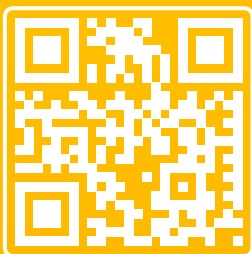
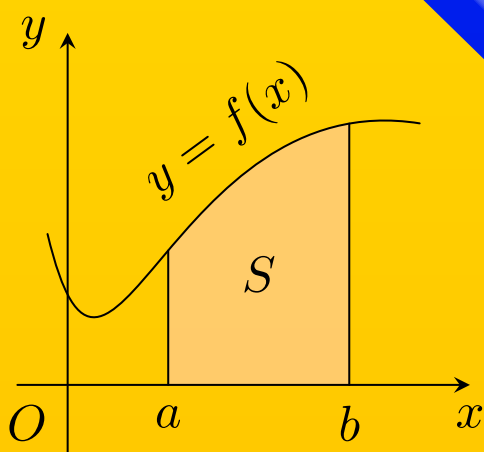


WWW.CAOTHANHPHUC.EDU.VN

CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC TOÁN HỌC

TOÁN 12



ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2025

PHƯƠNG PHÁP VÀ KTDH TÍCH CỰC MÔN TOÁN

$\text{\LaTeX}$   
Geogebra  
Manim & Python

# Mục lục

---

|                                                |    |
|------------------------------------------------|----|
| Đề số 1: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán | 1  |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn     | 1  |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai                     | 3  |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn                 | 6  |
| Bảng đáp án 1                                  | 10 |
| Bảng đáp án 2                                  | 10 |
| Bảng đáp án 3                                  | 10 |
| Đề số 2: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán | 11 |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn     | 11 |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai                     | 13 |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn                 | 16 |
| Bảng đáp án 1                                  | 21 |
| Bảng đáp án 2                                  | 21 |
| Bảng đáp án 3                                  | 21 |
| Đề số 3: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán | 22 |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn     | 22 |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai                     | 25 |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn                 | 28 |
| Bảng đáp án 1                                  | 32 |
| Bảng đáp án 2                                  | 32 |
| Bảng đáp án 3                                  | 33 |
| Đề số 4: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán | 34 |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn     | 34 |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai                     | 37 |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn                 | 40 |
| Bảng đáp án 1                                  | 43 |
| Bảng đáp án 2                                  | 43 |
| Bảng đáp án 3                                  | 43 |
| Đề số 5: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán | 44 |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn     | 44 |



|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai.....                     | 47        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                 | 51        |
| Bảng đáp án 1.....                                    | 54        |
| Bảng đáp án 2.....                                    | 54        |
| Bảng đáp án 3.....                                    | 54        |
| <b>Đề số 6: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>55</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....     | 55        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai.....                     | 57        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                 | 61        |
| Bảng đáp án 1.....                                    | 65        |
| Bảng đáp án 2.....                                    | 65        |
| Bảng đáp án 3.....                                    | 65        |
| <b>Đề số 7: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>66</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....     | 66        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai.....                     | 68        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                 | 70        |
| Bảng đáp án 1.....                                    | 73        |
| Bảng đáp án 2.....                                    | 73        |
| Bảng đáp án 3.....                                    | 73        |
| <b>Đề số 8: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>74</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....     | 74        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai.....                     | 77        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                 | 80        |
| Bảng đáp án 1.....                                    | 83        |
| Bảng đáp án 2.....                                    | 83        |
| Bảng đáp án 3.....                                    | 83        |
| <b>Đề số 9: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>84</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....     | 84        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai.....                     | 87        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                 | 89        |
| Bảng đáp án 1.....                                    | 93        |
| Bảng đáp án 2.....                                    | 93        |

|                                                              |            |
|--------------------------------------------------------------|------------|
| Bảng đáp án 3 .....                                          | 93         |
| <b>Đề số 10: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> ..... | <b>95</b>  |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn .....           | 95         |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai .....                           | 98         |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....                       | 101        |
| Bảng đáp án 1 .....                                          | 106        |
| Bảng đáp án 2 .....                                          | 106        |
| Bảng đáp án 3 .....                                          | 106        |
| <b>Đề số 11: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> ..... | <b>107</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn .....           | 107        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai .....                           | 109        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....                       | 112        |
| Bảng đáp án 1 .....                                          | 115        |
| Bảng đáp án 2 .....                                          | 115        |
| Bảng đáp án 3 .....                                          | 115        |
| <b>Đề số 12: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> ..... | <b>116</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn .....           | 116        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai .....                           | 119        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....                       | 122        |
| Bảng đáp án 1 .....                                          | 127        |
| Bảng đáp án 2 .....                                          | 127        |
| Bảng đáp án 3 .....                                          | 127        |
| <b>Đề số 13: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> ..... | <b>128</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn .....           | 128        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai .....                           | 131        |
| (C) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....                       | 134        |
| Bảng đáp án 1 .....                                          | 140        |
| Bảng đáp án 2 .....                                          | 140        |
| Bảng đáp án 3 .....                                          | 140        |
| <b>Đề số 14: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> ..... | <b>141</b> |
| (A) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn .....           | 141        |
| (B) Câu trắc nghiệm đúng sai .....                           | 143        |



|                                                        |                                               |            |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------|
| Ⓒ                                                      | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....             | 145        |
|                                                        | Bảng đáp án 1.....                            | 148        |
|                                                        | Bảng đáp án 2.....                            | 148        |
|                                                        | Bảng đáp án 3.....                            | 148        |
| <b>Đề số 15: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> |                                               | <b>149</b> |
| Ⓐ                                                      | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn..... | 149        |
| Ⓑ                                                      | Câu trắc nghiệm đúng sai.....                 | 151        |
| Ⓒ                                                      | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....             | 155        |
|                                                        | Bảng đáp án 1.....                            | 157        |
|                                                        | Bảng đáp án 2.....                            | 157        |
|                                                        | Bảng đáp án 3.....                            | 157        |
| <b>Đề số 16: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> |                                               | <b>158</b> |
| Ⓐ                                                      | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn..... | 158        |
| Ⓑ                                                      | Câu trắc nghiệm đúng sai.....                 | 161        |
| Ⓒ                                                      | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....             | 164        |
|                                                        | Bảng đáp án 1.....                            | 168        |
|                                                        | Bảng đáp án 2.....                            | 168        |
|                                                        | Bảng đáp án 3.....                            | 168        |
| <b>Đề số 17: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> |                                               | <b>169</b> |
| Ⓐ                                                      | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn..... | 169        |
| Ⓑ                                                      | Câu trắc nghiệm đúng sai.....                 | 172        |
| Ⓒ                                                      | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....             | 175        |
|                                                        | Bảng đáp án 1.....                            | 179        |
|                                                        | Bảng đáp án 2.....                            | 179        |
|                                                        | Bảng đáp án 3.....                            | 179        |
| <b>Đề số 18: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> |                                               | <b>180</b> |
| Ⓐ                                                      | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn..... | 180        |
| Ⓑ                                                      | Câu trắc nghiệm đúng sai.....                 | 183        |
| Ⓒ                                                      | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....             | 186        |
|                                                        | Bảng đáp án 1.....                            | 190        |
|                                                        | Bảng đáp án 2.....                            | 190        |
|                                                        | Bảng đáp án 3.....                            | 190        |

|                                                        |            |
|--------------------------------------------------------|------------|
| <b>Đề số 19: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>191</b> |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....        | 191        |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai.....                        | 193        |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                    | 196        |
| Bảng đáp án 1.....                                     | 199        |
| Bảng đáp án 2.....                                     | 199        |
| Bảng đáp án 3.....                                     | 199        |
| <b>Đề số 20: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>200</b> |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....        | 200        |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai.....                        | 203        |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                    | 206        |
| Bảng đáp án 1.....                                     | 210        |
| Bảng đáp án 2.....                                     | 210        |
| Bảng đáp án 3.....                                     | 210        |
| <b>Đề số 21: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>211</b> |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....        | 211        |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai.....                        | 214        |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                    | 216        |
| Bảng đáp án 1.....                                     | 219        |
| Bảng đáp án 2.....                                     | 219        |
| Bảng đáp án 3.....                                     | 219        |
| <b>Đề số 22: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>220</b> |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....        | 220        |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai.....                        | 223        |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                    | 225        |
| Bảng đáp án 1.....                                     | 229        |
| Bảng đáp án 2.....                                     | 229        |
| Bảng đáp án 3.....                                     | 229        |
| <b>Đề số 23: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b> | <b>230</b> |
| Ⓐ Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....        | 230        |
| Ⓑ Câu trắc nghiệm đúng sai.....                        | 233        |
| Ⓒ Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                    | 236        |



|                                                           |            |
|-----------------------------------------------------------|------------|
| Bảng đáp án 1.....                                        | 239        |
| Bảng đáp án 2.....                                        | 239        |
| Bảng đáp án 3.....                                        | 239        |
| <b>Đề số 24: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b>    | <b>240</b> |
| <b>(A)</b> Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 240        |
| <b>(B)</b> Câu trắc nghiệm đúng sai.....                  | 242        |
| <b>(C)</b> Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 245        |
| Bảng đáp án 1.....                                        | 250        |
| Bảng đáp án 2.....                                        | 250        |
| Bảng đáp án 3.....                                        | 250        |
| <b>Đề số 25: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b>    | <b>251</b> |
| <b>(A)</b> Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 251        |
| <b>(B)</b> Câu trắc nghiệm đúng sai.....                  | 254        |
| <b>(C)</b> Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 257        |
| Bảng đáp án 1.....                                        | 262        |
| Bảng đáp án 2.....                                        | 262        |
| Bảng đáp án 3.....                                        | 263        |
| <b>Đề số 26: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b>    | <b>264</b> |
| <b>(A)</b> Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 264        |
| <b>(B)</b> Câu trắc nghiệm đúng sai.....                  | 267        |
| <b>(C)</b> Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 270        |
| Bảng đáp án 1.....                                        | 273        |
| Bảng đáp án 2.....                                        | 273        |
| Bảng đáp án 3.....                                        | 274        |
| <b>Đề số 27: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b>    | <b>275</b> |
| <b>(A)</b> Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 275        |
| <b>(B)</b> Câu trắc nghiệm đúng sai.....                  | 278        |
| <b>(C)</b> Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 280        |
| Bảng đáp án 1.....                                        | 283        |
| Bảng đáp án 2.....                                        | 283        |
| Bảng đáp án 3.....                                        | 283        |
| <b>Đề số 28: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán</b>    | <b>285</b> |

|   |                                                |     |
|---|------------------------------------------------|-----|
| Ⓐ | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 285 |
| Ⓑ | Câu trắc nghiệm đúng sai .....                 | 288 |
| Ⓒ | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 291 |
|   | Bảng đáp án 1 .....                            | 294 |
|   | Bảng đáp án 2 .....                            | 294 |
|   | Bảng đáp án 3 .....                            | 294 |

**Đề số 29: ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025 môn Toán 295**

|   |                                                |     |
|---|------------------------------------------------|-----|
| Ⓐ | Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn ..... | 295 |
| Ⓑ | Câu trắc nghiệm đúng sai .....                 | 298 |
| Ⓒ | Câu trắc nghiệm trả lời ngắn .....             | 300 |
|   | Bảng đáp án 1 .....                            | 303 |
|   | Bảng đáp án 2 .....                            | 303 |
|   | Bảng đáp án 3 .....                            | 303 |



**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 1**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

**A** 4.

**B** 8.

**C** 12.

**D** 16.

**💬 Lời giải.**

Mô tả không gian mẫu ta có

$$\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}.$$

Vậy không gian mẫu có 4 phần tử.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $\tan x - 1 = 0$  là

**A**  $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

**B**  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**C**  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**D**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**💬 Lời giải.**

Ta có

$$\tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là

**A**  $[0; +\infty).$

**B**  $(-\infty; +\infty).$

**C**  $(0; +\infty).$

**D**  $[2; +\infty).$

**💬 Lời giải.**

Điều kiện  $x > 0.$

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là  $\mathcal{D} = (0; +\infty).$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , đường tròn tâm  $I(3; -1)$  và bán kính  $R = 2$  có phương trình là

**A**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4.$

**B**  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4.$

**C**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4.$

**D**  $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4.$

**💬 Lời giải.**

Đường tròn tâm  $I(3; -1)$  và bán kính  $R = 2$  có phương trình là

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên trên nửa khoảng  $[-5; 7)$  như sau

|      |    |   |   |  |
|------|----|---|---|--|
| $x$  | -5 | 1 | 7 |  |
| $y'$ | -  | 0 | + |  |
| $y$  | 6  | 2 | 9 |  |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A**  $\min_{[-5;7]} f(x) = 6.$       **B**  $\min_{[-5;7]} f(x) = 2.$       **C**  $\max_{[-5;7]} f(x) = 9.$       **D**  $\max_{[-5;7]} f(x) = 6.$

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta có  $\min_{[-5;7]} f(x) = 2.$

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**Câu 6.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  thì

- A** đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và  $x = 1.$   
**B** đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là  $x = -1$  và 1 tiệm cận ngang là  $y = 1.$   
**C** đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và 1 tiệm cận đứng là  $x = 1.$   
**D** đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 1.$

**Lời giải.**

Theo định nghĩa ta có

- ☒  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = -1.$   
☒  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = 1.$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 1.$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$  là

- A**  $(0; -1; 1).$       **B**  $(0; 1; 1).$       **C**  $(1; 0; 0).$       **D**  $(-1; 0; 0).$

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1) \Rightarrow \vec{u} = \vec{k} - \vec{j} = (0; -1; 1).$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**Câu 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là  $Q_1; Q_2; Q_3$ . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A**  $Q_2 - Q_1.$       **B**  $Q_3 - Q_2.$       **C**  $Q_3 - Q_1.$       **D**  $Q_3 - 2Q_2 + Q_1.$

**Lời giải.**

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng  $Q_3 - Q_1.$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A**  $2x + y^2 + z + 1 = 0.$       **B**  $x^2 + y + z + 2 = 0.$       **C**  $2x + y + z + 3 = 0.$       **D**  $2x + y + z^2 + 4 = 0.$

**Lời giải.**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$ , với  $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A**  $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$ . **B**  $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$ .  
**C**  $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$ . **D**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$ .

**💬 Lời giải.**

Phương trình mặt cầu trong không gian có dạng

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

Vậy phương trình mặt cầu là  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 11.** Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A** 2,5 cm. **B** 12,5 cm. **C** 3,125 cm. **D** 42,25 cm.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{6,25} = 2,5$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(2; -1; 3)$  và  $C(-2; 1; 2)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  đồng thời vuông góc với  $BC$  và trục  $Oy$  có phương trình là

- A**  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ . **B**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ . **C**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 0 \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ . **D**  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có

☒  $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; -1)$ .

☒ Trục  $Oy$  có vectơ đơn vị  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-1; 2; 1)$  đồng thời vuông góc với  $BC$  và trục  $Oy$  nên có vectơ chỉ phương là

$$\vec{a} = [\vec{j}, \overrightarrow{BC}] = (-1; 0; 4).$$

Vậy  $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t. \end{cases}$

Chọn đáp án **B** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

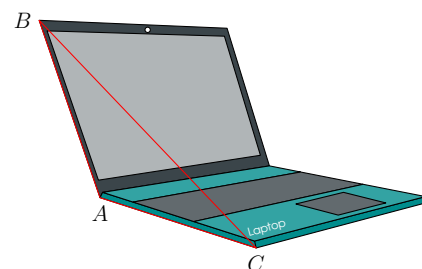
**⚡ Câu 13.** Hình ảnh máy tính xách tay đang mở ở hình vẽ bên gọi nên góc nhị diện và số đo góc  $\widehat{BAC}$  được gọi là độ mở của máy tính.

a)  $\cos \widehat{BAC} = -\frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$ .

b) Nếu  $AB = AC = 30$  cm và  $BC = 30\sqrt{3}$  cm thì  $\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{2}$ .

c) Nếu  $\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{2}$  thì  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ .

d) Độ mở của máy tính là  $120^\circ$  nếu  $AB = AC = 30$  cm và  $BC = 30\sqrt{3}$  cm.



**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

Ta có

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}.$$

b) **D** Đúng.

Nếu  $AB = AC = 30$  cm và  $BC = 30\sqrt{3}$  cm thì

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{30^2 + 30^2 - (30\sqrt{3})^2}{2 \cdot 30 \cdot 30} = -\frac{1}{2}.$$

c) **S** Sai.

Nếu  $\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{2}$  thì  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ .

d) **D** Đúng.

Nếu  $AB = AC = 30$  cm và  $BC = 30\sqrt{3}$  thì

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{30^2 + 30^2 - (30\sqrt{3})^2}{2 \cdot 30 \cdot 30} = -\frac{1}{2}.$$

Độ mở máy tính bằng số đo góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .
- b)  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Ta có  $s'(t) = v(t)$  nên hàm số  $s(t)$  là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

b) **D** Đúng.

Vì  $s(t)$  là một nguyên hàm của  $v(t)$  nên  $s(t) = -5t^2 + 10t + C$ .

Theo giả thiết  $s(t)$  là quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh, suy ra  $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$ .

Vậy  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .

c) **S** Sai.

Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ .

d) **D** Đúng.

Quãng đường 1 giây mà người lái xe phản ứng trước khi đạp phanh là

$$65 \text{ km/h} = \frac{65 \cdot 1000}{3600} \text{ m/s} \approx 18 \text{ (m/s)}.$$

Quãng đường xe ô tô di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}.$$

Quãng đường xe ô tô di chuyển được kể từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn là

$$18 + s(2) = 38 \text{ (m)} < 50 \text{ (m)}.$$

Vậy xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bốn vệ tinh được đặt ở các vị trí  $A(0; 4; 5)$ ,  $B(0; 5; 4)$ ,  $C(1; 3; 3)$ ,  $D(1; -1; 3)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  trong không gian, biết khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm  $M$  lần lượt là  $AM = 5$ ,  $BM = 5$ ,  $CM = 3$ ,  $DM = 3$ .

- a)  $a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2 = a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2 = 25$ .
- b)  $(a - 1)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2 = (a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2 = 9$ .
- c)  $b = c$ .
- d)  $M(1; 1; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Ⓛ Đúng.** Ta có

$$\begin{aligned} AM = BM = 5 &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2} = \sqrt{a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2} = 5 \\ &\Leftrightarrow a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2 = a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2 = 25 \quad (1). \end{aligned}$$

b) **Ⓛ Đúng.** Ta có

$$\begin{aligned} CM = DM = 3 &\Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2} = \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2} = 3 \\ &\Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2 = (a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2 = 9. \quad (2) \end{aligned}$$

c) **Ⓛ Đúng.**

☑ Từ (2), ta có

$$\begin{aligned} (a - 1)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2 &= (a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2 \\ \Leftrightarrow (b - 3)^2 &= (b + 1)^2 \Leftrightarrow b = 1. \end{aligned}$$

☑ Từ (1), ta có

$$\begin{aligned} a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2 &= a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2 \\ \Leftrightarrow 9 + (c - 5)^2 &= 16 + (c - 4)^2 \Leftrightarrow c = 1. \end{aligned}$$

d) **Ⓢ Sai.** Ta có  $b = c = 1$ ,  $a$  tùy ý nên  $M(a; 1; 1)$ .

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Năm 2001, cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con. Gọi  $X$  là biến cố một con bò bị bệnh bò điên,  $Y$  là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

- a)  $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .
- b)  $P(Y | X) = 0,07$ .
- c)  $P(Y | \bar{X}) = 0,1$ .
- d)  $P(Y \cap X) = 91 \cdot 10^{-8}$ .

**💬 Lời giải.**



a) **Đ** Đúng. Ta có

$$\begin{aligned} P(X) &= \frac{\text{Số lượng bò bị bệnh bò điên}}{\text{Tổng số lượng bò}} \\ &= \frac{1,3}{100\,000} = 0,000013 = 13 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

b) **S** Sai.  $P(Y | X)$  là xác suất mà một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm khi nó đã bị bệnh bò điên.

Theo dữ liệu đã cho:  $P(Y | X) = 70\% = 0,7$ .

c) **Đ** Đúng.  $P(Y | \bar{X})$  là xác suất mà một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm khi nó không bị bệnh bò điên.

Theo dữ liệu đã cho:  $P(Y | \bar{X}) = 10\% = 0,1$ .

d) **S** Sai.  $P(Y \cap X)$  biểu thị biến cố “Con bò bị bệnh bò điên và phản ứng dương tính với xét nghiệm.”

$$P(Y \cap X) = P(Y | X) \cdot P(X) = 0,7 \cdot 0,000013 \approx 0,0000091 = 91 \cdot 10^{-7}.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | , | 7 | 4 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi  $f(x)$  là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở  $x$  (người) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x).$$

$$\text{Với } 0 < x \leq 16 \text{ thì } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}.$$

Mà  $13 < \frac{40}{3} < 14$  nên ta có bảng biến thiên như sau:

|         |   |    |                              |    |      |
|---------|---|----|------------------------------|----|------|
| $x$     | 0 | 13 | $\frac{40}{3}$               | 14 | 16   |
| $f'(x)$ |   | +  | 0                            | -  |      |
| $f(x)$  | 0 |    | $f\left(\frac{40}{3}\right)$ |    | 4608 |

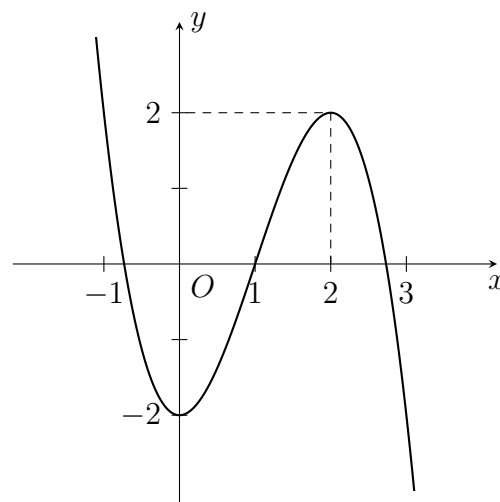
Với  $f(13) = 4738,5$ ,  $f(14) = 4732$ .

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có  $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$  (nghìn đồng).

Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp án: **4,74** □

**⚡ Câu 18.** Đồ thị bên của một hàm số bậc ba có dạng  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Tổng  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?



Đáp án: **2**        

**💬 Lời giải.**

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $B(1;0)$ ,  $C(0;-2)$  và đạt cực trị tại  $x = 2$ . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow a + b + c = 2.$$

Đáp án: **2** □

**⚡ Câu 19.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng  $a$  đi qua hai nút lưới  $M(1; 1; 2)$  và  $N(0; 3; 0)$ , đường thẳng  $b$  đi qua hai nút lưới  $P(1; 0; 3)$  và  $Q(3; 3; 9)$ . Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng  $n^\circ$  ( $n$  là số tự nhiên). Giá trị của  $n$  bằng bao nhiêu? **Đáp án:** **6**   **8**      

**💬 Lời giải.**

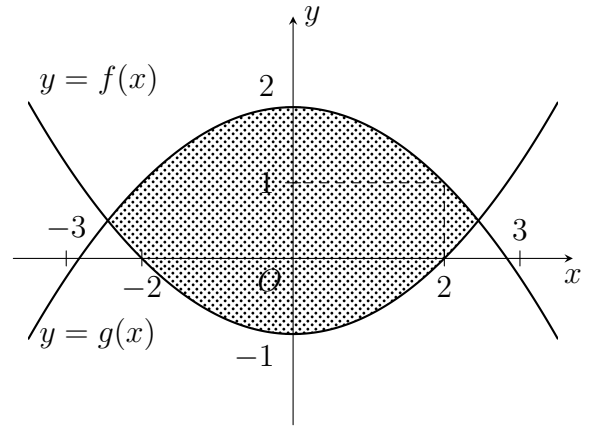
Ta có  $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -2)$ ,  $\overrightarrow{PQ} = (2; 3; 6)$ .

Khi đó:

$$\cos(a, b) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|} = \frac{8}{21} \Rightarrow (a, b) \approx 68^\circ.$$

Đáp án: **68** □

**⚡ Câu 20.** Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 9 | , | 8 |
|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi parabol  $(P_1): y = f(x)$  có dạng  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Parabol  $y = f(x)$  nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên ta có  $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$ .

Lại có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(0; -1)$  và điểm  $(2; 0)$  nên  $a = \frac{1}{4}$  và  $c = -1$ .

Vậy parabol  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$ .

Tương tự, ta cũng có parabol  $(P_2): y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là

$$\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}$$

Khi đó, diện tích của logo là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[ \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx \\ &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left( 3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left( 3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 \text{ (dm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

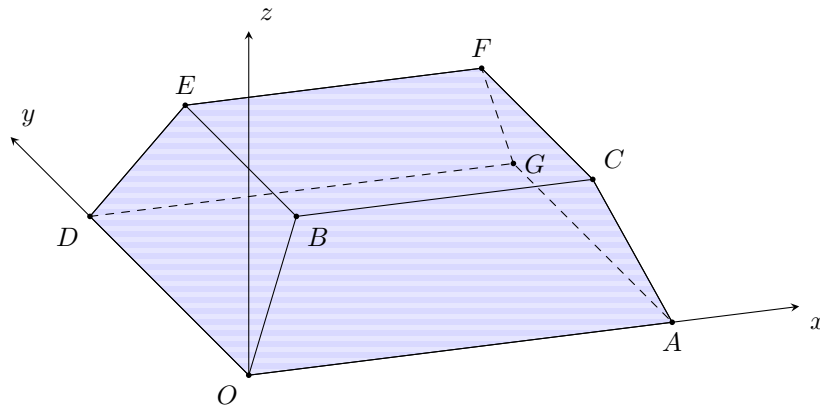
Đáp án: 

|     |
|-----|
| 9,8 |
|-----|

 .....

**⚡ Câu 21.** Một chiếc chặn giấy pha lê được thiết kế theo mô hình là hình chóp cắt  $OAGD.BCFE$  có hai đáy song song với nhau. Mặt đáy  $OAGD$  là hình chữ nhật và được gắn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm). Mặt đáy  $OAGD$  có chiều dài  $OA = 10$  cm, chiều rộng  $OD = 6$  cm và tọa độ điểm  $B(1; 1; 1)$ . Khoảng cách từ điểm  $G$  đến mặt phẳng  $(OBED)$  là  $a\sqrt{b}$  cm, với  $a, b$  duy nhất. Tích  $a \cdot b$  bằng bao nhiêu?





Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**

Gắn hình chóp cụt  $OAGD.BCFE$  vào hệ trục  $Oxyz$ , ta có

$$O(0; 0; 0), A(10; 0; 0), G(10; 6; 0), D(0; 6; 0), B(1; 1; 1).$$

Ta có  $\overrightarrow{OD} = (0; 6; 0)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (1; 1; 1)$ .

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(OBED)$  là  $\vec{n} = [\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}] = (6; 0; -6)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(OBED)$  đi qua điểm  $O(0; 0; 0)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 0; -1)$  là  $x - z = 0$ .

Khoảng cách từ điểm  $G$  đến mặt phẳng  $(OBED)$  là

$$d(G, (OBED)) = \frac{|\overrightarrow{OG} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|10|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)} \Rightarrow a = 5, b = 2.$$

Đáp án: 

|    |
|----|
| 10 |
|----|

 ..... □

**⚡ Câu 22.** Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 0 | 2 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

☑  $A_1$ : “Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi”. Khi đó, ta có

$$P(A_1) = \frac{39}{2000}; P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}.$$

☑  $A_2$ : “Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi”.

— Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có  $P(A_2 | A_1) = \frac{38}{1999}$ , suy ra  $P(\overline{A_2} | A_1) = \frac{1961}{1999}$ .

— Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có  $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{39}{1999}$ , suy ra  $P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) = \frac{1960}{1999}$ .

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là

$$P(A_2) = P(A_2 | A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2 | \overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_1})$$



Đáp án: 0,02 .....

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. C | 5. B | 6. D | 7. A | 8. C | 9. C | 10. D | 11. A | 12. B |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|

|                  |                                                                                                         |                  |                                                                                                         |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ⚡ <b>Câu 13.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ | ⚡ <b>Câu 14.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ |
| ⚡ <b>Câu 15.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S | ⚡ <b>Câu 16.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S |

⚡ **Câu 17.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | , | 7 | 4 |
|---|---|---|---|

⚡ **Câu 18.**

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 2 |  |  |  |
|---|--|--|--|

⚡ **Câu 19.**

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 6 | 8 |  |  |
|---|---|--|--|

⚡ **Câu 20.**

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 9 | , | 8 |  |
|---|---|---|--|

⚡ **Câu 21.**

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

⚡ **Câu 22.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 0 | 2 |
|---|---|---|---|

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 2**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu bằng

**A** 24.

**B** 12.

**C** 6.

**D** 8.

**💬 Lời giải.**

Số phần tử của không gian mẫu là  $2 \cdot 6 = 12$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho  $\alpha$  thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

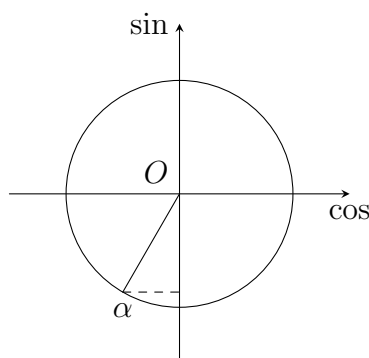
**A**  $\cos \alpha < 0$ .

**B**  $\cot \alpha > 0$ .

**C**  $\tan \alpha > 0$ .

**D**  $\sin \alpha > 0$ .

**💬 Lời giải.**



$\alpha$  thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác nên  $\sin \alpha < 0$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $3^x = 27$  là

**A**  $x = 4$ .

**B**  $x = 3$ .

**C**  $x = 2$ .

**D**  $x = 1$ .

**💬 Lời giải.**

$3^x = 27 \Leftrightarrow 3^x = 3^3 \Leftrightarrow x = 3$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho đường thẳng  $d$  có phương trình tham số  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$ . Một vectơ chỉ phương của  $d$  là

**A**  $\vec{u} = (1; -4)$ .

**B**  $\vec{u} = (-4; 1)$ .

**C**  $\vec{u} = (1; -3)$ .

**D**  $\vec{u} = (4; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Một vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (-4; 1)$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên trên đoạn  $[0; 3]$  như sau:

|     |    |    |   |
|-----|----|----|---|
| $x$ | 0  | 1  | 3 |
| $y$ | -3 | -4 | 0 |

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng

- A** 4. **B** 1. **C** 0. **D** -4.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 3]$  là -4.

Chọn đáp án **D** □

**Câu 6.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có phương trình là

- A**  $x = -1$ . **B**  $x = 2$ . **C**  $y = -1$ . **D**  $y = 2$ .

**Lời giải.**

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  là đường thẳng  $y = 2$ .

Chọn đáp án **D** □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của điểm  $M$  đối xứng với điểm  $N(1; 3; -2)$  qua gốc tọa độ  $O$  là

- A**  $(-1; 0; 2)$ . **B**  $(-1; -3; 2)$ . **C**  $(-2; 3; 1)$ . **D**  $(1; -3; 2)$ .

**Lời giải.**

Điểm  $M(-1; -3; 2)$  đối xứng với điểm  $N(1; 3; -2)$  qua gốc tọa độ  $O$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 8.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

|                 |          |          |          |          |          |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Đường kính (cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
| Tần số          | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A** 25. **B** 30. **C** 6. **D** 69,8.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 65 - 40 = 25$ .

Chọn đáp án **A** □

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P): -2x + y - z + 1 = 0$ . Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  là

- A**  $\vec{u}_1 = (-2; -1; -1)$ . **B**  $\vec{u}_2 = (2; -1; 1)$ . **C**  $\vec{u}_3 = (-2; 1; 1)$ . **D**  $\vec{u}_4 = (-2; -1; 1)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P): -2x + y - z + 1 = 0$  nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (-2; 1; -1)$  cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

Ta có  $\vec{u}_2 = (2; -1; 1)$  cùng phương với  $\vec{n}$  nên  $\vec{u}_2 = (2; -1; 1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

Chọn đáp án **B** □

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(-1; 2; 0)$ , bán kính  $R = 3$  có phương trình là

**A**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$

**B**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9.$

**C**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9.$

**D**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{3}.$

**Lời giải.**

Mặt cầu tâm  $I(-1; 2; 0)$ , bán kính  $R = 3$  có phương trình là  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9.$

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 11.** Để theo dõi việc rèn luyện sức khỏe, thầy Thanh thống kê thời gian tập thể dục của mình thời gian gần đây được số liệu như bảng sau:

| Thời gian (phút) | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số ngày          | 6        | 6        | 4        | 1        | 1        |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A** 31,77.

**B** 32.

**C** 31.

**D** 31,44.

**Lời giải.**

| Thời gian (phút) | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Giá trị đại diện | 22,5     | 27,5     | 32,5     | 37,5     | 42,5     |
| Số ngày          | 6        | 6        | 4        | 1        | 1        |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 1 \cdot 37,5 + 1 \cdot 42,5}{18} = \frac{85}{3} \approx 28,33.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{6 \cdot 22,5^2 + 6 \cdot 27,5^2 + 4 \cdot 32,5^2 + 1 \cdot 37,5^2 + 1 \cdot 42,5^2}{18} - 28,33^2 \approx 31,25.$$

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ . Đường

thẳng đi qua  $M$  và song song với đường thẳng  $d$  có phương trình là

**A**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

**B**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}.$

**C**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}.$

**D**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

**Lời giải.**

Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng  $d$  nên có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; 2; -1)$  và đi qua điểm  $M(1; -2; 1)$  nên có phương trình là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}.$

Chọn đáp án **C** □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với mặt đáy và tam giác  $SAB$  đều cạnh  $2a$ . Biết tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và cạnh  $AC = a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ .

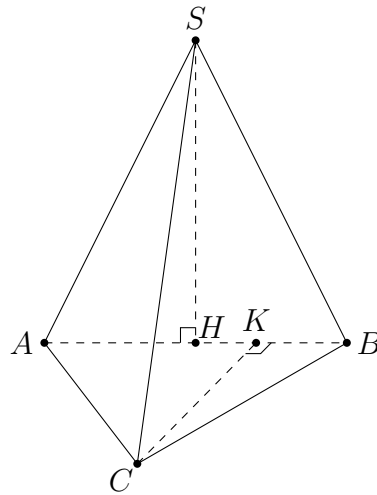
a)  $SH \perp (ABC).$

b)  $(SHC) \perp (ABC).$

c)  $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

d)  $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}.$

**Lời giải.**



a) **Đ** Đúng.

Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ , mà  $\triangle SAB$  đều nên  $SH \perp AB$ .  
Ngoài ra  $(SAB) \perp (ABC)$  nên  $SH \perp (ABC)$ .

b) **Đ** Đúng.

Do  $SH \perp (ABC)$  mà  $SH \subset (SHC)$  nên hai mặt phẳng  $(SHC)$  và  $(ABC)$  vuông góc với nhau.

c) **S** Sai.

Ta có  $d(S, (ABC)) = SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$  (do tam giác  $SAB$  đều cạnh  $2a$ ).

Kẻ đường cao  $CK$  của tam giác  $ABC$ .

Ta có  $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SH \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CK$ .

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  có

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a \text{ và } CK = \frac{CA \cdot CB}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

d) **S** Sai.

$$\text{Diện tích đáy hình chóp là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 14.** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 13$ ),  $Q'(t)$  tính bằng khách/giờ.

Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage.*

Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

- a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .
- b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.
- c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.
- d) Lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Vì  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$  nên

$$Q(t) = \int Q'(t) dt = \int (4t^3 - 72t^2 + 288t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C.$$

Do  $Q(2) = 500 = 2^4 - 24 \cdot 2^3 + 144 \cdot 2^2 + C \Rightarrow C = 100$ .

Vậy  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$ .

b) **D** Đúng.

$Q(5) = 5^4 - 24 \cdot 5^3 + 144 \cdot 5^2 + 100 = 1\,325$ .

c) **S** Sai.

$$\text{Ta có } Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \\ t = 12. \end{cases}$$

Khi đó  $Q(0) = 100$ ,  $Q(6) = 1\,396$ ,  $Q(12) = 100$ .

Vậy lượng khách tham quan lớn nhất là 1 396 người.

d) **D** Đúng.

Lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; -2; -2)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; -2; -2)$ .

b) Phương trình mặt phẳng  $(Q): x - 2y - 2z + 12 = 0$ .

c) Cosin của góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{7\sqrt{2}}{78}$ .

d) Mặt cầu  $(S)$  có tâm nằm trên đường thẳng  $\Delta$  đồng thời tiếp xúc cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình là  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 679^2$  hoặc  $(S): (x-7)^2 + (y-13)^2 + (z+17)^2 = \frac{2030}{9}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; -2; -2)$ .

b) **S** Sai.

Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua điểm  $A(1; -2; -2)$  và có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_Q = (5; 12; -13)$  nên  $(Q): 5x + 12y - 17z - 7 = 0$ .

c) **S** Sai.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin(\Delta, (P)) &= \frac{|5 \cdot 1 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot (-13)|}{\sqrt{5^2 + 12^2 + (-13)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{78} \\ \Rightarrow \cos(\Delta, (P)) &= \frac{\sqrt{5986}}{78}. \end{aligned}$$

d) **S** Sai.

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  nên  $I(2 + 5t; 1 + 12t; 6 - 13t)$ .

Mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc cả hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  nên

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= d(I, (Q)) \\ \Leftrightarrow \frac{|2 + 5t - 2(1 + 12t) - 2(6 - 13t) - 2025|}{3} &= \frac{|5(2 + 5t) + 12(1 + 12t) - 13(6 - 13t) - 7|}{13\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \frac{|7t - 2037|}{3} &= \frac{|338t - 63|}{13\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow t = \frac{\frac{2037}{3} - \frac{63}{13\sqrt{2}}}{\frac{7}{3} - \frac{338}{13\sqrt{2}}} &\text{ hoặc } t = \frac{\frac{2037}{3} + \frac{63}{13\sqrt{2}}}{\frac{7}{3} + \frac{338}{13\sqrt{2}}}. \end{aligned}$$

Vậy tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  không phải tọa độ là  $I(2; 1; 6)$  hoặc  $I(7; 13; -7)$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

☑ A: “Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam”.

☑ B: “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ”.

a)  $P(B|A) = 0,6$ .      b)  $P(B|\bar{A}) = 0,575$ .      c)  $P(\bar{B}|A) = 0,425$ .      d)  $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$ .

**💬 Lời giải.**

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nam thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam còn lại là 16, số học sinh nữ giữ nguyên.

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nữ thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam giữ nguyên, số học sinh nữ còn lại là 23.

a) **Đ Đúng.**

$B|A$ : “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ với điều kiện là lần một cô giáo đã gọi 1 học sinh nam”.

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{\text{số học sinh nữ còn lại sau lần một gọi học sinh nam}}{\text{số học sinh còn lại}} = \frac{24}{40} = 0,6.$$

b) **Đ Đúng.**

$B|\bar{A}$ : “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ với điều kiện là lần một cô giáo đã gọi 1 học sinh nữ”.

$$\text{Ta có } P(B|\bar{A}) = \frac{\text{số học sinh nữ còn lại sau lần một gọi học sinh nữ}}{\text{số học sinh còn lại}} = \frac{23}{40} = 0,575.$$

c) **S Sai.**

$$\text{Vì } P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

d) **S Sai.**

$$\text{Vì } P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,575 = 0,425.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 1$  là  $ax + by + 4 = 0$ . Tính  $a + 2b$ . Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 6 |  |  |  |
|---|--|--|--|



**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = -3x^2 + 6x + 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|         |           |      |      |           |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $3$  | $+\infty$ |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$       | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-4$ | $28$      |     | $-\infty$ |

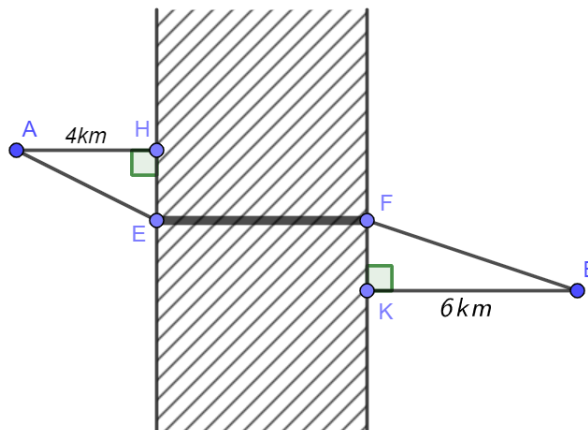
Do đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A(-1; -4)$  và  $B(3; 28)$ .

Suy ra đường thẳng  $AB$  có phương trình là  $8x - y + 4 = 0$ .

Vậy  $a = 8$ ,  $b = -1$  nên  $a + 2b = 6$ .

Đáp án: **6** .....

**⚡ Câu 18.** Hai thành phố  $A$  và  $B$  cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu  $EF$  bắc qua sông biết rằng thành phố  $A$  cách con sông một khoảng là  $4$  km và thành phố  $B$  cách con sông một khoảng là  $6$  km (hình vẽ), biết  $HE + KF = 20$  km và độ dài  $EF$  không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố  $A$  là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố  $A$  đến thành phố  $B$  là ngắn nhất (đi theo đường  $AEFB$ )? (kết quả làm tròn đến phần chục).



Đáp án: **8** , **9** **4**

**Lời giải.**

Đặt  $HE = x$ ,  $FK = y$  với  $x, y > 0$ .

$$\text{Ta có } HE + KF = 20 \Rightarrow x + y = 20, \begin{cases} AE = \sqrt{16 + x^2} \\ BF = \sqrt{36 + y^2} = \sqrt{36 + (20 - x)^2}. \end{cases}$$

Vì  $EF$  không đổi nên  $AB$  ngắn nhất khi  $AE + BF$  nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } AE + BF = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{(20 - x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 40x + 436} = f(x).$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 20}{\sqrt{x^2 - 40x + 436}}, \forall x \in (0; 20).$$



Cho  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 8$ .

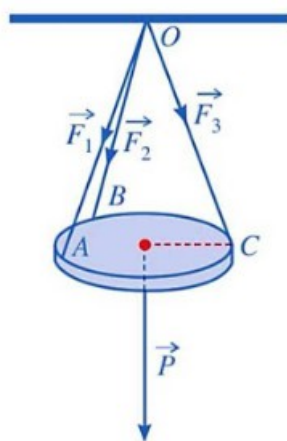
Bảng biến thiên

|         |                                                                     |   |    |   |
|---------|---------------------------------------------------------------------|---|----|---|
| $x$     | 0                                                                   | 8 | 20 |   |
| $f'(x)$ |                                                                     | - | 0  | + |
| $f(x)$  | <div><div></div><div><math>10\sqrt{5}</math></div><div></div></div> |   |    |   |

Vậy  $AE = \sqrt{8^2 + 16} \approx 8,94$  km.

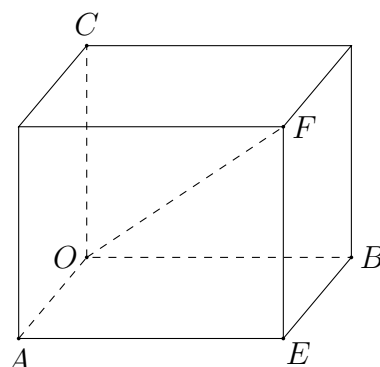
Đáp án: 8,94

**⚡ Câu 19.** Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  lần lượt là  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  thỏa mãn  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$  (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Đáp án: 2 7 , 7

**Lời giải.**



Ta có  $P = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}|$ .

Vẽ hình vuông  $OAEF$ , ta có  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OE}$  (quy tắc hình bình hành).

Vẽ hình chữ nhật  $OCFE$ , ta có  $\vec{OC} + \vec{OE} = \vec{OF}$  (quy tắc hình bình hành).

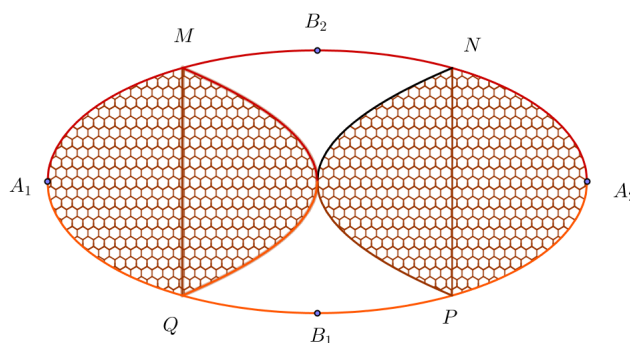
Suy ra  $P = |\vec{OF}| = OF$ .

Xét hình vuông  $OAEF$ , cạnh 16, có đường chéo  $OE = 16\sqrt{2}$ .

Xét tam giác vuông  $OEF$ , vuông tại  $E$ , có  $OF = \sqrt{OE^2 + EF^2} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 + 16^2} = 16\sqrt{3} \approx 27,7$ .  
 Vậy  $P \approx 27,7$  (N).

Đáp án: **27,7** .....

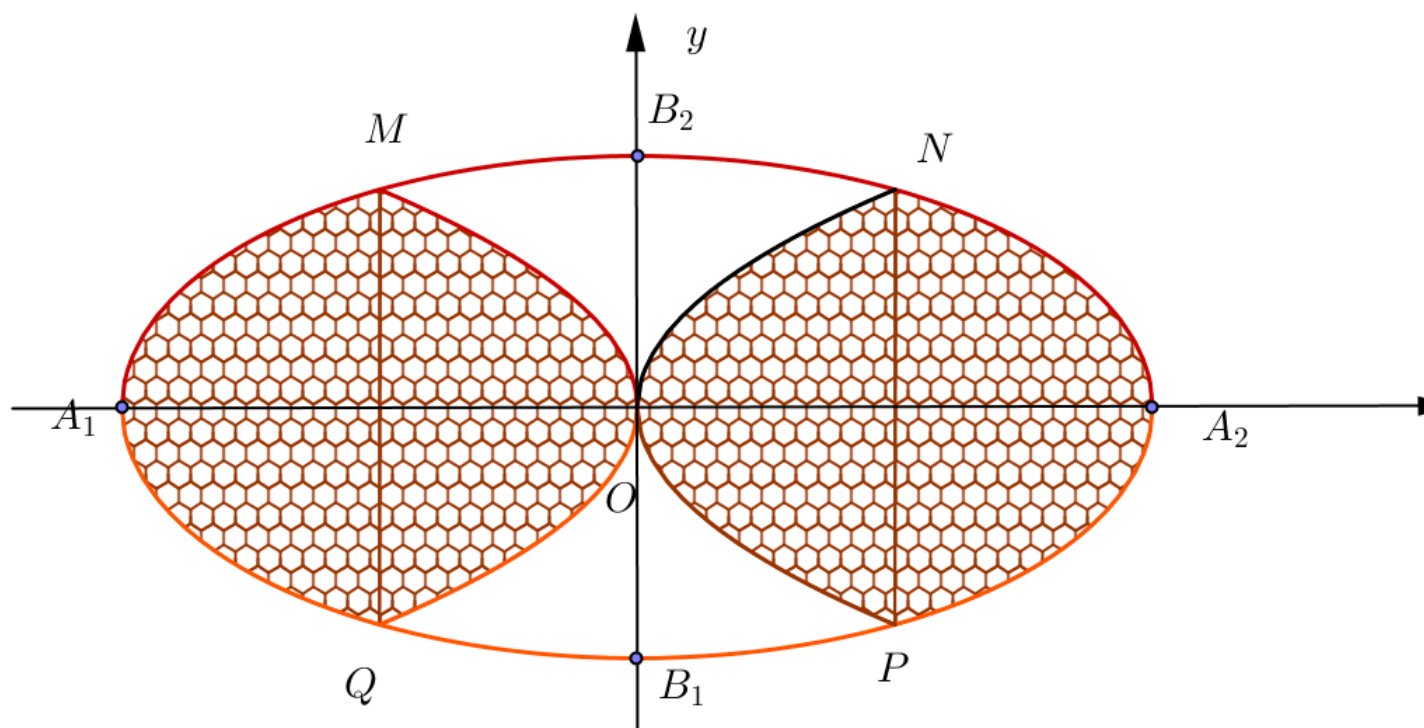
**⚡ Câu 20.** Mảnh vườn nhà ông An có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ. Ông dùng 2 đường Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip cắt elip tại 4 điểm  $M, N, P, Q$  như hình vẽ sao cho tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MN = 4$  để chia vườn. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại để trồng rau. Biết chi phí trồng hoa là 600 000 đồng/m<sup>2</sup> và trồng rau là 50 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi số tiền ông An phải chi là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?



Biết  $A_1A_2 = 8$  m,  $B_1B_2 = 4$  m.

Đáp án: **4 8 8 9**

**Lời giải.**



Giả sử phương trình elip  $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{16 - x^2}.$$

Diện tích của elip  $(E)$  là  $S_{(E)} = \pi ab = 8\pi \text{ (m}^2\text{)}$ .

Ta có  $MN = 4 \Rightarrow \begin{cases} M = (P) \cap (E) \\ N = (P) \cap (E) \end{cases} \Rightarrow N(2; y_0)$ .

Do  $N \in (E) \Rightarrow N(2; \sqrt{3})$ .

$(P)$  đỉnh  $O$  và đi qua  $N \Rightarrow (P): x = \frac{2}{3}y^2 \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{x}$ .

Khi đó, diện tích phần không tô màu là

$$S = 4 \int_0^2 \left( \frac{1}{2} \sqrt{16 - x^2} - \frac{\sqrt{6}}{2} \sqrt{x} \right) dx = 4 \frac{2\pi - \sqrt{3}}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích phần tô màu là  $S' = S_{(E)} - S = 8\pi - 4 \frac{2\pi - \sqrt{3}}{3} = \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3}$ .

Số tiền phải chi theo yêu cầu bài toán là

$$T = 600\,000 \cdot \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3} + 50\,000 \cdot 4 \frac{2\pi - \sqrt{3}}{3} \approx 4\,889\,000 \text{ (đồng)}.$$

Đáp án: 4889

**⚡ Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$  và  $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ . Trong tất cả các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Diện tích của mặt cầu đó có kết quả bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 7 5 , 4

### Lời giải.

Ta dễ dàng kiểm chứng được  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  chéo nhau.

Vì mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  và có bán kính nhỏ nhất, suy ra mặt cầu  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $AB$  (với  $AB$  là đoạn vuông góc chung của  $\Delta_1, \Delta_2$ ).

Ta có  $\Delta_1$  đi qua  $M(4; 1; -5)$  và có VTCP  $\vec{u}_1 = (3; -1; -2)$ .

$\Delta_2$  đi qua  $N(2; -3; 0)$  và có VTCP  $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$ .

Suy ra

$$d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = 2\sqrt{6}.$$

Suy ra bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ .

Vậy diện tích mặt cầu  $(S)$  là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6 = 24\pi \approx 75,4.$$

Đáp án: 75,4

**⚡ Câu 22.** Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%, 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%, 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Đáp án: 0 , 5 8

### Lời giải.

Gọi  $A$  là biến cố dự án gặp rủi ro trong kì đầu tư.

Gọi  $H_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao.



Ta có

$$P(H_1) = 0,2; P(H_2) = 0,45; P(H_3) = 0,35.$$

$$P(A | H_1) = 0,05; P(A | H_2) = 0,2; P(A | H_3) = 0,4.$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2) + P(H_3) \cdot P(A | H_3) = 0,24.$$

Khi đó

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A | H_1)}{P(A)} \approx 0,04.$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A | H_2)}{P(A)} \approx 0,38.$$

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3) \cdot P(A | H_3)}{P(A)} \approx 0,58.$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro cao nhất là 0,58.

Đáp án: **0,58** ..... ☐

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. B   2. D   3. B   4. B   5. D   6. D   7. B   8. A   9. B   10. B   11. D   12. C

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

⚡ Câu 13.

a Đ b Đ c S d S

⚡ Câu 14.

a S b Đ c S d Đ

⚡ Câu 15.

a Đ b S c S d S

⚡ Câu 16.

a Đ b Đ c S d S

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

⚡ Câu 17.

6        

⚡ Câu 18.

8   ,   9   4

⚡ Câu 19.

2   7   ,   7

⚡ Câu 20.

4   8   8   9

⚡ Câu 21.

7   5   ,   4

⚡ Câu 22.

0   ,   5   8

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**ĐỀ SỐ 3**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Số cách xếp 4 học sinh  $A, B, C, D$  vào một ghế dài theo hàng ngang là  
**A** 4!. **B**  $C_4^1$ . **C**  $A_4^1$ . **D**  $4^2$ .

**💬 Lời giải.**

Số cách xếp là số hoán vị của tập có 4 phần tử, tức là  $4!$  cách.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin 2x}$  là

**A**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . **B**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . **D**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x - 1) = 3$  là

**A** 3. **B**  $\frac{7}{3}$ . **C**  $\frac{10}{3}$ . **D**  $\frac{5}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

Phương trình  $\log_2(3x - 1) = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 8 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng có phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đó là

**A**  $\vec{u} = (3; 2)$ . **B**  $\vec{v} = (3; -2)$ . **C**  $\vec{w} = (2; 3)$ . **D**  $\vec{a} = (-2; -3)$ .

**💬 Lời giải.**

Phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6 = 0$ , do đó chọn  $\vec{u}(3; 2)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|         |           |   |    |   |           |   |   |           |
|---------|-----------|---|----|---|-----------|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 2  | 4 | $+\infty$ |   |   |           |
| $f'(x)$ |           | - | 0  | + | 0         | - | 0 | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ |   |    | 2 |           |   |   | $+\infty$ |
|         |           |   | -1 |   | 1         |   |   |           |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số.
- B** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
- C** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng  $-1$ .
- D** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng  $-1$ .

**Lời giải.**

Hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất do tại  $x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 6.** Một công ty chuyên sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất  $x$  (sản phẩm) là  $C(x) = 2x + 50$  (triệu đồng), khi đó  $G(x) = \frac{C(x)}{x}$  là chi phí sản xuất cho mỗi sản phẩm. Xem  $G(x)$  là một hàm số xác định trên  $[0; +\infty)$ , số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $G(x)$  là

- A** 1.
- B** 3.
- C** 2.
- D** 0.

**Lời giải.**

Xét hàm số  $G(x) = \frac{2x + 50}{x}$  xác định trên  $[0; +\infty)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 50}{x} = 2$  nên đồ thị chỉ có 1 tiệm cận ngang  $y = 2$ .

Vậy số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $G(x)$  là 1.

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0; -3; 2)$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A**  $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ .
- B**  $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$ .
- C**  $\vec{a} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$ .
- D**  $\vec{a} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

**Lời giải.**

Vì  $\vec{a} = (0; -3; 2)$  nên  $\vec{a} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 8.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là  $Q_1, Q_2, Q_3$ . Khoảng tứ phân vị  $\Delta Q$  của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

- A**  $\Delta Q = 2Q_2$ .
- B**  $\Delta Q = Q_1 - Q_3$ .
- C**  $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ .
- D**  $\Delta Q = Q_3 + Q_1 - Q_2$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -1; -3)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A**  $y + 1 = 0$ .
- B**  $x - 2 = 0$ .
- C**  $z + 3 = 0$ .
- D**  $x + y + z + 2 = 0$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng song song với  $(Oyz)$  nên có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 0; 0)$ .

Mặt phẳng qua  $A(2; -1; -3)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 0; 0)$  nên có phương trình tổng quát

$$1(x - 2) + 0(y + 1) + 0(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 1; 1)$  và đi qua  $A(2; 1; -2)$  là

- A**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$ .
- B**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{10}$ .
- C**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = \sqrt{10}$ .
- D**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 10$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 1; 1)$  và đi qua  $A(2; 1; -2)$  nên có bán kính

$$R = \sqrt{(2-1)^2 + (1-1)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{10}.$$

Suy ra, phương trình của mặt cầu  $(S)$  là  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Mỗi ngày thầy Hùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Hùng trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km) | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A** 3,41.

**B** 11,62.

**C** 0,017.

**D** 0,36.

**Lời giải.**

Ta tính giá trị đại diện và số ngày trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3 \cdot (2,85^2) + 6 \cdot (3,15^2) + 5 \cdot (3,45^2) + 4 \cdot (3,75^2) + 2 \cdot (4,05^2)}{20} - 3,39^2 = 0,1314.$$

Độ lệch chuẩn:

$$\sigma = \sqrt{0,1314} \approx 0,36.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $(Oxyz)$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua  $A(3; 5; 7)$  và song song với  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ .

**A**  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -7 + 4t \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 4 + 7t \end{cases}$

**Lời giải.**

Giả sử  $\Delta \parallel d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ . Suy ra vectơ chỉ phương của  $\Delta$  là  $\vec{u}_\Delta = (2; 3; 4)$ .

Mặt khác  $A(3; 5; 7) \in \Delta$  nên phương trình của  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = 5 + 3s \\ z = 6 + 4s \end{cases}$  Đặt  $s = t - 1$  ta được phương trình

của  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ .

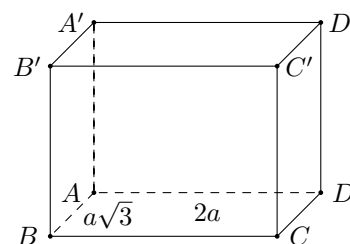
Chọn đáp án **C** ..... ☐



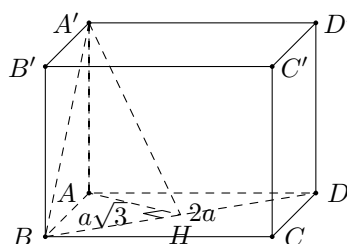
## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AD = 2a$  và  $AA' = 3a$ .

- $BD \perp (A'A'C'C)$ .
- Khoảng cách  $AB'$  và  $CD'$  là  $\sqrt{3}a$ .
- Thể tích khối tứ diện  $AB'C'D'$  là  $a^3\sqrt{3}$ .
- Gọi  $\alpha$  là số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$ . Khi đó, góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = \sqrt{21}$ .



**💬 Lời giải.**



a) **S** Sai.

Vì hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  nên các mặt của hình hộp là hình chữ nhật và các cạnh bên vuông góc mặt đáy.

Vì  $ABCD$  là hình chữ nhật nên chưa suy ra được  $BD \perp (A'A'C'C)$ .

b) **S** Sai.

Vì hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  nên

$$(ABB'A') \parallel (CDD'C') \Rightarrow d(AB', CD') = d((ABB'A'), (CDD'C')) = AD = 2a.$$

c) **S** Sai.

Ta có

$$V_{AB'C'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a = 2\sqrt{3}a^3.$$

d) **S** Sai.

Ta có  $(A'BD) \cap (ABCD) = BD$ . Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , kẻ  $AH \perp BD$  tại  $H$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BD \\ A'H \perp BD \end{cases}$$

Khi đó góc giữa hai mặt  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$  chính là góc giữa hai đường  $AH$  và  $A'H$ , hay là góc  $\widehat{AHA'}$ .

Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $A$ , có  $AH$  là đường cao

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{21}a}{7}.$$

Xét  $\triangle AHA'$  vuông tại  $A$ , có

$$\tan \widehat{AHA'} = \frac{A'A}{AH} = \frac{3a}{\frac{2\sqrt{21}a}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

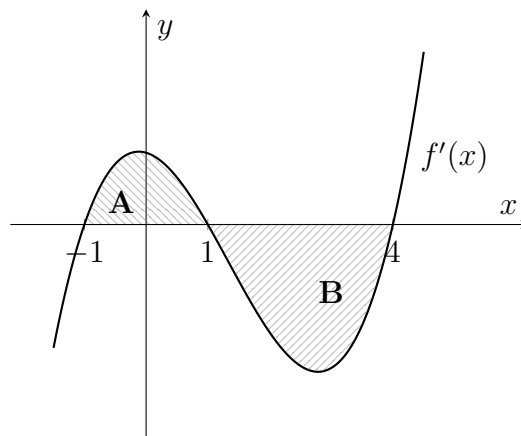
$$\text{Hay } \tan \alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Chọn đáp án 

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| a sai | b sai | c sai | d sai |
|-------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Biết  $f(-1) = -\frac{35}{3}$ , diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng  $\frac{64}{3}$  và 63.



a) Giá trị của  $\int_{-1}^4 f'(x) dx$  bằng  $\frac{253}{3}$ .

b) Giá trị của  $f(1)$  là  $\frac{29}{3}$ .

c) Tích phân  $I = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f'(2x+1) dx$  bằng  $-\frac{125}{3}$ .

d) Diện tích hình phẳng (làm tròn đến hàng đơn vị) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x) = -2x^2 + 16x$  là 216.

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Ta có

$$\int_{-1}^4 f'(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx + \int_1^4 f'(x) dx = \frac{64}{3} - 63 = -\frac{125}{3}.$$

b) **S** Đúng.

$$S_{(A)} = \int_{-1}^1 f'(x) dx = f(1) - f(-1) \Rightarrow f(1) = \frac{64}{3} + f(-1) = \frac{64}{3} - \frac{35}{3} = \frac{29}{3}.$$

c) **S** Sai.

Đặt  $u = 2x + 1 \Rightarrow du = 2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$ . Đổi cận:

$$x = -1 \Rightarrow u = -1; \quad x = \frac{3}{2} \Rightarrow u = 4.$$

Khi đó

$$I = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f'(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^4 f'(u) du = \frac{1}{2} \left( \int_{-1}^1 f'(u) du + \int_1^4 f'(u) du \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{64}{3} - 63 \right) = -\frac{125}{6}.$$

d) **S** Đúng.

Ta có  $f'(x) = a(x-1)(x+1)(x-4) \Rightarrow f'(x) = ax^3 - 4ax^2 - ax + 4a$ .

Suy ra

$$f(x) = \int f'(x) dx = \frac{a}{4}x^4 - \frac{4a}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2 + 4ax + C.$$

Từ  $f(-1) = -\frac{35}{3}$ ,  $f(1) = \frac{29}{3}$ , giải được  $a = 4$ ,  $C = 0$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là

$$x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{16}{3}.$$

Diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^{16} \left| x^4 - \frac{16}{3}x^3 \right| dx \approx 216.$$

Chọn đáp án 

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| a sai | b sai | c sai | d sai |
|-------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$  và hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$ ,  $(Q): x + 2y - z + 14 = 0$ .

a) Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

b) Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $(d)$  và mặt phẳng  $(P)$ , giá trị  $\sin \alpha$  là  $\frac{7}{9}$ .

c) Phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , cắt và vuông góc với đường thẳng  $(d)$

$$\text{có phương trình } \begin{cases} x = -\frac{5}{4} + 2t \\ y = \frac{5}{4} + 3t \\ z = \frac{7}{8} + 2t. \end{cases}$$

d) Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(a; b; c)$  ( $a < 0$ ) thuộc  $d$ , tiếp xúc với  $(P)$  và  $(Q)$  có bán kính bằng 9.

**💬 Lời giải.**

a) **❌ Sai.**

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$ .

$(Q)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_q = (1; 2; -1)$ .

Vì  $\vec{n}_p$  và  $\vec{n}_q$  không cùng phương nên  $(P)$  và  $(Q)$  không song song với nhau.

b) **❌ Sai.**

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$ ,

$d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (2; -2; 1)$ .

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_p| |\vec{u}_d|} = \frac{|1 \cdot 2 - 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{8}{9}.$$

c) **✅ Đúng.**

Gọi  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $\Delta$ . Khi đó  $M(-1 + 2t; 1 - 2t; 1 + t) \in d$ .

Vì đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  nên  $M \in (P)$  do đó:

$$-1 + 2t - 2(1 - 2t) + 2(1 + t) + 2 = 0 \Rightarrow 8t = -1 \Rightarrow t = -\frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } M\left(-\frac{5}{4}; \frac{7}{4}; \frac{9}{8}\right).$$

Lại có  $\vec{n}_p = (2; 3; 2)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .

$$\text{Do đó, phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = -\frac{5}{4} + 2t \\ y = \frac{5}{4} + 3t \\ z = \frac{7}{8} + 2t \end{cases}$$

d) **✅ Đúng.**

Tâm  $I \in d \Rightarrow I(2t - 1; 2t + 1; t + 1)$ .

Ta có  $(S)$  tiếp xúc với  $(P)$  và  $(Q) \Rightarrow d(I, (P)) = d(I, (Q)) = R$ .

$$\frac{|2t - 1 - 2(2t + 1) + 2(t + 1) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|2t - 1 + 2t + 1 - (t + 1) + 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = R.$$

Do đó:

$$|8t + 1| = |4t + 13| \Rightarrow 8t + 1 = 4t + 13 \Rightarrow t = \frac{7}{2}.$$

Bài ra  $I \left( -8; 8; -\frac{5}{2} \right)$  thỏa mãn  $R = d(I, (P)) = 9$ .

Chọn đáp án 

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| a sai | b sai | c sai | d sai |
|-------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. biết  $A$  là biến cố khách hàng chọn được sản phẩm loại I,  $B$  là biến cố khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng.

- a)  $P(A) = 0,85$ .      b)  $P(B | A) = 0,99$ .      c)  $P(B) = 0,9855$ .      d)  $P(A | B) = 0,95$ .

**Lời giải.**

Gọi:

- ⊙  $A$ : “Khách hàng chọn được sản phẩm”loại I”.
- ⊙  $B$ : “Khách hàng chọn được sản phẩm”không bị hỏng”.

a) **Ⓛ Đúng.**

Ta có  $P(A) = 0,85$ .

b) **Ⓛ Đúng.**

Ta có  $P(B | A) = 1 - P(\bar{B} | A) = 1 - 0,01 = 0,99$ .

c) **Ⓛ Đúng.**

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,15; P(B | \bar{A}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,85 \cdot 0,99 + 0,15 \cdot 0,96 = 0,9855.$$

d) **Ⓢ Sai.**

Theo công thức Bayes:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,85 \cdot 0,99}{0,9855} \approx 0,854.$$

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là  $v$  (km/h), thì năng lượng tiêu hao của cá trong 1 giờ được cho bởi công thức  $E(v) = cv^2$ , trong đó  $c$  là hằng số và  $E$  tính bằng Joule. Biết vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng  $(a; b)$  thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Khi  $b - a$  lớn nhất thì giá trị  $P = a^2 - b^2$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| - | 4 | 5 |  |
|---|---|---|--|

**Lời giải.**

Khi bơi ngược dòng, vận tốc của cá là:  $v - 6$  (km/h).

Thời gian để cá vượt khoảng cách 300 km là

$$t = \frac{300}{v - 6} \quad (v > 6).$$

Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách 300 km là

$$E(v) = cv^2 \cdot \frac{300}{v - 6} = 300c \frac{v^3}{v - 6}.$$

Đạo hàm

$$E'(v) = 600cv^2 \cdot \frac{v - 9}{(v - 6)^2}.$$

Xét  $E'(v) = 0 \Rightarrow v = 9$  (với  $v > 6$ ).

Bảng biến thiên

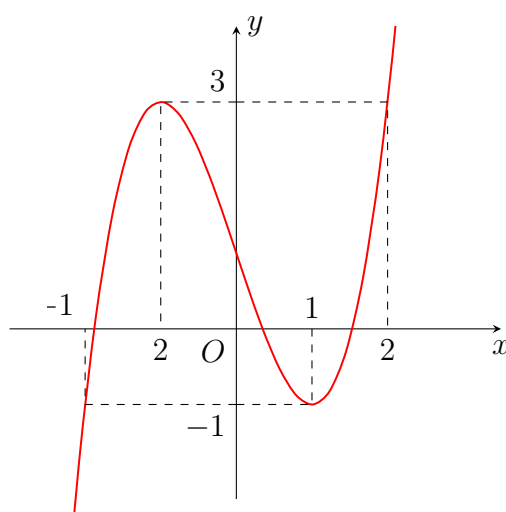
|         |                                           |   |           |
|---------|-------------------------------------------|---|-----------|
| $v$     | $-\infty$                                 | 1 | $+\infty$ |
| $E'(v)$ | -                                         | 0 | +         |
| $E(v)$  | $\swarrow \quad \quad \searrow$<br>$E(9)$ |   |           |

Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng  $(6; 9)$  thì năng lượng tiêu hao của cá giảm.

Vậy  $a = 6, b = 9 \Rightarrow P = a^2 - b^2 = 6^2 - 9^2 = -45$ .

Đáp án: -45 ..... □

**⚡ Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn  $[0; 1]$ , hàm số  $g(x) = f(2x - 1) - 2x + 1$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x$  bằng



Đáp án: 0 , 5

**Lời giải.**

Ta có  $g'(x) = 2f'(2x - 1) - 2$ .

Cho  $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2f'(2x - 1) - 2 \geq 0 \Leftrightarrow f'(2x - 1) \geq 1$ .

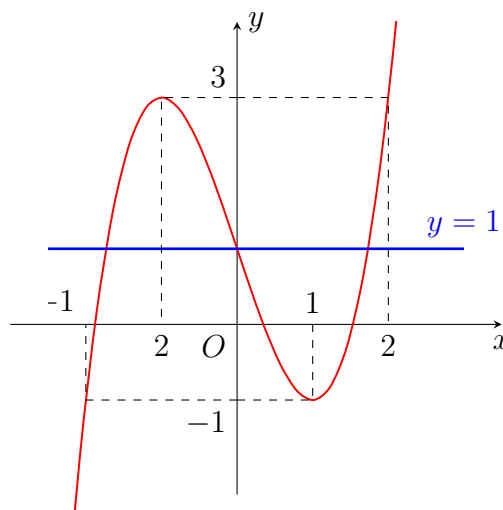
Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy trên  $[0; 1]$ :

☑ Đường thẳng  $y = 1$  cắt  $y = f'(x)$  tại  $x = 0$ .

☑  $y = f'(x)$  nằm phía trên  $y = 1$  khi  $x < 0$ .

☑  $y = f'(x)$  nằm phía dưới  $y = 1$  khi  $x > 0$ .

Do đó  $f'(2x - 1) \geq 1 \Leftrightarrow 2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$ .



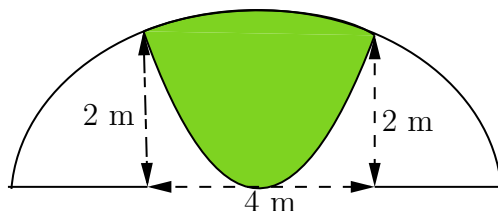
Từ đó ta lập được bảng biến thiên của hàm số  $g(x)$  như sau

| $x$     | 0                           | $\frac{1}{2}$ | 1 |
|---------|-----------------------------|---------------|---|
| $g'(x)$ | +                           | 0             | - |
| $g(x)$  | $f\left(\frac{1}{2}\right)$ |               |   |

Từ bảng biến thiên, hàm số  $y = g(x)$  đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0; 1]$  tại  $x = \frac{1}{2}$ .

Đáp án: **0,5** .....

**⚡ Câu 19.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một đoạn 4 m (phần tô màu). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước như hình vẽ, chi phí trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 200 000 đồng/m<sup>2</sup> và 150 000 đồng/m<sup>2</sup>. Tổng chi phí để trồng hoa là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).



Đáp án: **2 2 6 6**

**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ với đỉnh parabol trùng góc tọa độ.

Do parabol có đỉnh là  $(0; 0)$  nên  $(P): y = ax^2$ .

Do parabol đi qua điểm  $A(-2; 2)$ ,  $B(2; 2)$  nên  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ .

Để thấy độ dài  $OB = R = 2\sqrt{2}$ .

Phương trình nửa đường tròn  $y = \sqrt{8 - x^2}$ .

Diện tích trồng hoa hồng là

$$S_1 = 2 \int_0^2 \left( \sqrt{8 - x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx.$$

Đặt  $x = 2\sqrt{2} \sin t$ ,  $t \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt$ .

Đổi cận

$$x = 0 \Rightarrow t = 0, \quad x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}.$$

Thay vào

$$\int_0^2 \sqrt{8 - x^2} dx = \int_0^{\pi/4} 8 \cos^2 t dt = 4 \int_0^{\pi/4} (1 + \cos 2t) dt = 4 \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/4} = \pi + 2.$$

Diện tích

$$S_1 = 2\pi + 4 - \frac{8}{3} = 2\pi + \frac{4}{3} (\text{m}^2).$$

Diện tích trồng hoa cúc là

$$S_2 = \frac{1}{2}\pi R^2 - S_1 = 2\pi - \frac{4}{3} (\text{m}^2).$$

Tổng chi phí

$$T = S_1 \cdot 2 \cdot 10^5 + S_2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \approx 2\,266\,000 \text{ đồng}.$$

Đáp án: 2266

**⚡ Câu 20.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 3; 1)$ ,  $B(0; 2; 1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 7 = 0$ . Đường thẳng  $d$  nằm trong  $(P)$  sao cho mọi điểm của  $d$  cách đều hai điểm  $A, B$ . Khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $d$  (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Đáp án: 4, 5, 2

**💬 Lời giải.**

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ , khi đó  $(Q): 3x + y - 7 = 0$ .

Theo giả thiết với mọi  $M \in d$  thì  $AM = BM$ , do đó  $M \in (Q)$ , từ đó  $d \subset (Q)$ .

Mặt khác,  $d \subset (P)$  nên đường thẳng  $d$  là giao tuyến chung của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

Mặt phẳng  $(P): x + y + z - 7 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; 1; 1)$ .

Mặt phẳng  $(Q): 3x + y - 7 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (3; 1; 0)$ .

Vì  $d$  là giao tuyến chung của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  nên một vectơ chỉ phương của  $d$  là

$$\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; 3; -2).$$

Xét hệ

$$\begin{cases} x + y + z - 7 = 0, \\ 3x + y - 7 = 0, \end{cases}$$

Ta thấy điểm  $E(0; 7; 0) \in (P) \cap (Q)$  hay đường thẳng  $d$  đi qua  $E$ .

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 7 - 3t, \\ z = 2t. \end{cases}$$

Khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $d$  là  $d(O, d) = \frac{|\overrightarrow{OE} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} \approx 4,52$ .

Đáp án: 4,52



**⚡ Câu 21.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện đều  $ABCD$  có  $A(0; 1; 2)$  và hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(BCD)$  là  $H(4; -3; -2)$ . Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  là  $I(a; b; c)$ . Giá trị biểu thức  $T = a^2 + b^2 + c^2$  bằng bao nhiêu? Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 4 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp  $ABCD$ , suy ra  $\overrightarrow{IH} = (a - 4; b + 3; c + 2)$ .  
Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên tâm  $I$  là trọng tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện, đồng thời  $IH \perp (BCD)$

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}.$$

Suy ra

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = -1.$$

Khi đó,  $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + (-2)^2 + (-1)^2 = 14$ .

Đáp án: 

|    |
|----|
| 14 |
|----|

□

**⚡ Câu 22.** Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do nhà máy thứ nhất sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 6 | 4 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Gọi:

- ☑  $A$ : “Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn”.
- ☑  $B_1$ : “Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất”.
- ☑  $B_2$ : “Chi tiết do máy thứ hai sản xuất”.

Ta cần tính xác suất  $P(B_1 | A)$ .

Theo công thức Bayes

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)}.$$

Theo điều kiện bài toán

$$P(B_1) = 0,65; \quad P(B_2) = 0,35; \quad P(A | B_1) = 0,8; \quad P(A | B_2) = 0,85.$$

Suy ra

$$P(B_1 | A) = \frac{0,65 \cdot 0,8}{(0,65 \cdot 0,8) + (0,35 \cdot 0,85)} \approx 0,64.$$

Đáp án: 

|      |
|------|
| 0,64 |
|------|

□

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. A   2. A   3. A   4. A   5. A   6. A   7. C   8. C   9. B   10. A   11. D   12. C

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**



⚡ Câu 13. ☐ a S ☐ b S ☐ c S ☐ d S

⚡ Câu 14. ☐ a S ☐ b S ☐ c S ☐ d S

⚡ Câu 15. ☐ a S ☐ b S ☐ c S ☐ d S

⚡ Câu 16. ☐ a Đ ☐ b Đ ☐ c Đ ☐ d S

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

⚡ Câu 17.

- 4 5

⚡ Câu 18.

0 , 5

⚡ Câu 19.

2 2 6 6

⚡ Câu 20.

4 , 5 2

⚡ Câu 21.

1 4

⚡ Câu 22.

0 , 6 4

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 4**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 7 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

- A** 12. **B** 35. **C** 30. **D** 24.

**💬 Lời giải.**

Có  $5 + 7 = 12$  học sinh trong tổ. Khi đó có 12 cách chọn một học sinh tổ đó đi trực nhật.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Phương trình  $\cot x = -1$  có nghiệm là

- A**  $-\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . **B**  $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . **C**  $\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . **D**  $-\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $-1 = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ , khi đó

$$\cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A**  $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$ . **B**  $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$ . **C**  $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ . **D**  $y = (0,5)^x$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a > 1$ .

Vì  $\frac{\pi}{2} > 1$  nên  $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ .

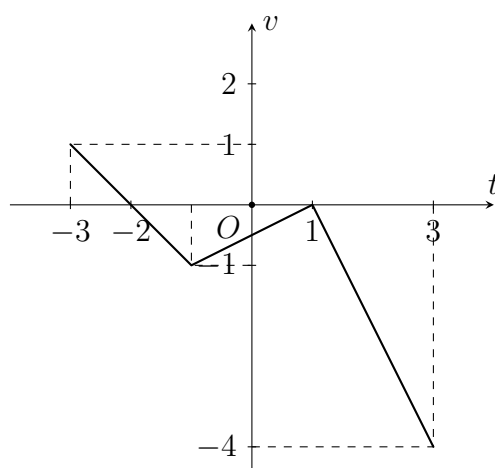
- A**  $I(-1; 2); R = 4$ . **B**  $I(1; -2); R = 2$ . **C**  $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$ . **D**  $I(1; -2); R = 4$ .

**💬 Lời giải.**

Phương trình đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  có tâm là  $I(a; b)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ . Khi đó theo đề ra ta có  $a = 1, b = -2, c = 1$  nên  $I(1; -2), R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $[-3; 3]$  và đồ thị như hình vẽ dưới



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** Tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là  $-3$ .
- B** Giá trị lớn nhất là  $-3$ , giá trị nhỏ nhất là  $-4$ .
- C** Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là  $-2$ .
- D** Giá trị lớn nhất là  $1$ , giá trị nhỏ nhất là  $-1$ .

**Lời giải.**

Dựa theo đồ thị ta có được giá trị lớn nhất của hàm số là  $1$  và giá trị nhỏ nhất là  $-4$ .  
 Vậy tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là  $-3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |                     |                |          |           |
|------|---------------------|----------------|----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$           | $0$            | $3$      | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$                 | $-$            | $0$      | $+$       |
| $y$  | 1<br>↘<br>$-\infty$ | 2<br>↘<br>$-3$ | ↗<br>$3$ |           |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A** 2.
- B** 3.
- C** 4.
- D** 1.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số nhận  $2$  tiệm cận đứng là  $y = 1$  và  $y = 3$  và nhận  $x = 0$  làm tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là  $3$  tiệm cận.

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$

- A**  $A'(2; 3; 5)$ .
- B**  $A'(2; -3; 5)$ .
- C**  $A'(-2; -3; 5)$ .
- D**  $A'(-2; -3; -5)$ .

**Lời giải.**

Tọa độ điểm đối xứng với  $A(2; -3; 5)$  là  $A'(2; -3; -5)$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

| Nhóm       | Tần số   |
|------------|----------|
| $[40; 50)$ | 3        |
| $[40; 50)$ | 6        |
| $[40; 50)$ | 19       |
| $[40; 50)$ | 23       |
| $[40; 50)$ | 9        |
|            | $n = 60$ |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

**A** 50.

**B** 30.

**C** 6.

**D** 69,8.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $R = 90 - 40 = 50$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .

**A**  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ .

**B**  $x - 2y - 3z - 6 = 0$ .

**C**  $x - 2y + 3z - 12 = 0$ .

**D**  $x - 2y - 3z + 6 = 0$ .

**Lời giải.**

Theo lý thuyết, phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(x_0; y_0; z_0)$  nhận  $\vec{n} = (a; b; c)$  có dạng

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Khi đó phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  là

$$1 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (y - 2) + 3 \cdot (z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$  là phương trình của một mặt cầu

**A**  $m < 6$ .

**B**  $m \geq 6$ .

**C**  $m \leq 6$ .

**D**  $m > 6$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ . Với  $a = 1, b = 1, c = 2, d = m$  khi đó ta có  $1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0$  hay  $m < 6$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng sau

| Nhóm     | Giá trị đại diện | Tần số    |
|----------|------------------|-----------|
| [40; 45) | 42,5             | 4         |
| [45; 50) | 47,5             | 14        |
| [50; 55) | 52,5             | 8         |
| [55; 60) | 57,5             | 10        |
| [60; 65) | 62,5             | 6         |
| [65; 70) | 67,5             | 2         |
|          |                  | $n = 44.$ |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A** 42,5. **B** 46,1. **C** 30. **D** 46,12.

**Lời giải.**

Số tiền trung bình mà mỗi khách hàng mua hàng ở siêu thị trong một ngày là

$$\bar{x} = \frac{42,5 \cdot 4 + 47,5 \cdot 14 + 52,5 \cdot 8 + 57,5 \cdot 10 + 62,5 \cdot 6 + 67,5 \cdot 2}{44} = \frac{585}{11}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{42,5^2 \cdot 4 + 47,5^2 \cdot 14 + 52,5^2 \cdot 8 + 57,5^2 \cdot 10 + 62,5^2 \cdot 6 + 67,5^2 \cdot 2}{44} - \left(\frac{585}{11}\right)^2 \approx 42,12.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 0; 1)$  và  $N(3; 2; -1)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình tham số là

- A**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . **B**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . **C**  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . **D**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2) = 2(1; 1; -1)$ .

Đường thẳng  $MN$  là đường thẳng đi qua  $M(1; 0; 1)$  và nhận  $\vec{u} = (1; 1; -1)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

$$MN: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{Z}).$$

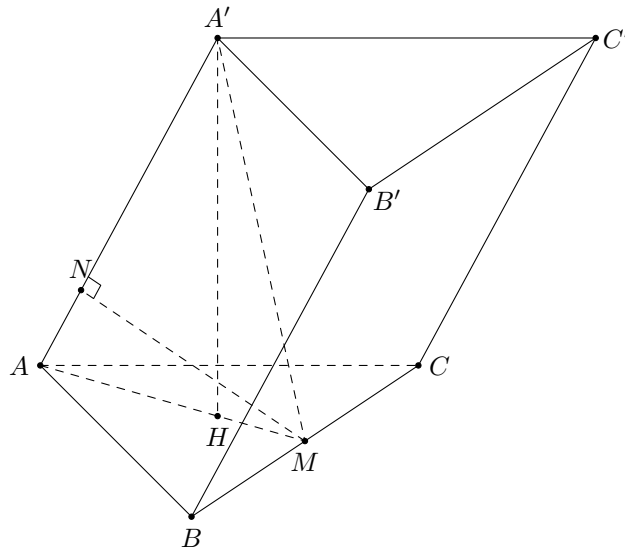
Chọn đáp án **D** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

- a) Chiều cao của khối lăng trụ là  $A'H$ . b)  $BC \perp (AA'H)$ .  
c) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc  $\widehat{A'AB}$ . d) Thể tích khối lăng trụ bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Lời giải.**



a) **Đ** Đúng.

Lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  nên  $A'H$  là chiều cao của lăng trụ.

b) **Đ** Đúng.

Tam giác  $ABC$  đều, gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $A, H, M$  thẳng hàng nên  $BC \perp AM$  (1)  
 $A'H$  là chiều cao của lăng trụ nên  $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC$  (2)

$A'H \cap AM = \{H\}$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (AA'H)$ .

c) **S** Sai.

Từ  $AA' \parallel BB' \parallel CC'$  nên góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc giữa  $AA'$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .  
 Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $H$ .

Vậy góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc  $\widehat{A'AM}$ .

d) **Đ** Đúng. \* Trong tam giác  $AA'M$ , kẻ  $MN \perp AA'$  tại  $N$

$MN \perp BC$  tại  $M$  vì  $BC \perp (AA'M)$ .

$\Rightarrow MN$  là đoạn vuông góc chung của  $AA'$  và  $BC \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

\* Tam giác  $AA'M$  có  $S_{\triangle AA'M} = \frac{1}{2}A'H \cdot AM = \frac{1}{2}MN \cdot AA'$

$\Rightarrow A'H \cdot AM = MN \cdot AA' \Leftrightarrow A'H \cdot AM = MN \cdot \sqrt{A'H^2 + AH^2}$

$$\Rightarrow A'H = \frac{MN \cdot \sqrt{A'H^2 + AH^2}}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \sqrt{A'H^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{A'H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}}{2}$$

$$\Rightarrow 4 \cdot A'H^2 = A'H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow A'H = \frac{a}{3}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ  $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi  $P(t)$  là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm  $t$ , trong đó  $t$  tính theo ngày ( $0 \leq t \leq 10$ ). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số  $P(t) = k\sqrt{t}$ , trong đó  $k$  là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn.

- a)  $P(t)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t) = k\sqrt{t}$ .  
 b)  $P(t) = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C$  với  $0 \leq t \leq 10$  và  $k, C$  là hằng số.  
 c)  $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500$  với  $0 \leq t \leq 10$ .  
 d) Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là 3352 con.

**Lời giải.**

- a) **D** Đúng.

$$\text{Ta có } \int k\sqrt{t}dt = k \int \sqrt{t}dt = k \int t^{\frac{1}{2}}dt = \frac{2k}{3}t^{\frac{3}{2}} + C.$$

- b) **D** Đúng.

Vì  $P(t) = k\sqrt{t}$  nên  $P(t)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t) = k\sqrt{t}$ , suy ra

$$P(t) = \frac{2k}{3}t^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C \quad (0 \leq t \leq 10).$$

- c) **D** Đúng.

Do quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn nên  $P(0) = 500$ , suy ra  $P(t) = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + 500$ .

- d) **S** Sai.

Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng thêm thành 600 vi khuẩn, suy ra

$$\frac{2k}{3}\sqrt{1^3} + 500 = 600 \Leftrightarrow k = 150.$$

Từ đó ta có  $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500 \quad (0 \leq t \leq 10)$ .

Vậy số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là  $P(7) = 100 \cdot \sqrt{7^3} + 500 \approx 2352$  (vi khuẩn).

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(1; 0; -1)$ ,  $C(2; -1; 2)$ . Điểm  $D$  thuộc tia  $Oz$  sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh  $D$  của tứ diện  $ABCD$  bằng  $\frac{3\sqrt{30}}{10}$

- a) Mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến là  $(5; 2; -1)$ .  
 b) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $E(1; 1; 1)$ .  
 c) Mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P): y + 2z - 2025 = 0$ .  
 d) Có 2 điểm  $D$  thỏa mãn bài toán.

**Lời giải.**

- a) **D** Đúng.

Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua  $B(1; 0; -1)$  và có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{BC}] = (-10; -4; 2) = -2(5; 2; -1).$$

- b) **D** Đúng.

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $B(1; 0; -1)$  là

$$5(x - 1) + 2(y - 0) - 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - z - 6 = 0.$$

Hơn nữa ta có  $5 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 - 6 = 0$  nên mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $E(1; 1; 1)$ .

- c) **D** Đúng.

Mặt phẳng  $(P): y + 2z - 2025 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n'} = (0; 1; 2) \rightarrow \vec{n} \cdot \vec{n'} = 0$ .  
 Do đó mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

d) **Sai.**

Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh  $D(0; 0; d)$  ( $d > 0$ ) của tứ diện  $ABCD$  bằng  $d(D; (ABC))$ . Theo bài ra ta có

$$\frac{|-d-6|}{\sqrt{25+4+1}} = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |-d-6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -15 \\ d = 3. \end{cases}$$

Do  $d > 0$  nên  $D(0; 0; 3)$ .

Chọn đáp án 

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d đúng |
|--------|--------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu đồng thời cả 2 dự án là 0,3. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố công ty thắng thầu dự án 1 và công ty thắng thầu dự án 2.

- a)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.  
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,5.  
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,3.  
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

**💬 Lời giải.**

a) **Sai.**

$A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thì  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ .  
Mà  $0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \neq 0$  nên  $A$  và  $B$  không độc lập.

b) **Đúng.**

Gọi  $C$  là biến cố công ty chỉ thắng thầu 1 dự án

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cup \bar{B}) + P(\bar{A} \cup B) \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,3 = 0,5. \end{aligned}$$

c) **Sai.**

Gọi  $D$  là biến cố công ty thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

d) **Sai.**

Gọi  $E$  là biến cố công ty thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án 

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| a sai | b đúng | c sai | d sai |
|-------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Biết rằng hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $m$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**💬 Lời giải.**

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m - 1)$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (-3m)^2 - 3 \cdot 3 \cdot (2m - 1).$$

Do  $a = 1 > 0$  nên hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$ .

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 9(m - 1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$



Đáp án: 1

**⚡ Câu 18.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 2         | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | +         | +         |
| $f(x)$  | 1         | $+\infty$ | 1         |

Trong các số  $a, b$  và  $c$  có bao nhiêu số dương?

Đáp án: 1

**💬 Lời giải.**

Hàm số  $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$  có đường tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -\frac{c}{b}$  và đường tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = \frac{a}{b}$ .

Từ bảng biến thiên ta có  $\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$

Mặt khác  $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$ .

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$  nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được  $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$ .

Suy ra  $c$  là số dương và  $a, b$  là số âm.

Đáp án: 1

**⚡ Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho các véc tơ  $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{v} = (m; 2; m+1)$  với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ ?

Đáp án: 2

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} = (2; -2; 1)$

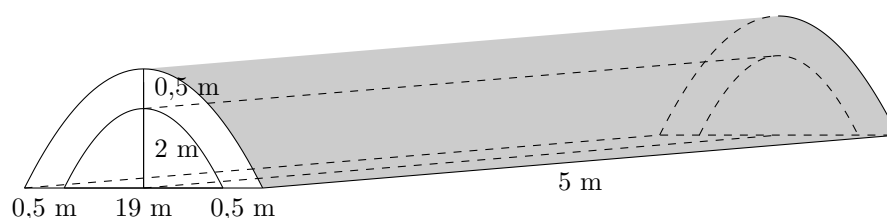
Khi đó  $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$  và  $|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$

Do đó  $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: 2

**⚡ Câu 20.** Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



**Lời giải.**

Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ

Gọi  $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$  là Parabol đi qua hai điểm  $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$ .

Nên ta có hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} 0 = a \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi  $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$  là Parabol đi qua hai điểm  $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$ .

Nên ta có hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là  $V = 5 \cdot 2 \left[ \int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 m^3.$

Đáp án: 

|    |
|----|
| 40 |
|----|

 □

**⚡ Câu 21.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{2}$  và  $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 7 | 4 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi  $A, B$  là hai điểm thuộc lần lượt  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  sao cho  $AB$  là đoạn thẳng vuông góc chung giữa hai đường. Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ . Để có mặt cầu tâm  $M$  bán kính  $R = \frac{AB}{2}$  tiếp xúc với hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là mặt cầu có bán kính bé nhất.

Ta có tọa độ theo tham số của  $A, B$  lần lượt là

$A(2t_1 - 1; t_1 - 1; 2t_1 - 1)$  và  $B(2t_2 + 1; 2t_2 + 1; t_2 + 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(2t_2 - 2t_1 + 2; 2t_2 - t_1 + 2; t_2 - 2t_1 + 2).$

Có  $\vec{u}_1(2; 1; 2)$  và  $\vec{u}_2(2; 2; 1)$  lần lượt là hai véc tơ chỉ phương của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  nên 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 1 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 = 0 \\ (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 2 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t_2 - 9t_1 + 10 = 0 \\ 9t_2 - 8t_1 + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{10}{17} \\ t_2 = \frac{-10}{17} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{17}; \frac{-7}{17}; \frac{3}{17}\right); B\left(\frac{-3}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{7}{17}\right); \overrightarrow{AB}\left(\frac{-6}{17}; \frac{4}{17}; \frac{4}{17}\right).$$

Vậy  $R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{(-6)^2 + 4^2 + 4^2}}{17} = \frac{\sqrt{17}}{17}.$

Diện tích mặt cầu cần tính là  $S = 4\pi \cdot R^2 = 4\pi \frac{1}{\sqrt{17}^2} = \frac{4\pi}{17} \approx 0,74.$

Đáp án: 

|      |
|------|
| 0,74 |
|------|

 □

**⚡ Câu 22.** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những

cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là  $\frac{a}{b}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{1}{2}a + b$ . **Đáp án:**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | , | 5 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi biến cố A: “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”

Biến cố  $H_1$ : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua”

Biến cố  $H_2$ : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”

Biến cố  $H_3$ : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua”

Ta có  $P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25$ ,  $P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45$  và  $P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3$ .

Và  $P(A|H_1) = 0,6$ ,  $P(A|H_2) = 0,4$  và  $P(A|H_3) = 0,1$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$P(A) = P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) + P(H_3)P(A|H_3) \\ = 0,25 \cdot 0,6 + 0,45 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,1 = 0,36.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1)P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{0,36} = \frac{5}{12}.$$

Suy ra  $a = 5$ ,  $b = 12$  nên  $T = \frac{1}{2}a + b = 14,5$ .

**Đáp án:**

|      |
|------|
| 14,5 |
|------|

□

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. A   2. A   3. A   4. B   5. A   6. B   7. B   8. A   9. C   10. A   11. D   12. D

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <table><tr><td>a</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>b</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>c</td><td>S</td></tr></table> <table><tr><td>d</td><td>Đ</td></tr></table> | a | Đ | b | Đ | c | S | d | Đ | <b>⚡ Câu 14.</b> | <table><tr><td>a</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>b</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>c</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>d</td><td>S</td></tr></table> | a | Đ | b | Đ | c | Đ | d | S |
| a                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| b                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| c                | S                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| d                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| b                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| c                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| d                | S                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <table><tr><td>a</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>b</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>c</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>d</td><td>Đ</td></tr></table> | a | Đ | b | Đ | c | Đ | d | Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <table><tr><td>a</td><td>S</td></tr></table> <table><tr><td>b</td><td>Đ</td></tr></table> <table><tr><td>c</td><td>S</td></tr></table> <table><tr><td>d</td><td>S</td></tr></table> | a | S | b | Đ | c | S | d | S |
| a                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| b                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| c                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| d                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a                | S                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| b                | Đ                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| c                | S                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| d                | S                                                                                                                                                                                   |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

⚡ Câu 17.

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1 |  |  |  |
|---|--|--|--|

⚡ Câu 18.

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1 |  |  |  |
|---|--|--|--|

⚡ Câu 19.

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 2 |  |  |  |
|---|--|--|--|

⚡ Câu 20.

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 4 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

⚡ Câu 21.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 7 | 4 |
|---|---|---|---|

⚡ Câu 22.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | , | 5 |
|---|---|---|---|

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 5**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Một tổ có 15 học sinh. Số cách chọn ra 3 bạn làm trực nhật từ 15 bạn này là

**A**  $3!$ .

**B**  $C_{15}^3$ .

**C**  $A_{15}^3$ .

**D**  $15!$ .

**💬 Lời giải.**

Số cách chọn 3 bạn trực nhật từ 15 bạn là  $C_{15}^3$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**⚡ Câu 2.** Phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  có nghiệm thỏa mãn  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  là

**A**  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

**B**  $x = \frac{\pi}{6}$ .

**C**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

**D**  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

☑ Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .

$$\text{Vì } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{6} \text{ suy ra } k = 0. \text{ Suy ra } x = \frac{\pi}{6}.$$

☑ Với  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

$$\text{Vì } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq -\frac{1}{6}, \text{ trường hợp này không có } k \text{ thỏa mãn.}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{\pi}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**⚡ Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$  là

**A**  $(-\infty; 0]$ .

**B**  $(0; 1]$ .

**C**  $[1; +\infty)$ .

**D**  $(-\infty; 1]$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; 1]$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**⚡ Câu 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho elip có phương trình  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$ . Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng

**A** 7.

**B** 4.

**C** 5.

**D** 8.

**Lời giải.**

Ta có  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \Rightarrow a = 7, b = 4$ .

Vậy độ dài trục nhỏ của đường elip là  $2b = 2 \cdot 4 = 8$ .

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-1; 3]$  và có bảng biến thiên như sau

|      |    |    |   |
|------|----|----|---|
| $x$  | -1 | 2  | 3 |
| $y'$ | 0  | -  | 0 |
| $y$  | 2  | -2 | 2 |

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A** Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 3]$  bằng  $-2$ .

**B** Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 3]$  bằng 2.

**C** Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-1; 3]$  bằng 3.

**D** Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 3]$  bằng  $-1$ .

**Lời giải.**

Theo bảng biến thiên, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 3]$  bằng  $-2$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 6.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$  có phương trình là

**A**  $x = 2$ .

**B**  $y = 1$ .

**C**  $x = 3$ .

**D**  $x = 1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left( x + \frac{2}{x - 3} \right) = -\infty$ ,

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left( x + \frac{2}{x - 3} \right) = +\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 3$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{OA}$  là

**A**  $(3; 1; 5)$ .

**B**  $(3; -1; 5)$ .

**C**  $(-3; -1; 5)$ .

**D**  $(-3; 1; -5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A(3; -1; 5) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (3; -1; 5)$ .

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 8.** Xét mẫu số liệu cho bởi bảng sau. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

| Nhóm       | Tần số   |
|------------|----------|
| [160; 163) | 6        |
| [163; 166) | 11       |
| [166; 169) | 9        |
| [169; 172) | 7        |
| [172; 175) | 3        |
|            | $n = 36$ |

**A** 17.

**B** 16.

**C** 15.

**D** 14.

**Lời giải.**

Theo định nghĩa thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $R = a_6 - a_1 = 175 - 160 = 15$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -1; -3)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng đi qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là

**A**  $3x - 2y + 4z - 4 = 0$ .

**B**  $3x - 2y + 4z + 4 = 0$ .

**C**  $3x - 2y + 4z + 5 = 0$ .

**D**  $3x + 2y + 4z + 8 = 0$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; -2; 4)$ .

Do  $(Q)$  song song với  $(P)$  nên  $(Q)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; -2; 4)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(Q): 3(x - 2) - 2(y + 1) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0$ .

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(3; -1; 0)$ , bán kính  $R = 5$  có phương trình là

**A**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 5$ .

**B**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 5$ .

**C**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 25$ .

**D**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 25$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(3; -1; 0)$ , bán kính  $R = 5$  có phương trình là  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 25$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 11.** Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

| Nhóm     | Tần số   |
|----------|----------|
| [25; 35) | 9        |
| [35; 45) | 7        |
| [45; 55) | 5        |
| [55; 65) | 10       |
| [65; 75) | 9        |
|          | $n = 40$ |

**A** 15,1.

**B** 15,0.

**C** 14,8.

**D** 14,9.

**Lời giải.**

Ta có bảng thống kê sau

| Nhóm     | Giá trị đại diện | Tần số   |
|----------|------------------|----------|
| [25; 35) | 30               | 9        |
| [35; 45) | 40               | 7        |
| [45; 55) | 50               | 5        |
| [55; 65) | 60               | 10       |
| [65; 75) | 70               | 9        |
|          |                  | $n = 40$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\bar{x} = \frac{30 \cdot 9 + 40 \cdot 7 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 10 + 70 \cdot 9}{40} = 50,75$ .

Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{9 \cdot (30 - 50,75)^2 + 7 \cdot (40 - 50,75)^2 + 5 \cdot (50 - 50,75)^2 + 10 \cdot (60 - 50,75)^2 + 9 \cdot (70 - 50,75)^2}{40} = 221,9375.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là  $s = \sqrt{221,9375} \approx 14,9$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$ . Phương trình chính tắc của  $d$  là

**(A)**  $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-7}.$

**(B)**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$

**(C)**  $\frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{3}.$

**(D)**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-7}.$

**💬 Lời giải.**

Ta có  $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = (4; 3; -7)$  là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ .  
Mà đường thẳng  $d \perp (\alpha) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = (4; 3; -7)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .  
Ta lại có  $A(1; 2; 3) \in d$ . Suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  là

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $AB = a; BC = 2a$ . Hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAD)$  vuông góc với đáy, cạnh  $SC$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ .

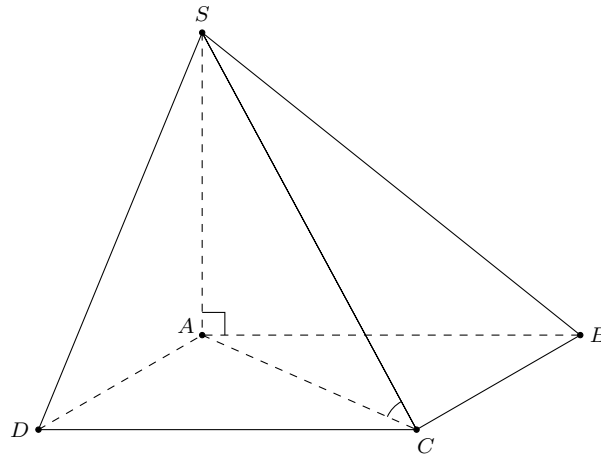
a)  $SA \perp (ABCD)$ .

b)  $(SAD) \perp (SCD)$ .

c) Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAD)$  là  $d(C, (SAD)) = 2a$ .

d) Tính thể tích khối chóp  $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ .

**💬 Lời giải.**



- a) **Đ** Đúng.  
 Vì hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAD)$  vuông góc với đáy do đó giao tuyến  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$
- b) **Đ** Đúng.  
 Vì  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$  do đó  $(SAD) \perp (SCD)$
- c) **S** Sai.  
 Vì theo **câu b)** suy ra khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAD)$  là  $CD$  và  $d(C, (SAD)) = a$ .
- d) **Đ** Đúng.  
 Ta có  $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$ .  
 Suy ra  $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$ .

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{15}a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Khi đó

- a)  $\int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ .
- b)  $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$ , khi đó  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + 1$ .
- c)  $\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}$ . Ta có  $a \cdot b = 15$ .
- d)  $\int_3^4 \left[ f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng.  
 Vì  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$ .



b) **S** Sai.

$$\forall \int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$$

Với  $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$  suy ra  $C = 0$ .

c) **D** Đúng.

$$\begin{aligned} \int_3^4 f(x) dx &= \int_3^4 \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx = \frac{1}{4} \int_3^4 \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{4} (\ln(x-2) - \ln(x+2)) \Big|_3^4 \\ &= \frac{1}{4} \ln \frac{x-2}{x+2} \Big|_3^4 = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Do đó ta có  $a = 5; b = 3$ .

Vậy  $a \cdot b = 15$ .

d) **S** Sai.

$$\text{Ta có } \int_3^4 \left[ f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \int_3^4 f(x) dx + \int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx. \text{ Với } \int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}.$$

$$\int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = - \frac{1}{f(x)} \Big|_3^4 = -12 + 5 = -7.$$

$$\text{Vậy } \int_3^4 \left[ f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} - 7.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $M(1; -3; 4)$ , đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$ .

a) Đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .

b) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases}.$$

c) Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ , khi đó  $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{6}}{18}$ .

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $d$  lên mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $d': \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$ ,  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_P = (1; 2; -2)$   
 $\Rightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 - 2 - 4 = -5 \neq 0$  nên  $d$  cắt  $(P)$ .

b) **S** Sai.

Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(P)$  nên  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (1; 2; -2)$ .

$\Delta$  đi qua  $M$  nên phương trình tham số của  $\Delta$  là 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - 2t. \end{cases}$$

c) **D** Đúng.

Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ , khi đó  $\sin \alpha = |\cos(\vec{n}_p, \vec{u}_\Delta)| = \frac{5\sqrt{6}}{18}$ .

d) **D** Đúng.

Gọi  $d'$  là hình chiếu của  $d$  lên  $(P)$ .

Tọa độ  $A = d \cap (P)$  thỏa

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 2 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2} = \frac{x+2y-2z+2}{1-2-4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; 1).$$

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với  $(P)$ .

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (1; 2; -2)$ .

Suy ra  $(Q)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (-2; 4; 3)$ .

Khi đó do  $d' = (P) \cap (Q)$  nên  $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_p, \vec{n}_Q] = (14; 1; 8)$  là vectơ chỉ phương của  $d'$ .

Đường thẳng  $d'$  đi qua  $A(0; 0; 1)$  và có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d'} = (14; 1; 8)$  có phương trình chính tắc là  $d': \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$ .

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh  $X$  mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm  $Y$  mà ai mắc bệnh  $X$  khi xét nghiệm  $Y$  cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh  $X$  lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó.

- a) Xác suất người được chọn không mắc bệnh  $X$  là 0,8.
- b) Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$  biết rằng người đó mắc bệnh  $X$  là 0,94.
- c) Biết người được chọn không mắc bệnh  $X$  xác suất người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$  là 0,06.
- d) Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Xác suất người đó bị mắc bệnh  $X$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,03.

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

Xét các biến cố:

$A$ : “Người được chọn mắc bệnh  $X$ ”;

$B$ : “Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ ”.

Theo giả thiết ta có  $P(A) = 0,002$ ,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,998$ .

b) **S** Sai.

Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$  biết rằng người đó mắc bệnh  $X$  là  $P(B | A) = 1$ .

c) **D** Đúng.

Xác suất người được chọn dương tính với xét nghiệm  $Y$  biết người đó không mắc bệnh  $X$  là  $P(B | \bar{A}) = 0,06$ .

d) **D** Đúng.

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03.$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$  thì xác suất bị mắc bệnh  $X$  của người đó là khoảng 0,03.

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-3)(x-5)$ . Hàm số  $y = g(x) = f(x^2)$  có bao nhiêu điểm cực trị? Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 7 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**💬 Lời giải.**

Xét hàm số  $y = g(x) = f(x^2)$ . Có  $g'(x) = 2xf'(x^2) = 2x(x^2-1)(x^2-3)(x^2-5)$ .

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x^2-1)(x^2-3)(x^2-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \\ x = \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của  $g'(x)$  như sau

|         |           |             |     |             |     |      |     |     |     |            |            |     |           |
|---------|-----------|-------------|-----|-------------|-----|------|-----|-----|-----|------------|------------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-\sqrt{5}$ |     | $-\sqrt{3}$ |     | $-1$ |     | $0$ | $1$ | $\sqrt{3}$ | $\sqrt{5}$ |     | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | $-$         | $0$ | $+$         | $0$ | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$        | $0$        | $+$ |           |

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy  $g'(x)$  đổi dấu 7 lần, vậy hàm số  $y = g(x)$  có 7 điểm cực trị.

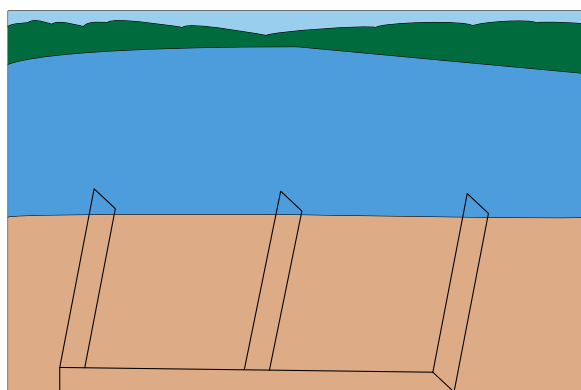
Đáp án: 

|   |
|---|
| 7 |
|---|

 ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Một người nông dân có 30 000 000 đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ  $E$  dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị  $m^2$ )? Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 5 | 0 |
|---|---|---|---|



**💬 Lời giải.**

Gọi  $x$  (m) là chiều dài một trong ba mặt hàng rào song song với nhau của hình chữ  $E$  ( $x > 0$ ).

Gọi  $y$  (m) là chiều dài mặt hàng rào của hình chữ  $E$  song song với bờ sông ( $y > 0$ ).

$$\text{Số tiền để làm hàng rào là } x \cdot 3 \cdot 100\,000 + y \cdot 120\,000 = 30\,000\,000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2}.$$

Diện tích đất rào  $S = x \cdot y = x \cdot \left( \frac{500 - 5x}{2} \right) = 250x - \frac{5}{2}x^2$ .

Ta có  $S' = 250 - 5x$ .

$S' = 0 \Leftrightarrow 250 - 5x \Leftrightarrow x = 50$ .

Bảng biến thiên

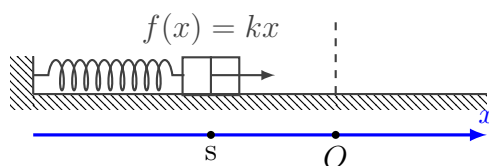
|      |   |      |           |
|------|---|------|-----------|
| $x$  | 0 | 50   | $+\infty$ |
| $S'$ | + | 0    | -         |
| $S$  | 0 | 6250 | $-\infty$ |

Vậy  $\max_{(0;+\infty)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$  khi  $x = 50 \text{ (m)}$ .

Đáp án: **6250** □

**⚡ Câu 19.** Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để kéo giãn lò xo thêm  $x$  mét từ độ dài tự nhiên là  $f(x) = k \cdot x$  (N) với  $k$  (N/m) là độ cứng của lò xo. Một lực 50 N được dùng để kéo giãn lò xo từ 10 cm đến độ dài 15 cm. Hỏi cần thực hiện một công là bao nhiêu để kéo giãn lò xo từ 15 cm đến 20 cm?

Đáp án: **8** , **7** **5**



**💬 Lời giải.**

Khi lò xo được kéo giãn từ độ dài từ 10 cm đến 15 cm, thì độ kéo giãn là

$x = 15 - 10 = 5 \text{ cm} \Rightarrow x = 0,05 \text{ m}$ .

Điều này có nghĩa là  $f(0,05) = 50 \Rightarrow 0,05 \cdot k = 50 \Rightarrow k = 50 : 0,05 = 1000 \text{ (N/m)}$ .

Do đó, ta có  $f(x) = 1000 \cdot x$  (N) và công cần thực hiện để kéo giãn lò xo từ 15 cm đến 20 cm là

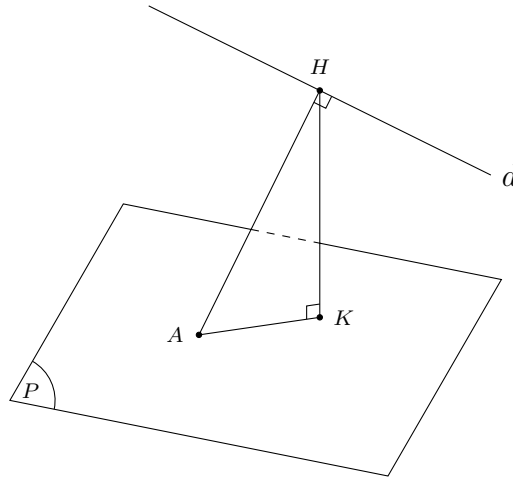
$$A = \int_{0,15}^{0,2} 1000x \, dx = 1000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{0,15}^{0,2} = 1000 \cdot \left( \frac{0,2^2}{2} - \frac{0,15^2}{2} \right) = 8,75 \text{ (J)}.$$

Đáp án: **8,75** □

**⚡ Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -1; -2)$  và đường thẳng  $(d)$  có phương trình  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $A$ , song song với đường thẳng  $(d)$  và khoảng cách từ  $d$  tới mặt phẳng  $(P)$  là lớn nhất. Giả sử phương trình mặt phẳng  $(P)$ :  $ax + by + cz - 10 = 0$ , tính tổng  $a + b + c$ .

Đáp án: **-** **4** □

**💬 Lời giải.**



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên đường thẳng  $d$ . Ta tìm được điểm  $H(1; 1; 1)$ .

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $A$  và  $(P)$  song song với đường thẳng  $d$ . Gọi  $K$  là hình chiếu của  $H$  lên mặt phẳng  $(P)$ .

Do  $d \parallel (P)$  nên ta có  $d(d, (P)) = d(H, (P)) = HK$ .

Ta luôn có bất đẳng thức  $HK \leq HA$ .

Như vậy khoảng cách từ  $d$  đến  $(P)$  lớn nhất bằng  $HA$ .

Và khi đó  $(P)$  nhận  $\overrightarrow{AH} = (-1; 2; 3)$  làm vectơ pháp tuyến.

Do  $(P)$  đi qua  $A(2; -1; -2)$  nên ta có phương trình của  $(P)$  là  $x - 2y - 3z - 10 = 0$ .

Khi đó  $a + b + c = 1 - 2 - 3 = -4$ .

Đáp án: -4 ..... □

**⚡ Câu 21.** Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hóa lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D (hình vẽ minh họa). Biết phương trình bề mặt của bồn chứa là  $(S): (x - 5)^2 + (y - 5)^2 + (z - 5)^2 = 36$ . Nắp của bồn chứa nằm trên mặt phẳng  $(P): z = 9$ . Khoảng cách từ đáy đến nắp bồn chứa bằng bao nhiêu?



Đáp án: 1 0

**💬 Lời giải.**

Bồn chứa có tâm  $I(5; 5; 5)$ , bán kính  $R = 6$ .

Khoảng cách từ tâm đến nắp bồn chứa là  $d = \frac{|5 - 9|}{\sqrt{1}} = 4$ .

Vậy khoảng cách từ đáy đến nắp bồn chứa là  $h = d + R = 4 + 6 = 10$ .

Đáp án: 10 ..... □

**⚡ Câu 22.** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh  $X$  có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp  $A00$  (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp  $A00$  thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp  $A00$  thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh  $X$  đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp  $A00$ . (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0 , 7 7

**💬 Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp  $A00$ ”;  $B$  là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính  $P(A | B)$ . Theo công thức Bayes, ta cần biết  $P(A)$ ,  $P(\bar{A})$ ,  $P(B | A)$ ,  $P(B | \bar{A})$ .



Ta có  $P(A) = 0,8$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$ .

$P(B | A)$  là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00. Suy ra  $P(B | A) = 0,6$ .

$P(B | \bar{A})$  là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00 suy ra  $P(B | \bar{A}) = 0,7$ .

Thay vào công thức Bayes ta được

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7} \approx 0,77.$$

Đáp án: 0,77

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. B 2. B 3. D 4. D 5. A 6. C 7. B 8. C 9. B 10. C 11. D 12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- |           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a Đ b Đ c S d Đ | ⚡ Câu 14. | a Đ b S c Đ d S |
| ⚡ Câu 15. | a S b S c Đ d Đ | ⚡ Câu 16. | a S b S c Đ d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- |           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 21. | ⚡ Câu 22. |
| 7         | 6 2 5 0   | 8 , 7 5   | - 4       | 1 0       | 0 , 7 7   |

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 6**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Xét phép thử tung con xúc xắc 6 mặt hai lần. Số phần tử của không gian mẫu bằng

- A** 36. **B** 40. **C** 38. **D** 35.

**💬 Lời giải.**

Số phần tử của không gian mẫu là  $6 \cdot 6 = 36$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Trong các phương trình sau phương trình nào **vô nghiệm**?

- A**  $\cot x = \sqrt{2}$ . **B**  $\tan x = 2018$ . **C**  $\sin x = \pi$ . **D**  $\cos x = \frac{2017}{2018}$ .

**💬 Lời giải.**

Do  $\pi > 1$  nên phương trình  $\sin x = \pi$  vô nghiệm.

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_{2018}(3 - x)$ .

- A**  $D = \mathbb{R}$ . **B**  $D = (0; +\infty)$ . **C**  $D = (3; +\infty)$ . **D**  $D = (-\infty; 3)$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số  $y = \log_{2018}(3 - x)$  xác định khi  $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , đường thẳng  $d$  phương trình tổng quát  $4x - 5y - 9 = 0$ . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng  $d$ .

- A**  $\vec{n}_1 = (4; 5)$ . **B**  $\vec{n}_2 = (5; 4)$ . **C**  $\vec{n}_3 = (-4; -5)$ . **D**  $\vec{n}_4 = (4; -5)$ .

**💬 Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng  $d$  là  $\vec{n}_4 = (4; -5)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 3]$  như sau.

|      |    |   |   |   |   |
|------|----|---|---|---|---|
| $x$  | -1 | 0 | 2 | 3 |   |
| $y'$ | +  | 0 | - | 0 | + |
| $y$  | 0  | 5 | 1 | 4 |   |

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A**  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ . **B**  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ . **C**  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ . **D**  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$ .

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta có  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .

Chọn đáp án **A** □

**Câu 6.** Đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A**  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ . **B**  $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ . **C**  $y = \frac{1}{x + 1}$ . **D**  $y = \frac{1}{x - 1}$ .

**Lời giải.**

Do  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty \end{cases}$  nên đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x - 1}$  nhận đường thẳng  $x = 1$  làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **D** □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Tọa độ véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$  là

- A**  $(-1; -1; -3)$ . **B**  $(3; 1; 1)$ . **C**  $(1; 1; 3)$ . **D**  $(3; 3; -1)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) = (1; 1; 3)$ .

Chọn đáp án **C** □

**Câu 8.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

| Nhóm   | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) |          |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số | 3        | 6        | 19       | 23       | 9        | $n = 60$ |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A** 50. **B** 30. **C** 6. **D** 69,8.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là  $90 - 40 = 50$ .

Chọn đáp án **A** □

**Câu 9.** Trong không gian, phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -1; 2)$  là

- A**  $(P): x - y + 2z + 3 = 0$ . **B**  $(P): x + y + 2z + 3 = 0$ .  
**C**  $(P): x - y - 2z + 3 = 0$ . **D**  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$(P): 1(x - 1) - 1(y - 0) + 2(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -2)$ , bán kính  $R = 4$  có phương trình là

- A**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ . **B**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$ .  
**C**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$ . **D**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -2)$ , bán kính  $R = 4$  là  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$ .

Chọn đáp án **D** □



**⚡ Câu 11.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau

|             |            |            |            |            |            |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Số ngày     | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 3,39.

**B** 11,62.

**C** 0,1314.

**D** 0,36.

**💬 Lời giải.**

Ta có bảng sau

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường      | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Giá trị đại diện | 2,85       | 3,15       | 3,456      | 3,75       | 4,05       |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Số trung bình

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai

$$S^2 = \frac{1}{20} (3 \cdot 2,85^2 + 6 \cdot 3,15^2 + 5 \cdot 3,45^2 + 4 \cdot 3,75^2 + 2 \cdot 4,05^2) - 3,39^2 = 0,1314.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3; 1; -1)$ ,  $N(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$  là

**A**  $x + 2y + z - 4 = 0$ .

**B**  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

**C**  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .

**D**  $2x - 11y - 5z = 0$ .

**💬 Lời giải.**

Gọi mặt phẳng cần tìm là  $(Q)$ .

Ta có  $\begin{cases} \vec{n}_P = (2; -1; 3) \\ \overrightarrow{MN} = (-1; -2; 5) \end{cases}$  là cặp véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng  $(Q)$ , suy ra

$$\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \overrightarrow{MN}] = (1; -13; -5).$$

Khi đó  $(Q): x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên  $AA' = a$ . Trong mặt phẳng  $(A'B'C')$  kẻ  $A'H$  vuông góc với  $B'C'$  tại  $H$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Đường thẳng  $B'C'$  vuông góc với mặt phẳng  $(AA'H)$ .

b) Hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AA'H)$  vuông góc với nhau.

c) Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(AB'C')$  là  $a\sqrt{3}$ .

d) Thể tích khối tứ diện  $BCB'A'$  là  $a^3\sqrt{3}$ .

**💬 Lời giải.**



b) **Đ** Đúng.

c)  Sai.

$$d[A', (AB'C')] = A'K.$$

Lại có,  $A'K$  là đường cao trong tam giác vuông  $AA'H$  nên

Suy ra

d)  Sai.

$$V_{ABC,A'B'C'} = AA' \cdot S_{A'B'C'} = a^3\sqrt{3}.$$

Lai có

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian  $t$  (s) là  $a(t) = 2t - 7$  (m/s<sup>2</sup>). Biết vận tốc ban đầu là 6 (m/s). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

- a) Vận tốc tức thời tại thời điểm  $t$  (s) xác định bởi  $v(t) = t^2 - 7t + 10$ .
- b) Tại thời điểm  $t = 7$  (s), vận tốc của chất điểm là 6 m/s.
- c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là 18 m.
- d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là  $t = 1$  (s).

**💬 Lời giải.**

- a) **❌ Sai.**

Vận tốc tức thời của chất điểm được xác định bởi

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 7) dt = t^2 - 7t + C.$$

Do  $v(0) = 6$  nên  $C = 6$ . Vậy  $v(t) = t^2 - 7t + 6$ .

- b) **✅ Đúng.**

Ta có  $v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6$  m/s.

- c) **❌ Sai.**

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là

$$S = \int_1^7 v(t) dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6) dt = \left( \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18.$$

- d) **✅ Đúng.**

Toạ độ của chất điểm tại thời điểm  $t$  (s) là

$$x(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 - 7t + 6) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  $x(t)$  với  $t \in [0; 8]$ . Ta có

$$x'(t) = v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6. \end{cases}$$

Lại có

$$x(0) = C, x(1) = \frac{17}{6} + C, x(6) = -18 + C, x(8) = -\frac{16}{3} + C.$$

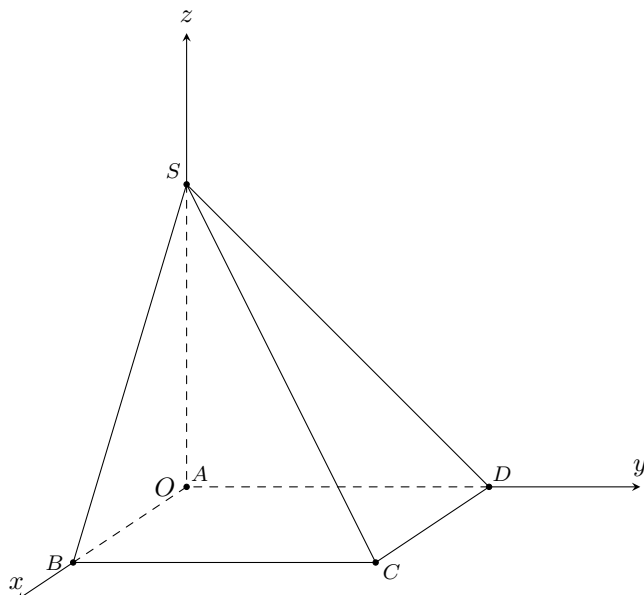
Vậy  $\max_{[0;8]} x(t) = x(1)$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $S(0; 0; 3)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(4; 0; 0)$ ,  $D(0; 10; 0)$  (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.



-  **Lời giải.**

- Do  $25m^2 - 6m + 2$  là tam thức bậc hai nên đạt giá trị nhỏ nhất tại  $m = \frac{3}{25} \notin \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu của cả hai dự án là 0,3. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu của dự án 1 và 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

- a)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,25.

**💬 Lời giải.**

a) **❌ Sai.**

Do  $P(AB) = 0,3 \neq 0,4 \cdot 0,5 = P(A) \cdot P(B)$  nên  $A, B$  không phải hai biến cố độc lập.

b) **✅ Đúng.**

Gọi  $C$  là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án. Ta có

$$\begin{aligned} P(C) &= P(\overline{A}B) + P(A\overline{B}) \\ &= P(A) - P(AB) + P(B) - P(AB) \\ &= 0,3. \end{aligned}$$

c) **✅ Đúng.**

Gọi  $D$  là biến cố thắng thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1. Ta có

$$P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,75.$$

d) **❌ Sai.**

Gọi  $E$  là biến cố thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1. Ta có

$$P(E) = P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2ax^2 + b$  có một điểm cực trị là  $(1; 2)$ . Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | , | 4 | 1 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Ta có  $y' = 4x^3 - 4ax$ . Do  $(1; 2)$  là một điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho nên

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4a = 0 \\ 1 - 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3. \end{cases}$$

Thay vào hàm số đã cho ta có  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  và  $y' = 4x^3 - 4x$ . Ta có

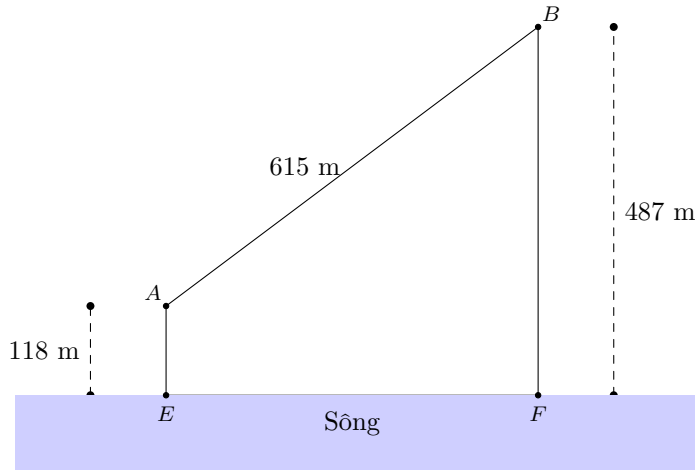
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Khi đó đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu là  $A(-1; 2)$ ,  $C(1; 2)$  và một điểm cực đại là  $B(0; 3)$ . Suy ra

$$AB = CB = \sqrt{(0 - 1)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{2} \approx 1,41.$$

Đáp án: 1,41

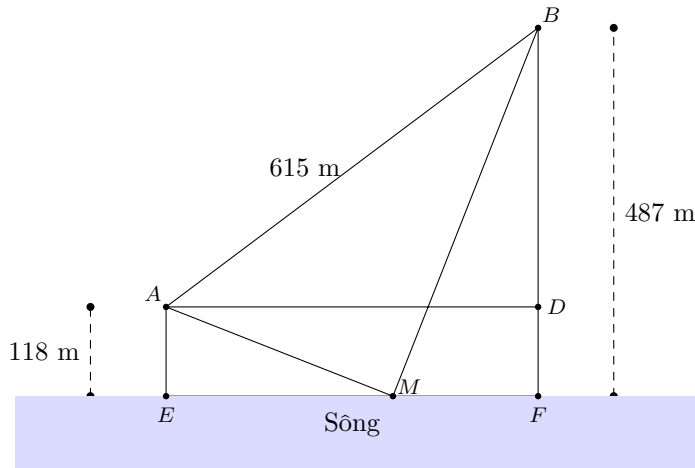
**⚡ Câu 18.** Cho hai vị trí  $A$ ,  $B$  cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ  $A$  đến bờ sông để lấy nước mang về  $B$ . Đoạn đường ngắn nhất là số nguyên dương mà người đó có thể đi là bao nhiêu? (Đơn vị tính bằng mét)



Đáp án: 7 8 0

**Lời giải.**

Giả sử người đó đi từ  $A$  đến  $M$  để lấy nước và trở về  $B$  như hình vẽ. Dễ thấy,  $BD = 369$  m và  $EF = 492$  m.



Đặt  $EM = x$  ( $0 \leq x \leq 492$ ), ta được

$$MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 369^2}.$$

Gọi hàm số  $f(x)$  là tổng quãng đường người đó phải đi. Ta có

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 369^2}.$$

Xét trên đoạn  $[0; 492]$ , ta có

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}. \end{aligned}$$

Do  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 492]$ , so sánh các giá trị  $f(0)$ ,  $f\left(\frac{58056}{605}\right)$ ,  $f(492)$  ta được

$$\min_{[0; 492]} f(x) = f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780.$$

Đáp án: **780** ..... □

**⚡ Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $A(1; -1; 2)$ , vuông góc với đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-1}$ , đồng thời tạo với đường thẳng  $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$  một góc lớn nhất. Biết đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{a} = \frac{z-2}{b}$ . Tính  $a^2 + b^2$ . Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 3 | 4 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Đường thẳng  $d_1$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u}_1 = (2; -1; -1)$ .

Đường thẳng  $d_2$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u}_2 = (1; -2; 2)$ .

Do  $(\Delta, d_2) \in [0^\circ; 90^\circ]$  mà theo giả thiết góc tạo giữa hai đường thẳng  $\Delta$  và  $d_2$  lớn nhất nên  $(\Delta, d_2) = 90^\circ$  hay  $\Delta \perp d_2$ .

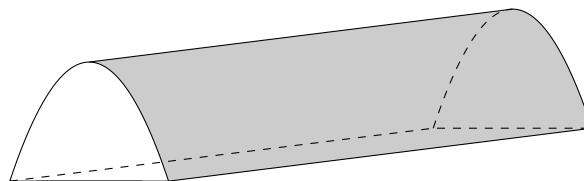
Khi đó chọn  $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_2, \vec{u}_1] = (5; 4; 3)$  là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ . Suy ra

$$\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}.$$

Vậy  $a = 5$ ,  $b = 3$  và  $a^2 + b^2 = 34$ .

Đáp án: **34** ..... □

**⚡ Câu 20.** Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12A dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?

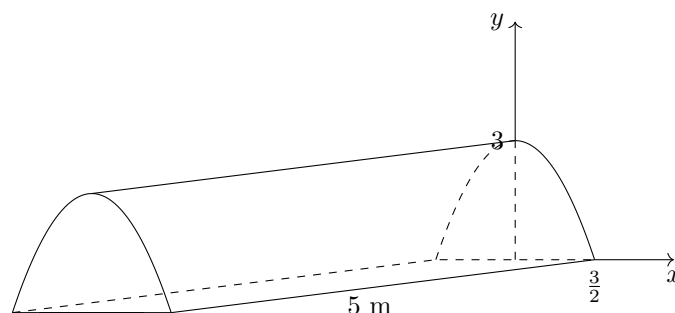


Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 3 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Hình dáng khung trại là một parabol  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$  và có đỉnh  $(0; 3)$ .

Suy ra  $a = -\frac{4}{3}$ ,  $b = 0$  và  $c = 3$ .

Mỗi mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ , với  $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$ , cắt hình khối trên theo mặt cắt là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là 5 và  $|f(x)|$ . Suy ra diện tích mặt cắt là  $S(x) = 5|f(x)|$  và thể tích phần không gian bên trong lều trại là

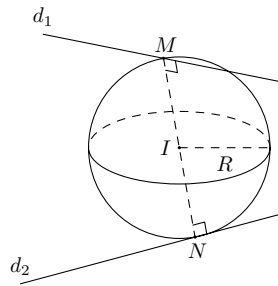
$$V = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} 5|f(x)| dx = 5 \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{4}{3}x^2 + 3 \right| dx = 30 \text{ m}^3.$$

Đáp án: 30

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-4} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{3}$  và  $d_2: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+10}{-3}$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$  có bán kính nhỏ nhất trong số các mặt cầu tiếp xúc với cả  $d_1$  và  $d_2$ . Tính  $T = a^2 - b + c$ .

Đáp án: - 4

**Lời giải.**



Đường thẳng  $d_1$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u}_1 = (-4; 1; 3)$ .

Đường thẳng  $d_2$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u}_2 = (4; -2; -3)$ .

Gọi  $(S)$  là mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $R$  tiếp xúc với hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $M, N$ . Khi đó  $IM \perp d_1, IN \perp d_2$ . Ta có

$$IM + IN \geq MN \Leftrightarrow 2R \geq MN \Leftrightarrow R \geq \frac{MN}{2}.$$

Suy ra để  $R$  nhỏ nhất thì  $M, N, I$  thẳng hàng. Dễ thấy  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau nên để  $MN$  là đoạn vuông góc chung của  $d_1, d_2$ . Khi đó  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $MN$ .

Gọi  $M(-4t; 3+t; 4+3t), N(2+4t'; -2t'; -10-3t')$ . Ta có

$$\overrightarrow{MN} = (2+4t+4t'; -3-t-2t'; -14-3t-3t').$$

Do  $\overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_1, \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_2$  nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -26t - 27t' = 53 \\ 27t + 29t' = -56 \end{cases} \Leftrightarrow t = t' = -1.$$

Thay vào  $M, N$  ta được  $M(4; 2; 1), N(-2; 2; -7)$ . Do tâm  $I$  của mặt cầu là trung điểm  $MN$  nên  $I(1; 2; -3)$ . Khi đó  $a = 1, b = 2, c = -3$  và

$$a^2 - b + c = -4.$$

Đáp án: -4



**⚡ Câu 22.** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường. Công ty C đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 10%. Trong số khách hàng thực sự đã mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là  $\frac{a}{b}$  (dạng phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức  $T = \frac{1}{2}a + b$ .

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | , | 5 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Gọi các biến cố sau

- ☑  $A$  là biến cố “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.
- ☑  $H_1$  là biến cố “Khách hàng trả lời phỏng vấn trả lời sẽ mua”.
- ☑  $H_2$  là biến cố “Khách hàng trả lời phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”.
- ☑  $H_3$  là biến cố “Khách hàng trả lời phỏng vấn trả lời không mua”.

Từ đề bài ta có

$$P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25; P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45; P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3;$$

$$P(A | H_1) = 0,6; P(A | H_2) = 0,4; P(A | H_3) = 0,1.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2) + P(H_3) \cdot P(A | H_3)$$

$$= 0,36.$$

Suy ra

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A | H_1)}{P(A)} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{0,36} = \frac{5}{12}.$$

Khi đó  $a = 5$ ,  $b = 12$  và  $T = \frac{1}{2}a + b = 14,5$ .

Đáp án: 

|      |
|------|
| 14,5 |
|------|

 ..... □

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. A   2. C   3. D   4. D   5. A   6. D   7. C   8. A   9. A   10. D   11. C   12. B

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                                                 |                  |                                                                 |
|------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <div><div>a</div>Đ<div>b</div>Đ<div>c</div>S<div>d</div>S</div> | <b>⚡ Câu 14.</b> | <div><div>a</div>S<div>b</div>Đ<div>c</div>S<div>d</div>Đ</div> |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <div><div>a</div>Đ<div>b</div>S<div>c</div>S<div>d</div>S</div> | <b>⚡ Câu 16.</b> | <div><div>a</div>S<div>b</div>Đ<div>c</div>Đ<div>d</div>S</div> |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b> | <b>⚡ Câu 18.</b> | <b>⚡ Câu 19.</b> | <b>⚡ Câu 20.</b> | <b>⚡ Câu 21.</b> | <b>⚡ Câu 22.</b> |
| 1 , 4 1          | 7 8 0            | 3 4              | 3 0              | – 4              | 1 4 , 5          |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

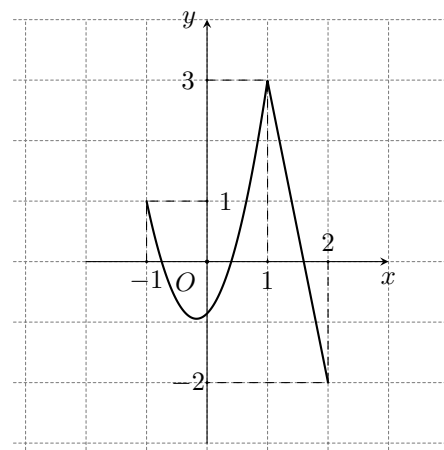
Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 7**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 2]$ . Ta có  $M - m$  bằng



**A** 7.

**B** -1.

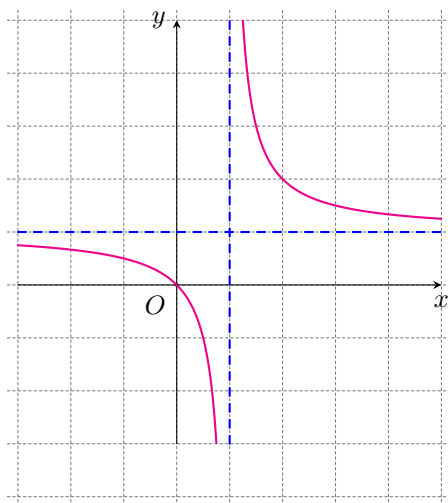
**C** 1.

**D** 5.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A**  $y = \frac{x}{x+1}$ .

**B**  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**C**  $y = \frac{x}{x-1}$ .

**D**  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$  là

**A**  $-2 \cos x + C$ .

**B**  $2 \cos x + C$ .

**C**  $2 \sin x + C$ .

**D**  $-\sin x + C$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** . . . . . ☐

**⚡ Câu 4.** Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6, 25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A** 2, 5 cm. **B** 12, 5 cm. **C** 3, 125 cm. **D** 42, 25 cm.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** . . . . . ☐

**⚡ Câu 5.** An là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik  $3 \times 3$ , bạn An đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

| Thời gian giải rubik (giây) | [8; 10) | [10; 12) | [12; 14) | [14; 16) | [16; 18) |
|-----------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Số lần                      | 4       | 6        | 8        | 4        | 3        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A** 6. **B** 8. **C** 10. **D** 12.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** . . . . . ☐

**⚡ Câu 6.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

| Nhóm             | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) | [65; 70) |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Giá trị đại diện | 42, 5    | 47, 5    | 52, 5    | 57, 5    | 62, 5    | 67, 5    |          |
| Tần số           | 4        | 14       | 8        | 10       | 6        | 2        | $n = 44$ |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A** 53, 2. **B** 46, 1. **C** 30. **D** 11.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **B** . . . . . ☐

**⚡ Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Khi đó tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là

- A**  $(-1; 2; -3)$ . **B**  $(1; 2; 3)$ . **C**  $(-1; 2; 3)$ . **D**  $(1; -2; 3)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** . . . . . ☐

**⚡ Câu 8.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z + 10 = 0$ ?

- A**  $\vec{n}_1 = (3; -2; 1)$ . **B**  $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ . **C**  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ . **D**  $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** . . . . . ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

- A**  $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$  **B**  $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$  **C**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$  **D**  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$

**Lời giải.**

**⚡ Câu 10.** Trong không gian toạ độ  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(-1; 2; 3)$  bán kính  $R = 3$  có phương trình là

**A**  $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

**B**  $(S): (x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

**C**  $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

**D**  $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

**💬 Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(2025 - x)$  là

**A**  $(-\infty; 2025].$

**B**  $(2025; +\infty).$

**C**  $(-\infty; 2025).$

**D**  $[2025; +\infty).$

**💬 Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

**A**  $\frac{2}{3}.$

**B**  $\frac{2}{7}.$

**C**  $\frac{1}{5}.$

**D**  $\frac{1}{7}.$

**💬 Lời giải.**

Chọn đáp án **A** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $A$  là hai điểm cực đại và  $B$  là điểm cực tiểu của  $(C)$ .

a) Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

b) Tọa độ các điểm cực trị là  $A(2; -2)$ ,  $B(0; 4)$ .

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

d) Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $2x + y - 4 = 0$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng. Hàm số đa thức nên có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

b) **S** Sai. Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$  và  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ . Bảng biến thiên

|      |           |     |     |           |     |
|------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $4$ | $0$ | $+\infty$ |     |

Suy ra tọa độ  $A(0; 4)$ ,  $B(2; 0)$ .

c) **S** Sai. Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$ ;  $(2; +\infty)$  không có khoảng nào chứa khoảng  $(-1; 1)$ .

d) **Đ** Đúng. Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x - 0}{2 - 0} = \frac{y - 4}{0 - 4} \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ .

Chọn đáp án **a đúng | b sai | c sai | d đúng** ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20$  m/s, trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .
- b)  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**💬 Lời giải.**

- a) **Ⓛ** Đúng. Do  $s'(t) = v(t)$  nên quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .
- b) **Ⓛ** Đúng. Ta có  $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$  với  $C$  là hằng số.  
 Khi đó, ta gọi hàm số  $s(t) = -5t^2 + 20t + C$ .  
 Do  $s(0) = 0$  nên  $C = 0$  Suy ra  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .
- c) **Ⓢ** Sai. Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0$  hay  $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ .  
 Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.
- d) **Ⓛ** Đúng. Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h  $\approx 18$  m/s.  
 Do đó, quãng đường xe ô tô còn đi chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$$

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $18 + 20 \approx 38$  (m).

Do  $38 < 50$  nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn vectơ  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (5; 7; 0)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 4)$  và  $\vec{d} = (4; 12; -3)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba véc tơ không đồng phẳng.
- b)  $2\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$ .
- c)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{d} + \vec{c}|$ .
- d)  $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Ⓛ** Đúng. Ta có  $[\vec{a}, \vec{b}] = (4; 8; 3) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$ .  
 Suy ra  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là không đồng phẳng
- b) **Ⓢ** Sai. Ta có  $\begin{cases} 2\vec{a} + 3\vec{b} = (19; 27; 2) \\ \vec{d} - 2\vec{c} = (-2; 16; -11). \end{cases}$
- c) **Ⓛ** Đúng. Ta có  $\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (7; 10; 1) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 5\sqrt{6} \\ \vec{c} + \vec{d} = (7; 10; 1) \Rightarrow |\vec{c} + \vec{d}| = 5\sqrt{6} \end{cases}$ . Suy ra  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{d} + \vec{c}|$ .
- d) **Ⓛ** Đúng. Ta có  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (4; 12; -3) \Rightarrow \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 16.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng  $(P): x - y + z - 2024 = 0$ .

- a) Vectơ có tọa độ  $(2; 1; 3)$  là một vectơ chỉ phương của  $\Delta$ .  
 b) Vectơ có tọa độ  $(1; 1; 2)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .  
 c) Côsin của góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (-5; 12; -13)$  và  $\vec{n} = (1; 2; 2)$  bằng  $\frac{7}{39\sqrt{2}}$ .  
 d) Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng  $38^\circ$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng. Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  là  $\vec{u} = (2; 1; 3)$ .  
 b) **S** Sai. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; -1; 1)$   
 c) **Đ** Đúng. Côsin của góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (-5; 12; -13)$  và  $\vec{n} = (1; 2; 2)$  là

$$\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{-7}{13\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{-7}{39\sqrt{2}}.$$

- d) **Đ** Đúng. Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  là

$$\sin[\Delta, (P)] = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{7}{39\sqrt{2}} \Rightarrow [\Delta, (P)] \approx 38^\circ.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Trong một thí nghiệm  $y$  học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:  $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$  (con), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 5 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Xét hàm số  $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$  ( $t > 0$ ).

Ta có  $N'(t) = \frac{100 \cdot (100 + t^2) - 100t \cdot 2t}{(100 + t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100 - t^2)}{(100 + t^2)^2}.$

Khi đó, với  $t > 0$ ,  $N'(t) = 0 \Leftrightarrow 100 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 100 \Leftrightarrow t = 10$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $N(t)$  như sau

|         |      |      |           |
|---------|------|------|-----------|
| $x$     | 0    | 10   | $+\infty$ |
| $N'(t)$ | +    | 0    | -         |
| $N(t)$  | 1000 | 1005 | 1000      |

Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hàm số  $N(t)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 1005 tại  $t = 10$ .

Vậy số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng là 1005 con.

Đáp án: 

|      |
|------|
| 1005 |
|------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười). **Đáp án:**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 9 | , | 8 |
|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

- ☑ Gọi parabol  $y = f(x)$  có dạng  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Parabol  $y = f(x)$  nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên ta có  $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$ .

Lại có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(0; -1)$  và điểm  $(2; 0)$  nên  $a = \frac{1}{4}$ ,  $c = -1$ .

Vậy parabol  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$ .

- ☑ Tương tự, ta cũng có parabol  $y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$ .

- ☑ Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là

$$\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}$$

Khi đó, diện tích của logo là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[ \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left( 3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \\ &= \left( 3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 \text{ dm}^2. \end{aligned}$$

**Đáp án:**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 9 | , | 8 |
|---|---|---|

 ..... □

**⚡ Câu 19.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8 000, trong số đó có 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 7 | 1 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

- ☑ Khi kiểm tra lại, trong 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có  $70\% \cdot 1\,200 = 840$  (người).  
Khi đó, số người bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1 200 người đó là  $1\,200 - 840 = 360$  (người).

- ☑ Khi kiểm tra lại, trong 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là  $5\% \cdot 6\,800 = 340$  (người).  
Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6 800 người đó là  $6\,800 - 340 = 6\,460$  (người).

Từ đó, ta có bảng sau: (đơn vị: người).

|                     | Nhiễm bệnh | Không nhiễm bệnh | Tổng |
|---------------------|------------|------------------|------|
| Kiểm nghiệm/Báo cáo | 1200       | 6800             | 8000 |
| Dương tính          | 840        | 340              | 1180 |
| Âm tính             | 360        | 6460             | 6820 |

Xét các biến cố sau:

- ☑  $A$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;
- ☑  $B$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;
- ☑  $C$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)”;
- ☑  $D$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra lại)”.

Khi đó, ta có  $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$ ;  $P(A \cap C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$ .

Vậy  $P(A | C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$ .

Đáp án: 0,71 ..... □

**⚡ Câu 20.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gán hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà tọa độ lần lượt là  $(1; 1; 10)$ ,  $(4; 3; 1)$ ,  $(3; 2; 5)$  và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình  $x + my + nz + p = 0$  Giá trị của  $m + n + p$  là bao nhiêu? **Đáp án:** - 1 0

**💬 Lời giải.**

Xét ba điểm  $A(1; 1; 10)$ ,  $B(4; 3; 1)$ ,  $C(3; 2; 5)$ .

Khi đó  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (3; 2; -9) \\ \overrightarrow{AC} = (2; 1; -5) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -3; -1)$ .

Ta có  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -3; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$  nên phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

$$(-1) \cdot (x - 1) + (-3) \cdot (y - 1) + (-1) \cdot (z - 10) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + z - 14 = 0.$$

Suy ra  $m = 3$ ,  $n = 1$ ,  $p = -14$ . Vậy  $m + n + p = -10$ .

Đáp án: -10 ..... □

**⚡ Câu 21.** Anh Minh ký hợp đồng lao động có thời hạn ở một công ty với phương án trả lương như sau: Quý thứ nhất, tiền lương là 27 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2,1 triệu. Tổng số tiền lương anh nhận được trong các năm đã đi làm là 684 triệu đồng. Hỏi anh Minh đã làm ở công ty đó bao nhiêu năm? **Đáp án:** 4



**Lời giải.**

Gọi số năm đã đi làm của anh Minh ở công ty đó là  $n$ , ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

Số quý làm việc là  $4n$ . Khi đó, tổng số tiền thu được của anh Minh trong  $n$  năm đi làm là

$$S = \frac{[2 \cdot 27 + (4n - 1) \cdot 2,1] \cdot 4n}{2} = 684$$

$$\Leftrightarrow 84n^2 + 519n - 3420 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = \frac{-285}{28} \end{cases}$$

Do  $n$  nguyên dương nên  $n = 4$  năm.

Đáp án: **4** .....

**⚡ Câu 22.** Người ta thăm dò một số lượng người hâm mộ bóng đá tại một thành phố, nơi có hai đội bóng đá  $X$  và  $Y$  cùng thi đấu giải vô địch quốc gia. Biết rằng số lượng người hâm mộ đội bóng đá  $X$  là 22%, số lượng người hâm mộ đội bóng đá  $Y$  là 39%, trong số đó có 7% người nói rằng họ hâm mộ cả hai đội bóng trên. Chọn ngẫu nhiên một người hâm mộ trong số những người được hỏi, tính xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá  $X$  và  $Y$ .      **Đáp án:** **0** , **4** **6**

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá  $X$ ”;

$B$  là biến cố: “Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá  $Y$ ”.

Khi đó  $P(A) = \frac{22}{100} = 0,22$ ;  $P(B) = \frac{39}{100} = 0,39$ ;  $P(AB) = \frac{7}{100} = 0,07$ .

Suy ra  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,22 + 0,39 - 0,07 = 0,54$ .

Xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá  $X$  và  $Y$  là

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,54 = 0,46.$$

Đáp án: **0,46** .....

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. D    2. C    3. A    4. A    5. C    6. B    7. A    8. A    10. C    11. C    12. A

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                 |                  |                 |
|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | a Đ b S c S d Đ | <b>⚡ Câu 14.</b> | a Đ b Đ c S d Đ |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | a Đ b S c Đ d Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | a Đ b S c Đ d Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b> | <b>⚡ Câu 18.</b> | <b>⚡ Câu 19.</b> | <b>⚡ Câu 20.</b> | <b>⚡ Câu 21.</b> | <b>⚡ Câu 22.</b> |
| 1   0   0   5    | 9   ,   8        | 0   ,   7   1    | —   1   0        | 4                | 0   ,   4   6    |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**ĐỀ SỐ 8**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

- A** 120. **B** 5. **C** 20. **D** 5.

**💬 Lời giải.**

Số cách sắp xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài là một hoán vị của 5 phần tử nên có  $5! = 120$  cách.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $\tan x - 1 = 0$  là

- A**  $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ . **B**  $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ . **C**  $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$ . **D**  $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_{0,5}(x^2 - 2x + 1)$  là

- A**  $\mathbb{R}$ . **B**  $\mathbb{R} \setminus 1$ . **C**  $(0; +\infty)$ . **D**  $(1; +\infty)$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện xác định của hàm số là  $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Vậy  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus 1$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Vectơ nào dưới đây là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục  $Ox$

- A**  $\vec{u} = (1; 0)$ . **B**  $\vec{u} = (1; -1)$ . **C**  $\vec{u} = (1; 1)$ . **D**  $\vec{u} = (0; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Vectơ  $\vec{i} = (1; 0)$  là một vectơ chỉ phương của trục  $Ox$ .

Các đường thẳng song song với trục  $Ox$  có 1 vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = \vec{i} = (1; 0)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |            |   |            |    |            |           |
|------|-----------|------------|---|------------|----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0          | 3 | $+\infty$  |    |            |           |
| $y'$ | +         | 0          | - | 0          | +  |            |           |
| $y$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | 2 | $\searrow$ | -5 | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[0; 3]$  bằng

- A** 3. **B** 0. **C** 2. **D** -5.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $\max_{x \in [0;3]} f(x) = 2$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad-bc \neq 0, ac \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- A**  $x = 1, y = 1$ . **B**  $x = -1, y = 1$ . **C**  $x = 1, y = 2$ . **D**  $x = 2, y = 1$ .

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta suy ra

- Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = 1$ .

- Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = 1$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ . Tọa độ véc tơ  $\vec{u}$  bằng

- A**  $(-2; 3; 1)$ . **B**  $(2; 3; -1)$ . **C**  $(2; -3; -1)$ . **D**  $(2; 3; 1)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2; 3; -1)$ .

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 8.** Thành tích nhảy xa (đơn vị: cm) của một số học sinh khối 12 được thống kê lại ở bảng sau

| Thành tích  | [150; 180) | [180; 210) | [210; 240) | [240; 270) | [270; 300) |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số học sinh | 3          | 5          | 28         | 14         | 8          |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A** 39,12. **B** 216,96. **C** 40,12. **D** 39,25.

**Lời giải.**

Tổng số học sinh là  $n = 3 + 5 + 28 + 14 + 8 = 58$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{58}$  là thành tích nhảy xa của một số học sinh khối 12 và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{15}$  nên nhóm chứa

tứ phân vị thứ nhất là nhóm [210; 240). Khi đó  $Q_1 = 210 + \left[ \frac{\frac{58}{4} - (3 + 5)}{28} \right]$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{44}$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [240; 270). Khi

đó  $Q_3 = 240 + \left[ \frac{\frac{58 \cdot 3}{4} - (3 + 5 + 28)}{14} \right]$ .

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian ngủ một buổi tối của học sinh nam là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 256,08 - 216,96 = 39,12$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 2; 1)$  là

- A**  $2x + y + 2z - 5 = 0$ . **B**  $x + 2y + 2z - 5 = 0$ . **C**  $2x + 2y + z - 5 = 0$ . **D**  $2x + 2y + z + 5 = 0$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 2; 1)$  là

$$2(x-1) + 2(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 5 = 0.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 0)$  và bán kính bằng 3. Phương trình của  $(S)$  là

**A**  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 9.$

**B**  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 9.$

**C**  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 3.$

**D**  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 3.$

**💬 Lời giải.**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính bằng  $R$  là  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ .  
Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 0)$  có bán kính 3 có phương trình là  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 9$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Kiểm tra khối lượng của 20 túi đường (đơn vị: kg) được chọn ngẫu nhiên trước khi bán cho người tiêu dùng cho kết quả như sau

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,95 | 0,99 | 1,05 | 1,00 | 0,97 | 0,99 | 1,03 | 0,98 | 1,04 | 1,01 |
| 1,02 | 1,00 | 1,05 | 0,96 | 0,94 | 0,98 | 1,02 | 1,01 | 0,99 | 0,94 |

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần nghìn) khi chuyển mẫu số liệu trên thành mẫu số liệu ghép nhóm với nhóm đầu tiên là  $[0,94; 0,97)$ .

**A** 0,012.

**B** 0,001.

**C** 0,002.

**D** 0,015.

**💬 Lời giải.**

Theo bài ra ta có mẫu số liệu ghép nhóm sau

| Nhóm số liệu     | $[0,94; 0,97)$ | $[0,97; 1,00)$ | $[1,00; 1,03)$ | $[1,03; 1,06)$ |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Giá trị đại diện | 0,955          | 0,985          | 1,015          | 1,045          |
| Tần số           | 4              | 6              | 6              | 4              |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 0,955 + 6 \cdot 0,985 + 6 \cdot 1,015 + 4 \cdot 1,045}{20} = 1.$$

Do đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{4 \cdot (0,955 - 1)^2 + 6 \cdot (0,985 - 1)^2 + 6 \cdot (1,015 - 1)^2 + 4 \cdot (1,045 - 1)^2}{20} \approx 0,001.$$

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(2; -1; 3)$  và  $C(-2; 1; 2)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  đồng thời vuông góc với  $BC$  và trục  $Oy$  có phương trình là

**A**  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 0 \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\vec{CB} = (4; -2; 1)$ ,  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ ,  $[\vec{CB}, \vec{j}] = (-1; 0; 4)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  đồng thời vuông góc

với  $BC$  và trục  $Oy$  có một véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-1; 0; 4)$  nên có phương trình  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t. \end{cases}$

Chọn đáp án **B** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- ⚡ Câu 13.** Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp.
- Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng 50 m, lượng nước trong bể cao 1,5 m thì thể tích nước trong bể là  $1250 \text{ m}^3$ .
  - Nếu thể tích bể bằng  $\frac{256}{3} \text{ m}^3$ , đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là  $x(\text{m})$  thì biểu thức xác định chiều cao bể theo  $x$  là  $h = \frac{128}{3x^2}$ .
  - Nếu thể tích bể bằng  $\frac{256}{3} \text{ m}^3$ , đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là  $x(\text{m})$  thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là  $S = \frac{256}{x} + 2x^2 (\text{m}^2)$ .
  - Nếu thể tích bể bằng  $\frac{256}{3} \text{ m}^3$ , đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là  $500\,000$  đồng/ $\text{m}^3$ . Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 96 triệu đồng.

**💬 Lời giải.**

- Thể tích nước trong bể là  $V = 1,5 \cdot 50^2 = 3750 (\text{m}^3)$ .
- Gọi  $x (\text{m})$  là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là  $2x (\text{m})$  và  $h (\text{m})$  là chiều cao bể. Bể có thể tích bằng  $\frac{256}{3} \text{ m}^3$ . Khi đó

$$2x^2h = \frac{256}{3} \Leftrightarrow h = \frac{128}{3x^2}.$$

- Diện tích xung quanh của bể là

$$S = 2(xh + 2xh) + 2x^2 = 6x \cdot \frac{128}{3x^2} = \frac{256}{x} + 2x^2.$$

- Ta có

$$S = \frac{256}{x} + 2x^2 = \frac{128}{x} + \frac{128}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt{128^2 \cdot 2} \Leftrightarrow S \geq 96$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của  $S$  là 96 khi  $\frac{128}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x = 4$ .

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng là nhỏ nhất và bằng  $S_{\min} = 96$ .  
 Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là  $96 \cdot 500\,000 = 48\,000\,000$  đồng.

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = 4x - x^3$

- Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(x) = f(x)$ .
- $\int_1^4 (4x - x^3) dx = \frac{-135}{4}$ .
- Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(1) = 2$  thì  $G(4) = \frac{143}{4}$ .
- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = f(x) = 4x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là  $S = \frac{135}{4}$ .

**💬 Lời giải.**

- Theo lý thuyết nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(x) = f(x)$ .

b) Ta có  $\int_1^4 (4x - x^3) dx = \left(2x^2 - \frac{x^4}{4}\right) \Big|_1^4 = \frac{-135}{4}$ .

c) Ta có  $G(x) = 2x^2 - \frac{x^4}{4} + C, G(1) = 2 \Rightarrow C = \frac{1}{4} \Rightarrow G(4) = \frac{-127}{4}$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = f(x) = 4x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là

$$\int_1^4 |4x - x^3| dx = \frac{153}{4}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z = 0$ , đường thẳng  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  và hai

điểm  $A(1; 2; 1), B(2; 1; 4)$ .

- a) Điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ .  
 b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng 1.  
 c) Phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $d$  trên mặt phẳng  $(P)$  là  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .  
 d) Gọi  $\Delta$  là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $\Delta$  bằng 1. Khi khoảng cách từ  $B$  đến  $\Delta$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $M$  đi qua điểm  $M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

**💬 Lời giải.**

a) Thay tọa độ điểm  $A(1; 2; 1)$  vào phương trình mặt phẳng  $(P)$  ta có  $1 - 1 = 0$  (luôn đúng). Do đó  $A \in (P)$ .

b) Tọa độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$  thỏa mãn hệ phương trình  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \\ x - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \\ t = -1 \end{cases}$ .

Vậy hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$  bằng  $-1$ .

c) Ta có  $d \cap (P) = I(-1; -1; -1)$  Gọi  $d'$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(P)$ . Lấy điểm  $A(1; 0; 0) \in d$ . Gọi  $A'$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$ . Do đó  $d'$  đi qua  $I$  và  $A'$ .

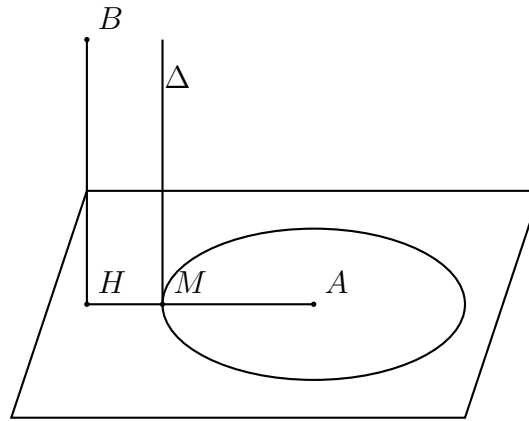
Phương trình đường thẳng  $AA'$  là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -t. \end{cases}$

Tọa độ  $A'$  thỏa mãn hệ phương trình  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -t \\ x - z = 0. \end{cases}$

Suy ra  $A'\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$  cùng phương với  $\vec{u} = (3; 2; 3)$ .

Khi đó phương trình đường thẳng  $d'$  là  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

- d) Từ giả thiết suy ra  $\Delta$  nằm trên mặt trụ  $(T)$  có trục là đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .  $(T)$  cắt  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  tâm  $A$ , bán kính  $r = 1$ .



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $(P)$ . Suy ra  $BH \parallel \Delta \Rightarrow d(B; \Delta) = d(H; \Delta)$ .

Ta có  $H(3; 1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2; -1; 2) \Rightarrow AH = 3$ .

Khi  $M$  di động trên  $(C)$  thì  $HM_{\min} \Leftrightarrow M$  là giao điểm của đoạn thẳng  $AH$  và  $(C)$ .

Khi đó  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH} \Rightarrow M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Hộp  $I$  có 5 bi trắng và 5 bi đen. Hộp  $II$  có 6 bi trắng và 4 bi đen. Chuyển hai viên bi từ hộp  $I$  sang hộp  $II$ . Sau đó lấy ra 1 viên bi từ hộp  $II$ .

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 540.  
b) Xác suất để lấy được bi ra từ hộp  $II$  của hộp  $I$  là  $\frac{1}{6}$ .  
c) Xác suất để lấy được bi trắng là  $\frac{5}{6}$ .  
d) Giả sử lấy được bi trắng. Xác suất để lấy được bi trắng của hộp  $I$  là  $\frac{1}{7}$ .

**💬 Lời giải.**

- a)  $n(\Omega) = C_{10}^2 \cdot 12 = 540$ .  
b) Gọi  $K_1$  là biến cố lấy bi ra từ hộp  $II$  của hộp  $I$ . Xác suất để lấy được bi ra từ hộp  $II$  của hộp  $I$  là  $P(K_1) = \frac{C_2^1}{C_{12}^1} = \frac{1}{6}$ .  
c) Gọi  $K_2$  là biến cố lấy bi ra từ hộp  $II$  của hộp  $II$ . Xác suất để lấy được bi ra từ hộp  $II$  của hộp  $II$  là  $P(K_2) = \frac{C_{10}^1}{C_{12}^1} = \frac{5}{6}$ .  
Gọi  $A$  là biến cố lấy được bi trắng.  
Ta có  $P(A|K_1) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$  và  $P(A|K_2) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{5}$ .  
Do đó xác suất để lấy được bi trắng là  $P(A) = P(K_1) \cdot P(A|K_1) + P(K_2) \cdot P(A|K_2) = \frac{7}{12}$ .  
d) Xác suất để lấy được bi trắng của hộp  $I$

$$P(K_1|A) = \frac{P(K_1) \cdot P(A|K_1)}{P(A)}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Xét hàm số  $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$ .

Điều kiện  $x \in [1; 15]$  (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm).

Ta có  $G'(x) = 0,035 \cdot [2x(15 - x) - x^2] = 0,105x(10 - x)$ .

Cho  $G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (1; 15) \\ x = 10 \in (1; 15). \end{cases}$

Từ đó, ta tính được  $G(1) = \frac{49}{100} = 0,49$ ,  $G(10) = \frac{35}{2} = 17,5$ ,  $G(15) = 0$ .

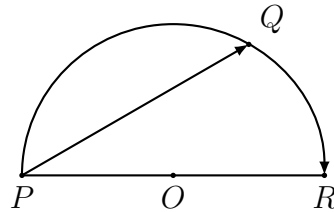
Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều  $x = 10$  miligam.

Đáp án: 

|    |
|----|
| 10 |
|----|

 □

**⚡ Câu 18.** Cho một bờ hồ hình bán nguyệt có bán kính bằng 2 km, đường kính  $PR$  như hình vẽ sau:



Từ điểm  $P$  anh Tài chèo một chiếc thuyền với vận tốc 3 km/h đến điểm  $Q$  trên bờ hồ, rồi chạy bộ dọc theo thành hồ đến vị trí  $R$  với vận tốc 6 km/h. Thời gian chậm nhất mà anh Tài di chuyển từ  $P$  đến  $R$  là bao nhiêu? (thời gian tính bằng giờ và làm tròn kết quả đến hàng phần chục). **Đáp án:**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | , | 5 |
|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Đặt  $\widehat{QPR} = \varphi$  (rad),  $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ta có tam giác  $PQR$  vuông tại  $Q$  nên  $PQ = PR \cdot \cos \varphi = 4 \cos \varphi$ .

Thời gian anh Tài chèo thuyền từ  $P$  đến  $Q$  là  $\frac{4 \cos \varphi}{3}$  (giờ).

Mà  $\widehat{QOR} = 2\widehat{QPR} = 2\varphi$  suy ra độ dài cung tròn  $QR$  bằng  $2 \cdot 2\varphi$  (km).

Thời gian anh Tài chạy bộ trên thành bờ hồ từ  $Q$  đến  $R$  là  $\frac{4\varphi}{6} = \frac{2\varphi}{3}$  (giờ).

Tổng thời gian anh Tài di chuyển từ  $P$  đến  $R$  là  $t = \frac{4 \cos \varphi}{3} + \frac{2}{3}\varphi$ .

Xét hàm số  $t(\varphi) = \frac{4 \cos \varphi}{3} + \frac{2}{3}\varphi$  trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Có  $t'(\varphi) = -\frac{4}{3} \sin \varphi + \frac{2}{3}$ ,  $t'(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Bảng biến thiên

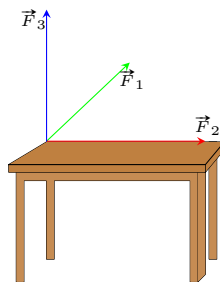


|               |               |                               |                 |
|---------------|---------------|-------------------------------|-----------------|
| $\varphi$     | 0             | $\frac{\pi}{6}$               | $\frac{\pi}{2}$ |
| $t'(\varphi)$ |               | +                             | 0               |
| $t'(\varphi)$ | $\frac{4}{3}$ | $t\left(\frac{\pi}{6}\right)$ | $\frac{\pi}{3}$ |

Thời gian anh An đi từ  $P$  đến  $R$  chậm nhất là  $t = \frac{4}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{6} \approx 1,5$  giờ.

Đáp án: **1,5** .....

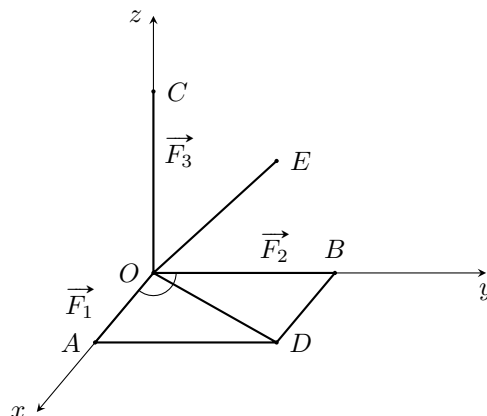
**⚡ Câu 19.** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  tạo với nhau một góc  $110^\circ$  và có độ lớn lần lượt là  $9N$  và  $4N$ , lực  $\vec{F}_3$  vuông góc hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  và có độ lớn  $7N$ . Độ lớn hợp lực của ba lực trên là  $a$  (N), tìm giá trị của  $a$ .



Đáp án: **1** **1**

**💬 Lời giải.**

Hợp lực tác động vào ba vật là  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$ .



Áp dụng định lý cosin trong  $\triangle OAD$ , ta có

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cdot \cos \widehat{OAD} = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 80^\circ = 97 - 72 \cos 70^\circ.$$

Vì  $OC \perp (OBDA)$  nên  $OC \perp OD \Rightarrow ODEC$  là hình chữ nhật.

$$\text{Do đó } \triangle OCE \text{ vuông tại } C \text{ nên } OE^2 = OC^2 + EC^2 = 7^2 + 97 - 72 \cos 70^\circ = 146 - 72 \cos 70^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{146 - 72 \cos 70^\circ} \approx 10.$$

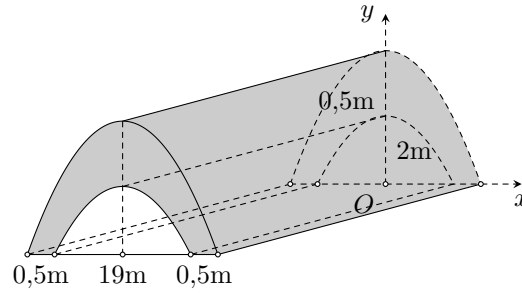
Do đó độ lớn của hợp lực của ba lực trên khoảng 11 N.

Vậy  $a = 11$ .

Đáp án: **11** .....



**⚡ Câu 20.** Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ).



Lượng bê tông để đổ cây cầu là  $a \text{ m}^3$ . Tính  $a$ .

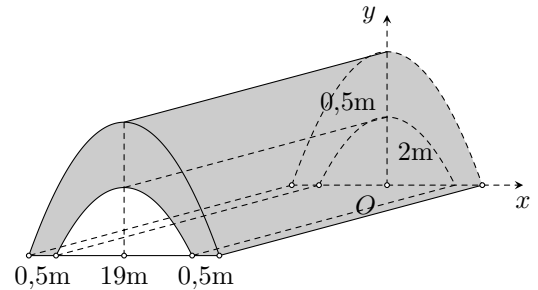
Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 4 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**

Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.

Gọi  $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$  là Parabol đi qua hai điểm  $A\left(\frac{19}{2}; 0\right)$ ,  $B(0; 2)$ .



Nên ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi  $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$  là Parabol đi qua hai điểm  $C(10; 0)$ ,  $D\left(0; \frac{5}{2}\right)$ .

Nên ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot 10^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là

$$V = 5 \cdot 2 \left[ \int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 \text{ m}^3.$$

Đáp án: 

|    |
|----|
| 40 |
|----|

 ..... □

**⚡ Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị của các trục tọa độ là mét), các nhà nghiên cứu khí tượng dùng một phần mềm mô phỏng bề mặt của một quả bóng thám không có dạng hình cầu bằng phương trình  $(x - 20)^2 + (y - 50)^2 + (z - 300)^2 = 1$ . Một vật thể bay theo đường thẳng  $d$

có phương trình  $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 30 - t \\ z = 2999 \end{cases}$ . Khoảng cách từ tâm của quả bóng đến đường thẳng  $d$  là  $\sqrt{a}$ . Tính  $a$ .

Đáp án:

**Lời giải.**

Gọi  $M(x; y; z)$  là hình chiếu của  $I$  lên đường thẳng  $d$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 30 - t \\ z = 2999 \\ \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 30 - t \\ z = 2999 \\ 2(2t - 10) - (-t - 20) - 1000 \cdot 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ x = 10 \\ y = 30 \\ z = 2999. \end{cases}$$

Suy ra  $M(10; 30; 2999)$ .

$$\text{Do đó } d(I, d) = IM = \sqrt{(-10)^2 + (-20)^2 + (-1)^2} = \sqrt{501} \Rightarrow a = 501.$$

Đáp án:

**⚡ Câu 22.** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2 % các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1 % các ca thực sự không nhiễm virus (Nguồn: <https://tapchihocvietnam.vn>). Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm và nhận được kết quả dương tính. Biết xác suất người đó thực sự nhiễm virus là  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$ .

Đáp án:

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Người đó thực sự nhiễm virus”;  $B$  là biến cố: “Người đó làm xét nghiệm có kết quả dương tính”.

Ta cần tính  $P(A|B)$ .

$$\text{Ta có } P(A) = 0,01; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,99; P(B|A) = 0,762; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,991.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,762 = 0,238.$$

Thay vào công thức Bayes ta được

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})} = \frac{0,01 \cdot 0,762}{0,01 \cdot 0,762 + 0,99 \cdot 0,009} = \frac{254}{551}.$$

Suy ra  $a = 254$  và  $b = 551$ .

$$\text{Vậy } a + b = 254 + 551 = 805.$$

Đáp án:

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. A 2. D 3. B 4. A 5. C 6. A 7. B 8. A 9. C 10. B 11. B 12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|                  |                                                                                                         |                  |                                                                                                         |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

|                                                                                    |                                                                                      |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                                                   |                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>                                                                   | <b>⚡ Câu 18.</b>                                                                     | <b>⚡ Câu 19.</b>                                                                   | <b>⚡ Câu 20.</b>                                                                   | <b>⚡ Câu 21.</b>                                                                                                  | <b>⚡ Câu 22.</b>                                                                                                  |
| <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="0"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="1"/> , <input type="text" value="5"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="1"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="0"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="0"/> <input type="text" value="1"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="8"/> <input type="text" value="0"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text"/> |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 9**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 7) = 2$  là

- A**  $\{4\}$ . **B**  $\{-4\}$ . **C**  $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$ . **D**  $\{-4; 4\}$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện:  $x^2 - 7 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{7} \\ x > \sqrt{7} \end{cases}$

$\log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$

So với điều kiện, suy ra tập nghiệm của phương trình là  $S = \{-4; 4\}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$ ;  $u_2 = 1$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A**  $\frac{1}{3}$ . **B**  $-2$ . **C**  $3$ . **D**  $2$ .

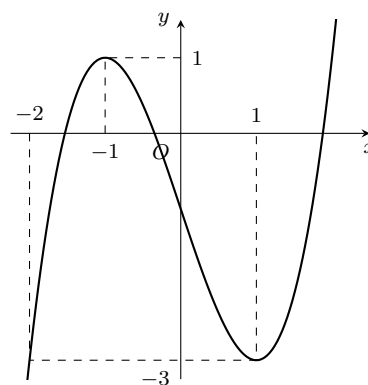
**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_2 = u_1q$  nên  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A**  $(-1; 1)$ . **B**  $(0; 2)$ . **C**  $(-2; -1)$ . **D**  $(-2; 1)$ .



**💬 Lời giải.**

Nhìn vào đồ thị ta thấy trên khoảng  $(-2; -1)$  đồ thị đi lên do đó hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ | $-$       |

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

**A** 4.

**B** 1.

**C** 2.

**D** 3.

**Lời giải.**

Do hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f'(-1) = 0$ ,  $f'(1)$  không xác định nhưng do hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên tồn tại  $f(1)$  và  $f'(x)$  đổi dấu từ “+” sang “-” khi đi qua các điểm  $x = -1$ ,  $x = 1$  nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

**A**  $y = -2$ .

**B**  $y = 1$ .

**C**  $x = -1$ .

**D**  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ .

Suy ra  $y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = 4 + 2 \cos x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A**  $\int f(x) dx = -2 \sin x + C$ .

**B**  $\int f(x) dx = 4x + 2 \sin x + C$ .

**C**  $\int f(x) dx = 4x - 2 \sin x + C$ .

**D**  $\int f(x) dx = 4x + 2 \cos x + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = 4x + 2 \sin x + C$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 7.** Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  và trục hoành.

**A** 6.

**B**  $S = 16$ .

**C**  $S = \frac{13}{6}$ .

**D**  $S = 13$ .

**Lời giải.**

Ta có  $S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 1; 2)$  và  $B(3; -5; 0)$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là

**A**  $M(1; 0; -3)$ .

**B**  $M(0; 2; -3)$ .

**C**  $M(1; -2; 1)$ .

**D**  $M(1; 2; 3)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Khi đó tọa độ của  $M$  được tính bởi

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

**A**  $I(-1; 0; 1)$  và  $R = 3$ .

**B**  $I(-1; 1; 0)$  và  $R = 3$ .

**C**  $I(2; 0; -2)$  và  $R = \sqrt{15}$ .

**D**  $I(2; -2; 0)$  và  $R = \sqrt{15}$ .

**Lời giải.**

Với điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  phương trình mặt cầu có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

Khi đó tâm  $I(a; b; c)$  và  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = 2 \\ -2b = 0 \\ -2c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \text{ và } d = -7.$$

Tâm  $I(-1; 0; 1)$  và  $R = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 - (-7)} = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

**A** [80; 100).

**B** [20; 40).

**C** [40; 60).

**D** [60; 80).

**Lời giải.**

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa một là [40; 60).

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để quyển được lấy ra đều là sách Toán.

**A**  $\frac{2}{7}$ .

**B**  $\frac{1}{21}$ .

**C**  $\frac{37}{42}$ .

**D**  $\frac{5}{42}$ .

**Lời giải.**

Số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = C_9^3 = 84$ .

Số kết quả thuận lợi của biến cố là  $|\Omega_A| = C_4^3$ .

Xác suất biến cố A là  $P(A) = \frac{1}{21}$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AF}$  và  $\overrightarrow{EG}$  bằng

**A**  $30^\circ$ .

**B**  $120^\circ$ .

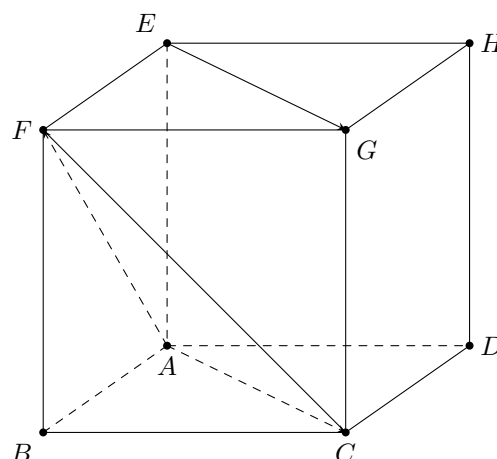
**C**  $60^\circ$ .

**D**  $90^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{CAF}$ .

$\triangle CAF$  là tam giác đều, nên  $\widehat{CAF} = 60^\circ$ .



Chọn đáp án **C** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 8x^2 + 2024$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là  $y' = -4x^3 - 16x$ .
- b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- d) Giá trị cực đại của hàm số trên bằng 2024.

**💬 Lời giải.**

a) **❌ Sai.**

Ta có  $y' = -4x^3 + 16x$ .

b) **❌ Đúng.**

Ta có hàm số có 3 cực trị trong đó có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

c) **❌ Đúng.**

Bảng biến thiên:

|      |           |      |        |     |           |     |        |           |
|------|-----------|------|--------|-----|-----------|-----|--------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$    | $2$ | $+\infty$ |     |        |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$    | $-$ | $0$       | $+$ | $0$    | $-$       |
| $y$  |           |      | $2040$ |     | $2040$    |     | $2024$ |           |
|      | $-\infty$ |      |        |     |           |     |        | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

d) **❌ Sai.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có giá trị cực đại là 2040.

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d sai ..... □

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . Khi đó

a)  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$ .

b)  $\int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 3x - 2 \ln x + C \ (\forall x \in (0; +\infty))$ .

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành là  $V = \frac{\pi}{30}$ .

d) Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A(0; 2); B(1; 1)$ . Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ; đường thẳng  $d$  và các đường thẳng  $x = 1; x = 4$  là  $S = \frac{20}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **❌ Đúng.**

Ta có  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2) dx = \frac{5}{6}$ .

b) **❌ Đúng.**

$\int \frac{f(x)}{x} dx = \int \left( x - 3 + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 2 \ln x + C \ (\forall x \in (0; +\infty))$ .

c) **D** Đúng.

$$\text{Phương trình } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành

$$\text{là } V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx = \frac{\pi}{30}.$$

d) **S** Sai.

Lập phương trình đường thẳng  $d$  qua hai điểm  $A(0; 2); B(1; 1)$  ta được  $d: y = -x + 2$ .

$$\text{Giải phương trình } x^2 - 3x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x); y = -x + 2$  và các đường

$$\text{thẳng } x = 1; x = 4 \text{ là } S = \int_1^2 |f(x) - (-x + 2)| dx + \int_2^4 |f(x) - (-x + 2)| dx = \frac{22}{3}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ . Khi đó

- a) Mặt cầu  $(S)$  có tâm là điểm  $I(0; 1; -2)$  và có bán kính  $R = 3$ .
- b) Điểm  $A(3; 1; 0)$  nằm trên mặt cầu  $(S)$ .
- c) Tâm mặt cầu  $(S)$  cách mặt phẳng  $(Oyz)$  một khoảng bằng 2.
- d) Khi mặt phẳng  $(P): x + my - z - 2 = 0$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị  $m = 2$ .

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

$$(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9 \Rightarrow I(0; 1; -2) \text{ là tâm của } (S), \text{ bán kính } R = 3.$$

b) **S** Sai.

$$\text{Do } 3^2 + (1 - 1)^2 + (0 + 2)^2 \neq 9 \Rightarrow A(3; 1; 0) \notin (S).$$

c) **S** Sai.

$$\text{Do } I(0; 1; -2) \Rightarrow I \in (Oyz) \Rightarrow d(I; (Oyz)) = 0.$$

d) **S** Sai.

Do  $(S)$  có bán kính  $R = 3$  nên để mặt phẳng  $(P): x + my - z - 2 = 0$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì tâm  $I(0; 1; -2) \in (P) \Rightarrow 0 + m \cdot 1 - (-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một công ty đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi  $A$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó

- a)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.
- d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

**💬 Lời giải.**



a) **S** Sai.

Theo giả thiết suy ra  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,3$ .

Có  $P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \neq 0,3 \Rightarrow A$  và  $B$  là hai biến cố không độc lập.

b) **S** Sai.

Gọi  $C$  là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án”  $\Rightarrow C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$  mà  $\overline{AB}$  và  $A\overline{B}$  là các biến cố xung khắc  $\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B})$  Có  $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1.$$

Vậy  $P(C) = 0,2 + 0,1 = 0,3$ .

c) **D** Đúng.

Gọi  $D$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1”  $\Rightarrow D = B | A$ .

$$\text{Khi đó } P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75.$$

d) **S** Sai.

Gọi  $E$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”  $\Rightarrow E = B | \overline{A}$ .

$$\text{Khi đó } P(E) = P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Đáp án:

**💬 Lời giải.**

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}, x > 0$ ).

Thời gian cần để sản xuất hết 8 000 quả bóng là  $\frac{8000}{30x}$ .

Tổng chi phí để sản xuất là  $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$ .

Ta có  $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16 \text{ (loại)} \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

|         |           |       |           |
|---------|-----------|-------|-----------|
| $x$     | 0         | 16    | $+\infty$ |
| $P'(x)$ | —         | 0     | +         |
| $P(x)$  | $+\infty$ | 6 400 | $+\infty$ |

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Đáp án: 16

**⚡ Câu 18.** Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 29 cm, trục nhỏ 26 cm. Biết cứ 1 000 cm<sup>3</sup> dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20 000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là 1 cm.

Đáp án: 1 8 3

**Lời giải.**

Phần lõi dưa hấu là đường elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm có phương trình

$$\frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y = \pm \frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}.$$

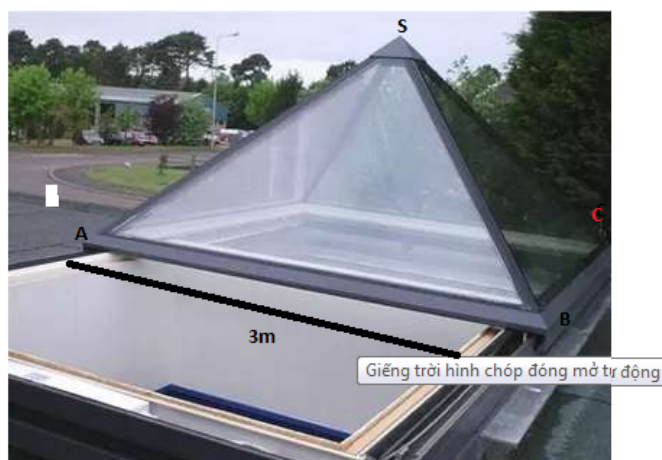
Do đó thể tích quả dưa là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-14}^{14} \left(\frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}\right)^2 dx = \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \int_{-14}^{14} \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) dx \\ &= \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \left(x - \frac{x^3}{3 \cdot 14^2}\right) \Big|_{-14}^{14} = \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \frac{56}{3} = \frac{8\,750\pi}{3} \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Do đó tiền bán nước thu được là  $\frac{8\,750\pi \cdot 20\,000}{3 \cdot 1\,000} \approx 183\,259$  đồng.

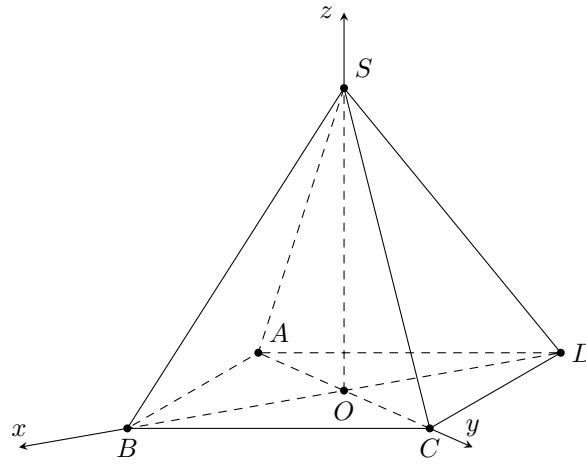
Đáp án: 183

**⚡ Câu 19.** Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3 m và 4 m và độ cao của giếng trời là 2 m (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Đáp án: 6 3 , 9

**Lời giải.**



Đặt giếng trời trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Ta có

$$O(0;0;0); B\left(\frac{5}{2};0;0\right); C\left(0;\frac{5}{2};0\right); D\left(-\frac{5}{2};0;0\right); S(0;0;2).$$

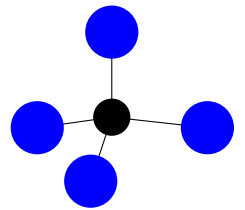
$$[\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SC}] = \left(5; 5; \frac{25}{4}\right) \text{ nên chọn vectơ pháp tuyến } \vec{n}_{(SBC)} = (4; 4; 5).$$

$$[\overrightarrow{SD}; \overrightarrow{SC}] = \left(5; -5; -\frac{25}{4}\right) \text{ nên chọn vectơ pháp tuyến } \vec{n}_{(SDC)} = (4; -4; -5).$$

$$\cos((SBC); (SDC)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SDC)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| |\vec{n}_{(SDC)}|} = \frac{25}{57} \Rightarrow ((SBC); (SDC)) \approx 63,9^\circ.$$

Đáp án: **63,9** ..... □

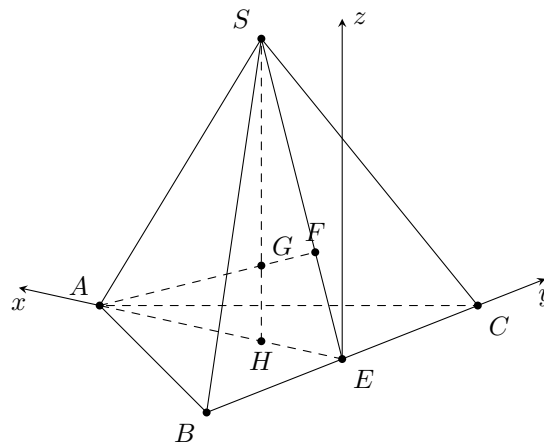
**⚡ Câu 20.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan  $CH_4$  được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết  $H - C - H$  là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 9 |
|---|---|---|

**Lời giải.**



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc  $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS})$ .

Ta có  $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$  nên ta có hệ trục tọa độ như hình với  $E$  trùng với



gốc tọa độ  $O$ .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là  $a$ .

$$\text{Ta có } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right).$$

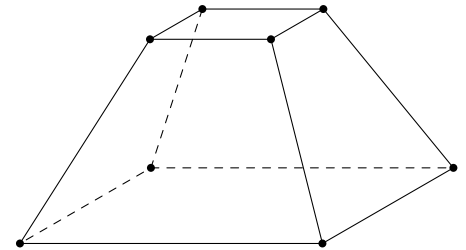
$$\text{Lại có } \frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA \text{ và } AF \text{ cắt } SH \text{ tại } G \text{ nên } \frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}. \overrightarrow{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) \approx 109^\circ.$$

Đáp án: 109

**Câu 21.** Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cắt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 500 000 đồng/m<sup>3</sup>. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

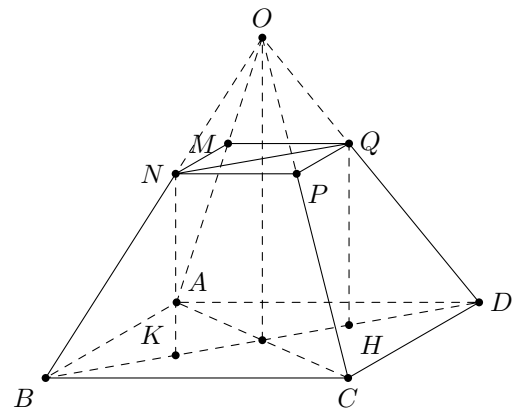


Đáp án: 1 4 2

**Lời giải.**

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông  $ABCD$  và  $MNPQ$  có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.

Gọi  $O$  là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cắt đều. Ta có  $BD$  và  $NQ$  lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng  $(OBD)$  với hai mặt phẳng chứa đáy nên  $BD \parallel NQ$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $Q, N$  trên  $BD$  khi đó  $HK = QN = 4\sqrt{2}$  (m).



Vì tứ giác  $BNQD$  là hình thang cân nên  $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$  (m).

Đường cao của khối chóp cắt đều là  $QH = \sqrt{14}$  (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m<sup>2</sup> và 16 m<sup>2</sup>. Thể tích của khối chóp cắt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

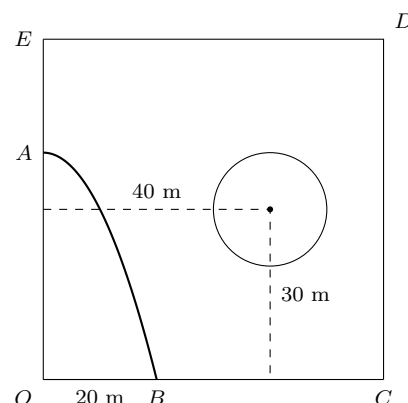
Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp án: **142** ..... ☐

**⚡ Câu 22.** Một cái ao có hình  $ABCDE$  (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10 m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ  $AB$  của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất 1 (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:

- ☑ Hai bờ  $AE$  và  $BC$  nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm  $O$ ;
- ☑ Bờ  $AB$  là một phần của một parabol có đỉnh là điểm  $A$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $OA$ ;
- ☑ Độ dài đoạn  $OA$  và  $OB$  lần lượt là 40 m và 20 m;
- ☑ Tâm  $I$  của mảnh vườn cách đường thẳng  $AE$  và  $BC$  lần lượt là 40 m và 30 m.



Đáp án: **1 7 , 7**

### 🗨️ Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc như sau: Gốc  $O$ , chiều dương trục hoành là tia  $OC$ , chiều dương trục tung là tia  $OE$ , đơn vị hai trục là đơn vị độ dài (1 m). Khi đó ta có phương trình Parabol là  $y = -\frac{1}{10}x^2 + 40$  và phương trình đường tròn là  $(x - 40)^2 + (y - 30)^2 = 100$ .

Đường tròn có tâm  $I(40; 30)$  và bán kính  $R = 10$ .

Lấy điểm  $M\left(t; -\frac{1}{10}t^2 + 40\right)$  (với  $0 \leq t \leq 20$ ) nằm trên parabol thì khoảng cách ngắn nhất từ  $M$  đến

đường tròn là  $IM - R = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10$ .

Tìm GTNN của hàm số  $f(t) = \frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700$  trên đoạn  $[0; 20]$  ta được  $\min_{[0; 20]} f(t) \approx 768,0877$ .

Do đó độ dài ngắn nhất  $l \approx \sqrt{768,0877} - 10 \approx 17,7$ .

Đáp án: **17,7** ..... ☐

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D   2. A   3. C   4. C   5. B   6. B   7. A   8. C   9. A   10. C   11. B   12. C

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|           |                       |           |                       |
|-----------|-----------------------|-----------|-----------------------|
| ⚡ Câu 13. | a S   b Đ   c Đ   d S | ⚡ Câu 14. | a Đ   b Đ   c Đ   d S |
| ⚡ Câu 15. | a Đ   b S   c S   d S | ⚡ Câu 16. | a S   b S   c Đ   d S |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

⚡ Câu 17.

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 6 |  |  |
|---|---|--|--|

⚡ Câu 18.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 8 | 3 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 19.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | , | 9 |
|---|---|---|---|

⚡ Câu 20.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 0 | 9 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 21.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 4 | 2 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 22.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | , | 7 |
|---|---|---|---|

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 10**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2$  là

**A**  $x = 3$ .

**B**  $x = 5$ .

**C**  $x = \frac{9}{2}$ .

**D**  $x = \frac{7}{2}$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện:  $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ .

Ta có  $\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x - 1 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$ .

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 5$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

**A** 8.

**B** 9.

**C** 6.

**D**  $\frac{3}{2}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |      |     | $4$ |           |     | $+\infty$ |
|      |           | $-1$ |     |     | $1$       |     |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A**  $(-\infty; -1)$ .

**B**  $(0; 1)$ .

**C**  $(-1; 1)$ .

**D**  $(-1; 0)$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ | $  $      | $-$ | $0$ | $+$ |

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

**A** 4.

**B** 1.

**C** 2.

**D** 3.

**Lời giải.**

Do hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f'(-1) = 0$ ,  $f'(1)$  không xác định nhưng do hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên tồn tại  $f(1)$  và  $f'(x)$  đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm  $x = -1$ ,  $x = 1$  nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

**A**  $y = -2$ .

**B**  $y = 1$ .

**C**  $x = -1$ .

**D**  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ .

Suy ra  $y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 6.**  $\int x^4 dx$  bằng

**A**  $\frac{1}{5}x^5 + C$ .

**B**  $4x^3 + C$ .

**C**  $x^5 + C$ .

**D**  $5x^5 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 4$  và  $y = 2x - 4$  bằng

**A** 36.

**B**  $\frac{4}{3}$ .

**C**  $\frac{4\pi}{3}$ .

**D**  $36\pi$ .

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là

$$S = \int_0^2 |(x^2 - 4) - (2x - 4)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

**A**  $(1; 2; 3)$ .

**B**  $(-1; -2; 3)$ .

**C**  $(3; 5; 1)$ .

**D**  $(3; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

**A** 3.

**B**  $\sqrt{15}$ .

**C**  $\sqrt{7}$ .

**D** 9.



**Lời giải.**

Ta có  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot (-1) \cdot x + 2 \cdot 0 \cdot y - 2 \cdot 1 \cdot z - 7 = 0$ .  
Suy ra  $a = -1, b = 0, c = 1, d = -7$ .  
Nên tâm mặt cầu  $I(-1; 0; 1)$ , bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 7} = 3.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 10.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (phút) | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số ngày          | 6        | 6        | 4        | 1        | 1        |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A** 23,75.      **B** 27,5.      **C** 31,88.      **D** 8,125.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu  $n = 18$ . Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{18}$  là mẫu số liệu gốc về thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn Chi được xếp theo thứ tự không giảm.  
Ta có

$$x_1; \dots; x_6 \in [20; 25); x_7; \dots; x_{12} \in [25; 30); x_{13}; \dots; x_{16} \in [30; 35); x_{17}; \dots; x_{18} \in [35; 40); x_{18} \in [40; 45).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_5 \in [20; 25)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là  $Q_1 = 20 + \frac{18}{6}(25 - 20) = 23,75$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{14} \in [30; 35)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 30 + \frac{3 \cdot 18}{4} - (6 + 6) \frac{1}{4} (35 - 30) = 31,875.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,125$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 11.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

- A**  $\frac{4}{9}$ .      **B**  $\frac{2}{9}$ .      **C**  $\frac{2}{5}$ .      **D**  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải.**

Gọi số cần lập là  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ ,  $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}; i = \overline{1, 6}; a_1 \neq 0$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “chọn được số tự nhiên thuộc tập  $S$  sao cho số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ”.

Do đó  $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^5 = 136\,080$ .

- ☑ Trường hợp 1:  $a_1$  chẵn và hai chữ số tận cùng chẵn.  
Số cách lập:  $4 \cdot A_4^2 \cdot A_7^3 = 10\,080$ .

- ☑ Trường hợp 2:  $a_1$  chẵn và hai chữ số tận cùng lẻ.  
Số cách lập:  $4 \cdot A_5^2 \cdot A_7^3 = 16\,800$ .

- ☑ Trường hợp 3:  $a_1$  lẻ và hai chữ số tận cùng chẵn.  
Số cách lập:  $5 \cdot A_5^2 \cdot A_7^3 = 21\,000$ .
- ☑ Trường hợp 4:  $a_1$  lẻ và hai chữ số tận cùng lẻ.  
Số cách lập:  $5 \cdot A_4^2 \cdot A_7^3 = 12\,600$ .

Xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng:

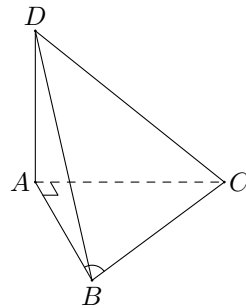
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60\,480}{1\,360\,809} = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = DB = DC = AC = AB = a$ ,  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DC$ .

- A**  $60^\circ$ .      **B**  $120^\circ$ .      **C**  $90^\circ$ .      **D**  $30^\circ$ .

**Lời giải.**



Ta có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , tam giác  $BDC$  vuông cân tại  $D$ .  
Ta có

$$\begin{aligned}\vec{AB} \cdot \vec{CD} &= (\vec{DB} - \vec{DA}) \cdot \vec{CD} \\ &= \vec{DB} \cdot \vec{CD} - \vec{DA} \cdot \vec{CD} \\ &= |\vec{DB}| |\vec{CD}| \cos(\vec{DB}, \vec{CD}) - |\vec{DA}| |\vec{CD}| \cos(\vec{DA}, \vec{CD}) = -\frac{1}{2}a^2.\end{aligned}$$

Mặt khác ta lại có

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = |\vec{AB}| |\vec{CD}| \cos(\vec{AB}, \vec{CD}) \Leftrightarrow \cos(\vec{AB}, \vec{CD}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| |\vec{CD}|} = -\frac{1}{2}.$$

Do đó  $(\vec{AB}, \vec{CD}) = 120^\circ$  nên  $(AB, CD) = 60^\circ$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 1)x - m + 2$  (tham số  $m$ ). Khi đó:

- a)  $y' = x^2 - 2mx + 2m - 2$ .  
b)  $y'(2m - 1) = 0$ .  
c) Nếu  $m \geq 1$  thì hàm số không thể nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .  
d) Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$  thì  $m \leq a$ . Khi đó phương trình  $2024^x = a$  có 1 nghiệm.

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Ta có  $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$ .

b) **D** Đúng.

Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$ .

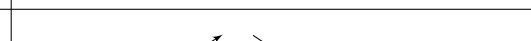
c) **D** Đúng.

Nếu  $m \geq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2m - 1$  thì  $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2m - 1$ .

Khi đó hàm số không thể nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

d) **S** Sai.

Xét  $2m - 1 < 1$ , ta có biến đổi  $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2m - 1; 1]$ .

|      |           |                                                                                    |     |           |           |
|------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $2m-1$                                                                             | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$                                                                                | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |  |     |           | $+\infty$ |

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$  thì  $(-2; 0) \subset [2m - 1; 1]$ .

Nên  $2m - 1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}$ . Suy ra  $a = -\frac{1}{2}$ .

Khi đó  $2024^x = -\frac{1}{2}$  vô nghiệm.

Chọn đáp án a sai | b đúng | c đúng | d sai ..... □

**⚡ Câu 14.** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = 2 \cos t$  (m/s<sup>2</sup>). Khi đó

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số  $v(t) = 2 \sin t$  (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là 1 (m/s).

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  giây đến thời điểm  $t = \pi$  giây là 4 m.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  s đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}$  s là 2 m.

**💡 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Ta có  $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$ . Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có  $v(0) = 0$  hay  $C = 0$ .

Vậy  $v(t) = 2 \sin t$ .

b) **S** Sai.

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2$  m/s.

c) **D** Đúng.

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = \pi$  s là

$$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4 \text{ (m)}.$$

d) **S** Sai.

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  (s) đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}$  (s) là

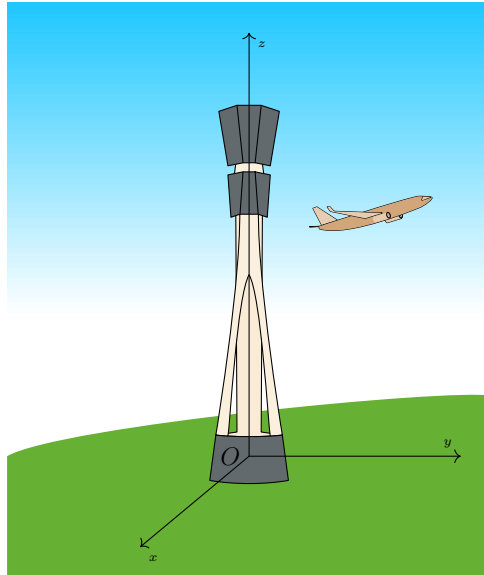
$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} v(t) dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left( -2 \cos \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2} \text{ (m)}.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $Oxy$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



Khi đó

- Radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .
- Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300; 200; 10)$ .
- Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 (km) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0,08)$ .

b) **S** Sai.

Điểm  $A(-300; -200; 10)$ .

c) **D** Đúng.

Khoảng cách từ máy bay đến radar là

$$\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69 \text{ (km)}.$$

d) **S** Sai.

Vì  $360,69 < 500$  nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.

Chọn đáp án 

|       |       |        |       |
|-------|-------|--------|-------|
| a sai | b sai | c đúng | d sai |
|-------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Khi đó

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{10}$ .  
 b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{1}{19}$ .  
 c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{190}$ .  
 d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là  $\frac{189}{190}$ .

**💬 Lời giải.**

Xét các biến cố:  $A$  : “Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II”;  
 $B$  : “Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II”.

a) **S** Sai.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ .

b) **D** Đúng.

Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $P(B | A) = \frac{1}{19}$ .

c) **S** Sai.

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

d) **D** Đúng.

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là

$$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}.$$

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$  trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 3 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Ta có  $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t + 1$ .

Nhận xét:  $v(t)$  có đồ thị là một parabol nên trong 5 giây đầu tiên vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng 13 tại  $t = 2$  s.

Đáp án: **13** ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Mật độ khối lượng của một thanh kim loại có chiều dài 4 mét được cho bởi công thức  $\rho(x) = 1\,000 + x - \sqrt{x}$  (kg/m<sup>3</sup>), trong đó  $x$  là khoảng cách bằng mét tính từ một đầu của thanh. Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \int_0^4 \rho(x) dx &= \frac{1}{4} \int_0^4 (1\,000 + x - \sqrt{x}) dx \\ &= \frac{1}{4} \left( 1\,000x + \frac{x^2}{2} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{3\,002}{3} \approx 1\,001 \text{ (kg/m}^3\text{)}. \end{aligned}$$

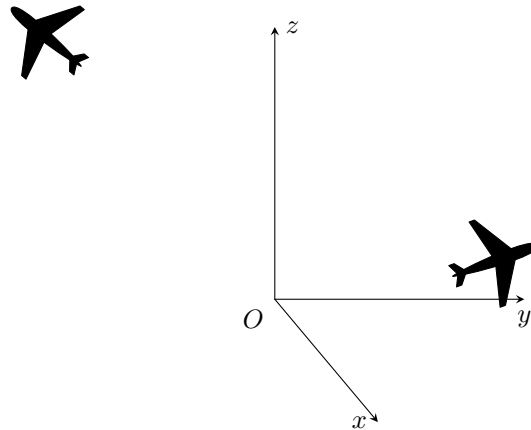
Đáp án: 

|      |
|------|
| 1001 |
|------|

 □

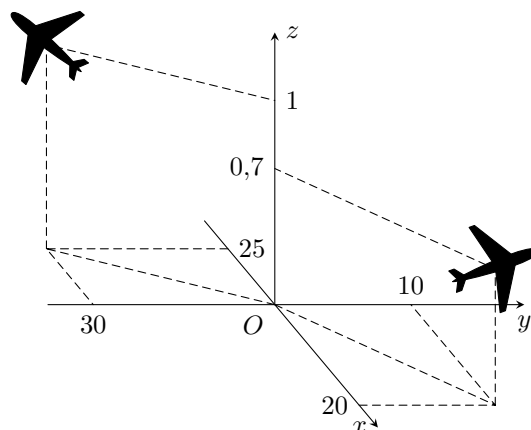
**⚡ Câu 19.** Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 km và về phía Tây 10 km, đồng thời cách mặt đất 0,7 km. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 và về phía Nam 25 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay. **Đáp án:**

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 6 | 1 |  |  |
|---|---|--|--|



**💬 Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ  $(20; 10; 0,7)$ .

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ  $(-30; -25; 1)$ .

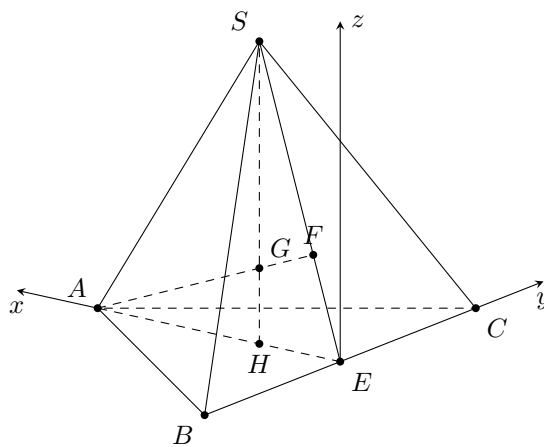
Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là

$$\sqrt{(20 + 30)^2 + (10 + 25)^2 + (0,7 - 1)^2} \approx 61 \text{ km.}$$

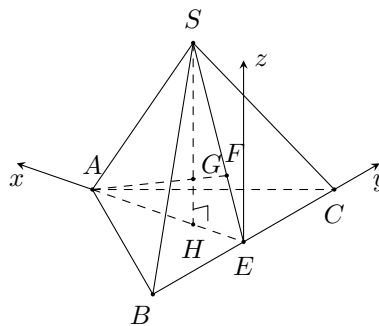
Đáp án: 61 .....

**⚡ Câu 20.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan  $CH_4$  được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết  $H - C - H$  là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Đáp án: 1 0 9



**Lời giải.**



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc  $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS})$ .

Ta có  $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$  nên ta có hệ trục tọa độ như hình với  $E$  trùng với gốc tọa độ  $O$ .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là  $a$ .

$$\text{Ta có } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right).$$

$$\text{Ta có } HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right).$$

$$\text{Và } SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right).$$



Lại có  $\frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA$  và  $AF$  cắt  $SH$  tại  $G$  nên

$$\frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3}, \text{ suy ra } GH = \frac{1}{4}SH = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

$$\text{Do đó } \vec{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

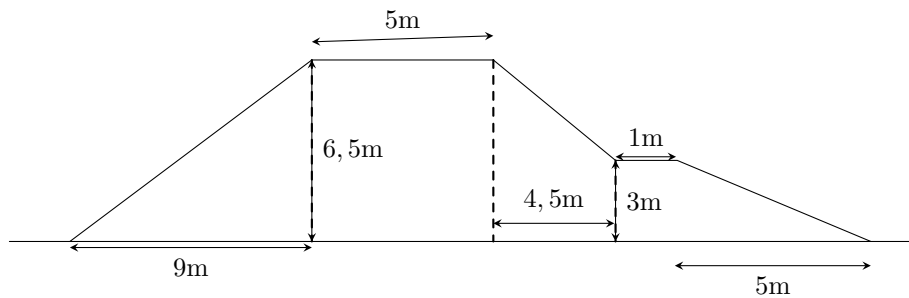
$$\text{Ta có } \vec{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Ta có } \cos(\vec{GA}, \vec{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\vec{GA}, \vec{GS}) \approx 109^\circ.$$

Đáp án: 109

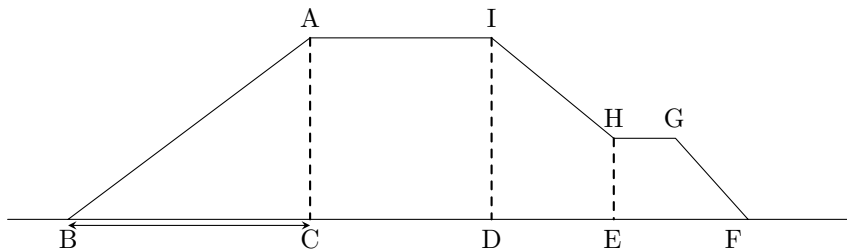
**⚡ Câu 21.** Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong bên dưới. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài 100 m.

Đáp án: 9 3 6 3



**Lời giải.**

Chia mặt cắt đoạn đê thành các hình tam giác vuông, hình chữ nhật, hình thang như hình vẽ dưới đây.



Đoạn đê được ghép bởi bốn khối lăng trụ đứng có cùng chiều cao 100 m và có đáy lần lượt là tam giác vuông  $ABC$ , hình chữ nhật  $ACDI$ , các hình thang vuông  $DEHI$  và  $EFGH$ .

Theo giả thiết, tam giác vuông  $ABC$  có kích thước hai cạnh góc vuông là 9 m và 6,5 m.

Hình chữ nhật  $ACDI$  có hai kích thước là 5 m và 6,5 m.

Hình thang vuông  $DEHI$  có đáy lớn dài 6,5 m, đáy nhỏ dài 3 m và chiều cao 4,5 m.

Hình thang vuông  $EFGH$  có đáy lớn dài 6 m, đáy nhỏ dài 1 m và chiều cao 3 m.

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông  $ABC$  bằng

$$V_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6,5\right) \cdot 100 = 2925 \text{ m}^3.$$



Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật  $ACDI$  bằng

$$V_2 = (5 \cdot 6,5) \cdot 100 = 3\,250 \text{ m}^3.$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông  $DEHI$  bằng

$$V_3 = \frac{1}{2}(6,5 + 3) \cdot 4,5 \cdot 100 = 2\,137,5 \text{ m}^3.$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông  $DEHI$  bằng

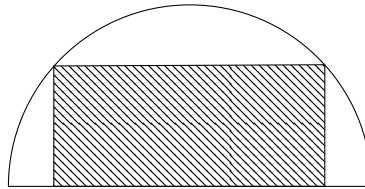
$$V_4 = \frac{1}{2}(6 + 1) \cdot 3 \cdot 100 = 1\,050 \text{ m}^3.$$

Vậy thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2\,925 + 3\,250 + 2\,137,5 + 1\,050 = 9\,362,5 \approx 9\,363 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Đáp án: **9363** ..... □

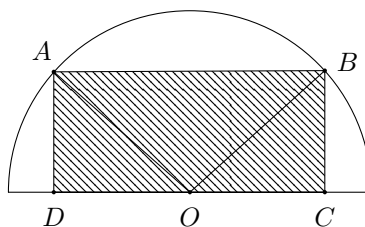
**⚡ Câu 22.** Tính diện tích lớn nhất  $S_{\max}$  của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính  $R = 6 \text{ cm}$  nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 3 | 6 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**



Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là  $ABCD$  có  $OC = x$  ( $0 < x < 6$ ),  $OB = 6$ .

Khi đó diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  là  $S = AB \cdot BC = 2x\sqrt{36 - x^2} = f(x)$ .

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật  $ABCD$  là giá trị lớn nhất của  $f(x) = 2x\sqrt{36 - x^2}$  trên  $(0; 6)$ .

Ta có  $f'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 72}{\sqrt{36 - x^2}}$

và  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{2} \in (0; 6) \\ x = -3\sqrt{2} \notin (0; 6) \end{cases}.$

Bảng biến thiên

|      |   |             |    |   |
|------|---|-------------|----|---|
| $x$  | 0 | $3\sqrt{2}$ | 6  |   |
| $y'$ |   | +           | 0  | − |
| $y$  |   |             | 36 |   |
|      | 0 |             |    | 0 |

Ta có  $\max_{(0;6)} f(x) = 36$ .

Vậy  $S_{\max} = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Đáp án: 36

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. B 2. C 3. D 4. C 5. B 6. A 7. B 8. A 9. A 10. D 11. A 12. A

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a S b Đ c Đ d S | ⚡ Câu 14. | a Đ b S c Đ d S |
| ⚡ Câu 15. | a S b S c Đ d S | ⚡ Câu 16. | a S b Đ c S d Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 21. | ⚡ Câu 22. |
| 1 3       | 1 0 0 1   | 6 1       | 1 0 9     | 9 3 6 3   | 3 6       |

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 11**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $7^x = 2$  là

**A**  $x = \log_2 7$ .

**B**  $x = \log_7 2$ .

**C**  $x = \frac{2}{7}$ .

**D**  $x = \sqrt{7}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $7^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_7 2$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 2022$  và công sai  $d = 7$ . Giá trị của  $u_6$  bằng

**A** 2043.

**B** 2064.

**C** 2050.

**D** 2057.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_n = u_1 + (n - 1)d \Rightarrow u_6 = u_1 + 5d = 2022 + 5 \cdot 7 = 2057$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Hàm số  $y = 2x^3 - 2x^2 - 2x + 1$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A**  $(-1; 1)$ .

**B**  $(-\infty; 1)$ .

**C**  $(0; 2)$ .

**D**  $(1; 2)$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 6x^2 - 4x - 2$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng xét dấu  $f'(x)$

|         |           |                |     |           |     |
|---------|-----------|----------------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-\frac{1}{3}$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$            | $-$ | $0$       | $+$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -\frac{1}{3})$  và  $(1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x - 1)(2 - x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Điểm cực đại của hàm số là

**A**  $x = 1$ .

**B**  $x = -2$ .

**C**  $x = 2$ .

**D**  $x = -1$ .

**💬 Lời giải.**

Xét  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(2 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Bảng xét dấu  $f'(x)$

|         |           |     |     |           |     |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{x+2}$  là

**A**  $x = -2$ .

**B**  $x = 0$ .

**C**  $x = 3$ .

**D**  $y = 0$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3}{x+2} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3}{x+2} = -\infty.$$

Suy ra  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

**A**  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ .

**B**  $3x^2 + 1 + C$ .

**C**  $x^3 + x + C$ .

**D**  $x^4 + x^2 + C$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  và trục hoành.

**A**  $S = 6$ .

**B**  $S = 16$ .

**C**  $S = \frac{13}{6}$ .

**D**  $S = 13$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ ,  $\vec{b} = (5; 0; 12)$ . Côsin của góc giữa  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

**A**  $\frac{3}{13}$ .

**B**  $\frac{5}{6}$ .

**C**  $-\frac{5}{6}$ .

**D**  $-\frac{3}{13}$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$  có đường kính bằng

**A** 3.

**B** 81.

**C** 9.

**D** 6.

**💬 Lời giải.**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính bằng  $R$ :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

Do đó  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$  có bán kính  $R = 3$ .

Đường kính mặt cầu là  $2 \cdot 3 = 6$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

|           |        |        |         |          |          |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

**A** [7; 9).

**B** [9; 11).

**C** [11; 13).

**D** [13; 15).

**Lời giải.**

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

| Doanh thu        | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|------------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Giá trị đại diện | 6      | 8      | 10      | 12       | 14       |
| Số ngày          | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4.$$

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 11.** Hai người cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng của từng người lần lượt là 0,8 và 0,9. Tìm xác suất của biến cố  $A$ : “Chỉ có một người bắn trúng mục tiêu”.

**A**  $P(A) = 0,26$ .

**B**  $P(A) = 0,74$ .

**C**  $P(A) = 0,72$ .

**D**  $P(A) = 0,3$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A_1$  là biến cố “Người 1 bắn trúng mục tiêu”.

Gọi  $A_2$  là biến cố “Người 2 bắn trúng mục tiêu” ( $A_1$ ;  $A_2$ ;  $\overline{A_1}$ ;  $\overline{A_2}$  là các biến cố độc lập).

Từ giả thiết ta có  $P(A_1) = 0,8$ ;  $P(A_2) = 0,9$ .

Mà  $A = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2$ .

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = 0,8 \cdot (1 - 0,9) + (1 - 0,8) \cdot 0,9 = 0,26.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(BDD'B')$  bằng

**A**  $2\sqrt{2}a$ .

**B**  $2\sqrt{3}a$ .

**C**  $\sqrt{2}a$ .

**D**  $\sqrt{3}a$ .

**Lời giải.**

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

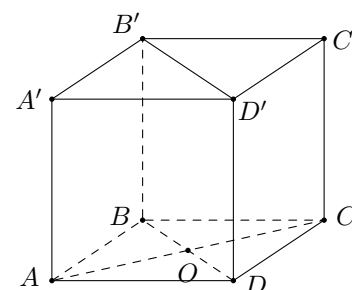
Ta có  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$  hay  $AO \perp BD$ . (1)

Lại có  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương cạnh  $2a$  nên ta có

$BB' \perp (ABCD) \Rightarrow AO \perp BB'$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có  $AO \perp (BDD'B')$

$$\text{Suy ra } d(A, (BDD'B')) = AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a.$$



Chọn đáp án **C** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ , có đồ thị  $(C)$ .

a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  có phương trình là  $\Delta: y = 2x + 1$ .

d) Đường thẳng  $d: y = (2m - 1)x + m + 3$  song song với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  khi  $m = 2$ .

**Lời giải.**

Xét hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  có tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|         |           |     |      |           |     |
|---------|-----------|-----|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $1$ | $-3$ | $+\infty$ |     |

a) **S** Sai.

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

b) **D** Đúng.

Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

c) **S** Sai.

Hai điểm cực trị là  $A(0; 1)$ ,  $B(2; -3)$ .

Đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{AB} = (2; -4)$ .

Đường thẳng  $d'$  đi qua hai điểm  $A, B$  có phương trình  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$ .

d) **S** Sai.

Đường thẳng  $d: y = (2m-1)x + m + 3$  song song với đường thẳng  $d': y = -2x + 1$  khi và chỉ khi

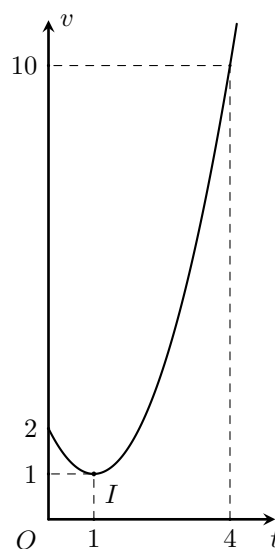
$$\begin{cases} 2m-1 = -2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

#### ⚡ Câu 14.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(1; 1)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên.

- Vận tốc tại thời điểm ban đầu là  $v_0 = 1$  km/h.
- Hàm số vận tốc tính theo thời gian là  $v(t) = t^2 - 2t + 2$ .
- Gia tốc bị triệt tiêu tại thời điểm  $t = 1$  h.
- Trong 4 h vật đi được quãng đường 40 km.



**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Vì nhìn đồ thị ta dễ thấy  $t = 0$  thì  $v_0 = 2$  (km/h).

b) **D** Đúng.

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng  $v(t) = at^2 + bt + c$ . Dựa vào đồ thị ta có

$$\begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2. \end{cases}$$

Suy ra hàm số vận tốc tính theo thời gian là  $v(t) = t^2 - 2t + 2$ .

c) **D** Đúng.

$$\forall t \quad v(t) = t^2 - 2t + 2 \Rightarrow a(t) = 2t - 2.$$

$$a(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ (h)}.$$

d) **S** Sai.

$$\text{Từ đó } s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} \text{ (km)}.$$

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ . Khi đó

a) Mặt cầu  $(S)$  có tâm là điểm  $I(0; 1; -2)$  và có bán kính  $R = 3$ .

b) Điểm  $A(3; 1; 0)$  nằm trên mặt cầu  $(S)$ .

c) Tâm mặt cầu  $(S)$  cách mặt phẳng  $(Oyz)$  một khoảng bằng 2.

d) Khi mặt phẳng  $(P): x + my - z - 2 = 0$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị  $m = 2$ .

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

$$(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9 \Rightarrow I(0; 1; -2) \text{ là tâm của } (S), \text{ bán kính } R = 3.$$

b) **S** Sai.

$$\text{Do } 3^2 + (1 - 1)^2 + (0 + 2)^2 \neq 9 \Rightarrow A(3; 1; 0) \notin (S).$$

c) **S** Sai.

$$\text{Do } I(0; 1; -2) \text{ suy ra } I \in (Oyz) \Rightarrow d(I, (Oyz)) = 0.$$

d) **S** Sai.

$$\text{Do } (S) \text{ có bán kính } R = 3 \text{ nên để mặt phẳng } (P): x + my - z - 2 = 0 \text{ cắt mặt cầu } (S) \text{ theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì tâm } I(0; 1; -2) \in (P) \text{ suy ra } 0 + m \cdot 1 - (-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi  $A$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó

a)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

$$\text{Theo giả thiết suy ra: } P(A) = 0,4; P(B) = 0,5 \text{ và } P(AB) = 0,3.$$

$$\text{Ta có } P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \neq 0,3 \text{ suy ra } A \text{ và } B \text{ là hai biến cố không độc lập.}$$

b) **S** Sai.

$$\text{Gọi } C \text{ là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án”}.$$

$$\text{Suy ra } C = \overline{AB} \cup A\overline{B} \text{ mà } \overline{AB} \text{ và } A\overline{B} \text{ là các biến cố xung khắc, suy ra } P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B}).$$

Ta có

☑  $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2.$

☑  $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1.$

Vậy  $P(C) = 0,2 + 0,1 = 0,3.$

c) **S Đúng.**

Gọi  $D$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1”. Suy ra  $D = B | A$ .

Khi đó  $P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75.$

d) **S Sai.**

Gọi  $E$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”, suy ra  $E = B | \overline{A}$ .

Khi đó  $P(E) = P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}.$

Chọn đáp án 

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| a sai | b sai | c sai | d sai |
|-------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 6 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}, x > 0$ ).

Thời gian cần để sản xuất hết 8 000 quả bóng là  $\frac{8000}{30x}$ .

Tổng chi phí để sản xuất là  $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}.$

Ta có  $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16 \text{ (loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên

|         |           |       |           |
|---------|-----------|-------|-----------|
| $x$     | 0         | 16    | $+\infty$ |
| $P'(x)$ |           | - 0 + |           |
| $P(x)$  | $+\infty$ |       | $+\infty$ |
|         |           | ↙ ↘   |           |
|         |           | 6 400 |           |

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Đáp án: 

|    |
|----|
| 16 |
|----|

 ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 29 cm, trục nhỏ 26 cm. Biết cứ 1 000 cm<sup>3</sup> dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20 000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là 1 cm.

Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 8 | 3 |  |
|---|---|---|--|



**Lời giải.**

Phần lõi dưa hấu là đường elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm có phương trình

$$\frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y = \pm \frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}.$$

Do đó thể tích quả dưa là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-14}^{14} \left(\frac{25}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}\right)^2 dx \\ &= \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \int_{-14}^{14} \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) dx \\ &= \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \left(x - \frac{x^3}{3 \cdot 14^2}\right) \Big|_{-14}^{14} \\ &= \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \frac{56}{3} = \frac{8750\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$

Do đó tiền bán nước thu được là  $\frac{8750\pi \cdot 20\,000}{3 \cdot 1\,000} \approx 183\,259$  (đồng).

Đáp án: **183** .....

**⚡ Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 3y - z - 2 = 0$ ,  $(Q): 2x - 4y - z - 3 = 0$  và  $A(1; 1; -1)$ . Mặt phẳng  $(R)$  đi qua  $A$  vuông góc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình  $ax + by + cz + 1 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a - 2b + 3c$ .

Đáp án: **1 7 , 5**

**Lời giải.**

Do  $(R)$  vuông góc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

Suy ra  $(R)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = [\vec{n}_Q; \vec{n}_P] = (7; 1; 10)$ .

Mặt phẳng  $(R)$  đi qua điểm  $A(1; 1; -1) \Rightarrow (R): 7x + y + 10z + 2 = 0$ .

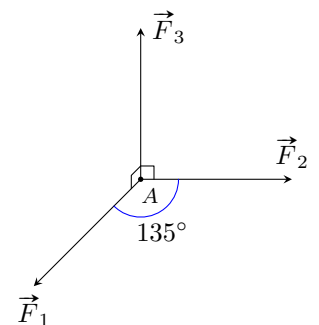
Suy ra  $a = 7; b = 1; c = 10$ .

Vậy  $T = 17,5$ .

Đáp án: **17,5** .....

**⚡ Câu 20.**

Một chất điểm  $A$  nằm trên mặt phẳng nằm ngang  $(\alpha)$ , chịu tác động bởi ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ . Các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$ , còn lực  $\vec{F}_3$  có giá vuông góc với  $(\alpha)$  và hướng lên trên. Xác định hợp lực của các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ , biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Đáp án: **1 7 , 3**

**Lời giải.**

Vẽ  $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$ .

Dựng hình bình hành  $OADB$  và hình bình hành  $ODEC$ .

Hợp lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$ .

Áp dụng định lí cosin trong tam giác  $OBD$ , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ.$$

Vì  $OC \perp (OADB)$  nên  $OC \perp OD$ , suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó tam giác  $ODE$  vuông tại  $D$ .

Ta có  $OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ$ .

Suy ra

$$\begin{aligned} OE &= \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ} \\ &= \sqrt{10^2 + 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ} \approx 17,3. \end{aligned}$$

Vậy độ lớn của hợp lực là  $F = OE \approx 17,3$  (N).

Đáp án: **17,3** □

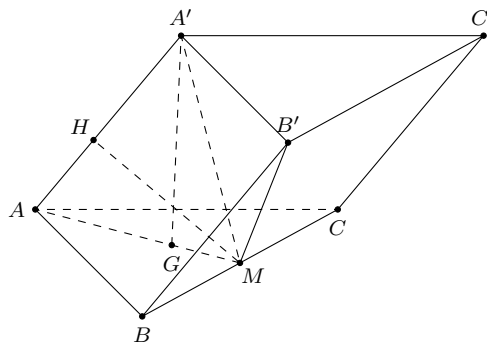
**⚡ Câu 21.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng 12 cm. Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $3\sqrt{3}$  cm. Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  theo đơn vị  $\text{cm}^3$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 9 |
|---|---|---|

 □

**Lời giải.**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  suy ra  $BC \perp (AA'M)$ .

Gọi  $MH$  là đường cao của tam giác  $A'AM$  thì  $MH \perp A'A$  và  $HM \perp BC$  nên  $HM$  là khoảng cách  $AA'$  và  $BC$ .

Ta có

$$\begin{aligned} A'A \cdot HM &= A'G \cdot AM \Leftrightarrow 3\sqrt{3} \cdot A'A = 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{A'A^2 - \frac{12^2}{3}} \\ \Leftrightarrow A'A^2 &= 4 \left( A'A^2 - \frac{12^2}{3} \right) \\ \Leftrightarrow 3A'A^2 &= \frac{4 \cdot 12^2}{3} \\ \Leftrightarrow A'A^2 &= \frac{4 \cdot 12^2}{9} \\ \Leftrightarrow A'A &= 8. \end{aligned}$$

Đường cao của lăng trụ là  $A'G = \sqrt{\frac{4 \cdot 12^2}{9} - \frac{3 \cdot 12^2}{9}} = \frac{12}{3} = 4$ .

Thể tích  $V_{ABC.A'B'C'} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 12^2}{4} = 144\sqrt{3} \approx 249$  ( $\text{cm}^3$ ).

Đáp án: **249** □

**⚡ Câu 22.** Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng  $\frac{500}{3} \text{ m}^3$ . Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Đáp án:

**💬 Lời giải.**

Gọi  $x$  ( $x > 0$ ) là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$$V = 2x^2 \cdot h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}.$$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là  $S = 6x \cdot h + 2x^2 = \frac{500}{x} + 2x^2$  ( $x > 0$ ).

Xét hàm số  $f(x) = \frac{500}{x} + 2x^2$  với  $x > 0$ .

$$f'(x) = -\frac{500}{x^2} + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  trên  $(0; +\infty)$

|         |           |   |           |
|---------|-----------|---|-----------|
| $x$     | 0         | 5 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | —         | 0 | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | 5 | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = 5$ .

Vậy chi phí thuê nhân công là  $150 \cdot 100\,000 = 15 \cdot 10^6$  (đồng).

Đáp án:

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. B 2. D 3. D 4. C 5. A 6. A 7. A 8. D 9. D 10. B 11. A 12. C

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                                                                                         |                  |                                                                                                         |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S | <b>⚡ Câu 16.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                                                                                                         |                                                                                                                   |                                                                                                                             |                                                                                                                             |                                                                                                                   |                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>                                                                                        | <b>⚡ Câu 18.</b>                                                                                                  | <b>⚡ Câu 19.</b>                                                                                                            | <b>⚡ Câu 20.</b>                                                                                                            | <b>⚡ Câu 21.</b>                                                                                                  | <b>⚡ Câu 22.</b>                                                                                        |
| <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="6"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="8"/> <input type="text" value="3"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="7"/> <input type="text" value=","/> <input type="text" value="5"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="7"/> <input type="text" value=","/> <input type="text" value="3"/> | <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="9"/> <input type="text"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text"/> <input type="text"/> |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 12**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 7) = 2$  là

- A**  $\{4\}$ . **B**  $\{-4\}$ . **C**  $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$ . **D**  $\{-4; 4\}$ .

**💬 Lời giải.**

$$\log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 9$  và công sai  $d = 2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A** 11. **B**  $\frac{9}{2}$ . **C** 18. **D** 7.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $+$ | $0$       | $-$ |
| $f(x)$  |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |
|         |           |      |     |     |           |     |

Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A**  $(0; +\infty)$ . **B**  $(-\infty; 1)$ . **C**  $(-2; 0)$ . **D**  $(-3; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-3; 0)$  và  $(1; +\infty)$

Mà  $(-2; 0) \subset (-3; 0)$  nên phương án đúng là  $(-2; 0)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $3$  | $-5$ | $+\infty$ |     |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A** 3. **B** -1. **C** -5. **D** 1.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có trị cực đại của hàm số là 3.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  trên đoạn  $[0; 3]$  là

- A**  $\min_{[0;3]} y = -3$ . **B**  $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}$ . **C**  $\min_{[0;3]} y = -1$ . **D**  $\min_{[0;3]} y = 1$ .

**Lời giải.**

Trên  $[0; 3]$ ;  $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$  với  $\forall x \in [0; 3]$ .

Ta có  $y(0) = -1$ ;  $y(3) = \frac{1}{2}$ .

Do đó  $\min_{x \in [0;3]} y = y(0) = -1$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- A**  $\int f(x) dx = F(x) + C$ . **B**  $\left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$ .  
**C**  $\left( \int f(x) dx \right)' = f'(x)$ . **D**  $\left( \int f(x) dx \right)' = F'(x)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$ , suy ra phương án sai là  $\left( \int f(x) dx \right)' = f'(x)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Tính tích phân  $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

- A**  $I = 5$ . **B**  $I = 6$ . **C**  $I = 2$ . **D**  $I = 4$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^2 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (0; -1; 0)$  và  $\vec{v} = (\sqrt{3}; 1; 0)$ . Giá trị của  $\alpha$  là

- A**  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . **B**  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ . **C**  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ . **D**  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{0 \cdot \sqrt{3} + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2} \cdot \sqrt{3+1}} = -\frac{1}{2}$ .

Suy ra  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A**  $I(-1; 0; 1)$  và  $R = 3$ . **B**  $I(-1; 1; 0)$  và  $R = 3$ .



**C**  $I(2; 0; -2)$  và  $R = \sqrt{15}$ .

**D**  $I(2; -2; 0)$  và  $R = \sqrt{15}$ .

**Lời giải.**

Với điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  phương trình mặt cầu có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ . Khi đó tâm  $I(a; b; c)$  và  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = 2 \\ -2b = 0 \\ -2c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \text{ và } d = -7$$

Tâm  $I(-1; 0; 1)$  và  $R = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 - (-7)} = 3$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 10.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km) | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 1,5.

**B** 0,9.

**C** 0,6.

**D** 0,3.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $4,2 - 2,7 = 1,5$  (km).

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ;  $P(A | B) = 0,7$ . Tính  $P(A)$ .

**A** 0,25.

**B** 0,65.

**C** 0,55.

**D** 0,5.

**Lời giải.**

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\overline{B}) \cdot P(A | \overline{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65.$$

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$  có các cạnh  $BA$ ,  $BD$ ,  $BC$  vuông góc với nhau từng đôi một. Góc giữa đường thẳng  $CD$  và mặt phẳng  $(ADB)$  là góc

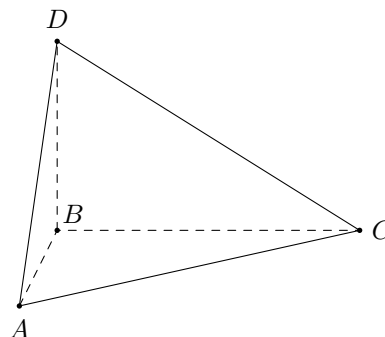
**A**  $\widehat{CDA}$ .

**B**  $\widehat{CAB}$ .

**C**  $\widehat{BDA}$ .

**D**  $\widehat{CDB}$ .

**Lời giải.**



$$\text{Ta có } \begin{cases} CB \perp BD \\ CB \perp BA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (ABD).$$

Do đó  $BD$  là hình chiếu của  $CD$  trên  $(ABD)$ .

Suy ra góc giữa  $CD$  và  $(ABD)$  bằng  $\widehat{CDB}$ .

Chọn đáp án **D** □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong  $t$  giờ được cho bởi công thức  $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$  (mg/L). Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Sau khi tiêm thuốc 0,5 giờ nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là 0,4 (mg/L).
- b) Để nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là 0,25 (mg/L) thì cần tiêm thuốc sau khoảng thời gian  $t > 5$  giờ.
- c) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân càng thấp.
- d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

**💬 Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng.

Khi  $t = 0,5$  nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân là  $c(0,5) = \frac{0,5}{0,5^2 + 1} = 0,4$  (mg/L).

- b) **S** Sai.

Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là 0,25 (mg/L).  
Suy ra

$$\begin{aligned} c(t) &= 0,25 \\ \Leftrightarrow \frac{t}{t^2 + 1} &= 0,25 \\ \Leftrightarrow 0,25t^2 - t + 0,25 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{3} < 5 \\ t = 2 - \sqrt{3} < 5. \end{cases} \end{aligned}$$

- c) **S** Sai.

Xét hàm số  $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ , ( $t > 0$ ).

$$c'(t) = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}; c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1. \end{cases}$$

Có bảng biến thiên của hàm  $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$

|         |   |               |           |
|---------|---|---------------|-----------|
| $t$     | 0 | 1             | $+\infty$ |
| $c'(t)$ |   | 0             |           |
|         |   | +             |           |
| $c(t)$  | 0 | $\frac{1}{2}$ | 0         |

Dựa vào bảng biến thiên, từ lúc tiêm đến 1 giờ sau tiêm, nồng độ máu của bệnh nhân tăng, nồng độ máu của bệnh nhân chỉ giảm sau khi tiêm thuốc 1 giờ.

- d) **Đ** Đúng.

Dựa vào bảng biến thiên ta có Với  $t = 1$  giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = 2x - 3 \cos x$ .

- a)  $f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = 2 + 3 \sin x$ .  
 b) Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - 3 \cos x$  là  $h(x) = x^2 + 3 \sin x + 2024$ .  
 c) Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn điều kiện  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$  là  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$ .  
 d)  $f(x) = 2x - 3 \cos x$  là một nguyên hàm của hàm số  $k(x) \cdot e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $k'(x) \cdot e^x$  là  $3 \sin x + 3 \cos x + 2x + C$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng.

Ta có  $f'(x) = 2 + 3 \sin x = g(x)$ , suy ra  $f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = 2 + 3 \sin x$ .

b) **S** Sai.

$h(x)$  không phải là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - 3 \cos x$ .

Vì  $h'(x) = 2x + 3 \cos x \neq f(x)$ .

c) **Đ** Đúng.

Ta có  $\int (2x - 3 \cos x) dx = x^2 - 3 \sin x + C$ .

Suy ra  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + C$ .

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{\pi^2}{4} - 3 + C = 3 \Leftrightarrow C = 6 - \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}.$$

d) **S** Sai.

Ta có  $f(x) = 2x - 3 \cos x$  là một nguyên hàm của hàm số  $k(x) \cdot e^x$ .

$$\text{Suy ra } (2x - 3 \cos x)' = k(x) \cdot e^x \Leftrightarrow 2 + 3 \sin x = k(x) \cdot e^x \Leftrightarrow k(x) = \frac{2 + 3 \sin x}{e^x}$$

Do đó

$$k'(x) = \frac{(3 \cos x - 3 \sin x - 2) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{3 \cos x - 3 \sin x - 2}{e^x}$$

$$\Rightarrow k'(x) \cdot e^x = 3 \cos x - 3 \sin x - 2.$$

$$\text{Vậy } \int k'(x) \cdot e^x dx = \int (3 \cos x - 3 \sin x - 2) dx = 3 \sin x + 3 \cos x - 2x + C.$$

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai ..... □

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$  và hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$ ,  $(Q): x + 2y - 2z + 14 = 0$ .

a) Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

b) Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $(d)$  và mặt phẳng  $(P)$ , khi đó  $\sin \alpha = \frac{7}{9}$ .

c) Giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  với mặt phẳng  $(P)$  là điểm  $M\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}; \frac{7}{8}\right)$ .

d) Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(a; b; c)$  ( $a < 0$ ) thuộc  $d$ , tiếp xúc với  $(P)$  và  $(Q)$  có bán kính bằng 9.

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$ .

$(Q)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_Q = (1; 2; -2)$ .

Vì  $\vec{n}_P$  và  $\vec{n}_Q$  không cùng phương nên  $(P)$  và  $(Q)$  không song song với nhau.

b) **S** Sai.

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$ .



(d) có  $\overrightarrow{u_d} = (2; -2; 1)$ .  

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{|1 \cdot 2 - 2(-2) + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1+4+4} \cdot \sqrt{4+4+1}} = \frac{8}{9}.$$

c) **D** Đúng.

Ta có  $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Gọi  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $\Delta$ .

Khi đó  $M(-1 + 2t; 1 - 2t; 1 + t) \in d$ .

Vì đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  nên  $M \in (P)$ .

Do đó  $-1 + 2t - 2(1 - 2t) + 2(1 + t) + 2 = 0 \Leftrightarrow 8t = -1 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{8}.$

Suy ra  $M\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}; \frac{7}{8}\right).$

d) **D** Đúng.

Ta có  $I \in d \Rightarrow I(2t - 1; 1 - 2t; t + 1)$ , suy ra  $2t - 1 < 0 \Leftrightarrow t < \frac{1}{2}.$

$(S)$  tiếp xúc với  $(P)$  và  $(Q)$  khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= d(I, (Q)) = R \\ \Leftrightarrow \frac{|2t - 1 - 2(1 - 2t) + 2(t + 1) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} &= \frac{|2t - 1 + 2(1 - 2t) - 2(t + 1) + 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}}. \end{aligned}$$

Do đó  $|8t + 1| = |-4t + 13| \Leftrightarrow \begin{cases} 8t + 1 = -4t + 13 \\ 8t + 1 = 4t - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (loại)} \\ t = -\frac{7}{2}. \end{cases}$

Với  $t = -\frac{7}{2}$  ta có  $I\left(-8; 8 - \frac{5}{2}\right).$

Vậy  $R = d(I, (P)) = \frac{\left|-8 - 2 \cdot 8 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + 2\right|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 9.$

Chọn đáp án **a sai | b sai | c đúng | d đúng** .....  $\square$

**⚡ Câu 16.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B: “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”.

a)  $P(A) = 0,85.$       b)  $P(B | A) = 0,99.$       c)  $P(B) = 0,9855.$       d)  $P(A | B) = 0,95.$

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

$P(A) = 0,85.$

b) **D** Đúng.

$P(B | A) = 1 - P(\overline{B} | A) = 1 - 0,01 = 0,99.$

c) **D** Đúng.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\overline{A}) \cdot P(B | \overline{A}) = 0,85 \cdot 0,99 + 0,15 \cdot 0,96 = 0,9855.$

d) **S** Sai.

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,85 \cdot 0,99}{0,9855} \approx 0,854.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam và không vượt quá 15 miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để độ giảm huyết áp là lớn nhất.

Đáp án:

**Lời giải.**

Điều kiện  $x \in [0; 15]$ .

$$\text{Có } G'(x) = 0,105x(10 - x) = 0; G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}.$$

$$G(0) = 0; G(10) = \frac{35}{2}; G(15) = 0.$$

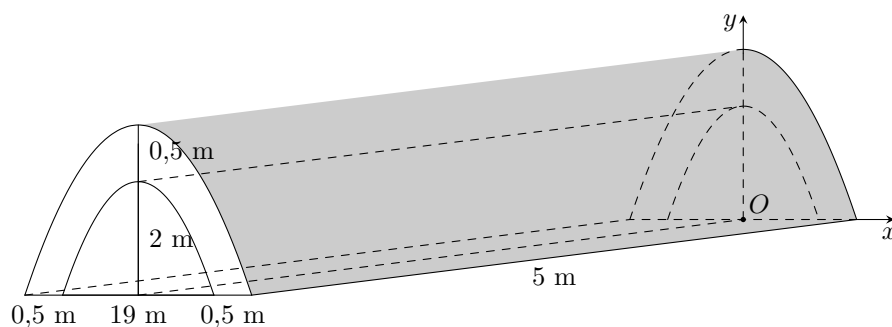
Bảng biến thiên

|         |   |                |    |   |
|---------|---|----------------|----|---|
| $x$     | 0 | 10             | 15 |   |
| $G'(x)$ |   | +              | 0  | - |
| $G(x)$  | 0 | $\frac{35}{2}$ | 0  |   |

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều  $x = 10$  miligam

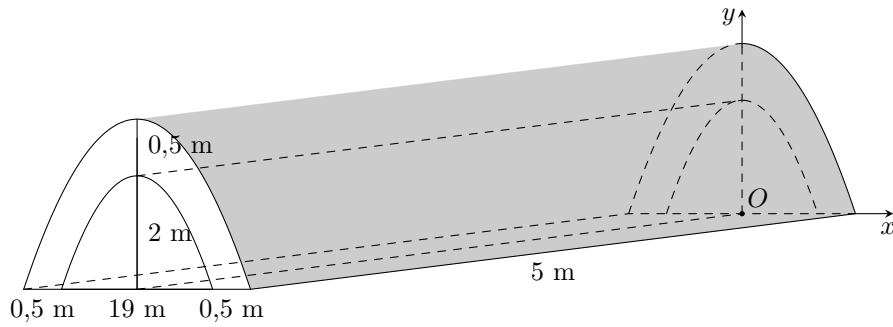
Đáp án:

**⚡ Câu 18.** Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết  $1 \text{ m}^3$  khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên (đơn vị tính là triệu đồng)



Đáp án:

**Lời giải.**



Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.

Gọi  $(P_1) : y = a_1x^2 + b_1$  là Parabol đi qua hai điểm  $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$ .

Nên ta có hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} 0 = a \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1) : y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi  $(P_2) : y = a_2x^2 + b_2$  là Parabol đi qua hai điểm  $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$ .

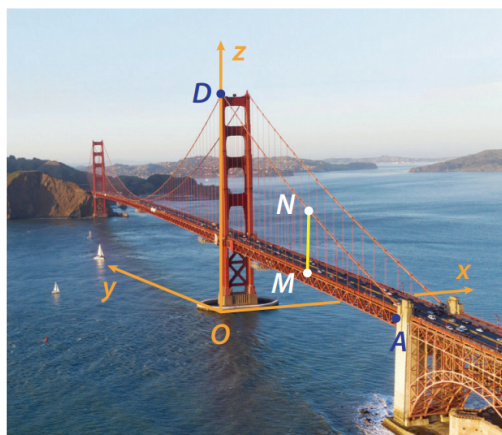
Nên ta có hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2) : y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

Ta có thể tích của bê tông là 
$$V = 5.2 \left[ \int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu là  $5 \cdot 40 = 200$  (triệu đồng)

Đáp án: **200** ..... □

**⚡ Câu 19.** Hình vẽ dưới đây là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  là bề của chân cột trụ tại mặt nước, trục  $Oz$  trùng với cột trụ, mặt phẳng  $Oxy$  là mặt nước và xem như trục  $Oy$  cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp  $AD$  (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh  $D$  thuộc trục  $Oz$  và điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $Oyz$ , trong đó điểm  $D$  là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m, điểm  $A$  cách mặt nước 75 m và cách trục  $Oz$  khoảng 343 m (nguồn: <https://www.goldengate.org/assets/1/6/ggb-exhibit-chapter-statistics.pdf>).



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm  $N$  trên dây cáp  $AD$  và điểm  $M$  trên thành cầu, biết  $M$  cách

mặt nước 75 m và  $MN$  song song với cột trụ. Tính độ dài  $MN$  (đơn vị mét) biết điểm  $M$  cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 230 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 5 | 0 | , | 1 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Chọn một đơn vị trên các trục bằng 1 m.

Ta có  $D(0; 0; 227)$ ,  $A(0; -343; 75)$ ,  $M(0; -230; 75)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (0; 343; 152)$

Phương trình đường thẳng  $AD$ : 
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \Rightarrow N(0; 343t; 227 + 152t).$$

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (0; 343t + 230; 152 + 152t)$ .

Do  $MN$  song song với trục  $Oz$  suy ra  $343t + 230 = 0 \Rightarrow t = -\frac{230}{343}$ .

Vậy  $MN = 152 + 152 \cdot \left(-\frac{230}{343}\right) \approx 50,1$  (m).

Đáp án: 

|      |
|------|
| 50,1 |
|------|

 □

**⚡ Câu 20.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh A mà tỉ lệ mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm B mà ai mắc bệnh A khi xét nghiệm B cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên có 6% những người không bị bệnh A lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm B. Chọn ngẫu nhiên một người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm B. Xác suất người đó mắc bệnh A là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 0 | 3 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

X: "Người được chọn mắc bệnh A".

Y: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm B".

Theo giả thiết ta có  $P(A) = 0,002$ ;  $P(\overline{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$ .

Suy ra  $P(B | A) = 1$ ;  $P(B | \overline{A}) = 0,06$ .

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\overline{A}) \cdot P(B | \overline{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03.$$

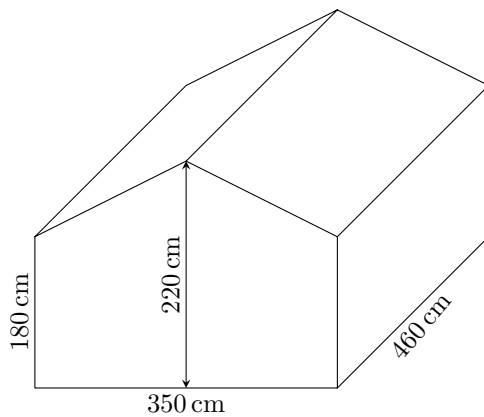
Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm B thì xác suất bị mắc bệnh A của người đó là khoảng 0,03.

Đáp án: 

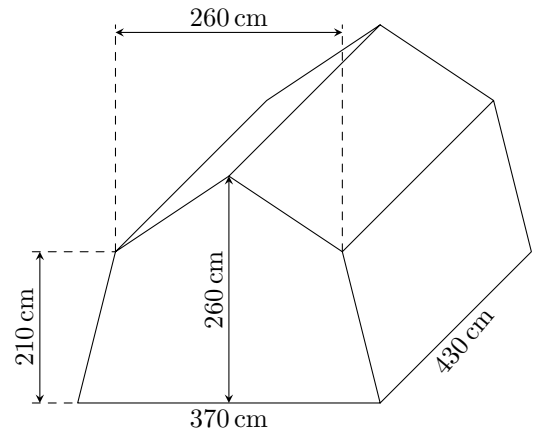
|      |
|------|
| 0,03 |
|------|

 □

**⚡ Câu 21.** Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có kích thước như trong Hình.



Hình 1



Hình 2

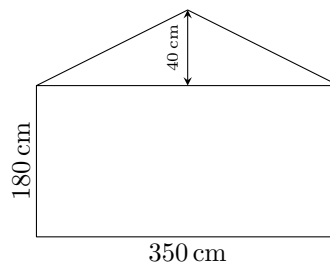
Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính  $V_1 - V_2$ , trong đó  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở Hình 1, và Hình 2. Giá trị của  $V_1 - V_2$  bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 9 | 6 | 1 |  |
|---|---|---|--|

**Lời giải.**

Cả hai lều đều có dạng khối lăng trụ đứng ngũ giác.  
Xét khối lăng trụ ở Hình 1.



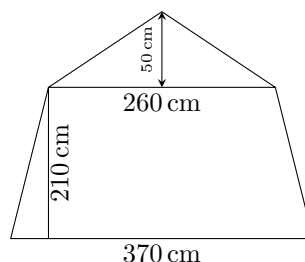
Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình chữ nhật có chiều rộng 180 cm, chiều dài 350 cm; tam giác cân có cạnh đáy dài 350 cm, chiều cao 40 cm như Hình. Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là

$$S_1 = 180 \cdot 350 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 350 = 70\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là

$$V_1 = S_1 \cdot h_1 = 70\,000 \cdot 460 = 32\,200\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Xét khối lăng trụ ở Hình 2.



Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình thang cân có đáy lớn dài 370 cm, đáy nhỏ dài 260 cm, chiều cao 210 cm; tam giác cân có cạnh đáy dài 260 cm, chiều cao 50 cm như Hình.

Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là

$$S_2 = \frac{1}{2}(370 + 260) \cdot 210 + \frac{1}{2} \cdot 260 \cdot 50 = 72\,650 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

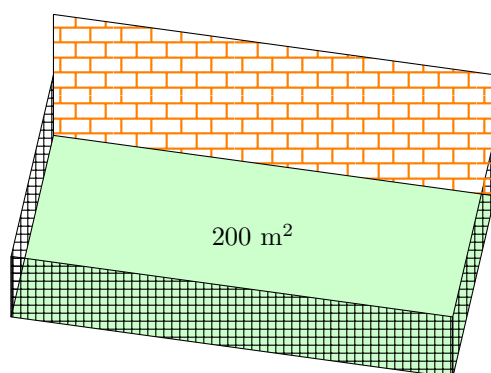
Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là

$$V_2 = S_2 \cdot h_2 = 72\,650 \cdot 430 = 31\,239\,500 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Do đó  $V_1 - V_2 = 960\,500 \text{ (cm}^3\text{)} \approx 961 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Đáp án: **961** □

**⚡ Câu 22.** Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích  $200 \text{ m}^2$  để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá  $15 \text{ m}$ , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Đáp án: **2 0**

**Lời giải.**

Gọi  $x \text{ (m)}$  là chiều rộng của khu đất hình chữ nhật cần rào.

Theo đề bài, ta có  $0 < x \leq 15$ .

Diện tích khu đất này là  $200 \text{ m}^2$  nên chiều dài của khu đất là  $\frac{200}{x} \text{ (m)}$ .

Tổng chiều dài lưới thép rào quanh khu đất là  $L(x) = 2x + \frac{200}{x} \text{ (m)}$ .

Xét hàm số:  $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$ , với  $x \in (0; 15]$ .

Ta có  $L'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$ ;  $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$  (do  $x > 0$ ).

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} L(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2x + \frac{200}{x}\right) = +\infty$ ;

$L(10) = 40$ ;

$L(15) = \frac{130}{3}$ .

Bảng biến thiên

|         |           |    |                 |
|---------|-----------|----|-----------------|
| $x$     | 0         | 10 | 15              |
| $L'(x)$ | $-$       | 0  | $+$             |
| $L(x)$  | $+\infty$ | 40 | $\frac{130}{3}$ |

Dựa vào bảng biến thiên, chiều dài lưới thép ngắn nhất là 40 (m) khi chiều rộng khu đất này là  $x = 10$  (m) (và chiều dài là  $\frac{200}{10} = 20$  (m)).

Đáp án: 20 .....

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D   2. A   3. C   4. A   5. C   6. C   7. B   8. C   9. A   10. A   11. B   12. D

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- |           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a Đ b S c S d Đ | ⚡ Câu 14. | a Đ b S c Đ d S |
| ⚡ Câu 15. | a S b S c Đ d Đ | ⚡ Câu 16. | a Đ b Đ c Đ d S |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- |           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 21. | ⚡ Câu 22. |
| 1 0       | 2 0 0     | 5 0 , 1   | 0 , 0 3   | 9 6 1     | 2 0       |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 13**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$  là

**A**  $(2; +\infty)$ .

**B**  $(-\infty; +\infty)$ .

**C**  $(1; +\infty)$ .

**D**  $(-\infty; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện xác định  $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$  là  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 15$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

**A** 5.

**B** 12.

**C**  $\frac{1}{5}$ .

**D** 4.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{15}{3} = 5$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

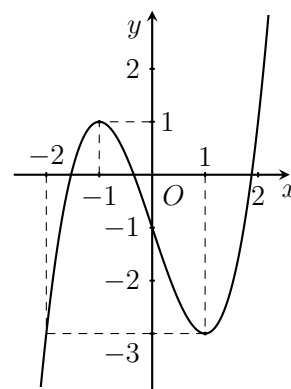
**⚡ Câu 3.** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A**  $(-1; 1)$ .

**B**  $(0; 2)$ .

**C**  $(-2; -1)$ .

**D**  $(-2; 1)$ .



**💬 Lời giải.**

Nhìn vào đồ thị ta thấy trên khoảng  $(-2; -1)$  đồ thị đi lên do đó hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

|      |      |      |     |           |     |
|------|------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-2$ | $1$  | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$  | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  | $4$  |      | $3$ |           |     |
|      |      | $-2$ |     | $-3$      |     |

Khẳng định nào sau đây đúng?



**A**  $y_{CD} = 3$ .

**B**  $y_{CT} = -3$ .

**C**  $y_{CT} = 1$ .

**D**  $y_{CD} = 4$ .

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $y_{CD} = 3$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

|      |           |      |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           |      | +         | -         |
| $y$  |           |      | $+\infty$ | $1$       |
|      |           |      | $-\infty$ | $0$       |

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A** 1.

**B** 3.

**C** 2.

**D** 4.

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$  là

**A**  $\ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$ . **B**  $\ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ . **C**  $-\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ . **D**  $\frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int \left( \frac{1}{x^2} + 2^x \right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

**A**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ . **B**  $S = \int_a^b f(x) dx$ . **C**  $S = - \int_a^b f(x) dx$ . **D**  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**Lời giải.**

Theo định nghĩa  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 1; 2)$  và  $B(3; -5; 0)$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là

**A**  $M'(1; 0; -3)$ .

**B**  $M'(0; 2; -3)$ .

**C**  $M'(1; -2; 1)$ .

**D**  $M'(1; 2; 3)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .



Khi đó tọa độ của  $M$  được tính bởi

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 1. \end{cases}$$

Vậy  $M(1; -2; 1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

**A**  $R = 3$ .

**B**  $R = \sqrt{3}$ .

**C**  $R = 9$ .

**D**  $R = 3\sqrt{3}$ .

**💬 Lời giải.**

Với điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  phương trình mặt cầu có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ . Khi đó bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = -2 \\ -2b = 4 \\ -2c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases} \text{ và } d = -3.$$

$$\text{Bán kính } R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2 - (-3)} = 3.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

**A** [40; 60).

**B** [20; 40).

**C** [60; 80).

**D** [80; 100).

**💬 Lời giải.**

Ta có  $n = 42$ .

Nên trung vị của mẫu số liệu trên là  $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$ .

Mà  $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$ .

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40; 60).

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, không có 2 thẻ nào đánh số giống nhau. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

**A**  $\frac{560}{4199}$ .

**B**  $\frac{4}{15}$ .

**C**  $\frac{11}{15}$ .

**D**  $\frac{3639}{4199}$ .

**💬 Lời giải.**

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là  $n(\Omega) = C_{20}^8$ .

Gọi  $A$  là biến cố “3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10”.

Để tìm số phần tử của  $A$  ta làm như sau

- ☑ Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có  $C_{10}^3$  cách.
- ☑ Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn và không chia hết cho 10, có  $C_8^4$  cách.
- ☑ Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có  $C_2^1$  cách.

Suy ra số kết quả thuận lợi của biến cố là  $n(A) = C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1$ .

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu?

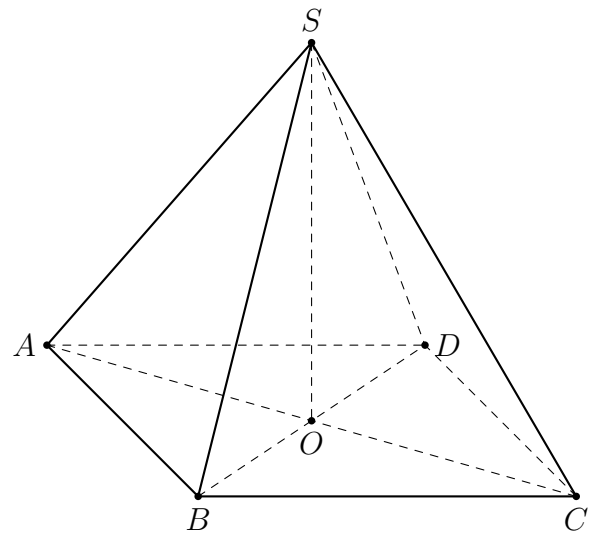
- A**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .      **B**  $a$ .      **C**  $\frac{a}{2}$ .      **D**  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $O$  là tâm của  $ABCD$  suy ra  $SO \perp (ABCD)$ .

Ta có

$$\begin{aligned} SO &= \sqrt{SA^2 - AO^2} \\ &= \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{a}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- Đồ thị  $(C)$  đi qua điểm  $M(0; 2)$ .
- Đường thẳng  $y = x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị  $(C)$ .
- Hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .
- Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt khi  $-1 < m < 7$ .

**Lời giải.**

- a) **S** Sai.

Thay tọa độ điểm  $M(0; 2)$  vào phương trình hàm số  $y = f(x)$  ta được

$$2 = \frac{0^2 - 0 + 2}{0 - 2} \Leftrightarrow 2 = -1.$$

Vậy  $M(0; 2) \notin (C)$ .

- b) **Đ** Đúng.

$$\text{Ta có } y = f(x) = x + 1 + \frac{4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4}{x - 2} \right) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4}{x - 2} \right) = 0.$$

Suy ra, tiệm cận xiên của  $(C)$  là đường thẳng  $y = x + 1$ .

c) **Đ** Đúng.

$$y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}.$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 4. \end{cases}$$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(4; +\infty)$ .

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .

d) **S** Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và đường thẳng  $y = m$  là

$$\frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = m, (x \neq 2) \Leftrightarrow x^2 - (m + 1)x + 2m + 2 = 0 \quad (1).$$

Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2  $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} = m^2 - 6m + 7 > 0 \\ 2^2 - (m + 1) \cdot 2 + 2m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 7. \end{cases}$

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết  $f'(x) = 2 \cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ .

a)  $f'(x) > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$  nên  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

b)  $f'(x) = \int f(x) dx$ .

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$ .

d) Biết  $f(0) = 4$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  bằng  $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Vì đạo hàm không có tính chất này.

b) **S** Sai.

$$f(x) = \int f'(x) dx.$$

c) **Đ** Đúng.

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x) dx = \int (2 \cos^2 x + 3) dx \\ &= \int \left( 2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} + 3 \right) dx \\ &= \int (\cos 2x + 4) dx \\ &= \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C. \end{aligned}$$

d) **Đ** Đúng.

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C.$$

Do  $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$ .

Vậy  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4$  nên

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4 \right) dx \\ &= \left( -\frac{1}{4} \cos 2x + 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ  $O$  có  $\vec{v} = (1; 2; 3)$  là vectơ chỉ phương và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$ .

- a) Đường thẳng  $d$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .  
 b) Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-1; 2; 3)$ .  
 c) Đường thẳng  $d$  và mặt cầu  $(S)$  có một điểm chung duy nhất là  $B(1; 2; 3)$ .  
 d) Khi mặt phẳng  $(P)$  song song  $d$  và trục  $Ox$  thì  $(P)$  nhận  $\vec{a} = (0; -3; 2)$  làm vectơ pháp tuyến.

**💬 Lời giải.**

a) **Ⓛ Đúng.**

Vì  $O(0; 0; 0) \Rightarrow d$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

b) **Ⓢ Sai.**

Do  $\frac{-1}{1} \neq \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \Rightarrow A(-1; 2; 3) \notin d$ .

c) **Ⓢ Sai.**

$d$  có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \\ x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \\ t^2 + (2t)^2 + (3t - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \\ t = -\frac{4}{7} \\ x = -\frac{4}{7} \\ y = -\frac{8}{7} \\ x = -\frac{12}{7} \end{cases}$$

Vậy  $d$  và  $(S)$  có 2 điểm chung.

d) **Ⓛ Đúng.**

Vì trục  $Ox$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{i} = (1, 0, 0)$  nên để mặt phẳng  $(P)$  song song  $d$  và trục  $Ox$

thì  $(P)$  nhận  $\vec{n} = [\vec{v}; \vec{i}] = (0; 3; -2)$  làm vectơ pháp tuyến.

Mà  $\vec{a} = -\vec{n} \Rightarrow (P)$  cũng nhận  $\vec{a} = (0; -3; 2)$  làm vectơ pháp tuyến.

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{10}$ .
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là  $\frac{1}{19}$ .
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{190}$ .
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là  $\frac{189}{190}$ .

**💬 Lời giải.**

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II”;

B: “Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II”.

- a) **❌ Sai.**

Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ .

- b) **✅ Đúng.**

Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là  $P(B|A) = \frac{1}{19}$ .

- c) **❌ Sai.**

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là  $P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}$ .

- d) **✅ Đúng.**

Để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là  $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Người ta thấy rằng trong vòng 4 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành  $P$  của một loại sản phẩm vào tháng thứ  $t$  thay đổi theo công thức  $P(t) = 30t^2 - 2400t + 90000$  (đồng) với  $0 \leq t \leq 48$ . Giá thành  $P$  sản phẩm giảm khi  $t$  trong khoảng  $(a; b)$ . Tính  $T = b - a$

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 4 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

$$P'(t) = 60t - 2400; P'(t) = 0 \Rightarrow t = 40.$$

Lập bảng biến thiên

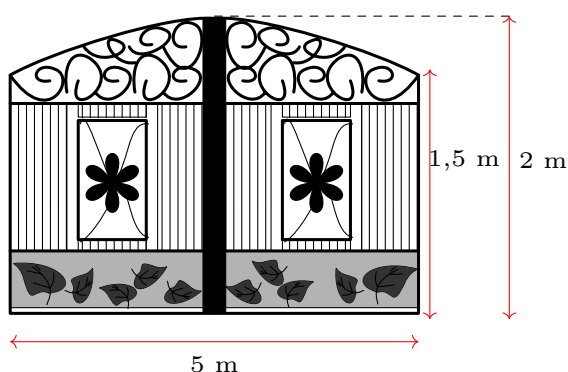
|         |           |    |    |           |
|---------|-----------|----|----|-----------|
| $t$     | 0         | 40 | 48 |           |
| $P'(t)$ |           | -  | 0  | +         |
| $P(t)$  | $+\infty$ |    |    | $+\infty$ |

$P(40)$

Giá thành giảm khi  $t$  trong khoảng  $(0; 40)$  Vậy  $T = b - a = 40$ .

Đáp án: 40 ..... □

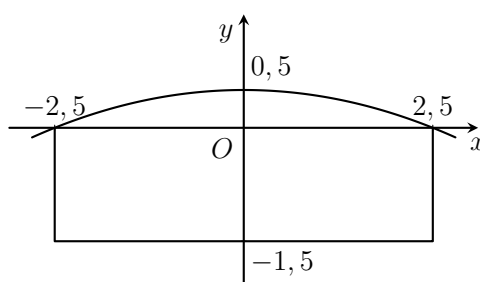
**⚡ Câu 18.** Ông Bình muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ sau, biết đường cong phía trên là một parabol. Nếu giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 đồng thì ông Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy (số tiền phải trả tính theo đơn vị là triệu đồng)?



Đáp án: 1 1

**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.



Diện tích cổng gồm diện tích hình chữ nhật và diện tích phần giới hạn bởi parabol (P) và trục hoành. Từ tọa độ 3 điểm thuộc parabol (P) là  $(0; 0,5)$ ;  $(-2,5; 0)$ ;  $(2,5; 0)$  ta tìm được phương trình của parabol (P) là  $y = f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ .

Diện tích của cổng

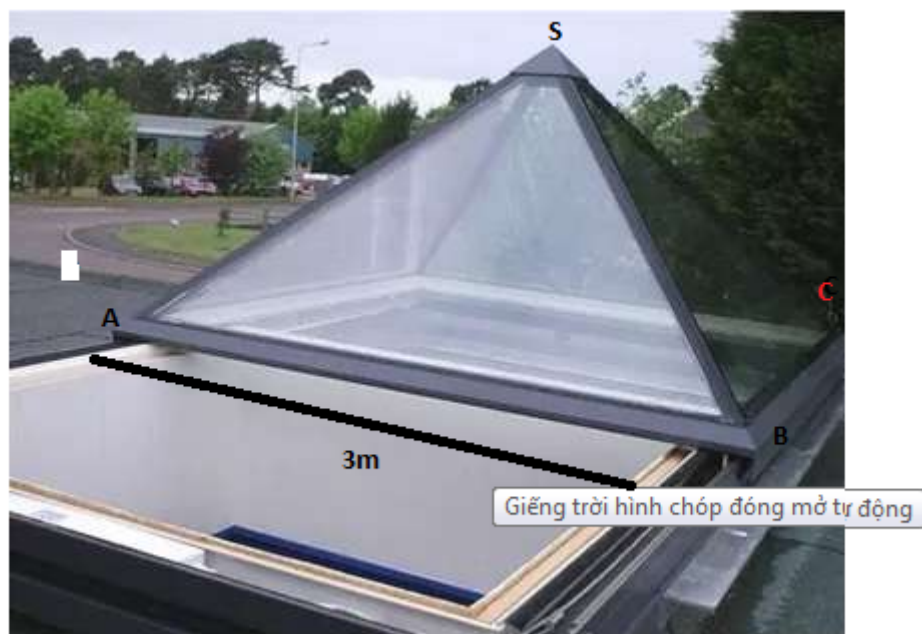
$$S = S_{(P)} + S_{\text{hcn}} = \int_{-2,5}^{2,5} \left( -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx + 5 \cdot 1,5 = \frac{5}{3} + \frac{15}{2} = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 (đồng).

Vậy số tiền ông Bình phải trả để làm cổng sắt là  $\frac{55}{6} \cdot 1\,200\,000 = 11\,000\,000$  (đồng).

Đáp án: 11

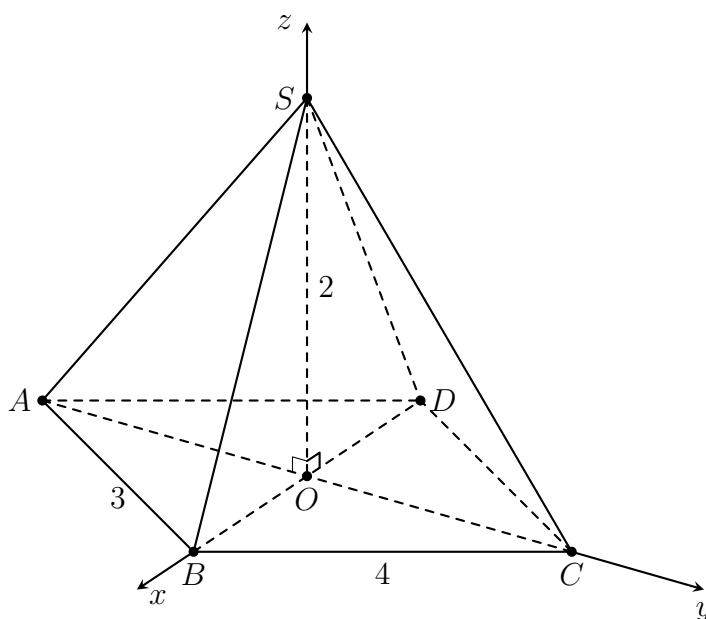
**⚡ Câu 19.** Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là  $3m$  và  $4m$  và độ cao của giếng trời là  $2m$  (hình vẽ minh họa).



Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 63,9

**Lời giải.**



Đặt giếng trời trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ.

Ta có  $O(0;0;0)$ ;  $B\left(\frac{5}{2};0;0\right)$ ;  $C\left(0;\frac{5}{2};0\right)$ ;  $D\left(-\frac{5}{2};0;0\right)$ ;  $S(0;0;2)$ .



☑  $[\vec{SB}; \vec{SC}] = \left(5; 5; \frac{25}{4}\right)$  nên chọn VTPT  $\vec{n}_{(SBC)} = (4; 4; 5)$ .

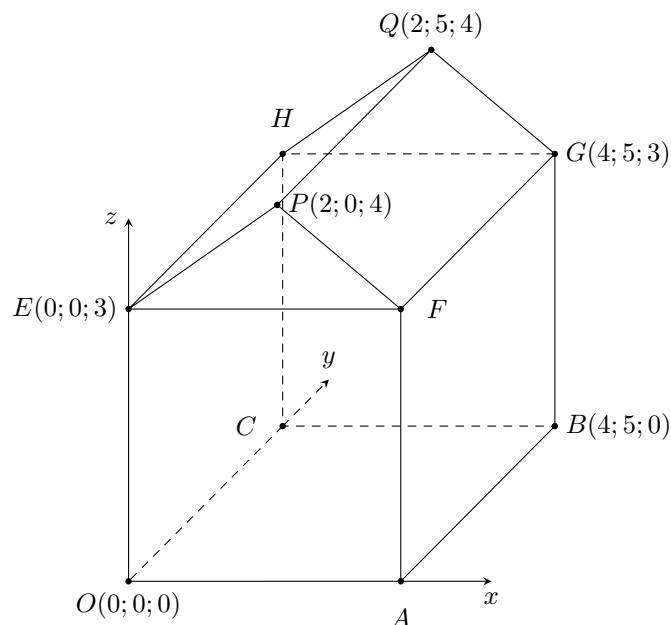
☑  $[\vec{SD}; \vec{SC}] = \left(5; -5; -\frac{25}{4}\right)$  nên chọn VTPT  $\vec{n}_{(SDC)} = (4; -4; -5)$ .

☑  $\cos((SBC), (SDC)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SDC)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| \cdot |\vec{n}_{(SDC)}|} = \frac{25}{57}$ .

Suy ra,  $\widehat{((SBC), (SDC))} \approx 63,9^\circ$ .

Đáp án: 63,9 ..... □

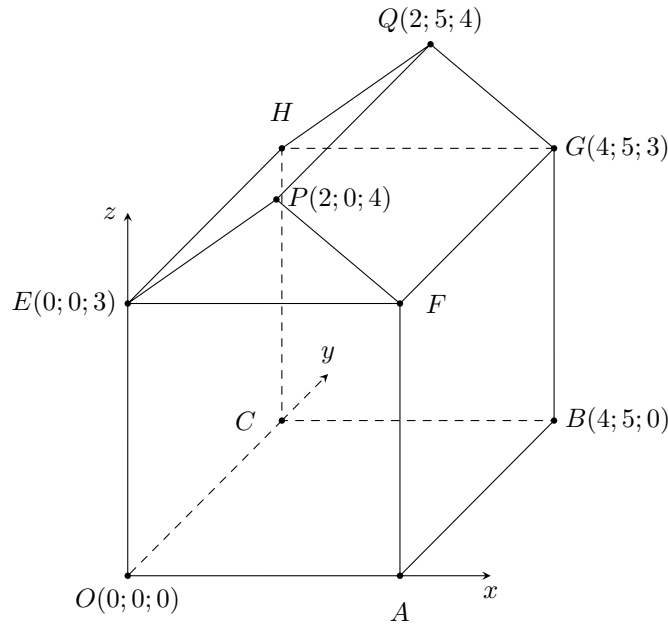
**⚡ Câu 20.** Hình 37 minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

Đáp án: 2 6 , 6

**Lời giải.**



Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OACB$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4$ ,  $y_C = y_B = 5$ .  
Do  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A$  là  $(4; 0; 0)$ .

Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4$ ;  $z_F = z_E = 3$ .

Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$  nên tọa độ điểm  $F$  là  $(4; 0; 3)$ .

Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ .

Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên góc  $PFE$  là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có  $\vec{FP} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{FE} = (-4; 0; 0)$ .

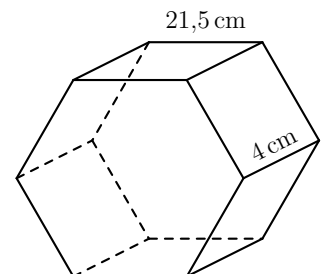
$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\vec{FP}, \vec{FE}) = \frac{\vec{FP} \cdot \vec{FE}}{|\vec{FP}| \cdot |\vec{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ .

Vậy góc dốc của mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ .

Đáp án: 26,6 ..... □

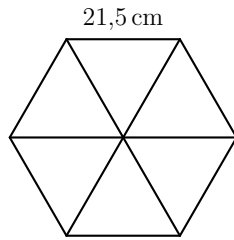
**⚡ Câu 21.** Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình 48) với chiều cao là 4 cm và cạnh lục giác dài 21,5 cm. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



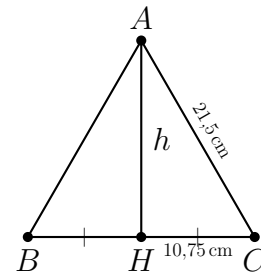
Hình 48

Đáp án: 4 8 0 4

**Lời giải.**



Hình 48



Ta thấy rằng đáy của viên gạch cần làm là lục giác đều.

Chia hình lục giác đều thành 6 hình tam giác đều có cạnh là 21,5 cm (hình vẽ trên).

Gọi  $ABC$  là tam giác đều cạnh 21,5 cm, kẻ đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ) (hình vẽ trên).

Suy ra  $AH$  cũng là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  hay  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

$$\Rightarrow CH = \frac{BC}{2} = \frac{21,5}{2} = 10,75 \text{ cm.}$$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác  $AHC$  vuông tại  $H$  có  $AC^2 = AH^2 + HC^2$ .

$$\text{Suy ra: } AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{21,5^2 - 10,75^2} = \frac{43\sqrt{3}}{4} \text{ (cm).}$$

Từ đó ta có diện tích tam giác  $ABC$  đều cạnh 21,5 cm là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{43\sqrt{3}}{4} \cdot 21,5 = \frac{1849\sqrt{3}}{16} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Như vậy, ta có diện tích 1 tam giác đều cạnh 21,5 cm là  $\frac{1849\sqrt{3}}{16} \text{ (cm}^2\text{)}.$

Khi đó, diện tích đáy của viên gạch (gồm 6 hình tam giác đều có cạnh là 21,5 cm) là

$$S = 6 \cdot \frac{1849\sqrt{3}}{16} = \frac{5547\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy thể tích bê tông cần dùng để làm một viên gạch có dạng khối lăng trụ với chiều cao  $h = 4$  cm và diện tích đáy  $S = \frac{5547\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)}$  là  $V = S \cdot h = \frac{5547\sqrt{3}}{8} \cdot 4 \approx 4804 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Đáp án: **4804** ..... □

**⚡ Câu 22.** Bạn muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích  $150 \text{ m}^3$ . Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VN/m<sup>2</sup>, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VN/m<sup>2</sup>, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VN/m<sup>2</sup>. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

Đáp án: 6 , 5 8

### 💬 Lời giải.

Gọi  $r, h, S_1, S_2$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao, diện tích đáy bình, diện tích nắp bình của bình chứa hình trụ ( $r, h, S_1, S_2 > 0, S_1 = S_2 = S$ ).

$$\text{Khi đó } V = \pi r^2 h = 150 \Rightarrow h = \frac{150}{\pi r^2}.$$

$$\text{Tổng chi phí xây dựng là } P(r) = 100 \cdot S_1 + 90 \cdot S_{\text{xq}} + 120 \cdot S_2.$$

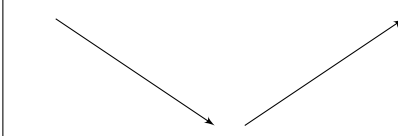
$$\text{Suy ra } P(r) = 220S + 90S_{\text{xq}} = 220\pi r^2 + 90 \cdot (2\pi r h) = 220\pi r^2 + \frac{27000}{r}.$$

Bài toán trở thành tìm min  $P(r) =$  với  $r > 0$

$$\text{Ta có } P'(r) = 440\pi r - \frac{27000}{r^2}, P'(r) = 0 \Leftrightarrow r_0 = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}.$$

Lập bảng biến thiên, ta được



|         |                                                                                    |       |           |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------|
| $r$     | 0                                                                                  | $r_o$ | $+\infty$ |
| $P'(r)$ | -                                                                                  | 0     | +         |
| $P(r)$  |  |       |           |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}$  và  $h = \frac{150}{\pi \left( \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}} \right)^2} \approx 6,58$ .

Đáp án: 6,58 □

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. C   2. A   3. C   4. A   5. B   6. C   7. A   8. C   9. A   10. A   11. A   12. A

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- |                                        |                                        |
|----------------------------------------|----------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> a S   b Đ   c Đ   d S | <b>⚡ Câu 14.</b> a S   b S   c Đ   d Đ |
| <b>⚡ Câu 15.</b> a Đ   b S   c S   d Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> a S   b Đ   c S   d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- |                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                |                                                                                                            |                                                                                                            |                                                                                                            |                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">4   0   <span style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 15px;"></span></div> | <b>⚡ Câu 18.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">1   1   <span style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 15px;"></span></div> | <b>⚡ Câu 19.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">6   3   ,   9</div> | <b>⚡ Câu 20.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">2   6   ,   6</div> | <b>⚡ Câu 21.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">4   8   0   4</div> | <b>⚡ Câu 22.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;">6   ,   5   8</div> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 14**

### A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\log_5(3x) = 2$  là

**A**  $x = 25$ .

**B**  $x = \frac{32}{3}$ .

**C**  $x = 32$ .

**D**  $x = \frac{25}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\log_5(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 5^2 = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

**A** 6.

**B** 9.

**C** 8.

**D**  $\frac{2}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.**

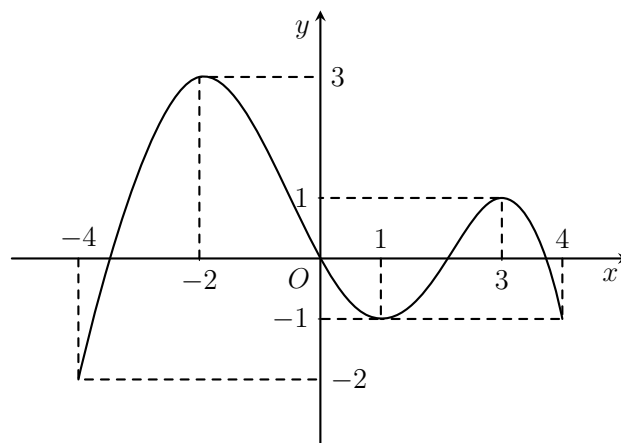
Hàm số  $y = f(x)$  trong hình bên nghịch biến trên khoảng nào?

**A**  $(-2; 1)$ .

**B**  $(-4; -2)$ .

**C**  $(-1; 3)$ .

**D**  $(1; 3)$ .



**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 1)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |     |      |           |     |
|---------|-----------|-----|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $3$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $2$ | $-4$ | $+\infty$ |     |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A** 2. **B** 3. **C** 0. **D** -4.

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- A**  $y = -2$ . **B**  $y = 1$ . **C**  $x = -1$ . **D**  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ .

Suy ra  $y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x^2$  là

- A**  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ . **B**  $x^4 + x^2 + C$ . **C**  $x^5 + x^3 + C$ . **D**  $4x^3 + 2x + C$ .

**Lời giải.**

$$\int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A**  $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ . **B**  $S = \int_0^2 2^x dx$ . **C**  $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ . **D**  $S = \int_0^2 2^{2x} dx$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx \text{ (do } 2^x > 0, \forall x \in [0; 2]).$$

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$ ?

- A** 12. **B** 4. **C** 10. **D** 8.

**Lời giải.**

Số vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$  là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử.

Vậy số vectơ là  $A_4^2 = 12$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$  có bán kính bằng

- A** 3. **B** 81. **C** 9. **D** 6.

**Lời giải.**

Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = \sqrt{9} = 3$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau

|              |            |            |            |            |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Cân nặng (g) | [150; 155) | [155; 160) | [160; 165) | [165; 170) | [170; 175) |
| Số quả táo   | 4          | 7          | 12         | 6          | 2          |

Khoảng biến thiên  $R$  của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A**  $R = 5$ . **B**  $R = 24$ . **C**  $R = 25$ . **D**  $R = 10$ .

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $R = 175 - 150 = 25$  (g).

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 11.** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Biết  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$ . Tính  $P(A \cup B)$ .

- A**  $\frac{7}{12}$ . **B**  $\frac{1}{12}$ . **C**  $\frac{1}{7}$ . **D**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

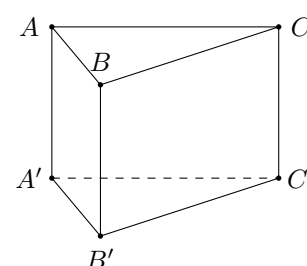
Ta có  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{12}$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.**

Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CC'$  bằng

- A**  $45^\circ$ . **B**  $30^\circ$ . **C**  $90^\circ$ . **D**  $60^\circ$ .



**Lời giải.**

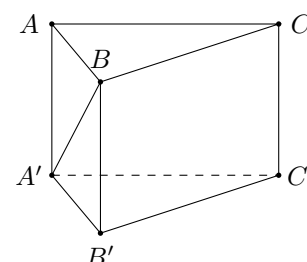
Ta có  $CC' \parallel BB'$ .

Nên  $(A'B; CC') = (A'B; BB') = \widehat{A'BB'}$ , ( $\widehat{A'BB'}$  là góc nhọn).

Mặt khác, tam giác  $A'BB'$  là tam giác vuông cân ( $A'B = BB'$  và  $A'B \perp BB'$ ).

Suy ra  $\widehat{A'BB'} = 45^\circ$ .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CC'$  bằng  $45^\circ$ .



## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như hình bên dưới.

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $+$ | $0$ | $+$       |

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Hàm số đã cho có  $f'(x) > 0$  trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; 1)$ .  
 b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .  
 c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.  
 d) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ .

**Lời giải.**

- a) **S** Sai. Vì dựa vào bảng xét dấu, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 1)$ .  
 b) **D** Đúng. Vì dựa vào bảng xét dấu, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty) \supset (3; +\infty)$ .  
 c) **S** Sai. Vì hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  đổi dấu ba lần nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

- d) **Đ** Đúng. Vì hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$  và tại điểm  $x = 0$ ,  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin x + 1$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

- a)  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C$ .
- b) Khi  $F(0) = 1$  thì  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 1$ .
- c) Một nguyên hàm của  $F(x)$  là  $G(x) = \frac{x^4}{12} + \sin x + \frac{x^2}{2} + x$ .
- d)  $\int_0^a f(x)dx = \frac{a^3}{3} - \cos a + a$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng. Ta có  $F(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 + \sin x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C$ .
- b) **S** Sai. Ta có  $F(0) = 1 \Rightarrow C = 2$ .  
Vậy  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$ .
- c) **Đ** Đúng.  $G(x) = \int F(x) dx = \int \left( \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \right) dx = \frac{x^4}{12} + \sin x + \frac{x^2}{2} + Cx + C_1$ .
- d) **S** Sai.  $\int_0^a f(x) dx = \left( \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \right) \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} - \cos a + a + 1$ .

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .
- b) Điểm  $A(1; 0; 0)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ .
- c) Khoảng cách từ điểm  $B(1; 1; 2)$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{5\sqrt{14}}{14}$ .
- d) Mặt phẳng đi qua  $H(0; -3; 2)$  và song song với  $(P)$  có phương trình là  $3x - y + 2z - 7 = 0$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Đ** Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$  là  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .
- b) **S** Thay điểm  $A(1; 0; 0)$  vào  $(P)$  ta được  $3 \cdot 1 - 0 + 2 \cdot 0 - 1 = 2 \neq 0$ .  
Nên  $A(1; 0; 0)$  không thuộc  $(P)$ .
- c) **Đ**  $d(B, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{5\sqrt{14}}{14}$ .
- d) **Đ** Vì mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng  $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ .  
Nên mặt phẳng cần tìm có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (3; -1; 2)$  và đi qua  $H(0; -3; 2)$ .  
Suy ra

$$3(x - 0) - (y + 3) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 2z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

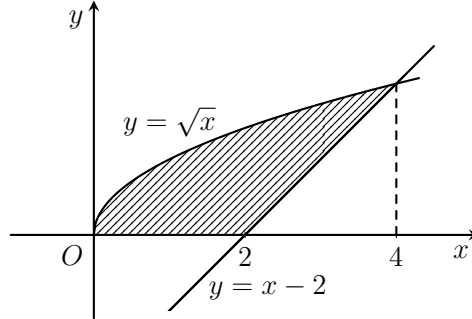




Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số  $V(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại  $x = 2$ .  
 Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì  $x = 2$  (cm).

Đáp án: 2 ..... □

**⚡ Câu 18.** Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau ( làm tròn đến hai chữ số thập phân).



Đáp án: 3 , 3 3

**💬 Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$ :

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là  $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x - 2) dx = \frac{10}{3} \approx 3,33$  đvdt.

Đáp án: 3,33 ..... □

**⚡ Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(5; -4; -1)$  và mặt phẳng  $(P)$  qua  $Ox$  sao cho  $d(B, (P)) = 2d(A, (P))$ ,  $(P)$  cắt  $AB$  tại  $I(a; b; c)$  nằm giữa  $AB$ . Tính  $a + b + c$ .

Đáp án: 4

**💬 Lời giải.**

Vì  $d(B, (P)) = 2d(A, (P))$  và  $(P)$  cắt đoạn  $AB$  tại  $I$  nên

$$\overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 5 = -2(a - 1) \\ b + 4 = -2(b - 2) \\ c + 1 = -2(c - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = 0 \\ c = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4.$$

Đáp án: 4 ..... □

**⚡ Câu 20.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gán hệ tọa độ  $Oxyz$  vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng  $a$  đi qua hai nút lưới  $M(1; 1; 2)$  và  $N(0; 3; 0)$ , đường thẳng  $b$  đi qua hai nút lưới  $P(1; 0; 3)$  và  $Q(3; 3; 9)$ . Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng  $n^\circ$  ( $n$  là số tự nhiên). Giá trị của  $n$  bằng bao nhiêu? **Đáp án:** 6 8

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -2)$ ,  $\overrightarrow{PQ} = (2; 3; 6)$ .

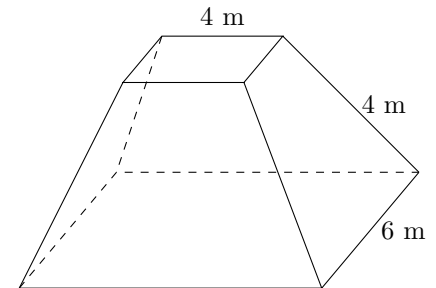
$$\text{Khi đó } \cos(a, b) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|} = \frac{8}{21}.$$

Vậy  $(a, b) \approx 68^\circ$ .

Đáp án: **68** .....

**⚡ Câu 21.**

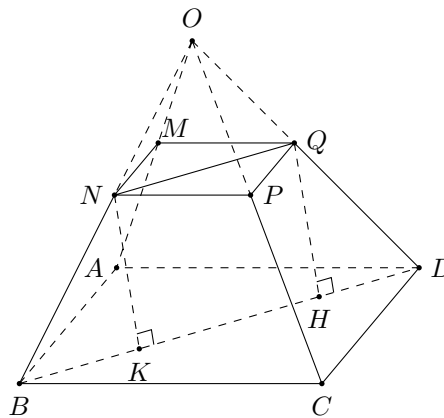
Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cắt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 500 000 đồng/m<sup>3</sup>. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?



Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 4 | 2 |  |
|---|---|---|--|

**Lời giải.**



Gọi  $O$  là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cắt đều.

Ta có  $BD$  và  $NQ$  lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng  $(OBD)$  với hai mặt phẳng chứa đáy nên  $BD \parallel NQ$ .

Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $Q, N$  trên  $BD$  khi đó  $HK = QN = 4\sqrt{2}$  (m).

Vì tứ giác  $BNQD$  là hình thang cân nên  $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$  (m).

Đường cao của khối chóp cắt đều là  $QH = \sqrt{14}$  (m).

Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m<sup>2</sup> và 16 m<sup>2</sup>.

Thể tích của khối chóp cắt đều là  $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3}$  m<sup>3</sup>.

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là  $\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 = 142\,182\,980,7 \approx 142$  (triệu đồng).

Đáp án: **142** .....

**⚡ Câu 22.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | , | 7 | 4 |
|---|---|---|---|



**Lời giải.**

Gọi  $f(x)$  là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở  $x$  (người) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) trong chuyến xe đó.

Khi đó  $f(x) = \frac{1}{2}x(40 - x)^2$ , với  $0 < x \leq 16$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2}[(40 - x)^2 - 2x(40 - x)] = \frac{1}{2}(40 - x)(40 - 3x)$ .

Với  $0 < x \leq 16$  thì  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$ .

Mà  $13 < \frac{40}{3} < 14$  nên ta có bảng biến thiên như sau

|         |   |        |                              |      |      |
|---------|---|--------|------------------------------|------|------|
| $x$     | 0 | 13     | $\frac{40}{3}$               | 14   | 16   |
| $f'(x)$ |   | +      | 0                            | -    |      |
| $f(x)$  | 0 | 4738,5 | $f\left(\frac{40}{3}\right)$ | 4732 | 4608 |

Với  $f(13) = 4738,5$ ,  $f(14) = 4732$ .

Từ bảng biến thiên ta có, để người lái xe đó có thể thu được nhiều tiền nhất thì chuyến xe chở 13 người và lái xe thu được khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp án: **4,74** .....

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. D   2. A   3. A   4. D   5. B   6. A   7. B   8. A   9. A   10. C   11. A

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

- ⚡ Câu 13.   a S   b Đ   c S   d Đ   ⚡ Câu 14.   a Đ   b S   c Đ   d S
- ⚡ Câu 15.   a Đ   b S   c Đ   d Đ   ⚡ Câu 16.   a Đ   b S   c Đ   d S

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

- ⚡ Câu 17.   2   ⚡ Câu 18.   3 , 3 3   ⚡ Câu 19.   4   ⚡ Câu 20.   6 8   ⚡ Câu 21.   1 4 2   ⚡ Câu 22.   4 , 7 4

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 15**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |     |      |     | $3$ |     |     |     | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A**  $(0; +\infty)$ .

**B**  $(3; 5)$ .

**C**  $(0; 3)$ .

**D**  $(-3; -2)$ .

**💬 Lời giải.**

Vì  $(-3; -2) \subset (-\infty; -1)$  nên từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-3; -2)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.**

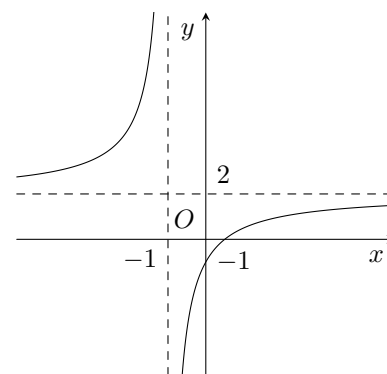
Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

**A**  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**B**  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ .

**C**  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**D**  $y = \frac{2x-2}{x-1}$ .



**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra tiệm cận đứng là  $x = -1$ , đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-1$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$  là

**A**  $\ln x - \cos x + C$ .

**B**  $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$ .

**C**  $\ln |x| + \cos x + C$ .

**D**  $\ln |x| - \cos x + C$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int f(x)dx = \int \left( \frac{1}{x} + \sin x \right) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int \sin x dx = \ln |x| - \cos x + C$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{x} = (2; 1; -3)$  và  $\vec{y} = (1; 0; -1)$ . Tìm tọa độ của véc-tơ  $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$ .

- A**  $\vec{a} = (4; 1; -1)$ . **B**  $\vec{a} = (3; 1; -4)$ . **C**  $\vec{a} = (0; 1; -1)$ . **D**  $\vec{a} = (4; 1; -5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $2\vec{y} = (2; 0; -2)$ . Khi đó  $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2 + 2; 1 + 0; -3 - 2) = (4; 1; -5)$ .

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 5.** Cho mặt phẳng  $(\alpha) : 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ . Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là

- A**  $\vec{n} = (2; 3; -4)$ . **B**  $\vec{n} = (2; -3; 4)$ . **C**  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ . **D**  $\vec{n} = (-2; 3; 1)$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(\alpha) : 2x - 3y - 4z + 1 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_0 = (2; -3; -4)$ .

Nhận thấy  $\vec{n} = (-2; 3; 4) = -\vec{n}_0$ , hay  $\vec{n}$  cùng phương với  $\vec{n}_0$ .

Do đó véc-tơ  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$  cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A**  $R = 1$ . **B**  $R = 7$ . **C**  $R = \sqrt{151}$ . **D**  $R = \sqrt{99}$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  ( $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ ) có tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

Ta có  $a = 4$ ,  $b = -5$ ,  $c = 3$ ,  $d = 49$ . Do đó  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 1$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$  là

- A**  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ . **B**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ . **C**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ . **D**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 8.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                  |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường (km) | [2, 7; 3, 0) | [3, 0; 3, 3) | [3, 3; 3, 6) | [3, 6; 3, 9) | [3, 9; 4, 2) |
| Số ngày          | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Tính giá trị trung bình của mẫu dữ liệu trên.

- A** 3, 39. **B** 4. **C** 3. **D** 3, 5.

**Lời giải.**

Ta có bảng dữ liệu sau:

|                  |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường (km) | [2, 7; 3, 0) | [3, 0; 3, 3) | [3, 3; 3, 6) | [3, 6; 3, 9) | [3, 9; 4, 2) |
| Giá trị đại diện | 2, 85        | 3, 15        | 3, 45        | 3, 75        | 4, 05        |
| Số ngày          | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Giá trị trung bình của mẫu dữ liệu là

$$\bar{x} = \frac{(2, 85 \cdot 3) + (3, 15 \cdot 6) + (3, 45 \cdot 5) + (3, 75 \cdot 4) + (4, 05 \cdot 2)}{20} = 3, 39.$$

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 9.** Một đồng hồ đánh giờ, khi kim giờ chỉ số  $n$  (từ 1 đến 12) thì đồng hồ đánh đúng  $n$  tiếng. Hỏi trong một ngày (24 giờ) đồng hồ đánh được bao nhiêu tiếng?

- A** 156. **B** 152. **C** 148. **D** 160.

**💬 Lời giải.**

Số tiếng đồng hồ đánh trong một ngày là  $S = 2(1 + 2 + \dots + 12) = 2 \cdot \frac{12 \cdot 13}{2} = 156$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Cho hàm số  $y = (x^2 - 2)e^{2x}$ . Hàm số có  $y' = 0$  khi?

- A**  $x = -1; x = 2$ . **B**  $x = 1; x = -2$ . **C**  $x = -1; x = -2$ . **D**  $x = 3$ .

**💬 Lời giải.**

$$y' = (x^2 - 2)'e^{2x} + (x^2 - 2)(e^{2x})' = 2xe^{2x} + 2(x^2 - 2)e^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 + x - 2)e^{2x} \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \text{ (Do } e^{2x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A**  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ . **B**  $y = \frac{2025}{x^2 + 1}$ . **C**  $y = \sqrt{x^2 - 2024}$ . **D**  $y = \frac{x}{x + 1}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$  nên đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x}{x + 1}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  biết rằng  $SC = a\sqrt{3}$ .

- A**  $V_{S.ABCD} = a^3$ . **B**  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ . **C**  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ . **D**  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .

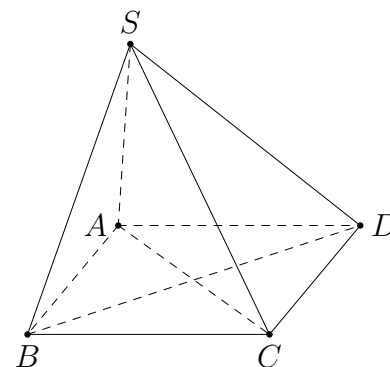
**💬 Lời giải.**

Vì hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy. Mà  $(SAB) \cap (SAD) = SA$  nên  $SA \perp (ABCD)$ .

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{2}; SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a.$$

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}.$$



## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

|         |           |    |    |    |           |   |
|---------|-----------|----|----|----|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 4  | 6  | 7  | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ |           | +  | 0  | -  | 0         | - |
| $f(x)$  |           |    |    |    |           |   |
|         | $-\infty$ | 19 | 12 | 21 | $-\infty$ |   |

- a) Phương trình  $f'(x) = 0$  có 1 nghiệm trên đoạn  $[0; 5]$ .  
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $\mathbb{R}$  bằng 12.  
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số  $h(x) = f(x) + m$  trên đoạn  $[0; 5]$  bằng 34 khi  $m = 15$ .  
 d) Hàm số  $g(x) = f(2x - 2)$  đạt giá trị lớn nhất trên khoảng  $(-\infty; 4)$  tại  $x = 3$ .

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số  $y = f(x) : f'(x) = 0$  có 1 nghiệm trên đoạn  $[0; 5]$ .

b) **Sai.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

c) **Đúng.**

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số  $y = f(x) + m$  đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0; 5]$  bằng  $m + 19$ .  
 Suy ra  $m + 19 = 34 \Leftrightarrow m = 15$ .

d) **Đúng.**

$$\text{Ta có } g'(x) = 2f'(2x - 2); g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 4 \\ 2x - 2 = 6 \\ 2x - 2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = 4,5 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

|         |           |    |    |   |
|---------|-----------|----|----|---|
| $x$     | $-\infty$ | 3  | 4  |   |
| $g'(x)$ |           | +  | 0  | - |
| $g(x)$  | $-\infty$ | 19 | 12 |   |

Vậy hàm số  $g(x) = f(2x - 2)$  đạt giá trị lớn nhất trên khoảng  $(-\infty; 4)$  tại  $x = 3$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ . Khi đó:

- a)  $\int_0^1 (f'(x) - 2025)dx = -2025$ .  
 b)  $\int \frac{2f(x)}{x}dx = \frac{x^2}{2} - 4x + 3 \ln x + 2024 \quad (\forall x \in (0; +\infty))$ .  
 c) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x); y + x - 3 = 0$  và các đường thẳng  $x = 2; x = 4$  là  $S = 3$ .  
 d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành là  $V = \frac{46\pi}{15}$ .

**Lời giải.**



a) **Đúng.**

$$\int_0^1 (f'(x) - 2025) dx = (f(x) - 2025x) \Big|_0^1 = (x^2 - 4x + 3) \Big|_0^1 - 2025 \Big|_0^1 = -2025.$$

b) **Sai.**

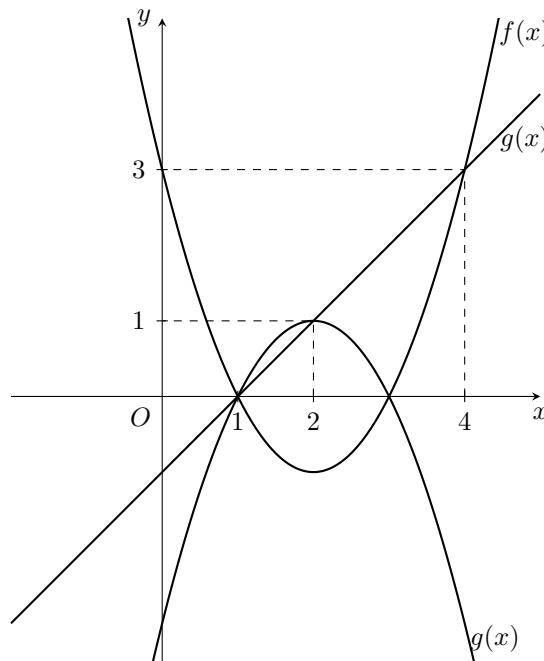
$$\int \frac{2f(x)}{x} dx = \int \left( 2x - 8 + \frac{6}{x} \right) dx = x^2 - 8x + 6 \ln x + C (\forall x \in (0; +\infty)).$$

c) **Đúng.**

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ;  $y = -x + 3$  và các đường thẳng  $x = 2$ ;  $x = 4$  là  $S = \int_2^4 |x^2 - 4x + 3 + x - 3| dx = \int_2^4 |x^2 - 3x| dx = 3$ .

d) **Sai.**

Vẽ đồ thị hàm số  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ;  $g(x) = x - 1$ ;  $h(x) = -f(x)$ .



Xét phương trình hoành độ giao điểm  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Xét phương trình hoành độ giao điểm  $-f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Khi đó thể tích cần tính là:

$$V = \pi \int_1^2 (-f(x))^2 dx + \pi \int_2^4 (h(x))^2 dx = \pi \int_1^2 (-x^2 + 4x - 3)^2 dx + \pi \int_2^4 (x - 1)^2 dx = \frac{46\pi}{5}.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(2; -1; -2)$ ,  $B(3; 1; 2)$ ,  $C(1; -1; 1)$  không thẳng hàng.

a) Khi  $ABCD$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $D$  là  $(0; 3; 3)$ .

b) Mặt phẳng đi qua  $C$  và vuông góc với đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là  $x + 2y + 4z - 3 = 0$ .

c) Phương trình chính tắc của đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ .



- d) Giả sử quán cafe Điện Báo lắp wifi được gắn vào hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), để sử dụng kết nối mạng Modem wifi đó được đặt ở vị trí điểm  $C(1; -1; 1)$  và Bộ phát Wifi được thiết kế bắt sóng được ở khoảng cách tối đa 1,5 km. Hai bạn  $A$  và  $B$  đang ở vị trí gần quán cafe có vị trí tọa độ lần lượt là  $A(2; -1; -2)$  và  $B(3; 1; 2)$  sử dụng điện thoại muốn bắt sóng wifi của quán cafe Điện Báo. Khi đó cả hai bạn  $A$  đều không bắt được tín hiệu phát sóng từ Modem wifi quán cafe Điện Báo đó (Bỏ qua chất lượng bắt sóng của dòng máy).

 **Lời giải.**

a) **Sai.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$ .

Do hình bình hành  $ABCD$  có  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (1; 2; 4); \overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D) \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1 - x_D \\ 2 = -1 - y_D \\ 4 = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = -3 \\ z_D = -3 \end{cases}$$

Vậy  $D(0; -3; -3)$ .

b) **Đúng.**

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là  $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$ , do vậy phương trình mặt phẳng cần lập là:  $1(x - 1) + 2(y + 1) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 4z - 3 = 0$ .

c) **Sai.**

Phương trình đường thẳng  $AB$  đi qua  $A$  nhận VTCP  $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$  là  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{4}$ .

d) **Đúng.**

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của Modem wifi quán cafe Điện Báo trong không gian là mặt cầu tâm  $C(1; -1; 1)$ , bán kính  $R = 1,5$

$$(C): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2,25.$$

Ta có: Khoảng cách  $CA = \sqrt{(2 - 1)^2 + (-1 + 1)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{10} \approx 3,16 > 1,5$

Vì  $CA > R$  nên điểm  $A$  nằm ngoài mặt cầu. Vậy bạn  $A$  đã không bắt được tín hiệu phát sóng từ Modem wifi quán cafe Điện Báo.

Ta có: Khoảng cách  $CB = \sqrt{(3 - 1)^2 + (1 + 1)^2 + (2 - 1)^2} = 3 > 1,5$ .

Vì  $CB > R$  nên điểm  $B$  nằm ngoài mặt cầu. Vậy bạn  $B$  đã không bắt được tín hiệu phát sóng từ Modem wifi quán cafe Điện Báo.

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 16.** Đoàn thanh tra bộ đi kiểm tra một kho hàng của công ty sản xuất giày thể thao, kết luận trong kho có 85% sản phẩm loại  $I$  và 15% sản phẩm loại  $II$ , trong đó có 1% sản phẩm loại  $I$  bị hỏng, 4% sản phẩm loại  $II$  bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Tình huống đoàn thanh tra đặt câu hỏi cho phía công ty, một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

  $A$ : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại  $I$ ".

  $B$ : "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

a)  $P(A) = 0,85$ .      b)  $P(B|A) = 0,99$ .      c)  $P(B) = 0,9855$ .      d)  $P(A|B) = 0,95$ .

 **Lời giải.**

a) **Sai.**

$$P(A) = 0,85.$$

b) **Đúng.**

$$P(\bar{A}) = 0,15; P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$$

c) **Đúng.**

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,85 \cdot 0,99 + 0,15 \cdot 0,96 = 0,9855.$$

d) **Đúng.**

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85 \cdot 0,99}{0,9855} \approx 0,854.$$

Chọn đáp án 

|       |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|
| a sai | b đúng | c đúng | d đúng |
|-------|--------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $3\sqrt{2}$ . Tính khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy. Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 3 |  |  |  |
|---|--|--|--|

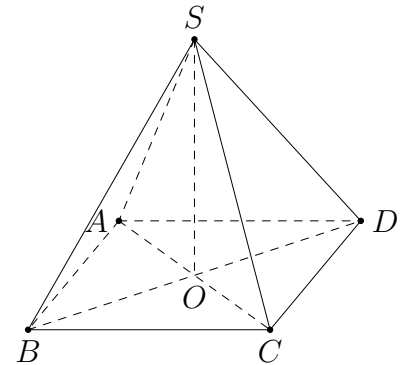
**💬 Lời giải.**

Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AO$  và  $BD$ . Do  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$ . Khi đó khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy bằng độ dài đoạn  $SO$ .

Xét tam giác  $SAO$  vuông tại  $O$ , ta có  $OA = 3$ ,  $SA = 3\sqrt{2}$ . Áp dụng định lý Pitago, ta được

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2} = 3.$$

Vậy,  $d(S, (ABCD)) = SA = 3$ .



Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 3 |  |  |  |
|---|--|--|--|

 ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Nếu khối lượng *carbon* – 14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là  $M_0$  (g) thì khối lượng *carbon* – 14 còn lại (tính theo gam) sau  $t$  năm được tính theo công thức  $M(t) = M_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  (g), trong đó  $T = 5730$  (năm) là chu kỳ bán rã của *carbon* – 14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng *carbon* – 14 hiện có trong hoá thạch là  $5 \cdot 10^{-13}$  g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của *carbon* – 14 so với *carbon* – 12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng *carbon* – 14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là  $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-12}$  (g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm (Làm tròn kết quả đến hàng trăm)? Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Gọi  $t$  là thời gian từ lúc sinh vật chết đến nay. Ta có:

$$5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow t = T \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} = -5730 \cdot \log_2 \frac{5}{12} \approx 7237 \approx 7200.$$

Vậy sinh vật này sống cách đây khoảng 7200 năm.

Đáp án: 

|      |  |  |  |
|------|--|--|--|
| 7200 |  |  |  |
|------|--|--|--|

 ..... ☐

**⚡ Câu 19.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = -\frac{t^3}{3} + 18t^2 - 35t + 2024$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Trong 40 giây đầu tiên, chất điểm có vận tốc tức thời giảm trong



khoảng thời gian  $(a; b)$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = 2b - 3a + 2025$ .

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 5 | 1 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Vận tốc tức thời của chất điểm là  $v(t) = s'(t) = -t^2 + 36t - 35$ .

Gia tốc tức thời của chất điểm là  $a(t) = v'(t) = -2t + 36$ .

Vì vận tốc tức thời của chất điểm giảm nên  $a(t) < 0 \Leftrightarrow -2t + 36 < 0 \Leftrightarrow t > 18$ .

Do đó, trong 40 giây đầu tiên, chất điểm có vận tốc tức thời giảm trong khoảng thời gian  $(18; 40)$ .

Suy ra  $a = 18, b = 40$ .

Vậy  $P = 2b - 3a + 2025 = 2051$ .

Đáp án: 

|      |
|------|
| 2051 |
|------|

 □

**Câu 20.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Tìm giá trị của  $x$  để người đó có doanh thu là cao nhất?

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 5 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**

Ta có:  $T(x) = \int T'(x) dx = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C$ , với  $C \in \mathbb{R}$ .

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng.

Nên ứng với  $x = 10$  ta có  $T(10) = 12000$  suy ra  $12000 = -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C \Rightarrow C = 10000$ .

Vậy  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$ . Ta có  $T(x)$  là một hàm bậc hai với hệ số  $a < 0$  và đồ thị hàm số có đỉnh là  $I(15; 12250)$ .

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Đáp án: 

|    |
|----|
| 15 |
|----|

 □

**Câu 21.** Khi đặt hệ tọa độ  $Oxyz$  vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu  $(S)$  (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu  $(S)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 6 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**Lời giải.**

Ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 3^2.$$

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu

Tức là 6 km.

Đáp án: 

|   |
|---|
| 6 |
|---|

 □

**Câu 22.** Bạn Nam thả một quả bóng bàn theo phương thẳng đứng từ độ cao rơi xuống đất và nảy lên. Giả sử sau mỗi một lần rơi xuống, nó nảy lên được một độ cao bằng 75% độ cao vừa rơi xuống. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 6 | 5 | , | 5 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi  $u_n$  là quãng đường đi xuống của quả bóng ở lần rơi thứ  $n$ .

Khi đó  $u_1 = 10; u_2 = u_1 \cdot 0,75; u_3 = u_2 \cdot 0,75; \dots; u_n = u_{n-1} \cdot 0,75$ .

Ta thấy dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có  $u_1 = 10; q = 0,75$ .

Do vậy tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 là:

$$S = u_1 + 2(u_2 + u_3 + \dots + u_{10}) = 2(u_1 + u_2 + \dots + u_{10}) - u_1 = 2 \cdot u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} - 10 = 2 \cdot \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75} - 10$$

$\approx 65,5(m)$ .

Đáp án: 65,5

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D 2. C 3. D 4. D 5. C 6. A 7. A 8. A 9. A 10. A 11. D 12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a Đ b S c Đ d Đ | ⚡ Câu 14. | a Đ b S c Đ d S |
| ⚡ Câu 15. | a S b Đ c S d Đ | ⚡ Câu 16. | a S b Đ c Đ d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

|           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 21. | ⚡ Câu 22. |
| 3         | 7 2 0 0   | 2 0 5 1   | 1 5       | 6         | 6 5 , 5   |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 16**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$  là

- A**  $(2; +\infty)$ . **B**  $(-\infty; +\infty)$ . **C**  $(1; +\infty)$ . **D**  $(-\infty; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện xác định của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$  là  $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Do đó tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$  là  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 15$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A** 5. **B** 12. **C**  $\frac{1}{5}$ . **D** 4.

**💬 Lời giải.**

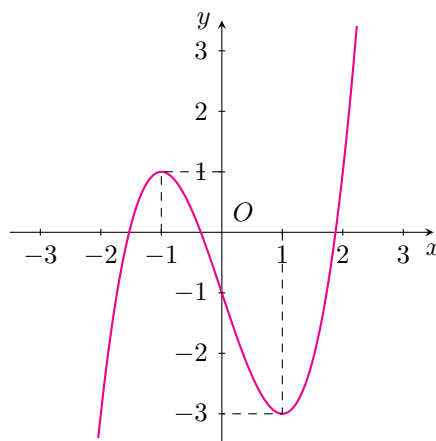
Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{15}{3} = 5$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.**

Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A**  $(-1; 1)$ . **B**  $(0; 2)$ . **C**  $(-2; -1)$ . **D**  $(-2; 1)$ .



**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|         |           |            |            |           |            |      |
|---------|-----------|------------|------------|-----------|------------|------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$       | $1$        | $+\infty$ |            |      |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$        | $+$        | $0$       | $-$        |      |
| $f(x)$  | $4$       | $\searrow$ | $\nearrow$ | $3$       | $\searrow$ | $-3$ |
|         |           | $-2$       | $3$        |           |            |      |

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A**  $y_{CD} = 3$ . **B**  $y_{CT} = -3$ . **C**  $y_{CT} = 1$ . **D**  $y_{CD} = 4$ .

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số là  $y_{CD} = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

|      |           |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$      | $0$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$       | $-$       |           |
| $y$  |           | $-\infty$ | $+\infty$ | $0$       |

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A** 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = 0$  và 2 tiệm cận đứng là  $x = -2$ ,  $x = 0$ . Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$  là

- A**  $\ln x^2 + 2^x \ln 2 + C$ . **B**  $-\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ . **C**  $\ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ . **D**  $\frac{1}{x} + 2^x \ln 2 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $\int \left( \frac{1}{x^2} + 2^x \right) dx = \int x^{-2} dx + \int 2^x dx = -x^{-1} + \frac{2^x}{\ln 2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

- A**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ . **B**  $S = \int_a^b f(x) dx$ . **C**  $S = -\int_a^b f(x) dx$ . **D**  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**Lời giải.**

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 1; 2)$  và  $B(3; -5; 0)$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là

- A**  $M(1; 0; -3)$ . **B**  $M(0; 2; -3)$ . **C**  $M(1; -2; 1)$ . **D**  $M(1; 2; 3)$ .

**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$ .

Do đó  $M\left(\frac{-1 + 3}{2}; \frac{1 - 5}{2}; \frac{2 + 0}{2}\right)$  hay  $M(1; -2; 1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐



**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A**  $R = 3$ . **B**  $R = \sqrt{3}$ . **C**  $R = 9$ . **D**  $R = 3\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ .  
 Vậy bán kính của mặt cầu là  $R = \sqrt{9} = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 10.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

| Thời gian (phút) | $[0; 20)$ | $[20; 40)$ | $[40; 60)$ | $[60; 80)$ | $[80; 100)$ |
|------------------|-----------|------------|------------|------------|-------------|
| Số học sinh      | 5         | 9          | 12         | 10         | 6           |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A**  $[40; 60)$ . **B**  $[20; 40)$ . **C**  $[60; 80)$ . **D**  $[80; 100)$ .

**Lời giải.**

Tổng số học sinh là  $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$  học sinh.

Nên trung vị của mẫu số liệu trên là  $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$ .

Mà  $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$ . Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm  $[40; 60)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 11.** Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, không có 2 thẻ nào đánh số giống nhau. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- A**  $\frac{560}{4199}$ . **B**  $\frac{4}{15}$ . **C**  $\frac{11}{15}$ . **D**  $\frac{3639}{4199}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10”.

- ☑ Chọn 3 tấm thẻ mang số lẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ có  $C_{10}^3$  cách.
- ☑ Chọn 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 có  $C_2^1$  cách.
- ☑ Chọn 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10 trong 8 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10 có  $C_8^4$  cách.

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{20}^8$ .

Xác suất của biến cố  $A$  là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}.$$

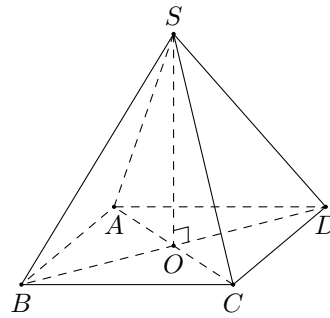
Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu?

- A**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ . **B**  $a$ . **C**  $\frac{a}{2}$ . **D**  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải.**





Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Khi đó  $SO \perp (ABCD)$ .

Ta có  $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Xét tam giác vuông  $SAO$  ta có  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Vậy  $d(S, (ABCD)) = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Đồ thị  $(C)$  đi qua điểm  $M(0; 2)$ .
- b) Đường thẳng  $y = x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị  $(C)$ .
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .
- d) Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt khi  $-1 < m < 7$ .

💬 **Lời giải.**

a) **S** Sai.

Thay tọa độ điểm  $M(0; 2)$  vào phương trình hàm số  $y = f(x)$  ta được

$$2 = \frac{0^2 - 0 + 2}{0 - 2} \Leftrightarrow 2 = -1 \text{ (vô lý)} \Rightarrow M(0; 2) \notin (C).$$

b) **D** Đúng.

Ta có  $y = f(x) = x + 1 + \frac{4}{x - 2}$ .

☑  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4}{x - 2} \right) = 0;$

☑  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4}{x - 2} \right) = 0.$

Tiệm cận xiên của  $(C)$  là đường thẳng  $y = x + 1$ .

c) **D** Đúng.

$$y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}.$$

Ta xét  $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 4. \end{cases}$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 0)$  và  $(4; +\infty)$ .

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .

d) **S** Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng  $y = m$  là  $\frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = m$  ( $x \neq 2$ ).

Suy ra  $x^2 - (m + 1)x + 2m + 2 = 0$ . (1)

Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 6m + 7 > 0 \\ 2^2 - (m + 1) \cdot 2 + 2m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 7. \end{cases}$$

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết  $f'(x) = 2 \cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $f'(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

b)  $f'(x) = \int f(x) dx$ .

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$ .

d) Biết  $f(0) = 4$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Vì đạo hàm không có tính chất này.

b) **S** Sai.

Ta có  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

c) **D** Đúng.

Ta có  $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 \cos^2 x + 3) dx = \int \left( 2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} + 3 \right) dx = \int (\cos 2x + 4) dx$ .

Do đó  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$ .

d) **D** Đúng.

Ta có  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$ .

Do  $f(0) = 4$  nên  $C = 4$ .

Vậy  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4$  nên  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4 \right) dx = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$ .

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ  $O$  có  $\vec{v} = (1; 2; 3)$  là véc-tơ chỉ phương và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng  $d$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

b) Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-1; 2; 3)$ .

c) Đường thẳng  $d$  và mặt cầu (S) có một điểm chung duy nhất là  $B(1; 2; 3)$ .

d) Khi mặt phẳng (P) song song  $d$  và trục  $Ox$  thì (P) nhận  $\vec{a} = (0; -3; 2)$  làm pháp tuyến.

**Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Vì  $O(0; 0; 0)$  nên  $d$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

b) **S** Sai.

Do  $\frac{-1}{1} \neq \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$  nên  $A(-1; 2; 3) \notin d$ .

c) **S** Sai.

Đường thẳng  $d$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$$

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x = t; y = 2t; z = 3t \\ x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t; y = 2t; z = 3t \\ t^2 + (2t)^2 + (3t - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1; y = 2; z = 3 \\ t = -\frac{4}{7} \\ x = -\frac{4}{7}; y = -\frac{8}{7}; z = -\frac{12}{7}. \end{cases}$$

Do đó  $d$  và  $(S)$  có 2 điểm chung.

d) **D** Đúng.

Vì trục  $Ox$  có véc tơ chỉ phương là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$  nên để mặt phẳng  $(P)$  song song  $d$  và trục  $Ox$  thì  $(P)$  nhận  $\vec{n} = [\vec{v}; \vec{i}] = (0; 3; -2)$  làm vectơ pháp tuyến. Mà  $\vec{a} = -\vec{n} \Rightarrow (P)$  cũng nhận  $\vec{a} = (0; -3; 2)$  làm vectơ pháp tuyến.

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**❗ Câu 16.** Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{10}$ .

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{1}{19}$ .

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là  $\frac{9}{190}$ .

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là  $\frac{189}{190}$ .

**💬 Lời giải.**

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II”.

B: “Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II”.

a) **S** Sai.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là  $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ .

b) **D** Đúng.

Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là  $P(B|A) = \frac{1}{19}$ .



c) **S** Sai.

Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

d) **D** Đúng.

Để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là  $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Người ta thấy rằng trong vòng 4 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành  $P$  của một loại sản phẩm vào tháng thứ  $t$  thay đổi theo công thức

$$P(t) = 30t^2 - 2400t + 90000 \text{ (đồng) với } 0 \leq t \leq 48.$$

Giá thành  $P$  sản phẩm giảm khi  $t$  trong khoảng  $(a; b)$ . Tính  $T = b - a$ .

Đáp án:

**Lời giải.**

Ta có  $P'(t) = 60t - 2400$ ;  $P'(t) = 0 \Rightarrow t = 40$ .

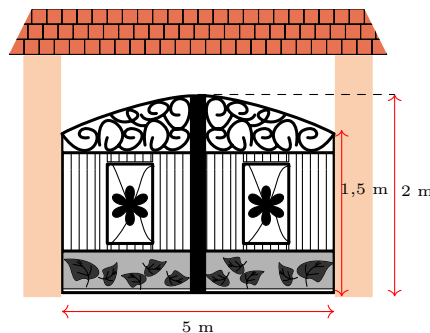
Lập bảng xét dấu đạo hàm

|         |   |    |    |
|---------|---|----|----|
| $t$     | 0 | 40 | 48 |
| $P'(t)$ | — | 0  | +  |

Giá thành giảm khi  $t$  trong khoảng  $(0; 40) \Rightarrow T = b - a = 40$ .

Đáp án:  ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Ông Bình muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ sau, biết đường cong phía trên là một parabol. Nếu giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 đồng thì ông Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy (số tiền phải trả tính theo đơn vị là triệu đồng)?



Đáp án:

**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ. Diện tích cổng gồm diện tích hình chữ nhật và diện tích phần giới hạn bởi parabol  $(P)$  và trục hoành. Từ tọa độ 3 điểm thuộc parabol  $(P)$  là  $(0; 0,5)$ ;  $(-2,5; 0)$ ;  $(2,5; 0)$

ta tìm được phương trình của parabol (P) là  $y = f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ .

Diện tích của cổng là

$$S = S_{(P)} + S_{\text{hcn}} = \int_{-2,5}^{2,5} \left( -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx + 5 \cdot 1,5 = \frac{5}{3} + \frac{15}{2} = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 (đồng).

Vậy số tiền ông Bình phải trả để làm cổng sắt là  $\frac{55}{6} \cdot 1\,200\,000 = 11\,000\,000$  (đồng).

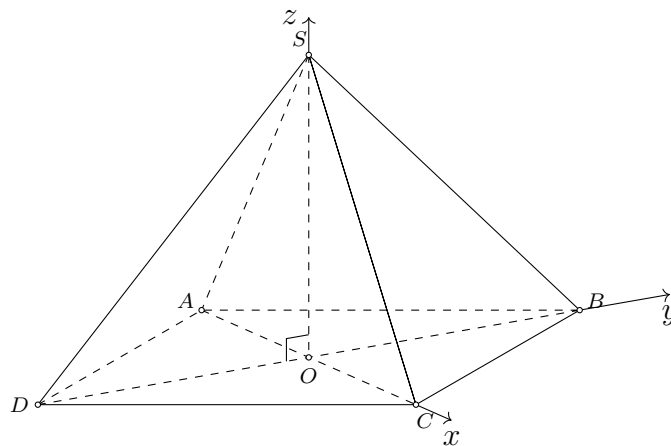
Đáp án: **11** ..... ☐

**⚡ Câu 19.** Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3 m và 4 m và độ cao của giếng trời là 2 m (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | , | 9 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**



Đặt giếng trời trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Ta có  $O(0;0;0)$ ;  $B\left(\frac{5}{2};0;0\right)$ ;  $C\left(0;\frac{5}{2};0\right)$ ;  $D\left(-\frac{5}{2};0;0\right)$ ;  $S(0;0;2)$ .

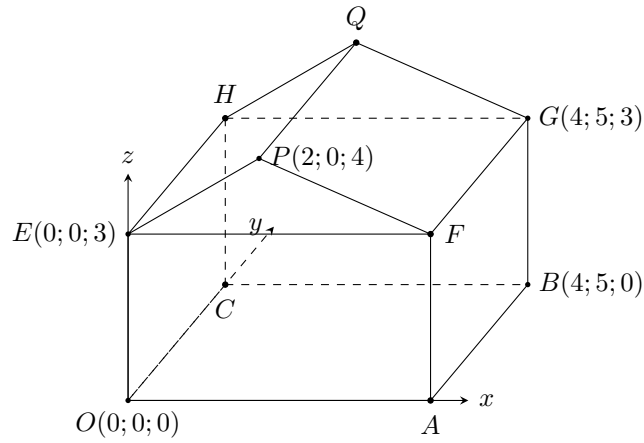
☑  $[\vec{SB}; \vec{SC}] = \left(5; 5; \frac{25}{4}\right)$  nên chọn véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(SBC)} = (4; 4; 5)$ .

☑  $[\vec{SD}; \vec{SC}] = \left(5; -5; -\frac{25}{4}\right)$  nên chọn véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(SDC)} = (4; -4; -5)$ .

☑  $\cos((SBC); (SDC)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SDC)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| |\vec{n}_{(SDC)}|} = \frac{25}{57} \Rightarrow ((SBC), (SDC)) \approx 63,9^\circ$ .

Đáp án: **63,9** ..... ☐

**⚡ Câu 20.** Hình bên dưới minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



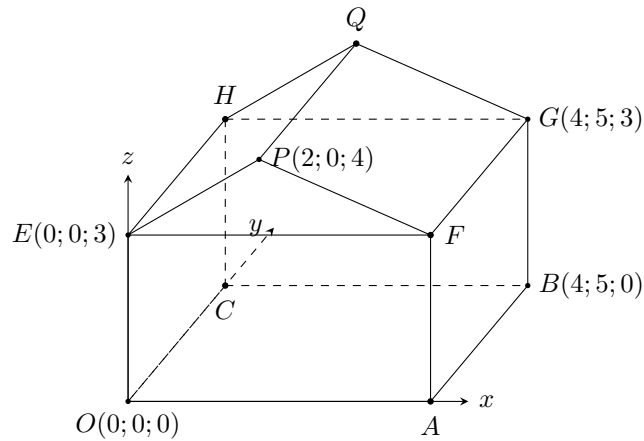
Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 6 | , | 6 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OACB$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4$  và  $y_C = y_B = 5$ . Do  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A$  là  $(4; 0; 0)$ .

Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4$ ;  $z_F = z_E = 3$ . Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$  nên tọa độ điểm  $F$  là  $(4; 0; 3)$ .



Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ . Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên góc  $PFE$  là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó. Ta có  $\vec{FP} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{FE} = (-4; 0; 0)$ . Suy ra

$$\begin{aligned} \cos \widehat{PFE} &= \cos(\vec{FP}, \vec{FE}) = \frac{\vec{FP} \cdot \vec{FE}}{|\vec{FP}| \cdot |\vec{FE}|} \\ &= \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \end{aligned}$$

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ . Vậy góc dốc của mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ .

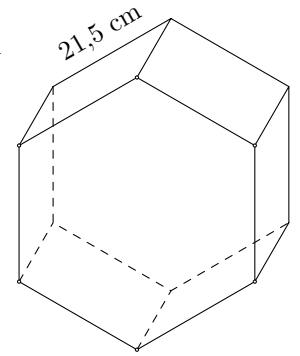
Đáp án: 

|      |
|------|
| 26,6 |
|------|

 □

**⚡ Câu 21.**

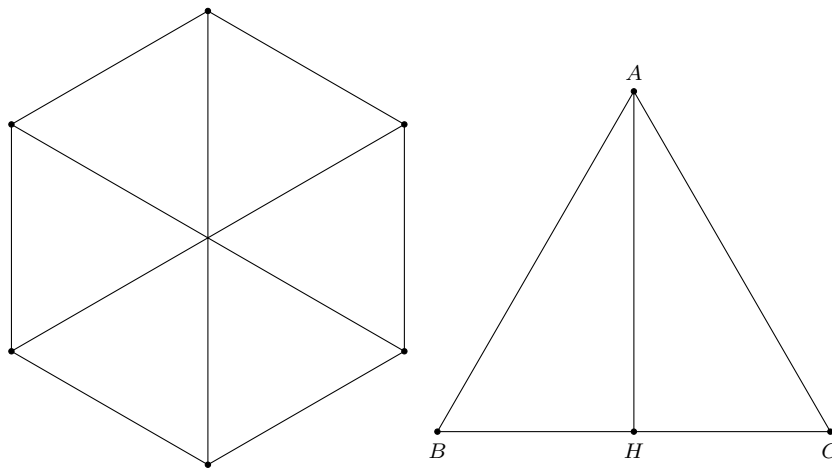
Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (hình bên) với chiều cao là 4 cm và cạnh lục giác dài 21,5 cm. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 0 | 4 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**



Ta thấy rằng đáy của viên gạch cần làm là lục giác đều.

Chia hình lục giác đều thành 6 hình tam giác đều có cạnh là 21,5 cm (hình vẽ trên).

Gọi  $ABC$  là tam giác đều cạnh 21,5 cm, kẻ đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ) (hình vẽ trên).

Suy ra  $AH$  cũng là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  hay  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

$$\text{Suy ra } CH = \frac{BC}{2} = \frac{21,5}{2} = 10,75 \text{ cm.}$$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác  $AHC$  vuông tại  $H$  có

$$AC^2 = AH^2 + HC^2.$$

Suy ra  $AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{21,5^2 - 10,75^2} = \frac{43\sqrt{3}}{4}$  (cm). Từ đó ta có diện tích tam giác  $ABC$  đều cạnh 21,5 cm là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{43\sqrt{3}}{4} \cdot 21,5 = \frac{1849\sqrt{3}}{16} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Như vậy, ta có diện tích 1 tam giác đều cạnh 21,5 cm là  $\frac{1849\sqrt{3}}{16}$  (cm<sup>2</sup>).

Khi đó, diện tích đáy của viên gạch (gồm 6 hình tam giác đều có cạnh là 21,5 cm) là

$$S = 6 \cdot \frac{1849\sqrt{3}}{16} = \frac{5547\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy thể tích bê tông cần dùng để làm một viên gạch có dạng khối lăng trụ với chiều cao  $h = 4$  cm và diện tích đáy  $S = \frac{5547\sqrt{3}}{8}$  (cm<sup>2</sup>) là  $V = S \cdot h = \frac{5547\sqrt{3}}{8} \cdot 4 \approx 4804$  (cm<sup>3</sup>).

Đáp án: 4804 .....



**⚡ Câu 22.** Bạn muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích  $150 \text{ m}^3$ . Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VN/m<sup>2</sup>, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VN/m<sup>2</sup>, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VN/m<sup>2</sup>. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

Đáp án: 6 , 5 8

**Lời giải.**

Gọi  $r, h, S_1, S_2$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao, diện tích đáy bình, diện tích nắp bình của bình chứa hình trụ ( $r, h, S_1, S_2 > 0, S_1 = S_2 = S$ ).

$$\text{Khi đó } V = \pi r^2 h = 150 \text{ m}^3 \Rightarrow h = \frac{150}{\pi r^2}.$$

Tổng chi phí xây dựng là  $P(r) = 100 \cdot S_1 + 90S_{xq} + 120 \cdot S_2$ .

$$\text{Suy ra } P(r) = 220S + 90S_{xq} = 220\pi r^2 + 90(2\pi rh) = 220\pi r^2 + \frac{27000}{r}.$$

$$\text{Ta có } P'(r) = 440\pi r - \frac{27000}{r^2}, P'(r) = 0 \Leftrightarrow r_0 = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}.$$

Lập bảng biến thiên, ta được

|         |           |          |           |
|---------|-----------|----------|-----------|
| $r$     | 0         | $r_0$    | $+\infty$ |
| $P'(r)$ | –         | 0        | +         |
| $P(r)$  | $+\infty$ | $P(r_0)$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán suy ra

$$r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}; h = \frac{150}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}\right)^2} \approx 6,58.$$

Vậy chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất xấp xỉ 6,58 m.

Đáp án: 6,58 ..... □

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. C   2. A   3. C   4. A   5. B   6. C   7. A   8. C   9. A   10. A   11. A   12. A

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">a</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">b</span> Đ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">c</span> Đ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">d</span> S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">a</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">b</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">c</span> Đ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">d</span> Đ |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">a</span> Đ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">b</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">c</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">d</span> Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">a</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">b</span> Đ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">c</span> S <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">d</span> Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>                                                                                                                                                                                                                                      | <b>⚡ Câu 18.</b>                                                                                                                                                                                                                                      | <b>⚡ Câu 19.</b>                                                                                                                                                                            | <b>⚡ Câu 20.</b>                                                                                                                                                                            | <b>⚡ Câu 21.</b>                                                                                                                                                                                                                                        | <b>⚡ Câu 22.</b>                                                                                                                                                                            |
| <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span> , <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">9</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span> , <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span> , <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</span> |



**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 17**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Phương trình  $\sin x = 1$  có nghiệm là

- A**  $x = k2\pi$ .      **B**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ .      **C**  $x = k\pi$ .      **D**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

**💬 Lời giải.**

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- A**  $y = -2$ .      **B**  $y = 1$ .      **C**  $x = -1$ .      **D**  $x = 2$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1.$$

Suy ra  $y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 3$ . Tính  $u_3$  của cấp số cộng đã cho.

- A** 6.      **B** 7.      **C** 9.      **D** 27.

**💬 Lời giải.**

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot 3^2 = 27.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Hàm số  $y = 5^x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  bằng

- A**  $5^x \cdot \ln 5$ .      **B**  $x \cdot 5^{x-1}$ .      **C**  $\frac{1}{x \cdot \ln 5}$ .      **D**  $\frac{1}{5^x}$ .

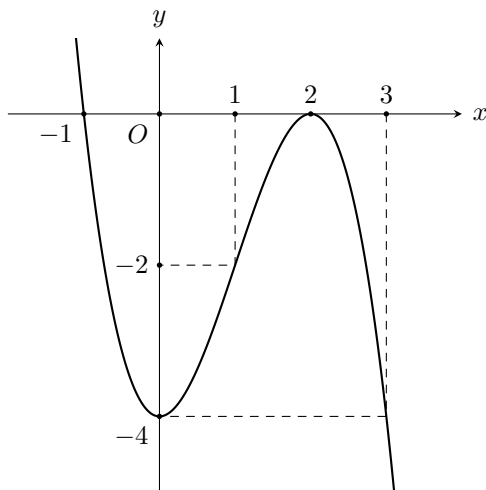
**💬 Lời giải.**

$$(5^x)' = 5^x \ln 5.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?





**A**  $(-1; 1)$ .

**B**  $(-\infty; -1)$ .

**C**  $(2; +\infty)$ .

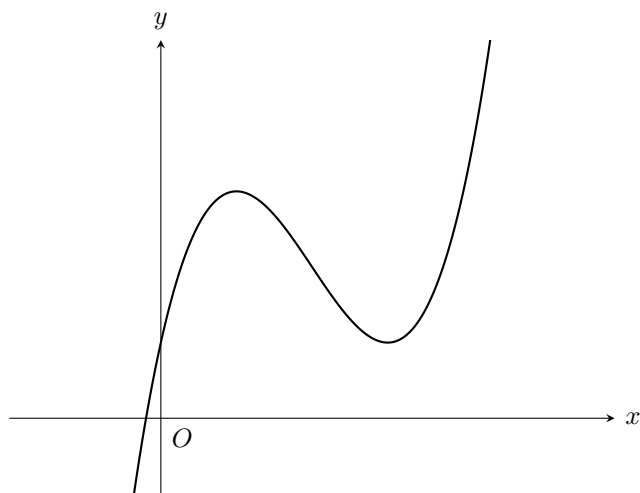
**D**  $(0; 1)$ .

**Lời giải.**

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**Câu 6.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



**A**  $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$ .

**B**  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

**C**  $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$ .

**D**  $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$ .

**Lời giải.**

Dựa vào dạng đồ thị ta có  $a > 0$

$$y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y(1) = 1 \quad (\text{loại});$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y(1) = -1 \quad (\text{loại}).$$

Xét hàm số  $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$  có

$$y' = \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 3 \Rightarrow y = 1. \end{cases}$$

Vậy đồ thị là của hàm số  $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + \cos x$  là

- A**  $\frac{x^5}{5} + \sin x + C$ . **B**  $\frac{x^5}{5} - \sin x + C$ . **C**  $4x^3 - \sin x + C$ . **D**  $4x^3 + \sin x + C$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int (x^4 + \cos x) dx = \frac{x^5}{5} + \sin x + C$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 8$ . Tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .

- A**  $R = 2\sqrt{2}$ . **B**  $R = 64$ . **C**  $R = 8$ . **D**  $R = 4$ .

**💬 Lời giải.**

Phương trình mặt cầu tổng quát

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \Rightarrow R^2 = 8 \Rightarrow R = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 3)$  và  $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$ . Tính tọa độ vectơ  $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$ .

- A**  $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ . **B**  $\vec{u} = (-1; -2; 3)$ . **C**  $\vec{u} = (-1; 6; 3)$ . **D**  $\vec{u} = (-1; 2; 7)$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có

$$\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (2; 0; -4) \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} = (-1; 2; 7).$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

|                    |          |          |          |          |          |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Đường kính<br>(cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
| Tần số             | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A** 25. **B** 30. **C** 6. **D** 69,8.

**💬 Lời giải.**

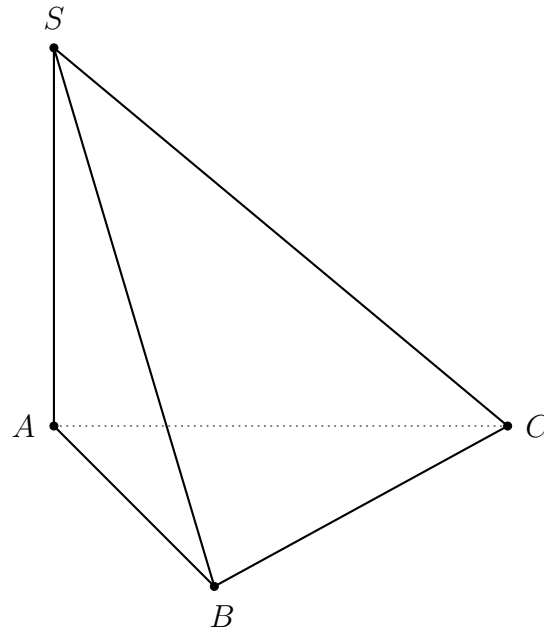
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $65 - 40 = 25$  (cm).

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A**  $\frac{a}{4}$ . **B**  $\frac{a^3}{2}$ . **C**  $\frac{a^3}{4}$ . **D**  $\frac{3a^3}{4}$ .

**💬 Lời giải.**



Ta có  $SA$  là đường cao hình chóp tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  nên

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích cần tìm là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A**  $\vec{n} = (2; 3; 2)$ .      **B**  $\vec{n} = (2; 3; 0)$ .      **C**  $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .      **D**  $\vec{n} = (2; 0; 3)$ .

**💬 Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao  $h$  của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm  $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$  trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây và  $h$  là độ cao tính bằng kilomet.

- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 km.
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm  $t \approx 25$  s.
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 km/s.
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 km.

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Ta có  $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ .

Suy ra

$$h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 55 \notin (0; 50) \\ t = 18 \in (0; 50). \end{cases}$$

Từ đó ta lập được bảng biến thiên sau

|         |     |       |     |
|---------|-----|-------|-----|
| $t$     | 0   | 18    | 50  |
| $h'(t)$ |     | - 0 + |     |
| $h(t)$  | 250 | 8,08  | 250 |

b) **S** Sai.

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm  $t \approx 18$  giây.

c) **D** Đúng.

Ta có  $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ .

Suy ra  $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ .

Do đó

$$a(t) = v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t \approx 37.$$

|         |     |       |    |
|---------|-----|-------|----|
| $t$     | 0   | 37    | 50 |
| $v'(t)$ |     | + 0 - |    |
| $v(t)$  | -30 | 10,33 | 5  |

Vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 km/s.

d) **D** Đúng.

Tại thời điểm  $t = 37$ , ta thấy  $h(37) = 139,37$  km.

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v(t) = 7t$  m/s. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -35$  (m/s<sup>2</sup>).

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.

c) Quãng đường ô tô đi được trong 5(s) đầu là 87,5 (mét).

d) Quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 104 (mét).

**Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) **S** Sai.

Tại thời điểm  $t = 5$  giây, vận tốc của xe là

$$v(5) = 7 \cdot 5 = 35 \text{ m/s.}$$

Do đó, thời từ lúc thắng xe đến khi xe dừng lại là

$$\Delta t = \frac{v_{\text{sau}} - v_{\text{đầu}}}{a} = \frac{0 - 35}{-35} = 1 \text{ s.}$$

c) **D** Đúng.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 s đầu là  $s_1 = \int_0^5 7t dt = \left( 7 \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^5 = 87,5$  mét.

d) **S** Sai.

Chọn lại gốc thời gian là lúc tài xế bắt đầu đạp thắng thì phương trình vận tốc của xe là

$$v(t) = 35 - 35t.$$

Do đó, quãng đường xe đi được trong giai đoạn thắng xe là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left( 35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5 \text{ m.}$$

Như vậy, tổng quãng đường xe đã đi được là

$$s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105 \text{ m.}$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $S(0; 0; 3,5)$ ;  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(4; 0; 0)$ ,  $D(0; 10; 0)$ .

a) Tọa độ điểm  $C(4; 10; 0)$ .

b) Phương trình mặt phẳng  $(SBD)$  là  $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = -1$ .

c) Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{SC}$  là  $(4; 10; -3,5)$ .

d) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là  $20^\circ$ .

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Vì  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  nên  $C(4; 10; 0)$ .

b) **S** Sai.

Phương trình mặt phẳng  $(SBD)$  đi qua ba điểm  $S(0; 0; 3,5)$ ,  $B(4; 0; 0)$  và  $D(0; 10; 0)$  là

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1.$$

c) **D** Đúng.

Ta có  $\overrightarrow{SC} = (4; 10; -3,5)$ .

d) **S** Sai.

Vì phương trình mặt phẳng  $(SBD)$  là

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1 \Leftrightarrow 35x + 14y + 40z - 140 = 0.$$

Suy ra  $\vec{n} = (35; 14; 40)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(SBD)$ .  
 Khi đó

$$\sin(SC, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|4 \cdot 35 + 10 \cdot 14 + (-3,5) \cdot 40|}{\sqrt{4^2 + 10^2 + (-3,5)^2} \cdot \sqrt{35^2 + 14^2 + 40^2}} = \frac{280\sqrt{53}}{9063}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là khoảng  $13^\circ$ .

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

- a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.
- b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường, là 0,7.
- c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là 0,75.
- d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.

**💬 Lời giải.**

Xét các biến cố

- ☑ A: “Chọn được người bị bệnh tiểu đường.”
- ☑ B: “Chọn được người bị bệnh huyết áp cao.”

Khi đó

$$\begin{aligned} P(A) &= 0,4 \\ P(\bar{A}) &= 0,6 \\ P(B | A) &= 0,7 \\ P(B | \bar{A}) &= 0,25 \end{aligned}$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,25 = 0,43.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$  và hai điểm  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(2; -6; -2)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  thuộc  $(S)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$  có giá trị nhỏ nhất. Tổng  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**💬 Lời giải.**

Ta thấy

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \frac{3}{2}.$$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 1)$ , bán kính  $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Vì  $IA = \sqrt{2} > R$  và  $IB = \sqrt{82} > R$  nên hai điểm  $A, B$  nằm ngoài mặt cầu  $(S)$ .



Gọi  $K$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  thì  $K(1; -2; -1)$  và  $K$  nằm ngoài mặt cầu  $(S)$ .

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} &= (\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA}) \cdot (\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB}) \\ &= MK^2 + \overrightarrow{MK} \cdot (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB}) + \overrightarrow{KA} \cdot \overrightarrow{KB} \\ &= MK^2 - KA^2.\end{aligned}$$

Suy ra  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$  nhỏ nhất khi  $MK^2$  nhỏ nhất, tức là  $MK$  nhỏ nhất.

Đánh giá

$$IM + MK \geq IK \Rightarrow R + MK \geq IK \Rightarrow MK \geq IK - R.$$

Suy ra  $MK$  nhỏ nhất bằng  $IK - R$ , xảy ra khi  $I, M, K$  thẳng hàng và  $M$  nằm giữa hai điểm  $I, K$ . Như vậy  $M$  là giao điểm của đoạn thẳng  $IK$  và mặt cầu  $(S)$ .

Ta có  $\overrightarrow{IK} = (2; -4; -2)$ ,  $IK = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6} = 4R = 4IM$ .

Suy ra

$$\overrightarrow{IK} = 4\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 4(a+1) \\ -4 = 4(b-2) \\ -2 = 4(c-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy  $a + b + c = 1$ .

Đáp án: 1 ..... □

**⚡ Câu 18.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh 1,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 0 , 3 2

**💬 Lời giải.**

Do  $M$  là trung điểm  $SC$  nên

$$d(M; (SBD)) = \frac{1}{2}d(C; (SBD)) = \frac{1}{2}d(A; (SBD)).$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $(SBD)$ . Suy ra

$$d(A; (SBD)) = AH.$$

Lại có  $AS, AB, AD$  đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{5}{2 \cdot 1^2}.$$

Suy ra

$$AH = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d(M; (SBD)) = \frac{\sqrt{10}}{10} = 0,32.$$

Đáp án: 0,32 ..... □

**⚡ Câu 19.** Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1 500 000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu ngàn đồng?

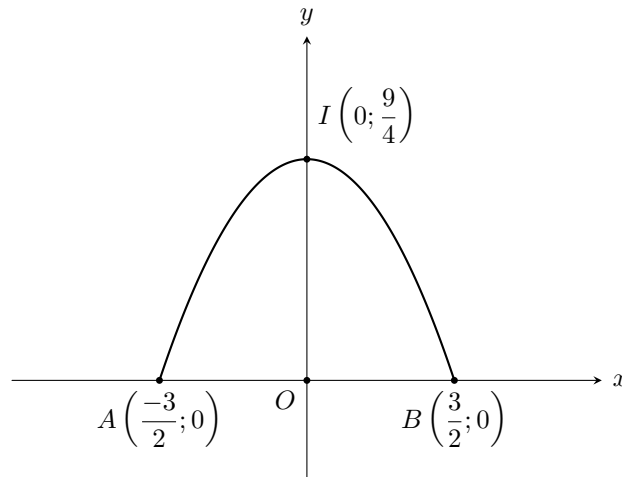
Đáp án: 6 7 5 0

**💬 Lời giải.**

Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$ .

Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$  (như hình vẽ).





Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c & (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 & (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 & (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0. \end{cases}$$

Do đó  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là

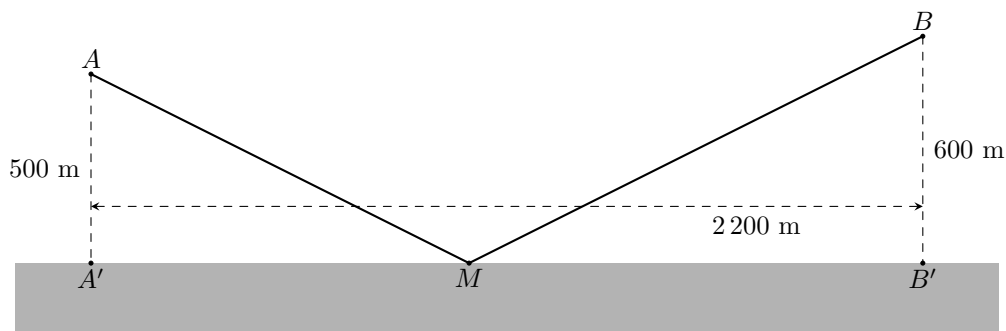
$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left( \frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là

$$\frac{9}{2} \cdot 1\,500\,000 = 6\,750\,000 \text{ đồng.}$$

Đáp án: **6 750** .....

**⚡ Câu 20.** Có hai xã  $A, B$  cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 550 \text{ m}$ ,  $BB' = 600 \text{ m}$ . Người ta đo được  $A'B' = 2200 \text{ m}$ . như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí  $M$  của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Đặt  $A'M = x$  ( $0 < x < 2200$ ),  $B'M = 2200 - x$ .

Ta có  $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$ ,  $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ .

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là

$$AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}.$$

Xét hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$  trên khoảng  $(0; 2200)$ .

Đạo hàm

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000.$$

Bảng biến thiên

|         |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|
| $x$     | 0     | 1 000 | 2 200 |
| $f'(x)$ |       | - 0 + |       |
| $f(x)$  | 2 780 | 2 460 | 2 856 |

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí  $M$  cách điểm  $A'$  là 1000 m.

Đáp án: **1 000** □

**⚡ Câu 21.** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 30 ghế, hàng thứ hai có 31 ghế, hàng thứ ba có 32 ghế,... Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng ngay trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 63200000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: nghìn đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

Đáp án: **8 0** □

**Lời giải.**

Số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 30$ , công sai  $d = 1$ . Cấp số cộng này có 20 số hạng.

Do đó, tổng số ghế trong nhà thi đấu là:

$$S_{20} = \frac{[2 \cdot 30 + (20 - 1) \cdot 1] \cdot 20}{2} = 790 \text{ (ghế)}.$$

Vì số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu nên có 790 vé được bán ra.

Vậy giá tiền của một vé là  $63\,200\,000 : 790 = 80\,000$  đồng.

Đáp án: **80** □

**⚡ Câu 22.** Ông Năm gửi tiết kiệm số tiền 10 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất 5%/năm theo hình thức lãi kép. Hỏi sau 10 năm thì ông Năm nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu triệu đồng?

Đáp án: **1 6 , 3** □

**Lời giải.**

Xây dựng công thức tổng quát.

Ông Năm gửi tiết kiệm  $A$  triệu đồng theo hình thức lãi kép  $r\%$ .

Số tiền ông Năm nhận được

- ☑ Sau 1 năm ( $k = 1$ ):  $T_1 = A + A \cdot r = A(1 + r)$ .
- ☑ Sau 2 năm ( $k = 2$ ):  $T_2 = A(1 + r) + A(1 + r)r = A(1 + r)^2$ .
- ☑ ...
- ☑ Sau  $n$  năm ( $k = n$ ):  $T_n = A(1 + r)^{n-1} + A(1 + r)^{n-1} \cdot r = A(1 + r)^n$ .

Vậy số tiền cả gốc lẫn lãi ông Năm nhận được sau 10 năm là

$$T_{10} = A(1 + r)^n = 10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} \approx 16,3 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp án: **16,3** .....

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D   2. B   3. D   4. A   5. D   6. D   7. A   8. A   9. D   10. A   11. C   12. C

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> a Đ b S c Đ d Đ | <b>⚡ Câu 14.</b> a Đ b S c Đ d S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> a Đ b S c Đ d S | <b>⚡ Câu 16.</b> a Đ b Đ c S d S |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">1</span> <span style="width: 20px; text-align: center;"></span> <span style="width: 20px; text-align: center;"></span> <span style="width: 20px; text-align: center;"></span> </div> | <b>⚡ Câu 18.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">,</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">3</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">2</span> </div> | <b>⚡ Câu 19.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">6</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">7</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">5</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> </div> | <b>⚡ Câu 20.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">1</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> </div> | <b>⚡ Câu 21.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">8</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">0</span> <span style="width: 20px; text-align: center;"></span> <span style="width: 20px; text-align: center;"></span> </div> | <b>⚡ Câu 22.</b><br><div style="border: 1px solid black; display: flex; padding: 2px;"> <span style="width: 20px; text-align: center;">1</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">6</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">,</span> <span style="width: 20px; text-align: center;">3</span> </div> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

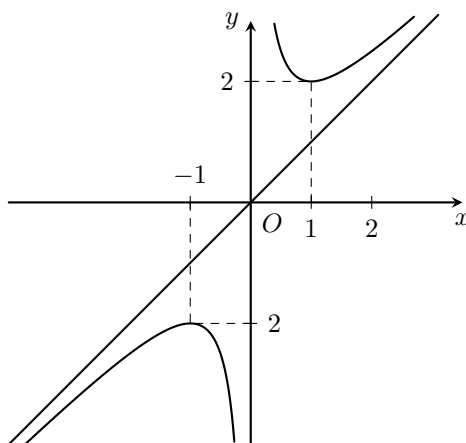
Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 18**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A** (0; 1).

**B** (1; 2).

**C** (-1; 0).

**D** (-1; 1).

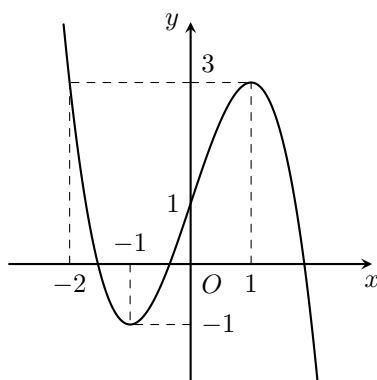
**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (1; 2).

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới.



Toạ độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A** (-1; 0).

**B** (0; 1).

**C** (-1; 1).

**D** (1; -3).

**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, tâm đối xứng của đồ thị hàm số chính là điểm uốn của đồ thị có tọa độ (0; 1).

Chọn đáp án (B) ..... □

**⚡ Câu 3.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 15^x$  ?

- (A)  $F_1(x) = 15^x$ . (B)  $F_2(x) = 15^x \ln 15$ . (C)  $F_3(x) = \frac{15^x}{\log 15}$ . (D)  $F_4(x) = \frac{15^x}{\ln 15}$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Vì } \left( \frac{15^x}{\ln 15} \right)' = \frac{1}{\ln 15} \cdot 15^x \cdot \ln 15 = 15^x.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

**⚡ Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$ ,  $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$ . Vectơ  $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$  có tọa độ là

- (A)  $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$ . (B)  $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$ .  
(C)  $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$ . (D)  $(x_1 - x_2; y_1 + y_2; z_1 - z_2)$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2).$$

Chọn đáp án (B) ..... □

**⚡ Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- (A)  $\vec{n}_1 = (2; -1)$ . (B)  $\vec{n}_2 = (2; -1; -3)$ . (C)  $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$ . (D)  $\vec{n}_4 = (-2; 1; 3)$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } (P): 2x - y - 3 = 0 \text{ có một vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_3 = (2; -1; 0).$$

Chọn đáp án (C) ..... □

**⚡ Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2; 1; -3)$  và bán kính 9 có phương trình là

- (A)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 81$ . (B)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 81$ .  
(C)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 9$ . (D)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Phương trình mặt cầu tâm } I(a; b; c) \text{ bán kính } R \text{ là } (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu tâm } I(2; 1; -3) \text{ bán kính } R = 9 \text{ là } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 81.$$

Chọn đáp án (A) ..... □

**⚡ Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$  là

- (A)  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . (B)  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
(C)  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . (D)  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**💬 Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

**⚡ Câu 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở bảng bên dưới.

| Nhóm             | Giá trị đại diện | Tần số |
|------------------|------------------|--------|
| $[a_1; a_2)$     | $x_1$            | $n_1$  |
| $[a_2; a_3)$     | $x_2$            | $n_2$  |
| ...              | ...              | ...    |
| $[a_m; a_{m+1})$ | $x_m$            | $n_m$  |
|                  |                  | $n$    |

Gọi  $\bar{x}$  là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

- A**  $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$ .
- B**  $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$ .
- C**  $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$ .
- D**  $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$ .

**Lời giải.**

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 9.** Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 16$  cm, bậc thứ nhất có độ cao  $u_1 = 16$  cm. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

- A** 21 cm. **B** 80 cm. **C** 96 cm. **D** 64 cm.

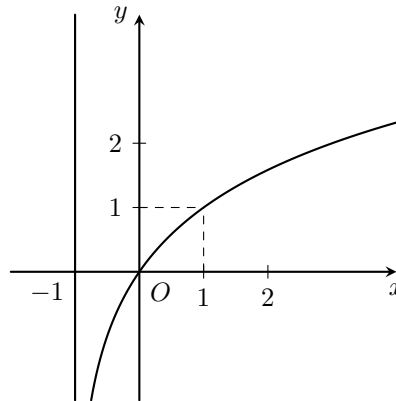
**Lời giải.**

Ta có  $\begin{cases} u_1 = 16 \\ d = 16. \end{cases}$

Bậc thứ 5 có độ cao so với mặt sàn tầng 1 là  $u_5 = u_1 + 4d = 16 + 16 \cdot 4 = 80$  cm.

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 10.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới?



- A**  $y = \log_3 x$ . **B**  $y = \log_2 x + 1$ . **C**  $y = \log_2(x + 1)$ . **D**  $y = \log_3(x + 1)$ .

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0; 0)$  nên loại A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(1; 1)$  nên loại D.

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới.

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 3         | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           | +         |
| $y$  | 1         | $+\infty$ | 1         |

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A**  $x = 1, y = 1.$       **B**  $x = 1, y = 3.$       **C**  $x = 3, y = 3.$       **D**  $x = 3, y = 1.$

**Lời giải.**

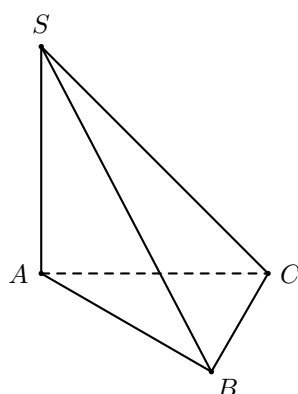
Dựa vào định nghĩa tiệm cận đứng và tiệm cận ngang và BBT, ta có  $x = 3, y = 1.$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng  $\frac{a^3}{4}$ . Tính cạnh bên  $SA$ .

- A**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$       **B**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$       **C**  $a\sqrt{3}.$       **D**  $2a\sqrt{3}.$

**Lời giải.**



$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

|      |           |      |               |           |     |
|------|-----------|------|---------------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$           | $0$       | $-$ |
| $y$  | 2         |      | 6             |           | 2   |

Chọn khẳng định đúng hoặc sai trong các khẳng định sau:

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trong khoảng  $(-2; +\infty)$  là 6.  
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trong khoảng  $(-\infty; -2)$  là 1.  
 c) Hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .  
 d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trong khoảng  $(\frac{1}{2}; +\infty)$  là 2.

**Lời giải.**

a) **Đ** Đúng.

Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trong khoảng  $(-2; +\infty)$  là 6.

b) **S** Sai.

Trong khoảng  $(-\infty; -2)$  hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

c) **Đ** Đúng.

Trong khoảng  $(-2; +\infty)$  hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

d) **S** Sai.

Trong khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$  không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0; 0; 0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500; -250; 150)$ ,  $B(-200; -200; 100)$  với vận tốc và hướng không đổi.

a) Vectơ chỉ phương của phương trình chuyển động của máy bay hướng về đài kiểm soát không lưu là  $\vec{u} = (6; 1; -1)$ .

b) Phương trình chuyển động của máy bay khi bay về đài kiểm soát không lưu là  $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$ .

c) Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là  $(a; b; c)$ . Giá trị của biểu thức  $-3a - b - c$  là 3152.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát có giá trị gần 1300 km.

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng.

Vectơ  $\vec{AB} = (300; 50; -50)$  nên  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

b) **Đ** Đúng.

Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$ .

c) **S** Sai.

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên đường thẳng  $AB$  thì  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó  $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$ .

Ta có  $\vec{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 500) \cdot 6 + t - 150 + (-t + 150) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{775}{9}$ .

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là  $\left(-\frac{3050}{3}; -\frac{3025}{9}; \frac{2125}{9}\right)$ .

Vậy  $-3a - b - c = 3150$ .

d) **S** Sai.

Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát là  $OH \approx 1097$  km.

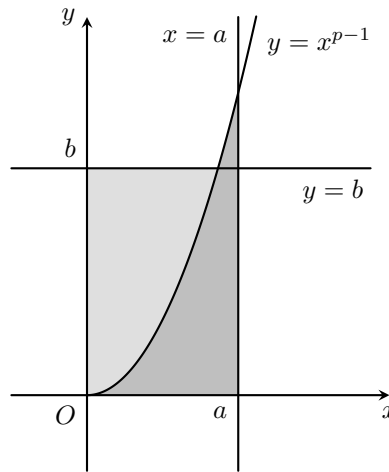
Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Cho các số  $p, q$  thỏa mãn các điều kiện:  $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  và các số dương  $a, b$ . Xét hàm số  $y = x^{p-1}$  ( $x > 0$ ) có đồ thị là  $(C)$ . Gọi  $(S_1)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành, đường thẳng  $x = a$ . Gọi  $(S_2)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục tung, đường thẳng  $y = b$ . Gọi  $(S)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng  $x = a, y = b$ .





a) Hình phẳng chữ nhật giới hạn bởi đường  $y = x^{p-1}$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $y = b$ .

b) Giá trị của  $S_1 = \frac{a^{p+1}}{p+1}$ .

c) Giá trị của  $S_2 = \frac{b^q}{q}$ .

d) Khi so sánh  $S_1 + S_2$  và  $S$  ta nhận được  $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Hình phẳng chữ nhật giới hạn bởi đường  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $y = b$ .

b) **S** Sai.

$$S_1 = \int_0^a (x^{p-1}) dx = \left( \frac{x^p}{p} \right) \Big|_0^a = \frac{a^p}{p};$$

c) **D** Đúng.

$$S_2 = \int_0^b \left( y^{\frac{1}{p-1}} \right) dy = \left( \frac{y^{\frac{1}{p-1}+1}}{\frac{1}{p-1}+1} \right) \Big|_0^b = \left( \frac{y^q}{q} \right) \Big|_0^b = \frac{b^q}{q}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{p-1} + 1 = \frac{p}{p-1} = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{q}} = q.$$

$$\text{Vậy } \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab.$$

d) **S** Sai.

Ta có  $S \leq S_1 + S_2$ .

Chọn đáp án 

|       |       |        |       |
|-------|-------|--------|-------|
| a sai | b sai | c đúng | d sai |
|-------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- ☒ Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- ☒ Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- ☒ Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.



- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.  
 c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,66.  
 d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,4.

**Lời giải.**

Xét các biến cố: A: “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

B: “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”.

Khi đó  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,4$ ;  $P(B | A) = 0,8$ .

Suy ra xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

a) **D** Đúng.

b) **D** Đúng.

c) **S** Sai.

d) **S** Sai.

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

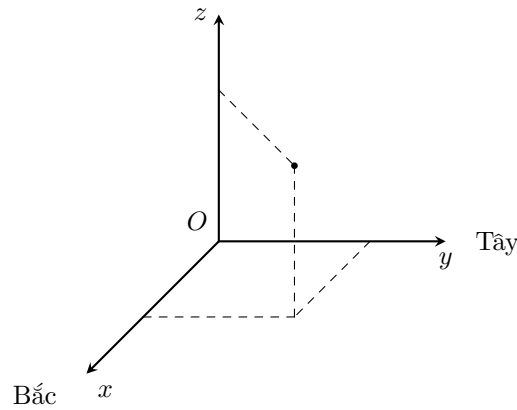
**Câu 17.** Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau 2 giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100(km) và về phía Nam 80(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70(km) và về phía Tây 60(km), đồng thời cách mặt đất 0,8(km). Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai sau 2 giờ bay(làm tròn đến hàng đơn vị). Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 2 | 0 |
|---|---|---|



**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng  $Oxy$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo ki-lô-mét (xem hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ  $(-100; -80; 1)$ .

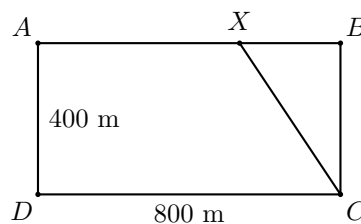
Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ  $(70; 60; 0,8)$ .

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(-100 - 70)^2 + (-80 - 60)^2 + (1 - 0,8)^2} \approx 220 \text{ (km)}.$$

Đáp án: 220 ..... □

**⚡ Câu 18.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m.



Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C. Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Đáp án: 7 1 8  

**💬 Lời giải.**

Đặt  $BX = x$  (km), ta có  $AX = 0,8 - x$  (km);

$$XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} \text{ (km)}.$$

$$\text{Xét hàm số: } T(x) = \frac{0,8 - x}{30} + \frac{\sqrt{0,16 + x^2}}{6} = \frac{1}{30} (0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2}) \quad (0 \leq x < 0,8).$$

$$\text{Ta có } T'(x) = \frac{1}{30} \left( -1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16 + x^2}} \right), \quad T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}.$$

$$\text{Bình phương hai vế phương trình ta được } 0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}.$$

$$\text{Vì } 0 < x < 0,8 \text{ nên } x = \frac{\sqrt{6}}{30}.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  là

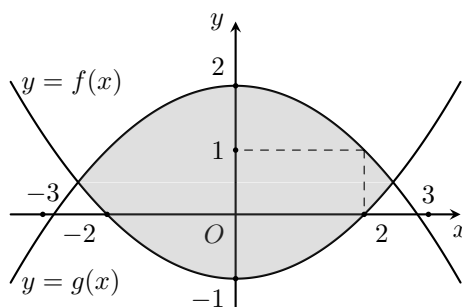


|         |                |                                     |                       |
|---------|----------------|-------------------------------------|-----------------------|
| $x$     | 0              | $\frac{\sqrt{6}}{30}$               | 0,8                   |
| $T'(x)$ | –              | 0                                   | +                     |
| $T(x)$  | $\frac{7}{75}$ | $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ | $\frac{\sqrt{5}}{15}$ |

Vậy  $T(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$  khi  $AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718$  (km) = 718 (m).

Đáp án: **718** .....

**⚡ Câu 19.** Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như hình bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét).



Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười). **Đáp án:** 9 , 8 0

**💬 Lời giải.**

Gọi parabol  $y = f(x)$  có dạng  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Parabol  $y = f(x)$  nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên ta có  $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$ .

Lại có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(0; -1)$  và điểm  $(2; 0)$  nên  $a = \frac{1}{4}$  và  $c = -1$ .

Vậy parabol  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$ .

Tương tự, ta cũng có parabol  $y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là

$$\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6} \text{ hoặc } x = -\sqrt{6}.$$

Khi đó, diện tích của logo là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[ \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx \\ &= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left( 3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left( 3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 \text{ (dm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Đáp án: **9,8** .....

**⚡ Câu 20.** Một doanh nghiệp hỗ trợ cho bốn người dân bị thất nghiệp ở một khu phố là 5 triệu đồng/người với điều kiện như sau:

- ☑ Người thất nghiệp của khu phố làm việc tạp vụ cho doanh nghiệp trong nhiều ngày liên tiếp.
- ☑ Sau ngày đầu tiên, doanh nghiệp cho 110 nghìn đồng/người.
- ☑ Bắt đầu từ ngày thứ hai, mỗi ngày tăng thêm 20 nghìn đồng/người so với ngày hôm trước.

Mỗi người thất nghiệp phải làm cho doanh nghiệp đó ít nhất bao nhiêu ngày để có được hơn 5 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 8 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Gọi  $u_n$  (ngàn đồng) là số tiền mà mỗi người lao động có được sau ngày đi làm thứ  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), có  $u_1 = 110$  và  $u_{n+1} = u_n + 20$  với  $n$  là số nguyên dương nên tổng số tiền mà mỗi người lao động có được sau  $n$  ngày đi làm là

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} = \frac{[110 + 110 + (n-1) \cdot 20] \cdot n}{2} = 10(n^2 + 10n).$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S_n > 5000 &\Leftrightarrow 10(n^2 + 10n) > 5000 \\ &\Leftrightarrow n^2 + 10n - 500 > 0 \\ &\Leftrightarrow n > -5 + 5\sqrt{21} \approx 17,9. \end{aligned}$$

Vì  $n \in \mathbb{N}^*$  nên mỗi lao động phải làm cho công ty ít nhất 18 ngày để có được nhiều hơn 5 triệu đồng.

Đáp án: 

|    |
|----|
| 18 |
|----|

 □

**⚡ Câu 21.** Trong điều kiện nuôi cấy thích hợp, cứ 20 phút vi khuẩn E.Coli lại phân đôi một lần. Giả sử lúc đầu có 5 vi khuẩn và sau  $n$  phút ( $n \in \mathbb{N}$ ) có hơn 2.000 vi khuẩn. Giá trị nhỏ nhất của  $n$  là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 7 | 3 |  |
|---|---|---|--|

**💬 Lời giải.**

Sau  $n$  phút thì số vi khuẩn E. Coli là  $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}}$ .

Theo giả thiết,  $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}} > 2000 \Rightarrow n > 40 \log_2 20 \approx 172,88$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $n$  là 173.

Đáp án: 

|     |
|-----|
| 173 |
|-----|

 □

**⚡ Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu đi qua điểm  $A(1; -1; 4)$  và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính  $P = a - b + c$ .

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 9 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**💬 Lời giải.**

Vì mặt cầu tâm  $I$  tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên

$$d(I, (Oyz)) = d(I, (Ozx)) = d(I, (Oxy)) \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = c \\ a = -b = -c. \end{cases}$$

Nhận thấy chỉ có trường hợp  $a = -b = c$  thì phương trình  $AI = d(I, (Oxy))$  có nghiệm, các trường hợp còn lại vô nghiệm.

Thật vậy, với  $a = -b = c$  thì  $I(a; -a; a)$

$$AI = d(I, (Oxy)) \Leftrightarrow (a-1)^2 + (a-1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3.$$

Khi đó  $P = a - b + c = 9$ .

Đáp án: 

|   |
|---|
| 9 |
|---|

 □



## BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. B 2. B 3. D 4. B 5. C 6. A 7. D 8. C 9. B 10. C 11. D 12. C

## BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- ⚡ Câu 13. a Đ b S c Đ d S ⚡ Câu 14. a Đ b Đ c S d S  
⚡ Câu 15. a S b S c Đ d S ⚡ Câu 16. a Đ b Đ c S d S

## BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- ⚡ Câu 17. 2 2 0 ⚡ Câu 18. 7 1 8 ⚡ Câu 19. 9 , 8 ⚡ Câu 20. 1 8 ⚡ Câu 21. 1 7 3 ⚡ Câu 22. 9

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**

**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 19**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ . **B** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
**C** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ . **D** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ .

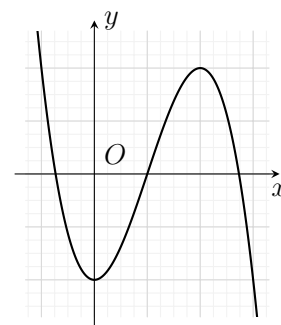
Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.**

Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A**  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . **B**  $y = -x^3 + 3x + 2$ .  
**C**  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ . **D**  $y = x^3 - 3x + 2$ .



**💬 Lời giải.**

Do  $a < 0$  nên loại phương án  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  và  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên  $d < 0$  nên loại phương án  $y = -x^3 + 3x + 2$ .  
 Vậy chỉ có hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$  thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- A**  $x^3 + C$ . **B**  $\frac{x^3}{3} + x + C$ . **C**  $6x + C$ . **D**  $x^3 + x + C$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 3; -2)$  và  $\vec{v} = (2; 1; -1)$ . Toạ độ vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là

- A**  $(3; 4; -3)$ . **B**  $(-1; 2; -3)$ . **C**  $(-1; 2; -1)$ . **D**  $(1; -2; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng đi qua điểm  $A(3; 0; -1)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -2; -3)$  là

- A**  $4x - 2y + 3z - 9 = 0.$  **B**  $4x - 2y - 3z - 15 = 0.$   
**C**  $3x - z - 15 = 0.$  **D**  $4x - 2y - 3z + 15 = 0.$

**💬 Lời giải.**

Mặt phẳng đi qua điểm  $A(3; 0; -1)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -2; -3)$  là

$$4(x - 3) - 2y - 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A(2; 1; 0)$ , đi qua điểm  $B(0; 1; 2)$ ?

- A**  $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 8.$  **B**  $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8.$   
**C**  $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64.$  **D**  $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64.$

**💬 Lời giải.**

Vì mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A(2; 1; 0)$  và nhận độ dài đoạn thẳng  $AB$  là bán kính.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; 2)$ . Suy ra  $R = |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}$ .

Vậy  $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Phương trình lượng giác  $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$  có nghiệm là

- A**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$  **B**  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$  **C**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$  **D**  $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

**💬 Lời giải.**

Phương trình tương đương với  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

| Khối lượng (gam) | [80; 82) | [82; 84) | [84; 86) | [86; 88) | [88; 90) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số quả           | 17       | 20       | 25       | 16       | 12       |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A** 10 gam. **B** 12 gam. **C** 2 gam. **D** 20 gam.

**💬 Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $90 - 80 = 10$  gam.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A** 1; -2; -4; -6; -8. **B** 1; -3; -6; -9; -12. **C** 1; -3; -7; -11; -15. **D** 1; -3; -5; -7; -9.

**💬 Lời giải.**

Ta thấy dãy số: 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4.

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số  $y = \log [(6 - x)(x + 2)]$ ?

- A** 7. **B** 8. **C** Vô số. **D** 9.



**Lời giải.**

Điều kiện:  $(6 - x)(x + 2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ .

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số  $y = \log [(6 - x)(x + 2)]$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 11.** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$  là

**A** 0.

**B** 1.

**C** 2.

**D** 3.

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$  nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang  $y = 5$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} y = 3$  nên  $x = 1$  không là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$  nên  $x = -1$  là tiệm cận đứng.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$

**A**  $\frac{2a^3}{3}$ .

**B**  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**C**  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

**D**  $\sqrt{2}a^3$ .

**Lời giải.**

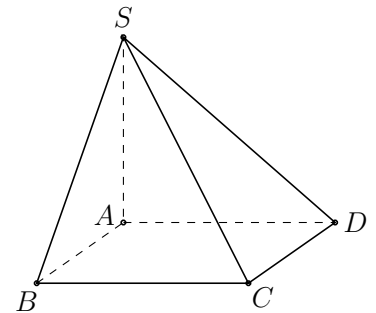
Do  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  nên  $S_{ABCD} = a^2$ .

Ta có  $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = \angle CSB = 30^\circ$ .

Xét tam giác  $\triangle SAC$ ,  $SB = BC \cot 30^\circ = BC\sqrt{3} = a\sqrt{3}$ .

Suy ra  $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$ .

Vậy  $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$  (đvtt).



Chọn đáp án **B** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.**

Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ bên.

Xét hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2025$ . Các mệnh đề sau

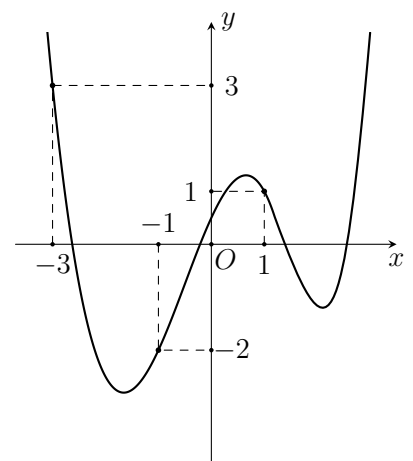
đúng hay sai?

a) Hàm số  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm trên đoạn  $[-3; 1]$ .

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 1]$  là  $m > f(0)$ .

c)  $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$ .

d)  $\max_{[-3; 1]} g(x) = \max \{g(-3); g(1)\}$ .



**Lời giải.**

a) **D** Đúng.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt trên đoạn  $[-3; 1]$ . Do đó phương trình  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm trên đoạn  $[-3; 1]$ .

b) **S** Sai. Trên đoạn  $[-3; 1]$ ,

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \in (-1; 0). \end{cases}$$

|         |         |          |          |        |
|---------|---------|----------|----------|--------|
| $x$     | $-3$    | $x_1$    | $x_2$    | $1$    |
| $f'(x)$ | $+$     | $0$      | $-$      | $0$    |
| $f(x)$  | $f(-3)$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $f(1)$ |

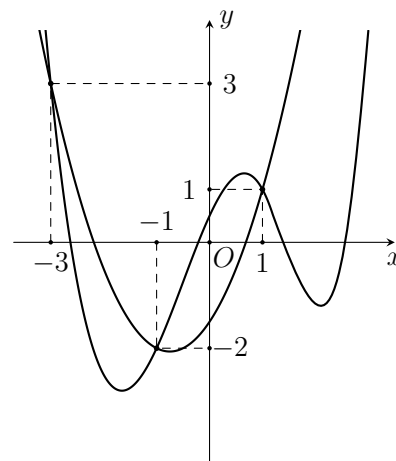
Suy ra  $\min_{[-3;1]} f(x) = \min\{f(-3); f(x_2)\} \leq f(x_2) < f(0)$ .

c) **D** Đúng.

Ta có  $g'(x) = f'(x) - \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) = f'(x) - h(x)$ .

Ta vẽ đồ thị hàm số  $h(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$  và  $y = f'(x)$  trên cùng một hệ trục. Từ đồ thị, ta có

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| $x$     | $-3$    | $-1$    | $1$    |
| $g'(x)$ | $-$     | $0$     | $+$    |
| $g(x)$  | $g(-3)$ | $g(-1)$ | $g(1)$ |



Từ bảng biến thiên, suy ra:  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$  và  $\max_{[-3;1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$ .

d) **D** Đúng.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng

**Câu 14.** Cho hai hàm số  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$  khi đó

a)  $\int_0^4 g(x) dx = \frac{16}{5}$ .

b)  $\int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2 \ln x + C$ .

c)  $\int [f(x) + g(x)] dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{2}{3}\sqrt{x} + C$ .

d) Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và trục hoành. Diện tích của  $(H)$  là  $\frac{10}{3}$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai. Vì  $\int_0^4 g(x) dx = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{16}{3}$ .

b) **S** Sai. Vì

$$\int \frac{f(x)}{x} dx = \int \left(1 - \frac{2}{x}\right) dx = x - 2 \ln |x| + C.$$

c) **S** Sai. Vì

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int [x - 2 + \sqrt{x}] dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{2}{3}\sqrt{x}^3 + C.$$

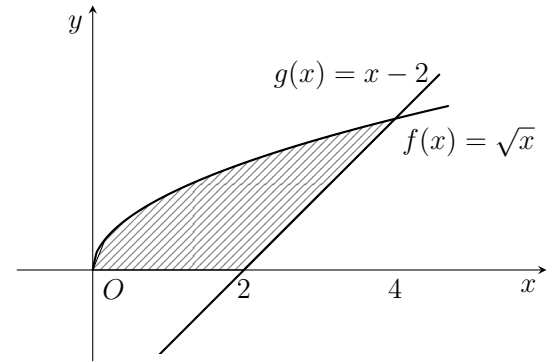
d) **D** Đúng.

Xét các hình phẳng

$$(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 4 \end{cases} \quad \text{và} \quad (H_2): \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2, x = 4 \end{cases}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} S(H) &= S(H_1) - S(H_2) \\ &= \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x - 2) dx \\ &= \left. \frac{2}{3}x\sqrt{x} \right|_0^4 - \left. \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_2^4 \\ &= \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án 

|       |       |       |        |
|-------|-------|-------|--------|
| a sai | b sai | c sai | d đúng |
|-------|-------|-------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 1; 7)$ ,  $B(5; 5; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ . Điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho  $MA = MB = \sqrt{35}$ . Biết  $M$  có hoành độ nguyên.

a) Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (2; -1; -1)$ .

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{6}$ .

c) Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua  $A$  và song song với  $(P)$  là  $2x - y - z + 2 = 0$ .

d)  $OM = 2\sqrt{2}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **D** Đúng. Theo bài ra ta thấy véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (2; -1; -1)$ .

b) **S** Sai. Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -6)$  là VTCP của đường thẳng  $AB$ . Nên phương trình chính tắc của đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{-6}$ .

c) **D** Đúng. Do véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (2; -1; -1)$  mà  $(Q)$  song song với  $(P)$  nên mặt phẳng  $(Q)$  cũng nhận  $\vec{n}(2; -1; -1)$  làm VTPT của nó nên ta có phương trình mặt phẳng

$$(Q): 2(x - 3) - 1(y - 1) - 1(z - 7) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 2 = 0.$$

d) **D** Đúng. Gọi  $M(a; b; c)$  với  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b, c \in \mathbb{R}$ .

Ta có  $\overrightarrow{AM} = (a - 3; b - 1; c - 7)$  và  $\overrightarrow{BM} = (a - 5; b - 5; c - 1)$ .

$$\forall \begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB = \sqrt{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = 35 \end{cases}$$

nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2a - b - c + 4 = 0 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = (a - 5)^2 + (b - 5)^2 + (c - 1)^2 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = 35 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2a - b - c = -4 \\ 4a + 8b - 12c = -8 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = 35 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} b = c \\ c = a + 2 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a + 2 \\ c = a + 2 \\ 3a^2 - 14a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases} \text{ (do } a \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Ta có  $M(2; 2; 0)$ . Suy ra  $OM = 2\sqrt{2}$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Cho hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc sắc trong hai xúc sắc đó. Xét các biến cố:

A: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc bằng 5”.

B: “Xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt hai chấm”.

- Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm, là xác suất có điều kiện  $P(A|B)$ .
- $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ .
- $P(B) = \frac{1}{6}$ .
- Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm là  $\frac{1}{6}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Ⓛ Đúng.**

b) **Ⓢ Sai.**

Không gian mẫu có số phần tử là 36.

Biến cố  $A \cap B$  chỉ có 1 kết quả thuận lợi là xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm và xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 3 chấm nên  $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$ .

c) **Ⓛ Đúng.**

Có 6 khả năng xảy ra khi xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm nên  $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ .

d) **Ⓛ Đúng.** Suy ra  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = \sqrt{39}$ ,  $AC = \sqrt{117}$ . Tam giác  $SBC$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính khoảng cách  $d$  từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 6 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**Lời giải.**

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$ .

Gọi  $K$  là trung điểm  $AC$ , suy ra  $HK \perp AC$ .

Kẻ  $HE \perp SK$  ( $E \in SK$ ). Ta có  $HK = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{39}}{2}$ ,  $SH = 3\sqrt{13}$  (Đường cao trong tam giác đều).

Khi đó

$$d[B, (SAC)] = 2d[H, (SAC)] = 2HE = 2 \cdot \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = 2 \cdot \frac{3\sqrt{39} \cdot \frac{\sqrt{39}}{2}}{\sqrt{(3\sqrt{13})^2 + \left(\frac{\sqrt{39}}{2}\right)^2}} = 6.$$

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 6 |  |  |  |
|---|--|--|--|

 □

**⚡ Câu 18.** Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau  $t$  năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức:  $V(t) = 780 \cdot (0,905)^t$ . Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc ô tô đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**

Ta cần tìm  $t$  sao cho

$$V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300 \Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \frac{5}{13} \approx 9,6.$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Đáp án: 

|    |  |  |  |
|----|--|--|--|
| 10 |  |  |  |
|----|--|--|--|

 □

**⚡ Câu 19.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua  $x$  điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là  $6000 - 3x$  (nghìn đồng),  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 2000$ . Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập  $x$  chiếc điện thoại là  $f(x) = x(6000 - 3x)$ .

Ta có  $f'(x) = -6x + 6000$ . Khi đó,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1000$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  là:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 1 000     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0         | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 3 000 000 | $-\infty$ |

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1 000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3 000 000 (đồng).

Đáp án: 

|      |  |  |  |
|------|--|--|--|
| 1000 |  |  |  |
|------|--|--|--|

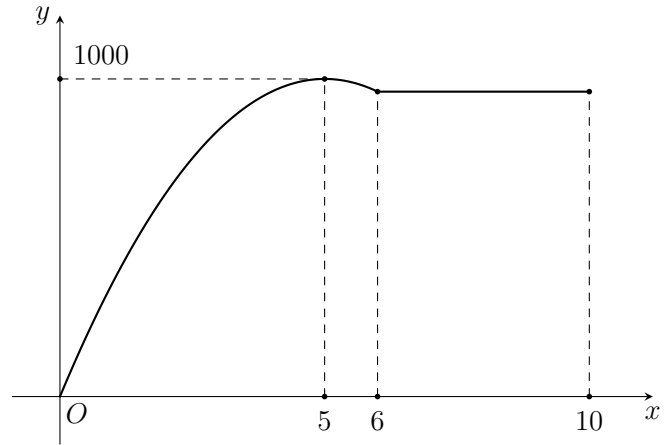
 □



**Câu 20.**

Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000 m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.

Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu mét?



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 | 0 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Giả sử trong 5 phút đầu vận tốc của ô tô được biểu diễn bởi phương trình  $v(t) = at^2 + bt + c$ . Theo thiết ta có:

$$\begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 5 \\ 25a + 5b + c = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 10a + b = 0 \\ 25a + 5b + c = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -40 \\ b = 400 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra  $v(t) = -40t^2 + 400t$ , khi  $t = 6$  ta có  $v(6) = 960$  m/phút.

Suy ra trong 10 phút đầu xe ô tô chuyển động được quãng đường là

$$S = \int_0^6 (-40t^2 + 400t) dt + 960 \cdot 4 = 8160(\text{m}).$$

Đáp án: 

|      |
|------|
| 8160 |
|------|

 □

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua điểm  $D(0; 1; 2)$  và tiếp xúc với các trục  $Ox, Oy, Oz$  tại các điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  trong đó  $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ . Tính diện tích của mặt cầu  $(S)$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 8 | 8 | , | 9 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi  $I$  là tâm của mặt cầu  $(S)$ . Vì  $(S)$  tiếp xúc với các trục  $Ox, Oy, Oz$  tại các điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  nên ta có  $IA \perp Ox, IB \perp Oy, IC \perp Oz$  hay  $A, B, C$  tương ứng là hình chiếu của  $I$  trên  $Ox, Oy, Oz \Rightarrow I(a; b; c)$ .

$\Rightarrow$  Mặt cầu  $(S)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ .

Vì  $(S)$  đi qua  $A, B, C, D$  nên ta có: 
$$\begin{cases} a^2 = b^2 = c^2 = d & (1) \\ 5 - 2b - 4c + d = 0 & (2) \end{cases}$$

Vì  $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$  nên  $0 < d \neq 1$ .

Mặt khác, từ (1)  $\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{2d}$ .

TH1. Từ (1)  $\Rightarrow b = c = \sqrt{d}$ . Thay vào (\*):  $5 - 6\sqrt{d} + d = 0 \Leftrightarrow d = 25$  (nhận).

Suy ra  $R = \sqrt{2 \cdot 25} = 5\sqrt{2}$ .

TH2. Từ (1)  $\Rightarrow b = c = -\sqrt{d}$ . Thay vào (2):  $5 + 6\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).

TH3. Từ (1)  $\Rightarrow b = \sqrt{d}, c = -\sqrt{d}$ . Thay vào (2) :  $5 + 2\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).

TH4. Từ (1)  $\Rightarrow b = -\sqrt{d}, c = \sqrt{d}$ . Thay vào (2) :  $5 - 2\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).

Suy ra mặt cầu (S) có bán kính  $R = 5\sqrt{2}$ .

Vậy diện tích mặt cầu bằng  $S = 4\pi R^2 = 20\pi\sqrt{2} \approx 88,9$ .

Đáp án: **88,9** .....

**⚡ Câu 22.** Bạn Lan thả quả bóng cao su từ độ cao 12 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng với độ cao bằng  $\frac{2}{3}$  độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

Đáp án: **6 0** .....

**Lời giải.**

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân có  $u_1 = 12$  và  $q = \frac{2}{3}$ .

Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là  $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{12}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)} = 36$  (m).

Vậy tổng quãng đường bóng đi được (cả lên và xuống) đến khi bóng dừng hẳn là

$$2S - 12 = 2.36 - 12 = 60(\text{m}).$$

Đáp án: **60** .....

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. D 2. C 3. D 4. C 5. B 6. B 7. B 8. A 9. C 10. A 11. C 12. B

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                             |                  |                                             |
|------------------|---------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ | <b>⚡ Câu 14.</b> | <b>a</b> S <b>b</b> S <b>c</b> S <b>d</b> Đ |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b> | <b>⚡ Câu 18.</b> | <b>⚡ Câu 19.</b> | <b>⚡ Câu 20.</b> | <b>⚡ Câu 21.</b> | <b>⚡ Câu 22.</b> |
| 6                | 1 0              | 1 0 0 0          | 8 1 6 0          | 8 8 , 9          | 6 0              |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**ĐỀ SỐ 20**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |     |           |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $3$ |           | $+\infty$ |
|         |           | $1$  |     | $1$ |           |           |

‘ Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A**  $(-\infty; -2)$ .

**B**  $(0; +\infty)$ .

**C**  $(3; +\infty)$ .

**D**  $(0; 2)$ .

**💬 Lời giải.**

Dựa vào bảng biến, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

Suy ra hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

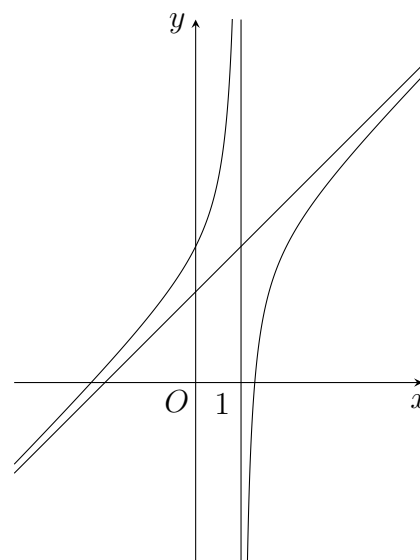
**⚡ Câu 2.** Đồ thị dưới đây là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

a)  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

b)  $y = \frac{x^2+x-3}{x-1}$ .

c)  $y = \frac{x^2-2x+3}{x+1}$ .

d)  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ .



**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy

☑ Đây là đồ thị hàm số bậc hai trên bậc nhất.

☑ Đồ thị này có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  nên ta chọn đáp án  $y = \frac{x^2+x-3}{x-1}$ .



..... □  
**⚡ Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x + 2x$  là

- A**  $-\cos x + x^2 + C$ . **B**  $\cos x + x^2 + C$ . **C**  $-\cos x + 2x^2 + C$ . **D**  $\cos x + 2x + C$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = \int (\sin x + 2x) dx = \int \sin x dx + 2 \int x dx = -\cos x + x^2 + C$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(1; -2; 5)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A**  $(3; -5; 4)$ . **B**  $(3; 5; -4)$ . **C**  $(-3; 5; 4)$ . **D**  $(-3; 5; -4)$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (1 - (-2); -2 - 3; 5 - 1) = (3; -5; 4)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$ . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  có tọa độ là

- A**  $(-1; -3; 4)$ . **B**  $(1; 3; 4)$ . **C**  $(1; -3; -4)$ . **D**  $(1; -3; 4)$ .

**💬 Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $(2; -6; -8) = 2(1; -3; -4)$ .

Suy ra vectơ có tọa độ là  $(1; -3; -4)$  cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  mặt cầu  $(S)$  là

- A**  $I(-4; 1; 0), R = 2$ . **B**  $I(-4; 1; 0), R = 4$ . **C**  $I(4; -1; 0), R = 2$ . **D**  $I(4; -1; 0), R = 4$ .

**💬 Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4; -1; 0)$ , bán kính  $R = 4$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $\sin x = -\frac{1}{2}$  là

- A**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . **B**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
**C**  $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ . **D**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 8.** Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau

| Thời gian (phút) | [15; 20) | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|
| Số vận động viên | 7        | 11       | 4        | 6        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A** 15. **B** 25. **C** 37. **D** 20.

**💬 Lời giải.**

Khoảng biến thiên  $35 - 15 = 20$ .

Chọn đáp án **D** ..... □



**⚡ Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 5$ . Tính  $u_4$ ?

**A**  $u_4 = 14$ .

**B**  $u_4 = 11$ .

**C**  $u_4 = 8$ .

**D**  $u_4 = 13$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_4 = u_1 + 3d = -2 + 3 \cdot 5 = 13$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó

**A**  $y = \log_3 x$ .

**B**  $y = \log_{0,4} x$ .

**C**  $y = e^{-x}$ .

**D**  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số  $y = \log_3 x$  là hàm số lôgarit có cơ số  $a = 3 > 1$  nên hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 2x - 8}$  là

**A** 3.

**B** 4.

**C** 2.

**D** 1.

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 4\}$ .

☑ Vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$  nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$ .

☑ Ta có  $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \frac{5}{6}$ .

Suy ra đường thẳng  $x = -2$  không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

☑ Vì  $\lim_{x \rightarrow 4^-} y = -\infty$  nên  $x = 4$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SD$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

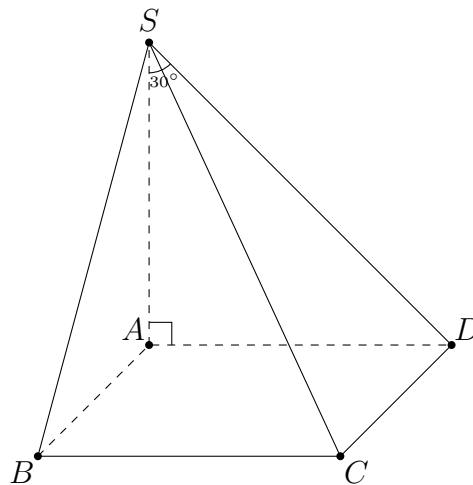
**A**  $V = \sqrt{3}a^3$ .

**B**  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**C**  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$ .

**D**  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

**💬 Lời giải.**



Ta có  $\begin{cases} SA \perp AD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow SA$  là hình chiếu của  $SD$  lên mặt phẳng  $(SAB)$ .

Suy ra  $(SD, (SAB)) = \widehat{ASD} = 30^\circ$ .

Mặt khác tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$  có  $SA = AD \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$ .

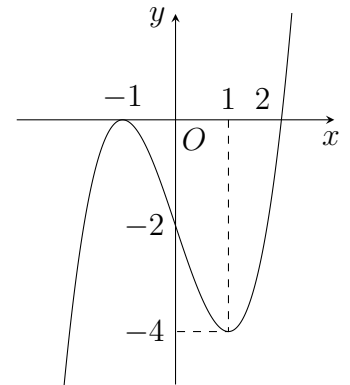
$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án (B) ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  là  $-2$ .
- b) Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $3\sqrt{5}$ .
- c) Số nghiệm của phương trình  $3f(x) + 5 = 0$  là 3.
- d) Cho hàm số  $g(x) = f(2x) - 1$ . Khi đó  $\min_{[0;1]} g(x) = -3$ .



💬 Lời giải.

a) **(D) Đúng.**

Từ đồ thị suy ra hàm số  $y = f(x)$  suy ra  $\max_{[0;1]} y = -2$ .

b) **(S) Sai.**

Điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  lần lượt là  $A(-1; 0)$  và  $B(1; -4)$ .  
Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (-4-0)^2} = 2\sqrt{5}.$$

c) **(D) Đúng.**

$$3f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{3}.$$

Ta thấy đường thẳng  $y = -\frac{5}{3}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm nên phương trình  $3f(x) + 5 = 0$  có 3 nghiệm.

d) **(S) Sai.**

Cho hàm số  $g(x) = f(2x) - 1$ . Khi đó  $\min_{[0;1]} g(x) = -3$ .

Ta có

☑  $g'(x) = 2f'(2x);$

☑  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -1 \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \notin (0; 1) \\ x = \frac{1}{2} \in (0; 1) \end{cases};$

☑  $g(0) = f(0) - 1 = -2 - 1 = -3;$

☑  $g\left(\frac{1}{2}\right) = f(1) - 1 = -4 - 1 = -5;$

☑  $g(1) = f(2) - 1 = 0 - 1 = -1.$

Vậy  $\min_{[0;1]} g(x) = -5.$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x - 2$ . Khi đó

a)  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{2}$ .

b) Biết  $\int_{-1}^0 [f(x) - e^{3x}] dx = \frac{a}{6} + \frac{e^b}{3}$ . Khi đó  $a + b = -20$ .

c) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ;  $y = x^2 - 4x + 2$  là  $S = \frac{13}{2}$ .

d) Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = f(x)$  và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình  $(H)$  xung quanh trục hoành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 16,67.

**💬 Lời giải.**

a) **S** Sai.

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x - 2) dx = \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = -\frac{3}{2}.$$

b) **D** Đúng.

$$\int_{-1}^0 [f(x) - e^{3x}] dx = \int_{-1}^0 [x - 2 - e^{3x}] dx = \left( \frac{x^2}{2} - 2x - \frac{e^{3x}}{3} \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{17}{6} + \frac{e^{-3}}{3}.$$

Suy ra  $a = -17$ ;  $b = -3 \Rightarrow a + b = -20$ .

c) **S** Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ;  $y = x^2 - 4x + 2$  là

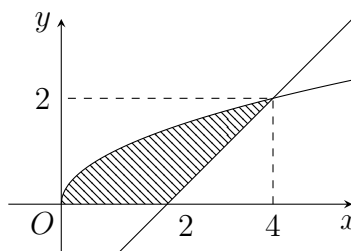
$$x - 2 = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ;  $y = x^2 - 4x + 2$  là

$$S = \int_1^4 |(x - 2) - (x^2 - 4x + 2)| dx = \int_2^4 |-x^2 + 5x - 4| dx = \frac{9}{2}.$$

d) **S** Sai.

Vẽ đồ thị hai hàm số  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$ .



Ta được hình  $(H)$  là phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ.

$$\text{Xét các hình phẳng } (H_1) : \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 4 \end{cases} \quad \text{và } (H_2) : \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2, x = 4. \end{cases}$$

Gọi  $V(H_1)$ ,  $V(H_2)$  lần lượt là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  xung quanh trục  $Ox$ .

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình  $(H)$  xung quanh trục hoành là

$$V = V(H_1) - V(H_2) = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx - \pi \int_2^4 (x-2)^2 dx = \frac{16\pi}{3} \approx 16,76.$$

Chọn đáp án 

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| a sai | b đúng | c sai | d sai |
|-------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(2; -2; 0)$ ,  $C(-2; 0; 1)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ .

- a) Vectơ  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .  
 b) Phương trình chính tắc của đường thẳng  $BC$  là  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$ .  
 c) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua 3 điểm  $A, B, C$ . Đường tròn giao tuyến của  $(S)$  với mặt phẳng  $(\alpha)$  có bán kính là  $r = \sqrt{11}$ .  
 d) Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$ , trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là  $2x + y + z - 3 = 0$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng.

Đường thẳng  $AB$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$ .

b) **S** Sai.

☑ Đường thẳng  $BC$  nhận vectơ  $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 1)$  làm vectơ chỉ phương.

☑ Đường thẳng  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{v} = (4; -2; 1)$ .

Do  $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 1)$  và  $\vec{v} = (4; -2; 1)$  không cùng phương nên phương trình  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$  không phải là phương trình chính tắc của đường thẳng  $BC$ .

c) **S** Sai.

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$  nên  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 6; -8)$ .

Suy ra Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $x + 6y - 8z + 10 = 0$ .

Khoảng cách từ tâm  $I$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $d = \frac{|1 + 6 \cdot 2 - 8 \cdot 3 + 10|}{\sqrt{1 + 36 + 64}} = \frac{1}{\sqrt{101}}$ .

Suy ra bán kính đường tròn giao tuyến cần tìm là  $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{\frac{1413}{101}}$ .

d) **S** Sai.

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $x + 6y - 8z + 10 = 0$ .

Phương trình mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $AC$  là  $2x + y + z - 2 = 0$ .

Phương trình mặt phẳng qua  $C$  và vuông góc với  $AB$  là  $2x - 3y - 2z + 6 = 0$ .

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  nên  $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, H$  nên  $\vec{n}_P \perp \vec{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$ .

Mặt phẳng  $(P) \perp (ABC)$  nên  $\vec{n}_P \perp \vec{n}_{(ABC)} = (1; 6; -8)$ .

Vậy  $[\vec{n}_{(ABC)}; \vec{u}_{AH}] = (404; -202; -101)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .

Chọn  $\vec{n}_P = (4; -2; -1)$  nên phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $4x - 2y - z + 4 = 0$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 55%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh lần lượt là 20% và 15%. Gặp ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh đó là nữ” và  $B$  là biến cố “Học sinh đó tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”. Khi đó

- a)  $P(\bar{A}) = 0,45$ .
- b)  $P(B | A) = 0,2$  và  $P(B | \bar{A}) = 0,15$ .
- c) Xác suất để học sinh đó tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 0,1675.
- d) Xác suất để học sinh đó là nam biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là  $\frac{27}{71}$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng.

Do tỉ lệ học sinh nữ là 55% nên  $P(A) = 0,55 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,55 = 0,45$ .

b) **Đ** Đúng.

Do tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh lần lượt là 20% và 15% nên  $P(B | A) = 0,2$  và  $P(B | \bar{A}) = 0,15$ .

c) **S** Sai.

Xác suất để học sinh đó tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,55 \cdot 0,2 + 0,45 \cdot 0,15 = 0,1775.$$

d) **Đ** Đúng.

Xác suất để học sinh đó là nam biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là

$$P(\bar{A} | B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot 0,15}{0,1775} = \frac{27}{71}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = \sqrt{3}$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ . Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $ABC$  bằng  $60^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Đáp án: 

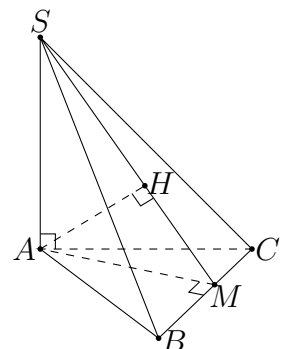
|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | , | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Dựng  $AM \perp BC$ ;  $AH \perp SM$ .

Ta có

- ☑  $\begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AH \perp BC;$
- ☑  $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; SBC) = AH.$



Mặt khác

☑ Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ .

☑  $\triangle SAC = \triangle BAC$  (g-c-g)  $\Rightarrow SA = BA = 3$ .

☑ Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A \Rightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$ .

☑ Tam giác  $SAM$  vuông tại  $A$  có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow AH = \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1,34.$$

Đáp án: 1,34

**⚡ Câu 18.** Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình  $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$  có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm  $t$ . Theo mô hình này, vào năm nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

Đáp án: 2 0 4 4

**💡 Lời giải.**

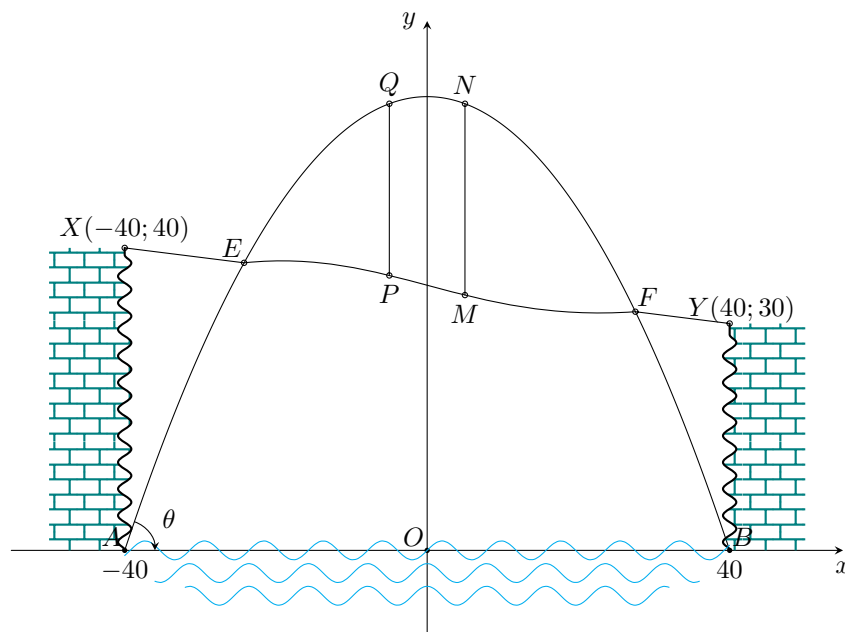
Dân số thế giới là 10 tỉ người khi  $t$  thỏa mãn phương trình

$$\begin{aligned} 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020} &= 10 \\ \Leftrightarrow (1,0105)^{t-2020} &= \frac{10}{7,79} \\ \Leftrightarrow t - 2020 &= \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \\ \Leftrightarrow t &= 2020 + \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \approx 2043,91. \end{aligned}$$

Vậy theo mô hình đã cho thì đến năm 2044 dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Đáp án: 2044

**⚡ Câu 19.** Một thành phố nằm bên một con sông chảy qua hẻm núi. Hẻm có chiều ngang 80 m, một bên cao 40 m và một bên cao 30 m. Một cây cầu sẽ được xây dựng bắc qua sông và hẻm núi. Sơ đồ thiết kế của cây cầu được gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây.



Cây cầu  $XY$  xuyên qua hẻm núi được mô hình hóa bằng phương trình  $y = \frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35$ . Hai cột đỡ dọc  $MN$  và  $PQ$  (song song với trục  $Oy$ ) là đoạn nối giữa khung của Parabol và đường  $XY$ . Tính tổng độ dài đoạn  $MN$  và  $PQ$  biết rằng  $N$  và  $Q$  là hai điểm đối xứng qua  $Oy$ ;  $MN$  là đoạn có độ dài lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Đáp án: 4 9 , 5

**Lời giải.**

Theo bài ra ta có phương trình của Parabol là  $y = 60 - \frac{3}{80}x^2$ .

Khoảng cách giữa khung Parabol và đường xuyên núi là

$$D = 60 - \frac{3}{80}x^2 - \left( \frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35 \right) \text{ với } x \in (-23,71; 27,99).$$

Xét  $D' = -\frac{3}{40}x - \frac{3x^2}{25600} + \frac{3}{16} = 0 \Leftrightarrow x = 2,49$ .

Bảng biến thiên

|         |           |         |         |
|---------|-----------|---------|---------|
| $x$     | $-23,71$  | $2,49$  | $27,99$ |
| $D'(x)$ | $+$       | $0$     | $-$     |
| $D(x)$  | $-\infty$ | $25,23$ | $0$     |

Dựa vào bảng biến thiên,  $MN$  là đoạn có độ dài lớn nhất khi  $x = 2,49$ . Khi đó

$$MN = D_{MN} = 60 - \frac{3}{80} \cdot 2,49^2 - \left( \frac{2,49^3}{25600} - \frac{3 \cdot 2,49}{16} + 35 \right) \approx 25,23.$$

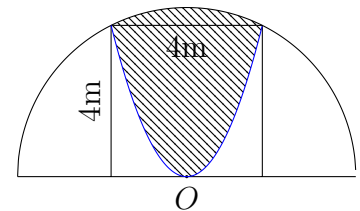
Vì  $N$  và  $Q$  là hai điểm đối xứng qua  $Oy \Rightarrow x_{PQ} \approx -2,49$ . Khi đó

$$PQ = D_{PQ} = 60 - \frac{3}{80} \cdot 2,49^2 - \left( \frac{-2,49^3}{25600} - \frac{3 \cdot (-2,49)}{16} + 35 \right) \approx 24,3.$$

Vậy tổng độ dài  $MN + PQ = 49,5$ .

Đáp án: 49,5 .....

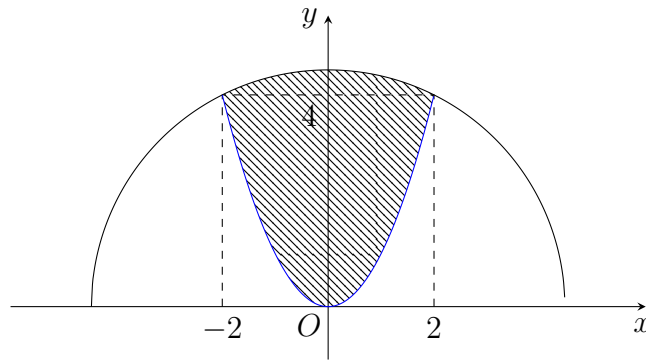
**⚡ Câu 20.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4 (m). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/m<sup>2</sup> và 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi cần bao nhiêu tiền (đơn vị: triệu đồng) để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng phần trăm)



Đáp án: 3 , 7 4

**Lời giải.**





Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là  $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ .  
 Phương trình của nửa đường tròn  $(C)$  là  $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$ .  
 Parabol  $(P)$  có đỉnh  $O(0;0)$  và đi qua điểm  $(2;4)$  nên có phương trình  $y = x^2$ .

☑ Diện tích phần tô màu là  $S_1 = \int_{-2}^2 [\sqrt{20 - x^2} - x^2] dx \text{ (m}^2\text{)}.$

☑ Diện tích phần không tô màu là  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \text{ (m}^2\text{)}.$

☑ Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản (đơn vị: triệu đồng) trong khuôn viên đó là

$$\begin{aligned} 0,15 \cdot S_1 + 0,1 \cdot S_2 &= S_2 = 0,15 \cdot S_1 + 0,1 \left( \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \right) \\ &= 0,05S_1 + 0,05\pi \cdot (2\sqrt{5})^2 \\ &\approx 3,74 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

Đáp án: **3,74** ..... □

**⚡ Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$  và điểm  $M(4;1;6)$ . Đường thẳng  $d$  cắt mặt cầu  $(S)$  có tâm  $M$ , tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 6$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?  
 Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | , | 2 |
|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

$d$  đi qua  $N(-5;7;0)$  và có VTCP  $\vec{u} = (2; -2; 1); \overrightarrow{MN} = (-9; 6; -6).$

Gọi  $H$  là chân đường vuông góc vẽ từ  $M$  đến đường thẳng  $d$  là  $MH = d(M, d) = 3.$

Bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = \sqrt{MH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{18} \approx 4,24.$

Đáp án: **4,2** ..... □

**⚡ Câu 22.** Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?  
 Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 3 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Số tiền anh A cần tiết kiệm là  $500 - 500 \cdot 0,12 = 340$  (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là  $u_1 = 10$  (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu)}.$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu)}.$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ  $n$  là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu)}.$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau  $n$  năm là

$$\begin{aligned} 12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) &= 12 \cdot (u_n - u_1) \\ &= 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1]. \end{aligned}$$

Cho

$$\begin{aligned} 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] &= 340 \\ \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} &= \frac{23}{6} \\ \Leftrightarrow n - 1 &= \log_{1,12} \frac{23}{6} \\ \Leftrightarrow n &\approx 12,86. \end{aligned}$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Đáp án: 13

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. C 2. B 3. A 4. A 5. C 6. D 7. B 8. D 9. D 10. A 11. C 12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a Đ b S c Đ d S | ⚡ Câu 14. | a S b Đ c S d S |
| ⚡ Câu 15. | a Đ b S c S d S | ⚡ Câu 16. | a Đ b Đ c S d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

|           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 21. | ⚡ Câu 22. |
| 1 , 3 4   | 2 0 4 4   | 4 9 , 5   | 3 , 7 4   | 4 , 2     | 1 3       |

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 21**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{1-x}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .
- B** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .
- C** Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- D** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**💡 Lời giải.**

Ta có  $y' = \frac{2}{(1-x)^2} > 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Chọn phát biểu **sai**?

|         |           |      |      |      |           |
|---------|-----------|------|------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$  | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-4$ | $-3$ | $-4$ | $+\infty$ |

- A** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .
- B** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ .
- C** Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-1; 1]$  là  $-3$ .
- D** Hàm số đã cho là  $y = x^4 - 2x^2 - 2$ .

**💡 Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta thấy  $y(0) = f(0) = -3$ . Trong khi với hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 2$  thì  $y(0) = -2$ , nên hàm số  $y = f(x)$  không phải là hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 2$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = 2^x + x + 1$ . Tìm  $\int f(x) dx$ .

- A**  $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + x + C$ .
- B**  $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$ .
- C**  $\int f(x) dx = 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$ .
- D**  $\int f(x) dx = \frac{1}{x+1} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + x + C$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**⚡ Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- (A)**  $(0; 1; 0)$ . **(B)**  $(2; 1; 0)$ . **(C)**  $(0; 1; -1)$ . **(D)**  $(2; 0; -1)$ .

**Lời giải.**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $H(2; 0; -1)$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**⚡ Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$ :  $2x - 6y - 8z + 1 = 0$ . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  có tọa độ là

- (A)**  $(-1; -3; 4)$ . **(B)**  $(1; 3; 4)$ . **(C)**  $(1; -3; -4)$ . **(D)**  $(1; -3; 4)$ .

**Lời giải.**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$ :  $2x - 6y - 8z + 1 = 0$  nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  có tọa độ là  $(2; -6; -8)$  hay  $(1; -3; -4)$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**⚡ Câu 6.** Cho mặt cầu  $(S)$ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- (A)**  $R = \sqrt{3}$ . **(B)**  $R = 3$ . **(C)**  $R = 9$ . **(D)**  $R = 3\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(S)$ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ .

Vậy bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = 3$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**⚡ Câu 7.** Phương trình lượng giác  $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$  có nghiệm là

- (A)**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ . **(B)**  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ . **(C)**  $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ . **(D)**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**⚡ Câu 8.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                  |           |            |            |            |             |
|------------------|-----------|------------|------------|------------|-------------|
| Thời gian (phút) | $[0; 20)$ | $[20; 40)$ | $[40; 60)$ | $[60; 80)$ | $[80; 100)$ |
| Số học sinh      | 5         | 9          | 12         | 10         | 6           |

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- (A)**  $[0; 20)$ . **(B)**  $[20; 40)$ . **(C)**  $[40; 60)$ . **(D)**  $[60; 80)$ .

**Lời giải.**

Ta có cỡ mẫu là  $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{42}$  là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên  $Q_1 = x_{11}$ .

Do  $x_{11}$  thuộc nhóm  $[20; 40)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**⚡ Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_7 = -10$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A** 2. **B** 3. **C** -1. **D** -2.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_7 = u_1 + 6d \Leftrightarrow d = \frac{u_7 - u_1}{6} = \frac{-10 - 2}{6} = -2$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 10.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ .

- A**  $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ . **B**  $\mathcal{D} = [-1; 3]$ .  
**C**  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ . **D**  $\mathcal{D} = (-1; 3)$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$  hoặc  $x > 3$ .

Vậy tập xác định  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $x = 1$  và  $x = -1$ .  
**B** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.  
**C** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.  
**D** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = -1$ .

**💬 Lời giải.**

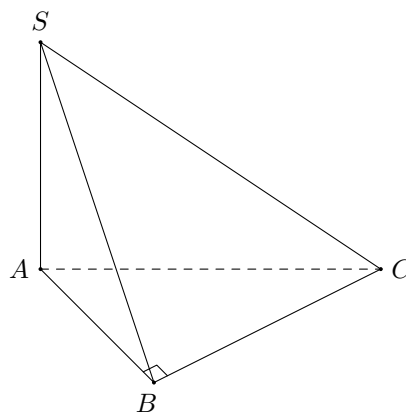
Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  nên ta có đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = -1$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ . **B**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ . **C**  $\frac{a^3}{3}$ . **D**  $\frac{2a^3}{3}$ .

**💬 Lời giải.**



Ta có  $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$ .

Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = x - 1 + \frac{4}{x}$ .

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng  $(-2; 0) \cup (0; 2)$  và nhận giá trị dương trên các khoảng  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
 c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

|      |           |           |      |     |           |           |
|------|-----------|-----------|------|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$      | $0$  | $2$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$       | $-$  | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-\infty$ | $-5$ | $3$ | $+\infty$ | $+\infty$ |

- d) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **S** Sai.

TXĐ  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 Ta có  $y' = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ .

- b) **Đ** Đúng.

$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $-$ | $0$       | $+$ |

- c) **Đ** Đúng.

Bảng biến thiên

|      |           |           |      |     |           |           |
|------|-----------|-----------|------|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$      | $0$  | $2$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$       | $-$  | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-\infty$ | $-5$ | $3$ | $+\infty$ | $+\infty$ |

- d) **S** Sai.

Từ bảng biến thiên ta có  $\min_{(0; +\infty)} y = 3$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai

**⚡ Câu 14.** Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử, dân số nước ta sau  $t$  năm được xác định bởi hàm số  $S(t)$  (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi  $S'(t) = 1,2698e^{0,014t}$ , với  $t$  là số năm kể từ năm 2014,  $S'(t)$  tính bằng triệu người/năm.

- a)  $S(t)$  là một nguyên hàm của  $S'(t)$ .

- b)  $S(t) = 90,7e^{0,014t} + 90,7$ .  
 c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.  
 d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) khoảng 120 triệu người.

**Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng.

Ta có  $S(t)$  là một nguyên hàm của  $S'(t)$  và

$$\int S'(t) dt = \int 1,2698e^{0,014t} dt = 1,2698 \int (e^{0,014t})^t dt = \frac{1,2698e^{0,014t}}{0,014} = 90,7e^{0,014t} + C.$$

- b) **S** Sai.

Vì  $S(0) = 90,7$  nên  $C = 0$ . Suy ra  $S(t) = 90,7e^{0,014t}$ .

- c) **Đ** Đúng.

Tốc độ tăng dân số ở nước ta năm 2034 là  $S'(20) = 1,2698e^{0,014 \cdot 20} \approx 1,7$  (triệu người/năm).

- d) **Đ** Đúng.

Dân số nước ta năm 2034 là  $S(20) = 90,7e^{0,014 \cdot 20} \approx 120$  (triệu người).

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z + 1 = 0$ .

- a) Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{v}(2; -1; 2)$ .  
 b) Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là  $x + y - z - 2 = 0$ .  
 c) Tọa độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  là  $A(3; 2; -2)$ .  
 d) Đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với  $d$  có phương trình là 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

**Lời giải.**

- a) **Đ** Đúng.

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = (2; -1; 2)$ .

- b) **S** Sai.

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = (2; -1; 2)$ , đi qua  $M(-1; 0; -2)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$ .

Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là  $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (-1; 4; 3)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(-1; 0; -2)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_\alpha = (-1; 4; 3)$  là

$$-(x+1) + 4y + 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow -x + 4y + 3z + 5 = 0.$$

- c) **Đ** Đúng.

Gọi  $A$  là giao điểm của  $d$  và  $(P)$ . Tọa độ  $A$  là nghiệm của phương trình

$$(-1+2t) + (-t) - (-2+2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Suy ra  $A(3; -2; 2)$ .

d) **D** Đúng.

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng nằm trong  $(P)$  vuông góc với  $d$ .

Ta có  $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (-1; 4; 3)$ .

Phương trình  $\Delta$  qua  $A(3; -2; 2)$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_{\Delta} = (-1; 4; 3)$  có dạng 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t. \end{cases}$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

- a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.
- b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.
- c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường, là 0,75.
- d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.

**Lời giải.**

Xét các biến cố  $A$ : “Chọn được người bị bệnh tiểu đường”;  $B$ : “Chọn được người bị bệnh huyết áp cao”. Khi đó,  $P(A) = 0,4$ ;  $P(\bar{A}) = 0,6$ ;  $P(B | A) = 0,7$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,25$ .

a) **D** Đúng.

Vì  $P(A) = 0,4$ .

b) **D** Đúng.

Vì  $P(B | A) = 0,7$ .

c) **S** Sai.

Vì  $P(B | \bar{A}) = 0,25$ .

d) **S** Sai.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,25 = 0,43.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

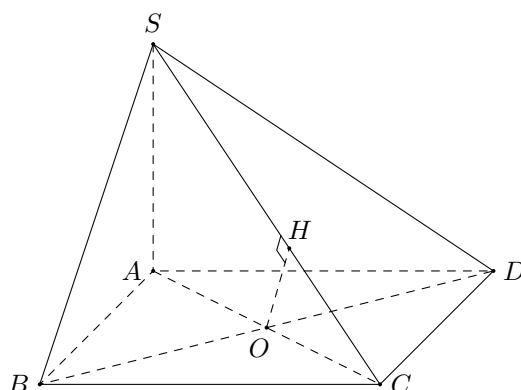
**⚡ Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 4\sqrt{3}$ ,  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $2\sqrt{3}$ . Gọi  $O$  là tâm của  $ABCD$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến  $SC$ .

Đáp án: 

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 2 |  |  |  |
|---|--|--|--|

**Lời giải.**





Kẻ  $OH \perp SC \Rightarrow d(O, SC) = OH$ .

Ta có  $OC = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{6}$ ;  $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 6\sqrt{2}$ .

Do  $\triangle OHC \sim \triangle SAC \Rightarrow \frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} = 2$ .

Đáp án: 2 ..... □

**⚡ Câu 18.** Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng?

Đáp án: 2 0

**💬 Lời giải.**

Gọi  $u_0 = 60$  (triệu đồng), còn  $u_n$  (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) tháng gửi tiết kiệm. Khi đó, ta có  $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100}u_n = 1,005u_n$ .

Suy ra dãy số  $(u_n)$  lập thành một cấp số nhân với công bội  $q = 1,005$  và có  $u_n = 60 \cdot 1,005^n$ .

Ta xét bất phương trình

$$u_n > 66 \Leftrightarrow 60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1.$$

Vì  $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$  và  $n \in \mathbb{N}^*$  nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.

Đáp án: 20 ..... □

**⚡ Câu 19.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 4 , 7 4

**💬 Lời giải.**

Gọi  $f(x)$  là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở  $x$  (người) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) trong chuyến xe đó. Khi đó

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x)$ .

Với  $0 < x \leq 16$  thì  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$ . Mà  $13 < \frac{40}{3} < 14$  nên ta có bảng biến thiên như sau

|         |   |        |                              |      |      |
|---------|---|--------|------------------------------|------|------|
| $x$     | 0 | 13     | $\frac{40}{3}$               | 14   | 16   |
| $f'(x)$ |   | +      | 0                            | +    |      |
| $f(x)$  | 0 | 4738,5 | $f\left(\frac{40}{3}\right)$ | 4732 | 4608 |

Với  $f(13) = 4738,5$ ,  $f(14) = 4732$ . Căn cứ vào bảng biến thiên ta có  $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$  (nghìn đồng).

Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp án: **4,74** □

**⚡ Câu 20.** Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$  (m/s), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp  $A$ . Tính vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$ ? (Tính theo đơn vị là m/s)

Đáp án: **1 6** □ □

**💬 Lời giải.**

Quãng đường chất điểm  $A$  đi từ đầu đến khi  $B$  đuổi kịp là  $S = \int_0^{15} \left( \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96$  (m).

Vận tốc của chất điểm  $B$  là  $v_B(t) = \int a dt = at + C$ .

Tại thời điểm  $t = 3$  vật  $B$  bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên  $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$ .

Lại có quãng đường chất điểm  $B$  đi được đến khi gặp  $A$  là

$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left( \frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a \text{ (m)}.$$

Vậy  $72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$  (m/s<sup>2</sup>).

Tại thời điểm đuổi kịp  $A$  thì vận tốc của  $B$  là  $v_B(15) = 16$  (m/s).

Đáp án: **16** □

**⚡ Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 2)$ ,  $C(0; -3; 0)$ . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: **1 , 8 7** □ □

**💬 Lời giải.**

Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$ .

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ .

Vì  $O, A, B, C$  thuộc  $(S)$  nên ta có

$$\begin{cases} d = 0 \\ 1 + 2a + d = 0 \\ 4 - 4c + d = 0 \\ 9 + 6b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 1 \\ d = 0. \end{cases}$$

Vậy bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{14}}{2} \approx 1,87$ .

Đáp án: **1,87** □

**⚡ Câu 22.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12\,288\text{ m}^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

Đáp án: **6**      

### 💬 Lời giải.

Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ tầng 1) lập thành một cấp số nhân có công bội  $q = \frac{1}{2}$  và  $u_1 = \frac{12\,288}{2} = 6\,144$ .

Khi đó diện tích mặt trên cùng là  $u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6\,144}{2^{10}} = 6$ .

Đáp án: **6** □

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D   2. D   3. B   4. D   5. C   6. B   7. B   8. B   9. D   10. C   11. D   12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|                  |                                             |                  |                                             |
|------------------|---------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <b>a</b> S <b>b</b> Đ <b>c</b> Đ <b>d</b> S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> Đ <b>c</b> S <b>d</b> S |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

|                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                       |                  |                                                                                                                                       |                  |                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>                                                                                                                                                                                  | <b>⚡ Câu 18.</b>                                                                                                                      | <b>⚡ Câu 19.</b> | <b>⚡ Câu 20.</b>                                                                                                                      | <b>⚡ Câu 21.</b> | <b>⚡ Câu 22.</b>                                                                                                                                                                                  |
| 2 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> | 2   0 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> | 4   ,   7   4    | 1   6 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> | 1   ,   8   7    | 6 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> |



**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 22**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 5$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 2$ .  
**B** Dãy số  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .  
**C** Dãy số  $(u_n)$  là cấp số nhân với công sai  $q = -5$ .  
**D** Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = -5$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $u_n - u_{n-1} = 2n - 5 - 2(n - 1) + 5 = 2$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Đạo hàm của hàm số  $y = 3^x$  là

- A**  $y' = 3^x$ .      **B**  $y' = x \cdot 3^{x-1}$ .      **C**  $y' = 3^x \ln 3$ .      **D**  $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $y' = (3^x)' = 3^x \ln 3$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x - 1) > 3$  là

- A**  $\frac{1}{3} < x < 3$ .      **B**  $x > 3$ .      **C**  $x < 3$ .      **D**  $x > \frac{10}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

Điều kiện  $3x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{3}$ .

Bất phương trình  $\log_2(3x - 1) > 3 \Rightarrow 3x - 1 > 8 \Rightarrow x > 3$ .

Vậy  $x > 3$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là

- A**  $\frac{1}{2}$ .      **B**  $\frac{1}{3}$ .      **C**  $\frac{1}{4}$ .      **D**  $\frac{1}{6}$ .

**💬 Lời giải.**

Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 chỉ có 2 là số nguyên tố.

Vậy xác suất lấy được số nguyên tố là  $\frac{1}{6}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |           |      |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $4$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$  | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |      | $2$ |           |      |     | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |      |     |           | $-3$ |     |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A**  $(-\infty; -1)$ . **B**  $(-\infty; 2)$ . **C**  $(-1; 4)$ . **D**  $(-3; 2)$ .

**Lời giải.**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  trên đoạn  $[-2; 2]$  là

- A**  $-2$ . **B**  $-1$ . **C**  $2$ . **D**  $3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$ .

Do đó  $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Lại có  $y(1) = -1$ ;  $y(-1) = 3$ ;  $y(2) = 3$ ;  $y(-2) = -1$ .

Vậy GTLN của hàm số trên đoạn  $[-2; 2]$  là 3.

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- A**  $y = -2$ . **B**  $y = 1$ . **C**  $x = -1$ . **D**  $x = 2$ .

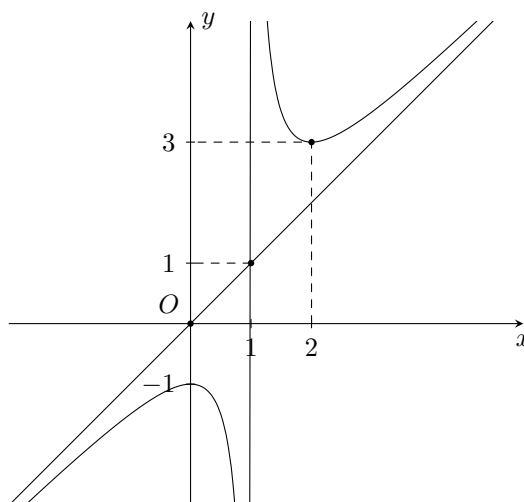
**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ .

Vậy TCN của đồ thị hàm số  $y = 1$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ?



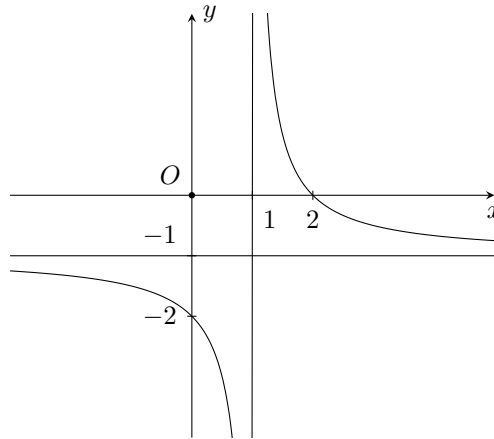
- A**  $y = x - \frac{1}{x-1}$ . **B**  $y = -x + \frac{1}{x-1}$ . **C**  $y = -x - \frac{1}{x-1}$ . **D**  $y = x + \frac{1}{x-1}$ .

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số có TCX  $y = x$  và đồ thị đi qua điểm  $(2; 3)$ .

Chọn đáp án **D** .....

**⚡ Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  có đồ thị như hình bên với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .



Tính giá trị của biểu thức  $T = a - 3b + 2c$ .

- A**  $T = 12$ .      **B**  $T = 10$ .      **C**  $T = -9$ .      **D**  $T = -7$ .

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị có đường tiệm cận ngang  $y = -1$  nên  $a = -1$ .

Đồ thị nhận  $x = 1$  làm tiệm cận đứng nên  $c = -1$ .

Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; -2)$  suy ra  $b = 2$ .

Vậy  $T = a - 3b + 2c = -9$ .

Chọn đáp án **C** .....

**⚡ Câu 10.** Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$  là

- A**  $(0; -1; 1)$ .      **B**  $(0; 1; 1)$ .      **C**  $(1; 0; 0)$ .      **D**  $(-1; 0; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ ;  $\vec{j} = (0; 1; 0) \Rightarrow \vec{u} = \vec{k} - \vec{j} = (0; -1; 1)$ .

Chọn đáp án **A** .....

**⚡ Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(-3; 1; 4)$  và  $A(1; 0; -1)$ ,  $B(2; 3; 5)$ . Tọa độ điểm  $C$  là

- A**  $(-6; 2; 0)$ .      **B**  $(4; 2; -1)$ .      **C**  $(-12; 0; 8)$ .      **D**  $(3; -1; -5)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = -12 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 0 \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B = 8 \end{cases} \Rightarrow C(-12; 0; 8).$$

Chọn đáp án **C** .....

**⚡ Câu 12.** Hàm số  $F(x) = 2x + \sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A**  $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x$ .      **B**  $2 + 2 \cos 2x$ .      **C**  $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x$ .      **D**  $2 - 2 \cos 2x$ .

**Lời giải.**

Ta có  $F(x) = 2x + \sin 2x \Rightarrow F'(x) = 2 + 2 \cos 2x$ .

Vậy hàm số  $F(x) = 2x + \sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $2 + 2 \cos 2x$ .

Chọn đáp án **B** .....

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = 2x^3 + 2(m+1)x^2 + 6x + 4 + 2m$ . Khi đó

- a) Khi  $m = -1$  thì hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .
- b) Hàm số không có cực trị khi  $m = 1$ .
- c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  thì  $m \in (2; 5)$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

- a) **Ⓛ Đúng.** Vì khi  $m = -1$  ta có  $y = 2x^3 + 6x + 2 \Rightarrow y' = 6x^2 + 6 > 0$  nên hàm số luôn đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .
- b) **Ⓛ Đúng.** Vì khi  $m = 1$  ta có  $y = 2x^3 + 4x^2 + 6x + 6 \Rightarrow y' = 6x^2 + 8x + 6$ .  
 $\Delta' = 16 - 36 = -20 < 0 \Rightarrow y' = 6x^2 + 8x + 6 \forall x \in \mathbb{R}$ .  
 Vậy hàm số không có cực trị khi  $m = 1$ .

- c) **Ⓢ Sai.** Vì  $y' = 6x^2 + 4(m+1)x + 6$ .  
 Hàm số  $y = 2x^3 + 2(m+1)x^2 + 6x + 4 + 2m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &= 6x^2 + 4(m+1)x + 6 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \Delta' &= 4(m+1)^2 - 36 \leq 0 \\ \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -4 &\leq m \leq 2. \end{aligned}$$

Vậy  $m \in [-4; 2]$ , với  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ .

- d) **Ⓢ Sai.** Vì hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  thì  $y'(2) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 2^2 + 4(m+1) \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow m = \frac{-19}{4}$ .

**Thử lại:** Với  $m = \frac{-19}{4}$ , ta có  $y' = 6x^2 - 15x + 6$ . Do đó  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy  $m = \frac{-19}{4}$  hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

Chọn đáp án 

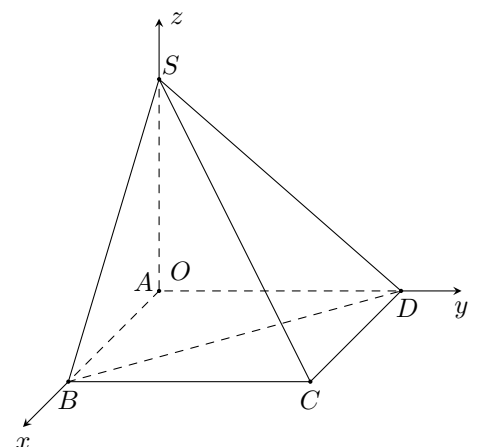
|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 14.**

Trong không gian  $Oxyz$  cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $S(0; 0; 3,5)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(4; 0; 0)$ ,  $D(0; 10; 0)$  (Hình vẽ).

- a) Tọa độ điểm  $C(4; 10; 0)$ .
- b) Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{SC}$  là  $(4; 10; -3,5)$ .
- c) Phương trình mặt phẳng  $(SBD)$  là  $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$ .
- d) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là  $20^\circ$ .



**💬 Lời giải.**

- a) **Ⓛ Đúng.** Vì  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  nên  $C(4; 10; 0)$ .

- b) **Đ** Đúng. Vì  $S(0; 0; 3,5)$  và  $C(4; 10; 0)$  nên  $\overrightarrow{SC} = (4; 10; -3,5)$ .
- c) **Đ** Đúng. Vì phương trình mặt phẳng  $(SBD)$  là  $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1 \Leftrightarrow 35x + 14y + 40z - 140 = 0$ .
- d) **S** Sai. Vì  $\vec{n} = (35; 14; 40)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(SBD)$ .

$$\text{Khi đó } \sin(SC, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{280\sqrt{53}}{9063}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là khoảng  $13^\circ$ .

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 13$ ),  $Q'(t)$  tính bằng khách/giờ. (Nguồn: R.Larson and Ewads, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

- a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .
- b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.
- c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.
- d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **S** Sai. Vì  $Q(t) = \int Q'(t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$ .  
Do  $Q(2) = 500 \Rightarrow C = 100 \Rightarrow Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$ .

- b) **Đ** Đúng. Vì sau 5 giờ lượng khách tham quan là  $Q(5) = 1\,325$ .

- c) **S** Sai. Vì  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t \Rightarrow Q'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \\ t = 12. \end{cases}$

Ta có  $\max_{[0;13]} Q(t) = Q(6) = 1\,396$ .

- d) **S** Sai. Vì  $Q''(t) = 12t^2 - 144t + 288 \Rightarrow Q''(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6 + 2\sqrt{3} \\ t = 6 - 2\sqrt{3}. \end{cases}$   
Do đó  $\max_{[0;13]} Q'(t) = Q'(13) = 364$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| a sai | b đúng | c sai | d sai |
|-------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện A, người ta được kết quả như sau

- ☒ Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- ☒ Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- ☒ Trong số các bệnh nhân bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,7.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.



d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,6.

**Lời giải.**

Xét các biến cố

A: “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

B: “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”.

Khi đó  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,4$ ;  $P(B|A) = 0,8$ .

a) **D** Đúng. Vì  $P(A) = 0,3$ .

b) **S** Sai. Vì  $P(B|A) = 0,8$ .

c) **D** Đúng. Vì xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

d) **D** Đúng. Vì xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

#### ⚡ Câu 17.

Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là 262 m và cạnh bên là 230 m. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

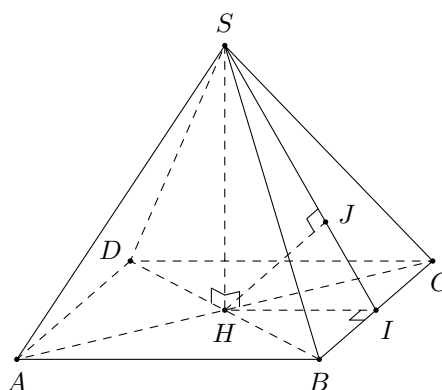
Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 9 | 4 |  |  |
|---|---|--|--|



**Lời giải.**

Giả sử các cạnh và các đỉnh của kim tự tháp được mô phỏng như hình vẽ bên dưới



Gọi H là giao điểm của AC và BD. Vì  $S.ABCD$  là chóp tứ giác đều nên ta có  $SA = SB = SC = SD$ .

Từ đó suy ra  $\begin{cases} SH \perp BD \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , ta có  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 262\sqrt{2} \Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2}$ .

Xét tam giác  $SHC$  vuông tại  $H$ , ta có  $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(230)^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ , ta có  $SI \perp BC$  vì tam giác  $SBC$  cân tại  $S$  và ta có  $HI = \frac{AB}{2} = 131$ .

Kẻ  $HJ \perp SI$ , khi đó  $HJ \perp (SBC)$  vì  $\begin{cases} HJ \perp SI \\ HJ \perp BC \end{cases}$ , suy ra  $HJ$  là khoảng cách ngắn nhất để đào con đường vào tâm của đống kim tự tháp.

Xét tam giác  $SHI$  vuông tại  $H$ , ta có

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161} \Rightarrow HJ \approx 94.$$

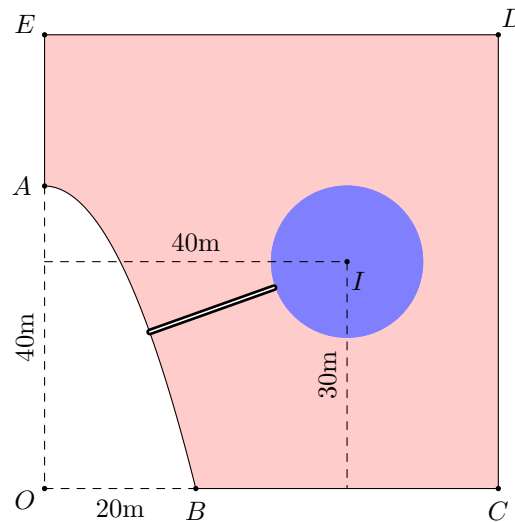
Vậy quãng đường ngắn nhất khoảng 94 (m).

Đáp án: 94

**⚡ Câu 18.** Một cái ao hình  $ABCDE$ , ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10 (m). Người ta muốn bắc một cầu cầu từ bờ  $AB$  của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu  $\ell$  của cây cầu biết

- ☑ Hai bờ  $AE$  và  $BC$  nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm  $O$ ;
- ☑ Bờ  $AB$  là một phần của một parabol có đỉnh là điểm  $A$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $OA$ ;
- ☑ Độ dài đoạn  $OA$  và  $OB$  lần lượt là 40 (m) và 20 (m);
- ☑ Tâm  $I$  của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng  $AE$  và  $BC$  lần lượt 40 (m) và 30 (m).

Đáp án: 1 7 , 7



**Lời giải.**

Gán trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$  cho đơn vị là 10.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình  $(C) : (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1$  có tâm  $I(4; 3)$ .

Bờ  $AB$  là một phần của Parabol  $(P) : y = 4 - x^2$  ứng với  $x \in [0; 2]$ .

Vậy bài toán trở thành tìm  $MN$  nhỏ nhất với  $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$ .

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm  $N$  thì  $MN + NI \geq IM$ .

Suy ra  $MI$  nhỏ nhất khi  $MN + NI = IM \Leftrightarrow N; M; I$  thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm  $M$  để  $IM$  nhỏ nhất.

Ta có  $M \in (P) \Leftrightarrow M(x; 4 - x^2)$ , suy ra

$$\begin{aligned} IM &= \sqrt{(4-x)^2 + (1-x^2)^2} \Leftrightarrow IM^2 = (4-x)^2 + (1-x^2)^2 \\ &\Leftrightarrow IM^2 = x^4 - x^2 - 8x + 17. \end{aligned}$$

Xét  $f(x) = x^4 - x^2 - 8x + 17$  trên  $[0; 2]$  có  $f'(x) = 4x^3 - 2x - 8$ .

Suy ra  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 1,3917$  là nghiệm duy nhất và  $1,3917 \in [0; 2]$ .

Ta có  $f(1,3917) = 7,68$ ;  $f(0) = 17$ ;  $f(2) = 13$ .

Do đó giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên  $[0; 2]$  gần bằng 7,68 khi  $x \approx 1,3917$ .

Vậy min  $IM \approx \sqrt{7,68} \approx 2,77 \Leftrightarrow IM = 27,7$  (m)  $\Leftrightarrow MN = IM - IN = 27,7 - 10 = 17,7$  (m).

Đáp án: **17,7** □

**⚡ Câu 19.** Trong không gian, cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$  và điểm  $A(2; 2; 2)$ . Từ  $A$  kẻ ba tiếp tuyến với mặt cầu là  $AB, AC, AD$  ( $B, C, D$  là các tiếp điểm). Mặt phẳng  $(BCD)$  cắt trục  $Oz$  tại  $M(0; 0; m)$ . Tìm  $m$ .

Đáp án: **5**            

**💬 Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 0; 1)$  và bán kính  $R = 2$ .

Do  $AB, AC, AD$  là 3 tiếp tuyến của  $(S)$  nên ta có  $\begin{cases} AB = AC = AD \\ IA = IC = ID = R \end{cases} \Rightarrow IA \perp (BCD)$ .

Khi đó mặt phẳng  $(BCD)$  có một VTPT là  $\vec{n} = \vec{IA} = (2; 2; 1)$ .

Gọi  $J$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD \Rightarrow J \in IA, IJ \perp BJ$ .

Ta có tam giác  $IBA$  vuông tại  $B$  và  $BJ \perp JA$  nên

$$IB^2 = IJ \cdot IA \Rightarrow IJ = \frac{IB^2}{IA} = \frac{4}{3} \Rightarrow \vec{IJ} = \frac{4}{9} \vec{IA}.$$

Giả sử  $J(x; y; z)$ , ta có  $\vec{IJ} = (x; y; z - 1); \vec{IA} = (2; 2; 1)$ .

Từ  $\vec{IJ} = \frac{4}{9} \vec{IA} \Rightarrow J\left(\frac{8}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$ .

Mặt phẳng  $(BCD)$  đi qua  $J$  và nhận  $\vec{n} = \vec{IA} = (2; 2; 1)$  làm VTPT nên  $(BCD) : 2x + 2y + z - 5 = 0$ .

Khi đó  $(BCD)$  cắt  $Oz$  tại  $M(0; 0; 5)$ .

Vậy  $m = 5$ .

Đáp án: **5** □

**⚡ Câu 20.**

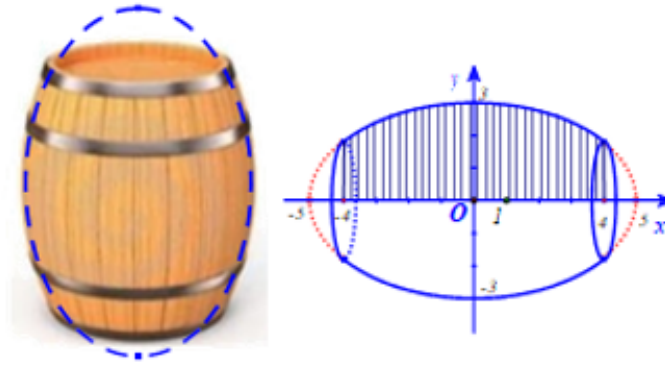
Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, trục bé bằng 6 dm. Hỏi thùng gỗ này đựng được bao nhiêu lít rượu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: **1**    **7**    **8**      



**💬 Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Đường  $(E)$  có phương trình  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

Thùng rượu là vật thể tròn xoay giới hạn bởi đường  $(E)$ , trục  $Ox$ , các đường thẳng  $x = -4$ ;  $x = 4$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

Ta có  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{25} (25 - x^2)$ .

Thể tích thùng rượu là

$$V = \int_{-4}^4 \pi y^2 dx = \frac{9\pi}{25} \int_{-4}^4 (25 - x^2) dx = \frac{1416\pi}{25} \approx 178 \text{ (lít)}.$$

Đáp án: 178

**⚡ Câu 21.** Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,... Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật  $ABCD$  có độ dài các cạnh lần lượt là  $AB = 5$  m và  $AD = 12$  m. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí  $B$  thấp hơn vị trí  $A$  là 5 cm, vị trí  $D$  thấp hơn vị trí  $A$  là 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ để xác định xem vị trí  $C$  thấp hơn vị trí  $A$  bao nhiêu cm? (làm tròn đến cm).

Đáp án: 1 3



**Lời giải.**

Ta có

☑  $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{500^2 - 5^2} \approx 500 \text{ cm};$

☑  $AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 8^2} \approx 1200 \text{ cm}.$

Dựa vào hình vẽ ta có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(500; 0; -5)$ ,  $D(0; 1200; -8)$ .

Giả sử  $C(x_C; y_C; z_C)$ , ta có  $\overrightarrow{AD} = (0; 1200; -8)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (x_C - 500; y_C; z_C + 5)$ .

Vì  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 500 \\ y_C = 1200 \\ z_C = -13. \end{cases}$

Vậy vị trí điểm  $C$  thấp hơn vị trí  $A$  là 13 cm.

Đáp án: **13** □

**⚡ Câu 22.** Một chiếc hộp có 40 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 28 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân lấy ngẫu nhiên viên bi từ chiếc hộp đó hai lần, mỗi lần lấy ra một viên bi và viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng bằng  $\frac{a}{b}$ . Khi đó tính giá trị  $a + b$ . Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 2 | 2 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**

Xét hai biến cố

A: “Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất”;

B: “Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ hai”.

Khi đó, xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng chính là xác suất có điều kiện  $P(B | A)$ .

Lấy một viên bi lần thứ nhất có 40 cách chọn, viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp nên lấy một viên bi lần thứ hai có 39 cách chọn. Do đó  $n(\Omega) = 40 \cdot 39$ .

Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất thì có 28 cách chọn, ở lần lấy thứ hai có 39 cách chọn. Do đó  $n(A) = 28 \cdot 39$ .

Bạn Ngân lấy được viên bi màu vàng ở lần lấy thứ nhất thì có 28 cách chọn, lấy ra viên bi màu vàng ở lần lấy thứ hai có 27 cách chọn. Do đó  $n(A \cap B) = 28 \cdot 27$ .

Khi đó  $P(B | A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{28 \cdot 27}{28 \cdot 39} = \frac{27}{39} = \frac{9}{13}$ .

Do đó xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng là  $\frac{9}{13}$ .

Vậy  $a + b = 22$ .

Đáp án: **22** □

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. A   2. B   3. B   4. D   5. A   6. D   7. B   8. D   9. C   10. A   11. C   12. B

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                             |                  |                                             |
|------------------|---------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> Đ <b>c</b> S <b>d</b> S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> Đ <b>c</b> Đ <b>d</b> S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <b>a</b> S <b>b</b> Đ <b>c</b> S <b>d</b> S | <b>⚡ Câu 16.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                            |                  |                        |                                |                            |                            |
|----------------------------|------------------|------------------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>           | <b>⚡ Câu 18.</b> | <b>⚡ Câu 19.</b>       | <b>⚡ Câu 20.</b>               | <b>⚡ Câu 21.</b>           | <b>⚡ Câu 22.</b>           |
| 9   4 <input type="text"/> | 1   7   ,   7    | 5 <input type="text"/> | 1   7   8 <input type="text"/> | 1   3 <input type="text"/> | 2   2 <input type="text"/> |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 23**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A**  $(1; +\infty)$ .

**B**  $(-5; -2)$ .

**C**  $(-\infty; 1)$ .

**D**  $(-1; 3)$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x - 9$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng xét dấu

|      |           |      |     |           |     |     |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-5; -2)$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.**

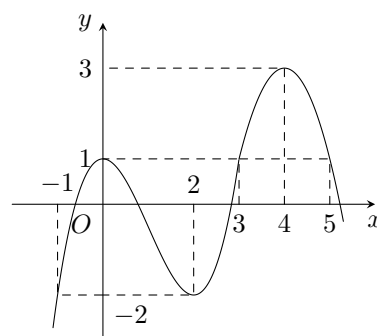
Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; 5]$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $[-1; 5]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

**A** 1.

**B** 6.

**C** 5.

**D** 4.



**💬 Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ, ta có  $M = 3$ ;  $m = -2 \Rightarrow M - m = 5$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{5x-16}$ ?

**A**  $y = \frac{1}{5}$ .

**B**  $x = \frac{1}{5}$ .

**C**  $y = \frac{16}{5}$ .

**D**  $x = \frac{16}{5}$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{16}{5} \right\}$ .

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{5x-16} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{3}{x}}{5 - \frac{16}{x}} = \frac{1}{5}.$$



Vậy đường thẳng  $y = \frac{1}{5}$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 4.**

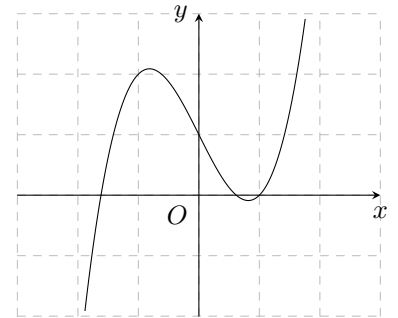
Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

**A**  $y = x^3 + 2x + 1$ .

**B**  $y = x^3 - 2x^2 + 1$ .

**C**  $y = x^3 - 2x + 1$ .

**D**  $y = -x^3 + 2x + 1$ .



**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị, ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ , loại phương án  $y = -x^3 + 2x + 1$ .

Xét phương án  $y = x^3 + 2x + 1$  có  $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , hàm số không có cực trị, loại phương án  $y = x^3 + 2x + 1$ .

Xét phương án  $y = x^3 - 2x^2 + 1$  có  $y' = 3x^2 - 4x$  và  $y'$  đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = 0, x = \frac{4}{3}$  nên hàm số đạt cực trị tại  $x = 0$  và  $x = \frac{4}{3}$ , loại phương án  $y = x^3 - 2x^2 + 1$ .

Vậy phương án đúng là  $y = x^3 - 2x + 1$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x$ . Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ ?

**A**  $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$ . **B**  $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ . **C**  $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$ . **D**  $F_4(x) = 3x^3 + x^2$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $F_1'(x) = 3x^2 + 2x$ ;  $F_2'(x) = x^2 + x$ ;  $F_3'(x) = 3x^2 - 2x$ ;  $F_4'(x) = 9x^2 + 2x$ .

Suy ra  $F_1'(x) = 3x^2 + 2x = f(x)$ .

Vậy  $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 3x^2 + 2x$  trên  $\mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Tích phân  $\int_0^1 (3x + 1)(x + 3) dx$  bằng

**A** 12.

**B** 9.

**C** 5.

**D** 6.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int_0^1 (3x + 1)(x + 3) dx = \int_0^1 (3x^2 + 10x + 3) dx = (x^3 + 5x^2 + 3x) \Big|_0^1 = 9$ .

Vậy  $\int_0^1 (3x + 1)(x + 3) dx = 9$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 học sinh được thể hiện trong bảng số liệu sau (đơn vị: kg).

|             |          |          |          |          |          |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Cân nặng    | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) |
| Số học sinh | 7        | 12       | 12       | 7        | 2        |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

**A** 50.

**B** 50,5.

**C** 52,5.

**D** 55,5.

**Lời giải.**

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu thuộc nhóm  $[50; 60)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 50 + \frac{\frac{40}{4} - 7}{12}(60 - 50) = 52,5.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 8.** Quãng đường đi bộ tập thể dục mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km) | [2,2; 2,6) | [2,6; 3,0) | [3,0; 3,4) | [3,4; 3,8) | [3,8; 4,2) |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 5          | 1          |

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A** 3,1. **B** 0,042. **C** 0,206. **D** 0,45.

**Lời giải.**

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km) | [2,2; 2,6) | [2,6; 3,0) | [3,0; 3,4) | [3,4; 3,8) | [3,8; 4,2) |
| Giá trị đại diện | 2,4        | 2,8        | 3,2        | 3,6        | 4,0        |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 5          | 1          |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,4 + 6 \cdot 2,8 + 5 \cdot 3,2 + 5 \cdot 3,6 + 1 \cdot 4,0}{20} = 3,1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3 \cdot 2,4^2 + 6 \cdot 2,8^2 + 5 \cdot 3,2^2 + 5 \cdot 3,6^2 + 1 \cdot 4,0^2}{20} - 3,1^2 = 0,206.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $s = \sqrt{0,206} \approx 0,45$

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; 4)$  và  $B(0; 1; 2)$ . Tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{BA}$  là

- A**  $(-1; -2; -2)$ . **B**  $(1; 2; 2)$ . **C**  $(-1; -2; 1)$ . **D**  $(0; -2; -2)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 2)$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; 2; 1)$  và có một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (5; 2; -3)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

- A**  $5x + 2y - 3z - 17 = 0$ . **B**  $2x + 2y + z - 11 = 0$ .  
**C**  $5x + 2y - 3z - 11 = 0$ . **D**  $2x + 2y + z - 17 = 0$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  có dạng

$$5(x - 2) + 2(y - 2) - 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 3z - 11 = 0.$$

Vậy  $(P): 5x + 2y - 3z - 11 = 0$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(3; -2; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$  là

- A**  $\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$  **B**  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$



**C** 
$$\begin{cases} x = -3 - 1t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

**D** 
$$\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng  $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-1; 2; -2)$ .

Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(3; -2; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): -x +$

$2y - 2z + 1 = 0$  là 
$$\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $(Oxyz)$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là

**A**  $I(-2; 2; -1), R = 4$ . **B**  $I(-2; 2; -1), R = 8$ . **C**  $I(2; -2; 1), R = 4$ . **D**  $I(2; -2; 1), R = 8$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 4^2$ .

Vậy  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I(2; -2; 1)$  và bán kính  $R = 4$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = 3x^3 - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- b) Hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  đạt tại  $x = 0$ .
- d)  $f(2) > f(3)$ .

**Lời giải.**

a) **Đ** Đúng. Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

|      |           |     |      |           |           |
|------|-----------|-----|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $-$  | $0$       | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |     |      |           | $+\infty$ |
|      |           |     | $CT$ |           |           |

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- b) **S** Sai. Hàm số có đúng 1 cực trị.
- c) **S** Sai. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  đạt tại  $x = 1$ .
- d) **S** Sai. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$  nên  $f(2) < f(3)$ .

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d sai ..... □

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - 4x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  ( $m$  là tham số thực) liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết rằng  $f(x)$  có nguyên hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $F(x)$  thỏa mãn  $F(-2) = -6$ .

a)  $m = -4$ .

b)  $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ .

c)  $\int_{-1}^5 f(x)dx = 108$ .

d)  $\int_0^2 f(t)dt = 3$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng. Ta có  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .  
Do đó  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = -3 \Leftrightarrow m = -4$ .

b) **Đ** Đúng. Ta có  $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + mx + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ .

$$F(-2) = (-2) - 2(-2)^2 + C_2 = C_2 - 10 \Rightarrow C_2 = 10 - 6 = 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - x^2 + mx + C_1) = m + C_1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 2x^2 + C_2) = -1 + C_2 = 3.$$

Ta lại có  $F(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = F(1) \Leftrightarrow m + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 3 - m = 7.$$

$$\text{Vậy } F(x) = F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

c) **S** Sai. Ta có  $\int_{-1}^5 f(x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = \int_{-1}^1 (1 - 4x)dx + \int_1^5 (3x^2 - 2x - 4)dx = 86$ .

d) **S** Sai.

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(t)dt &= \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \\ &= \int_0^1 (1 - 4x)dx + \int_1^2 (3x^2 - 2x - 4)dx = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(-2; 1; 2)$ ,  $C(3; -1; 2)$ .

a)  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$ .

b)  $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; 1)$ .

c)  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ .

d) Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng. Ta có  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(-2; 1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$ .

b) **S** Sai. Ta có  $A(1; -2; 3)$ ,  $C(3; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (2; 1; -1)$ .

c) **S** Sai. Do  $3\overrightarrow{AC} = (6; 3; -3)$ ;  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$ .

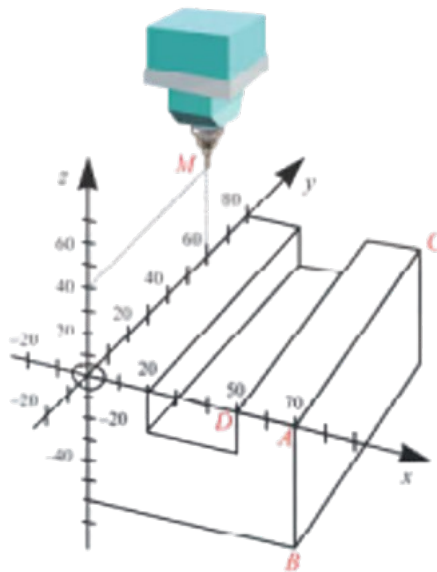
d) **Đ** Đúng. Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$ ;  $\overrightarrow{AC} = (2; 1; -1) \Rightarrow \frac{-3}{2} \neq \frac{3}{1} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  không cùng phương.  
Suy ra ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như Hình 2.



- a) Véc-tơ pháp tuyến của  $(ACD)$  là  $(0; 1; 1)$ .
- b) Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $y - 70 = 0$ .
- c) Phương trình tham số của đường thẳng  $AC$  là  $\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ .
- d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm  $M(0; 60; 40)$ . Phương trình mặt cầu tâm  $M$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  có dạng  $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **Ⓢ Sai.** Ta có  $A(70; 0; 0)$ ,  $B(70; 0; -60)$ ,  $C(70; 80; 0)$ ,  $D(50; 0; 0)$ . Mặt phẳng  $(ACD)$  đi qua  $A(70; 0; 0)$  và vuông góc với trục  $Oz$  nên có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

- b) **Ⓢ Sai.** Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua  $A(70; 0; 0)$  và vuông góc với trục  $Ox$  nên có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ . Suy ra mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là  $1(x - 70) = 0 \Leftrightarrow x - 70 = 0$ .

- c) **Ⓛ Đúng.** Đường thẳng  $AC$  đi qua điểm  $A(70; 0; 0)$  và có véc-tơ chỉ phương là  $\overrightarrow{AC} = (0; 80; 0) = 80(0; 1; 0)$ .

Do đó đường thẳng  $AC$  có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0. \end{cases}$

- d) **Ⓢ Sai.** Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  là  $d(M, (ABC)) = \frac{|0 - 70|}{1} = 70$ .

Phương trình mặt cầu tâm  $M$  và tiếp xúc mặt phẳng  $(ABC)$  có dạng

$$(x - 0)^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 70^2 \Leftrightarrow x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 4900.$$

Chọn đáp án 

|       |       |        |       |
|-------|-------|--------|-------|
| a sai | b sai | c đúng | d sai |
|-------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Chị Hà dự định sử dụng hết  $4 \text{ (m)}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? **Đáp án:** 0 , 7 3

**💬 Lời giải.**

Giả sử bể cá có chiều rộng là  $x > 0$  chiều cao là  $h > 0$ .

Theo giải thiết chiều dài của bể là  $2x$ .

Theo đề bài ta có  $2x^2 + 2xh + 4xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4 - 2x^2}{6x}$ .

Do  $x > 0, h > 0$  nên  $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$ .

Thể tích của bể cá là  $V = 2x^2h = \frac{4x - 2x^3}{3} = f(x)$ , với  $x \in (0; \sqrt{2})$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{4}{3} - 2x^2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$  (vì  $x > 0$ ).

Bảng biến thiên

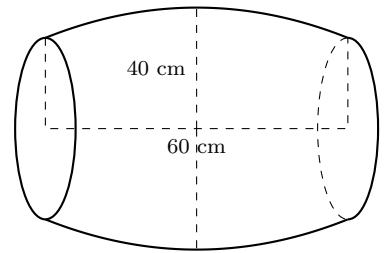
|         |   |                        |            |
|---------|---|------------------------|------------|
| $x$     | 0 | $\frac{\sqrt{6}}{3}$   | $\sqrt{2}$ |
| $f'(x)$ | + | 0                      | -          |
| $f(x)$  | 0 | $\frac{8\sqrt{6}}{27}$ | 0          |

Vậy bể cá có dung tích lớn nhất bằng  $\frac{8\sqrt{6}}{27} \text{ m}^3 \approx 0,73 \text{ m}^3$ .

Đáp án: 0,73 ..... □

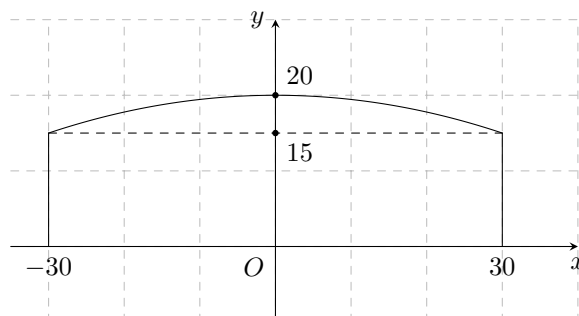
**⚡ Câu 18.**

Một thùng đựng bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30 cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40 cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Tính thể tích của thùng Bia hơi. (làm tròn đến hàng phần chục). **Đáp án:** 6 3 , 8



**💬 Lời giải.**

Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$  là parabol đi qua điểm  $A\left(3; \frac{3}{2}\right)$  và có đỉnh  $I(0; 2)$  (hình vẽ bên dưới).



Khi đó thể tích thùng Bia bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 3$ ;  $x = -3$  quay quanh trục  $Ox$ .

Ta thấy  $(P)$  có đỉnh  $I(0; 2)$  nên  $(P): y = ax^2 + 2$ , mặt khác  $(P)$  đi qua điểm  $A\left(3; \frac{3}{2}\right)$  nên ta tìm được  $(P)$  có phương trình  $y = \frac{-x^2}{18} + 2$ .

Khi đó thể tích thùng bia là  $V = \pi \int_{-3}^3 \left(\frac{-x^2}{18} + 2\right)^2 dx = \frac{203}{10}\pi \text{ (dm}^3\text{)} \approx 63,8 \text{ (lít)}$ .

Đáp án: **63,8** □

**⚡ Câu 19.** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh X tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: **0 , 5 4**

**💬 Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố người nghiện thuốc lá, suy ra  $\bar{A}$  là biến cố người không nghiện thuốc lá.

Gọi  $B$  là biến cố người bị bệnh ung thư.

Theo giả thiết ta có  $P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B | A) = 0,7$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,15$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26.$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là  $P(A | B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

Đáp án: **0,54** □

**⚡ Câu 20.** Một thợ xây cần xây một bể nước hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, chứa được 1 m<sup>3</sup> nước. Biết rằng chi phí để làm nắp đáy, tường xung quanh và đáy dưới là 1 triệu đồng trên 1 m<sup>2</sup>. Hỏi người thợ xây cần ít nhất bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng) để hoàn thành công việc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: **6 , 5**

**💬 Lời giải.**

Gọi  $x$  là độ dài cạnh đáy và  $h$  là độ dài cạnh bên của khối lăng trụ. Để chi phí xây dựng là ít nhất thì diện tích toàn phần hình lăng trụ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } V = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = 1 \Leftrightarrow h = \frac{4}{\sqrt{3}x^2}.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là } S_{tp} = 3xh + \frac{x^2\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{x} + \frac{x^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Theo bất đẳng thức Cauchy ta có } S_{tp} = \frac{2\sqrt{3}}{x} + \frac{2\sqrt{3}}{x} + \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \geq 3\sqrt{6\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy min } S_{tp} = 3\sqrt{6\sqrt{3}} \text{ khi } \frac{2\sqrt{3}}{x} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4}.$$

Chi phí xây bể là  $T = 3\sqrt{6\sqrt{3}} \cdot 1000000 \approx 6546742$  (đồng)  $\approx 6,5$  (triệu đồng).

Do đó số tiền ít nhất người thợ cần bỏ ra là  $T \approx 6,5$  (triệu đồng).

Đáp án: 6,5

**⚡ Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(2x) \cdot \log_3(3x) < 1$  là khoảng  $(a, b)$ . Tính  $a - b$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(2x) \cdot \log_3(3x) < 1 &\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(1 + \log_3 x) < 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 x + \log_2 x \log_3 x < 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 2 \cdot \log_2 x + \log_2 x \log_3 x < 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x (1 + \log_3 2 + \log_3 x) < 0 &\Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_3(6x) < 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log_3(6x) < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 < x < \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{6} < x < 1. \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < 0 \\ \log_3(6x) > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > \frac{1}{6} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \left(\frac{1}{6}; 1\right)$ .

**⚡ Câu 22.** Gọi  $H$  là đa giác lồi có các đỉnh được tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình  $(1 - 2 \sin 3x) + \cos 3x (\sin 3x - \cos 3x) = 0$  trên đường tròn lượng giác. Diện tích  $S$  của hình  $H$  là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: 2, 6

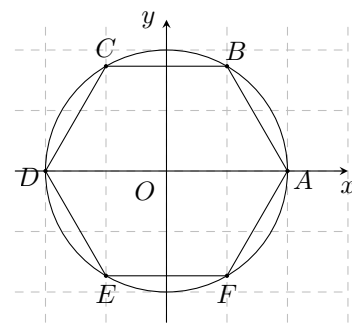
**💬 Lời giải.**

Ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned} 1 - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x - \cos^2 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow 1 - \cos^2 3x - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin^2 3x - 2 \sin 3x + \cos 3x \sin 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin 3x (\sin 3x + \cos 3x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin 3x + \cos 3x - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + \sin 3x = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{2} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \text{ (Vô nghiệm)} \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là các đỉnh của lục giác đều  $ABCDEF$  như hình vẽ.

$$\text{Diện tích } S = 6S_{\triangle OAB} = 6 \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB \sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6.$$



Đáp án: 2,6

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. B 2. C 3. A 4. C 5. A 6. B 7. C 8. D 9. B 10. C 11. A 12. C

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- |           |                 |           |                 |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| ⚡ Câu 13. | a Đ b S c S d S | ⚡ Câu 14. | a Đ b Đ c S d S |
| ⚡ Câu 15. | a Đ b S c S d Đ | ⚡ Câu 16. | a S b S c Đ d S |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

- |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ⚡ Câu 17. | ⚡ Câu 18. | ⚡ Câu 19. | ⚡ Câu 20. | ⚡ Câu 22. |
| 0 , 7 3   | 6 3 , 8   | 0 , 5 4   | 6 , 5     | 2 , 6     |

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPCT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 24**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |      |     | $3$ |           |     | $0$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A**  $(-\infty; -1)$ .

**B**  $(0; 1)$ .

**C**  $(-1; 0)$ .

**D**  $(-1; +\infty)$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như sau. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$ .

|     |      |      |     |     |     |
|-----|------|------|-----|-----|-----|
| $x$ | $-3$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
| $y$ |      | $3$  |     | $2$ |     |

**A** 3.

**B** 2.

**C** 1.

**D** 4.

**💬 Lời giải.**

Trên đoạn  $[-1; 2]$  ta có giá trị lớn nhất  $M = 3$  khi  $x = -1$  và giá trị nhỏ nhất  $m = 0$  khi  $x = 0$ .  
Khi đó  $M + m = 3 + 0 = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Hàm số nào sau đây có tiệm cận xiên

**A**  $y = \frac{x+3}{2x-1}$ .

**B**  $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ .

**C**  $y = \frac{4}{x-1}$ .

**D**  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số  $y = \frac{x+3}{2x-1}$  có một tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$  và một tiệm cận ngang  $y = \frac{1}{2}$ .

Hàm số  $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$  có một tiệm cận đứng  $x = -3$  và một tiệm cận xiên  $y = x$ .



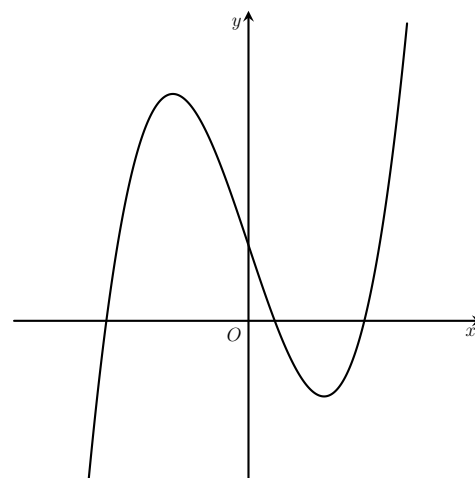
Hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$  có một tiệm cận đứng  $x = 1$  và một tiệm cận ngang  $y = 0$ .

Hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  có một tiệm cận ngang  $y = 0$ .

Chọn đáp án (B) ..... ☐

**⚡ Câu 4.**

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- (A)  $y = x^3 - 3x + 1$ . (B)  $y = -x^3 + 3x + 1$ . (C)  $y = x^2 - x + 1$ . (D)  $y = -x^2 + x - 1$ .

**💬 Lời giải.**

Từ đồ thị  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$  và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án  $y = x^3 - 3x + 1$ .

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**⚡ Câu 5.**  $\int x^2 dx$  bằng

- (A)  $2x + C$ . (B)  $\frac{1}{3}x^3 + C$ . (C)  $x^3 + C$ . (D)  $3x^3 + C$ .

**💬 Lời giải.**

Chọn đáp án (B) ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Nếu  $\int_2^5 f(x) dx = 5$  thì  $\int_2^5 2f(x) dx$  bằng

- (A) 10. (B) 15. (C) 5. (D) 2.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int_2^5 2f(x) dx = 2 \int_2^5 f(x) dx = 2 \cdot 5 = 10$ .

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

| Đường kính (cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số          | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- (A) 25. (B) 30. (C) 6. (D) 69,8.

**💬 Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $65 - 40 = 25$  cm.

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

|           |        |        |         |          |          |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Số trung bình của mẫu số liệu trên bằng

- (A)** 9,2. **(B)** 9,4. **(C)** 9,5. **(D)** 9,6.

Ta có  $\bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4$ . **Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là

- (A)**  $(3; 0; -1)$ . **(B)**  $(0; 1; 0)$ . **(C)**  $(3; 0; 0)$ . **(D)**  $(0; 0; -1)$ .

**Lời giải.**  
Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; 1; 0)$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - 5y + 4z - 7 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- (A)**  $\vec{n}_4 = (-7; 2; -5)$ . **(B)**  $\vec{n}_3 = (-3; 4; -7)$ . **(C)**  $\vec{n}_2 = (2; -5; 4)$ . **(D)**  $\vec{n}_1 = (2; 5; 4)$ .

**Lời giải.**  
Mặt phẳng  $(P): 2x - 5y + 4z - 7 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (2; -5; 4)$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- (A)**  $Q(2; -1; 2)$ . **(B)**  $M(-1; -2; -3)$ . **(C)**  $P(1; 2; 3)$ . **(D)**  $N(-2; 1; -2)$ .

**Lời giải.**  
Chỉ có điểm  $P(1; 2; 3)$  thỏa mãn phương trình đường thẳng  $d$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ . Đường kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- (A)** 4. **(B)** 32. **(C)** 16. **(D)** 8.

**Lời giải.**  
Bán kính của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$  là  $R = \sqrt{16} = 4$  khi đó đường kính bằng 8.

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-2, -1)$  và  $(-1, 0)$ .  
b) Hàm số có hai điểm cực trị.  
c) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên  $y = -x - 2$ .  
d) Đồ thị  $(C)$  cắt đường thẳng  $d: y = x + 1$  tại một điểm.

**Lời giải.**  
a) **(S)** Sai. Vì  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1}$ .

Ta có  $y' = \frac{-x-2x}{(x+1)^2}$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên

|      |           |      |           |     |           |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $-1$      | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$  | $0$       | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |      | $+\infty$ | $1$ | $-\infty$ |

b) **D** Đúng. Vì dựa vào bảng biến thiên hàm số có hai cực trị.

c) **D** Đúng. Vì  $y = -x + 2 - \frac{1}{x+1}$  nên tiệm cận xiên  $y = -x - 2$ .

d) **S** Sai. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} \frac{-x^2+x+1}{x+1} &= x+1 \\ \Rightarrow -x^2+x+1 &= x^2+2x+1 \\ \Leftrightarrow 2x^2+x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm nên  $(C)$  cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d sai ..... □

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^2; g(x) = 3x - 2$

- a)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + C$ .
- b)  $\int f(x) dx - \int g(x) dx = \int (x^2 - 3x + 2) dx$ .
- c)  $\int_1^2 (g(x) + 1) dx = 3$ .
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $f(x)$  và  $g(x)$  bằng 5.

**💬 Lời giải.**

- a) **D** Đúng. Vì  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + C$ .
- b) **D** Đúng. Vì  $\int f(x) dx - \int g(x) dx = \int (x^2 - 3x + 2) dx$ .
- c) **S** Sai. Vì  $\int_1^2 (g(x) + 1) dx = \int_1^2 (3x - 1) dx = \frac{7}{2}$ .

d) **S** Sai. Vì  $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{1}{6}$ .

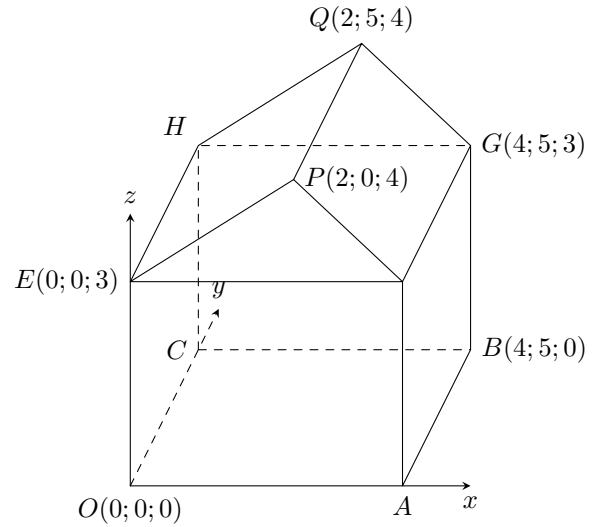
Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.**

Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- a) Tọa độ điểm  $A$  là  $(4; 0; 0)$ .  
 b) Tọa độ  $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$ .  
 c)  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$ .  
 d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  bằng  $26,6^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

**💬 Lời giải.**

- a) **D** Đúng. Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OACB$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4$ ,  $y_C = y_B = 5$ . Do  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A$  là  $(4; 0; 0)$ .  
 Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OCEH$  là hình chữ nhật.  
 Suy ra

$$y_H = y_C = 5, z_H = z_E = 3.$$

Do  $H$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ điểm  $H$  là  $(0; 5; 3)$ .

Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4$ ;  $z_F = z_E = 3$ . Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$  nên tọa độ điểm  $F$  là  $(4; 0; 3)$ .

- b) **S** Sai. Vì  $\overrightarrow{AH} = (-4; 5; 3)$  và  $\overrightarrow{AF} = (0; 0; 3)$ .  
 c) **S** Sai. Vì  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$ .  
 d) **D** Đúng. Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ .  
 Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên góc  $PFE$  là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có

$$\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1), \overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0).$$

Suy ra

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ .

Vậy góc dốc của mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ ;  $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y+3z-5=0$

- a) Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua  $A(1; 2; -1)$  và song song với  $(P)$  có phương trình  $x+2y+3z+3=0$ .  
 b) Điểm  $M(2; 1; -1)$  thuộc  $d_1$ .  
 c) Đường thẳng  $d_2$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (6; -4; 2)$ .  
 d) Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , cắt  $d_1$  và  $d_2$  có phương trình là  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **S** Mặt  $(Q)$  đi qua  $A(1; 2; -1)$  và song song với  $(P)$  có phương trình  $x+2y+3z-2=0$ .  
 b) **D**  $M \in d_1$  vì  $\frac{2-3}{-1} = \frac{1-3}{-2} = \frac{-1+2}{1}$   
 c) **S** Đường thẳng  $d_2$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (6; -4; -2)$ .

- d) **D** Phương trình  $d_1: \begin{cases} x = 3 - t_1 \\ y = 3 - 2t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 5 - 3t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + t_2 \end{cases}$ .

Gọi đường thẳng cần tìm là  $\Delta$ .

Giả sử đường thẳng  $\Delta$  cắt đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt tại  $A, B$ .

Gọi  $A(3 - t_1; 3 - 2t_1; -2 + t_1)$ ,  $B(5 - 3t_2; -1 + 2t_2; 2 + t_2)$ .

$\vec{AB} = (2 - 3t_2 + t_1; -4 + 2t_2 + 2t_1; 4 + t_2 - t_1)$ .

Vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; 2; 3)$ .

Do  $\vec{AB}$  và  $\vec{n}$  cùng phương nên

$$\begin{aligned} \frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} &= \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} = \frac{4 + t_2 - t_1}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} &= \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} \\ \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} &= \frac{4 + t_2 - t_1}{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 &= 2 \\ t_2 &= 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(2; -1; 3)$ .

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(1; -1; 0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{n} = (1; 2; 3)$  là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$$

Chọn đáp án 

|       |        |       |        |
|-------|--------|-------|--------|
| a sai | b đúng | c sai | d đúng |
|-------|--------|-------|--------|

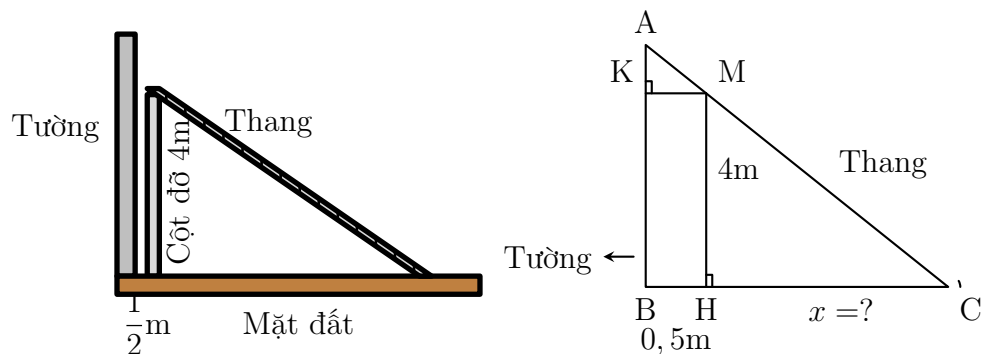
 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Tìm chiều dài bé nhất của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao 4m, song song và cách tường 0,5m kể từ gốc của cột đỡ như hình vẽ. Kết quả làm tròn đến hàng



phần trăm.



Đáp án: 5, 5, 9

**Lời giải.**

Đặt  $HC = x > 0$ . Suy ra  $BC = x + 0,5$ .

Áp dụng định lý Thales, ta có  $\frac{HC}{BC} = \frac{MH}{AB} = \frac{x}{x + 0,5}$ .

Vậy  $AB = \frac{4(x + 0,5)}{x}$ .

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  nên suy ra

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (x + 0,5)^2 + \frac{16(x + 0,5)^2}{x^2}.$$

Hay

$$AC^2 = \frac{(x + 0,5)^2 (x^2 + 16)}{x^2}.$$

Đặt

$$f(x) = \frac{x^4 + x^3 + \frac{65}{4}x^2 + 16x + 4}{x^2} \quad (x > 0).$$

Bài toán trở thành tìm min  $f(x)$  với  $x > 0$ .

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\left(4x^3 + 3x^2 + \frac{65}{2}x + 16\right)x^2 - 2x\left(x^4 + x^3 + \frac{65}{4}x^2 + 16x + 4\right)}{x^4} \\ \Leftrightarrow f'(x) &= \frac{2x^4 + x^3 - 16x - 8}{x^3}. \end{aligned}$$

Vậy

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow (x - 2)(2x + 1)(x^2 + 2x + 4) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 > 0 \\ x = -\frac{1}{2} < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Bảng biến thiên

|         |   |   |           |
|---------|---|---|-----------|
| $x$     | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0 | +         |
| $f(x)$  |   |   |           |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$$\min_{x>0} f(x) = f(2) = \frac{125}{4}.$$

Do đó, ta có

$$\min AC = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \approx 5,59.$$

Đáp án: **5,59** ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  và đường thẳng  $d: y = m(x + 1)$  cắt nhau tạo thành hai hình phẳng có cùng diện tích. Tìm  $m$ . Đáp án:

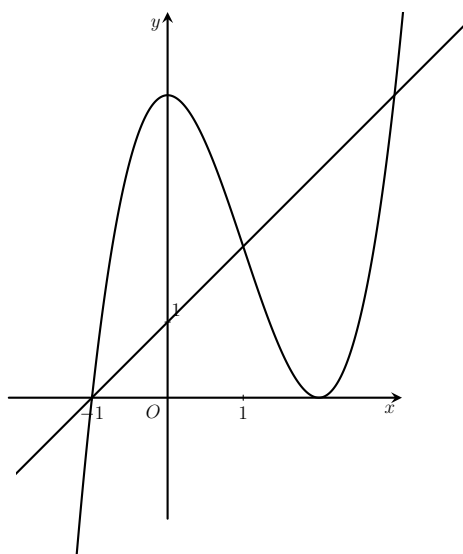
**💬 Lời giải.**

Xét phương trình

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + 4 &= m(x + 1) \\ \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + 4 - m) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + 4 - m = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình  $x^2 - 4x + 4 - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt khi  $m > 0$ .

Giả sử  $x_1, x_2$  ( $-1 < x_1 < x_2$ ) là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 4x + 4 - m = 0$  và hai hình phẳng cần tìm có diện tích là  $S_1, S_2$ .



$$S_1 = S_2 \tag{1}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{x_1} (x^3 - 3x^2 + 4 - mx - m) dx = \int_{x_1}^{x_2} (mx + m - x^3 + 3x^2 - 4) dx \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{x_1} (x^3 - 3x^2 + 4 - mx - m) dx + \int_{x_1}^{x_2} (x^3 - 3x^2 + 4 - mx - m) dx = 0 \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{x_2} (x^3 - 3x^2 + 4 - mx - m) dx = 0 \tag{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_2^4}{4} - x_2^3 + 4x_2 - \frac{mx_2^2}{2} - mx_2 - \left(\frac{1}{4} + 1 - 4 - \frac{m}{2} + m\right) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x_2^4 - 4x_2^3 + 16x_2 - 2mx_2^2 - 4mx_2 + 11 - 2m = 0 \quad (6)$$

$\Leftrightarrow (x_2^4 - 4x_2^3 + 4x_2^2 - mx_2^2) + (-4x_2^2 + 16x_2 - 16 + 4m) + (-mx_2^2 + 4mx_2 - 4m + m^2) - 8mx_2 + 27 - 2m - m^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x_2^2(x_2^2 - 4x_2 + 4 - m) - 4(x_2^2 - 4x_2 + 4 - m) - m(x_2^2 - 4x_2 + 4 - m) - 8mx_2 + 27 - 2m - m^2 = 0 \quad (1)$ .  
 Mặt khác  $x_2$  là một nghiệm của phương trình  $x^2 - 4x + 4 - m = 0$  nên  $x_2^2 - 4x_2 + 4 - m = 0$ .

Do đó

$$(1) \Leftrightarrow -8mx_2 + 27 - 2m - m^2 = 0.$$

Giải hệ  $\begin{cases} x_2^2 - 4x_2 + 4 = m \\ -8mx_2 + 27 - 2m - m^2 = 0 \end{cases}$  ta được  $x_2 = -1, x_2 = 3$ . So với điều kiện  $-1 < x_1 < x_2$ , ta nhận  $x_2 = 3$ .

Suy ra  $m = 1$ .

Nhận xét: đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  có tâm đối xứng là điểm  $I(1; 2)$ .

Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  và đường thẳng  $d: y = m(x + 1)$  cắt nhau tạo thành hai hình phẳng có cùng diện tích khi đường thẳng  $d: y = m(x + 1)$  đi qua điểm  $I(1; 2)$ .

Suy ra  $m = 1$ .

Đáp án: **1** ..... ☐

**⚡ Câu 19.** Mai, Lan và 5 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố “Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng”. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 5 | 2 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Số cách xếp 7 người thành một hàng ngang là  $7!$ .

Gọi  $A$  là biến cố “Mai đứng ở đầu hàng”,  $B$  là biến cố “Lan đứng ở đầu hàng”.

Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$ .

Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$ .

Xác suất của biến cố “Hai bạn Lan và Mai đứng ở hai đầu hàng” là

$$P(AB) = \frac{2 \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{21}.$$

Xác suất của biến cố “Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng” là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{21} = \frac{11}{21} \approx 0,52$$

Đáp án: **0,52** ..... ☐

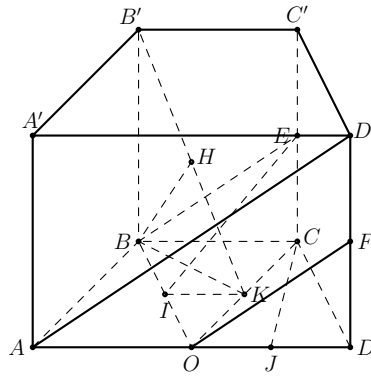
**⚡ Câu 20.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thang cân,  $AB = BC = CD = 2$ ,  $AD = 4$ . Biết rằng góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $B$  và vuông góc với đường thẳng  $A'C$ . Biết  $(P)$  chia khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh  $A$ .

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 5 |  |  |
|---|---|--|--|

**💬 Lời giải.**





Tính được  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$ .

Có  $BO \perp AC$ ,  $CO \perp AA' \Rightarrow BO \perp A'C$  (1).

Gọi  $I$  là tâm hình thoi  $ABCO$ ,  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $CC'$  và  $DD'$  suy ra  $BEFO$  là hình bình hành.

Có  $IE \parallel AC'$ ,  $AC' \perp A'C$  (do  $\Rightarrow ACC'A'$  là hình vuông)  $\Rightarrow IE \perp A'C$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow (BEFO) \perp A'C \Rightarrow (BEFO)$  chính là mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $B$  và vuông góc với  $A'C$ . Mặt phẳng  $(P)$  chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện, gồm khối lăng trụ tam giác  $BCE.ODF$  và khối đa diện có các đỉnh  $A, B, E, F, O, A', B', C', D'$  (khối này chứa đỉnh  $A$ , có thể tích  $V$  cần tính).

Gọi  $J$  là trung điểm của  $OD \Rightarrow CJ \perp (ADD'A')$  và  $CJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$$S_{ODF} = \frac{1}{4}S_{ADD'} = \frac{1}{8}S_{ADD'A'} = \frac{1}{8}a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{BCE.ODF} = CJ \cdot S_{ODF} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}.$$

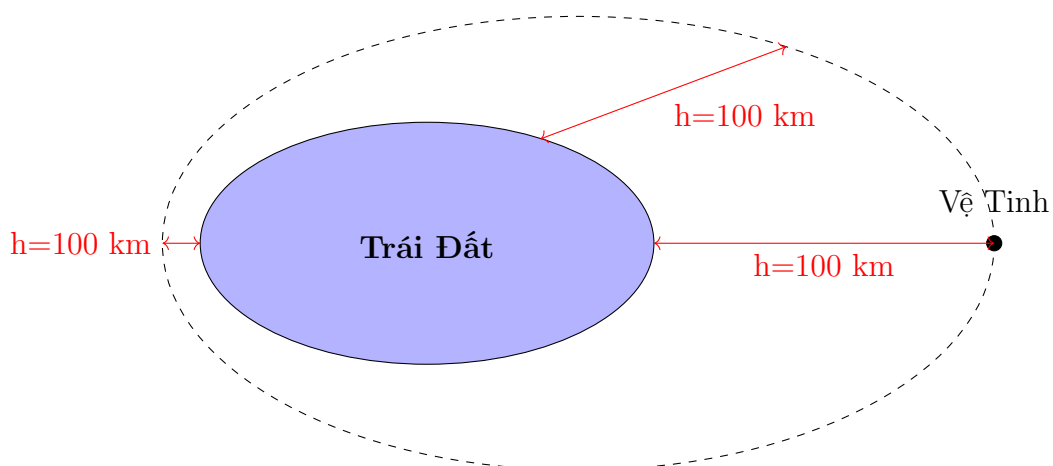
Vậy thể tích cần tính là

$$V = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{BCE.ODF} = \frac{9a^3}{4} - \frac{3a^3}{8} = \frac{15a^3}{8}.$$

Với  $a = 2$  thì  $V = 15$ .

Đáp án: **15** □

**⚡ Câu 21.** Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao  $h$  (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức  $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50}t$ . Trong đó  $t$  là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất  $250 \text{ km}$ . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp án:   ,

**Lời giải.**

Ta có phương trình

$$550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50}t = 250 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{50}t = -\frac{2}{3}.$$

Vậy trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, tại thời điểm  $t \approx 36,6$  (phút) thì ta có thể thực hiện thí nghiệm đó.

Đáp án:  □

**⚡ Câu 22.** Cho phương trình  $2^{x^2-3x+2} = 4$ . Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình.

Đáp án:

**Lời giải.**

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 2^{x^2-3x+2} &= 4 \\ \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+2} &= 2^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \\ \Rightarrow 0^2 + 3^2 &= 9. \end{aligned}$$

Đáp án:  □

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. C 2. A 3. B 4. A 5. B 6. A 7. A 8. B 9. B 10. C 11. C 12. D

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

|                  |                                                                                                         |                  |                                                                                                         |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ | <b>⚡ Câu 16.</b> | <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ |

### BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

|                                                                                                |                                                                                                                          |                                                                                                |                                                                                                                           |                                                                                                |                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>                                                                               | <b>⚡ Câu 18.</b>                                                                                                         | <b>⚡ Câu 19.</b>                                                                               | <b>⚡ Câu 20.</b>                                                                                                          | <b>⚡ Câu 21.</b>                                                                               | <b>⚡ Câu 22.</b>                                                                                                         |
| <input type="text" value="5"/> , <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="9"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value=""/> <input type="text" value=""/> <input type="text" value=""/> | <input type="text" value="0"/> , <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="2"/> | <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value=""/> <input type="text" value=""/> | <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="6"/> , <input type="text" value="6"/> | <input type="text" value="9"/> <input type="text" value=""/> <input type="text" value=""/> <input type="text" value=""/> |

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

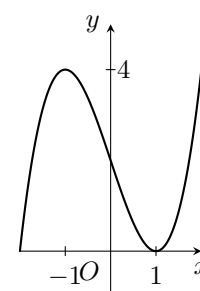
**Đề số 25**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A**  $x = -1$ .      **B**  $y = 4$ .      **C**  $(-1; 4)$ .      **D**  $x = 1$ .



**💬 Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên

|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $+$  | $0$ | $-$       |
| $y$  | 5         |      | 4   |           |
|      |           | $-2$ |     | $-1$      |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A** Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng  $-2$ .  
**B** Hàm số có hai điểm cực trị.  
**C** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.  
**D** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng  $-2$ .

**💬 Lời giải.**

Hàm số không có giá trị lớn nhất do  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$  và có giá trị nhỏ nhất bằng  $-2$  tại  $x = -1$ .

Hàm số có hai điểm cực trị là  $x = -1$  và  $x = 2$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là  $y = 5$  và  $y = -1$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ

|      |           |      |                         |           |   |
|------|-----------|------|-------------------------|-----------|---|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$                     | $+\infty$ |   |
| $y'$ | +         |      | +                       | 0         | - |
| $y$  | 2 ↗ 4     |      | ↗ 3 ↘<br>$-\infty$ $-1$ |           |   |

Tổng số tiệm đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A** 2. **B** 0. **C** 3. **D** 1.

**Lời giải.**

Ta có

- ☑  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$  nên  $x = -1$  là đường tiệm cận đứng.
- ☑  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  nên  $y = 2$  là đường tiệm cận ngang.
- ☑  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  nên  $y = -1$  là đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  có tiệm cận xiên là đường thẳng

- A**  $y = x$ . **B**  $y = x - 1$ . **C**  $y = 2x - 1$ . **D**  $y = x + 1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$ .

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là  $y = x + 1$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 5.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$  là

- A**  $x^2 + 3x + C$ . **B**  $2x^2 + 3x + C$ . **C**  $x^2 + C$ . **D**  $2x^2 + C$ .

**Lời giải.**

$\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 6.** Giả sử  $\int_0^9 f(x) dx = 37$  và  $\int_0^9 g(x) dx = 16$ . Khi đó  $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng

- A**  $I = 122$ . **B**  $I = 26$ . **C**  $I = 143$ . **D**  $I = 58$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^9 f(x) dx + 3 \int_0^9 g(x) dx = 2 \cdot 37 + 3 \cdot 16 = 122$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**⚡ Câu 7.** Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

|                  |          |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Khối lượng (gam) | [80; 82) | [82; 84) | [84; 86) | [86; 88) | [88; 90) |
| Số quả           | 17       | 20       | 25       | 16       | 12       |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

**A** 10.

**B** 12.

**C** 2.

**D** 20.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $90 - 80 = 10$ .

Chọn đáp án **A** ☐

**⚡ Câu 8.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

| Nhóm     | Giá trị đại diện | Tần số   |
|----------|------------------|----------|
| [40; 45) | 42,5             | 4        |
| [45; 50) | 47,5             | 14       |
| [50; 55) | 52,5             | 8        |
| [55; 60) | 57,5             | 10       |
| [60; 65) | 62,5             | 6        |
| [65; 70) | 67,5             | 2        |
|          |                  | $n = 44$ |

Biết số trung bình của mẫu số liệu đã cho là  $\bar{x} \approx 53,18$ . Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

**A**  $s^2 = 46,12$ .

**B**  $s^2 = 46,1$ .

**C**  $s^2 = 46,21$ .

**D**  $s^2 = 46,2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $4 \cdot (42,5 - 53,18)^2 + 14 \cdot (47,5 - 53,18)^2 + 8 \cdot (52,5 - 53,18)^2 + 10 \cdot (57,5 - 53,18)^2 + 6 \cdot (62,5 - 53,18)^2 + 2 \cdot (67,5 - 53,18)^2 = 2029,5456$ .

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:  $s^2 = \frac{2029,5456}{44} \approx 46,1$ .

Chọn đáp án **B** ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; 3; -2)$  và  $\vec{v} = (2; 1; -1)$ . Toạ độ vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là

**A**  $(3; 4; -3)$ .

**B**  $(-1; 2; -3)$ .

**C**  $(-1; 2; -1)$ .

**D**  $(1; -2; 1)$ .

**Lời giải.**

$\vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 3; -1)$  là

**A**  $2x + 3y - z - 2 = 0$ . **B**  $2x + 3y - z + 2 = 0$ . **C**  $2x - y + 3z - 2 = 0$ . **D**  $2x - y + 3z + 2 = 0$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  có dạng  $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ .

Do đó  $2(x - 2) + 3(y + 1) - 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - z + 2 = 0$ .

Chọn đáp án **B** ☐

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

**A**  $\vec{u}_2(2; 4; -1)$ .

**B**  $\vec{u}_1(2; -5; 3)$ .

**C**  $\vec{u}_3(2; 5; 3)$ .

**D**  $\vec{u}_4(3; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

Đúng lý thuyết chọn đáp án.

Chọn đáp án **B** ☐



**⚡ Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A(2; 1; 0)$ , đi qua điểm  $B(0; 1; 2)$ ?

**A**  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 8.$

**B**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8.$

**C**  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64.$

**D**  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64.$

**💬 Lời giải.**

Vì mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A(2; 1; 0)$ , đi qua điểm  $B(0; 1; 2)$  nên mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A(2; 1; 0)$  và có bán kính  $R = AB$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB}(-2; 0; 2)$ . Suy ra  $R = |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}$ .

Vậy  $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  có bảng biến thiên sau

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$       | $3$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $-5$ | $+\infty$ | $3$ | $+\infty$ |     |

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 b) Giá trị cực đại của hàm số là  $y = 3$ .  
 c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình  $y = mx + n$  khi đó  $m > 0$ .  
 d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

**💬 Lời giải.**

a) **Đ** Đúng. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .

b) **S** Sai. Giá trị cực đại của hàm số là  $y = -5$ .

c) **Đ** Đúng. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình:  $y = \frac{a}{d}x + \frac{bd - ae}{d^2}$ . Theo bảng biến thiên ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}{d + \frac{e}{x}} = +\infty \Rightarrow \frac{a}{d} > 0 \Rightarrow m > 0.$$

d) **Đ** Đúng. Ta có  $f(0) < -5$  nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng ..... □

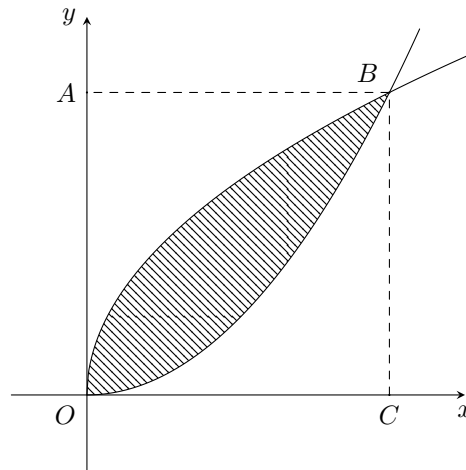
**⚡ Câu 14.** Cho hai hàm số  $f(x) = x^3$  và  $g(x) = \sqrt[3]{x}$ .

a)  $\int [f(x) - g(x)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C.$

b) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(1) = 1$  thì  $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}x.$

c)  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{4}$ .

- d) Một viên gạch men có dạng hình vuông  $OABC$  cạnh là 1. Khi chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ thì hai đường cong bao quanh phần tô đậm trên viên gạch tương ứng là đồ thị của các hàm số  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$ . Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng  $\frac{1}{2}$  (đvdt).



**Lời giải.**

- a) **D** Đúng.

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int [x^3 - \sqrt[3]{x}] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$$

- b) **S** Sai.

$$F(x) = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C, F(1) = 1 \text{ nên } C = \frac{3}{4} \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}.$$

- c) **S** Sai.

$$S = \int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}.$$

- d) **D** Đúng.  $B$  là giao điểm của hai đường cong  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  nên  $B(1; 1)$ .  
Diện tích hình vuông có cạnh bằng 1 là  $S = 1^2 = 1$  (đvdt).

Gọi  $S_1$  là diện tích phần tô đậm của viên gạch men.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^3) dx = \int_0^1 \left( x^{\frac{1}{3}} - x^3 \right) dx = \left( \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \text{ (đvdt)}.$$

Vậy diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  (đvdt).

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $O = AC \cap BD$  biết  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD$  và  $BC$ .

- a)  $(SMN) \perp (ABCD)$ .

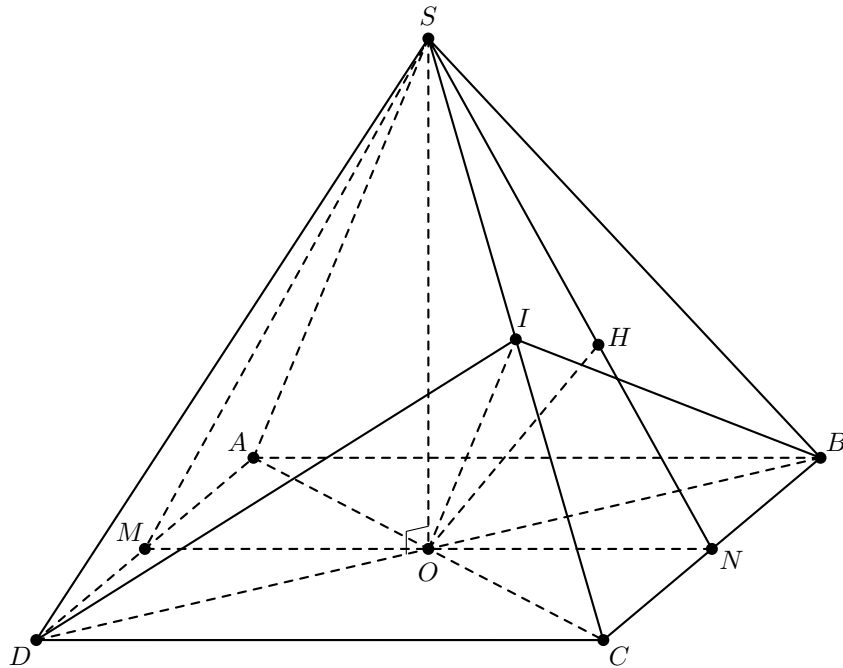
b)  $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

c)  $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

- d)  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$  với  $\alpha$  là số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ .

**Lời giải.**





a) **Đ** Đúng. Ta có  $SO \subset (SMN), SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$ .

b) **Đ** Đúng.  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ .

c) **S** Sai. Kẻ  $OH \perp SN$ . Ta có  $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH$ .

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

d) **Đ** Đúng. Kẻ đường cao  $DI$  của tam giác  $SCD$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} SC \perp DI \\ SC \perp BD \text{ (do } BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (IBD) \Rightarrow SC \perp BI.$$

Mặt khác  $SC = (SBC) \cap (SCD)$  nên  $((SBC), (SCD)) = (ID, IB)$ .

Ta có  $IO \perp BD$  và  $O$  là trung điểm  $BD$  nên  $\triangle IBD$  cân tại  $I$  và  $\widehat{OIB} = \widehat{OID} = \frac{1}{2} \widehat{BID}$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  nên  $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = OD$ .

$$\text{Tam giác } SOC \text{ có đường cao } OI = \frac{SO \cdot OC}{\sqrt{SO^2 + OC^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Tam giác  $IOD$  vuông tại  $O$  có

$$\tan \widehat{OID} = \frac{OD}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{30}}{10}} = \frac{\sqrt{15}}{3}; \tan \widehat{BID} = \frac{2 \tan \widehat{OID}}{1 - \tan^2 \widehat{OID}} = -\sqrt{15} < 0$$

nên  $\widehat{BID}$  là góc tù.

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

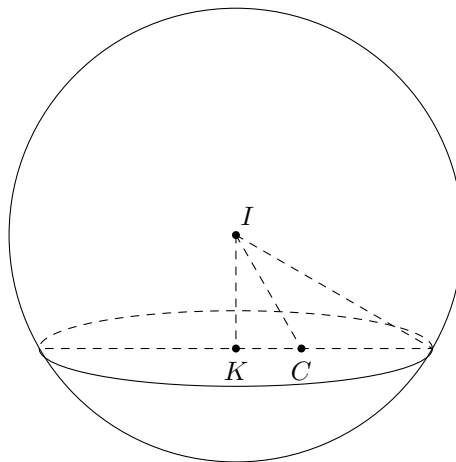
 .....



- ⚡ Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -2; 2)$ ,  $B(-1; 1; -1)$  và  $C(-3; 1; 0)$ .
- a) Mặt cầu tâm  $A$  bán kính  $R = 3$  có phương trình là  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 3$ .
- b) Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là  $2x - z + 2 = 0$ .
- c) Đường thẳng đi qua hai điểm  $A$  và  $B$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$
- d) Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $\frac{MA}{MB} = 2$  là mặt cầu  $(S)$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng qua điểm  $C$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó, mặt phẳng  $(Q)$  đi qua điểm  $D(-1; -1; 0)$ .

**💬 Lời giải.**

- a) **❌ Sai.** Mặt cầu tâm  $A$  bán kính  $R = 3$  có phương trình là  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .
- b) **❌ Sai.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A$  và nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1)$  làm VTPT có phương trình là  $-2(x - 2) + 1(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - z - 2 = 0$ .
- c) **✅ Đúng.** Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và nhận  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -3)$  làm VTCP có phương trình là 
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$
- d) **✅ Đúng.** Gọi  $M(x; y; z)$ . Ta có  $AM = 2BM \Leftrightarrow AM^2 = 4BM^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 4z = 0$ .  
Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2; 2; -2)$  và bán kính  $R = 2\sqrt{3} \cdot IC = \sqrt{6} < R$  nên  $C$  nằm trong mặt cầu  $(S)$ .  
Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên mặt phẳng  $(Q)$ . Ta có  $d(I, (Q)) = IK \leq IC$ .



Bán kính đường tròn giao tuyến  $r = \sqrt{R^2 - IK^2} \Rightarrow r_{\min} \Leftrightarrow IK_{\max} \Leftrightarrow K \equiv C$ .  
Khi đó, mặt phẳng  $(Q)$  qua điểm  $C$  và nhận  $\overrightarrow{IC} = (-1; -1; 2)$  làm VTPT.  
 $\Rightarrow (Q): x + y - 2z + 2 = 0 \Rightarrow D \in (Q)$ .

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

- ⚡ Câu 17.** Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe  $X$  với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán

ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 0 | , | 5 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Gọi giá bán mới là  $x$  (triệu đồng) với  $27 \leq x \leq 31$ .

Khi đó số xe bán ra là  $600 + (31 - x) \cdot 200$ .

Lợi nhuận thu được là  $f(x) = [600 + (31 - x) \cdot 200](x - 27) = (-200x + 6800)(x - 27)$

$$= -200x^2 + 12200x - 183600 = -200 \left( x - \frac{61}{2} \right)^2 + 2450 \leq 2450.$$

Dấu "=" xảy ra khi  $x - \frac{61}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 30,5$

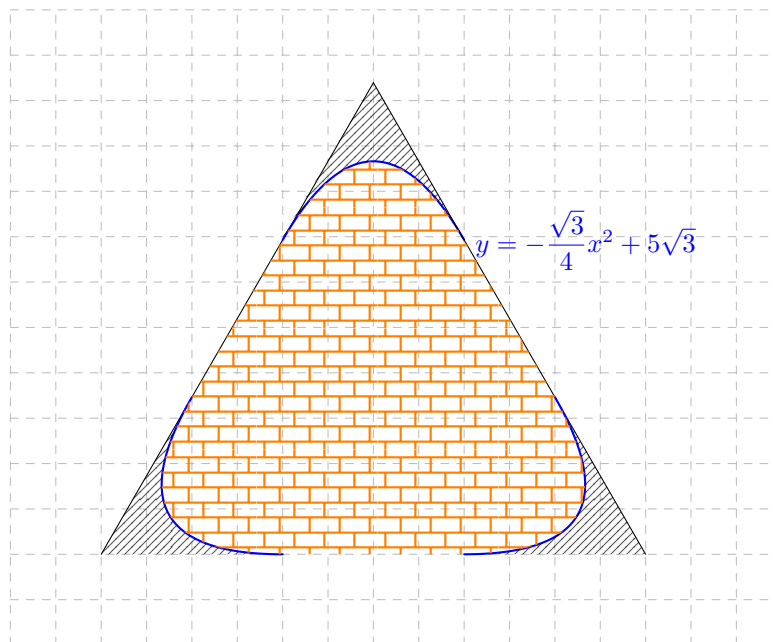
Vậy giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận lớn nhất thu được là 2450 triệu đồng.

Đáp án: 

|      |
|------|
| 30,5 |
|------|

 □

**⚡ Câu 18.** Một tấm kính làm mặt bàn có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong. Biết cạnh tam giác tam giác ban đầu bằng 12 (dm). Để cắt góc bàn được đẹp thì người ta cắt theo đường cong là đường Parabol  $(P): y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$  có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (như hình minh họa sau)



Diện tích mặt kính làm mặt bàn  $(H1)$  bằng  $S$  ( $dm^2$ ). Tính  $S$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

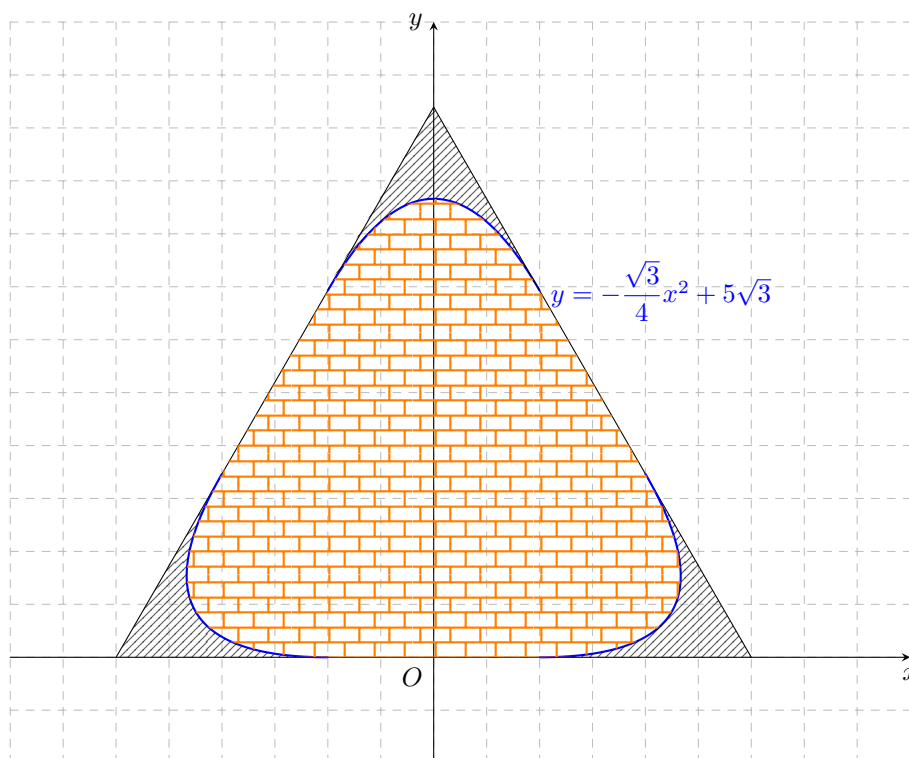
Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 5 | 5 | , | 4 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $S_{\triangle ABC} = 12^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$ .

Dựng hệ trục như hình vẽ



Vì tam giác  $ABC$  đều cạnh bằng 12 nên  $AO = 6\sqrt{3}$ .

Phương trình đường thẳng  $AC : \frac{x}{6} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 1 \Leftrightarrow y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$ .

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và đường thẳng  $AC$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Diện tích phần tô đậm giới hạn bởi  $(P)$ ,  $(AC)$  và trục  $Oy$  trong hình bằng

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^2 \left[ (-\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}) - \left( -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} \right) \right] dx = \int_0^2 \left( \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} \right) dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 (x-2)^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Vì mặt bàn đối xứng nên diện tích kính cần tính bằng  $S = S_{\triangle ABC} - 6S_1 = 36\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \approx 55,4$  ( $dm^2$ ).

Đáp án: **55,4** ..... ☐

**⚡ Câu 19.** Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng cứ vào đầu tháng cô bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180 (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị với giả thiết lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình cô Hoa thực hiện tích lũy)? Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 4 | 5 |  |
|---|---|---|--|

**💬 Lời giải.**

Gọi  $u_n$  là số triệu đồng mà cô Hoa có trong chương trình tích lũy ở lần gửi thứ  $n$  (vào đầu tháng thứ  $n$ ). Kí hiệu  $a = 0,5$  triệu đồng,  $r = 0,5\%$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 1 là  $u_1 = a$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 2 là  $u_2 = u_1(1+r) + a$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng 3 là

$$u_3 = u_2(1 + r) + a = a(1 + r)^2 + a(1 + r) + a.$$

Tương tự cho các tháng tiếp theo, suy ra số tiền của cô Hoa trong chương trình tích lũy ở đầu tháng  $n$  là

$$u_n = a(1 + r)^{n-1} + a(1 + r)^{n-2} + \dots + a(1 + r) + a = a \frac{(1 + r)^n - 1}{(1 + r) - 1} = a \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180, cô ấy sẽ tích lũy được

$$u_{180} = a \frac{(1 + r)^{180} - 1}{r} \approx 145(\text{triệu đồng}).$$

Đáp án: 145

**⚡ Câu 20.** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội  $I$  có 5 vận động viên, đội  $II$  có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội  $I$  và đội  $II$  lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội  $I$  là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? **Đáp án:** 0, 4 6

**💬 Lời giải.**

Xét các biến cố sau:

$A$ : “Vận động viên được chọn thuộc đội  $I$ ”;

$B$ : “Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Khi đó,  $P(A) = \frac{5}{12}$ ;  $P(\bar{A}) = \frac{7}{12}$ ;  $P(B | A) = 0,65$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,55$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55 = \frac{71}{120}.$$

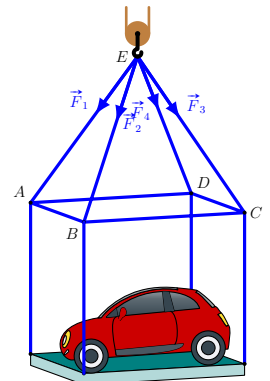
Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội  $I$  là:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{\frac{71}{120}} \approx 0,46.$$

Đáp án: 0,46

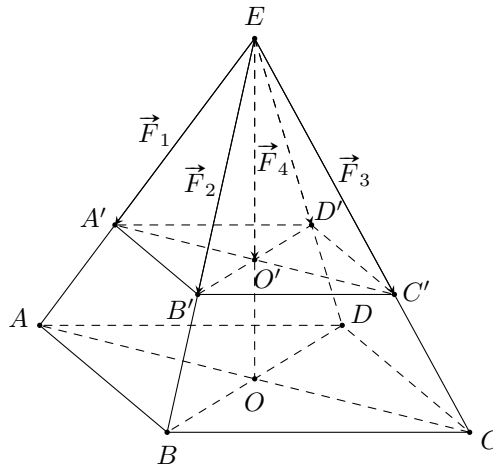
**⚡ Câu 21.**

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật  $ABCD$ , mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc  $E$  của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $45^\circ$ . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng chiếc xe ô tô là 4000 N và trọng lượng khung sắt là 2000 N; cường độ các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  là bằng nhau. Cường độ lực căng  $\vec{F}_1$  là  $mN$ , tính  $m$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Đáp án: 2 1 2 1

**💬 Lời giải.**



Gọi  $A', B', C', D'$  thỏa mãn  $\overrightarrow{EA'} = \vec{F}_1, \overrightarrow{EB'} = \vec{F}_2, \overrightarrow{EC'} = \vec{F}_3, \overrightarrow{ED'} = \vec{F}_4$ . Do  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cường độ các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  là bằng nhau nên  $EA' = EB' = EC' = ED'$ . Gọi  $O'$  là tâm của hình chữ nhật  $A'B'C'D'$ .

Theo giả thiết ta có  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 6000$ .

Mặt khác  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = |4\overrightarrow{EO'}| = 4EO'$ .

Suy ra  $EO' = 1500$ .

Ta có  $(ED', (A'B'C'D')) = (ED', (A'B'C'D')) = \widehat{ED'O'} = 45^\circ$ . Như vậy  $ED' = \frac{EO'}{\sin 45^\circ} = 1500\sqrt{2}$ .

Cường độ lực căng  $\vec{F}_1$  là  $1500\sqrt{2}N \approx 2121N$ .

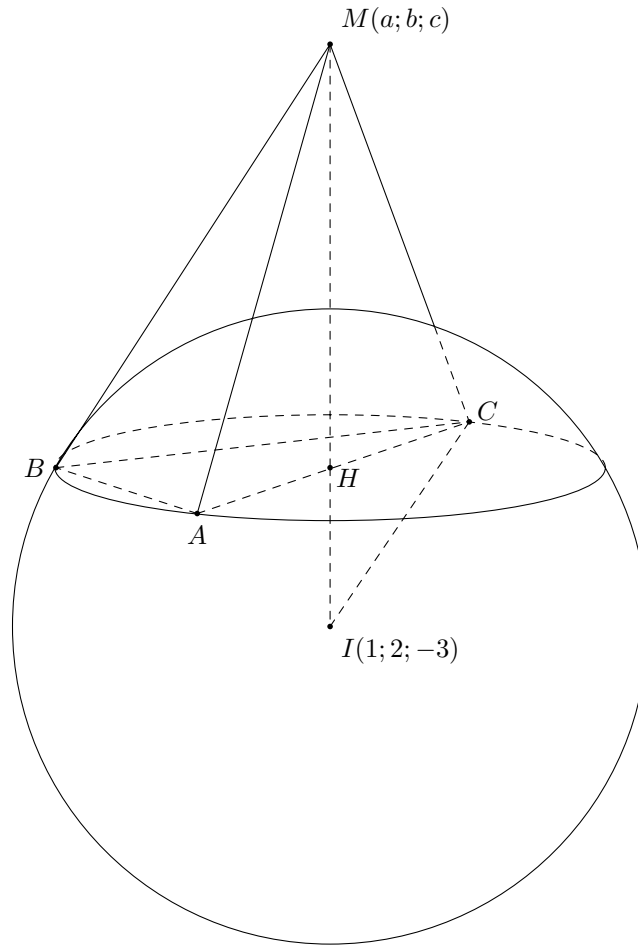
Đáp án: **2121** ..... □

**⚡ Câu 22.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ . Điểm  $M(a; b; c), (a > 0)$  nằm trên đường thẳng  $d$  sao cho từ  $M$  kẻ được ba tiếp tuyến  $MA, MB, MC$  đến mặt cầu  $(S)$  ( $A, B, C$  là các tiếp điểm) và  $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$ . Tính  $9(a^3 + b^3 + c^3)$ . Đáp án: 

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 1 | 2 |  |
|---|---|---|--|

**Lời giải.**





Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -3)$  và bán kính  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 13} = 3\sqrt{3}$ . Gọi  $(C)$  là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$  và mặt cầu  $(S)$ .

Đặt  $MA = MB = MC = x$  khi đó  $AB = x$ ;  $BC = x\sqrt{2}$ ;  $CA = x\sqrt{3}$  do đó tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  nên trung điểm  $H$  của  $AC$  là tâm đường tròn  $(C)$  và  $H, I, M$  thẳng hàng.

Vì  $\widehat{AMC} = 120^\circ$  nên tam giác  $AIC$  đều do đó  $x\sqrt{3} = R \Leftrightarrow x = 3$  suy ra  $IM = 2AM = 2x = 6$ .

Lại có  $M \in d$  nên  $M(-1+t; -2+t; 1+t)$ ,  $(t > 1)$  mà  $IM = 6$  nên  $(t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 36$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Mà  $t > 1$  nên  $t = \frac{4}{3}$  suy ra  $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$  nên  $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{112}{9}$ .

Vậy  $9(a^3 + b^3 + c^3) = 112$ .

Đáp án: **112** ..... □

### BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. C   2. D   3. C   4. D   5. A   6. A   7. A   8. B   9. C   10. B   11. B   12. B

### BÀI TẬP ĐÚNG SAI

- ⚡ Câu 13.**   a Đ   b S   c Đ   d Đ   **⚡ Câu 14.**   a Đ   b S   c S   d Đ

⚡ Câu 15.

a Đ b Đ c S d Đ

⚡ Câu 16.

a S b S c Đ d Đ

## BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

⚡ Câu 17.

3 0 , 5

⚡ Câu 18.

5 5 , 4

⚡ Câu 19.

1 4 5

⚡ Câu 20.

0 , 4 6

⚡ Câu 21.

2 1 2 1

⚡ Câu 22.

1 1 2

**www.caothanhphuc.edu.vn**  
**CÔNG NGHỆ GIÁO DỤC & PPKT DẠY HỌC**  
**TOÁN**

**ĐỀ THAM KHẢO**

**ĐỀ ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025**

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**ĐỀ SỐ 26**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

|         |           |     |      |     |     |     |      |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$  |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$  | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     |      |     | $4$ |     |      |     | $+\infty$ |
|         |           |     | $-1$ |     |     |     | $-1$ |     |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A**  $(-\infty; -1)$ .

**B**  $(0; 1)$ .

**C**  $(-1; 1)$ .

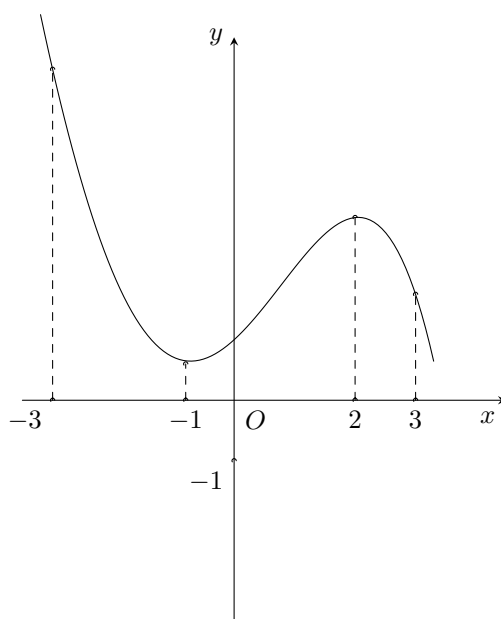
**D**  $(-1; 0)$ .

**💬 Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta suy ra kết quả, hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-3; 3]$  bằng

**A**  $f(2)$ .

**B**  $f(-1)$ .

**C**  $f(-3)$ .

**D**  $f(3)$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số suy ra kết quả. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-3; 3]$  bằng  $f(-3)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+6}{x-2}$  là đường thẳng

**A**  $x = 3$ .

**B**  $x = -2$ .

**C**  $x = -3$ .

**D**  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$  suy ra kết quả  $x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 4.**

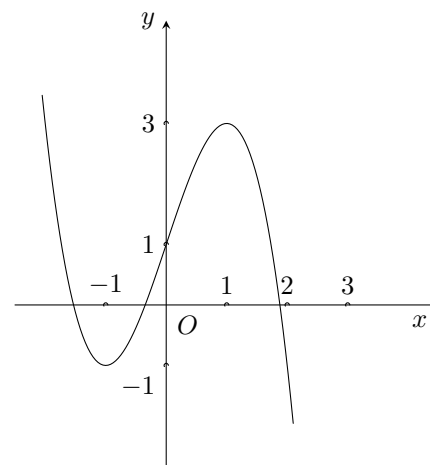
Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong dưới đây?

**A**  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**B**  $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ .

**C**  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

**D**  $y = x^3 - 3x + 1$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị suy ra hàm số bậc 3 có hệ số  $a < 0$  nên ta có hàm số là  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$  là

**A**  $x^2 + 3x + C$ .

**B**  $2x^2 + 3x + C$ .

**C**  $x^2 + C$ .

**D**  $2x^2 + C$ .

**Lời giải.**

Dễ dàng có kết quả  $x^2 + 3x + C$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 4$  thì  $\int_0^1 2f(x) dx$  bằng

**A** 16.

**B** 4.

**C** 2.

**D** 8.

**Lời giải.**

$$\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2 \cdot 4 = 8.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 lớp 12A7 được kết quả như bảng sau

| Thời gian sử dụng(phút) | $[0; 10)$ | $[10; 30)$ | $[30; 60)$ | $[60; 90)$ |
|-------------------------|-----------|------------|------------|------------|
| Số học sinh Tổ 1        | 2         | 4          | 3          | 1          |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

**A** 10.

**B** 20.

**C** 30.

**D** 90.

**Lời giải.**

Có  $90 - 0 = 90$ .

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 8.** Mỗi ngày bác Nga đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Nga trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

|                  |            |            |            |            |            |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km) | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Số ngày          | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 3,39.

**B** 11,62.

**C** 0,1314.

**D** 0,36.

**Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta có

|                       |            |            |            |            |            |
|-----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Quãng đường (km)      | [2,7; 3,0) | [3,0; 3,3) | [3,3; 3,6) | [3,6; 3,9) | [3,9; 4,2) |
| Giá trị đại diện (km) | 2,85       | 3,15       | 3,45       | 3,75       | 4,05       |
| Số ngày               | 3          | 6          | 5          | 4          | 2          |

Tính giá trị trung bình  $\bar{x} = 2,85 \cdot 3 + 3,15 \cdot 6 + 3,45 \cdot 5 + 3,75 \cdot 4 + 4,05 \cdot 2 = 3,39$ .

Tính phương sai

$$s^2 = \frac{(2,85 - 3,39)^2 \cdot 3 + (3,15 - 3,39)^2 \cdot 6 + (3,45 - 3,39)^2 \cdot 5 + (3,75 - 3,39)^2 \cdot 4 + (4,05 - 3,39)^2 \cdot 2}{20} = 0,1314.$$

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ . Tọa độ của véc-tơ  $\vec{a}$  là

**A**  $\vec{a}(3; 4; 1)$ .

**B**  $\vec{a}(3; 0; 1)$ .

**C**  $\vec{a}(3; 4; -1)$ .

**D**  $\vec{a}(3; 0; 0)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

**A**  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .

**B**  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ .

**C**  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ .

**D**  $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của  $d$ ?

**A**  $\vec{u}_2(2; 4; -1)$ .

**B**  $\vec{u}_1(2; -5; 3)$ .

**C**  $\vec{u}_3(2; 5; 3)$ .

**D**  $\vec{u}_4(3; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 0; -3)$  và đi qua điểm  $M(4; 0; 0)$ . Phương trình của  $(S)$  là

**A**  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

**B**  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .

**C**  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .

**D**  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Lời giải.**

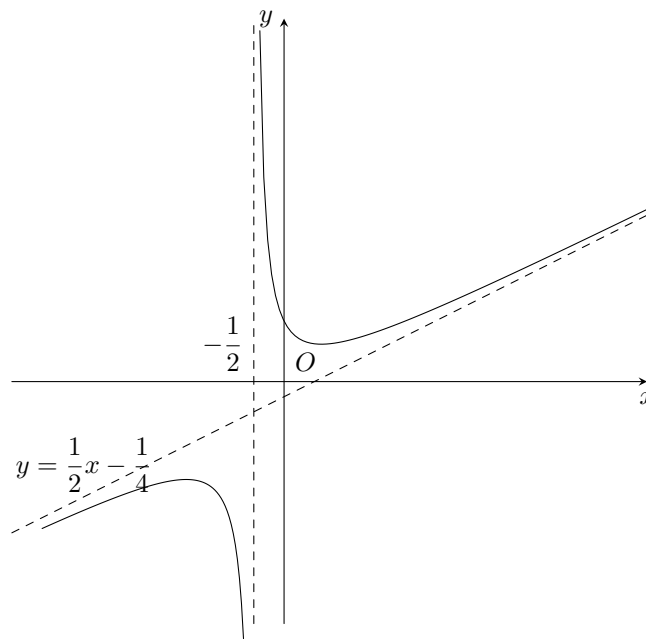
Có  $R = IM = 5$ .

Chọn đáp án **A** .....

**B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$
- b) Hàm số có 2 điểm cực trị
- c) Đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- d) Đồ thị hàm số có hình dạng như sau



**Lời giải.**

Ta có đạo hàm của hàm số là  $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ . Suy ra kết quả

- a) **S** Sai.  
Vì hàm số đồng biến khi  $x > 2$  hoặc  $x < 0$ .
- b) **D** Đúng.  
Vì  $y' = 0$  có hai nghiệm  $x = 0$  và  $x = 2$ .
- c) **S** Sai.  
Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$  suy ra kết quả  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- d) **S** Sai.  
Vì  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x - 1}$  có tiệm cận xiên là  $y = x$ .  
Hoặc  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  có tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

Chọn đáp án 

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| a sai | b đúng | c sai | d sai |
|-------|--------|-------|-------|

 .....

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$

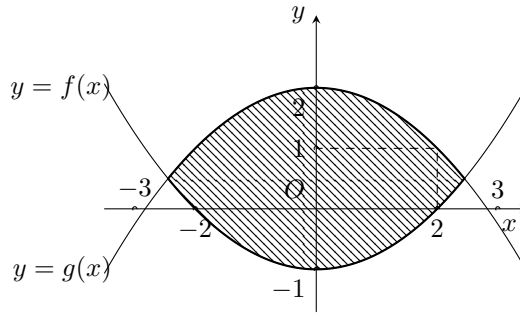


a)  $\int f(x) dx = \frac{1}{12}x^3 - x + C$

b) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(0) = 0$  thì  $F(x) = \frac{1}{12}x^3 + x$

c)  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{12}$

d) Bạn Minh nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như hình bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét, parabol  $y = f(x)$  có bề lõm hướng lên trên)



Diện tích của Logo bằng  $4\sqrt{6}$  (dm<sup>2</sup>)

**Lời giải.**

a) **D** Đúng.

$$\int f(x) dx = \int \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) dx = \frac{1}{12}x^3 - x + C.$$

b) **S** Sai.

$$\int f(x) dx = \int \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) dx = \frac{1}{12}x^3 - x + C.$$

$$F(0) = 0 \text{ suy ra } C = 0. \text{ Vậy } F(x) = \frac{1}{12}x^3 - x.$$

c) **S** Sai.

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{-1}{12}.$$

d) **D** Đúng

$$\text{Parabol } y = g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là  $\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$  hoặc  $x = -\sqrt{6}$ .

Diện tích của logo là

$$S = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[ \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left( 3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left( 3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6}(\text{dm}^2).$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng

**⚡ Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, với  $SA = \frac{a}{2}$ .

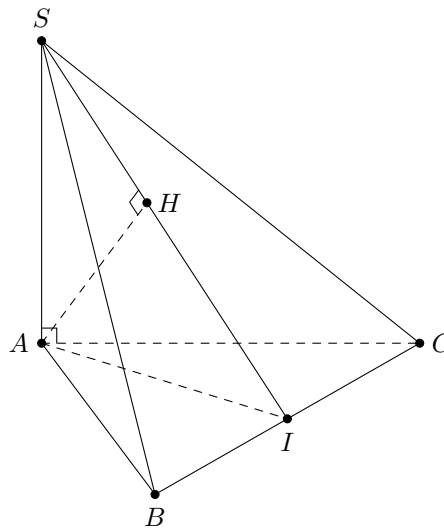
a)  $SA \perp BC$ .

b) Góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ .

c)  $d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ .

d) Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm  $SB, SC$ . Thể tích khối chóp  $A.BCQP$  bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Lời giải.**



a) **Đ** Đúng.

Có  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA \perp BC$

b) **Đ** Đúng.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\widehat{SIA} = \alpha$ . Có  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$  suy ra  $\alpha = 30^\circ$ .

c) **S** Sai.

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $SI$ . Có  $AH = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

d) **S** Sai

$$V_{SABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

$$V_{ABCQP} = \frac{3}{4}V_{SABC} = \frac{\sqrt{3}}{32}a^3.$$

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$ .

a) Tâm của mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ .

b) Mặt phẳng đi qua  $M(-2; -4; 6)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $-3x + y + 2z - 14 = 0$ .

c) Đường thẳng đi qua  $N(-1; 2; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-3}$ .

d) đường thẳng đối xứng với đường thẳng  $\Delta$  qua mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{3}$ .

**Lời giải.**

a) **S** Sai.

Tâm của mặt cầu là  $I(-1; 4; 0)$ . Suy ra  $I$  không thuộc  $(P)$  do khi thay toạ độ  $I$  vào không thoả mãn.

b) **D** Đúng.

Véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$  là  $\vec{n}(-3; 1; 2)$ . Suy ra phương trình mặt phẳng là  $-3(x + 2) + y + 4 + 2(z - 6) = 0 \Leftrightarrow -3x + y + 2z - 14 = 0$ .

c) **S** Sai.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{u} = (1; 2; -3)$  suy ra phương trình đường thẳng là  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ .

d) **S** Sai.

Vì nếu hai đường thẳng nhận  $(P)$  là mặt phẳng đối xứng thì tích có hướng của 2 véc-tơ chỉ phương của 2 đường thẳng nhận vô hướng với véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$  phải bằng 0.

Chọn đáp án 

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| a sai | b đúng | c sai | d sai |
|-------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe  $X$  với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu thì lợi nhuận thu được cao nhất?

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 5 | 0 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Gọi giá bán mới là  $x$ (triệu đồng) với  $27 \leq x \leq 31$ .

Khi đó số xe bán ra là  $600 + (31 - x) \cdot 200$ .

Lợi nhuận thu được là  $f(x) = [600 + (31 - x) \cdot 200](x - 27) = (-200x + 6800)(x - 27) = -200x^2 + 12200x - 183600 = -200\left(x - \frac{61}{2}\right)^2 + 2450 \leq 2450$ .

Dấu “=” xảy ra khi  $x - \frac{61}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 30,5$ .

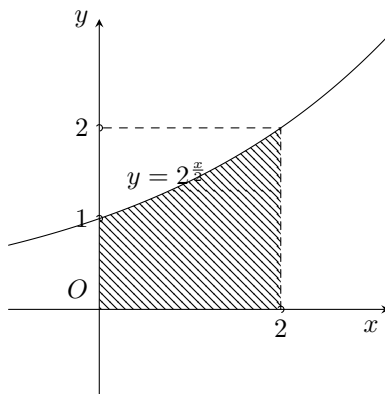
Vậy giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận lớn nhất thu được là 2450 triệu đồng.

Đáp án: 

|      |
|------|
| 2450 |
|------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 18.** Hình phẳng đã cho ở Hình 1 được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2^{\frac{x}{2}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ . Khi đó, diện tích hình phẳng là



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | , | 8 | 9 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

$$S = \int_0^2 2^{\frac{x}{2}} dx = \int_0^2 (2^{\frac{1}{2}})^x dx = \frac{(2^{\frac{1}{2}})^x}{\ln 2^{\frac{1}{2}}} \Big|_0^2 = \frac{2}{\ln 2} \approx 2,89.$$

Đáp án: 

|      |
|------|
| 2,89 |
|------|

 .....

**⚡ Câu 19.** Cho phương trình  $\log_{\frac{1}{7}}(2x - 3m) + \log_7(2025 - 5x) = 0$ ,  $m$  là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình có nghiệm?

Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 6 | 0 |
|---|---|---|

**Lời giải.**

Phương trình tương đương với  $\begin{cases} x < 405 \\ 2025 - 5x = 2x - 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 405 \\ x = \frac{3m + 2025}{7} \end{cases}$

Suy ra  $\frac{3m + 2025}{7} < 405 \Rightarrow m < 270 \Rightarrow m \in \{1; \dots; 260\}$

Vậy có 260 giá trị nguyên dương cần tìm.

Đáp án: 

|     |
|-----|
| 260 |
|-----|

 .....

**⚡ Câu 20.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị  $a + b$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |   |
|---|---|
| 1 | 3 |
|---|---|

**Lời giải.**

Xét các biến cố :

A: “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên”;

B : “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”.

Khi đó  $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$  ;  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ .

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B|A) = \frac{16}{35}$ .

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}$ .

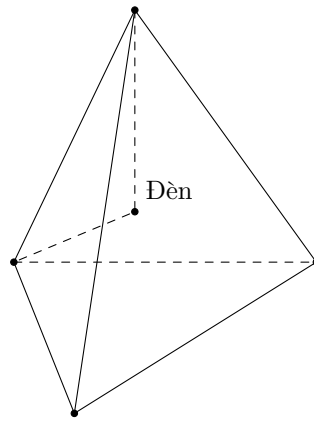
Suy ra  $a = 4$ ,  $b = 9$  và  $a + b = 13$ .

Đáp án: 

|    |
|----|
| 13 |
|----|

 .....

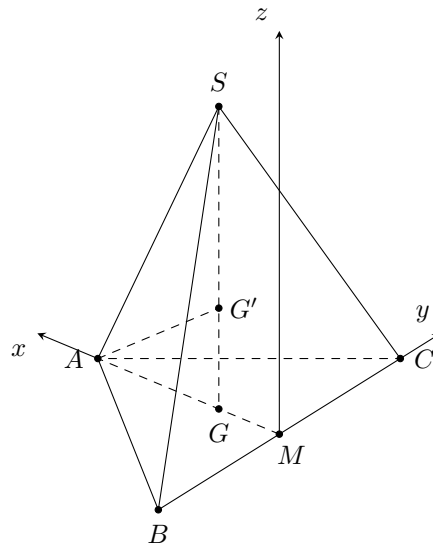
**⚡ Câu 21.** Một đồ chơi có dạng hình tứ diện đều làm bằng thủy tinh có cạnh bằng 10cm. Bên trong đặt một đèn nhỏ. Đèn đặt trên đường nối từ đỉnh của tứ diện xuống tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy và cách đỉnh một khoảng là  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ cm. Đèn được nối bởi hai dây qua hai đỉnh của tứ diện như hình vẽ. Cường độ lực tổng hợp của hai dây tác dụng lên đèn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 7 | , | 0 | 7 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**



Gọi tứ diện là  $S.ABC$  và  $M, G, G'$  lần lượt là trung điểm của  $BC$ , trọng tâm của  $\Delta ABC$  và vị trí đặt đền.

$S.ABC$  là tứ diện đều  $\Rightarrow \Delta ABC$  đều nên  $G$  là tâm của đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$

$\Rightarrow S, G', G$  thẳng hàng và  $SG' = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ .

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ sao cho  $M(0; 0; 0)$

Có  $AM = 5\sqrt{3}$ ,  $MG = \frac{1}{3}AM = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ,  $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ ,  $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ .

Khi đó  $S\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}; 0; \frac{10\sqrt{6}}{3}\right)$ ,  $A(5\sqrt{3}; 0; 0)$ ,  $B(0; -5; 0)$ ,  $C(0; 5; 0)$ .

$G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}; 0; 0\right)$ .

$\Rightarrow SG' = \frac{3}{4}SG \Rightarrow \overrightarrow{SG'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SG}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{G'} - x_S = \frac{3}{4}(x_G - x_S) \\ y_{G'} - y_S = \frac{3}{4}(y_G - y_S) \\ z_{G'} - z_S = \frac{3}{4}(z_G - z_S) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{G'} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \\ y_{G'} = 0 \\ z_{G'} = \frac{5\sqrt{6}}{6} \end{cases} \Rightarrow G'\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}; 0; \frac{5\sqrt{6}}{6}\right).$$



$$\Rightarrow G'A = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

$$\cos(\overrightarrow{AG'}, \overrightarrow{SG'}) = \frac{\overrightarrow{SG'} \cdot \overrightarrow{AG'}}{|\overrightarrow{SG'}| \cdot |\overrightarrow{AG'}|} = -\frac{1}{3}.$$

Gọi  $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$  lần lượt là lực tổng hợp và lực của hai dây tác dụng lên đèn.

$$\text{Có } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AG'} + \overrightarrow{SG'}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{(\overrightarrow{AG'} + \overrightarrow{SG'})^2}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{SG'^2 + AG'^2 + 2\overrightarrow{AG'} \cdot \overrightarrow{SG'}}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{SG'^2 + AG'^2 + 2AG' \cdot SG' \cdot \cos(\overrightarrow{AG'}, \overrightarrow{SG'})}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{6}}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = 5\sqrt{2} \approx 7,07.$$

Đáp án: **7,07** ..... □

**⚡ Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$  và hai điểm  $A(4; 3; 1)$ ,  $B(3; 1; 3)$ ;  $M$  là điểm thay đổi trên  $(S)$ . Gọi  $m, n$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2MA^2 - MB^2$ . Tính  $(m-n)$  Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 6 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

**💡 Lời giải.**

Xét điểm  $I$  sao cho  $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$ . Giả sử  $I(x; y; z)$ , ta có  $\vec{IA}(4-x; 3-y; 1-z), \vec{IB}(3-x; 1-y; 3-z)$ .

$$\text{Do đó } 2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4-x) = 3-x \\ 2(3-y) = 1-y \\ 2(1-z) = 3-z \end{cases} \Leftrightarrow I(5; 5; -1).$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } P &= 2MA^2 - MB^2 = 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 - (\vec{MI} + \vec{IB})^2 \\ &= 2\vec{MI}^2 + 2\vec{IA}^2 + 4\vec{MI} \cdot \vec{IA} - (\vec{MI}^2 + \vec{IB}^2 + 2\vec{MI} \cdot \vec{IB}) \\ &= \vec{MI}^2 + 2\vec{IA}^2 - \vec{IB}^2 + 2\vec{MI}(2\vec{IA} - \vec{IB}) \\ &= MI^2 + 2IA^2 - IB^2 + 2\vec{MI}(2\vec{IA} - \vec{IB}) = MI^2 + 2IA^2 - IB^2. \end{aligned}$$

Do  $I$  cố định nên  $IA^2, IB^2$  không đổi. Vậy  $P$  lớn nhất (nhỏ nhất)  $\Leftrightarrow MI^2$  lớn nhất (nhỏ nhất)  $\Leftrightarrow MI$  lớn nhất (nhỏ nhất)  $\Leftrightarrow M$  là giao điểm của đường thẳng  $IK$  (với  $K(1; 2; -1)$  là tâm của mặt cầu  $(S)$ ) với mặt cầu  $(S)$ .

Có  $IK = 5 > R = 3$  suy ra  $I$  nằm ngoài mặt cầu. Khi đó  $MI_{\max} = 8$  và  $MI_{\min} = 2$ .

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 46 \\ n = -14 \end{cases} \Rightarrow m - n = 60.$$

Đáp án: **60** ..... □

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. D   2. C   3. D   4. C   5. A   6. D   7. D   8. C   9. C   10. A   11. B   12. A

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

**⚡ Câu 13.**      a S   b Đ   c S   d S

**⚡ Câu 14.**      a Đ   b S   c S   d Đ

**⚡ Câu 15.**      a Đ   b Đ   c S   d S

**⚡ Câu 16.**      a S   b Đ   c S   d S

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**
**⚡ Câu 17.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 5 | 0 |
|---|---|---|---|

**⚡ Câu 18.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | , | 8 | 9 |
|---|---|---|---|

**⚡ Câu 19.**

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 2 | 6 | 0 |  |
|---|---|---|--|

**⚡ Câu 20.**

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 3 |  |  |
|---|---|--|--|

**⚡ Câu 21.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 7 | , | 0 | 7 |
|---|---|---|---|

**⚡ Câu 22.**

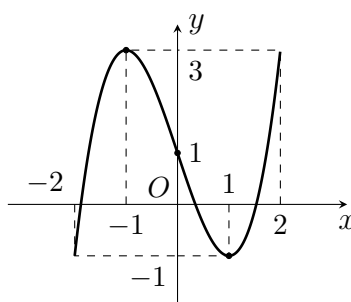
|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 6 | 0 |  |  |
|---|---|--|--|

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 27**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A**  $(-1; 1)$ .      **B**  $(-2; -1)$ .      **C**  $(-1; 2)$ .      **D**  $(1; +\infty)$ .

**💬 Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 7x$  trên đoạn  $[0; 4]$  bằng

- A**  $-259$ .      **B**  $68$ .      **C**  $0$ .      **D**  $-4$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số liên tục trên  $[0; 4]$ .

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -\frac{7}{3} \notin (0; 4) \end{cases}$$

$$y(0) = 0; y(1) = -4; y(4) = 68.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [0; 4]} y = -4.$$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$  là

- A**  $1$ .      **B**  $3$ .      **C**  $2$ .      **D**  $0$ .

**💬 Lời giải.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = -\infty.$$

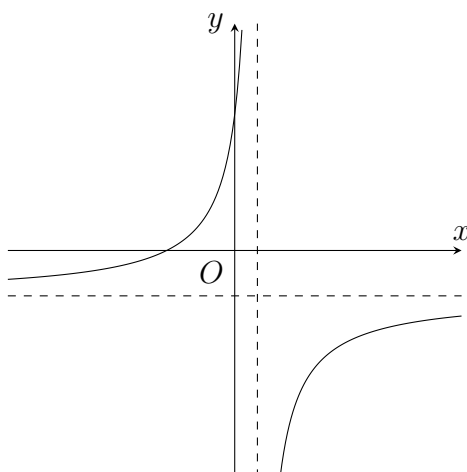
Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = -1$  làm đường tiệm cận đứng.

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 2.$$

do đó đồ thị hàm số nhận hai đường thẳng  $y = 0$  và  $y = 2$  làm đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**⚡ Câu 4.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



**(A)**  $\frac{2x+3}{2x-1}$ .

**(B)**  $\frac{2x-3}{1-2x}$ .

**(C)**  $\frac{2x+3}{1-2x}$ .

**(D)**  $\frac{2x+3}{x-1}$ .

**💬 Lời giải.**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang nằm phía dưới trục hoành nên  $\frac{a}{c} < 0$  (loại A, D).

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên loại B.

Vậy hàm số cần tìm là  $y = \frac{2x+3}{1-2x}$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**⚡ Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + \sin x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

**(A)**  $\int f(x) dx = x - \cos x + C$ .

**(B)**  $\int f(x) dx = x + \sin x$ .

**(C)**  $\int f(x) dx = x + \cos x$ .

**(D)**  $\int f(x) dx = \cos x$ .

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = \int (1 + \sin x) dx = x - \cos x + C$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**⚡ Câu 6.** Giả sử  $\int_1^3 f(x) dx = 2$ . Khi đó  $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$  bằng

**(A)** 20.

**(B)** 10.

**(C)** 18.

**(D)** 12.

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 10$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**⚡ Câu 7.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại rubik khác nhau. Trong một lần tập giải khối rubik 3, bạn dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau

| Thời gian giải rubik (giây) | [8; 10) | [10; 12) | [12; 14) | [16; 16) | [16; 18) |
|-----------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Số lần                      | 4       | 6        | 8        | 4        | 3        |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 10,75.

**B** 1,75.

**C** 3,63.

**D** 14,38.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu  $n = 25$

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{25}$  là mẫu số liệu gốc về thời gian giải rubik 25 lần của bạn Dũng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có  $x_1; \dots; x_4 \in [8; 10); x_5; \dots; x_{10} \in [10; 12); x_{11}; \dots; x_{18} \in [12; 14); x_{19}; \dots; x_{22} \in [14; 16); x_{23}; \dots; x_{25} \in [16; 18)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [10; 12)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là  $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6}(12 - 10) = 10,75$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{19} \in [14; 16)$ . Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là  $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4}(16 - 14) = 14,375$ .

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 3,63$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**⚡ Câu 8.** Bảng thống kê cự li ném tạ của một vận động viên được cho ở bảng sau

| Cự li (m) | [19; 19,5) | [19,5; 20) | [20; 20,5) | [20,5; 21) | [21; 21,5) |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tần số    | 13         | 45         | 24         | 12         | 6          |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

**A**  $s^2 = 1,99$ .

**B**  $s^2 = 0,28$ .

**C**  $s^2 = 0,56$ .

**D**  $s^2 = 2,15$ .

**Lời giải.**

Ta có bảng sau

| Cự li (m)        | [19; 19,5) | [19,5; 20) | [20; 20,5) | [20,5; 21) | [21; 21,5) |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Giá trị đại diện | 19,25      | 19,75      | 20,25      | 20,75      | 21,25      |
| Tần số           | 13         | 45         | 24         | 12         | 6          |

Cỡ mẫu  $n = 100$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{100} [13 \cdot (19,25)^2 + 45 \cdot (19,75)^2 + 24 \cdot (20,25)^2 + 12 \cdot (20,75)^2 + 6 \cdot (21,25)^2] - (20,015)^2 \approx 0,28.$$

Chọn đáp án **B** ..... □

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; 3; 2)$  và  $\vec{b} = (1; 1; -1)$ . Vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là

**A**  $(3; 4; 1)$ .

**B**  $(-1; -2; 3)$ .

**C**  $(3; 5; 1)$ .

**D**  $(1; 2; 3)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

- A**  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ . **B**  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ . **C**  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ . **D**  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1; 2; -1)$  và  $B(2; -1; 1)$  có phương trình tham số là

- A**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . **B**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ . **C**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ . **D**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -1)$  và  $B(2; -1; 1)$  nên có một vectơ chỉ phương là  $\vec{AB} = (1; 3; -2)$ .

Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -4; 3)$  và đi qua điểm  $A(5; -3; 2)$ ?

- A**  $(S): (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$ . **B**  $(S): (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 16$ .  
**C**  $(S): (x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 16$ . **D**  $(S): (x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm  $I(1; -4; 3)$  và đi qua điểm  $A(5; -3; 2)$  nên có bán kính  $R = IA = 3\sqrt{2}$ .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là  $(S): (x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$ .

Chọn đáp án **D** □

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .  
b) Hàm số có hai điểm cực trị.  
c) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1; 2)$ .  
d) Đồ thị  $(C)$  không cắt trục  $Ox$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x + 1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$ .

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

b) Ta có  $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$  suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

c) Do  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x + 2)] = 0$  nên đường thẳng  $y = -x + 2$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho. Tọa độ  $A(1; 2)$  không thỏa mãn phương trình  $y = -x + 2$  nên c) sai.

d) Phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = 0 \Rightarrow -x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành. Vậy d) sai.

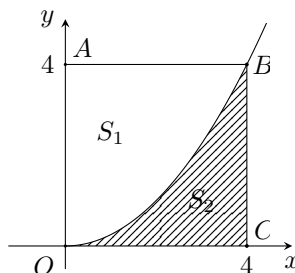
Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

□

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$  và  $g(x) = \frac{1}{4}x^2$ .

- a)  $\int f(x) dx =$
- b) Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2024$  là  $F(x) = x^2 + e^x + 2024$
- c)  $\int_0^4 g(x) dx = \frac{16}{3}$
- d) Hình vuông  $OABC$  có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong  $(C)$  có phương trình  $y = g(x)$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của phần không tô màu và phần tô màu như hình vẽ bên dưới. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2} = 2$



**Lời giải.**

a) Ta có  $\int f(x) dx = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$ .

b) Có  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(0) = 2024$ .

Suy ra  $\begin{cases} F(x) = x^2 + e^x + C \\ F(0) = 2024 \end{cases} \Rightarrow 1 + C = 2024 \Leftrightarrow C = 2023$ .

Vậy  $F(x) = x^2 + e^x + 2023$ .

c)  $\int_0^4 g(x) dx = \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{16}{3}$ .

d) Ta có diện tích hình vuông  $OABC$  là 16 và bằng  $S_1 + S_2$ .

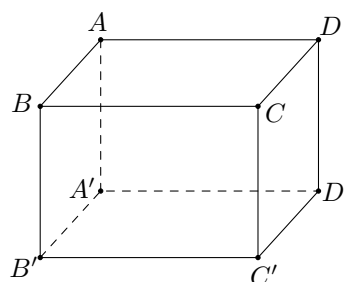
$S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{x^3}{12} \Big|_0^4 = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{16 - S_2}{S_2} = 2$ .

Chọn đáp án 

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| a sai | b sai | c đúng | d đúng |
|-------|-------|--------|--------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Cho hình lập phương  $ABCD$  cạnh  $a$ .



- a) Khoảng cách giữa hai đường  $AB$  và  $B'C'$  bằng  $a$ .
- b) Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $B'D'$  bằng  $45^\circ$ .
- c) Góc giữa đường thẳng  $CD'$  và mặt phẳng  $ABCD$  bằng  $60^\circ$ .
- d) Góc nhị diện  $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$  có số đo bằng  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

Vì  $AB \perp BB'$ ,  $B'C' \perp BB'$  nên  $d(AB, B'C') = BB' = a$ .

Do  $AB \parallel A'B'$  nên  $(AB, B'D') = (A'B', B'D') = 45^\circ$ .

Vì  $DD' \perp (ABCD)$  nên  $(CD', (ABCD)) = (CD', CD) = 45^\circ$ .

Ta có  $B'C' \perp BB'$ ,  $B'D' \perp BB'$  nên góc nhị diện  $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$  có số đo bằng  $\widehat{D'B'C'} = 45^\circ$ .

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $A(0; 0; 0)$ ,  $D(2; 0; 0)$ ,  $B(4; 0; 0)$ ,  $S(0; 0; 4)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ .

a) Mặt cầu tâm  $A$  bán kính bằng 3 có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ .

b) Phương trình mặt phẳng  $(BCD)$ :  $2x + y + z - 4 = 0$ .

c) Phương trình tham số của đường thẳng  $SC$ : 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$

d) Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(CDM)$  bằng  $2\sqrt{2}$ .

**💡 Lời giải.**

a) Mặt cầu tâm  $A$  bán kính bằng 3 có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

b) Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật nên 
$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2; 4; 0).$$

Tọa độ điểm  $C$  không thỏa mãn phương trình  $2x + y + z - 4 = 0$  nên b) sai.

c) Do tọa độ hai điểm  $S(0; 0; 4)$  và  $C(2; 4; 0)$  đều thỏa mãn 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$
 nên c) đúng.

d)  $M$  là trung điểm của  $SB$  nên  $M(0; 2; 2)$ .

Ta có  $\overrightarrow{CD} = (0; -4; 0)$ ,  $\overrightarrow{CM} = (-2; -2; 2)$  suy ra  $[\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}] = (-8; 0; -8)$ .

Mặt phẳng  $(CDM)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ . suy ra  $(CDM)$  có phương trình  $x + z - 2 = 0$ .

Vậy  $d(B; (CDM)) = \frac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$ .

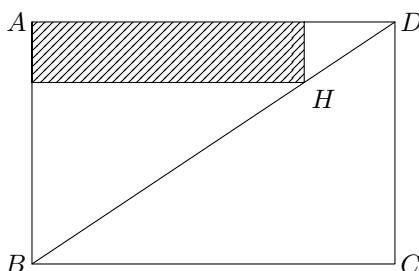
Chọn đáp án 

|       |       |        |       |
|-------|-------|--------|-------|
| a sai | b sai | c đúng | d sai |
|-------|-------|--------|-------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Trên mảnh đất hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích  $25 \text{ m}^2$ , người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là  $A$  và  $H$ , với  $H$  thuộc cạnh  $BD$ . Hỏi số tiền lớn nhất (tính theo nghìn đồng) người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là  $80$  nghìn đồng  $/\text{m}^2$ ?

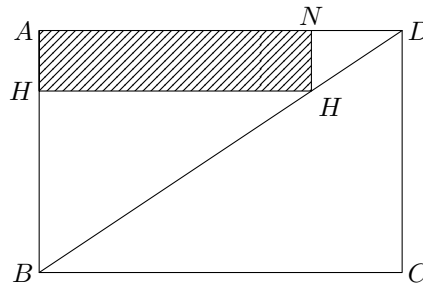


Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 5 | 0 | 0 |
|---|---|---|

**💡 Lời giải.**





Ta có  $AB \cdot AD = 25\text{m}^2$  và  $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA}$ .

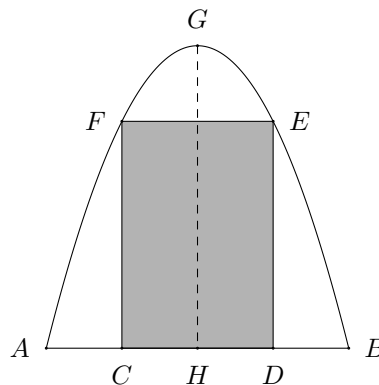
Đặt  $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA} = x \Rightarrow NH = x \cdot AB; AN = (1 - x)AD$ .

Diện tích đất trồng cỏ là  $S = AN \cdot NH = x(1 - x) \cdot AB \cdot AD = 25x(1 - x) \leq 25 \cdot \frac{(x + 1 - x)^2}{4} = \frac{25}{4}$ .

Vậy số tiền lớn nhất để trồng cỏ là  $T = \frac{25}{4} \cdot 80 = 500$  nghìn đồng.

Đáp án: **500** ..... □

**⚡ Câu 18.** Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao  $GH = 4$  m, chiều rộng  $AB = 4$  m,  $AC = BD = 0,9$  m. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá 1200000 đồng/ $\text{m}^2$ , còn lại các phần để trắng làm xiên hoa có giá 900000 đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi tổng số tiền (tính theo triệu đồng) để làm hai phần nói trên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

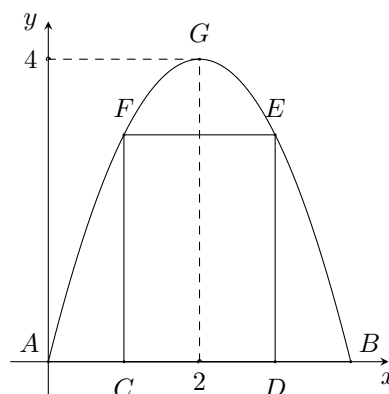


Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | , | 4 |
|---|---|---|---|

**💬 Lời giải.**

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $AB$  trùng  $Ox$ ,  $A$  trùng  $O$  khi đó Parabol  $(P)$  có đỉnh  $G(2; 4)$  và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

$$\text{Vì } (P) \text{ có đỉnh } G(2; 4) \text{ và đi qua điểm } O(0; 0) \text{ nên ta có } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình  $(P)$  là  $y = f(x) = -x^2 + 4x$ .

$$\text{Diện tích của cánh cổng là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ m}^2.$$

Đáp án: 11,4

**⚡ Câu 19.** Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ  $t$  là hàm theo biến  $t$  được cho bởi công thức:  $S = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) đó ở năm 0 và  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98564407 người và tỉ lệ tăng dân số hằng năm là  $r = 0,93\%$ . Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm là như nhau tính từ năm 2021. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người.

Đáp án: 1 2 0

**💬 Lời giải.**

Để dân số nước ta vượt 120 triệu người thì

$$98564407 \cdot e^{0,0093t} > 120000000 \Leftrightarrow t > \frac{1}{0,0093} \ln \frac{120000000}{98564407} \approx 21,16 \text{ nên } t > 21,16.$$

Vậy kể từ năm 2043 trở đi dân số nước ta vượt 120 triệu người.

Đáp án: 120

**⚡ Câu 20.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người bị nhiễm sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người bị nhiễm sốt xuất huyết thì có 70% cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm sốt xuất huyết thì có 5% cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0 , 7 1

**💬 Lời giải.**

• Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có  $1200 \cdot 70\% = 840$  (người). Khi đó số người bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người là  $1200 - 840 = 360$  (người).

• Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm sốt xuất huyết có 5% số người cho kết quả dương tính nên ta có  $6800 \cdot 5\% = 340$  (người). Khi đó số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người là  $6800 - 340 = 6460$  (người).

• Xét các biến cố sau:

A: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm sốt xuất huyết”;

B: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm sốt xuất huyết”;

C: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)”

D: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra lại)”

$$\text{Khi đó } P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}; P(A \cap C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}.$$

$$\text{Vậy } P(A|C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71.$$

Đáp án: 0,71

**⚡ Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0; 0; 0)$ , đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí  $A(-500; -250; 150)$ ,  $B(-200; -200; 100)$ . Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là  $(a; b; c)$ . Giá trị biểu thức  $19a - b - c$  là bao nhiêu? **Đáp án:** 8 0 0

**💬 Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (300; 50; -50)$  nên  $\vec{u} = (6; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ . Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên đường thẳng  $AB$  thì  $OH$  là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó  $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$ .

Ta có  $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 500) \cdot 6 + (t - 250) - (-t + 150) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1700}{19}$ .

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là  $\left(\frac{700}{19}; -\frac{3050}{19}; \frac{1150}{19}\right)$ .

Vậy  $19a - b - c = 800$ .

Đáp án: 800

**⚡ Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua điểm  $D(0; 1; 2)$  và tiếp xúc với các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  tại các điểm  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  trong đó  $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ . Tính bán kính của mặt cầu  $(S)$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:** 7 , 0 7

**💬 Lời giải.**

Vì  $(S)$  tiếp xúc với các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  tại các điểm  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  nên  $(S)$  có tâm  $I(a; b; c)$ .

Khi đó mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ .

Mặt cầu  $(S)$  đi qua  $A, B, C, D$  nên ta có  $\begin{cases} a^2 = b^2 = c^2(1) \\ 5 - 2b - 4c + d = 0(2) \end{cases}$ .

- Từ (1) suy ra  $b = c = \sqrt{d}$ . Thay vào (2) ta được  $5 - 6\sqrt{d} + d = 0 \Leftrightarrow d = 25$  (nhận).
  - Từ (1) suy ra  $b = c = -\sqrt{d}$ . Thay vào (2) ta được  $5 + 6\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).
  - Từ (1) suy ra  $b = \sqrt{d}, c = -\sqrt{d}$ . Thay vào (2) ta được  $5 + 2\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).
  - Từ (1) suy ra  $b = -\sqrt{d}, c = \sqrt{d}$ . Thay vào (2) ta được  $5 - 2\sqrt{d} + d = 0$  (vô nghiệm).
- Vậy mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = 5\sqrt{2} \approx 7,07$ .

Đáp án: 7,07

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. A 2. D 3. B 4. C 5. A 6. B 7. C 8. B 9. D 10. A 11. A 12. D

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

**⚡ Câu 13.**

a Đ b Đ c S d S

**⚡ Câu 14.**

a S b S c Đ d Đ

**⚡ Câu 15.**

a Đ b Đ c S d Đ

**⚡ Câu 16.**

a S b S c Đ d S

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

⚡ Câu 17.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 5 | 0 | 0 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 18.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | , | 4 |
|---|---|---|---|

⚡ Câu 19.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 2 | 0 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 20.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 7 | 1 |
|---|---|---|---|

⚡ Câu 21.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 8 | 0 | 0 |  |
|---|---|---|--|

⚡ Câu 22.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 7 | , | 0 | 7 |
|---|---|---|---|

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 28**

**A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |      |           |           |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$       | $+\infty$ |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$  | $-$       | $0$       | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |      | $-1$ |           | $+\infty$ |     | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |      |      | $-\infty$ |           | $4$ |           |

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

**A**  $(-1; 1)$ .

**B**  $(0; 1)$ .

**C**  $(4; +\infty)$ .

**D**  $(-\infty; 2)$ .

**Lời giải.**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hs nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như sau. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$ .

|         |      |      |     |     |     |
|---------|------|------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-3$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
| $f'(x)$ | $-$  | $0$  | $+$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$  |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |
|         |      |      |     |     |     |

**A** 3.

**B** 2.

**C** 1.

**D** 4.

**Lời giải.**

Nhìn bảng biến thiên thấy  $M = 3, m = 0 \Rightarrow M + m = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | +         | +         |
| $f(x)$  | $2$       | $+\infty$ | $2$       |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A** 4. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

**Lời giải.**

Do

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  nên tiệm cận ngang  $y = 2$ .

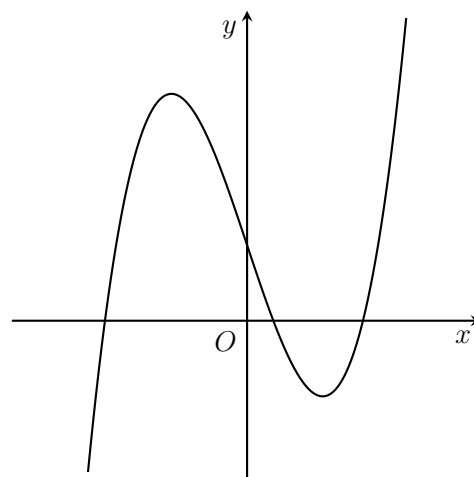
$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$  nên tiệm cận đứng  $x = 1$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**Câu 4.**

Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào sau đây ?

- A**  $y = -x^3 + 3x + 1$ . **B**  $y = x^4 - x^2 + 1$ .  
**C**  $y = -x^2 + x - 1$ . **D**  $y = x^3 - 3x + 1$ .



**Lời giải.**

Nhìn đồ thị ta thấy: Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 3 có  $a > 0, d > 0$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**Câu 5.**  $\int x^5 dx$  bằng

- A**  $5x^4 + C$ . **B**  $\frac{1}{6}x^6 + C$ . **C**  $x^6 + C$ . **D**  $6x^6 + C$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản ta được  $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**Câu 6.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ . Tích phân  $\int_0^1 [2f(x) - 3x^2] dx$  bằng

- A** 1. **B** 0. **C** 3. **D** -1.

**Lời giải.**

$$\int_0^1 [2f(x) - 3x^2] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - x^3 \Big|_0^1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1.$$

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**⚡ Câu 7.**

Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát ở một cửa hàng trong một ngày. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- (A) 15. (B) 5. (C) 25. (D) 50.

| Nhóm     | Tần số |
|----------|--------|
| [15; 20) | 4      |
| [20; 25) | 15     |
| [25; 30) | 19     |
| [30; 35) | 7      |
| [35; 40) | 5      |
| $n = 50$ |        |

**💬 Lời giải.**

Khoảng biến thiên  $R = u_{k+1} - u_1 = 40 - 15 = 25$ .

Chọn đáp án (C) ..... ☐

**⚡ Câu 8.** Điều tra về học sinh khối 10 ta có kết quả sau:

| Nhóm      | Chiều cao (cm) | Số học sinh |
|-----------|----------------|-------------|
| 1         | [150; 152)     | 5           |
| 2         | [152; 154)     | 18          |
| 3         | [154; 156)     | 40          |
| 4         | [156; 158)     | 26          |
| 5         | [158; 160)     | 8           |
| 6         | [160; 162)     | 3           |
| Tổng cộng |                | $N = 100$   |

Bảng 1: Bảng phân bố số học sinh theo chiều cao

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là

- (A) 0,78. (B) 1,28. (C) 2,17. (D) 1,73.

**💬 Lời giải.**

Giá trị trung bình của mẫu số liệu  $\bar{x} = \frac{1}{100}(5 \cdot 151 + 18 \cdot 153 + 40 \cdot 155 + 26 \cdot 157 + 8 \cdot 159 + 3 \cdot 161) = 155,46$

Phương sai của mẫu số liệu  $s^2 = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^6 n_i (c_i - \bar{x})^2 \approx 4,71$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu  $s = \sqrt{s^2} \approx 2,17$ .

Chọn đáp án (C) ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- (A)  $(-1; 2; -3)$ . (B)  $(2; -3; -1)$ . (C)  $(2; -1; -3)$ . (D)  $(-3; 2; -1)$ .

**💬 Lời giải.**

$\vec{a} = (-1; 2; -3)$ .

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Cho mặt phẳng  $(\alpha) : 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ . Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$

- (A)  $\vec{n} = (2; 3; -4)$ . (B)  $\vec{n} = (2; -3; 4)$ . (C)  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ . (D)  $\vec{n} = (-2; 3; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

$\vec{n} = (2; -3; -4) = -(-2; 3; 4)$ .



Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; -3; 1)$  là

**A**  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$  . **B**  $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$  . **C**  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  . **D**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  .

**Lời giải.**

Phương trình tham số đường thẳng  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu tâm  $I(2; 1; -2)$  bán kính  $R = 2$  là

**A**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 2^2$  . **B**  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$  .  
**C**  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z + 5 = 0$  . **D**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 2$  .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu tâm  $I(2; 1; -2)$  bán kính  $R = 2$  là  
 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị (C).

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2, -1)$  và  $(-1, 0)$ .
- b) Hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Đồ thị (C) không cắt trục Ox.
- d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1; 2)$ .

**Lời giải.**

a) **ĐÚNG.**

$$y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x + 1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-2; -1) \cup (-1; 0).$$

b) **ĐÚNG.**

$$y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

c) **SAI.**

$$y = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

d) **SAI.**

$$\text{Tiệm cận xiên } y = -x + 2 \text{ không đi qua điểm } A.$$

Chọn đáp án **a đúng | b đúng | c sai | d sai** ..... ☐

**⚡ Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó:

- a)  $f(x) = 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$ .
- b) Nếu  $f(0) = 4$  thì  $C = 5$ .



c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}.$

d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi  $g(x) = 2\sin^2 x + 1$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  quanh trục Ox là  $V = \frac{\pi + 2}{2}.$

**Lời giải.**

a) **ĐÚNG.**

Ta có  $\int f'(x)dx = \int (2\sin^2 x + 1) dx = \int \left[ 2 \cdot \frac{1 - \cos(2x)}{2} + 1 \right] dx = \int 2 - \cos(2x) dx$   
 $\Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

b) **SAI.**

$f(0) = C = 4.$

c) **SAI.**

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( 2x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) dx = \left( x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 4}{16}.$

d) **SAI.**

Thể tích khối tròn xoay  $V = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2\sin^2 x + 1)^2 dx = \frac{9\pi^2 + 16\pi}{8}.$

Chọn đáp án 

|        |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|
| a đúng | b sai | c sai | d sai |
|--------|-------|-------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , với  $AB = 1$ ,  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = 2$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $SB$ . Khi đó:

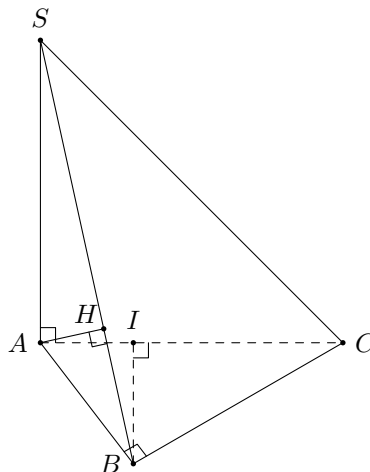
a)  $d(A, SB) = AH.$

b)  $d(B, (SAC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

c)  $BC = \sqrt{3}.$

d) Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{6}.$

**Lời giải.**



a) **ĐÚNG.**

Vì  $AH \perp SB$  nên  $d(A, SB) = AH.$

b) **SAI**

Tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  nên  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$ .

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Trong mặt phẳng  $(ABC)$ , kẻ  $BI \perp AC$  tại  $I$ .

Do  $SA \perp (ABC)$ ,  $BI \subset (ABC)$  nên  $BI \perp SA$ .

Vì vậy  $BI \perp (SAC)$  hay  $d(B, (SAC)) = BI$ .

Tam giác  $ABI$  vuông tại  $I$  có:  $\sin \widehat{BAC} = \frac{BI}{AB} \Rightarrow BI = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = BI = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

c) **ĐÚNG.**

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  có:  $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$ .

d) **SAI.**

Diện tích đáy hình chóp là  $S = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Chiều cao hình chóp  $h = SA = 2$ .

Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

Chọn đáp án 

|        |       |        |       |
|--------|-------|--------|-------|
| a đúng | b sai | c đúng | d sai |
|--------|-------|--------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y + 3 = 0$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Mặt cầu tâm  $I(1; 3; 1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$ .

b) Đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 \end{cases}$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$ .

c) Trục  $Oz$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .

d) Trục  $Oy$  cắt mặt phẳng  $(P)$ .

**💬 Lời giải.**

a) **ĐÚNG.**

Mặt cầu tâm  $I(1; 3; 1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  nên  $d(I, (P)) = R = \frac{1 + 2 \cdot 3 + 3}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{20}$ .

Vậy phương trình mặt cầu là  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$ .

b) **SAI.**

Điểm  $A(0; 1; 5)$  thuộc đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 \end{cases}$  nhưng không thuộc mặt phẳng  $(P)$ .

c) **ĐÚNG.**

Do trục  $Oz$  có vectơ đơn vị  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  và mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 0)$ .

Mà  $\vec{k} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$  nên trục  $Oz$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .

d) **ĐÚNG.**

$$\text{Trục } Oy \text{ có phương trình tham số: } \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

Mà trục  $Oy$  cắt  $(P)$  nên ta có  $0 + 2 \cdot t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$ .

Thay  $t = -\frac{3}{2}$  vào phương trình tham số của trục  $Oy$  ta được điểm  $B\left(0; -\frac{3}{2}; 0\right)$ .

Nên trục  $Oy$  cắt mặt phẳng  $(P)$  tại  $B\left(0; -\frac{3}{2}; 0\right)$ .

Chọn đáp án 

|        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| a đúng | b sai | c đúng | d đúng |
|--------|-------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tuần). Hãy ước tính số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó. **Đáp án:**

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 2 | 5 | 6 |  |
|---|---|---|--|

**💬 Lời giải.**

$$N' = -3t^2 + 24t. \text{ Cho } N' = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của  $N(t)$

|         |   |     |    |
|---------|---|-----|----|
| $t$     | 0 | 8   | 12 |
| $N'(T)$ | + | 0   | -  |
| $N(T)$  | 0 | 256 | 0  |

Vậy số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là  $N = 256$ .

Đáp án: 

|     |
|-----|
| 256 |
|-----|

 ..... ☐

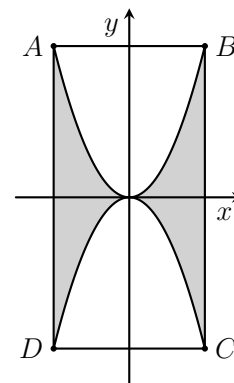
**⚡ Câu 18.**

Một họa tiết hình cánh bướm có được mô tả như hình bên.

Các đường cong được mô tả trong hình bên có đồ thị là hàm bậc 2. Phần tô đậm được đánh giá với giá thành 500.000/m<sup>2</sup>. Phần còn lại được tô màu với giá thành 250.000/m<sup>2</sup>, biết rằng  $AB = 4\text{dm}$ ,  $BC = 8\text{dm}$ . Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền là bao nhiêu? (Kết quả đơn vị triệu đồng và làm tròn đến phần hàng đơn vị).

**Đáp án:**

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 0 | 7 |  |
|---|---|---|--|



**💬 Lời giải.**

Ta gán hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ trên

Vì  $AB = 4\text{dm}$ ,  $BC = 8\text{dm} \Rightarrow A(-2, 4)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(2, -4)$ ,  $D(-2, -4)$ .

Parabol có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua các điểm  $A, B, C, D$  nên ta viết được phương trình là  $y = x^2$  hoặc  $y = -x^2$ .

Gọi diện tích phần tô đậm là  $S_1$ , diện tích hình chữ nhật là  $S$ , diện tích phần trắng là  $S_2$

$$\text{Diện tích phần tô đậm là } S_1 = 4 \int_0^2 x^2 dx = \frac{32}{3} (\text{dm}^2).$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là } S = 4 \cdot 8 = 32 (\text{dm}^2).$$

$$\text{Diện tích phần trắng là } S_2 = S - S_1 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} (\text{dm}^2).$$

$$\text{Tổng chi phí trang trí là } T = \left( \frac{32}{3} \cdot 5000 + \frac{64}{3} \cdot 2500 \right) \cdot 1000 \approx 106,667 (\text{nghìn đồng}).$$

Đáp án: 107

**⚡ Câu 19.** Kết quả của tổng  $S = 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \dots + 79 \cdot 5^{78}$  được viết dưới dạng  $S = a + \frac{315}{16} \cdot 5^b$  ( $b \in \mathbb{N}$ ,  $a$  là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức  $P = a + \frac{b}{16}$ .

Đáp án: 5

**💬 Lời giải.**

Từ giả thiết, ta có:  $5S = 5 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + \dots + 79 \cdot 5^{79}$ .

$$\text{Do đó: } -4S = S - 5S = \underbrace{1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{78}}_{S'} - 79 \cdot 5^{79}.$$

Xét tổng  $S' = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{78}$  là tổng của 79 số hạng đầu tiên của một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 1 và công bội bằng 5, ta có:  $S' = \frac{1 - 5^{79}}{1 - 5}$ .

$$\text{Vậy: } -4S = S' - 79 \cdot 5^{79} = \frac{1 - 5^{79}}{1 - 5} - 79 \cdot 5^{79} = -\frac{1}{4} - \frac{315 \cdot 5^{79}}{4} \Rightarrow S = \frac{1}{16} + \frac{315}{16} \cdot 5^{79}.$$

$$\text{Từ đó: } S = \frac{1}{16} + \frac{315}{16} \cdot 5^{79} = a + \frac{315}{16} \cdot 5^b \Rightarrow a = \frac{1}{16}, b = 79 \Rightarrow P = \frac{1}{16} + \frac{79}{16} = 5.$$

Đáp án: 5

**⚡ Câu 20.** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh  $X$  có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp  $A00$  (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp  $A00$  thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp  $A00$  thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh  $X$  đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp  $A00$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,77

**💬 Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp  $A00$ ”;  $B$  là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính  $P(A|B)$ .

Theo công thức Bayes, ta cần biết:  $P(A)$ ,  $P(\bar{A})$ ,  $P(B|A)$ ,  $P(B|\bar{A})$ .

Ta có:  $P(A) = 0,8$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$ .

$P(B|A)$  là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp  $A00$

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

$P(B|\bar{A})$  là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh không chọn tổ hợp  $A00 \Rightarrow$

$$P(B|\bar{A}) = 0,7.$$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7} \approx 0,77.$$

Đáp án: 0,77

**⚡ Câu 21.** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy



của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (H.2.20). Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ . Biết rằng  $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$  với  $k$  là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của  $k$  (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 2.20

Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | , | 9 | 6 |
|---|---|---|---|

### Lời giải.

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h máy bay giữ nguyên hướng bay nên vectơ  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  có cùng hướng. Do đó,  $\vec{F}_1 = k \cdot \vec{F}_2$  với  $k$  là một số thực dương nào đó (1).

Gọi  $v_1, v_2$  lần lượt là vận tốc của chiếc máy bay khi đạt 900 km/h và 920 km/h, tức  $v_1 = 900$  km/h,  $v_2 = 920$  km/h.

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên:

$$\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2|$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } \vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2 \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96.$$

Đáp án: 

|      |
|------|
| 0,96 |
|------|

 .....

**⚡ Câu 22.** Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 7, 8, 9. Tính tích của hai bán kính của hai quả bóng đó. **Đáp án:**

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1 | 9 | 4 |  |
|---|---|---|--|



**Lời giải.**

Xét quả bóng tiếp xúc với hai bức tường, nền của căn nhà và chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ (tương tự với góc tường còn lại).

Gọi  $I(a; a; a)$  là tâm của mặt cầu có bán kính  $R = a$ . Phương trình mặt cầu là

$$(S): (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2. \quad (1)$$

Xét điểm  $M(x; y; z)$  nằm trên mặt cầu sao cho  $d(M, (Oxz)) = 8$ ,  $d(M, (Oyz)) = 7$ ,  $d(M, (Oxy)) = 9$ .

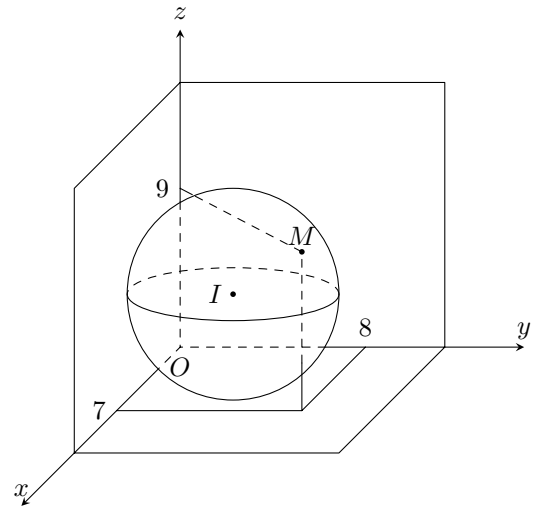
Suy ra  $M(7; 8; 9)$ .

Vì  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  nên từ (1) ta có

$$\begin{aligned} (7 - a)^2 + (8 - a)^2 + (9 - a)^2 &= a^2 \\ \Leftrightarrow a^2 - 48a + 194 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 24 - \sqrt{382} = R_1 \\ a_2 = 24 + \sqrt{382} = R_2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $R_1 \cdot R_2 = 194$ .

Đáp án: **194** □



**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. B   2. A   3. D   4. D   5. B   6. A   7. C   8. C   9. A   10. C   11. D   12. B

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                             |                  |                                             |
|------------------|---------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> Đ <b>c</b> S <b>d</b> S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> S <b>d</b> S |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> S | <b>⚡ Câu 16.</b> | <b>a</b> Đ <b>b</b> S <b>c</b> Đ <b>d</b> Đ |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

|                                |                                |                                                                  |                                    |                                    |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| <b>⚡ Câu 17.</b>               | <b>⚡ Câu 18.</b>               | <b>⚡ Câu 19.</b>                                                 | <b>⚡ Câu 20.</b>                   | <b>⚡ Câu 21.</b>                   | <b>⚡ Câu 22.</b>               |
| 2   5   6 <input type="text"/> | 1   0   7 <input type="text"/> | 5 <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | 0   ,   7   7 <input type="text"/> | 0   ,   9   6 <input type="text"/> | 1   9   4 <input type="text"/> |

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Đề số 29**

## A. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**⚡ Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $0$ | $+\infty$ |     |

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A**  $(1; +\infty)$ .      **B**  $(-\infty; -1)$ .      **C**  $(0; 4)$ .      **D**  $(-1; 1)$ .

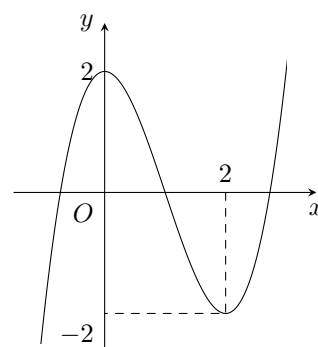
**💬 Lời giải.**

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $m$  và  $M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A**  $m + M = 0$ .      **B**  $m + M = -2$ .  
**C**  $m + M = 4$ .      **D**  $m + M = 2$ .



**💬 Lời giải.**

Ta có  $M = 2$  tại  $x = 0$  và  $m = -2$  tại  $x = 2$  nên  $M + m = 0$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**⚡ Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |           |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$       | $2$       | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $-$       |           | $-$       | $0$       | $+$       |
| $f(x)$  | $2$       |           | $+\infty$ |           | $+\infty$ |
|         |           | $-\infty$ |           | $2$       |           |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A** 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$  nên  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

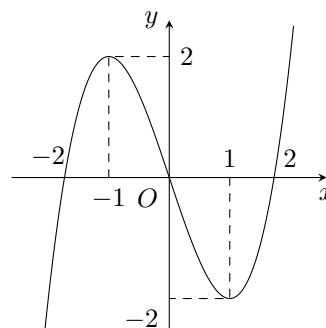
Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$  nên  $x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B** □

**⚡ Câu 4.** Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ

- A**  $y = x^3 - 2x^2 + 8$ . **B**  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .  
**C**  $y = 3x - x^3$ . **D**  $y = x^3 - 3x$ .



**Lời giải.**

Đồ thị hàm số đã cho đi qua gốc tọa độ, có hệ số  $a > 0$  và có hai điểm cực trị là  $x = \pm 1$  nên có dạng  $y = x^3 - 3x$ .

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x^2 - 1$  là

- A**  $2x^3 + C$ . **B**  $3x^3 - x + C$ . **C**  $x^3 - x + C$ . **D**  $2x^3 - x + C$ .

**Lời giải.**

Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x^2 - 1$  là  $F(x) = 2x^3 - x + C$ .

Chọn đáp án **D** □

**⚡ Câu 6.** Cho  $\int_1^2 f(x) dx = 1$  và  $\int_2^3 f(x) dx = -2$ . Giá trị của  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A** 1. **B** -3. **C** -1. **D** 3.

**Lời giải.**

Ta có  $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 1 - 2 = -1$ .

Chọn đáp án **C** □

**⚡ Câu 7.** Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố X được ghi lại ở bảng sau:

| Tổng thu nhập (triệu đồng) | [200; 250) | [250; 300) | [300; 350) | [350; 400) | [400; 450) |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số hộ gia đình             | 24         | 62         | 34         | 21         | 9          |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A** 250. **B** 200. **C** 300. **D** 450.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 450 - 200 = 250$ .

Chọn đáp án **A** □

**⚡ Câu 8.** Minh Hiền sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân của mình đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:



|                         |        |        |        |         |          |
|-------------------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Số bước (đơn vị: nghìn) | [3; 5) | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) |
| Số ngày của Minh Hiền   | 6      | 7      | 6      | 6       | 5        |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A** 7,56. **B** 7,28. **C** 7,8. **D** 7,89.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu là  $n = 6 + 7 + 6 + 6 + 5 = 30$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 12}{30} = 7,8.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

$$s_x^2 = \frac{1}{30} (6 \cdot 4^2 + 7 \cdot 6^2 + 6 \cdot 8^2 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 12^2) - 7,8^2 = 7,56.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 1; 3)$  và điểm  $B(4; -3; 1)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

- A**  $(6; -2; 4)$ . **B**  $(3; -1; 2)$ . **C**  $(1; -2; -1)$ . **D**  $(2; -4; -2)$ .

**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $(3; -1; 2)$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**⚡ Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$ . Điểm nào sau đây không thuộc  $(\alpha)$ ?

- A**  $Q(3; 3; 0)$ . **B**  $N(2; 2; 2)$ . **C**  $P(1; 2; 3)$ . **D**  $M(1; -1; 1)$ .

**Lời giải.**

Điểm  $M(1; -1; 1)$  không thuộc  $(\alpha)$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**⚡ Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của  $d$ ?

- A**  $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$ . **B**  $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$ . **C**  $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$ . **D**  $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$ .

**Lời giải.**

Vectơ  $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$  là một vectơ chỉ phương của  $d$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**⚡ Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(2; 1; -3)$  và tiếp xúc với trục  $Oy$  có phương trình là

- A**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 4$ . **B**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 13$ .  
**C**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 9$ . **D**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 10$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên trục  $Oy$ . Suy ra  $M(0; 1; 0)$ .

Mặt cầu tâm  $I(2; 1; -3)$  và tiếp xúc với trục  $Oy$  có bán kính  $R = IM = \sqrt{13}$ .

Vậy phương trình của  $(S)$  là  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 13$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

## B. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**⚡ Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 4}{x + 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .
- b) Hàm số không có điểm cực trị.
- c) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên là  $y = x + 4$ .
- d) Đồ thị  $(C)$  cắt đường thẳng  $x - y - 1 = 0$  tại hai điểm phân biệt.

**💬 Lời giải.**

a) **Ⓛ** Ta có  $y = \frac{x^2 + 2x - 4}{x + 2} = x - \frac{4}{x + 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 4x + 8}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \neq -2$ .

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

b) **Ⓛ** Vì  $y' > 0, \forall x \neq -2$  nên hàm số không có điểm cực trị.

c) **Ⓢ** Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên là  $y = x$ .

d) **Ⓢ** Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x^2 + 2x - 4}{x + 2} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Vậy đồ thị  $(C)$  cắt đường thẳng  $x - y - 1 = 0$  tại một điểm.

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... □

**⚡ Câu 14.** Cho hai hàm số  $f(x) = 2x$  và  $g(x) = x \ln(x + 1)$ .

a)  $\int \left[ f(x) + \frac{1}{x} \right] dx = x^2 + \ln x + C$ .

b)  $\int [g(x) - 2^x] dx = x \cdot \int \ln(x + 1) dx - \int 2^x dx$ .

c)  $\int_{-2}^4 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 2x dx - \int_0^4 2x dx$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $f(x) = 2x$  và đồ thị  $g(x) = x \ln(x + 1)$  được tính bởi công thức  $S = \int_0^{e^2-1} |x [\ln(x + 1) - 2]| dx$ .

**💬 Lời giải.**

a) **Ⓢ** Ta có  $\int \left[ f(x) + \frac{1}{x} \right] dx = x^2 + \ln|x| + C$ .

b) **Ⓢ**  $\int [g(x) - 2^x] dx = \int x \ln(x + 1) dx - \int 2^x dx$ .

Không có tính chất "Nguyên hàm của một tích bằng tích các nguyên hàm".

c) **Ⓢ** Ta có  $\int_{-2}^4 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 |2x| dx + \int_0^4 |2x| dx = -\int_{-2}^0 2x dx + \int_0^4 2x dx$ .

d) **Ⓛ** Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $f(x) = 2x$  và đồ thị  $g(x) = x \ln(x + 1)$  là

$$2x = x \ln(x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \ln(x + 1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = e^2 - 1 \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $f(x) = 2x$  và đồ thị  $g(x) = x \ln(x+1)$  được tính bởi công thức

$$S = \int_0^{e^2-1} |x [\ln(x+1) - 2]| dx.$$

Chọn đáp án 

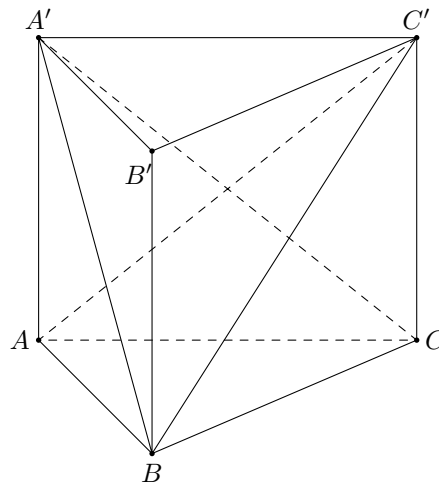
|       |       |       |        |
|-------|-------|-------|--------|
| a sai | b sai | c sai | d đúng |
|-------|-------|-------|--------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 15.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AA' = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $CA = a\sqrt{5}$ .

- a) Đáy  $ABC$  là tam giác vuông.  
 b) Hai mặt  $(AA'B'B)$  và  $(BB'C'C)$  vuông góc nhau.  
 c) Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'BC)$  có số đo bằng  $45^\circ$ .  
 d)  $AC' = 2a\sqrt{2}$ .

**💡 Lời giải.**



- a) **Ⓛ** Ta có  $AB^2 + BC^2 = AC^2$  nên  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ .  
 b) **Ⓛ** Vì tam giác  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$  nên  $AB \perp BC$ .  
 Ta có  $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BB'C'C)$  nên  $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$ .  
 c) **Ⓛ** Ta có  $((ABC), (A'BC)) = (AB, A'B) = \widehat{A'BC} = 45^\circ$  vì  $\triangle A'AB$  vuông cân.  
 d) **Ⓢ** Ta có  $CC' = AA' = a$  nên  $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = a\sqrt{6}$ .

Chọn đáp án 

|        |        |        |       |
|--------|--------|--------|-------|
| a đúng | b đúng | c đúng | d sai |
|--------|--------|--------|-------|

 ..... ☐

**⚡ Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): x - 2z - 5 = 0$ .

- a) Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là 2.  
 b) Có hai giá trị của tham số  $m$  để khoảng cách từ điểm  $A(1; 2; -1)$  đến mặt phẳng  $(\beta): 6x - 3y - 2z + m = 0$  bằng 1.  
 c) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $I$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình tham số  $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 2 \\ z = -7 - 4t \end{cases}$ .  
 d) Khối lập phương có hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$  và  $(Q): 2x - 4y + 4z - 8 = 0$  chứa hai mặt của hình lập phương thì có thể tích là  $\frac{8}{27}$ .

**💡 Lời giải.**



a) **S** Do  $(S)$  tiếp xúc  $(\alpha)$  nên có bán kính  $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|1 - 2 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2}} = 2\sqrt{5}$ .

b) **D** Ta có  $d(A, (\beta)) = \frac{|6 \cdot 1 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + (-2)^2}} = 1 \Leftrightarrow |m + 2| = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -9 \end{cases}$ .

Vậy có hai giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) **D** Vì  $d \perp (\alpha)$  nên  $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (1; 0; -2) = (2; 0; -4)$ .

Phương trình tham số của  $d$  có dạng  $d: \begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = -2 \\ z = -7 - 4t \end{cases}$  với  $t = -\frac{5}{2}$  thì  $d$  qua  $I$ .

d) **D** Ta có  $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$  và  $\vec{n}_Q = (2; -4; 4)$ .

Do  $\vec{n}_Q = 2\vec{n}_P$  và  $M(0; 0; 1) \in (P)$  nhưng  $M \notin (Q)$  nên  $(P) \parallel (Q)$ .

Từ đó ta có độ dài cạnh của hình lập phương là  $d(M, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 4 \cdot 1 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2}} = \frac{2}{3}$ .

Vậy thể tích khối lập phương là  $V = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ .

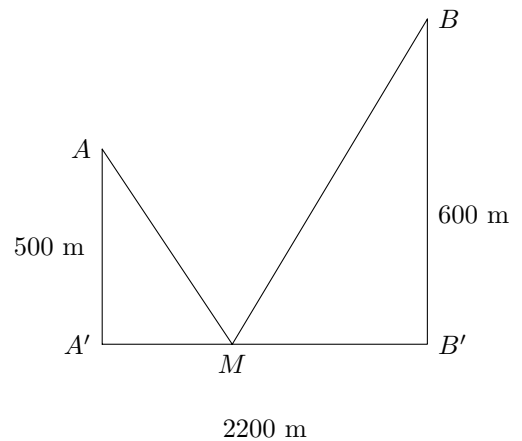
Chọn đáp án 

|       |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|
| a sai | b đúng | c đúng | d đúng |
|-------|--------|--------|--------|

 ..... ☐

### C. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**⚡ Câu 17.** Có hai xã  $A, B$  cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m  $BB' = 600$  m. Người ta đo được  $A'B' = 2200$  m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí  $M$  của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó theo đơn vị mét bằng bao nhiêu?



Đáp án: 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|

**Lời giải.**

Đặt  $A'M = x$  ( $0 < x < 2200$ ),  $B'M = 2200 - x$ .

Ta có  $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$ ,  $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ .

Tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là  $AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ .

Xét hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$  với ( $0 < x < 2200$ ).

Ta có  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$ .

Bảng biến thiên

|         |      |       |      |
|---------|------|-------|------|
| $x$     | 0    | 1000  | 2200 |
| $f(x)'$ |      | – 0 + |      |
| $f(x)$  | 2780 | 2460  | 2856 |

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí  $M$  cách điểm  $AA'$  là 1000 m.

Đáp án: **1000** □

**⚡ Câu 18.** Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$  m/s, trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  m/s<sup>2</sup> ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  (tính theo đơn vị m/s) tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: **3 0** □

**💬 Lời giải.**

Thời điểm chất điểm  $B$  đuổi kịp chất điểm  $A$  thì chất điểm  $B$  đi được 15 giây, chất điểm  $A$  đi được 18 giây.

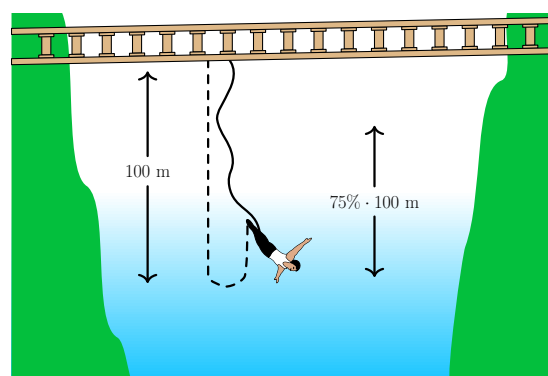
Biểu thức vận tốc của chất điểm  $B$  có dạng  $v_B(t) = \int a dt = at + C$  mà  $v_B(0) = 0$  nên  $C = 0$  suy ra  $v_B(t) = at$ .

Do từ lúc chất điểm  $A$  bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm  $B$  đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó  $\int_0^{18} \left( \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = \frac{225}{2}a \Leftrightarrow a = 2$ .

Vậy, vận tốc của chất điểm  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng  $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30$  m/s.

Đáp án: **30** □

**⚡ Câu 19.** Một người nhảy Bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Giả sử sau mỗi lần rơi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (tham khảo hình vẽ). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên, tính từ lúc bắt đầu nhảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Đáp án: **6 6 1** □

**💬 Lời giải.**

Gọi  $u_1$  m là quãng đường người chơi rơi xuống ở lần thứ nhất, ta có  $u_1 = 100$ .

$v_1$  m là quãng đường người chơi được kéo lên ở lần thứ nhất, ta có  $v_1 = 100 \cdot 0,75 = 75$ .

$u_2$  m là quãng đường người chơi rơi xuống ở lần thứ hai, ta có  $u_2 = v_1 = 0,75u_1$ .

$v_2$  m là quãng đường người chơi được kéo lên ở lần thứ hai, ta có  $v_2 = 0,75u_2 = 0,75v_1$ .

Như vậy, ta có hai cấp số nhân đều có công bội 0,75 là  $u_1; u_2; \dots u_{10}$  và  $v_1; v_2; \dots v_{10}$  với  $u = 100$  và  $v_1 = 75$ .

Ta có  $u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = 100 \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75}$  và  $v_1 + v_2 + \dots + v_{10} = 75 \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75}$ .

Vậy quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên tính từ lúc bắt đầu nhảy là  $(u_1 + u_2 + \dots + u_{10}) + (v_1 + v_2 + \dots + v_{10}) = 175 \left( \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75} \right) \approx 661$  m.

Đáp án: **661** □

**⚡ Câu 20.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | , | 5 |
|---|---|---|

 □

**💬 Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố "Người đó mắc bệnh" và  $B$  là biến cố "Kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)".

Ta cần tính xác suất  $P(A | B)$ .

Ta có xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là  $P(A) = 1\% = 0,01$ .

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là  $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$ .

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là  $P(B | A) = 99\% = 0,99$ .

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là  $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$ .

Theo công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,01 \cdot 0,99}{0,01 \cdot 0,99 + 0,99 \cdot 0,01} = 0,5.$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

Đáp án: **0,5** □

**⚡ Câu 21.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(1000; 600; 14)$  đến điểm  $N(a; b; c)$  trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng  $Q(1400; 800; 16)$ . Giá trị của biểu thức  $a - b + 4c$  là bao nhiêu?

Đáp án: 

|   |   |   |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 2 |
|---|---|---|

 □

**💬 Lời giải.**

Gọi  $N(x; y; z)$  là tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo. Ta có

$$\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2); \quad \overrightarrow{NQ} = (1400 - x; 800 - y; 16 - z)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên  $\overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NQ}$  cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ  $M \rightarrow Q$  gấp 4 lần thời gian bay từ  $N \rightarrow Q$  nên  $\overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ}$ .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 400 = 4(1400 - x) \\ 200 = 4(800 - y) \\ 2 = 4(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1300 \\ y = 750 \\ z = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5).$$

Vậy  $a - b + 4c = 1300 - 750 + 4 \cdot 15,5 = 612$ .

Đáp án: **612** □

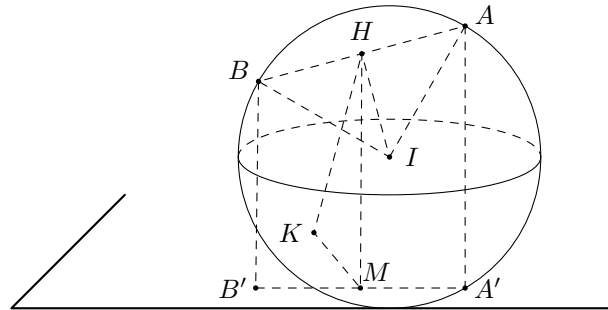
**⚡ Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$ , đường thẳng  $(d): \frac{x - 15}{1} = \frac{y - 22}{2} = \frac{z - 37}{2}$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$ . Một đường thẳng  $(\Delta)$  thay đổi cắt

mặt cầu ( $S$ ) tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 8$ . Gọi  $A', B'$  là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng ( $P$ ) sao cho  $AA', BB'$  cùng song song với ( $d$ ). Giá trị lớn nhất của biểu thức  $AA' + BB'$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | 1 |  |  |
|---|---|--|--|

**Lời giải.**



Mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(4; 3; -2)$  và bán kính  $R = 5$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  thì  $IH \perp AB$  và  $IH = 3$  nên  $H$  thuộc mặt cầu ( $S'$ ) tâm  $I$  bán kính  $R' = 3$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $A'B'$  thì  $AA' + BB' = 2HM$ ,  $M$  nằm trên mặt phẳng ( $P$ ).

Mặt khác ta có  $d(I, (P)) = \frac{4}{\sqrt{3}} < R$  nên ( $P$ ) cắt mặt cầu ( $S$ ) và  $\sin(d; (P)) = \sin \alpha = \frac{5}{3\sqrt{3}}$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $H$  lên ( $P$ ) thì  $HK = HM \cdot \sin \alpha$ .

Vậy để  $AA' + BB'$  lớn nhất thì  $HK$  lớn nhất  $\Leftrightarrow HK$  đi qua  $I$ .

Suy ra  $HK_{\max} = R' + d(I, (P)) = 3 + \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ .

Vậy  $AA' + BB'$  lớn nhất bằng  $2 \left( \frac{4 + 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3\sqrt{3}}{5} = \frac{24 + 18\sqrt{3}}{5} \approx 11$ .

Đáp án: 

|    |
|----|
| 11 |
|----|

 .....

**BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN**

1. D   2. A   3. B   4. D   5. D   6. C   7. A   8. C   9. B   10. D   11. C   12. B

**BÀI TẬP ĐÚNG SAI**

|                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <b>⚡ Câu 13.</b> | <table><tr><td>a</td><td>Đ</td><td>b</td><td>Đ</td><td>c</td><td>S</td><td>d</td><td>S</td></tr></table> | a | Đ | b | Đ | c | S | d | S | <b>⚡ Câu 14.</b> | <table><tr><td>a</td><td>S</td><td>b</td><td>S</td><td>c</td><td>S</td><td>d</td><td>Đ</td></tr></table> | a | S | b | S | c | S | d | Đ |
| a                | Đ                                                                                                        | b | Đ | c | S | d | S |   |   |                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a                | S                                                                                                        | b | S | c | S | d | Đ |   |   |                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>⚡ Câu 15.</b> | <table><tr><td>a</td><td>Đ</td><td>b</td><td>Đ</td><td>c</td><td>Đ</td><td>d</td><td>S</td></tr></table> | a | Đ | b | Đ | c | Đ | d | S | <b>⚡ Câu 16.</b> | <table><tr><td>a</td><td>S</td><td>b</td><td>Đ</td><td>c</td><td>Đ</td><td>d</td><td>Đ</td></tr></table> | a | S | b | Đ | c | Đ | d | Đ |
| a                | Đ                                                                                                        | b | Đ | c | Đ | d | S |   |   |                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a                | S                                                                                                        | b | Đ | c | Đ | d | Đ |   |   |                  |                                                                                                          |   |   |   |   |   |   |   |   |

**BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT**

⚡ Câu 17.

1

0

0

0

⚡ Câu 18.

3

0

⚡ Câu 19.

6

6

1

⚡ Câu 20.

0

,

5

⚡ Câu 21.

6

1

2

⚡ Câu 22.

1

1