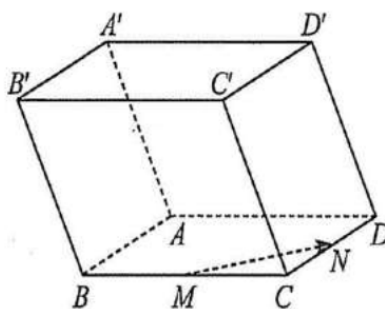


Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vector nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}$.

D. $\overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. [40;60).

B. [20;40).

C. [60;80).

D. [80;100).

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

A. $I(-3;1;-1)$.

B. $I(3;1;-1)$.

C. $I(-3;-1;1)$.

D. $I(3;-1;1)$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = \log_5 3$ là

A. $x = 62$.

B. $x = 12$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

A. $y = 0$.

B. $x = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $z = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 8: Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\Delta Q = Q_1 - Q_3$.

B. $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

C. $\Delta Q = Q_1 - Q_2$.

D. $\Delta Q = Q_2 - Q_1$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(8; 0; 0)$.

C. $(0; 1; 2)$.

D. $(0; 0; 2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 0$. Giá trị của $F(2)$ là

- A. $\ln 8 + 1$. B. $4 \ln 2 + 1$. C. $2 \ln 3 + 2$. D. $2 \ln 4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác $AB'C'$ cân tại A , mặt phẳng $(AB'C')$ vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$ và $AA' = a\sqrt{3}$.

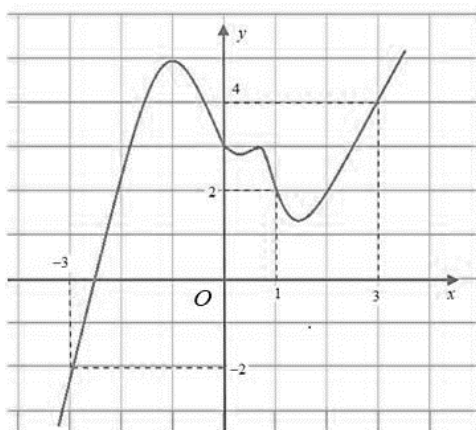
a) **[TH]** Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) **[TH]** Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) **[VD,VDC]** Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) **[VD,VDC]** Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết $f(1)=6$ và $g(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}$.

a) **[NB]** $g(1)=4$

b) **[TH]** $g'(x)=f'(x)-(x+1)$.

c) **[TH]** Phương trình $g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

d) **[VD,VDC]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}$ trên đoạn $[-3;3]$ là một số dương.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;3]$ như hình.

x	-1	0	2	3
y'	+	0	-	0
y	-1	6	2	7

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Trên $[-1;3]$ hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) **[TH]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là 6.

c) **[TH]** Tổng của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 6.

d) **[VD]** Hàm số $g(x)=f(4-x)$ có đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ lần lượt bằng a và b . Khi đó giá trị của $a^2+b^2=53$.

Câu 4: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.

b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

c) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

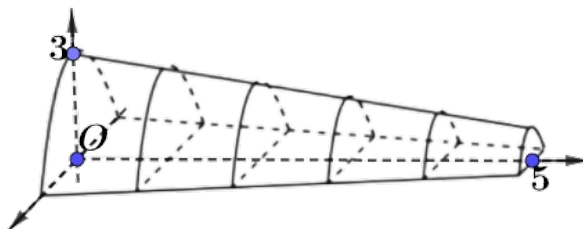
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $160m$ và cạnh bên là $140m$. Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng chục).



Câu 2: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(-1;1)$ và có điểm cực trị $(2;1)$, tính giá trị biểu thức $T = 2025(a + c - b)$.

Câu 3: Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



Chiều dài của đường hầm mô hình là $5cm$, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 4: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng và kẹo xanh. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Câu 5: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$.



Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;1;5)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ lớn nhất. Tính $P = a - 2b + 4c$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	D	D	D	B	D	B	C	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

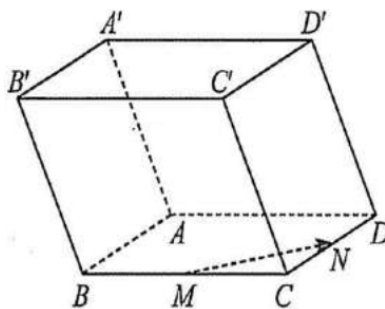
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	57,4	4050	29	10	20,8	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vector nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}$.

D. $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{B'D'}$ cùng hướng với $\overrightarrow{MN}$ và $B'D' = 2MN$, suy ra $\overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{MN}$

Câu 2: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** [40;60). **B.** [20;40). **C.** [60;80). **D.** [80;100).

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n = 42$

Nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40;60)

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S)

- A.** $I(-3;1;-1)$. **B.** $I(3;1;-1)$. **C.** $I(-3;-1;1)$. **D.** $I(3;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-3;-1;1)$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Công sai $d = u_2 - u_1 = 2$ nên $u_3 = u_2 + d = 5$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = \log_5 3$ là

- A.** $x = 62$. **B.** $x = 12$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

$\log_5(2x-1) = \log_5 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A.** $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A.** $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. **C.** $(-2; -2; 7)$. **D.** $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 8: Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** $\Delta Q = Q_1 - Q_3$. **B.** $\Delta Q = Q_3 - Q_1$. **C.** $\Delta Q = Q_1 - Q_2$. **D.** $\Delta Q = Q_2 - Q_1$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng tứ phân vị của mẫu ghép nhóm có công thức là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox là $(8;0;0)$.

- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

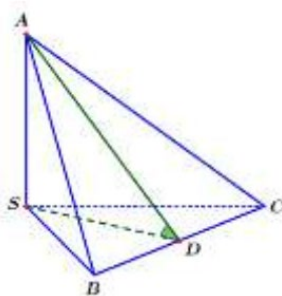
Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

- Câu 11:** Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.

- A.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là trung điểm cạnh BC .

Suy ra $SD \perp BC$ (vì tam giác SBC cân tại S).

Ta có: $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Và $SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = SDA = \alpha.$$

$$\text{Xét } \triangle SAD \text{ vuông tại } S, \text{ ta có: } \cos \alpha = \cos SDA = \frac{SD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 12: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là

A. $\ln 8 + 1$.

B. $4 \ln 2 + 1$.

C. $2 \ln 3 + 2$.

D. $2 \ln 4$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^2 f(x) dx = F(2) - F(-1) \Leftrightarrow \int_{-1}^2 \frac{2}{x+2} = 2 \ln |x+2| \Big|_{-1}^2 = 2 \ln 4 - 2 \ln 1 = 2 \ln 4$$

$$\Leftrightarrow F(2) - F(-1) = 2 \ln 4 \Leftrightarrow F(2) = 2 \ln 4 \text{ (do } F(-1) = 0 \text{)}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác $AB'C'$ cân tại A , mặt phẳng $(AB'C')$ vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$ và $AA' = a\sqrt{3}$.

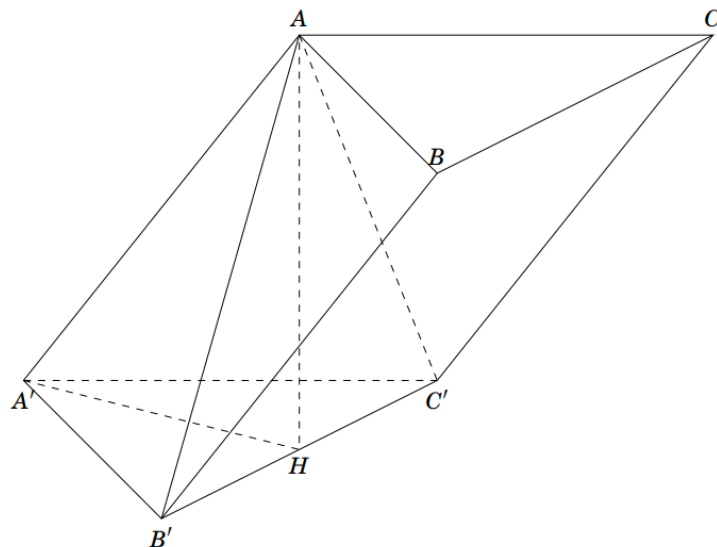
a) [TH] Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) [TH] Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) [VD,VDC] Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) [VD,VDC] Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) Gọi H là trung điểm của $B'C' \Rightarrow AH \perp B'C'$ (1)

Ta có $\triangle ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow A'H \perp B'C'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$ hay $B'C' \perp B'B$

Mà mặt bên $BCC'B'$ là hình bình hành.

Vậy mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật. Vậy mệnh đề a) đúng.

b) Có H là trung điểm của $B'C' \Rightarrow AH \perp B'C'$

$$\left. \begin{array}{l} (AB'C') \perp (A'B'C') \\ (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ AH \subset (AB'C'); AH \perp B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (A'B'C')$$

Vậy hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của cạnh $B'C'$. Vậy mệnh đề b) sai.

c) Tam giác $A'B'C'$ đều cạnh a diện tích bằng $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

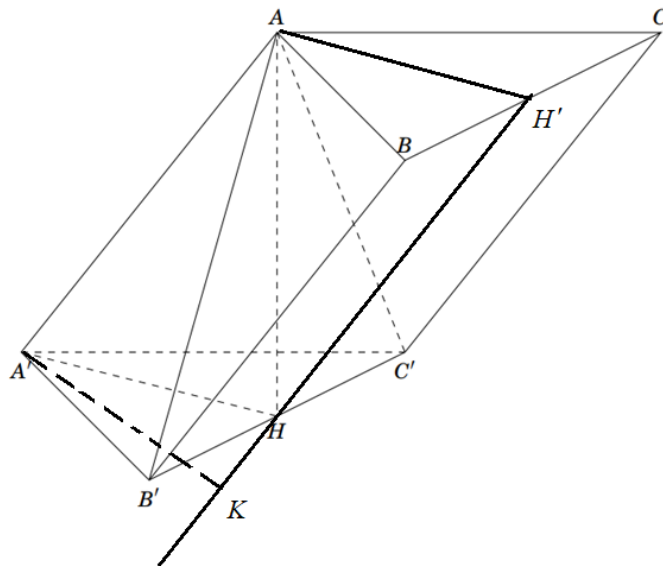
Có $AH \perp A'B'C'$; $A'H \subset A'B'C'$ nên $AH \perp A'H$; tam giác $A'AH$ vuông tại H .

$$AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}$$

Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; đường cao $h = AH = \frac{3a}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = Sh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. Vậy mệnh đề c) đúng.

d) $AA' \parallel (BB'C') \Rightarrow d(AA', BC') = d(AA', (BB'C')) = d(A', (BB'C'))$



Trong mặt phẳng $(AA'HH')$, kẻ $A'K \perp HH'$ ($K \in HH'$).

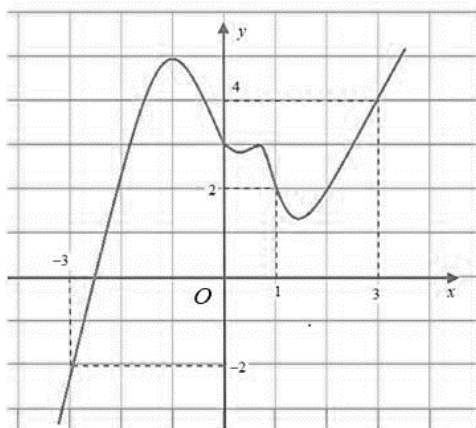
Ta có $B'C' \perp (AA'HH')$ suy ra $B'C' \perp A'K$.

Suy ra $A'K \perp (BB'C'C) \Rightarrow d(A', (BB'C'C)) = A'K$.

$$S_{AA'HH'} = A'H \cdot AH = A'K \cdot HH' \Rightarrow A'K = \frac{A'H \cdot AH}{HH'} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{3a}{4}$$

Vậy mệnh đề d) sai.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$.

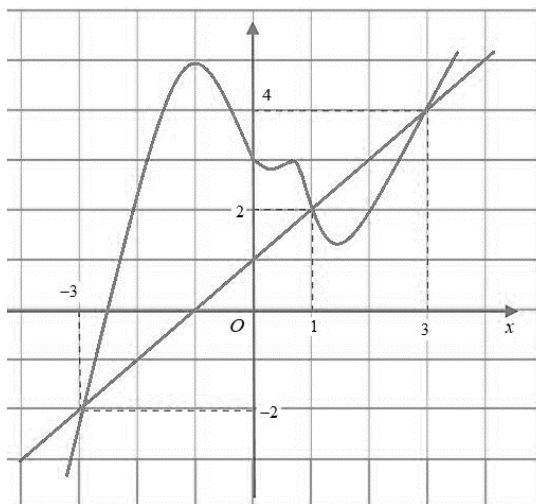
a) **[NB]** $g(1) = 4$

b) **[TH]** $g'(x) = f'(x) - (x+1)$.

c) **[TH]** Phương trình $g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

d) **[VD,VDC]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$ trên đoạn $[-3;3]$ là một số dương.

Lời giải



a) **[NB]** $g(1) = 4$

Ta có $g(1) = f(1) - \frac{(1+1)^2}{2} = f(1) - 2 = 4 \Rightarrow$ Khẳng định đúng

b) **[TH]** $g'(x) = f'(x) - (x+1)$.

$g'(x) = f'(x) - (x+1) \Rightarrow$ Khẳng định đúng

c) **[TH]** Phương trình $g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x + 1$ ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow$ Khẳng

định đúng.

d) [VD,VDC] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$ trên đoạn $[-3;3]$ là một số dương.

Qua đồ thị hình lưới

Xét hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$; $y = x + 1$; $x = -3$; $x = 1$ có diện tích $S_1 > 4$

$$\Leftrightarrow \int_{-3}^1 |f'(x) - (x+1)| dx > 4 \Leftrightarrow \int_{-3}^1 |g'(x)| dx > 4 \Leftrightarrow g(1) - g(-3) > 4 \Rightarrow g(-3) < g(1) - 4 = 0.$$

Xét hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$; $y = x + 1$; $x = 1$; $x = 3$ có diện tích $S_2 < 4$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 |f'(x) - (x+1)| dx < 4 \Leftrightarrow \int_1^3 |g'(x)| dx < 4 \Leftrightarrow -g(3) + g(1) < 4 \Rightarrow g(3) > g(1) - 4 = 0.$$

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm $y = g(x)$ trên $[-3;3]$

x	-3		1		3
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-3) < 0$ $\nearrow$ 4 $\searrow$ $g(3) > 0$				

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$ trên đoạn $[-3;3]$

là $\min_{[-3;3]} g(x) = g(-3) < 0 \Rightarrow$ Khẳng định sai.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;3]$ như hình.

x	-1	0	2	3
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	-1	6	2	7

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Trên $[-1;3]$ hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) [TH] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là 6.

c) [TH] Tổng của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 6.

d) [VD] Hàm số $g(x) = f(4-x)$ có đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ lần lượt bằng a và b . Khi đó giá trị của $a^2 + b^2 = 53$.

Lời giải

- a) **Đúng.** Trên $[-1;3]$ hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x=0; x=2$.
- b) **Sai.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là 7 khi $x=3$. Mệnh đề sai.
- c) **Đúng.** Tổng của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng $-1+7=6$. Mệnh đề đúng.
- d) **Đúng.** Xét Hàm số $g(x) = f(4-x)$ trên đoạn $[1;3]$.

Ta có $g'(x) = -f'(4-x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(4-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=0 \\ 4-x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \notin [1;3] \\ x=2 \in [1;3] \end{cases}$$

$$g(1) = f(3) = 7; g(2) = f(2) = 2; 2 < g(3) = f(1) < 7$$

Do đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ bằng 2 và 7. Hay

$a=2, b=7$. Khi đó giá trị của $a^2 + b^2 = 53$. Mệnh đề đúng.

Câu 4: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.
- b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.
- c) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.
- d) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Đúng

Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là $\frac{165+170}{2} = 167,5$.

b) Sai

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180 - 155 = 25$.

c) Đúng

- Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Cỡ mẫu $n_C = 2 + 7 + 12 + 3 + 1 + 1 = 26$.

Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2 \in [155; 160),$$

$$x_3; \dots; x_9 \in [160; 165),$$

$$x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170),$$

$$x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25} \in [175; 180),$$

$$x_{26} \in [180; 185).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 2}{7}(165 - 160) \approx 163,214.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 26}{4} - (2 + 7)}{12}(170 - 165) = 169,375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_C = Q_3 - Q_1 \approx 169,375 - 163,214 \approx 6,161$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

$$\text{Cỡ mẫu } n_D = 5 + 9 + 8 + 2 + 2 + 0 = 26.$$

Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [155; 160),$$

$$x_6; \dots; x_{14} \in [160; 165),$$

$$x_{15}; \dots; x_{22} \in [165; 170),$$

$$x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25}; x_{26} \in [175; 180).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 5}{9}(165 - 160) \approx 160,833.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_3 = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - (5+9)}{8} (170 - 165) = 168,4375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_D = Q'_3 - Q'_1 \approx 168,4375 - 160,833 \approx 7,6045$.

Vì $\Delta_C < \Delta_D$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) Sai

Ta có bảng giá trị đại diện của nhóm:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_C = \frac{2.157,5 + 7.162,5 + 12.167,5 + 3.172,5 + 1.177,5 + 1.182,5}{26} = \frac{2170}{13}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_C^2 = \frac{1}{26} \left[2.(157,5)^2 + 7.(162,5)^2 + 12.(167,5)^2 + 3.(172,5)^2 + 1.(177,5)^2 + 1.(182,5)^2 \right] - \left(\frac{2170}{13} \right)^2 \approx 29,475$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^2} = \sqrt{29,475} \approx 5,429$.

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_D = \frac{5.157,5 + 9.162,5 + 8.167,5 + 2.172,5 + 2.177,5 + 0.182,5}{26} = 165.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^2 = \frac{1}{26} \left[5.(157,5)^2 + 9.(162,5)^2 + 8.(167,5)^2 + 2.(172,5)^2 + 2.(177,5)^2 + 0.(182,5)^2 \right] - (165)^2 = 31,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{31,25} \approx 5,59$.

Vì $S_C < S_D$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

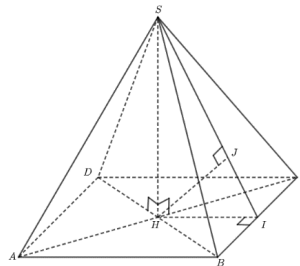
Câu 1: Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $160m$ và cạnh bên là $140m$. Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét?(quy tròn đến hàng chục).



Lời giải

Đáp án: 57,4.

Giả sử các cạnh và các đỉnh của tòa nhà được mô phỏng như hình vẽ bên dưới



Gọi H là giao điểm của AC và BD .

Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều nên ta có $SA = SB = SC = SD$.

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 80\sqrt{2}m.$$

Xét tam giác SHC vuông tại H , ta có:

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(140)^2 - (80\sqrt{2})^2} = \sqrt{6800}m.$$

Gọi I là trung điểm của BC , ta có $SI \perp BC$ vì tam giác SBC cân tại S và ta có :

$$HI = \frac{AB}{2} = 80m.$$

Kẻ $HJ \perp SI$, khi đó $HJ \perp (SBC)$ vì $\begin{cases} HJ \perp SI \\ HJ \perp BC \end{cases}$

$$\Rightarrow d(H, (SBC)) = HJ$$

$\Rightarrow HJ$ là quãng đường ngắn nhất để đào con đường vào tâm của đáy tòa nhà.

Xét tam giác SHI vuông tại H , ta có:

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{6800} + \frac{1}{6400} = \frac{33}{108800} \Rightarrow HJ \approx 57,4m.$$

Vậy: Quãng đường ngắn nhất để đào con đường vào tâm của đáy tòa nhà khoảng $57,4m$.

Câu 2: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(-1;1)$ và

có điểm cực trị $(2;1)$. Tính giá trị biểu thức $T = 2025(a + c - b)$.

Lời giải

Đáp án: 4050

Ta có: $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

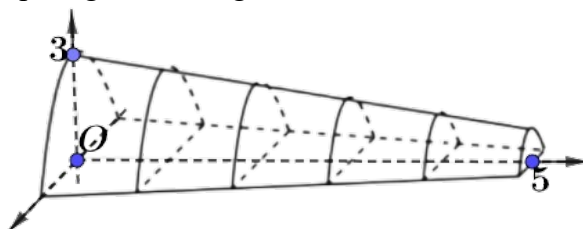
Đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(-1;1)$ nên ta có: $a - b + c = 2$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(2;1)$ nên $\begin{cases} 4a + 2b + c = -7 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 7 \\ 4a + b = -12 \end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} a - b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = -7 \\ 4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$.

Vậy $T = 2025(a + c - b) = 2025(-3 + 5 - 0) = 4050$.

Câu 3: Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.

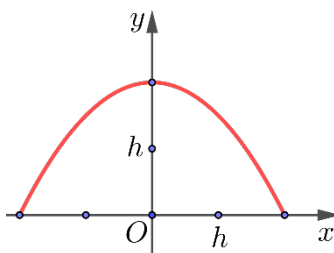


Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp án: 29.

Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$ và chọn hệ trục Oxy như hình vẽ bên



Parabol (P) có phương trình $(P): y = ax^2 + h, (a < 0)$

Có $B(h;0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} (do h > 0)$

Diện tích S của thiết diện: $S = \int_{-h}^h \left(-\frac{1}{h}x^2 + h\right) dx = \frac{4h^2}{3}$, kết hợp chiều cao $h = 3 - \frac{2}{5}x$

Ta được diện tích thiết diện là $S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x\right)^2$.

Thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$$V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x\right)^2 dx \approx 28,888$$

Vậy $V \approx 29 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 4: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng và kẹo xanh. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Đáp án: 10.

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 5: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

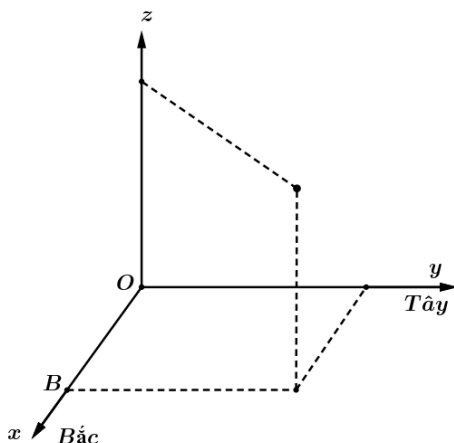


Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

Lời giải

Đáp án: 20,8

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-40; -60; 2)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$.

Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ

$$\left(\frac{-40+80}{2}; \frac{-60+50}{2}; \frac{2+4}{2} \right) = (20; -5; 3).$$

Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là:

$$\sqrt{20^2 + (-5)^2 + 3^2} \approx 20,8 \text{ (km)}.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;1;5)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ lớn nhất. Tính $P = a - 2b + 4c$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (4-a; 1-b; 5-c)$, $\overrightarrow{MB} = (3-a; -b; 1-c)$, $\overrightarrow{MC} = (-1-a; 2-b; -c)$

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= (4-a)(3-a) + (1-b)(-b) + (5-c)(1-c) \\ &+ 2(3-a)(-1-a) + 2(-b)(2-b) + 2(1-c)(-c) \\ &- 5(4-a)(-1-a) - 5(1-b)(2-b) - 5(5-c)(-c) \\ &= -2a^2 - 2b^2 - 2c^2 + 4a + 10b + 17c + 21 \\ &= -2(a-1)^2 - 2\left(b - \frac{5}{2}\right)^2 - 2\left(c - \frac{17}{4}\right)^2 + \frac{573}{8} \leq \frac{573}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a=1 \\ b=\frac{5}{2} \\ c=\frac{17}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } P = a - 2b + 4c = 13.$$

Đáp án: 13

----- Hết -----

Đề thi gồm có bảy phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$

- A. $S = (-\infty; 4]$. B. $S = (0; 4)$. C. $S = (0; 4]$. D. $S = [0; 4]$.

Câu 2: Một vectơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; -3)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 3: Lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Số kết quả là

- A. 12. B. 24. C. 28. D. 48.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(2; 0; -3)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(0; 2; -3)$. D. $(2; 0; 3)$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 2 \cdot \sin x$

- A. $y' = 3x^4 - 2 \cdot \cos x$. B. $y' = 4x^3 + 2 \cdot \cos x$.
C. $y' = 4x^3 - 2 \cdot \cos x$. D. $y' = 4x^3 - 2 \cdot \sin x$.

Câu 6: Công thức nào tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm?

- A. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.
B. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.
C. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.
D. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.

Câu 7: Cho $\vec{a} = (\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{k} + 2\vec{j})$ tọa độ của vec tơ $3\vec{a}$

- A. $(3; 6; 3)$. B. $(3; 3; 3)$. C. $(3; 3; 6)$. D. $(3; 9; 3)$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. B. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.
C. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. D. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

Câu 9: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+x}$

- A. $x = 0; x = 1$. B. $y = 0; y = -1$. C. $x = 0; x = -1$. D. $y = 0; y = 1$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a; x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $4a^3$. D. $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 12: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1; -1)$ và song song với hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x - z = 0$

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

- a) **[NB]** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2; 0)$.
b) **[TH]** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$.
c) **[TH]** Phương trình $f(x) = -1$ có 2 nghiệm phân biệt.
d) **[VD, VDC]** Hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD .

- a) **[NB]** Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO .
b) **[TH]** Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.
c) **[TH]** Số đo của góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$ bằng $70^\circ 31'$.
d) **[VD]** Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10; 15)$	12,5	15	$[10; 15)$	12,5	25
$[15; 20)$	17,5	18	$[15; 20)$	17,5	15
$[20; 25)$	22,5	10	$[20; 25)$	22,5	7
$[25; 30)$	27,5	10	$[25; 30)$	27,5	5
$[30; 35)$	32,5	5	$[30; 35)$	32,5	5
$[35; 40)$	37,5	2	$[35; 40)$	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

- a) **[NB]** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).
b) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49,1389$
c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7,61$ (triệu đồng).

d) **[VD]** Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Câu 4: Ba vận động viên bóng rổ thi ném bóng trúng rổ, xác suất để vận động viên thứ nhất, thứ hai và thứ ba ném bóng trúng rổ lần lượt là $x; 0,8; y$ với $x < y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Gọi A_i là biến cố “vận động viên thứ i ném bóng trúng rổ”

$$\Rightarrow P(A_1) = x; P(A_2) = 0,8; P(A_3) = y.$$

b) **[TH]** Xác suất để vận động viên thứ hai ném trúng rổ khi vận động viên thứ nhất ném trúng rổ là $0,8$.

c) **[TH]** Xác suất để vận động viên thứ hai không ném trúng rổ khi vận động viên thứ ba ném trúng rổ là $0,2$.

d) **[VD,VDC]** Biết xác suất để ít nhất một trong ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,992$ và xác suất để cả ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,432$. Xác suất để có đúng một vận động viên không ném bóng trúng rổ là $0,445$.

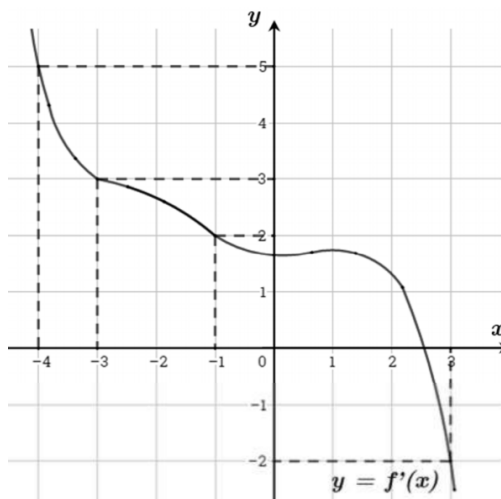
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cây cầu dành cho người đi bộ (Hình 22) có mặt sàn cầu cách mặt đường $3,5$ m, khoảng cách từ đường thẳng a nằm trên tay vịn của cầu đến mặt sàn cầu là $0,8$ m. Gọi b là đường thẳng kẻ theo tim đường. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b .

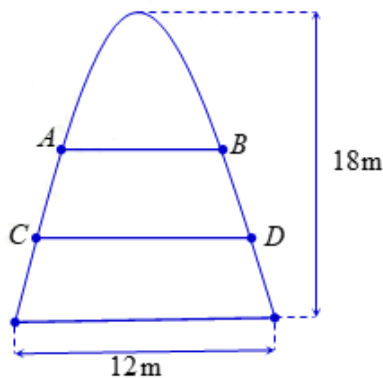


Hình 22

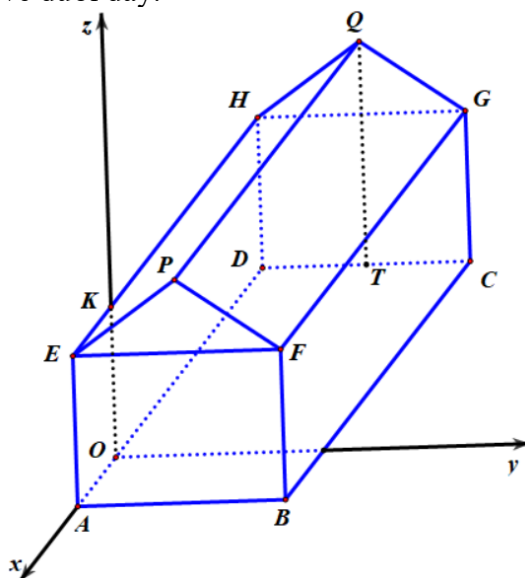
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên $[-4;3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = 2\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Tính thể tích của khối chóp $AMNPQ$
- Câu 4:** Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác (kết quả làm tròn đến phần trăm).
- Câu 5:** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$, tính $n + a$?



- Câu 6:** Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{m}$; $AE = 5\text{m}$; $AD = 8\text{m}$; $QT = 7\text{m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{m}$ và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.



Để lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera, rồi nối lại từ camera đến thẳng điểm Q . Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục và đầu dây nối không đáng kể).

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4,3	-1	1	1,41	5	16,7

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$

- A.** $S = (-\infty; 4]$. **B.** $S = (0; 4)$. **C.** $S = (0; 4]$. **D.** $S = [0; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Điều kiện của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$ là $x > 0$

$\log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 4$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (0; 4]$

Câu 2: Một vectơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$

- A.** $\vec{n} = (2; -1; 1)$. **B.** $\vec{n} = (2; 1; 1)$. **C.** $\vec{n} = (2; -1; -3)$. **D.** $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Vec tơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$ là $\vec{n} = (2; -1; 1)$

Câu 3: Lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Số kết quả là

- A.** 12. **B.** 24. **C.** 28. **D.** 48.

Lời giải

Chọn B

Lời giải chi tiết bài toán

Tập A có 4 phần tử và sắp xếp 4 phần tử vào 4 vị trí là $4! = 24$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2; 0; -3)$.

B. $(2; -3; 0)$.

C. $(0; 2; -3)$.

D. $(2; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$\vec{a} = (2; 0; -3)$$

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 2.\sin x$

A. $y' = 3x^4 - 2.\cos x$.

B. $y' = 4x^3 + 2.\cos x$.

C. $y' = 4x^3 - 2.\cos x$.

D. $y' = 4x^3 - 2.\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

$$y = x^4 - 2.\sin x \Rightarrow y' = (x^4 - 2.\sin x)' = (x^4)' - 2(\sin x)' = 4x^3 - 2\cos x$$

Câu 6: Công thức nào tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.

C. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.

D. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$$

Câu 7: Cho $\vec{a} = (\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{k} + 2\vec{j})$ tọa độ của vec tơ $3\vec{a}$

A. $(3; 6; 3)$.

B. $(3; 3; 3)$.

C. $(3; 3; 6)$.

D. $(3; 9; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

$$\vec{a} = (\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{k} + 2\vec{j}) = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \text{ nên tọa độ của } \vec{a} = (1; 3; 1) \Rightarrow 3\vec{a} = (3; 9; 3)$$

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

B. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

C. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

D. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Câu 9: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+x}$

A. $x = 0; x = 1$.

B. $y = 0; y = -1$.

C. $x = 0; x = -1$.

D. $y = 0; y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x-1}{x^2+x} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{x-1}{x^2+x} \right) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = 0; x = -1$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a; x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4a^3}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $4a^3$.

D. $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = 2a$ nên hình vuông có cạnh $AB = a\sqrt{2}$. Diện tích đáy $S = 2a^2$

SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° nên ΔSAC vuông cân tại A . Do đó $SA = AC = 2a$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 2a^2 = \frac{4}{3} a^3$$

Câu 12: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1; -1)$ và song song với hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x - z = 0$

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Mặt phẳng có vec tơ pháp tuyến lần lượt $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -2; -1); \vec{n}_{(\beta)} = (2; 0; -1)$

Đường thẳng có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)}] = (2; -1; 4)$

Vậy đường thẳng có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

a) [NB] Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2; 0)$.

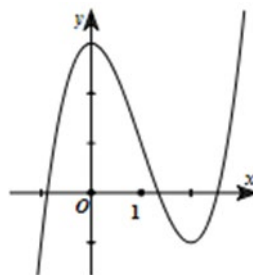
b) [TH] Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$.

c) [TH] Phương trình $f(x) = -1$ có 2 nghiệm phân biệt.

d) [VD, VDC] Hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Đúng. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2; 0)$ là mệnh đề đúng.

b) Sai. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$ là mệnh đề sai.

c) Đúng. Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

d) Sai. Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành, phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành thay bằng phần đối xứng với nó qua trục hoành ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ do đó hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD .

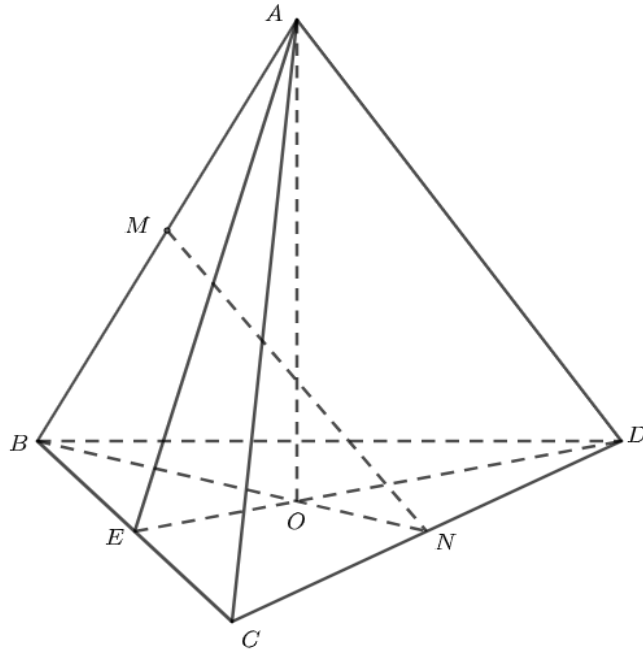
a) [NB] Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO .

b) [TH] Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

c) [TH] Số đo của góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$ bằng $70^\circ 31'$.

d) [VD] Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



a) Đúng. Do $ABCD$ là tứ diện đều và O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác BCD nên $AO \perp (BCD)$. Vậy AO là chiều cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$. **Chọn ĐÚNG.**

b) Sai. Tam giác BCD là tam giác đều cạnh a nên $BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BN \cdot CD = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot BO = \frac{2}{3} BN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$V_{A.BCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \cdot \text{Chọn SAI.}$$

c) Đúng. Gọi E là trung điểm của BC . Khi đó $AE \perp BC$; $DE \perp BC$ suy ra góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$ là $\widehat{AED}$.

$$\text{Ta có } ED = \frac{a\sqrt{3}}{2}; EO = \frac{1}{3} ED = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Trong tam giác AEO vuông tại O ta có:

$$\tan \widehat{AED} = \tan \widehat{AEO} = \frac{AO}{EO} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{AEO} = 70^\circ 31' \cdot \text{Chọn ĐÚNG.}$$

d) Đúng. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên các tam giác ABC và ABD đều ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (CDM); MN \subset (CDM) \Rightarrow AB \perp MN$$

Các tam giác ACD và BCD đều ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AN \perp CD \\ BN \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABN); MN \subset (ABN) \Rightarrow CD \perp MN$$

Vậy MN là đoạn vuông góc chung của AB, CD hay MN là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

$$MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn ĐÚNG.}$$

Câu 3: Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10;15)	12,5	15	[10;15)	12,5	25
[15;20)	17,5	18	[15;20)	17,5	15
[20;25)	22,5	10	[20;25)	22,5	7
[25;30)	27,5	10	[25;30)	27,5	5
[30;35)	32,5	5	[30;35)	32,5	5
[35;40)	37,5	2	[35;40)	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

- a) **[NB]** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).
b) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49,1389$
c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7,61$ (triệu đồng).
d) **[VD]** Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý

a) **Đúng.** Ta có: Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} \\ &= \frac{62}{3} \approx 20,67\end{aligned}$$

Nên mệnh đề a) **Đúng**

b) **Đúng.** Ta có: $15 \cdot (12,5 - 20,67)^2 + 18 \cdot (17,5 - 20,67)^2 + 10 \cdot (22,5 - 20,67)^2 + 10 \cdot (27,5 - 20,67)^2 + 5 \cdot (32,5 - 20,67)^2 + 2 \cdot (37,5 - 20,67)^2 \approx 2948,33494$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 = \frac{2948,334}{60} \approx 49,1389$.

Nên mệnh đề b) **Đúng**

c) **Đúng.** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} \\ &= \frac{1145}{60} \approx 19,08\end{aligned}$$

Ta có: $25 \cdot (12,5 - 19,08)^2 + 15 \cdot (17,5 - 19,08)^2 + 7 \cdot (22,5 - 19,08)^2 + 5 \cdot (27,5 - 19,08)^2 + 5 \cdot (32,5 - 19,08)^2 + 3 \cdot (37,5 - 19,08)^2 \approx 3474,584$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2^2 = \frac{3474,584}{60} \approx 57,9097$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx \sqrt{57,9097} \approx 7,61$ (triệu đồng)

Nên mệnh đề c) **Đúng**

d) **Sai.** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$$s_1 \approx \sqrt{49,1389} \approx 7 \text{ (triệu đồng)}$$

Vì $s_1 \approx 7 < s_2 \approx 7,61$ nên công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

Nên mệnh đề c) Sai

Câu 4: Ba vận động viên bóng rổ thi ném bóng trúng rổ, xác suất để vận động viên thứ nhất, thứ hai và thứ ba ném bóng trúng rổ lần lượt là $x; 0,8; y$ với $x < y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Gọi A_i là biến cố “vận động viên thứ i ném bóng trúng rổ”

$$\Rightarrow P(A_1) = x; P(A_2) = 0,8; P(A_3) = y.$$

b) [TH] Xác suất để vận động viên thứ hai ném trúng rổ khi vận động viên thứ nhất ném trúng rổ là $0,8$.

c) [TH] Xác suất để vận động viên thứ hai không ném trúng rổ khi vận động viên thứ ba ném trúng rổ là $0,2$.

d) [VD,VDC] Biết xác suất để ít nhất một trong ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,992$ và xác suất để cả ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,432$. Xác suất để có đúng một vận động viên không ném bóng trúng rổ là $0,445$.

Lời giải

a) Đúng. Gọi A_i là biến cố “vận động viên thứ i ném bóng trúng rổ”

$$\Rightarrow P(A_1) = x; P(A_2) = 0,8; P(A_3) = y. \text{ Suy ra mệnh đề Đúng.}$$

b) Đúng. A_1 và A_2 là hai biến cố độc lập nên: $P(A_2 | A_1) = P(A_2) = 0,8$. Suy ra mệnh đề Đúng.

c) Đúng. Ta có: $\overline{A_2}$ và A_3 là hai biến cố độc lập nên: $P(\overline{A_2} | A_3) = P(\overline{A_2}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Suy ra mệnh đề Đúng.

d) Sai. Xác suất để cả ba vận động viên ném không trúng rổ là $P(\overline{A_1 A_2 A_3}) = (1-x) \cdot 0,2 \cdot (1-y)$

Vậy xác suất để ít nhất 1 vận động viên ném trúng rổ là

$$1 - (1-x) \cdot 0,2 \cdot (1-y) = 0,992 \Leftrightarrow 0,2(1-x)(1-y) = 0,008$$

Xác suất để cả ba vận động viên ném trúng rổ là $x \cdot 0,8 \cdot y = 0,432$

$$\text{Ta có hệ pt } \begin{cases} 0,8xy = 0,432 \\ 0,2(1-x)(1-y) = 0,008 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,9 \end{cases}, \text{ vì } x < y.$$

Xác suất để có đúng một vận động viên ném trúng rổ là

$$0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,2 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,1 = 0,444. \text{ Suy ra mệnh đề Sai.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cây cầu dành cho người đi bộ (Hình 22) có mặt sàn cầu cách mặt đường $3,5$ m, khoảng cách từ đường thẳng a nằm trên tay vịn của cầu đến mặt sàn cầu là $0,8$ m. Gọi b là đường thẳng kẻ theo tim đường. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b .



Hình 22

Lời giải

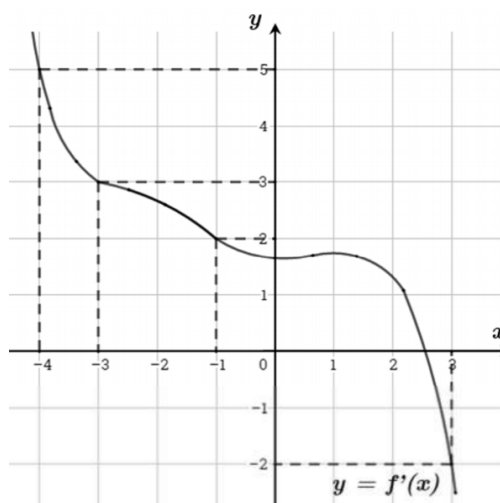
Đáp án: 4,3

Vì mặt đường chứa đường thẳng b và song song với tay vịn chứa đường thẳng a nên khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b bằng khoảng cách từ đường thẳng a đến mặt đường.

Khoảng cách từ đường thẳng a đến mặt đường bằng: $0,8 + 3,5 = 4,3$ (m).

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b bằng 4,3 m.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên $[-4;3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



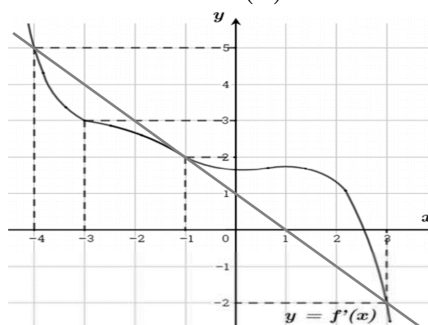
Lời giải

Đáp án: -1

Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ trên $[-4;3]$.

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - x$. Trên đồ thị hàm số $f'(x)$ ta vẽ thêm đường thẳng $y = 1 - x$.



Từ đồ thị ta thấy $f'(x) = 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	-4		-1		3
$g'(x)$	0	-	0	+	0
$g(x)$	$g(-4)$		$g(-1)$		$g(3)$

Vậy $\min_{[-4;3]} g(x) = g(-1) \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = 2\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Tính thể tích của khối chóp $A.MNPQ$

Lời giải

Đáp án: 1.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \\ NP \perp PQ (BD \perp SC) \end{cases}$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình chữ nhật.

Suy ra $V_{A.MNPQ} = 2V_{A.MQP} = 2V_{M.AQP}$

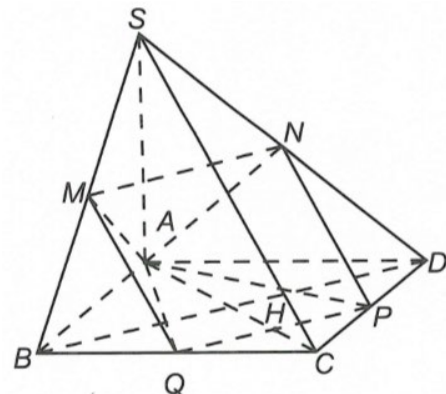
Ta có $d(M; (AQP)) = \frac{1}{2}SA$

Mà $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2 \Rightarrow d(M; (AQP)) = \frac{1}{2}SA = 1$

$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2}AH.QP = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}AC \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{3}{16}AC.BD = \frac{3}{16}(2\sqrt{2})^2 = \frac{3}{2}$

Do đó: $V_{M.AQP} = \frac{1}{3}d(M; (AQP)).S_{\Delta AQP} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

Vậy $V_{A.MNPQ} = 2V_{M.AQP} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$



Câu 4: Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác (kết quả làm tròn đến phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,41

Điều kiện: $\sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương: $\cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x = 0$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 - \cos 2x + 1 - \cos 2x = 0$$

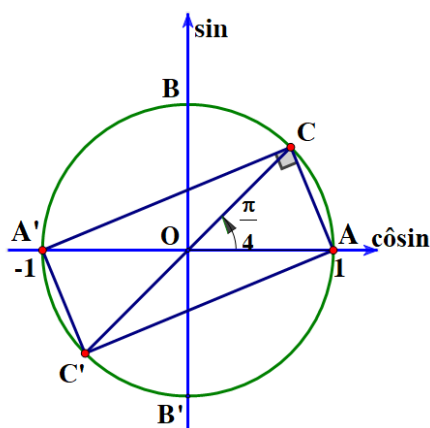
$$\Leftrightarrow \cos^2 2x - \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

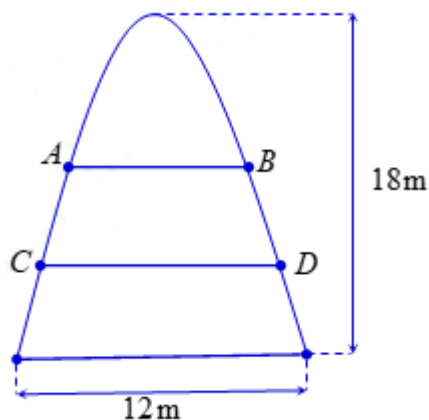
Biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác ta được các điểm cuối của các cung nghiệm tạo thành một hình chữ nhật. Đó là hình chữ nhật $ACA'C'$ như hình vẽ, trong đó

$$\angle AOC = \frac{\pi}{4}.$$



Từ đó ta có, diện tích đa giác cần tính là $S_{ACA'C'} = 4S_{OAC} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OC \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \approx 1,41$

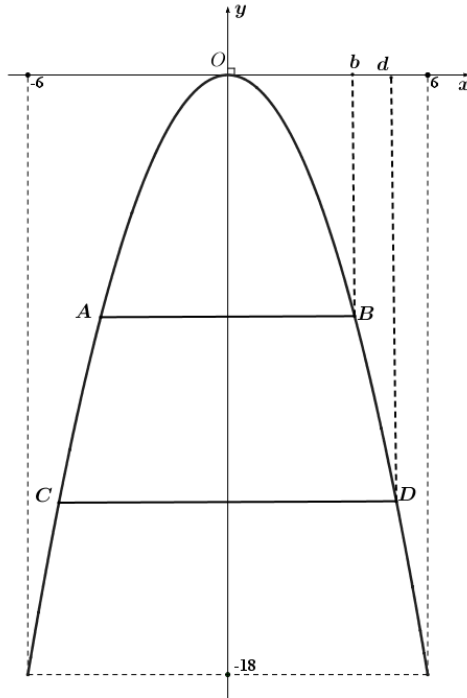
Câu 5: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$, tính $n + a$?



Lời giải

Đáp án: 5

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y = a.x^2$ (P).

Do (P) đi qua điểm có tọa độ $(-6; -18)$ suy ra: $-18 = a.(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{b}{d}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng AB: $y = -\frac{1}{2}b^2$ là:

$$S_1 = 2 \int_0^b \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}b^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}b^2x \right) \Bigg|_0^b = \frac{2}{3}b^3.$$

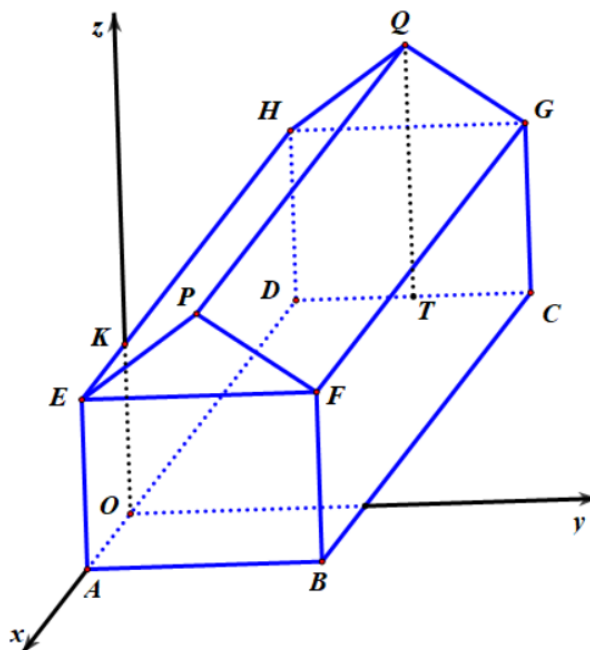
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng CD: $y = -\frac{1}{2}d^2$ là:

$$S_2 = 2 \int_0^d \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}d^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}d^2x \right) \Bigg|_0^d = \frac{2}{3}d^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow d^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \frac{b}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Do đó $\frac{AB}{CD} = \frac{b}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow n = 3; a = 2$ nên $n + a = 5$.

Câu 6: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}$; $AE = 5\text{ m}$; $AD = 8\text{ m}$; $QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.



Để lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera, rồi nối lại từ camera đến thẳng điểm Q . Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục và đầu dây nối không đáng kể).

Lời giải

Đáp án: 16,7.

Với hệ trục tọa độ đã chọn ta có $O(0;0;0)$, $K(0;0;5)$, $F(2;6;5)$, $G(-6;6;5)$, $Q(-6;3;7)$.

Gọi I là trung điểm của FG , ta có $I(-2;6;5)$

Do đó $OK = 5$; $\overrightarrow{KI} = (-2;6;0) \Rightarrow KI = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$;

$\overrightarrow{IQ} = (-4;-3;2) \Rightarrow IQ = \sqrt{16+9+4} = \sqrt{29}$.

Vậy độ dài đoạn cáp nối tối thiểu là: $OK + KI + IQ = 5 + 2\sqrt{10} + \sqrt{29} \approx 16,7$ m.

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó

A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{GD}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DG}$.

D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG}$.

Câu 2: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.

B. 4,5.

C. 7,5.

D. 6,25.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$.

B. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

D. $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 2.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x=4$.

B. $x=3$.

C. $x=2$.

D. $x=1$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x+y+2z-3=0$.

B. $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$.

D. $x+3y+4z-26=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-2; 4; -3)$.

B. $(2; -4; 3)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(0; 0; -3)$.

Câu 8: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
------------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Số ngày	3	6	5	4	2
---------	---	---	---	---	---

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,975. C. 0,5. D. 0,575.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2;2;1)$. B. $I(1;0;4)$. C. $I(2;0;8)$. D. $I(2;-2;-1)$.

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ bằng

- A. 135° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -3 . B. 12 . C. -8 . D. 1 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng 60° . Khi đó

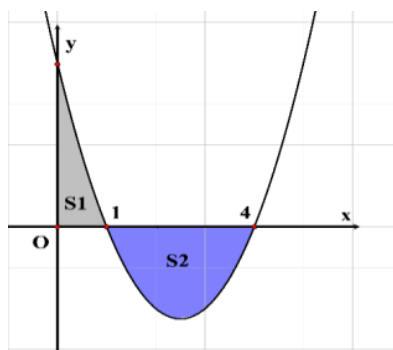
a) SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) Chiều cao khối chóp bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 5x + 4$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = 0, x = 4$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 .



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

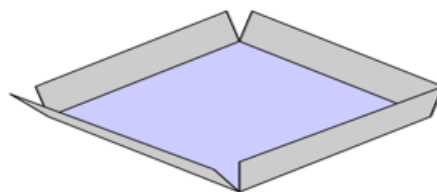
a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2x - 5$ trên $\mathbb{R}$.

b) $S_1 = \frac{11}{6}$.

c) $S_1 = \int_0^4 f(x)dx - S_2$.

d) Biết đường thẳng $d: y = x + m$ (m là tham số) cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$. Khi đó tổng các giá trị của tham số m bằng -4.

Câu 3: Bạn An muốn dùng tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng $3dm$, chiều dài $5dm$ để làm một chiếc hộp không nắp, bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ có cạnh bằng xdm ở bốn góc của tấm bìa như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Điều kiện của x là $0 < x < \frac{3}{2}$.

b) Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3 - 2x)(5 - 2x)$

c) Thể tích của chiếc hộp là $4x^3 - 16x^2 + 15$

d) Với $x = \frac{8 - \sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Câu 4: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Số học sinh lớp 11A	2	10	6	4	3
Số học sinh lớp 11B	3	8	10	2	4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: 23,9 (làm tròn đến hàng phần mười).

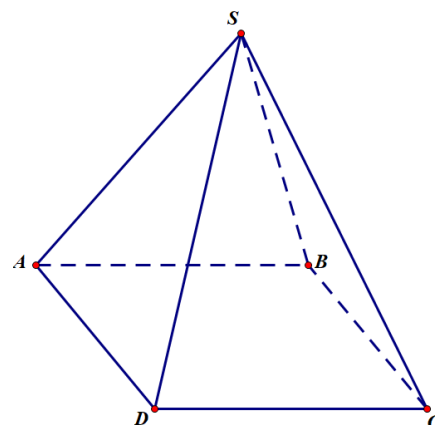
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11A là: 11,77 (làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11B là: 11,55 (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

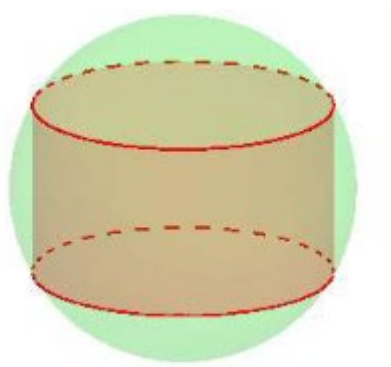
Câu 1: Đại kim tự tháp Giza là kim tự tháp Ai Cập lớn nhất, được xây dựng vào đầu thế kỉ 26 trước công nguyên trong thời gian 27 năm. Biết kim tự tháp là khối chóp tứ giác đều được mô hình như hình vẽ dưới với chiều cao bằng $147m$, chiều dài cơ sở (chiều dài cạnh đáy) bằng $230m$. Khoảng cách từ AD đến SC bằng bao nhiêu m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 2: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 40t + 1$.

Trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng 5 giây đầu tiên thì tại thời điểm nào vận tốc tức thời của vật bắt đầu tăng.

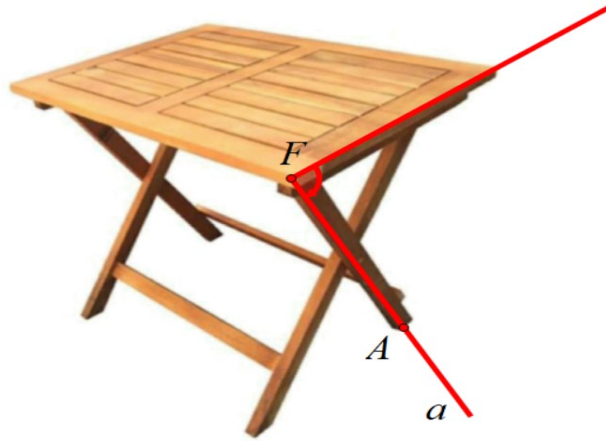
Câu 3: Một khối cầu có bán kính là 6 dm , người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 dm để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Thể tích mà chiếc lu chứa được là bao nhiêu dm^3 (làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 4: Trong thùng có các gói kẹo cùng loại khác vị, trong đó có 15 gói kẹo vị cam, còn lại là kẹo vị chuối. Hà lấy ngẫu nhiên 1 gói kẹo trong thùng, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 gói kẹo khác từ thùng. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\frac{1}{6}$. Biết

rằng mỗi gói kẹo có 28 chiếc kẹo. Hỏi tổng có bao nhiêu chiếc kẹo?

Câu 5: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ cắt mặt bàn $(P): x + y - 2z + 6 = 0$ tại điểm F . Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3}\text{ cm}$, khi đó hãy tính độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất (đơn vị cm)



Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; -1; 2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = \left| 3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC} \right|$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	A	D	A	A	C	D	B	C	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	181	3,5	622	1008	40	27

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó

A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{GD}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DG}$.

D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG}$.

Lời giải

Chọn A

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} - 3\overrightarrow{DG} = \vec{0}$
 $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Câu 2: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.

B. 4,5.

C. 7,5.

D. 6,25.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu là $n = 7 + 18 + 10 = 35$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là số điểm của 35 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, trung vị là x_{18} thuộc nhóm $[4,5;7,5)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 18, C = 7, u_m = 4,5, u_{m+1} = 7,5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_e = 4,5 + \frac{\frac{35}{2} - 7}{18}(7,5 - 4,5) = 6,25$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$.

B. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

D. $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3, u_2 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2 .

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Công sai của cấp số cộng đã cho là $d = u_2 - u_1 = 5 - 3 = 2$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + y + 2z - 3 = 0$.

B. $x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$.

D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$(P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-2; 4; -3)$.

B. $(2; -4; 3)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(0; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (-1+1; 2-2; 0+3) = (0; 0; 3)$.

Câu 8: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9.

B. 0,975.

C. 0,5.

D. 0,575.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu

$n = 20$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [2, 7; 3, 0); x_4; \dots; x_9 \in [3, 0; 3, 3); x_{10}; \dots; x_{14} \in [3, 3; 3, 6);$

$; x_{15}; \dots; x_{18} \in [3, 6; 3, 9); x_{19}; x_{20} \in [3, 9; 4, 2).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3, 0; 3, 3).$

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 3, 0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6}(3, 3 - 3, 0) = 3, 1$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3, 6; 3, 9).$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 3, 6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4}(3, 9 - 3, 6) = 3, 675$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0, 575$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(-2; 2; 1)$.

B. $I(1; 0; 4)$.

C. $I(2; 0; 8)$.

D. $I(2; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4).$$

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y = 1.$$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ bằng

A. 135° .

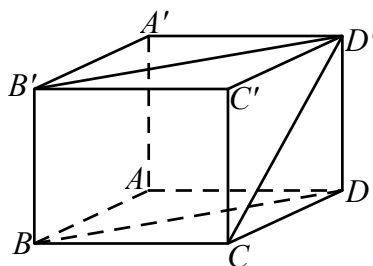
B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn B



Hình 3

Ta có góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ bằng $\widehat{DBC} = 45^\circ$.

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. -3 .

B. 12 .

C. -8 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 2 - 2 \cdot 5 = -8.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng 60° . Khi đó

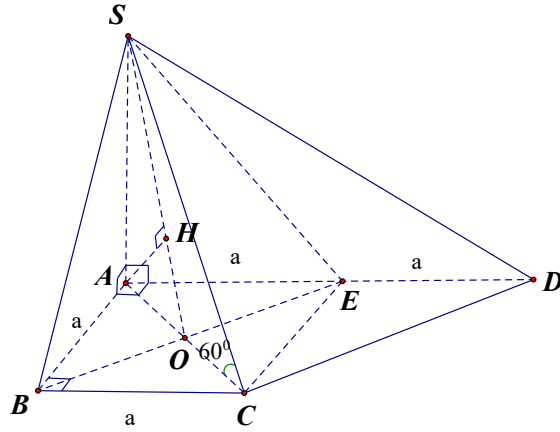
a) [NB] SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) [TH] Chiều cao khối chóp bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

c) [TH] Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) [VD,VDC] Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Lời giải



a) Đúng. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

b) Sai. Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

$$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}.$$

c) Đúng. Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} (a + 2a) \cdot a \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$.

d) Đúng. Gọi E là trung điểm của AD, ta có ABCE là hình vuông.

Ta có: $CD \parallel BE \subset (SBE) \Rightarrow CD \parallel (SBE)$

$$d(CD, SB) = d(CD, (SBE)) = d(C, (SBE)) = d(A, (SBE))$$

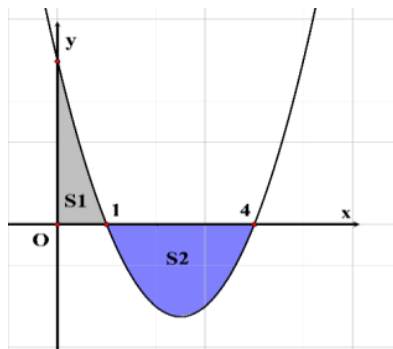
$$\left. \begin{array}{l} AO \perp BE \\ SA \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow BE \perp (SAO) \Rightarrow (SBE) \perp (SAO); (SAO) \cap (SBE) = SO$$

Trong mặt phẳng (SAO) kẻ $AH \perp SO \Rightarrow AH \perp (SBE)$

$$d(A, (SBE)) = AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{a\sqrt{78}}{13}.$$

$$\text{Vậy } d(CD, SB) = \frac{a\sqrt{78}}{13}.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 5x + 4$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = 0, x = 4$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 .



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) [NB] $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2x - 5$ trên $\mathbb{R}$.

b) [TH] $S_1 = \frac{11}{6}$.

c) [TH] $S_1 = \int_0^4 f(x)dx - S_2$.

d) [VD,VDC] Biết đường thẳng $d: y = x + m$ (m là tham số) cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$. Khi đó tổng các giá trị của tham số m bằng -4.

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $f'(x) = (x^2 - 5x + 4)' = 2x - 5 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) Đúng. $S_1 = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4)dx = \frac{11}{6}$

c) Sai. Ta có $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = \int_0^1 |f(x)|dx - \int_1^4 |f(x)|dx = S_1 - S_2$

Suy ra: $S_1 = \int_0^1 f(x)dx + S_2$.

d) Đúng. Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị hàm số $f(x)$ là

$$x^2 - 5x + 4 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4 - m = 0$$

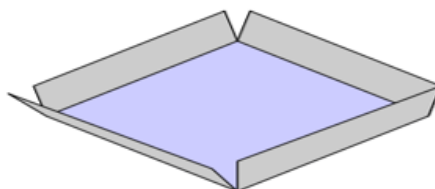
$$d \text{ và } (P) \text{ cắt nhau tại hai điểm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' = 9 - 4 + m = m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$$

Theo Viét: $x_1 + x_2 = 6; x_1 x_2 = 4 - m$ ($x_1 < x_2$)

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \int_{x_1}^{x_2} (m - x^2 + 6x - 4)dx = \left((m-4)x + 3x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= \left((m-4) + 3(x_1 + x_2) - \frac{1}{3}[(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2] \right) (x_2 - x_1) = \frac{4}{3} \sqrt{(m+5)^3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = -4 \end{aligned}$$

Vậy $S = -4$.

Câu 3: Bạn An muốn dùng tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng $3dm$, chiều dài $5dm$ để làm một chiếc hộp không nắp, bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ có cạnh bằng xdm ở bốn góc của tấm bìa như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) [NB] Điều kiện của x là $0 < x < \frac{3}{2}$.

b) [TH] Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3 - 2x)(5 - 2x)$

c) [TH] Thể tích của chiếc hộp là $4x^3 - 16x^2 + 15$

d) [VD,VDC] Với $x = \frac{8-\sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng. Điều kiện của x là $0 < x < \frac{3}{2}$.

b) Đúng. Chiều rộng của mặt đáy là $3-2x$, chiều dài của mặt đáy là $5-2x$.
Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)$

c) Sai. Chiều cao của chiếc hộp là x .

Thể tích của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)x = 4x^3 - 16x^2 + 15x$

d) Đúng. Xét hàm số $f(x) = 4x^3 - 16x^2 + 15x$ trên $\left(0; \frac{3}{2}\right)$

$$f'(x) = 12x^2 - 32x + 15$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8+\sqrt{19}}{6} \\ x = \frac{8-\sqrt{19}}{6} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{8-\sqrt{19}}{6}$	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			–

Vậy $x = \frac{8-\sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Câu 4: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Số học sinh lớp 11A	2	10	6	4	3
Số học sinh lớp 11B	3	8	10	2	4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) [NB] Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: 23,9 (làm tròn đến hàng phần mười).

b) [TH] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11A là: 11,77 (làm tròn đến hàng phần trăm).

c) [TH] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11B là: 11,55 (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) [VD,VDC] Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B

Lời giải

Thời gian (phút)	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Giá trị đại diện	5,5	15,5	25,5	35,5	45,5
Số học sinh lớp 11A	2	10	6	4	3
Số học sinh lớp 11B	3	8	10	2	4

a) Đúng. Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: 23,9 (làm tròn đến hàng phần mười).

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 2 + 10 + 6 + 4 + 3 = 25$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_1 = \frac{5,5 \cdot 2 + 15,5 \cdot 10 + 25,5 \cdot 6 + 35,5 \cdot 4 + 45,5 \cdot 3}{25} = 23,9.$$

a) Sai.

Phương sai:

$$S_1^2 = \frac{1}{25} (2 \cdot 5,5^2 + 10 \cdot 15,5^2 + 6 \cdot 25,5^2 + 4 \cdot 35,5^2 + 3 \cdot 45,5^2) - 23,9^2 = 133,44.$$

$$S_1 = \sqrt{133,44} \approx 11,55.$$

a) Sai.

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 3 + 8 + 10 + 2 + 4 = 27$.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_2 = \frac{5,5 \cdot 3 + 15,5 \cdot 8 + 25,5 \cdot 10 + 35,5 \cdot 2 + 45,5 \cdot 4}{27} = \frac{648,5}{27} \approx 24,02$$

$$S_2^2 = \frac{1}{27} (3 \cdot 5,5^2 + 8 \cdot 15,5^2 + 10 \cdot 25,5^2 + 2 \cdot 35,5^2 + 4 \cdot 45,5^2) - 24,02^2 \approx 138,47$$

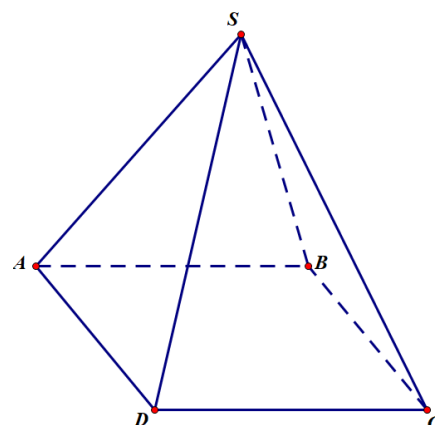
$$S_2 \approx \sqrt{138,47} \approx 11,77$$

a) Đúng. Ta có: $S_1 < S_2$.

Nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

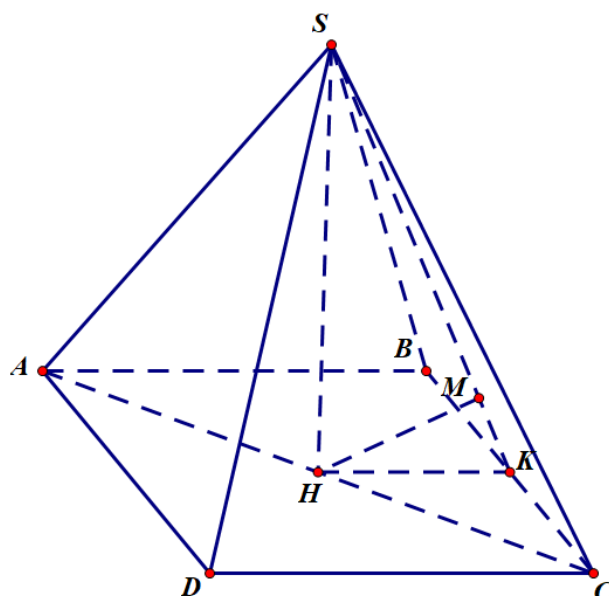
Câu 1: Đại kim tự tháp Giza là kim tự tháp Ai Cập lớn nhất, được xây dựng vào đầu thế kỉ 26 trước công nguyên trong thời gian 27 năm. Biết kim tự tháp là khối chóp tứ giác đều được mô hình như hình vẽ dưới với chiều cao bằng $147m$, chiều dài cơ sở (chiều dài cạnh đáy) bằng $230m$. Khoảng cách từ AD đến SC bằng bao nhiêu m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 181.

Ta có



Gọi H là trung điểm của cạnh AC , khi đó $SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là hình chiếu của H trên BC , M là hình chiếu của H trên SK .

Ta có: $d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HM$.

Mà $HK \perp BC \Rightarrow KB = KC \Rightarrow HK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 230 = 115$.

Vậy $d(AD, SC) = 2HM = 2 \sqrt{\left(\frac{1}{(115)^2} + \frac{1}{(147)^2}\right)^{-1}} \approx 181$.

Câu 2: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 40t + 1$.

Trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng 5 giây đầu tiên thì tại thời điểm nào vận tốc tức thời của vật bắt đầu tăng.

Lời giải

Đáp án: 3,5.

Ta có: $s(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 40t + 1$

$\Rightarrow v(t) = s'(t) = 3t^2 - 21t + 40$

$\Rightarrow v'(t) = 6t - 21$

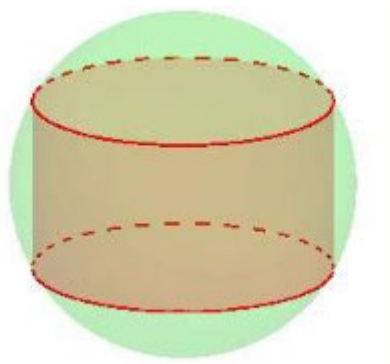
$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3,5$

t	0	3,5	5
$v'(t)$	–	0	+
$v(t)$	40	$\frac{13}{4}$	10

Vậy từ thời điểm $t = 3,5$ thì vận tốc tức thời tăng.

Câu 3: Một khối cầu có bán kính là 6 dm , người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 dm để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Thể tích mà chiếc lu chứa được là bao nhiêu dm^3 (làm tròn

đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 622.

Trên hệ trục tọa độ Oxy , xét đường tròn (C) : $(x-6)^2 + y^2 = 36$

Nếu cho nửa trên trục Ox của (C) quay quanh trục Ox ta được mặt cầu có bán kính bằng 6.

Nếu cho hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C) , trục Ox , hai đường thẳng $x=0$; $x=3$ quay xung quanh Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là 1 phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

$$\text{Ta có } (x-6)^2 + y^2 = 36 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{36-(x-6)^2}$$

$$\text{Suy ra nửa trên trục } Ox \text{ của } (C) \text{ có phương trình } y = \sqrt{36-(x-6)^2} = \sqrt{12x-x^2}$$

$$\text{Thể tích vật thể tròn xoay khi cho } (H) \text{ quay quanh } Ox \text{ là } V_1 = \pi \int_0^3 (12x-x^2) = 45\pi.$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi.$$

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = V_2 - 2V_1 = 198\pi \approx 622.$$

Câu 4: Trong thùng có các gói kẹo cùng loại khác vị, trong đó có 15 gói kẹo vị cam, còn lại là kẹo vị chuối. Hà lấy ngẫu nhiên 1 gói kẹo trong thùng, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 gói kẹo khác từ thùng. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\frac{1}{6}$. Biết rằng mỗi gói kẹo có 28 chiếc kẹo. Hỏi tổng có bao nhiêu chiếc kẹo?

Lời giải

Đáp án: 1008.

Gọi A là biến cố "Hà lấy được gói kẹo vị cam ở lần thứ nhất".

Gọi B là biến cố "Hà lấy được gói kẹo vị cam ở lần thứ hai".

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\frac{1}{6}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{6}$.

Gọi n là số gói kẹo ban đầu trong thùng ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 1$).

$$P(A) = \frac{15}{n}; P(B|A) = \frac{14}{n-1}.$$

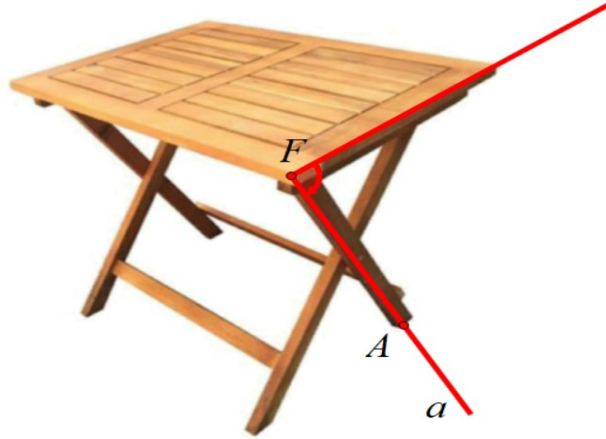
Theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{15}{n} \cdot \frac{14}{n-1} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow n^2 - n - 6 \cdot 14 \cdot 15 = 0$$

Ta được $n = -35$ (loại) hoặc $n = 36$ (nhận).

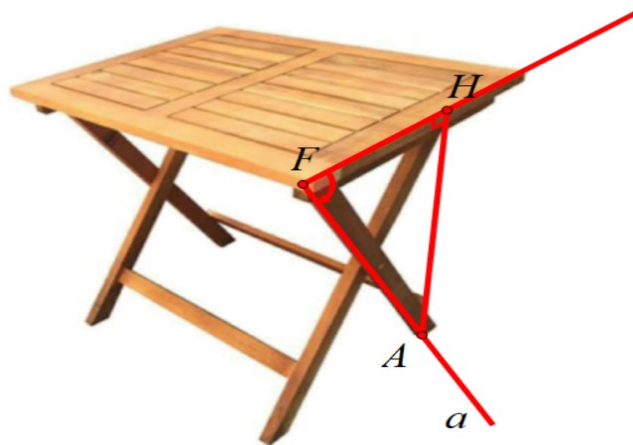
Vậy tổng số chiếc kẹo có là $36 \cdot 28 = 1008$ chiếc.

Câu 5: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ cắt mặt bàn $(P): x+y-2z+6=0$ tại điểm F . Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3} \text{ cm}$, khi đó hãy tính độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất (đơn vị cm)



Lời giải

Đáp án: 40



Đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 4)$.

Mặt phẳng $(P): x+y-2z+6=0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \sin \varphi \text{ (vì hai góc phụ nhau)}$$

Độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là khoảng cách từ chân bàn A đến mặt phẳng (P)

$$\text{Suy ra } d(A, (P)) = AH = FA \cdot \sin \varphi = 40\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = 40 \text{ cm}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; -1; 2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = \left| 3\vec{MA} + 5\vec{MB} - 7\vec{MC} \right|$.

Lời giải

Đáp án: 27.

Gọi $I(x; y; z)$ sao cho $3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (1).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3(1-x) + 5(-1-x) - 7(3-x) = 0 \\ 3(1-y) + 5(2-y) - 7(-1-y) = 0 \\ 3(1-z) + 5(0-z) - 7(2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -23 \\ y = 20 \\ z = -11 \end{cases}.$$

Suy ra $I(-23; 20; -11)$.

$$\text{Xét } P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}| = |3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 5(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) - 7(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})|.$$

$$P = |\overrightarrow{MI} + (3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC})|.$$

Từ (1) ta có $P = |\overrightarrow{MI}| = MI$.

$P_{\min}$ khi MI ngắn nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) .

$$\text{Khi đó: } P_{\min} = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-23) - 20 + 2 \cdot (-11) + 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 27.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có bốn phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 3. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

- A. $2C_{20}^2$. B. $2A_{20}^2$. C. C_{20}^2 . D. A_{20}^2 .

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $D(1; 3; 4)$. C. $D(1; 1; 4)$. D. $D(-1; -3; -2)$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2 \cdot e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Câu 6. Một bệnh viện thống kê lại số cân nặng của 20 bé sơ sinh trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số bé	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,1314. D. 0,36.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vector $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(1; 7; 2)$. B. $(1; 5; 2)$. C. $(3; 7; 2)$. D. $(1; 7; 3)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 1 = 0$, $(Q): x + y + 2z + 7 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 30° .

Câu 9. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$.

- A. $y = 2$. B. $y = 4$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -2$.

Câu 10. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 3$.

- A. $S = \frac{64}{3}$. B. $S = \frac{56}{3}$. C. $S = \frac{37}{3}$. D. $S = \frac{68}{3}$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = 3a^3\sqrt{2}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

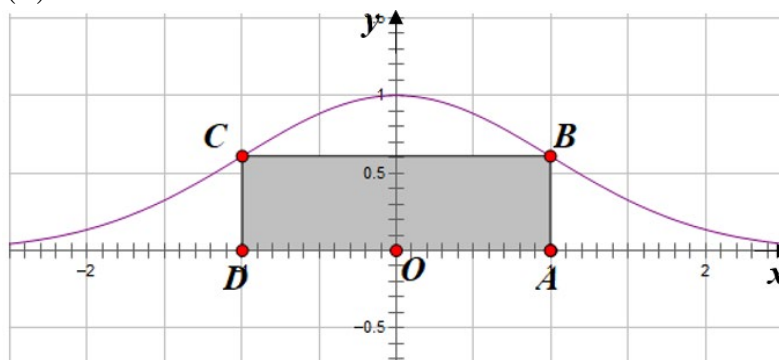
Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc

đường thẳng d ?

- A.** $M(-3; 1; -2)$. **B.** $N(1; -2; 1)$. **C.** $Q(-3; -1; -2)$. **D.** $P(-2; -1; -2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho hai điểm B, C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. Hai điểm A, D nằm trên trục hoành (điểm A thuộc tia Ox).

- a) [NB]** Hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- b) [TH]** Hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đạo hàm là $y' = f'(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.
- c) [TH]** Khi điểm B có tọa độ $\left(x; e^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$ với $x > 0$ thì diện tích $ABCD$ là $S(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.
- d) [VD]** Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất khi $AD = 2$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD .

- a) [NB]** $SH \perp (ABCD)$
- b) [TH]** Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc SHC
- c) [TH]** Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90°
- d) [VD, VDC]** Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 45°

Câu 15. Thời gian tập thể dục trong ngày (tính bằng: phút) của một nhóm bạn được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau.

Thời gian	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Số bạn	3	9	6	4	2

- a) [NB]** Giá trị đại diện của nhóm $[40; 50)$ là 45.
- b) [TH]** Cỡ mẫu là $n = 22$.
- c) [TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 42,09 (làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) [VD]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 129 (làm tròn đến hàng đơn vị).

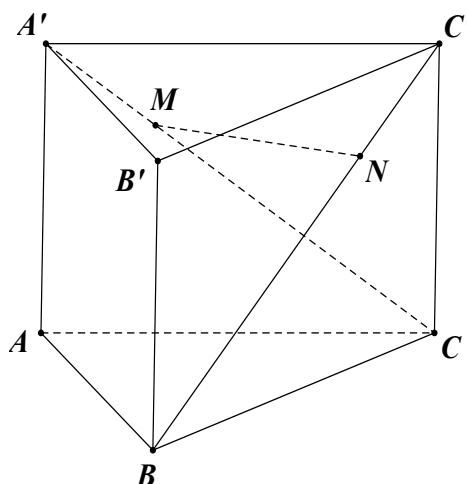
Câu 16. Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,8 và 0,65. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

- a) [NB]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là 0,8.

- b) **[TH]** Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.
- c) **[TH]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội II và đạt huy chương đồng là $0,48$.
- d) **[VD]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội I và đạt huy chương đồng là $\frac{12}{25}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 30 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C'$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được lát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất (như hình vẽ).



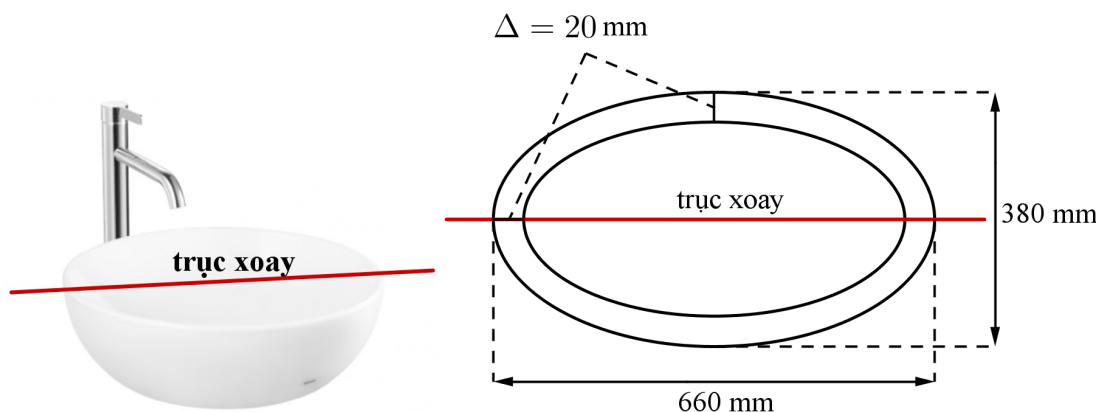
Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 18. Cho hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$, gọi $M = \frac{a}{e^b}$ ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$) là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5; -2]$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$?

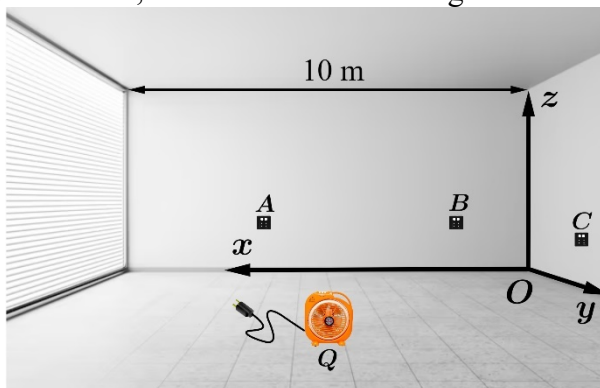
Câu 19. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền $AB = \sqrt{8}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng 3. Tính thể tích khối chóp $B.ACC'A'$

Câu 20. Cho phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \sin x + 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-10; 10]$?

Câu 21. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,... Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kỹ thuật mặt trên của bồn rửa: dài $\times$ rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (đơn vị: lít) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 22. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m có 1 cây quạt hộp Q đặt ở sàn nhà và 3 ổ cắm điện A, B, C trên tường. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết cây quạt cách tường (Oxz) 3 m và cách tường (Oyz) 6 m; các ổ cắm điện cách mặt sàn 40 cm, ổ cắm A và B cách bức tường chứa ổ cắm C lần lượt 7 m và 1 m, ổ cắm C cách bức tường chứa 2 ổ cắm còn lại 1,5 m.



Dây điện của quạt hộp Q cần dài tối thiểu bao nhiêu để có thể cắm tới cả 3 ổ A, B, C (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm)

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	C	C	A	C	A	A	D	A	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	72	9	4	9	18,8	6,20

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A.** $(9; +\infty)$. **B.** $(4; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(9; +\infty)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 3. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

- A. $2C_{20}^2$. B. $2A_{20}^2$. C. C_{20}^2 . D. A_{20}^2 .

Lời giải

Chọn C

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2 .

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $D(1; 3; 4)$. C. $D(1; 1; 4)$. D. $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}. \text{ Vậy } D(1; 1; 4).$$

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2 \cdot e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = (2x-3)' \cdot e^{2x-3} = 2 \cdot e^{2x-3}$.

Câu 6. Một bệnh viện thống kê lại số cân nặng của 20 bé sơ sinh trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số bé	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,1314. D. 0,36.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{3 \cdot 2,85^2 + 6 \cdot 3,15^2 + 5 \cdot 3,45^2 + 4 \cdot 3,75^2 + 2 \cdot 4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(1; 7; 2)$. B. $(1; 5; 2)$. C. $(3; 7; 2)$. D. $(1; 7; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Có $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, gọi $\vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2.1 + (-1) = 1 \\ c_2 = 2.2 + 3 = 7 \\ c_3 = 2.1 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = (1; 7; 2)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 1 = 0$, $(Q): x + y + 2z + 7 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 30° .

Lời giải

Chọn A

$\vec{n}_P(1; -2; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) .

$\vec{n}_Q(1; 1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q) .

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (P) \text{ và } (Q) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Câu 9. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$.

- A. $y = 2$. B. $y = 4$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x+1}{2x-1} = -2$. Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -2$.

Câu 10. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 3$.

- A. $S = \frac{64}{3}$. B. $S = \frac{56}{3}$. C. $S = \frac{37}{3}$. D. $S = \frac{68}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích cần tính bằng } S = \int_{-1}^3 (x^2 + 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) \Big|_{-1}^3 = \frac{64}{3}.$$

Câu 11. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = 3a^3\sqrt{2}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A.** $M(-3; 1; -2)$. **B.** $N(1; -2; 1)$. **C.** $Q(-3; -1; -2)$. **D.** $P(-2; -1; -2)$.

Lời giải

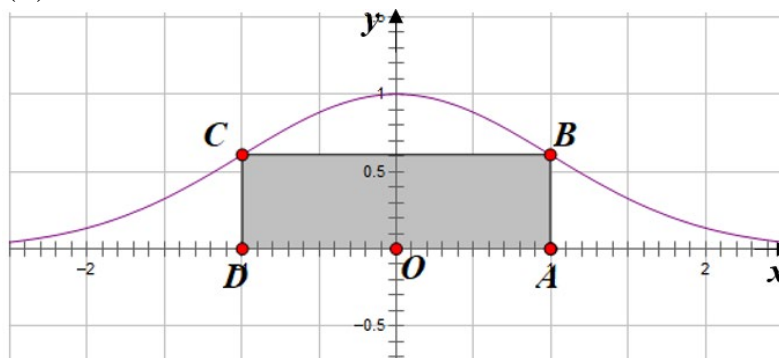
Chọn A

Thay tọa độ điểm $M(-3; 1; -2)$ vào phương trình tham số của đường thẳng d

$$\begin{cases} -3 = -3 + t \\ 1 = 1 - 2t \\ -2 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}. \text{ Vậy điểm } M(-3; 1; -2) \text{ thuộc đường thẳng } d.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho hai điểm B, C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. Hai điểm A, D nằm trên trục hoành (điểm A thuộc tia Ox).

- a) [NB]** Hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- b) [TH]** Hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đạo hàm là $y' = f'(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.
- c) [TH]** Khi điểm B có tọa độ $\left(x; e^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$ với $x > 0$ thì diện tích $ABCD$ là $S(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.
- d) [VD]** Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất khi $AD = 2$.

Lời giải

a) Hàm số mũ $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Hàm số $y = f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đạo hàm là $y' = \left(-\frac{1}{2}x^2\right)' e^{-\frac{1}{2}x^2} = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Khi điểm B có tọa độ $\left(x; e^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$ với $x > 0$ thì cạnh $AD = 2x$, cạnh $AB = e^{-\frac{1}{2}x^2}$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ được tính theo công thức $S(x) = 2xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Xét hàm số $S(x) = 2xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

$$S'(x) = 2e^{-\frac{1}{2}x^2} - 2x^2e^{-\frac{1}{2}x^2} = 2e^{-\frac{1}{2}x^2}(1-x^2)$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 1-x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \text{ (Loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$	
$S'(x)$		+	0	-
$S(x)$	0	$2e^{-\frac{1}{2}}$	0	

Hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=1$. Khi đó $AD=2$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB=2a, AD=a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD .

a) **[NB]** $SH \perp (ABCD)$

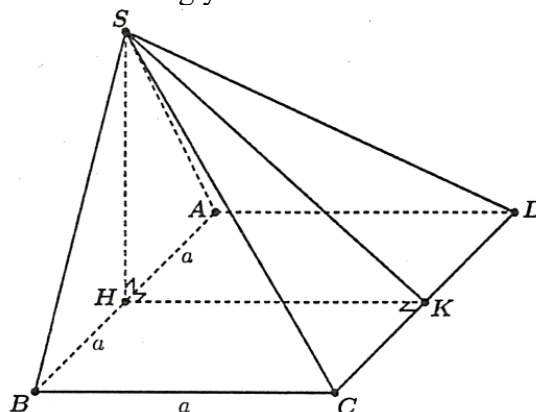
b) **[TH]** Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$

c) **[TH]** Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90°

d) **[VD, VDC]** Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 45°

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý



a) **ĐÚNG**

$$\text{Vì } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB, SH \subset (SAB) \end{cases}$$

b) **SAI**

Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là HC nên góc $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và $(ABCD)$.

c) **ĐÚNG**

Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên số đo của góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90°

c) **SAI**

Ta có: $CD \perp HK$. (3). Mặt khác $SH \perp (ABCD)$ nên $CD \perp SH$.

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{SKH}$ là góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$.

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Mà $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

$$\text{Do đó } \tan \widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ.$$

Câu 15. Thời gian tập thể dục trong ngày (tính bằng: phút) của một nhóm bạn được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau.

Thời gian	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số bạn	3	9	6	4	2

- a) **[NB]** Giá trị đại diện của nhóm [40;50) là 45 .
b) **[TH]** Cỡ mẫu là $n = 22$.
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 42,09 (làm tròn đến hàng phần trăm).
d) **[VD]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 129 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

- a) Ta có giá trị đại diện của nhóm [40;50) là $\frac{40+50}{2} = 45$. Vậy **a) đúng**.
b) Cỡ mẫu là $n = 3 + 9 + 6 + 4 + 2 = 24$. Vậy **b) sai**.
c)

Thời gian	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65
Số bạn	3	9	6	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{25.3 + 35.9 + 45.6 + 55.4 + 65.2}{24} = \frac{1010}{24} \approx 42,08. \text{ Vậy c) sai.}$$

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{24} (3.25^2 + 9.35^2 + 6.45^2 + 4.55^2 + 2.65^2) - \left(\frac{1010}{24} \right)^2 \approx 129. \text{ Vậy d) đúng.}$$

Câu 16. Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,8 và 0,65. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

- a) **[NB]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là 0,8 .
b) **[TH]** Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.
c) **[TH]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội II và đạt huy chương đồng là 0,48 .
d) **[VD]** Xác suất để vận động viên này thuộc đội I và đạt huy chương đồng là $\frac{12}{25}$.

Lời giải

a) Sai. Gọi A là biến cố: “ Vận động viên được chọn thuộc đội I ”.

Ta có $n(A) = 6$, $n(\Omega) = 14$.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \approx 0,4286.$$

b) Đúng. Ta có: $\bar{A}$ là biến cố: “ Vận động viên được chọn thuộc đội II ”. Suy ra $P(\bar{A}) = \frac{4}{7}$.

B là biến cố: “ Vận động viên được chọn đạt huy chương đồng”.

Khi đó ta có: $P(B|A) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,65$.

$$\text{Và } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

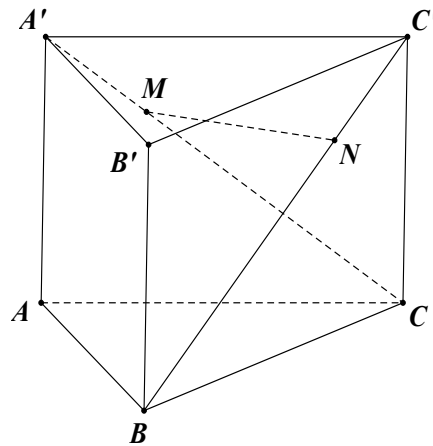
$$P(B) = \frac{3}{7} \cdot 0,8 + \frac{4}{7} \cdot 0,65 = \frac{5}{7}.$$

c) Sai. Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{\frac{4}{7} \cdot 0,65}{\frac{5}{7}} = \frac{13}{25} = 0,52.$

d) Đúng. Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{7} \cdot 0,8}{\frac{5}{7}} = \frac{12}{25}.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 30 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C'$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất (như hình vẽ).



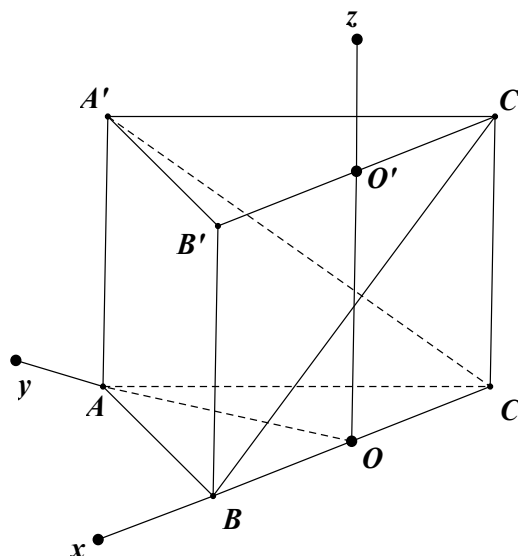
Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 72

Để độ dài cây cầu MN ngắn nhất thì MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $A'C'$ và BC' .

Đặt hệ trục Oxyz như hình vẽ:



Khi đó $C(-15;0;0), B(15;0;0), C'(-15;0;30), A'(0;15\sqrt{3};30)$

$$\text{Do đó } MN = d(A'C; BC') = \frac{30\sqrt{39}}{13}$$

$$\text{Số tiền cần làm cây cầu ngắn nhất là } 5 \cdot \frac{30\sqrt{39}}{13} \approx 72 \text{ (tỷ đồng)}$$

Câu 18. Cho hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$, gọi $M = \frac{a}{e^b}$ ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$) là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5; -2]$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$?

Lời giải

Đáp án: 9.

$$\text{Ta có: } y' = e^x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-5; -2] \\ x = 1 \notin [-5; -2] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(-5) = \frac{22}{e^5}; y(-3) = \frac{6}{e^3}; y(-2) = \frac{1}{e^2}. \text{ Khi đó } \max_{[-5; -2]} y = \frac{6}{e^3} \Rightarrow a = 6; b = 3 \Rightarrow a + b = 9.$$

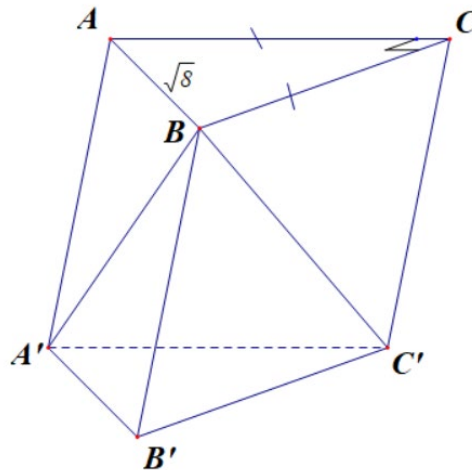
Câu 19. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền $AB = \sqrt{8}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng 3. Tính thể tích khối chóp $B.ACC'A'$

Lời giải

Đáp số: 4

Ta có thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot h$. Tam giác ABC vuông cân và có cạnh huyền $AB = \sqrt{8}$ nên cạnh góc vuông bằng 2 do đó $S_{\Delta ABC} = 2$, chiều cao h của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng khoảng cách giữa hai mặt đáy và cũng bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$. Vậy $h = 3$, $V = S_{\Delta ABC} \cdot h = 6$

$$\text{Lại có } V = V_{B.A'B'C'} + V_{B.ACC'A'} \text{ mà } V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}V \text{ nên } V_{B.ACC'A'} = \frac{2}{3}V = 4$$



Câu 20. Cho phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \sin x + 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-10; 10]$?

Lời giải

Đáp số: 9

Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \sin x + 2 \sin^2 x - 3 \cos x &= 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 3 \cos x + 2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x = 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) + \sin x (2 \sin x - \sqrt{3}) &= 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3} \cos x + \sin x)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x - \sqrt{3} = 0 \\ \sqrt{3}\cos x + \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ta có $x \in [-10; 10] \Leftrightarrow k \in \{-1; 0; 1\}$.

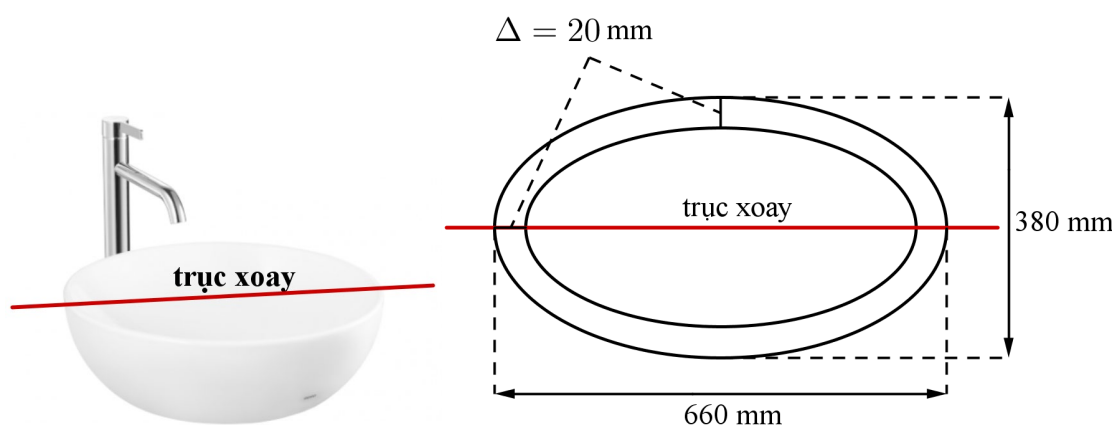
Với $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta có $x \in [-10; 10] \Leftrightarrow k \in \{-1; 0; 1\}$.

Với $x = \frac{-\pi}{3} + k\pi$ ta có $x \in [-10; 10] \Leftrightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Nhưng ở họ nghiệm $x = \frac{-\pi}{3} + k\pi$ thì khi $k \in \{-1; 1; 3\}$ ta được các nghiệm trùng với các nghiệm

ở họ nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ nên số các nghiệm thỏa mãn yêu cầu là 9.

Câu 21. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,... Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kỹ thuật mặt trên của bồn rửa: dài $\times$ rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (đơn vị: lít) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

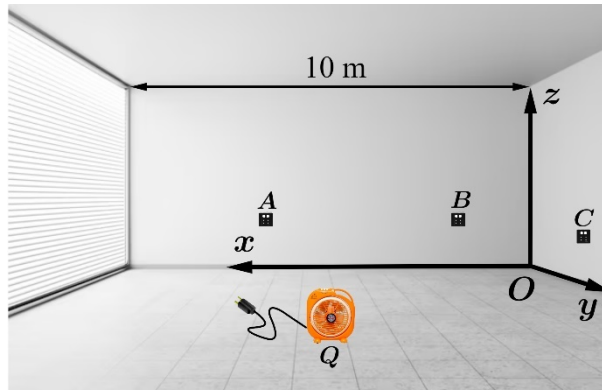
Đáp án: 18,8

Chọn hệ trục tọa độ Oxy thích hợp với đơn vị trên trục là decimet. Phương trình elip lọt lòng:

$$(E): \frac{x^2}{3,1^2} + \frac{y^2}{1,7^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1,7 \sqrt{1 - \frac{x^2}{3,1^2}}.$$

$$\text{Thể tích chứa nước của bồn rửa: } V = \frac{1}{2} \cdot \pi \int_{-3,1}^{3,1} 1,7^2 \left(1 - \frac{x^2}{3,1^2} \right) dx \approx 18,8 \text{ lít.}$$

Câu 22. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m có 1 cây quạt hộp Q đặt ở sàn nhà và 3 ổ cắm điện A, B, C trên tường. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết cây quạt cách tường (Oxz) 3 m và cách tường (Oyz) 6 m; các ổ cắm điện cách mặt sàn 40 cm, ổ cắm A và B cách bức tường chứa ổ cắm C lần lượt 7 m và 1 m, ổ cắm C cách bức tường chứa 2 ổ cắm còn lại 1,5 m.



Dây điện của quạt hộp Q cần dài tối thiểu bao nhiêu để có thể cắm tới cả 3 ổ A, B, C (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 6,20

Tọa độ cây quạt Q là $Q(6; 3; 0)$

Tọa độ các ổ cắm điện A, B, C lần lượt là: $A\left(7; 0; \frac{2}{5}\right)$, $B\left(1; 0; \frac{2}{5}\right)$, $C\left(0; \frac{3}{2}; \frac{2}{5}\right)$

$AQ = 3,19$, $BQ \approx 5,84$, $CQ \approx 6,20$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 2)$. Tọa độ của $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(2; 6; 4)$. B. $(2; 3; 4)$. C. $(2; 6; 2)$. D. $(1; 6; 4)$.

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm của chiều cao của cây cao su trong một nông trường

Mức giá	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Tần số	55	78	120	45	11

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. $\frac{1121}{60}$. B. $\frac{75}{4}$. C. $\frac{1127}{60}$. D. $\frac{1123}{60}$.

Câu 3: Cho mặt cầu có tâm $I(1; 2; 4)$ và bán kính $R = 5$. Khi đó mặt cầu có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 25$.

Câu 4: Cho cấp số cộng với $u_3 = 8, d = 2$. Khi đó u_5 là:

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 4.

Câu 5: Phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2^{x^2-5x+2}$ có nghiệm là:

- A. $x = 2; x = 3$. B. $x = 1; x = 3$. C. $x = 1; x = 2$. D. $x = 1; x = -2$.

Câu 6: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 3; 1)$ và vector $\vec{n} = (1; 2; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vector $\vec{n}$ làm vector pháp tuyến:

- A. $x + 2y - 3z - 5 = 0$. B. $x + 2y - 3z + 7 = 0$.
C. $2x + 4y - 6z + 5 = 0$. D. $x + 5y - 6z + 5 = 0$.

Câu 7: Cho $\overrightarrow{AB} = (5; -3; 2), \overrightarrow{AC} = (4; 2; 1)$. Tọa độ của $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ là:

- A. $\left(10; -5; \frac{9}{2}\right)$. B. $(12; -5; 9)$. C. $\left(12; -5; \frac{9}{2}\right)$. D. $\left(12; -2; \frac{9}{2}\right)$.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về cân nặng của học sinh lớp 2 A:

Chiều cao	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)
Số học sinh	4	5	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. $\frac{183}{35}$. B. $\frac{186}{35}$. C. $\left(12; -5; \frac{9}{2}\right)$. D. $\frac{27}{5}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có $A(2; 4; 5), B(-1; 2; 3), C(5; 1; 2)$. Tọa độ của trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $\left(2; 2; \frac{10}{3}\right)$. B. $\left(2; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$. C. $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$. D. $\left(2; \frac{8}{3}; 5\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$. Khi đó đồ thị có?

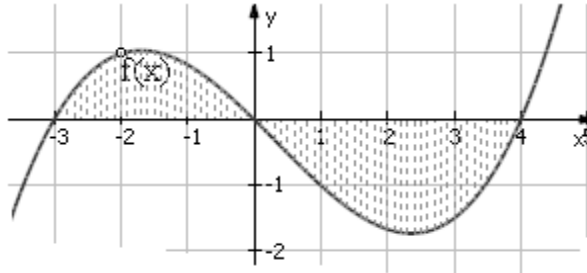
- A. Tiệm cận đứng $x = 3$ B. Một tiệm cận
C. Không tiệm cận. D. Hai tiệm cận $y = 2; y = -2$

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD .

Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S; BE; A]$

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



- A. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx$. B. $S = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$.
C. $S = \int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$. D. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy ($ABCD$).

a) **[NB]** Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $a\sqrt{2}$.

b) **[TH]** Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) **[TH]** Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

d) **[VD,VDC]** Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2: Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu bằng 6 (m/s). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

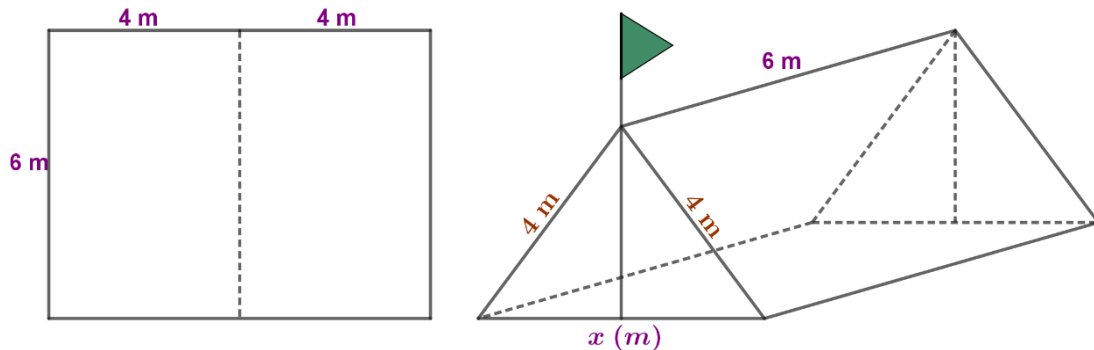
a) **[NB]** Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi công thức $v(t) = \int a(t)dt$.

b) **[TH]** Tại thời điểm $t = 7$ (s), vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

c) **[VD]** Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là $18m$.

d) **[VD]** Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ (s).

Câu 3: Trong đợt chào mừng kỉ niệm ngày 26/3, trường X có tổ chức cho các lớp bày các gian hàng tại sân trường. Để có thể che nắng, chứa đồ đạc trong quá trình tham gia hoạt động, một lớp đã nghĩ ra ý tưởng như sau: Dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 8 m và chiều rộng là 6 m, bằng cách gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều dài của tấm bạt, hai mép chiều rộng còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x (m).



- a) **[NB]** Điều kiện $0 < x < 8$.
- b) **[TH]** Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều bằng $S = \frac{x}{2} \sqrt{64 - x^2}$.
- c) **[TH]** Thể tích không gian phía trong của chiếc lều có hình dạng khối lăng trụ đứng là $V = \frac{x}{2} \sqrt{64 - x^2}$.
- d) **[VD,VDC]** Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $16(\text{m}^3)$

Câu 4: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

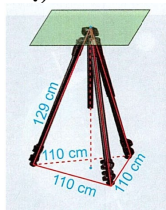
- a) **[NB]** Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$.
- b) **[TH]** Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$.
- c) **[TH]** Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số trận	4	8	2	6

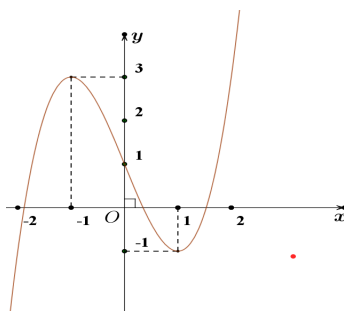
- d) **[VD,VDC]** Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cái giá đỡ ba chân được đặt sao cho đế của ba chân giá đỡ cách đều nhau một khoảng bằng 110cm (hình minh họa bên dưới). Tính chiều cao của giá đỡ, biết các chân của giá đỡ dài 129cm (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

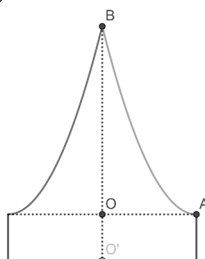


Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)$ là hàm bậc 3, có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10, 10]$ để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2024$ có đúng 1 cực trị?

Câu 3: Chuẩn bị cho lễ Giáng Sinh, bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 7\text{ cm}$, $OA = 8\text{ cm}$, $OB = 16\text{ cm}$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Áo sơ mi G9 trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 95% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 92% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $a + b$.

Câu 5: Sự chuyển động của máy bay A được thể hiện trong không gian Oxyz như sau: Máy bay khởi hành từ $B(0; 0; 2)$ chuyển động thẳng đều (Tính theo phút) với vận tốc được biểu thị theo véc tơ $\vec{v}(1; 4; 5)$. Sau khi khởi hành được 30 phút, máy bay ở vị trí $M(x; y; z)$. Tính $P = 3x + y + z$

Câu 6: Cho tam giác ABC có ba góc đều là góc nhọn. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , H là chân đường cao hạ từ A xuống cạnh BC thỏa mãn: $\overline{BH} = \frac{1}{5}\overline{BC}$. Điểm I đi động trên BC sao cho

$\overline{BI} = \frac{m}{n}\overline{BC}$ (Trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$). Tính giá trị biểu thức $Q = m + n$

khi độ dài véc tơ $\overline{IA} + \overline{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

----- Hết -----

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN
NHÓM SOẠN ĐỀ
KSCL, KT GHK, CHK
ÔN TẬP CHƯƠNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 3
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	B	C	C	A	C	B	B	D	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	112	18	1944	937	362	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 3. MÔN TOÁN LỚP 12.

GVSB: face: Anh Đình.....Gmail: ducphu9197@gmail.com.....

GVPB: face:.....Gmail:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 2)$. Tọa độ của $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$ là:

- A.** $(2; 6; 4)$. **B.** $(2; 3; 4)$. **C.** $(2; 6; 2)$. **D.** $(1; 6; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} = (2.1; 2.3; 2.2) = (2; 6; 4)$$

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm của chiều cao của cây cao su trong một nông trường

Mức giá	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Tần số	55	78	120	45	11

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** $\frac{1121}{60}$. **B.** $\frac{75}{4}$. **C.** $\frac{1127}{60}$. **D.** $\frac{1123}{60}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $n = 55 + 78 + 120 + 45 + 11 = 309$

Trung vị: $Q_2 = x_{155} \in [18; 22): Q_2 = 18 + (22 - 18) \cdot \frac{\frac{309.2}{4} - 55 - 78}{120} = \frac{1123}{60}$

Câu 3: Cho mặt cầu có tâm $I(1; 2; 4)$ và bán kính $R = 5$. Khi đó mặt cầu có phương trình là:

- A.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 5$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 5$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(1; 2; 4)$ và bán kính $R = 5$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 5^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 25$$

Câu 4: Cho cấp số cộng với $u_3 = 8, d = 2$. Khi đó u_5 là:

- A.** 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow u_1 = 4 \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 12$

Câu 5: Phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2^{x^2-5x+2}$ có nghiệm là:

- A.** $x = 2; x = 3$. **B.** $x = 1; x = 3$. **C.** $x = 1; x = 2$. **D.** $x = 1; x = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{4}\right)^x = 2^{x^2-5x+2} \Leftrightarrow 2^{-2x} = 2^{x^2-5x+2} \Leftrightarrow -2x = x^2 - 5x + 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 3; 1)$ và vector $\vec{n} = (1; 2; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vector $\vec{n}$ làm vector pháp tuyến:

- A.** $x + 2y - 3z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y - 3z + 7 = 0$.
C. $2x + 4y - 6z + 5 = 0$. **D.** $x + 5y - 6z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Viết phương trình mặt phẳng qua $A(2; 3; 1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$

$$\Rightarrow 1 \cdot (x - 2) + 2 \cdot (y - 3) - 3 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 5 = 0$$

Câu 7: Cho $\vec{AB} = (5; -3; 2), \vec{AC} = (4; 2; 1)$. Tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ là:

- A.** $\left(10; -5; \frac{9}{2}\right)$. **B.** $(12; -5; 9)$. **C.** $\left(12; -5; \frac{9}{2}\right)$. **D.** $\left(12; -2; \frac{9}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = 2\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \left(2 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4; 2 \cdot (-3) + \frac{1}{2} \cdot 2; 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1\right) = \left(12; -5; \frac{9}{2}\right)$$

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về cân nặng của học sinh lớp 2 A:

Chiều cao	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)
Số học sinh	4	5	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A.** $\frac{183}{35}$. **B.** $\frac{186}{35}$. **C.** $\left(12; -5; \frac{9}{2}\right)$. **D.** $\frac{27}{5}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $n = 4 + 5 + 7 + 4 = 20$

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất: } Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2} \in [32; 34): Q_1 = 32 + (34 - 32) \cdot \frac{\frac{20}{4} - 4}{5} = \frac{162}{5}$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba: } Q_3 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [34; 36): Q_3 = 36 + (36 - 34) \cdot \frac{3 \cdot \frac{20}{4} - 4 - 5}{7} = \frac{264}{7}$$

$$\text{Vậy } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{186}{35}$$

Câu 9: Cho tam giác ABC có $A(2; 4; 5), B(-1; 2; 3), C(5; 1; 2)$. Tọa độ của trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $\left(2; 2; \frac{10}{3}\right)$. **B.** $\left(2; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$. **D.** $\left(2; \frac{8}{3}; 5\right)$.

Lời giải**Chọn B**

Với G là trọng tâm tam giác ABC :

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{7}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(2; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$. Khi đó đồ thị có?

- A.** Tiệm cận đứng $x = 3$ **B.** Một tiệm cận
C. Không tiệm cận. **D.** Hai tiệm cận $y = 2; y = -2$

Lời giải**Chọn D**

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ có $x \rightarrow \pm\infty$ ra số nên là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ có $x \rightarrow 2^+$ ra số nên không là tiệm cận đứng được.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD .

Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S; BE; A]$

- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 120° .

Lời giải**Chọn B**

Ta có $ABCE$ là hình vuông cạnh a .

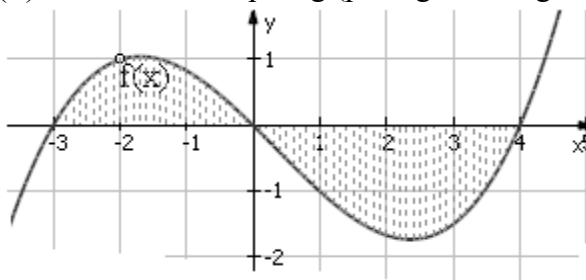
Gọi $I = AC \cap BE$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BE \perp AI \\ BE \perp SA \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SAI) \Rightarrow BE \perp SI.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBE) \perp (ABE) = BE \\ AI \perp BE \\ SI \perp BE \end{cases} \Rightarrow [S, BE, A] = \widehat{SIA}$$

Xét tam giác SIA vuông tại A: $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{IA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



A. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$.

C. $S = \int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$.

D. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx$.

Lời giải

Chọn D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

GVSB: face: Nguyễn Tú.

Gmail: anpha1989@gmail.com

GVPB: face: Huỳnh Phương

Gmail: truonghuynhphuong143@gmail.com

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$.

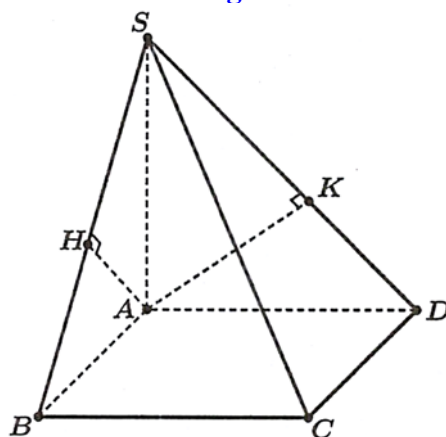
a) **[NB]** Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $a\sqrt{2}$.

b) **[TH]** Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) **[TH]** Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

d) **[VD,VDC]** Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



a) **Đúng.**

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD). (4)$

Suy ra, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $AB = a\sqrt{2}$.

b) **Sai.**

Ta có: $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

c) Sai.

$$AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a.$$

$$\text{Diện tích đáy hình chóp là: } S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp cần tìm là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$

d) Đúng.

Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AK \perp SD$ tại K . (3)

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD .

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SD) = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

GVSB: face: Hà Thị Tuyết Sương **Gmail:** suonghaio@gmail.com

GVPB: face: Ngọc Hà **Gmail:** ngocha.ts1@gmail.com

Câu 2: Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết vận tốc ban đầu bằng 6 (m/s) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) [NB] Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi công thức $v(t) = \int a(t)dt$.

b) [TH] Tại thời điểm $t = 7 \text{ (s)}$, vận tốc của chất điểm là 6 (m/s) .

c) [VD] Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là $18m$.

d) [VD] Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7 \text{ (s)}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) [NB] Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi công thức $v(t) = \int a(t)dt$.

b) [TH] Tại thời điểm $t = 7 \text{ (s)}$, vận tốc của chất điểm là 6 (m/s) .

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t)dt = \int (2t - 7)dt = t^2 - 7t + C.$$

$$v(0) = 6 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow v(t) = t^2 - 7t + 6.$$

$$\text{Vậy } v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6 \text{ (m/s)}.$$

c) [VD] Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là $18m$.

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là

$$S = \int_1^7 v(t) dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6) dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18.$$

d) [VD] Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ (s).

Vị trí của chất điểm so với vị trí ban đầu tại thời điểm t là

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 - 7t + 6) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $s(t)$ với $t \in [0; 8]$.

$$\text{Do } s'(t) = v(t) \text{ nên } s'(t) = 0 \Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}.$$

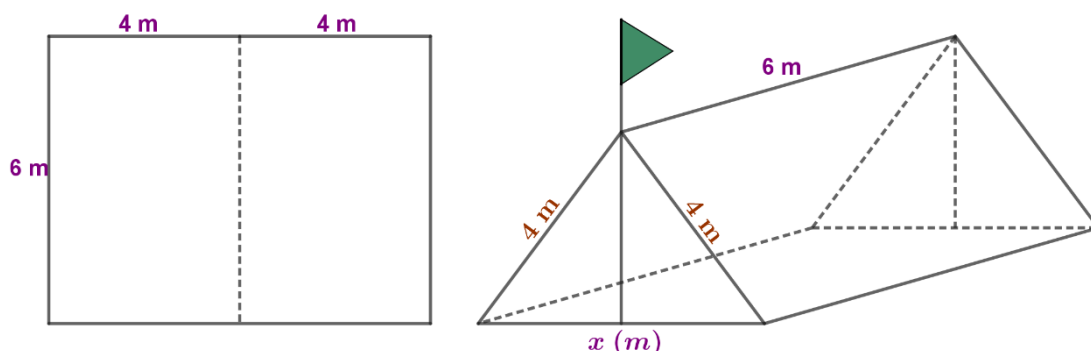
$$\text{Lại có } s(0) = C, s(1) = \frac{17}{6} + C, s(6) = -18 + C, s(8) = -\frac{16}{3} + C.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $s(t)$ với $t \in [0; 8]$ đạt được khi $t = 1$.

GVSB: face:Nguyễn Thị Thu Hương.Gmail: thuhuongtoanncl@gmail.com

GVPB: face:An Nhiên Gmail:vanthivananh@gmail.com

Câu 3: Trong đợt chào mừng kỉ niệm ngày 26/3, trường X có tổ chức cho các lớp bày các gian hàng tại sân trường. Để có thể che nắng, chứa đồ đạc trong quá trình tham gia hoạt động, một lớp đã nghĩ ra ý tưởng như sau: Dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 8 m và chiều rộng là 6 m, bằng cách gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều dài của tấm bạt, hai mép chiều rộng còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x (m).



a) [NB] Điều kiện $0 < x < 8$.

b) [TH] Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều bằng $S = \frac{x}{2} \sqrt{64 - x^2}$.

c) [TH] Thể tích không gian phía trong của chiếc lều có hình dạng khối lăng trụ đứng là $V = \frac{x}{2} \sqrt{64 - x^2}$.

d) [VD,VDC] Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $16 \text{ (m}^3\text{)}$

Lời giải

a) Đúng vì: Theo hình dáng đáy tam giác thì ta có $0 < x < 8$.

b) Đúng vì: Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều là $S = 2 \cdot \frac{1}{2} x \sqrt{16 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} x \sqrt{64 - x^2}$.

c) Sai vì: Ta có $V = B.h = \frac{1}{4} x \sqrt{16 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} \cdot 6 = \frac{3}{2} x \sqrt{64 - x^2}$.

d) Sai vì: Ta có $x \sqrt{64 - x^2} \leq \frac{x^2 + 64 - x^2}{2} = 32$.

Từ đó suy ra $V = \frac{3x}{2}\sqrt{64-x^2} \leq 48$ xảy ra khi $x = \sqrt{64-x^2} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$.

Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $48(\text{m}^3)$ khi $x = 4\sqrt{2}$.

GVSB: face: huynhphuong

Gmail: truonghuynhphuong14@gmail.com

GVPB: face: Hoa Bù

Gmail: bhoancl@gmail.com

Câu 4: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

a) **[NB]** Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$.

b) **[TH]** Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$.

c) **[TH]** Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số trận	4	8	2	6

d) **[VD,VDC]** Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6;8;8;10;11;11;12;13;14;14;14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$Q_2 = \frac{14+14}{2} = 14.$$

b) Tứ phân vị thứ ba là trung vị của dãy số liệu 14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

$$Q_3 = \frac{21+22}{2} = 21,5.$$

c)

Điểm số	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số trận	4	8	2	6

d) Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_4 \in [5,5;10,5); x_5; \dots; x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15}; \dots; x_{20} \in [20,5;25,5)$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; \dots; x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10,5;15,5)$.

Ta xác định được $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10,5; u_{m+1} = 15,5$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{8} - 4}{2}(15,5 - 10,5) = 14,25$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

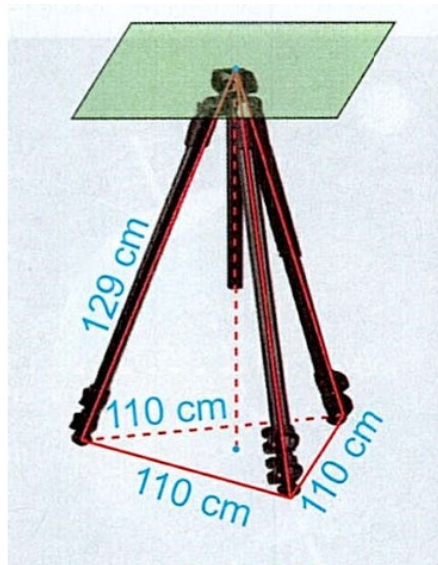
GVSB: face: Ngọc Hà

Gmail: ngocha.ts1@gmail.com

GVPB: face: Anh Đình

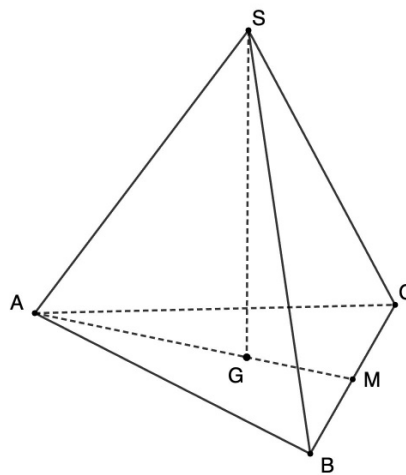
Gmail: ducphu9197@gmail.com

Câu 1: Một cái giá đỡ ba chân được đặt sao cho đế của ba chân giá đỡ cách đều nhau một khoảng bằng 110cm (hình minh họa bên dưới). Tính chiều cao của giá đỡ, biết các chân của giá đỡ dài 129cm (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 112cm.



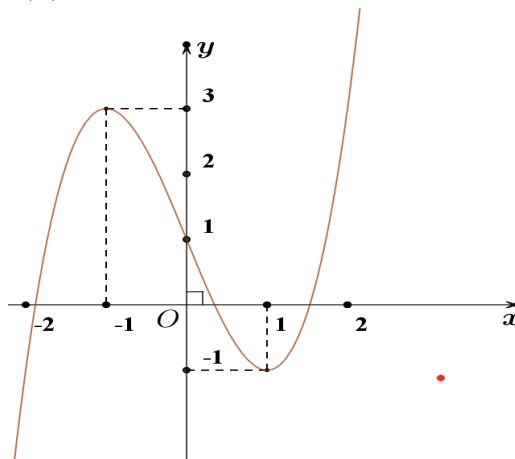
Gọi S là đỉnh của giá đỡ A, B, C là các đế của giá đỡ. Khi đó ta có hình chóp tam giác đều $S.ABCD$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , khi đó chiều cao giá đỡ là SG .

$$\text{Ta có } AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{110\sqrt{3}}{2} = \frac{110\sqrt{3}}{3}.$$

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{129^2 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2} \approx 112\text{cm}$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)$ là hàm bậc 3, có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10, 10]$ để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2024$ có đúng 1 cực trị?

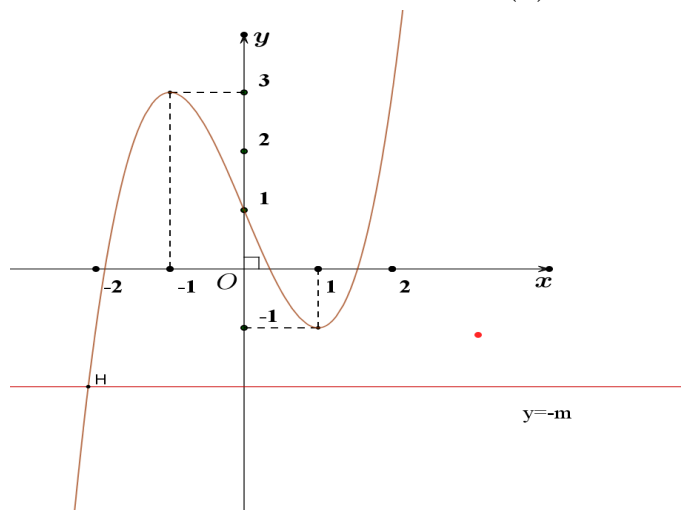
Lời giải

Đáp án: 18.

Ta có $g'(x) = f'(x) + m$

Khi $g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = -m$ (1)

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường $d: y = -m$



Để hàm số có đúng 1 cực trị thì phương trình (1) phải có đúng 1 nghiệm bội lẻ. Dựa vào đồ thị trên, để $g(x)$ có đúng 1 cực trị thì điều kiện là

$$\begin{cases} m \in [-10, 10] \\ m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}.$$

Vậy số giá trị của m là 18.

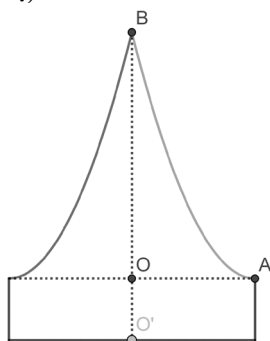
GVSB: face: An Nhiên

GVPB: face: Nguyễn Tú.

Gmail: vanthivananh@gmail.com

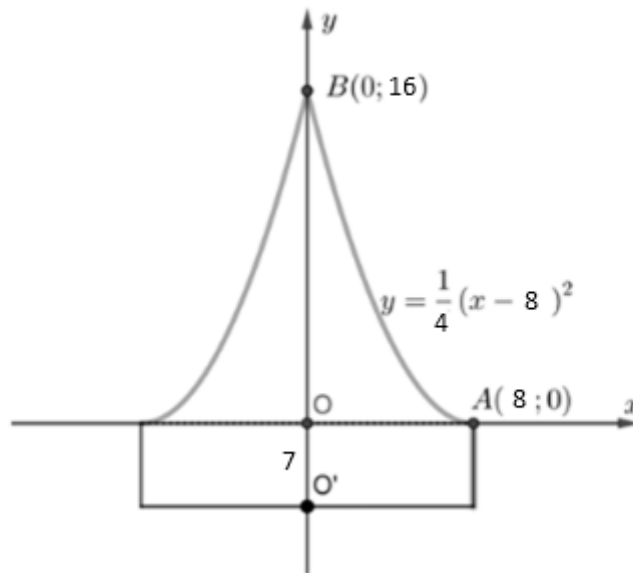
Gmail: anpha1989@gmail.com

Câu 3: Chuẩn bị cho lễ Giáng Sinh, bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 7$ cm, $OA = 8$ cm, $OB = 16$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 1944.



Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V .

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 8$ cm và đường cao $OO' = 7$ cm là V_1 .

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2 .

Ta có $V = V_1 + V_2$

$$V_1 = 7 \cdot 8^2 \pi = 448\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x-8)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0;16)$ nên $a = \frac{1}{4}$.

Do đó, $(P): y = \frac{1}{4}(x-8)^2$. Từ đó suy ra $x = 8 - 2\sqrt{y}$ (do $x < 8$).

$$\text{Suy ra } V_2 = \pi \int_0^{16} (8 - 2\sqrt{y})^2 dy = \frac{512}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Do đó } V = V_1 + V_2 = \frac{512}{3} \pi + 448\pi = \frac{1856}{3} \pi \approx 1944 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 4: Áo sơ mi G9 trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 95% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 92% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $a+b$.

Lời giải

Đáp án: 937.

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,95$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,92$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện A và B hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,92 = \frac{437}{500}.$$

Suy ra $a+b = 937$.

Câu 5: Sự chuyển động của máy bay A được thể hiện trong không gian Oxyz như sau: Máy bay khởi hành từ $B(0;0;2)$ chuyển động thẳng đều (Tính theo phút) với vận tốc được biểu thị theo véc tơ $\vec{v}(1;4;5)$. Sau khi khởi hành được 30 phút, máy bay ở vị trí $M(x;y;z)$. Tính $P = 3x + y + z$

Lời giải

Đáp án: 362.

Ta có: Quãng đường máy bay di chuyển là:

$$BM = |\vec{v}| \cdot t \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \vec{v} \cdot 30 = (30; 120; 150) \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \\ z - 2 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \\ z = 152 \end{cases}$$

Khi đó: $P = 3 \cdot 30 + 120 + 152 = 362$

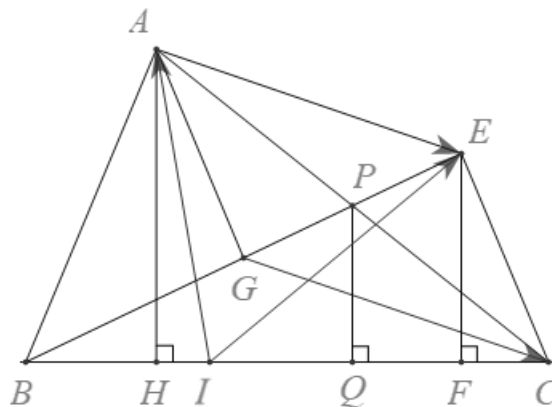
Câu 6: Cho tam giác ABC có ba góc đều là góc nhọn. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , H là chân đường cao hạ từ A xuống cạnh BC thỏa mãn: $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{5} \overrightarrow{BC}$. Điểm I đi động trên BC sao cho

$\overrightarrow{BI} = \frac{m}{n} \overrightarrow{BC}$ (Trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$). Tính giá trị biểu thức $Q = m + n$

khi độ dài véc tơ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Đáp án: 9.



Gọi P là trung điểm của AC , E là điểm đối xứng của P qua G . Khi đó tứ giác $AGCE$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên $AGCE$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AE}.$$

+ Đặt $EF \perp BC$ ($F \in BC$). Ta có: $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{IE}| = IE \geq EF$.

Do đó $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GC}|$ nhỏ nhất khi $I \equiv F$.

$$+ \text{Ta có: } \overrightarrow{BH} = \frac{1}{5} \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{HC} = \frac{4}{5} \overrightarrow{BC}.$$

+ Gọi Q là hình chiếu vuông góc của P lên BC ($Q \in BC$).

Ta có:

$$\frac{BP}{BE} = \frac{3GP}{BP + PE} = \frac{3GP}{3GP + GP} = \frac{3}{4}.$$

+ Do $PQ \parallel EF$ (vì cùng vuông góc với BC).

$$\text{Nên } \triangle BPQ \text{ và } \triangle BEF \text{ đồng dạng} \Rightarrow \frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{BF} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BQ}.$$

+ $\triangle AHC$ có P là trung điểm AC và $PQ \parallel AH$ (do cùng vuông góc với BC).

$$\Rightarrow PQ \text{ là đường trung bình. Khi đó, } Q \text{ là trung điểm } HC \text{ hay } \overrightarrow{HQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HC} = \frac{2}{5} \overrightarrow{BC}.$$

$$\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BQ} = \frac{4}{3} (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HQ}) = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} \overrightarrow{BC} + \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{4}{5} \overrightarrow{BC}$$

Vậy $M = 4 + 5 = 9$.

----- *Hết* -----