ . Vậy $\max_{[0; \pi]} g(x) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ .	<b>Đ</b>
<b>II.2</b>	<p><b>Câu 2.</b> Một chiếc tàu lửa đang di chuyển trên đường ray dẫn vào nhà ga. Khi tàu còn cách nhà ga 240 mét, vận tốc của tàu là 30 km/h. Ba giây sau, tàu bắt đầu giảm tốc với công thức vận tốc <math>v(t) = -at + b</math> (với <math>a, b \in \mathbb{R}, a &gt; 0</math>), trong đó <math>t</math> là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc. Biết rằng tàu đến vị trí cách nhà ga 80 mét sau 18 giây và tiếp tục duy trì sự giảm tốc trong 27 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.</p> <p>a) Quãng đường tàu đi từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi còn cách nhà ga 80 mét là 135 m.</p> <p>b) Giá trị của <math>b</math> là 25.</p> <p>c) Quãng đường <math>S(t)</math> (đơn vị: mét) mà tàu đi trong thời gian <math>t</math> giây (<math>0 \leq t \leq 27</math>) kể từ khi bắt đầu giảm tốc được tính bằng công thức <math>S(t) = \int_0^t v(t) dt</math>.</p> <p>d) Sau 27 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, vận tốc của tàu không vượt quá 21 km/h.</p>	
	<p>a) Đầu tiên, đổi vận tốc ban đầu của tàu từ km/h sang m/s:</p> $30 \text{ km/h} = \frac{30 \times 1000}{3600} = \frac{25}{3} \text{ m/s}$ <p>Sau 3 giây di chuyển với vận tốc này, tàu đi được quãng đường: <math>3 \times \frac{25}{3} = 25 \text{ m}</math></p> <p>Khoảng cách từ vị trí bắt đầu tăng tốc đến điểm còn cách nhà ga 80 m là:?</p> $240 - 80 - 25 = 135 \text{ m}$	<b>Đ</b>
	<p>b) Tại thời điểm bắt đầu giảm tốc (<math>t = 0</math>), vận tốc của tàu vẫn là <math>\frac{25}{3}</math> m/s. Khi đó:</p> $v(0) = \frac{25}{3} \Rightarrow -a \cdot 0 + b = \frac{25}{3} \Rightarrow b = \frac{25}{3}$	<b>S</b>

	<p>c) Quãng đường <math>S(t)</math> (đơn vị: mét) mà tàu đi trong thời gian <math>t</math> giây (<math>0 \leq t \leq 27</math>) kể từ khi bắt đầu giảm tốc được tính theo công thức <math>S(t) = \int_0^t v(t) dt</math>.</p> $S(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (-a \cdot t + b) dt$	<b>Đ</b>
	<p>d) Từ thông tin quãng đường tàu đi được là 135 m trong 18 giây đầu tiên, ta có:</p> $S(18) = \int_0^{18} v(t) dt = 135 \Leftrightarrow \int_0^{18} \left(-a \cdot t + \frac{25}{3}\right) dt = 135$ $\Leftrightarrow -a \cdot \int_0^{18} t dt + \int_0^{18} \frac{25}{3} dt = 135 \Rightarrow a = \frac{5}{54}$ <p>Sau 27 giây, vận tốc của tàu là: <math>v(27) = \frac{35}{6} (m/s) = 21 km/h</math></p>	<b>Đ</b>
<b>II.3</b>	<p><b>Câu 3.</b> Trước khi phát triển một tính năng mới cho ứng dụng, nhóm nghiên cứu đã khảo sát ngẫu nhiên 250 người dùng về sự quan tâm đến tính năng này. Kết quả khảo sát như sau: có 140 người trả lời "quan tâm", còn 110 người trả lời "không quan tâm". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ người dùng thực sự sẽ sử dụng tính năng mới tương ứng với câu trả lời "quan tâm" và "không quan tâm" lần lượt là 65% và 35%.</p> <p>Gọi <math>A</math> là biến cố "Người được khảo sát thực sự sẽ sử dụng tính năng mới".  Gọi <math>B</math> là biến cố "Người được khảo sát trả lời quan tâm đến tính năng mới".</p> <p>a) Xác suất <math>P(B) = \frac{14}{25}</math> và <math>P(\bar{B}) = \frac{11}{25}</math>.</p> <p>b) Xác suất có điều kiện <math>P(A B) = 0.65</math>.</p> <p>c) <b>Xác suất</b> <math>P(A) = 0.47</math> (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).</p> <p>d) Trong số những người thực sự sẽ sử dụng tính năng mới, có 70% người đã trả lời "quan tâm" trong khảo sát (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).</p>	
	<p>a) Xác suất <math>P(B) = \frac{14}{25}</math> và <math>P(\bar{B}) = \frac{11}{25}</math>.</p> <p>Xác suất của biến cố <math>B</math> (người trả lời "quan tâm") là:</p> $P(B) = \frac{140}{250} = \frac{14}{25}$ <p>Xác suất của biến cố <math>\bar{B}</math> (người trả lời "không quan tâm") là:</p> $P(\bar{B}) = \frac{110}{250} = \frac{11}{25}$	<b>Đ</b>

	<p><b>b)</b> Biến cố <math>A B</math> là biến cố: "Người được khảo sát thực sự sẽ sử dụng tính năng nếu người đó trả lời quan tâm". Theo giả thiết, tỷ lệ người dùng thực sự sẽ sử dụng tính năng trong số người trả lời "quan tâm" là 65%. Do đó:</p> $P(A B) = 0.65$	<b>Đ</b>
	<p><b>c)</b> Để tính xác suất <math>P(A)</math>, ta dùng công thức xác suất toàn phần:</p> $P(A) = P(A B) \cdot P(B) + P(A \bar{B}) \cdot P(\bar{B})$ <p>Trong đó:</p> $P(A B) = 0.65, P(B) = \frac{14}{25}, P(A \bar{B}) = 0.35, P(\bar{B}) = \frac{11}{25}$ <p>Thay vào công thức: <math>P(A) = 0.65 \cdot \frac{14}{25} + 0.35 \cdot \frac{11}{25} = \frac{91}{200} = 0.52</math></p>	<b>S</b>
	<p><b>d)</b> Ta cần tính xác suất <math>P(B A)</math> - xác suất để một người đã trả lời "quan tâm" trong số những người thực sự sẽ sử dụng tính năng.</p> <p>Áp dụng công thức Bayes: <math>P(B A) = \frac{P(A B) \cdot P(B)}{P(A)}</math></p> $P(B A) = \frac{0.65 \cdot \frac{14}{25}}{0.52} \approx 0.7 = 70\%$	<b>Đ</b>
<b>II.4</b>	<p><b>Câu 4.</b> Một máy bay không người lái (drone) của Lãnh thổ A đang bay giám sát một khu vực của Lãnh thổ B để ghi lại dữ liệu về địa hình. Giả sử hệ thống radar theo dõi của Lãnh thổ B đặt tại khu vực này chỉ có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ <math>Oxyz</math> trong không gian, với gốc <math>O</math> tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1000 km. Máy bay không người lái của Lãnh thổ A bay với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm <math>P(0; 20; 6)</math> đến điểm <math>Q(16; -12; -6)</math>.</p> <p><b>a)</b> Phương trình tham số của đường thẳng <math>PQ</math> là <math display="block">\begin{cases} x = -4t \\ y = 20 + 8t, \text{ với } t \in \mathbb{R}. \\ z = 6 + 3t \end{cases}</math></p> <p><b>b)</b> Vị trí đầu tiên mà máy bay của Lãnh thổ A đi vào phạm vi theo dõi của hệ thống radar của Lãnh thổ B tại khu vực này là điểm <math>B(12; -4; -3)</math>.</p> <p><b>c)</b> Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của hệ thống radar là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).</p> <p><b>d)</b> Nếu thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống radar là 10 phút thì thời gian bay từ <math>P</math> đến <math>Q</math> là 20 phút.</p>	

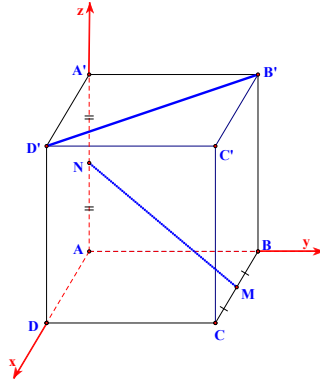
	<p><b>a) Phương trình tham số của đường thẳng PQ:</b></p> <p><math>P(0;20;6)</math> đến điểm <math>Q(16;-12;-6)</math>, suy ra: Ta chọn VTCP <math>\overrightarrow{u_{PQ}} = (-4, 8, 3)</math>:</p> <p>Phương trình tham số của đường thẳng PQ là: <math display="block">\begin{cases} x = -4t \\ y = 20 + 8t, \text{ với } t \in \mathbb{R}. \\ z = 6 + 3t \end{cases}</math></p>	<b>Đ</b>
	<p><b>b) Tìm vị trí đầu tiên máy bay đi vào phạm vi theo dõi:</b></p> <p>Phạm vi theo dõi của hệ thống radar là mặt cầu tâm <math>O</math> (tâm Trái Đất) bán kính <math>R = 13</math> đơn vị (tương ứng với 13 000 km trong thực tế). Phương trình mặt cầu là:</p> $x^2 + y^2 + z^2 = 13^2 \Leftrightarrow (6 + 3t)^2 + (20 + 8t)^2 + (-4t)^2 = 13^2$ $\Leftrightarrow 89t^2 + 356t + 267 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow A(4;12;3) \\ t = -3 \Rightarrow B(12;-4;-3) \end{cases}$ <p>Ta có <math>\overline{PA}(4;-8;-3), \overline{PB}(12;-24;-9) \Rightarrow \overline{PB} = 3\overline{PA} \Rightarrow</math> Điểm gặp đầu tiên là <math>A(4;12;3)</math>.          Vậy vị trí đầu tiên máy bay đi vào phạm vi theo dõi là điểm <math>A(4;12;3)</math>, không phải <math>B(12;-4;-3)</math></p>	<b>S</b>
	<p><b>c) Tính khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng trong phạm vi theo dõi:</b></p> <p>Khoảng cách giữa hai điểm <math>A(4;12;3), B(12;-4;-3)</math>, là:</p> $AB = \sqrt{8^2 + 16^2 + 6^2} = 2\sqrt{89}$ <p>Đơn vị trên mỗi trục là 1000 km, nên khoảng cách <math>AB \approx 18900</math> km.</p>	<b>Đ</b>
	<p><b>d) Tính thời gian di chuyển:</b></p> <p>Ta biết <math>AB = 2\sqrt{89}</math> và tổng chiều dài đoạn <math>PQ = 4\sqrt{89}</math>. Vì vậy, thời gian bay từ <math>P</math> đến <math>Q</math> gấp đôi thời gian bay trong phạm vi radar. Nếu thời gian bay trong phạm vi radar là 10 phút, thì thời gian từ <math>P</math> đến <math>Q</math> là:</p> $t_{PQ} = 2 \cdot t_{AB} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ (phút)}$	<b>Đ</b>

### HƯỚNG DẪN CHI TIẾT PHẦN III

Câu	Nội dung	Đáp án/ Điểm
<b>III.1</b>	<b>Câu 1.</b> Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$ . Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của cạnh $BC$ và $AA'$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $MN$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)	



**Cách 1.** Đặt các trục  $Ox$ ,  $Oy$  và  $Oz$  vào hình như sau

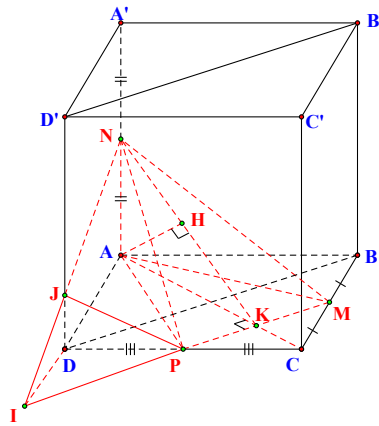


Ta có  $M(1;2;0)$ ,  $N(0;0;2)$ ,  $B'(0;2;4)$  và  $D'(2;0;4)$ .

Ta có  $\overline{MN} = (-1; -2; 2)$ ,  $\overline{B'D'} = (2; -2; 0)$  và  $\overline{MB'} = (-1; 0; 4) \Rightarrow [\overline{MN}, \overline{B'D'}] = (4; 4; 6)$ .

$$\text{Khi đó } d(MN; B'D') = \frac{[\overline{MN}; \overline{B'D'}] \cdot \overline{MB'}}{[\overline{MN}; \overline{B'D'}]} = \frac{|(-1) \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 6|}{\sqrt{4^2 + 4^2 + 6^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43.$$

**Cách 2.** Gọi  $P$  là trung điểm  $CD$ ,  $I = MP \cap AD$ ,  $J = IN \cap DD'$ ,  $K = AC \cap MP$ .



Ta có  $MP \parallel BD \Rightarrow MP \parallel B'D' \Rightarrow d(B'D'; MN) = d[B'D'; (MNP)] = d[D'; (MNP)]$ .

$$\text{Lại có } d[D'; (MNP)] = \frac{D'J}{DJ} d[D; (MNP)] = 5 \cdot d[D; (MNP)].$$

$$\text{Mặt khác } d[D; (MNP)] = \frac{DI}{AI} d[A; (MNP)] = \frac{1}{3} d[A; (MNP)].$$

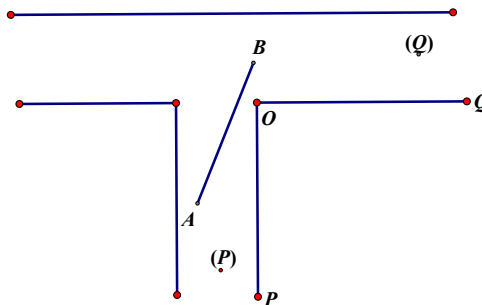
$$\text{Để thấy } \begin{cases} (NAK) \perp (MNP) \\ (NAK) \cap (MNP) = AK \\ AH \perp NK \text{ (} H \in NK \text{) trong } (NAK) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNP) \Rightarrow d[A; (MNP)] = AH.$$

Suy ra  $d(MN; B'D') = \frac{5}{3} d[A; (MNP)] = \frac{5}{3} AH$  với  $AN = \frac{AA'}{2} = 2$  ;

$$AK = \frac{3}{4} \sqrt{2} AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

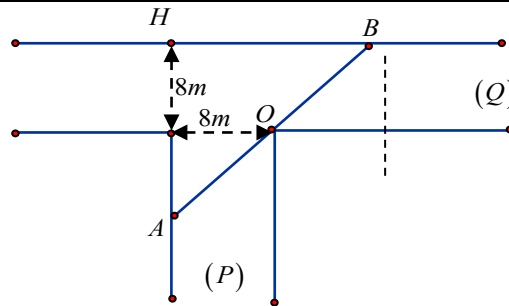
$$\text{Vậy } d(MN; B'D') = \frac{5}{3} AH = \frac{5}{3} \cdot \frac{AN \cdot AK}{\sqrt{AN^2 + AK^2}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 2}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt{17}}{17} \approx 2,43.$$

**Câu 2.** Mương nước  $(P)$  thông với mương nước  $(Q)$ , bờ của mương nước  $(P)$  vuông góc với bờ của mương nước  $(Q)$ . Chiều rộng của hai mương bằng nhau và bằng  $8m$ . Một thanh gỗ  $AB$ , thiết diện nhỏ không đáng kể trôi từ mương  $(P)$  sang mương  $(Q)$ . Tính độ dài lớn nhất của thanh gỗ  $AB$  (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân) sao cho  $AB$  khi trôi không bị vướng.



**III.2** Đáp số: 22,6.

0,5



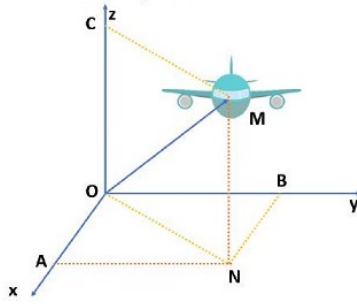
Thanh gỗ trôi qua được khi thanh gỗ chạm điểm  $O$  thì  $OA \leq OB$ .

Vậy  $AB_{max}$  khi  $OA = OB$  ( $A$  nằm trên bờ mương  $(P)$ ,  $B$  nằm trên bờ mương  $(Q)$ ). Do hai mương có chiều rộng bằng nhau nên tam giác  $HAB$  vuông cân tại  $H$ . Khi đó

$$AB = \sqrt{16^2 + 16^2} = 16\sqrt{2} \approx 22,6.$$

**III.3**

**Câu 3.** Một máy bay bay ngang qua một trạm kiểm soát không lưu và cách trạm kiểm soát này một khoảng (theo đường chim bay) là  $14 \text{ km}$ . Cho hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là kilômét),  $O$  là vị trí trạm kiểm soát và  $M$  là vị trí của máy bay (coi máy bay là một điểm trong không gian), người ta tính được  $\widehat{NOB} = 30^\circ$ ,  $\widehat{MON} = 45^\circ$ . Khi đó, nếu điểm  $M$  có tọa độ  $(a; b; c)$  thì  $a^2 + b^2 - 2c^2$  có giá trị là bao nhiêu?



**Đáp số: -98.**

**0,5**

Tứ giác  $OCMN$  là hình chữ nhật và  $\widehat{MON} = 45^\circ$  nên  $OCMN$  là hình vuông.

Ta có  $OM = 14 \Rightarrow ON = OC = 7\sqrt{2}$ . Do đó,  $c = 7\sqrt{2}$ .

Xét tam giác  $OAN$  vuông tại  $A$ , ta có:  $OA = ON \cdot \sin 30^\circ = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

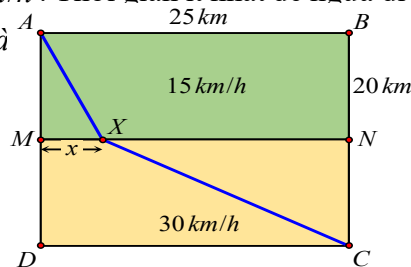
Do đó,  $a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

Xét tam giác  $OBN$  vuông tại  $B$ , ta có:  $OB = ON \cdot \cos 30^\circ = \frac{7\sqrt{6}}{2}$ .

Do đó,  $b = \frac{7\sqrt{6}}{2}$ .

Vậy  $a^2 + b^2 - 2c^2 = -98$ .

**Câu 4.** Một vùng đất hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 25 \text{ km}$ ,  $BC = 20 \text{ km}$  và  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$ ,  $BC$  như Hình vẽ sau. Một người cưỡi ngựa xuất phát từ  $A$  đi đến  $C$  bằng cách đi thẳng từ  $A$  đến một điểm  $X$  thuộc đoạn  $MN$  rồi lại đi thẳng từ  $X$  đến  $C$ . Vận tốc của ngựa khi đi trên phần  $ABNM$  là  $15 \text{ km/h}$ , vận tốc của ngựa khi đi trên phần  $MNCD$  là  $30 \text{ km/h}$ . Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ  $A$  đến  $C$  là mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng



**III.4**

**Đáp số: 1,49.**

**0,5**

Gọi  $MX = x \text{ (km)}$  với  $0 \leq x \leq 25$

Quãng đường  $AX = \sqrt{x^2 + 10^2} \Rightarrow$  thời gian tương ứng  $\frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15} \text{ (h)}$

Quãng đường  $CX = \sqrt{(25 - x)^2 + 10^2}$ , thời gian tương ứng  $\frac{\sqrt{x^2 - 50x + 725}}{30} \text{ (h)}$

Tổng thời gian  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15} + \frac{\sqrt{x^2 - 50x + 725}}{30}$  với  $x \in [0; 25]$ ,

tìm giá trị nhỏ nhất  $f(x)$

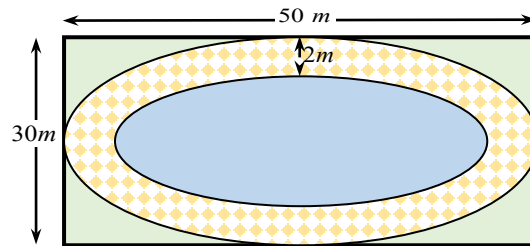
$$f'(x) = \frac{x}{15\sqrt{x^2+100}} + \frac{x-25}{30\sqrt{x^2-50x+725}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Tính các giá trị  $f(0) = \frac{4+\sqrt{29}}{6} \approx 1,56$ ,  $f(25) = \frac{1+\sqrt{29}}{3} \approx 2,13$ ,  $f(5) = \frac{2\sqrt{5}}{3} \approx 1,49$

Vậy hàm số đạt GTNN bằng  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$  tại  $x = 5$

**Câu 5.** Một sân chơi dành cho trẻ em trong khuôn viên tại khu chung cư X có dạng hình chữ nhật biết chiều dài 50m và chiều rộng là 30m. Người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí để làm mỗi  $m^2$  làm đường 500.000 đồng. Số tiền làm con đường đó hết bao nhiêu triệu đồng?

(Số tiền (triệu đồng) được làm tròn đến hàng đơn vị)



**Đáp số: 119.**

**0,5**

**III.5**

Gọi  $S$  là diện tích của elip  $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ta có  $S = \pi ab$ .

Chứng minh  $S = \int_{-a}^a b \left( \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right) dx = \pi ab$

Xét hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho trục hoành và trục tung lần lượt là các trục đối xứng của hình chữ nhật trong đó trục hoành dọc theo chiều dài của hình chữ nhật.

Gọi  $(E_1)$  là elip lớn,  $(E_2)$  là elip nhỏ ta có:

$(E_1): \frac{x^2}{25^2} + \frac{y^2}{15^2} = 1 \Rightarrow$  Diện tích của nó là  $S_1 = \pi \cdot 25 \cdot 15 = 375\pi$ .

$(E_2): \frac{x^2}{23^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1 \Rightarrow$  Diện tích của nó là  $S_2 = \pi \cdot 23 \cdot 13 = 299\pi$ .

Diện tích con đường là  $375\pi - 299\pi = 76\pi$ .

Do đó số tiền đầu tư là  $76\pi * 500.000 \approx 119320000$

Đáp số: 119 triệu đồng.

**III.6**

**Câu 6.** Trường THPT A có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong đó có 90% học sinh của câu lạc bộ biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ âm nhạc nhưng cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Đáp số: 0,69.**

**0,5**

Xét các biến cố:

$A$  : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

$B$  : "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó,  $P(A) = 0,2$ ;  $P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B|A) = 0,9$ ;  $P(B|\bar{A}) = 0,1$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,26.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,26} \approx 0,69.$$

**MA TRẬN ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT 2025**

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỉ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác				2 II.1.a; II.1.b	2 II.1.c; II.1.d					4	10%
11	Dãy số - Cấp số cộng - Cấp số nhân	1 I.10									1	2,5%
11	Mũ - Logarit	2 I.6; I.9									2	5%
11	Hình học không gian	1 I.8;								1 III.1	2	7,5%
11	Lý thuyết đồ thị									1 III.2	1	5,0%
11	Xác suất cò điển				1 II.3.a					1 III.6	2	7,5%

12	Xác suất					1 II.3.b	2 II.3.c; II.3.d				3	7,5%	
12	Hàm số	2 I.5; I.12								1 III.4	3	10%	
12	Vectơ trong không gian		1 I.11								1	2,5%	
12	Nguyên hàm - Tích phân	2 I.1; I.2				1 II.2.a	3 II.2.b; II.2.c; II.2.d			1 III.5	7	20%	
12	Mẫu số liệu ghép nhóm		1 I.3								1	2,5%	
12	Hình học Oxyz	2 I.4; I.7					3 II.4.a; II.4.b; II.4.c	1 II.4.d			1 III.3	7	20%
<b>Tổng</b>		10	2			4	9	3			6	34	
<b>Tỉ lệ</b>		<b>25%</b>	<b>5%</b>			<b>10%</b>	<b>22,5%</b>	<b>7,5%</b>			<b>30%</b>	<b>100%</b>	
<b>Điểm tối đa</b>		<b>3</b>			<b>4</b>			<b>3</b>			<b>10</b>		