

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 - 3t \end{cases}$, một vectơ chỉ phương của

đường thẳng d là :

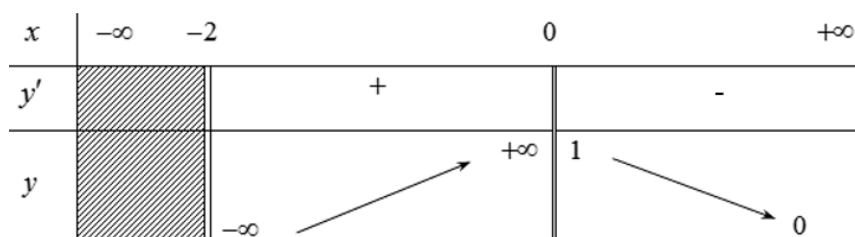
- A.** $\vec{c} = (-1; 3; -2)$. **B.** $\vec{d} = (2; 1; -3)$. **C.** $\vec{a} = (-2; 1; 3)$. **D.** $\vec{b} = (1; -3; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, biết $f(3) = 5; f(-1) = -2$; giá trị

$\int_{-1}^3 f'(x) dx$ là

- A.** 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -7.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2; u_2 = 6$, giá trị u_5 là

- A.** 27. **B.** 54. **C.** 81. **D.** 162.

Câu 5: Trong cuộc thi có 10 thí sinh tham gia, số cách trao một giải nhất, một giải nhì và một giải ba là

- A.** 10^3 . **B.** $3 \cdot 10$. **C.** A_{10}^3 . **D.** C_{10}^3 .

Câu 6: Bạn Hằng rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Hằng được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 23,75. **B.** 27,5. **C.** 31,88. **D.** 8,125.

Câu 7: Phương trình $\log_3(2x - 3) = 3$ có nghiệm là

- A.** 12. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 6.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$; thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $3a^3\sqrt{2}$. **B.** $4a^3\sqrt{2}$. **C.** $9a^3\sqrt{2}$. **D.** $12a^3\sqrt{2}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3, AD = 4, SA \perp (ABCD), SA = 5$;

giá trị của $\overline{SA.BC}$ là

- A. 15 . B. 12 . C. 20 . D. 0 .

Câu 10: Bác Hùng thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây Keo tai tượng 5 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số cây	5	20	18	7	3

Hãy tìm số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 36,9(cm). B. 33,9(cm). C. 35,9(cm). D. 34,9(cm).

Câu 11: Trong không gian $(Oxyz)$, cho $\triangle ABC$ có $\overline{AB} = (4; -1; -5), \overline{BC} = (2; -4; -2)$, gọi M là trung điểm BC . Độ dài đoạn AM là

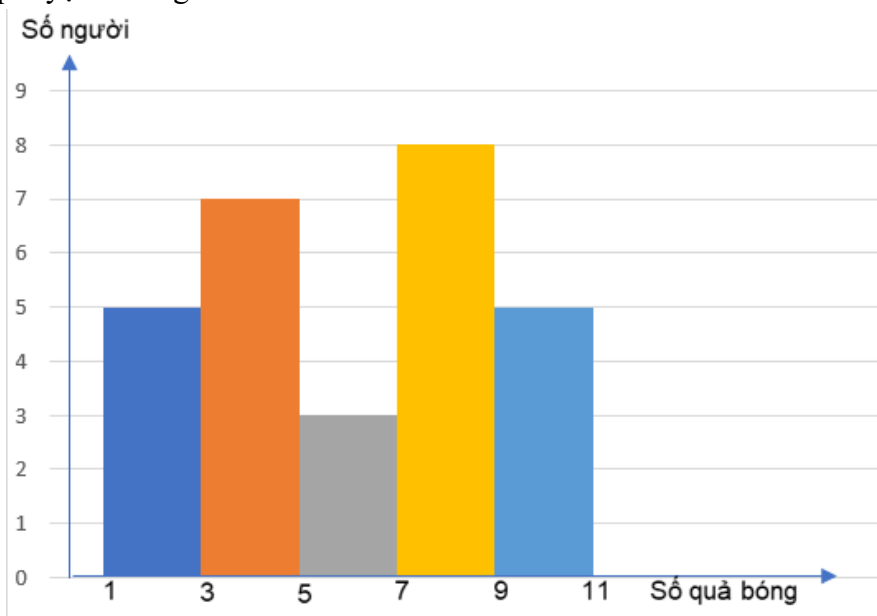
- A. $\sqrt{70}$. B. $2\sqrt{70}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{\sqrt{110}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và điểm $I(2; -3; -1)$; mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 12$. B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$.
C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 12$. D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 24$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Một huấn luyện viên môn bóng rổ thống kê lại số quả bóng được ném vào rổ của một nhóm vận động viên đang tập luyện mỗi người ném 11 lần như sau:



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Từ biểu đồ, có thể lập được bảng tần số ghép nhóm gồm 5 nhóm biết mỗi nhóm có độ dài là 2
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 5
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu bằng $\frac{85}{14}$
d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên lớn hơn 3

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

- a) **[NB]** $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm AB
b) **[TH]** $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$
c) **[TH]** $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
d) **[VD,VDC]** Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$

Câu 3: Cho một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -7 , số hạng thứ hai bằng 14 và số hạng cuối bằng 14336 .

- a) **[NB]** Công bội của cấp số nhân bằng 2 .
b) **[TH]** 224 là số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.
c) **[TH]** Cấp số nhân đã cho có 12 số hạng.
d) **[VD]** Tổng $u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9$ bằng -2387 .

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; -4)$, $B(1; 2; 1)$. Khi đó :

- a) **[NB]** Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -1)$.
b) **[TH]** $\overrightarrow{AB} = (0; 5; 5)$.
c) **[TH]** Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.
d) **[VD]** Cho điểm M di động trên (P) . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 4MB^2$ bằng 56 .

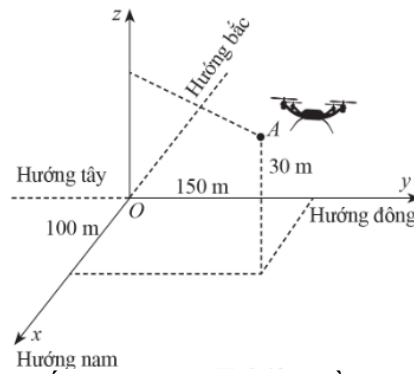
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy dài $2,4m$ và độ dài các cạnh bên của hình chóp bằng $3m$. Gọi góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện của mái che giếng trời đó là α , tính $\cos \alpha$? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 2: Một bình đựng 30 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 20 viên bi xanh và 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3: Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển $100m$ về phía nam và $150m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $30m$ (Hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người đó điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển $100m$ về phía bắc và $50m$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $40m$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m .

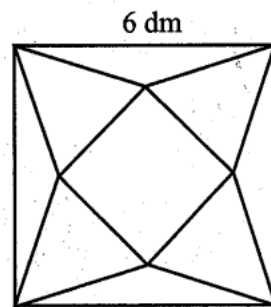
Biết flycam bay theo một đường thẳng từ vị trí A đến vị trí B tạo thành một vectơ $\overrightarrow{AB}$. Tính $|\overrightarrow{AB}|$
(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét)

Câu 4: Trong 10 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình

$$s(t) = t^3 - 12t^2 + 5t + 1$$

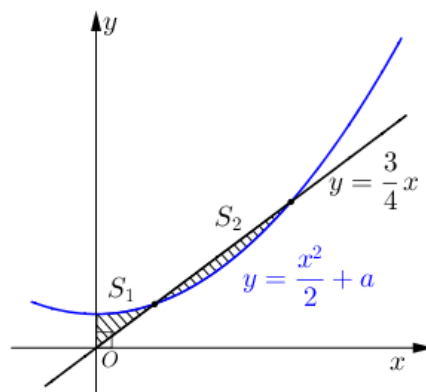
trong đó thời gian t được tính bằng giây, quãng đường s tính bằng mét. Hỏi sau khoảng thời gian bao nhiêu giây thì vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên?

Câu 5: Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ sau).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 6: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì giá trị biểu thức $128a + 3$ bằng bao nhiêu?



----- Hết -----
ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	D	C	D	B	A	D	C	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,62	0,23	283	4	7,3	30

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 - 3t \end{cases}$, một vectơ chỉ phương của

đường thẳng d là :

A. $\vec{c} = (-1; 3; -2)$.

B. $\vec{d} = (2; 1; -3)$.

C. $\vec{a} = (-2; 1; 3)$.

D. $\vec{b} = (1; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ $(2; -1; -3) = -(-2; 1; 3)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, biết $f(3) = 5; f(-1) = -2$; giá trị

$\int_{-1}^3 f'(x) dx$ là

A. 7 .

B. 3 .

C. 4 .

D. -7 .

Lời giải

Chọn A

$$\int_{-1}^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^3 = f(3) - f(-1) = 7$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		-
y					

A. 3 .

B. 2 .

C. 4 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là hai đường thẳng có phương trình: $x = -2; x = 0$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2; u_2 = 6$, giá trị u_5 là

A. 27 .

B. 54 .

C. 81 .

D. 162 .

Lời giải

Chọn D

Ta có công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = 3 \Rightarrow u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot 3^4 = 162$.

Câu 5: Trong cuộc thi có 10 thí sinh tham gia, số cách trao một giải nhất, một giải nhì và một giải ba là

A. 10^3 .

B. $3 \cdot 10$.

C. A_{10}^3 .

D. C_{10}^3 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách trao giải là một chỉnh hợp chập 3 của 10, số cách trao giải là A_{10}^3 .

Câu 6: Bạn Hằng rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Hằng được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 23,75 .

B. 27,5 .

C. 31,88 .

D. 8,125 .

Lời giải

Chọn D

Kích thước mẫu là 18 $\Rightarrow Q_2 = \frac{1}{2}(x_9 + x_{10})$

$$Q_1 = x_5 \in [20; 25) \Rightarrow Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6}(5) = \frac{95}{4}; \quad Q_3 = x_{14} \in [30; 35) \Rightarrow Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - 12}{4}(5) = \frac{255}{8}$$

$$\Delta Q = \frac{255}{8} - \frac{95}{4} = 8,125$$

Câu 7: Phương trình $\log_3(2x - 3) = 3$ có nghiệm là

A. 12 .

B. 15 .

C. 13 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn B

$$\log_3(2x - 3) = 3 \Leftrightarrow 2x - 3 = 3^3 = 27 \Leftrightarrow x = 15.$$

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$; thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $3a^3\sqrt{2}$. B. $4a^3\sqrt{2}$. C. $9a^3\sqrt{2}$. D. $12a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 3a^3\sqrt{2}.$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3$, $AD = 4$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 5$; giá trị của $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC}$ là

- A. 15. B. 12. C. 20. D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Vì } SA \perp (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0.$$

Câu 10: Bác Hùng thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây Keo tai tượng 5 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số cây	5	20	18	7	3

Hãy tìm số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 36,9(cm). B. 33,9(cm). C. 35,9(cm). D. 34,9(cm).

Lời giải

Chọn C

Đường kính (cm)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số cây	5	20	18	7	3
Giá trị đại diện (cm)	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5

$$\text{Số trung bình cộng: } \bar{x} = \frac{c_1 \cdot n_1 + c_2 \cdot n_2 + \dots + c_k \cdot n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 20 + 37,5 \cdot 18 + 42,5 \cdot 7 + 47,5 \cdot 3}{5 + 20 + 18 + 7 + 3} \approx 35,9$$

Câu 11: Trong không gian $(Oxyz)$, cho $\triangle ABC$ có $\overrightarrow{AB} = (4; -1; -5)$, $\overrightarrow{BC} = (2; -4; -2)$, gọi M là trung điểm BC . Độ dài đoạn AM là

- A. $\sqrt{70}$. B. $2\sqrt{70}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{\sqrt{110}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (6; -5; -7), \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (5; -3; -6)$$

$$\text{Suy ra: } AM = \sqrt{25 + 9 + 36} = \sqrt{70}$$

Câu 12: Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và điểm $I(2; -3; -1)$; mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 12$. B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$.
C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 12$. D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 24$.

Lời giải

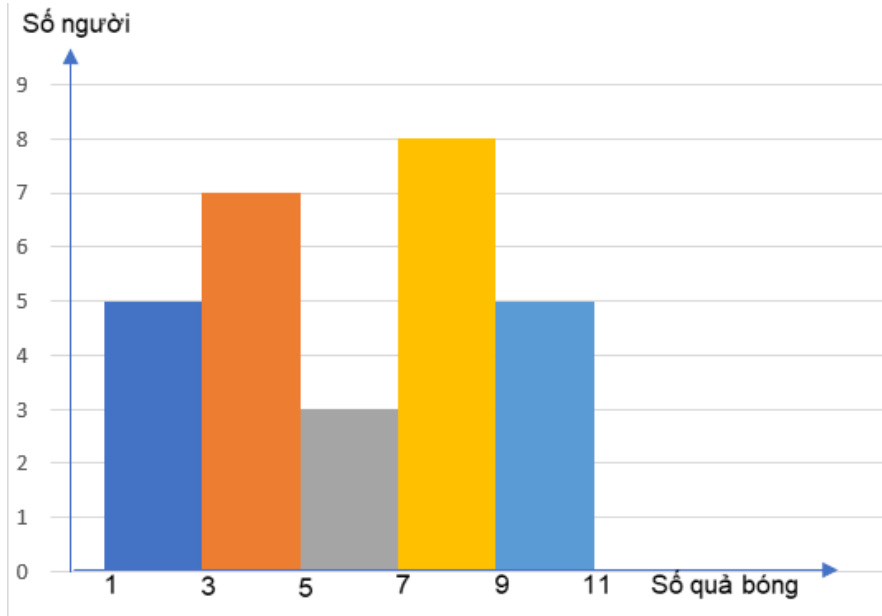
Chọn B

Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có bán kính là $R = \frac{|2.2 - (-3) - (-1) + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Một huấn luyện viên môn bóng rổ thống kê lại số quả bóng được ném vào rổ của một nhóm vận động viên đang tập luyện mỗi người ném 11 lần như sau:



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Từ biểu đồ, có thể lập được bảng tần số ghép nhóm gồm 5 nhóm biết mỗi nhóm có độ dài là 2
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 5
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu bằng $\frac{85}{14}$
d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên lớn hơn 3

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Bảng tần số ghép nhóm thỏa yêu cầu:

Số quả bóng	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)
Số người	5	7	3	8	5

Vậy có 5 nhóm.

b) Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{28}$ lần lượt là số quả bóng được ném vào rổ của các vận động viên sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_5 \in [1; 3); x_6, \dots, x_{12} \in [3; 5); x_{13}, \dots, x_{15} \in [5; 7); x_{16}, \dots, x_{23} \in [7; 9);$

$x_{24}, \dots, x_{28} \in [9; 11)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_7 + x_8) \in [3; 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_1 = 3 + \frac{\frac{28}{4} - 5}{7}(5 - 3) = \frac{25}{7}$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [7; 9)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_3 = 7 + \frac{\frac{3.28}{4} - 15}{8} (9 - 7) = \frac{17}{2}$$

Nên khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{17}{2} - \frac{25}{7} = \frac{69}{14} \approx 4,93$$

c) Ta có bảng thống kê theo giá trị đại diện:

Số quả bóng đại diện	2	4	6	8	10
Số người	5	7	3	8	5

Cỡ mẫu: $n = 28$

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu: } \bar{x} = \frac{1}{28} (5.2 + 7.4 + 3.6 + 8.8 + 5.10) = \frac{85}{14}$$

d) Phương sai của mẫu số liệu:

$$S^2 = \frac{1}{28} (5.2^2 + 7.4^2 + 3.6^2 + 8.8^2 + 5.10^2) - \left(\frac{85}{14} \right)^2 = \frac{1539}{196}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: } S = \sqrt{\frac{1539}{196}} \approx 2,802.$$

Câu 2 : Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$

. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

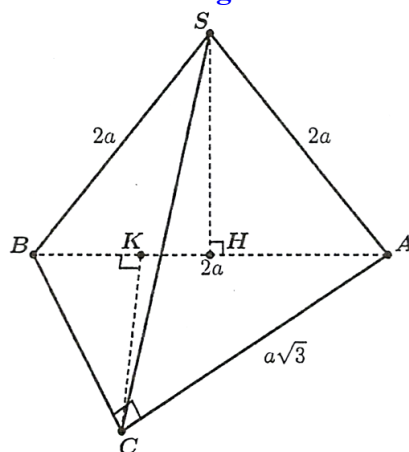
a) **[NB]** $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm AB

b) **[TH]** $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$

c) **[TH]** $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

d) **[VD,VDC]** Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$

Lời giải



a) H là trung điểm AB , mà tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Ngoài ra $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

b) Ta có: $d(S, (ABC)) = SH = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (do tam giác SAB đều cạnh $2a$).

c) Kẻ đường cao CK của tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SH \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CK$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a; CK = \frac{CA \cdot CB}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{d) Diện tích đáy hình chóp là: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 3: Cho một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -7 , số hạng thứ hai bằng 14 và số hạng cuối bằng 14336 .

- a) **[NB]** Công bội của cấp số nhân bằng 2 .
- b) **[TH]** 224 là số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.
- c) **[TH]** Cấp số nhân đã cho có 12 số hạng.
- d) **[VD]** Tổng $u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9$ bằng -2387 .

Lời giải

Chọn a) Sai, b) Sai, c) Đúng, d) Đúng

$$\text{a) Công bội của cấp số nhân bằng } \frac{u_2}{u_1} = -2.$$

$$\text{b) } u_5 = -7 \cdot (-2)^4 = -112.$$

$$\text{c) } -7 \cdot (-2)^{n-1} = 14336 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 2048 \Leftrightarrow n-1 = 11 \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{d) } u_1, u_3, u_5, u_7, u_9 \text{ lập thành một cấp số nhân gồm 5 số hạng với số hạng đầu bằng } -7 \text{ và công bội bằng } 4 \text{ nên } u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9 = -7 \cdot \frac{4^5 - 1}{4 - 1} = -2387.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; -4)$, $B(1; 2; 1)$. Khi đó :

- a) **[NB]** Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -1)$.
- b) **[TH]** $\overrightarrow{AB} = (0; 5; 5)$.
- c) **[TH]** Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.
- d) **[VD]** Cho điểm M di động trên (P) . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 4MB^2$ bằng 56 .

Lời giải

a) **Đúng.**

$$\text{Ta có: } \vec{n}_p = (1; -1; -1).$$

b) **Đúng.**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (0; 5; 5).$$

c) **Đúng.**

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến } (P) \text{ là: } d(A; (P)) = \frac{|1 - (-3) - (-4) - 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

d) **Sai.**

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + 4x_B}{5} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + 4y_B}{5} = 1 \Rightarrow I(1; 1; 0) \\ z_I = \frac{z_A + 4z_B}{5} = 0 \end{cases}$$

* Ta có:

$$MA^2 + 4MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + 4\overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM})^2 + 4(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM})^2 = 5IM^2 - 2\overrightarrow{IM}(\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IB}) + MA^2 + 4MB^2$$

$$\Rightarrow MA^2 + 4MB^2 = 5IM^2 + IA^2 + 4IB^2$$

$\Rightarrow MA^2 + 4MB^2$ nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) .

$$\Rightarrow IM = d(I; (P)) = \sqrt{3}$$

$\Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 4MB^2$ là:

$$MA^2 + 4MB^2 = 5IM^2 + IA^2 + 4IB^2 = 15 + 32 + 8 = 55.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

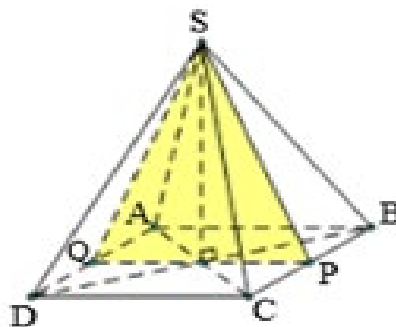
Câu 1: : Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy dài $2,4m$ và độ dài các cạnh bên của hình chóp bằng $3m$. Gọi góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện của mái che giếng trời đó là α , tính $\cos \alpha$? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp án: 0,62.

Mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, $SA = 3$, $AB = 2,4$.



Gọi P, Q là trung điểm của BC, AD , khi đó góc $\widehat{PSQ} = \alpha$ là góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện $(SAD), (SBC)$. Ta có: $SB = 3, PB = 1,2 \Rightarrow SQ = SP = \sqrt{SB^2 - PB^2} = \frac{3\sqrt{21}}{5}$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \frac{SP^2 + SQ^2 - PQ^2}{2.SP.SQ} = \frac{13}{21} \approx 0,62$$

Câu 2 : Một bình đựng 30 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 20 viên bi xanh và 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,23.

Gọi A : “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”

B : “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

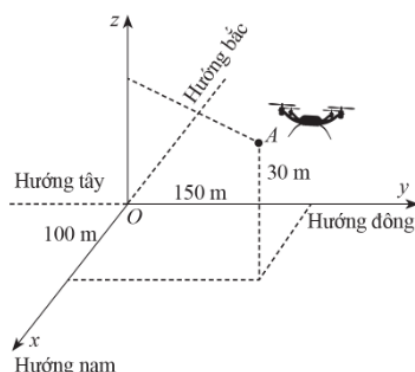
Ta cần tính $P(A \cap B)$

$$\text{Vì 20 viên bi xanh trong tổng số 30 viên bi nên } P(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

Do A xảy ra, tức là 1 viên bi xanh đã được lấy ra và còn có 29 viên bi trong đó có 10 viên bi trắng nên $P(B|A) = \frac{10}{29}$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{29} = \frac{20}{87} \approx 0,23.$$

Câu 3: Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (Hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người đó điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 100 m về phía bắc và 50 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.

Biết flycam bay theo một đường thẳng từ vị trí A đến vị trí B tạo thành một vector $\overrightarrow{AB}$. Tính $|\overrightarrow{AB}|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét)

Lời giải

Đáp án: 283.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m. Ta có:

$$A(100; 150; 30) \text{ và } B(-100; -50; 40)$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{AB} = (-200; -200; 10)$$

$$\text{Vậy: } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-200)^2 + (-200)^2 + 10^2} = 30\sqrt{89} \approx 283(\text{m})$$

Câu 4: Trong 10 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình

$$s(t) = t^3 - 12t^2 + 5t + 1$$

trong đó thời gian t được tính bằng giây, quãng đường s tính bằng mét. Hỏi sau khoảng thời gian bao nhiêu giây thì vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên?

Lời giải

Đáp án: 4.

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là

$$v(t) = s'(t) = 3t^2 - 24t + 5$$

Xét hàm số $v(t) = 3t^2 - 24t + 5$ với $t \in [0; 10]$ ta có

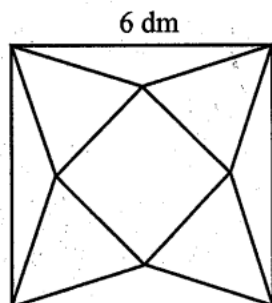
$$v'(t) = 6t - 24 \Rightarrow v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Ta có bảng xét dấu

t	0	4	10
$v'(t)$	-	0	+

Từ bảng xét dấu suy ra vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên sau khoảng thời gian 4 giây.

Câu 5: Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ sau).

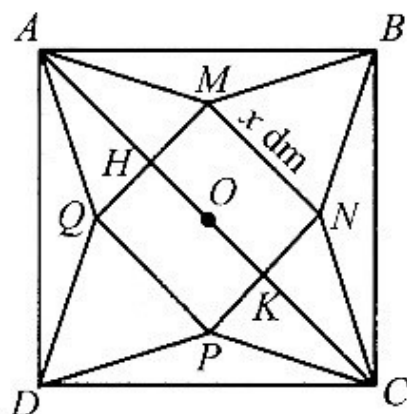


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 7,3.

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x(\text{dm})$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



$$\text{Ta có: } AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V , ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72)$, $f'(x) = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

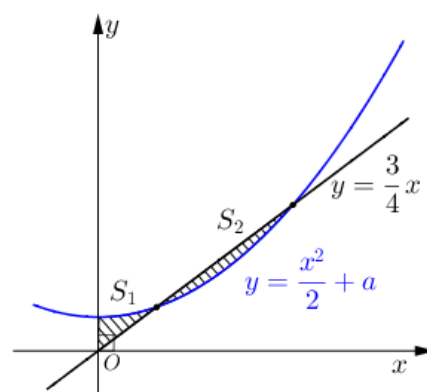
x	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$	
$f'(x)$	0	+	0	-
$f(x)$	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$ 0 $\nearrow$ $\searrow$ -93312			

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng

$V_{\max} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3(\text{dm}^3)$.

Câu 6: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì giá trị biểu thức $128a + 3$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 30.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0$.

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} & (*) \\ x_1 x_2 = 2a & (**) \end{cases}$.

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left| \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a \right| dx + \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a \right| dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left| \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a \right| dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax \right|_0^{x_2} = 0 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2 \right| = 0 \Rightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8} \quad (***)$$

$$\text{Từ } (*) \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} - x_2, \text{ thay vào } (**) \Rightarrow \left(\frac{3}{2} - x_2 \right) x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8}$$

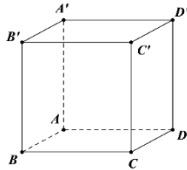
$$\xrightarrow{(***)} a = \frac{27}{128}.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?



A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + C$

B. $3x^2 - 1 + C$

C. $\frac{x^4}{4} + C$

D. $x^4 + x^2 + C$

Câu 4: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 40.

B. 540.

C. 200.

D. 450.

Câu 5: Không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

B. $\vec{a}(2; -1; 3)$.

C. $\vec{a}(-1; 2; 3)$.

D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = e^x$. Tính $f'(2)$.

A. $f'(2) = 2e$.

B. $f'(2) = -e^2$.

C. $f'(2) = e$.

D. $f'(2) = e^2$.

Câu 8: Phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 9: Trong không gian, với mọi vector $\vec{a}, \vec{b}$ ta có

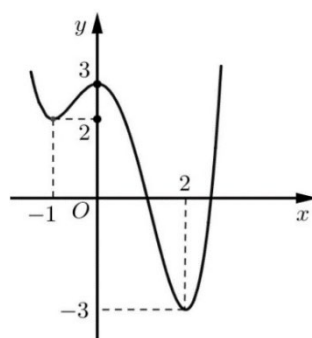
A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}).$

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty).$

B. $(0; 2).$

C. $(-\infty; 2).$

D. $(2; 3).$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; 0; -3)$ và $\vec{v} = (0; 2; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v}$.

A. $\vec{a} = (2; 4; -1).$

B. $\vec{a} = (2; 2; -4).$

C. $\vec{a} = (0; 1; -1).$

D. $\vec{a} = (2; 4; -5).$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x - y + 3z + 8 = 0.$

B. $2x + y + 3z - 3 = 0.$

C. $2x + y + 3z + 3 = 0.$

D. $2x - y + 3z - 8 = 0.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó.

a) [NB] Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là: $T_1 = 37,5$ triệu đồng.

b) [TH] Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng lớn hơn 30 triệu đồng.

c) [TH] Giá trị tiêu hao của chiếc máy photocopy đó sau khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua là 11,8652 triệu đồng.

d) [VD] Sau 7 năm thì giá trị của máy photocopy còn 10% có với giá trị ban đầu.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AA' = 2a$. Đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

- a) **[NB]** $A'G$ là đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.
b) **[TH]** Độ dài đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $a\sqrt{3}$.
c) **[TH]** Diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $\frac{9a^2\sqrt{3}}{2}$.
d) **[VD]** Thể tích của khối chóp $B'.BCD$ bằng $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Trường Câu lạc bộ Thể thao đã tiến hành điều tra tuổi thọ (đơn vị: năm) của máy chạy bộ do hai hãng X, Y sản xuất và thu được hai mẫu số liệu sau đây:

Tuổi thọ	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10

- a) **[NB]** Tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng Y có độ phân tán lớn hơn tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X sản xuất.
b) **[TH]** Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất lớn hơn tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng X sản xuất.
c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X sản xuất là 2,5.
d) **[VD]** Tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất đồng đều hơn tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất.

$T = MA^2 + MB^2 - 3MC^2 + 10MD$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của OM bằng 14.

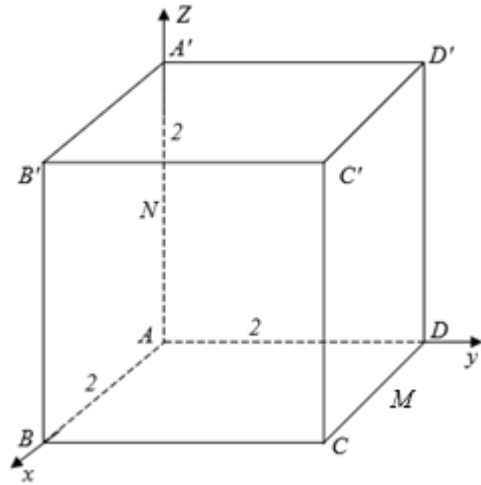
Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC . Biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Sử dụng phương pháp tọa độ để giải ý c), d).

- a) **[NB]** Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$ nên $CI = \frac{2}{3}AC$.
b) **[TH]** $SO = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.
c) **[TH]** Khoảng cách giữa IN và SC bằng $\frac{\sqrt{14}}{4}$.
d) **[VD, VDC]** Giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

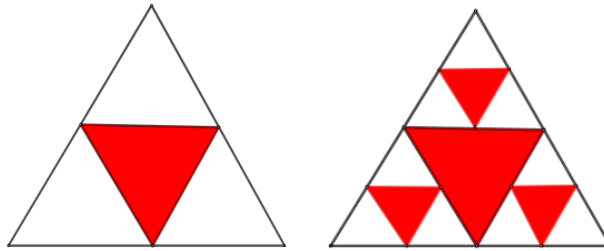
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Khối rubik như hình vẽ có độ dài cạnh bằng 2. Khi gắn rubik vào hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AA' (xem hình vẽ bên dưới). Biết rằng $\cos[B, MN, D'] = m$, tính giá trị $14m$.



Câu 2: Phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 2024]$?

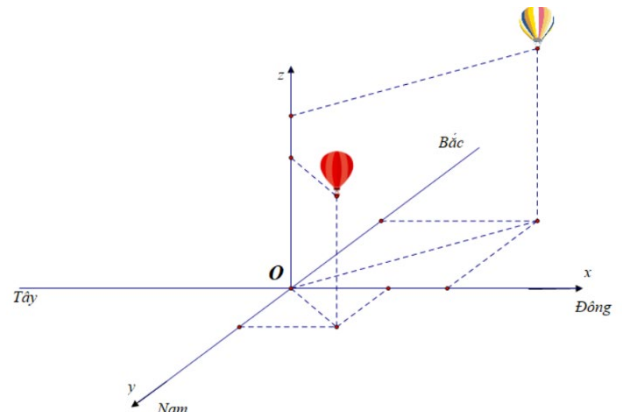
Câu 3: Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 2 đơn vị dài được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn bằng nhau và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ (như hình vẽ).



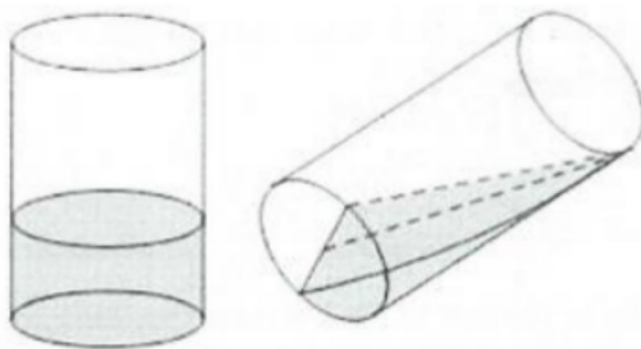
Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con bằng nhau, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại sáu lần, thì tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 4: Cho hệ trục tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Đông, trục Oy hướng về phía Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình minh họa bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet. Hai khinh khí cầu bay lên cùng thời điểm chiếc thứ nhất xuất phát tại điểm O , chiếc thứ hai xuất phát từ điểm $I(1; 0; 0)$.

Sau 20 phút chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 1km về phía Nam và 1 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 0,5km. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát 2km về phía Bắc và 2km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 0,8km. Hỏi nếu giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 10 phút nữa 2 khinh khí cầu cách nhau bao km? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Câu 5: Bạn Nam có một ống thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 10 cm, chiều cao cốc là 15 cm đang đựng nước. Khi bạn Nam nghiêng cốc nước thì thấy mặt nước đi qua đường kính đáy và chạm miệng cốc. Thể tích lượng nước trong cốc là bao nhiêu cm^3 ?



Câu 6: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là a . Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là b . Khi đó biểu thức $P = 4.a + 3b$ là bao nhiêu?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	A	C	C	B	D	C	C	B	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

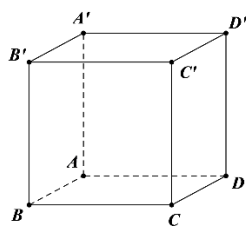
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-10	964	0,31	4,7	250	4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?



A. 60^0 .

B. 90^0 .

C. 30^0 .

D. 45^0 .

Lời giải

Chọn D

Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

$$(CD', (ABCD)) = (CD', CD) = \widehat{D'CD} = 45^0 \quad (CD', CD) = \widehat{D'CD} = 45^0$$

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a.a^2 = a^3$$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + C$

B. $3x^2 - 1 + C$

C. $\frac{x^4}{4} + C$

D. $x^4 + x^2 + C$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int (x^3 - x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C$$

Câu 4: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 40.

B. 540.

C. 200.

D. 450.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : Khoảng biên thiên bằng } u_{k+1} - u_1 = 450 - 250 = 200$$

Câu 5: Không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

B. $\vec{a}(2; -1; 3)$.

C. $\vec{a}(-1; 2; 3)$.

D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}.$$

$$\text{Vậy } \vec{a} = (-1; 2; 3)$$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x < -2. \text{ Vậy tập nghiệm } S = (-\infty; -2)$$

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = e^x$. Tính $f'(2)$.

A. $f'(2) = 2e$.

B. $f'(2) = -e^2$.

C. $f'(2) = e$.

D. $f'(2) = e^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Chọn C

$$\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 9: Trong không gian, với mọi vector $\vec{a}, \vec{b}$ ta có

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}).$

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$

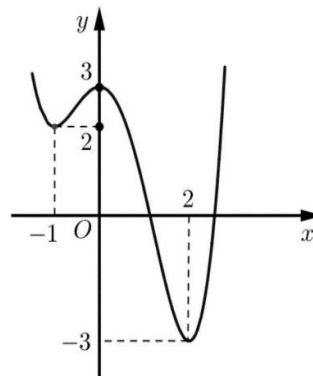
D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$

Lời giải

Chọn C

Công thức tích vô hướng của hai vector

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty).$

B. $(0; 2).$

C. $(-\infty; 2).$

D. $(2; 3).$

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị nhận biết khoảng nghịch biến

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; 0; -3)$ và $\vec{v} = (0; 2; -1)$. Tìm tọa độ

của vector $\vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v}$.

A. $\vec{a} = (2; 4; -1).$

B. $\vec{a} = (2; 2; -4).$

C. $\vec{a} = (0; 1; -1).$

D. $\vec{a} = (2; 4; -5).$

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v} = (2; 0; -3) + 2 \cdot (0; 2; -1) = (2 + 0; 0 + 2 \cdot 2; -3 + 2 \cdot (-1)) = (2; 4; -5)$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là:

- A. $2x - y + 3z + 8 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$. C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm song song với (P) nên có dạng: $2x - y + 3z + d = 0$

Do mặt phẳng qua $M(1;0;2)$ nên ta có $2.1 - 0 + 3.2 + d = 0 \Rightarrow d = -8$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 8 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó.

- a) **[NB]** Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là: $T_1 = 37,5$ triệu đồng.
b) **[TH]** Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng lớn hơn 30 triệu đồng.
c) **[TH]** Giá trị tiêu hao của chiếc máy photocopy đó sau khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua là 11,8652 triệu đồng.
d) **[VD]** Sau 7 năm thì giá trị của máy photocopy còn 10% có với giá trị ban đầu

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là

$$T_1 = 50.75\% = 37,5 \text{ (triệu đồng)}. \text{ Mệnh đề đã cho đúng.}$$

b) Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng là

$$T_2 = T_1.75\% = 28,125 \text{ (triệu đồng)} < 30. \text{ Mệnh đề đã cho sai.}$$

c) Giá trị của máy photocopy sau 3 năm sử dụng là

$$T_3 = T_2.75\% = 21,0938 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 4 năm sử dụng là

$$T_4 = T_3.75\% = 15,8203 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 5 năm sử dụng là

$$T_5 = T_4.75\% = 11,8652 \text{ (triệu đồng)}.$$

Giá trị tiêu hao là $50 - 11,8652 = 38,1348$ (triệu đồng). Mệnh đề đã cho sai.

d) Tổng quát, giá trị của máy photocopy sau n năm sử dụng là

$$T_n = T_0.(0,75)^n \text{ (triệu đồng)}.$$

$$\text{Ta có giá trị của máy còn lại } 10\% \text{ nghĩa là } \frac{50.(0,75)^n}{50} = 10\% \Rightarrow n \approx 8,0039$$

Vậy sau 8 năm thì giá trị của máy còn lại 10% so với ban đầu. mệnh đề đã cho là sai.

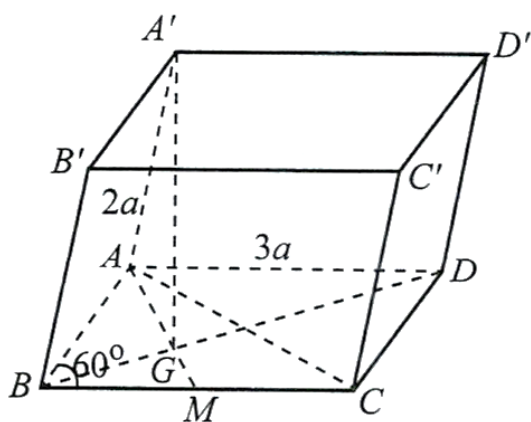
Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AA' = 2a$. Đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

- a) **[NB]** $A'G$ là đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.
b) **[TH]** Độ dài đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $a\sqrt{3}$.
c) **[TH]** Diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $\frac{9a^2\sqrt{3}}{2}$.
d) **[VD]** Thể tích của khối chóp $B'.BCD$ bằng $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý



a) Vì $AB = BC = 3a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ABC là tam giác đều. Suy ra G cách đều ba điểm A, B, C . Mà A' cách đều ba điểm A, B, C nên $A'G \perp (ABC)$. **Vậy a) đúng.**

b) Xét tam giác ABC đều có

$$AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G có $A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$. **Vậy b) sai.**

c) Diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $3a \cdot 3a \cdot \sin 60^\circ = \frac{9a^2\sqrt{3}}{2}$. **Vậy c) đúng.**

d) Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $a \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $B'.BCD$ bằng $\frac{1}{6}$ thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{9a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}. \text{ **Vậy d) sai.**}$$

Câu 3: Trường Câu lạc bộ Thể thao đã tiến hành điều tra tuổi thọ (đơn vị: năm) của máy chạy bộ do hai hãng X, Y sản xuất và thu được hai mẫu số liệu sau đây:

Tuổi thọ	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
----------	-------	-------	-------	--------	---------

Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10

- a) **[NB]** Tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng Y có độ phân tán lớn hơn tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X sản xuất.
- b) **[TH]** Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất lớn hơn tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng X sản xuất.
- c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X sản xuất là 2,5.
- d) **[VD]** Tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất đồng đều hơn tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất.

Lời giải

- a) Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất là $R_X = 12 - 2 = 10$

Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất là $R_Y = 12 - 4 = 8$

Vì $R_X > R_Y$ nên tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X có độ phân tán lớn hơn tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất suy ra mệnh đề **sai**.

- b) Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có bảng thống kê sau:

Giá trị đại diện	3	5	7	9	11	
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17	$n_X = 100$
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10	$n_Y = 100$

Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng X sản xuất là

$$\bar{x}_X = \frac{3 \cdot 7 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 36 + 9 \cdot 20 + 11 \cdot 17}{100} = 7,4$$

Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất là

$$\bar{x}_Y = \frac{3 \cdot 0 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 35 + 9 \cdot 35 + 11 \cdot 10}{100} = 7,7$$

Như vậy, tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất lớn hơn tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng X sản xuất suy ra mệnh đề **đúng**.

- c) Tính các tần số tích lũy của mẫu số liệu về tuổi thọ của máy chạy bộ do hãng X sản xuất, ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[2; 4)	7	7
[4; 6)	20	27
[6; 8)	36	63
[8; 10)	20	83
[10; 12)	17	100
	$n_X = 100$	

- Ta có $\frac{n_X}{4} = 25$ mà $7 < 25 < 27$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25. Xét nhóm 2 là nhóm [4; 6) có $s = 4; h = 2; n_2 = 20$ và nhóm 1 là nhóm [2; 4) có $cf_1 = 7$.

Ta có tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 4 + \left(\frac{25 - 7}{20} \right) \cdot 2 = 5,8$

- Ta có $\frac{3n_x}{4} = 75$ mà $63 < 75 < 83$ nên nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 75. Xét nhóm 4 là nhóm $[8;10)$ có $s = 8; l = 2; n_4 = 20$ và nhóm 3 là nhóm $[6;8)$ có $cf_3 = 63$.

Ta có tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 8 + \left(\frac{75 - 63}{20} \right) \cdot 2 = 9,2$

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,4$ suy ra mệnh đề **sai**.

d) Độ lệch chuẩn của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất là

$$s_x = \sqrt{\frac{7 \cdot (3 - 7,4)^2 + 20 \cdot (5 - 7,4)^2 + 36 \cdot (7 - 7,4)^2 + 20 \cdot (9 - 7,4)^2 + 17(11 - 7,4)^2}{100}} \approx 2,3$$

Độ lệch chuẩn của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất là

$$s_y = \sqrt{\frac{20 \cdot (5 - 7,7)^2 + 35 \cdot (7 - 7,7)^2 + 35(9 - 7,7)^2 + 10(11 - 7,7)^2}{100}} \approx 1,82$$

Vậy tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất đồng đều hơn tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC . Biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

a) [NB] Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$ nên $CI = \frac{2}{3}AC$.

b) [TH] $SO = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

c) [TH] Khoảng cách giữa IN và SC bằng $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

d) [VD,VDC] Giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

a) Sai

Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$, suy ra I là trung điểm của AO .

Khi đó $CI = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

b) Đúng

Áp dụng định lý cosin ta có:

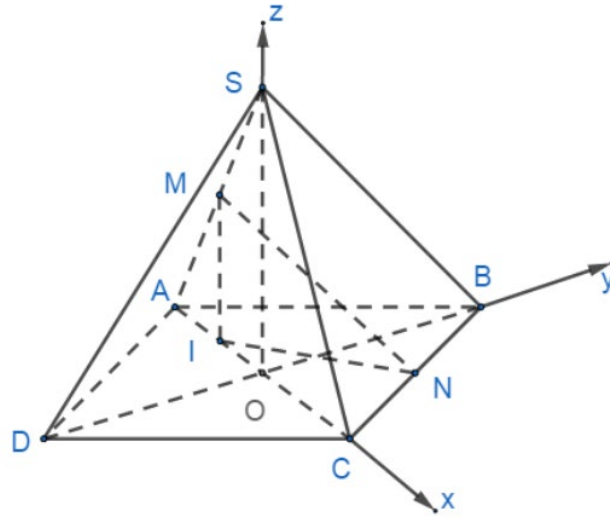
$$NI = \sqrt{CN^2 + CI^2 - 2CN \cdot CI \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{8} - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Do } \triangle MIN \text{ vuông tại } I \text{ nên } MI = \sqrt{MN^2 - NI^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{2} - \frac{5a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$$

$$\text{Mà } MI \parallel SO, MI = \frac{1}{2}SO \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

c) Sai

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Khi đó ta có tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $B\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $D\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$,
 $N\left(\frac{\sqrt{2}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$, $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $S\left(0;0;\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$, $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $I\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;0\right)$.

Suy ra $[\overrightarrow{IN}, \overrightarrow{SC}] = \left(\frac{\sqrt{7}}{4}; -\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{1}{4}\right)$; $\overrightarrow{IC} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}; 0; 0\right)$

Khoảng cách giữa IN và SC bằng $d = \frac{|\overrightarrow{IC} \cdot [\overrightarrow{IN}, \overrightarrow{SC}]|}{\|[\overrightarrow{IN}, \overrightarrow{SC}]\|} = \frac{\sqrt{14}}{8}$.

d) Sai

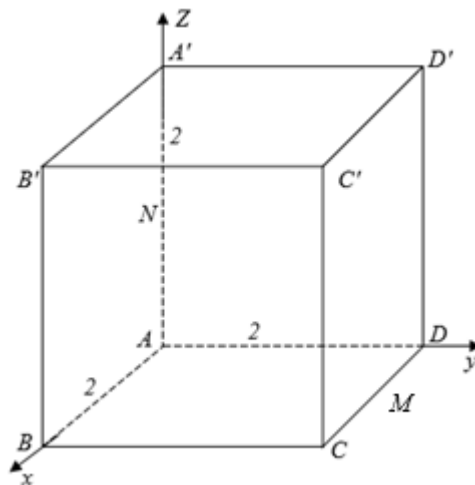
Khi đó $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $\overrightarrow{SB} = \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$, $\overrightarrow{SD} = \left(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$.

Vector pháp tuyến mặt phẳng (SBD) : $\vec{n} = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SD}] = (-\sqrt{7}; 0; 0)$.

Suy ra $\sin(MN, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}|}{\|\overrightarrow{MN}\| \cdot \|\vec{n}\|} = \frac{\left|\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (-\sqrt{7})\right|}{\frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

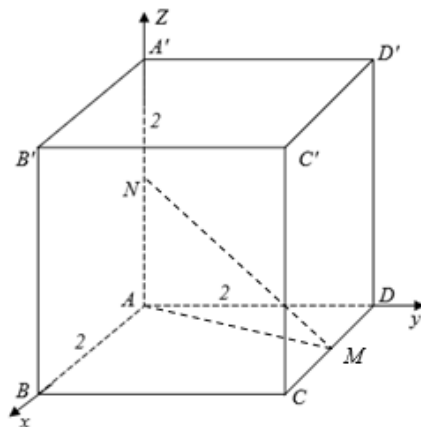
Câu 1: Khối rubik như hình vẽ có độ dài cạnh bằng 2. Khi gắn rubik vào hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AA' (xem hình vẽ bên dưới). Biết rằng $\cos[B, MN, D'] = m$, tính giá trị $14m$.



Lời giải

Đáp án: -10

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của CD, AA' , suy ra $M(1; 2; 0), N(0; 0; 1)$



$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1; -2; 1)$$

$$\Rightarrow MN: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Gọi $H(t; 2t; 1-t); H'(u; 2u; 1-u)$ thứ tự là hình chiếu của $B; D'$ trên MN

$\overrightarrow{BH}(t-2; 2t; 1-t); \overrightarrow{D'H'}(u; 2u-2; -1-u)$ vuông góc với $\overrightarrow{MN} = (-1; -2; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-t-4t+1-t=0 \\ -u-4u+4-1-u=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ u = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BH}\left(-\frac{3}{2}; 1; \frac{1}{2}\right); \overrightarrow{D'H'}\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \cos[B, MN, D'] = \cos(\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{D'H'}) = \frac{-\frac{3}{4} - 1 - \frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{9}{4} + 1 + \frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{9}{4} + 1 + \frac{1}{4}}} = -\frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \cos[B, MN, D'] = -\frac{5}{7} = m \Rightarrow 14m = -10$$

Câu 2: Phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 2024]$?

Lời giải

Đáp án: 964

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Vì $x \in [0; 2024]$ nên

$$+ \text{ Với } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2024 \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{1012}{\pi} - \frac{1}{6}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có 322 nghiệm thỏa mãn

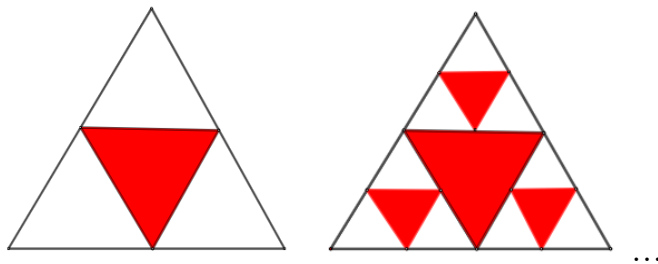
$$+ \text{ Với } x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 \leq x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2024 \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{2024}{\pi} + \frac{1}{6}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có 642 nghiệm thỏa mãn

Vậy có $642 + 322 = 964$ nghiệm thỏa mãn

Câu 3: Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 2 đơn vị dài được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn bằng nhau và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ (như Hình vẽ).



Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con bằng nhau, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại sáu lần, thì tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,31.

Lần phân chia thứ nhất, 1 hình tam giác thành 4 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô

$$\text{màu đỏ là } u_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Lần phân chia thứ hai, 3 hình tam giác thành 12 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_2 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$.

Lần phân chia thứ ba, 9 hình tam giác thành 36 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_3 = 9 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

Lần phân chia thứ tư, 27 hình tam giác thành 108 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_4 = 27 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Tương tự ta thu được diện tích các phần tô màu đỏ theo thứ tự lập thành cấp số nhân có Như vậy diện tích các hình tam giác được tô màu đỏ tăng thêm sau mỗi lần chia tạo thành cấp

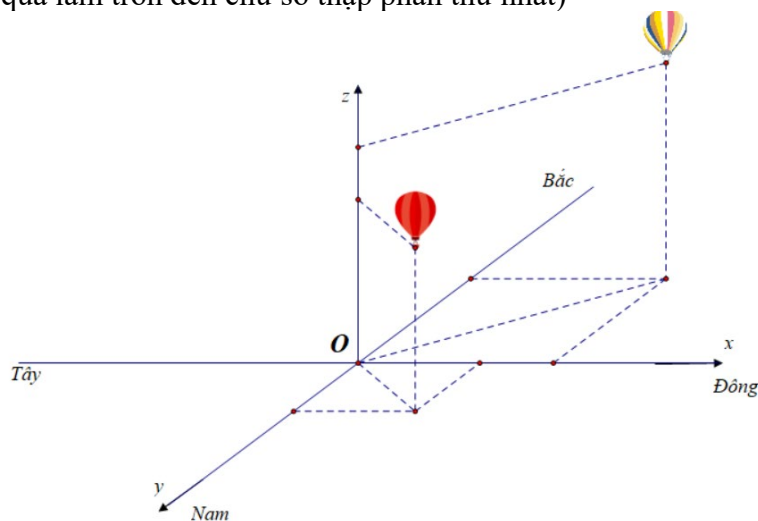
số nhân có công bội là $q = \frac{3}{4}, u_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Do đó, tổng diện tích hình tam giác tô màu đỏ sau 6 lần chia là

$$S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = u_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} \approx 1,42$$

Diện tích phần không bị tô là $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ - S_6 \approx 0,31$

Câu 4: Cho hệ trục tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Đông, trục Oy hướng về phía Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình minh họa bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet. Hai khinh khí cầu bay lên cùng thời điểm chiếc thứ nhất xuất phát tại điểm O , chiếc thứ hai xuất phát từ điểm $I(1;0;0)$. Sau 20 phút chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 1km về phía Nam và 1 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 0,5km. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát 2km về phía Bắc và 2km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 0,8km. Hỏi nếu giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 10 phút nữa 2 khinh khí cầu cách nhau bao km? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải

Đáp án: 4,7.

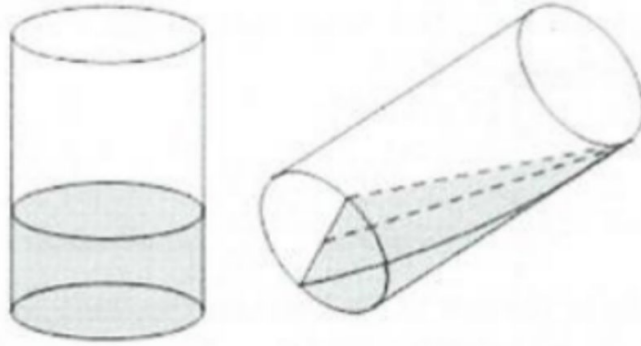
Gọi vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai sau khi bay 20 phút lần lượt là $M(1;1;0,5)$ và $N(2;-2;0,8)$

Gọi $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ là vị trí của khinh khí cầu thứ nhất, thứ hai sau khi bay 10 phút tiếp theo.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OM} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{IB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{IN} \Rightarrow B\left(\frac{5}{2}; -3; 1, 2\right) \text{ Ta có } AB = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(-3 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(1, 2 - \frac{1}{4}\right)^2} \approx 4,7$$

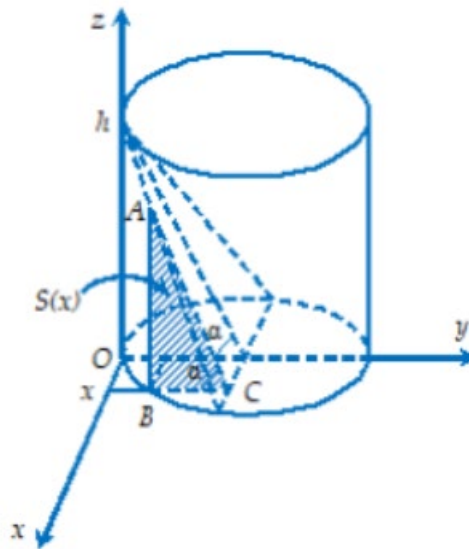
Câu 5: Bạn Nam có một ống thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 10 cm, chiều cao cốc là 15 cm đang đựng nước. Khi bạn Nam nghiêng cốc nước thì thấy mặt nước đi qua đường kính đáy và chạm miệng cốc. Thể tích lượng nước trong cốc là bao nhiêu cm^3 ?



Lời giải

Đáp án: 250.

Chọn trục Ox , Oy như hình vẽ.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Ta có: $R = 5 \text{ cm}$ là bán kính đáy cốc, $h = 15 \text{ cm}$ là chiều cao của cốc.

Thiết diện của khối nước, cắt bởi mặt phẳng bất kì vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-5 \leq x \leq 5$) là tam giác ABC vuông tại B , với độ dài cạnh $BC = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{25 - x^2}$ và góc $\alpha = \widehat{BCA} = \arctan \frac{h}{R}$.

Ta có: $\tan \alpha = \frac{h}{R} = 3$, suy ra $BA = BC \cdot \tan \alpha = 3\sqrt{25 - x^2}$

Vậy diện tích thiết diện là $S(x) = \frac{1}{2} BC \cdot BA = \frac{3}{2} (25 - x^2)$

Thể tích lượng nước trong cốc là: $V = \int_{-5}^5 S(x) dx = \frac{3}{2} \cdot \int_{-5}^5 (25 - x^2) dx = 250 \text{ cm}^3$

Câu 6: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là a . Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là b . Khi đó biểu thức $P = 4.a + 3b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Theo giả thiết suy ra: $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(AB) = 0,3$

Gọi D là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow D = B | A$

$$\text{Khi đó: } P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$$

Gọi E là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”
 $\Rightarrow E = B | \bar{A}$

$$\text{Khi đó: } P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } P = 4 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 4.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$.

A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $y = 1$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\frac{52}{3}$. B. -3 . C. $-\frac{52}{3}$. D. 3 .

Câu 5: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A ?

A. 1296. B. 300. C. 1080. D. 360.

Câu 6: Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 11,5$; $Q_2 = 14,5$; $Q_3 = 21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q = 3,0$. B. $\Delta Q = 6,8$. C. $\Delta Q = 9,8$. D. $\Delta Q = 32,8$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4} = 9$ là

A. $x = 1; x = 2$. B. $x = -1; x = 3$. C. $x = 1; x = -2$. D. $x = -1; x = 2$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $6a^3$. D. a^3 .

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -4; -2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 8.

B. -8.

C. 12.

D. -12.

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7;9).

B. [9;11).

C. [11;13).

D. [13;15).

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

A. 5.

B. 3.

C. $\sqrt{17}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7)$, $B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$.

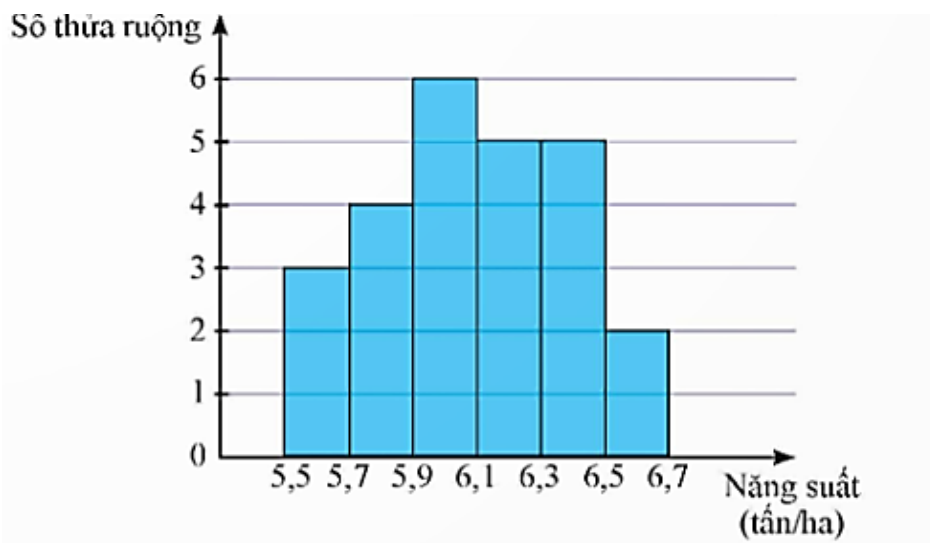
B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



a) **[NB]** Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.

b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).

c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 6,33.

d) **[VD,VDC]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và

$AD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

a) **[NB]** Đường cao của hình chóp $S.ABC$ là SA .

b) [TH] Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, với AH là đường cao của tam giác SAB .

c) [TH] Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

d) [VD] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 2 - n, \forall n \geq 2 \end{cases}$

a) [NB] $u_2 = 4$

b) [TH] $u_n - n = 2u_{n-1} - (n-1)$.

c) [TH] Đặt $v_n = u_n - n$ thì dãy số (v_n) là cấp số nhân

d) [VD,VDC] $S_{100} = 2524 + 2^{99}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(1; 2; 0), A'(1; 0; 1), B(1; 5; 1), D'(0; -2; 0)$.

a) [NB] Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AA'}$ là $\overrightarrow{AA'} = (0; -2; 1)$

b) [TH] Tọa độ các điểm $B'; C$ là $B'(2; 1; -1); C(0; 3; 0)$.

c) [TH] $AB = \sqrt{10}; C'A = \sqrt{3}$.

d) [VD,VDC] Đặt $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$. P đạt giá trị nhỏ nhất khi $M(1; -2; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hai mái nhà trong hình bên là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 3,8m$; $OA = 2,2m$; $OB = 3m$.

Gọi α là góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mái nhà và $\cos \alpha = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$. Tính $3m + n^2$?



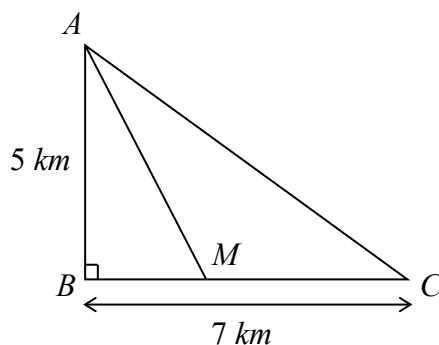
Câu 2: Trong phép thử T , cho A và B là hai biến cố độc lập nhau. Biết $P(A) + P(B) = 1,1$ và $P(AB) = 0,3$. Tính xác suất của biến cố $\overline{A.B}$

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



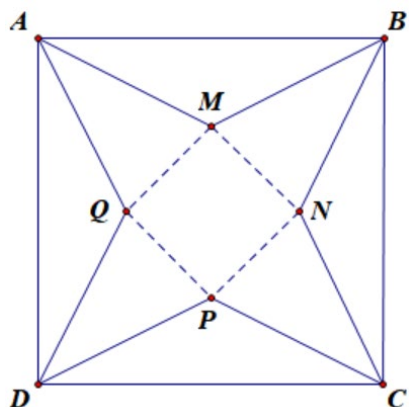
Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Khoảng cách từ máy bay đến radar bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 4: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến địa điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h , rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h .

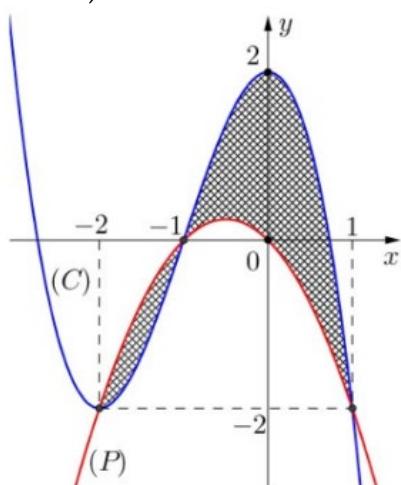


Vị trí của M cách B một khoảng bằng bao nhiêu ki-lô-mét thì người canh hải đăng đến kho nhanh nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5: Từ một tấm bìa hình vuông có cạnh bằng 4 dm , người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB , BNC , CPD và DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất (đơn vị là dm^3 , làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6: Biết hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Tính diện tích phần kẻ hình ca-rô của hình vẽ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	C	D	C	C	A	A	A	B	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	481	0,2	361	4,47	2,26	3,08

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết về đường thẳng trong không gian $Oxyz$, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t, \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Do đó } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \end{cases}$$

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$.

A. $I = 0$.
B. $I = 1$.
C. $I = 2$.
D. $I = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_{-1}^0 = (0^2 + 0) - ((-1)^2 - 1) = 0.$$

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x = 2$.
B. $x = 1$.
C. $y = 2$.
D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+4}{x-1} = 2$ nên đồ thị hàm số có đường TCN $y = 2$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\frac{52}{3}$.
B. -3 .
C. $-\frac{52}{3}$.
D. 3 .

Lời giải

Chọn D

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Ta có: } u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow 54 = 2 \cdot q^3 \Leftrightarrow q^3 = 27 \Leftrightarrow q = 3.$$

Câu 5: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A ?

A. 1296.

B. 300.

C. 1080.

D. 360.

Lời giải

Chọn C

Gọi số có 4 chữ số thỏa yêu cầu bài toán có dạng là: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$.

Số cách chọn a_1 là 5.

Số cách chọn a_2 là 6.

Số cách chọn a_3 là 6.

Số cách chọn a_4 là 6.

Vậy theo quy tắc nhân có $5.6.6.6 = 1080$ số.

Câu 6: Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 11,5$; $Q_2 = 14,5$; $Q_3 = 21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q = 3,0$.

B. $\Delta Q = 6,8$.

C. $\Delta Q = 9,8$.

D. $\Delta Q = 32,8$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 21,3 - 11,5 = 9,8$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4} = 9$ là

A. $x = 1; x = 2$.

B. $x = -1; x = 3$.

C. $x = 1; x = -2$.

D. $x = -1; x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 3^{x^2-3x+4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+4} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1; x = 2$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$.

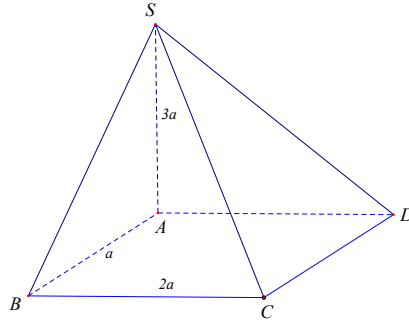
B. $3a^3$.

C. $6a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy $B = a.2a = 2a^2$ và chiều cao bằng $h = 3a$

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.3a = 2a^3$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -4; -2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 8.

B. -8.

C. 12.

D. -12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1.2 + (-2).(-4) + 1.(-2) = 8$.

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).

B. [9; 11).

C. [11; 13).

D. [13; 15).

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

A. 5.

B. 3..

C. $\sqrt{17}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

Nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7).$$

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}.$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45.$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}.$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45.$

Lời giải

Chọn D

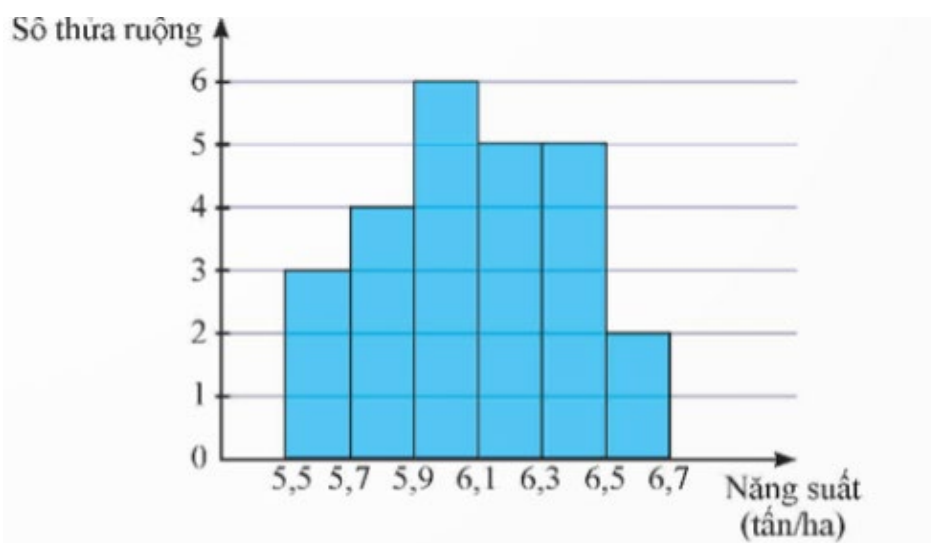
Gọi I là trung điểm AB ta có $I(-1; 3; 3)$ là tâm mặt cầu.

$$\text{Bán kính } R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-3)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{45}.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



a) [NB] Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.

b) [TH] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).

c) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 6,33.

d) [VD,VDC] Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Đúng. Số thửa ruộng được khảo sát là: $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25.$

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

b) Đúng. Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là: $R = 6,7 - 5,5 = 1,2$ (tấn/ha).

c) Sai. Ta có:

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi $x_1; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2; x_3 \in [5,5; 5,7),$$

$$x_4; \dots; x_7 \in [5,7; 5,9),$$

$$x_8; \dots; x_{13} \in [5,9; 6,1),$$

$$x_{14}; \dots; x_{18} \in [6,1; 6,3),$$

$$x_{19}; \dots; x_{23} \in [6,3; 6,5),$$

$$x_{24}; x_{25} \in [6,5; 6,7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [5,7; 5,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4}(5,9 - 5,7) = 5,8625$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [6,3; 6,5)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3.25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5}(6,5 - 6,3) = 6,33$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$

d) Đúng. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3.5,6 + 4.5,8 + 6.6,2 + 5.6,4 + 2.6,6}{25} = 6,088.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} \left[3 \cdot (5,6)^2 + 4 \cdot (5,8)^2 + 6 \cdot (6,0)^2 + 5 \cdot (6,2)^2 + 5 \cdot (6,4)^2 + 2 \cdot (6,6)^2 \right] - (6,088)^2 = 0,086656$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và

$AD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

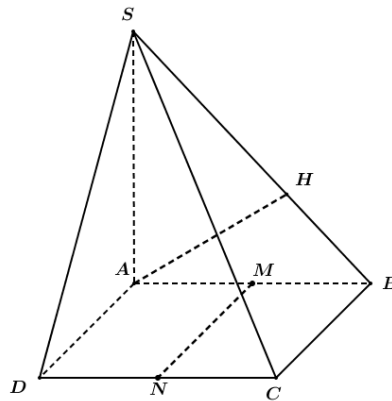
a) [NB] Đường cao của hình chóp $S.ABC$ là SA .

b) [TH] Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, với AH là đường cao của tam giác SAB .

c) [TH] Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

d) [VD] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) Đúng. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABC)$. Do đó SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Vậy đáp án **a) đúng**.

b) Đúng. Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB, (H \in SB)$ (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB), AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$

Do đó $d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy đáp án **b) đúng**.

c) Sai. Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$

Xét trong tam giác vuông SAB có AH là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} \Leftrightarrow SA = a$$

$$\text{Do đó: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy đáp án **c) sai**.

d) Sai. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ MN \not\subset (SBC) \\ BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel (SBC)$$

$$\text{Do đó } d(MN; SB) = d(MN; (SBC)) = d(M; (SBC)) = \frac{1}{2} d(A; (SBC)) = \frac{1}{2} AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy đáp án **d) sai**.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 2 - n, \forall n \geq 2 \end{cases}$

a) [NB] $u_2 = 4$

b) [TH] $u_n - n = 2u_{n-1} - (n-1)$.

c) [TH] Đặt $v_n = u_n - n$ thì dãy số (v_n) là cấp số nhân

d) [VD,VDC] $S_{100} = 2524 + 2^{99}$

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý

a) Đúng. Ta có: $u_2 = 2u_1 + 2 - 2 = 2 \cdot 2 = 4$ nên mệnh đề **a) Đúng**

b) Sai. Ta có: $u_n - n = 2(u_{n-1} - (n-1))$. Nên mệnh đề **b) Sai**

c) Đúng. Đặt $v_n = u_n - n$ thì $v_{n-1} = u_{n-1} - (n-1)$. Mà $u_n - n = 2(u_{n-1} - (n-1))$ nên $v_n = 2v_{n-1}$ dãy số (v_n) là cấp số nhân. Nên mệnh đề **c) Đúng**

d) Đúng. Từ $v_n = 2v_{n-1}$ dãy số (v_n) là cấp số nhân có $v_1 = 1$, công bội $q = 2$ nên số hạng tổng quát $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 2^{n-1}$ mà $v_n = u_n - n$ nên $2^{n-1} = u_n - n \Leftrightarrow u_n = 2^{n-1} + n$.

$$S_{100} = (2^0 + 2^1 + \dots + 2^{99}) + (1 + 2 + \dots + 100) = \frac{1(1-2^{99})}{1-2} + \frac{(1+100)50}{2} = 2524 + 2^{99}$$

Nên mệnh đề **d) Đúng**.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(1; 2; 0), A'(1; 0; 1), B(1; 5; 1), D'(0; -2; 0)$.

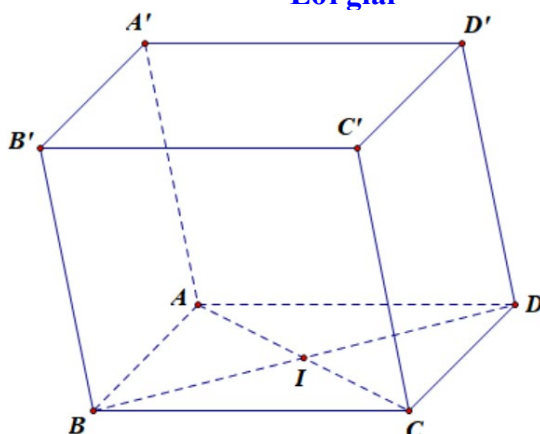
a) [NB] Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AA'}$ là $\overrightarrow{AA'} = (0; -2; 1)$

b) [TH] Tọa độ các điểm $B'; C$ là $B'(2; 1; -1); C(0; 3; 0)$.

c) [TH] $AB = \sqrt{10}; C'A = \sqrt{3}$.

d) [VD,VDC] Đặt $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$. P đạt giá trị nhỏ nhất khi $M(1; -2; 0)$.

Lời giải



a) **Đúng.** Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AA'}$ là $\overrightarrow{AA'} = (0; -2; 1)$.

Vậy a) đúng.

b) **Sai.** Tọa độ các điểm $B'; C$

$$\overrightarrow{AA'} = (0; -2; 1) = \overrightarrow{BB'}; B(1; 5; 1) \Rightarrow B'(1; 3; 2).$$

$$\overrightarrow{A'D'} = (-1; -2; -1) = \overrightarrow{BC}; B(1; 5; 1) \Rightarrow C(0; 3; 0).$$

Vậy b) sai.

c) **Đúng.** Ta có $\overrightarrow{AB}(0; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{0^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

$$\overrightarrow{AA'} = (0; -2; 1) = \overrightarrow{CC'}; C(0; 3; 0) \Rightarrow C'(0; 1; 1) \Rightarrow AC' = \sqrt{(0-1)^2 + (1-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3}.$$

Vậy c) đúng.

d) **Sai.** Ta có:

$$\begin{aligned} P &= MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 = 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \end{aligned}$$

Do đó : P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất hay $M \equiv I$

$$\overrightarrow{A'D'} = (-1; -2; -1) = \overrightarrow{AD}; A(1; 2; 0) \Rightarrow D(0; 0; -1)$$

$$I \text{ là trung điểm } BD \Rightarrow I\left(\frac{1+0}{2}; \frac{5+0}{2}; \frac{1-1}{2}\right) \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 0\right)$$

$$\text{hay } M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 0\right).$$

Vậy d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

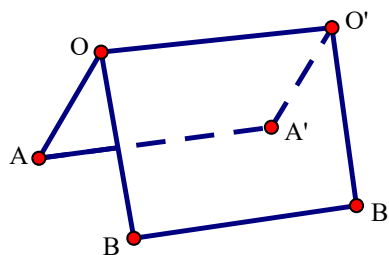
Câu 1: Hai mái nhà trong hình bên là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 3,8m$; $OA = 2,2m$; $OB = 3m$.

Gọi α là góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mái nhà và $\cos \alpha = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$. Tính $3m + n^2$?



Lời giải

Đáp án: 481.



Giả sử hai mái ngói là hai hình chữ nhật $OAA'O'$ và $OBB'O'$. Khi đó

$$\begin{cases} (OAA'O') \cap (OBB'O') = OO' \\ OA \perp OO', OA \subset (OAA'O') \quad \text{nên } \widehat{AOB} \text{ là góc phẳng nhị diện } [A, OO', B]. \text{ Vậy } \widehat{AOB} = \alpha \\ OB \perp OO', OB \subset (OBB'O') \end{cases}$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác OAB ta được:

$$\cos \widehat{AOB} = \cos \alpha = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = \frac{2,2^2 + 3^2 - 3,8^2}{2.2,2.3} = -\frac{1}{22} = \frac{m}{n} \Rightarrow m = -1; n = 22.$$

$$\text{Vậy } 3m + n^2 = -3 + 484 = 481.$$

Câu 2: Trong phép thử T , cho A và B là hai biến cố độc lập nhau. Biết $P(A) + P(B) = 1,1$ và $P(AB) = 0,3$. Tính xác suất của biến cố $\overline{A.B}$

Lời giải

Đáp án: 0,2.

Ta có $P(AB) = 0,3 \Rightarrow P(A).P(B) = 0,3$. Suy ra ta có hệ

$$\begin{cases} P(A) + P(B) = 1,1 \\ P(A).P(B) = 0,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(A) = 0,5 \\ P(B) = 0,6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} P(A) = 0,6 \\ P(B) = 0,5 \end{cases}.$$

Lại có A và B là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

$$\text{Do đó } P(\overline{A.B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}) = (0,5).(0,4) = (0,4).(0,5) = 0,2.$$

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Khoảng cách từ máy bay đến ra đa bằng bao nhiêu ki-lô-mét ?(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 361.

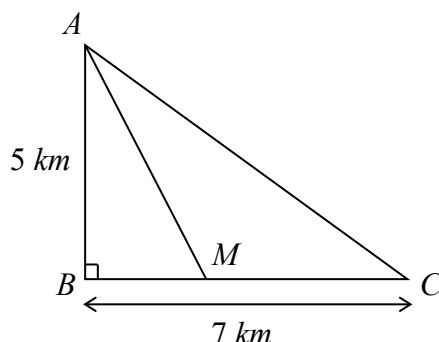
Đổi $80\text{ m} = 0,08\text{ km}$

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$; điểm $A(-300; -200; 10)$.

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 361(\text{km}).$$

Câu 4: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến địa điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h , rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h .



Vị trí của M cách B một khoảng bằng bao nhiêu ki-lô-mét thì người canh hải đăng đến kho nhanh nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 4,47.

Gọi $BM = x(\text{km})$ ($0 \leq x \leq 7$)

Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25}$ (km)

Thời gian người đó đi từ A đến M rồi đến C là: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$

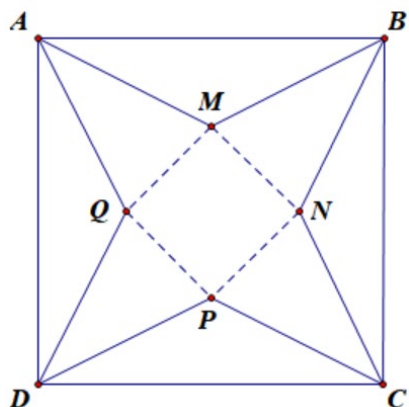
Ta có: $f'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6}$

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x = 4\sqrt{x^2 + 25} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5} \in [0; 7]$

$f(0) = \frac{29}{12}$, $f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$, $f(2\sqrt{5}) = \frac{5\sqrt{5}}{12} + \frac{7}{6}$.

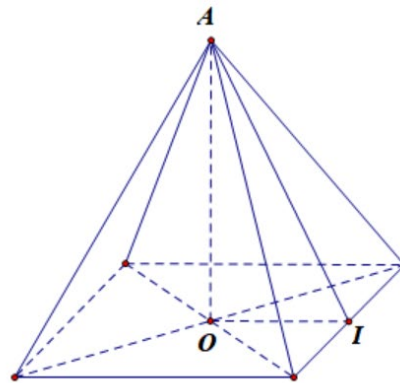
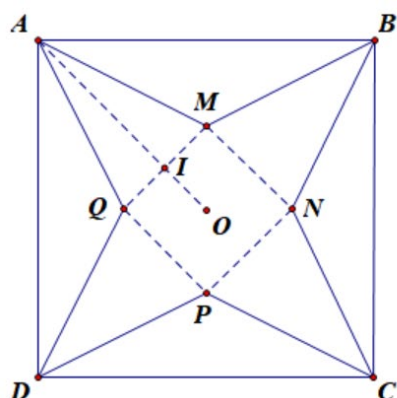
Để đến kho nhanh nhất thì $x = 2\sqrt{5} \approx 4,47$.

Câu 5: Từ một tấm bìa hình vuông có cạnh bằng 4 dm , người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB , BNC , CPD và DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất (đơn vị là dm^3 , làm tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Đáp án: 2,26.



Gọi cạnh đáy của mô hình là $x(dm)$, $x > 0$. Ta có $AI = AO - IO = 2\sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Gọi chiều cao của hình chóp $h = \sqrt{AI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{8 - 2\sqrt{2}x}$.

Thể tích của khối chóp bằng $V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{8 - 2\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{8x^4 - 2\sqrt{2}x^5}$.

Điều kiện: $8 - 2\sqrt{2}x > 0 \Rightarrow x < 2\sqrt{2}$.

Xét hàm số $y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{8x^4 - 2\sqrt{2}x^5}$ với $0 < x < 2\sqrt{2}$.

Ta có $y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{32x^3 - 10\sqrt{2}x^4}{2\sqrt{8x^4 - 2\sqrt{2}x^5}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16x^3 - 5\sqrt{2}x^4}{\sqrt{8x^4 - 2\sqrt{2}x^5}}$.

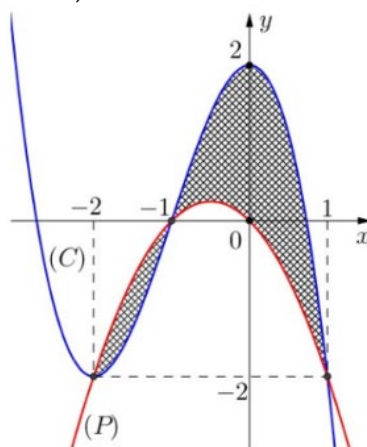
Có $y' = 0 \Rightarrow 16x^3 - 5\sqrt{2}x^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{8\sqrt{2}}{5} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{8\sqrt{2}}{5}$	$2\sqrt{2}$	
y'		+	0	-
y	0	$\nearrow \approx 14$		$\searrow 0$

Vậy để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{8\sqrt{2}}{5} \approx 2,26dm$.

Câu 6: Biết hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Tính diện tích phần kẻ hình ca-rô của hình vẽ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 3,08.

Dựa vào đồ thị hàm số đề bài cho ta có:

Parabol (P) đi qua gốc tọa độ O nên hàm số bậc hai có dạng: $f(x) = mx^2 + nx$

Xét hàm số bậc ba $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) , vì đồ thị (C) đi qua điểm $(0; 2)$ nên $d = 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P)

$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow a(x+2)(x^2-1) = 0$$

$$\text{Mặt khác } g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow ax^3 + (b-m)x^2 + (c-n)x + 2 = 0$$

$$\text{Nên } -2a = 2 \Leftrightarrow a = -1$$

$$\text{Do đó } g(x) - f(x) = -(x+2)(x^2-1).$$

$$S = \int_{-2}^1 |g(x) - f(x)| dx = \int_{-2}^1 |-(x+2)(x^2-1)| dx \approx 3,08$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{x+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ xấp xỉ bằng

- A. 11° . B. 79° . C. $70,9^\circ$. D. $19,1^\circ$.

Câu 2: Cho khối chóp tam giác $A.OBC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 3, OB = 2, OC = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$ bằng

- A. $\int f(x)dx = 6x + 2$. B. $\int f(x)dx = -6x + 2$.
C. $\int f(x)dx = -x^3 + x^2 - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 - x + C$.

Câu 4: Thống kê thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn trong lớp 11A11 được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (Phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 80)$
Số học sinh	3	10	20	2

- A. 80. B. 40. C. 55. D. 10.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 4; 2)$, hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng Oxz có tọa độ bằng

- A. $(-3; 0; 2)$. B. $(-3; 4; 0)$. C. $(0; 4; 2)$. D. $(0; 4; 0)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $0,2^{2-x} > 0,2^{4+2x}$ là

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $[-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 2x - 2025$ bằng

- A. $y' = x^3 + 2x + 2$. B. $y' = x^3 + x^2 + 2x - 2025$.
C. $y' = -x^3 + 2x + 2$. D. $y' = -x^3 + x^2 + 2x - 2025$.

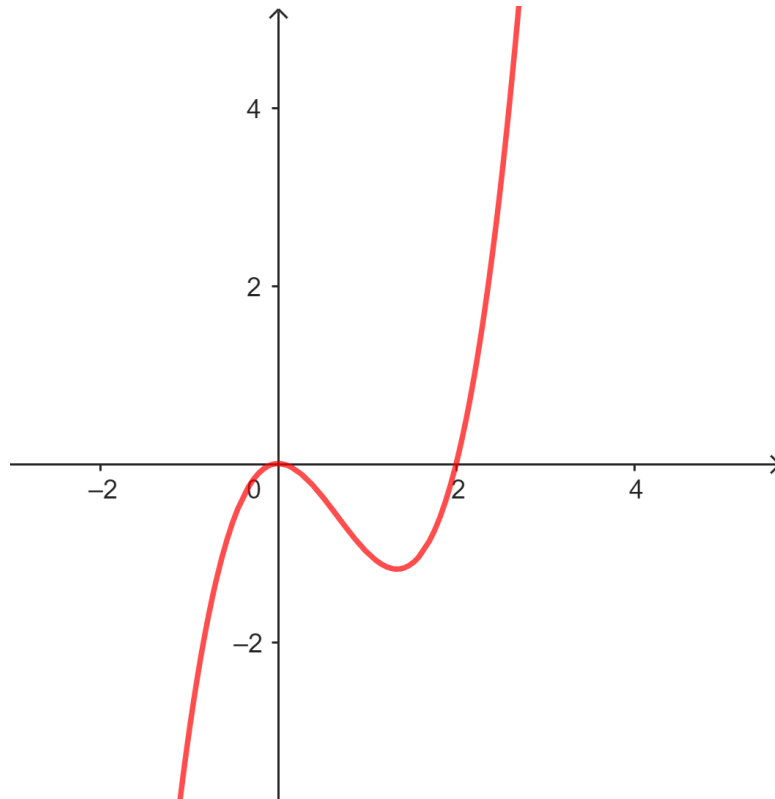
Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các vectơ sau, vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{A'D'}$. D. $\overrightarrow{A'C}$.

Câu 10: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng



A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc đoạn thẳng SA, SB sao cho $SM = \frac{1}{2}AM$; $SN = \frac{1}{2}BN$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C biết tọa độ $A(0; -1; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ là

A. $x - 2y + 4z - 2 = 0$. B. $x - 2y + 4z + 2 = 0$.
C. $-2x + y + 4z - 2 = 0$. D. $-2x + y + 4z + 2 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Một kỹ sư phần mềm vào làm việc cho công ty Máy tính, lương khởi điểm là 300 triệu mỗi năm, sau mỗi năm kỹ sư sẽ được tăng thêm 5% lương. Khi đó:

a) Năm thứ hai lương của kỹ sư là 315 triệu.

b) Lương mỗi năm của kỹ sư lập thành một cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 300$ và công bội $q = 5$.

c) Lương của kỹ sư đó năm thứ 5 lớn hơn 364 triệu.

d) Tổng số lương kỹ sư nhận được trong 10 năm không quá 3,5 tỉ.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AC$, $SC = 2a$, $AB = 2AD = 2DC$.

a) SA vuông góc với BC .

b) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

c) Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° .

d) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$.

Câu 3: Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài bằng nhau. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
$[20;25)$	2
$[25;30)$	16
$[30;35)$	20
$[35;40)$	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
$[20;25)$	5
$[25;30)$	9
$[30;35)$	25
$[35;40)$	1
	$n = 40$

Bảng 2

a) Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.

b) Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5.

d) Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

b) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .

c) Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(a; b; c)$ với $a + b - c = -1$.

d) Phương trình đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d là $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Nghiên cứu tư thế ngồi sử dụng máy tính laptop để đảm bảo sức khỏe và hiệu quả công việc các chuyên gia khuyến cáo tư thế ngồi như hình vẽ 1. Khi đó máy tính laptop để trên giá đỡ có độ mở màn hình như hình vẽ 2. Kích thước các cạnh đo được

$AB = 30\text{ cm}; AC = 35\text{ cm}; BC = 55\text{ cm}$. Tính số đo theo đơn vị độ góc nhị diện giữa hai mặt phẳng chứa màn hình và mặt phẳng chứa bàn phím (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



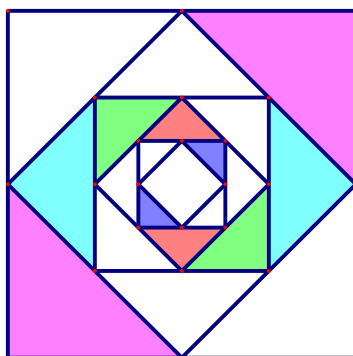
Hình vẽ 1



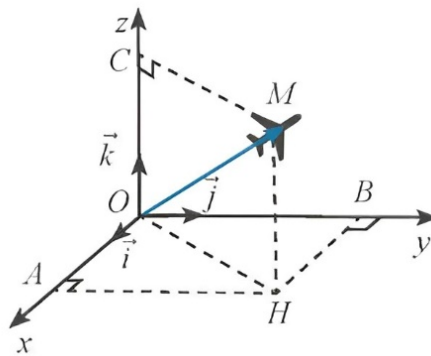
Hình vẽ 2

Câu 2: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan x + \sin 2x + 2 = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là $\frac{a\pi}{b}$, trong đó $a; b \in \mathbb{N}; (a, b) = 1$. Tính $a + 5b$.

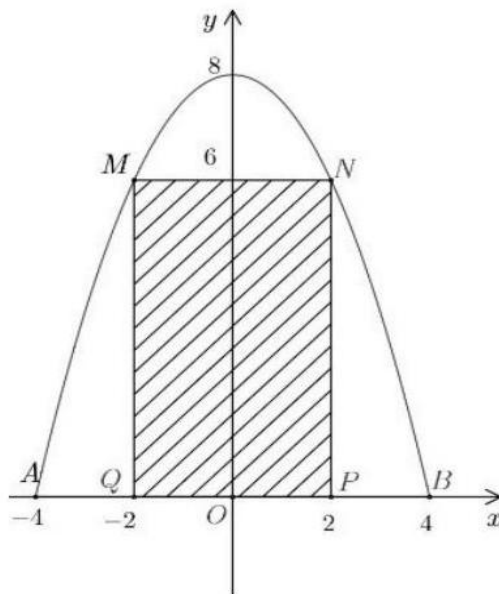
Câu 3: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông có độ dài cạnh bằng 4m, bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện. Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Biết tiền nước sơn để sơn 1 m^2 là 40 nghìn đồng. Tính số tiền nước sơn (đơn vị nghìn đồng) để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên?



Câu 4: Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng Oxy . Cho biết $OM = 40$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 60^\circ$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 60^\circ$. Điểm M có tọa độ $(a; b; c)$. Tính giá trị $P = abc$. (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Câu 5: Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 8 m . Người ta treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phong người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200.000 đồng / m^2 , biết $MN = 4 \text{ m}$, $MQ = 6 \text{ m}$. Tính số tiền để mua hoa trang trí. Kết quả làm tròn đến hàng triệu và lấy một chữ số sau dấu phẩy.



Câu 6: Một địa phương có tỉ lệ người dân nghiện thuốc lá là 30% . Biết rằng tỉ lệ người bị viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là 60% , còn tỉ lệ đó trong số người không nghiện thuốc lá là 40% . Chọn ngẫu nhiên một người bị viêm họng từ địa phương trên. Tính xác suất để người đó nghiện thuốc lá, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	A	A	A	C	A	C	A	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	115	15	310	6825	3,7	0,39

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{x+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$

xấp xỉ bằng

A. 11^0 .

B. 79^0 .

C. $70,9^0$.

D. $19,1^0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{u}_{\Delta_1} \cdot \vec{u}_{\Delta_2}|}{|\vec{u}_{\Delta_1}| \cdot |\vec{u}_{\Delta_2}|} = \left| \frac{-2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-3) \cdot (-2)}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} \right| = \left| \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} \right| = \frac{\sqrt{21}}{14}$$

$$\Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) \approx 70,9^0.$$

Câu 2: Cho khối chóp tam giác $A.OBC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 3, OB = 2, OC = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 4.

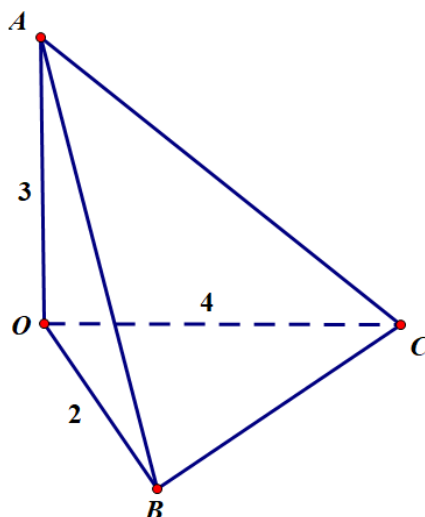
B. 6.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{A.OBC} = \frac{1}{3}OA \cdot \frac{1}{2}OB \cdot OC = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$ bằng

A. $\int f(x)dx = 6x + 2.$

B. $\int f(x)dx = -6x + 2.$

C. $\int f(x)dx = -x^3 + x^2 - x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 - x + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)dx = -x^3 + x^2 - x + C$

Câu 4: Thống kê thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn trong lớp 11A11 được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (Phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 80)$
Số học sinh	3	10	20	2

A. 80.

B. 40.

C. 55.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng Oxz có tọa độ bằng $(-3; 0; 2)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 4; 2)$, hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng Oxz có tọa độ bằng

A. $(-3; 0; 2).$

B. $(-3; 4; 0).$

C. $(0; 4; 2).$

D. $(0; 4; 0).$

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng Oxz có tọa độ bằng $(-3; 0; 2)$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $0, 2^{2-x} > 0, 2^{4+2x}$ là

A. $(-2; +\infty).$

B. $(-\infty; -2].$

C. $[-2; +\infty).$

D. $(-\infty; -2).$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0, 2^{2-x} > 0, 2^{4+2x} \Leftrightarrow 2 - x < 8 + 2x \Leftrightarrow -6 < 3x \Leftrightarrow x > -2$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 2x - 2025$ bằng

A. $y' = x^3 + 2x + 2$.

B. $y' = x^3 + x^2 + 2x - 2025$.

C. $y' = -x^3 + 2x + 2$.

D. $y' = -x^3 + x^2 + 2x - 2025$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -x^3 + 2x + 2$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các vector sau, vector nào bằng vector $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{AC'}$.

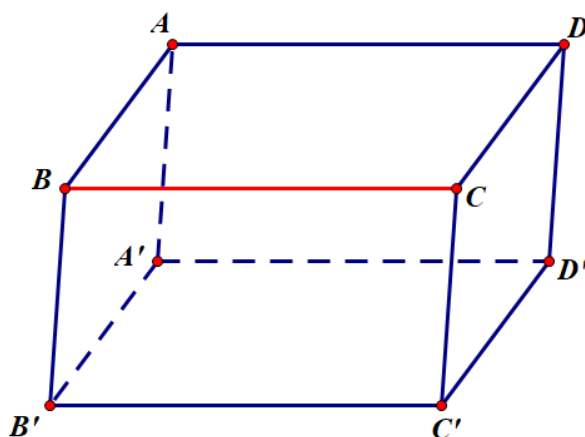
C. $\overrightarrow{A'D'}$.

D. $\overrightarrow{A'C}$.

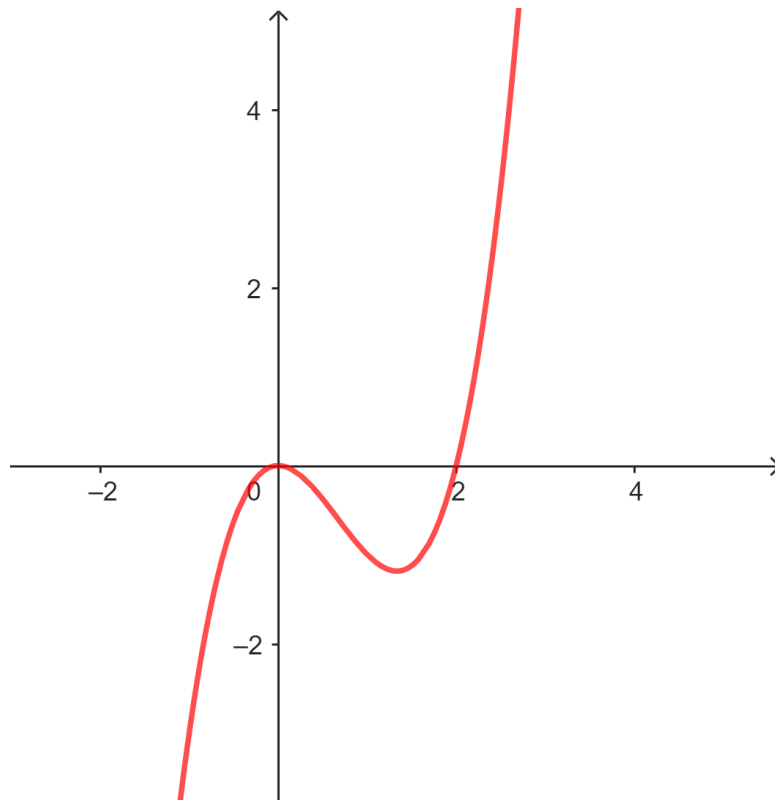
Lời giải

Chọn C

Ta có:



Câu 10: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng



A. $(-2; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc đoạn thẳng SA, SB sao cho $SM = \frac{1}{2}AM$; $SN = \frac{1}{2}BN$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

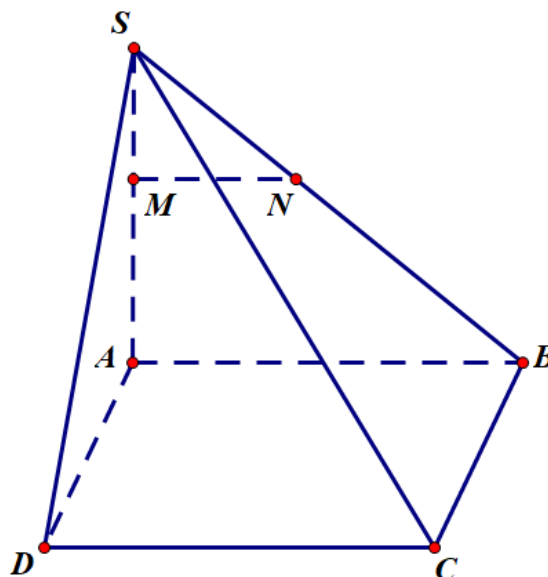
C. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:



$$\text{Ta có: } \begin{cases} SM = \frac{1}{2} AM \\ SN = \frac{1}{2} BN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \frac{1}{3} SA \\ SN = \frac{1}{3} SB \end{cases} \Rightarrow MN = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} CD.$$

$$\text{Nên } \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{CD}.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C biết tọa độ $A(0; -1; 0)$, $B(2; 0; 0), C\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ là

A. $x - 2y + 4z - 2 = 0$.

B. $x - 2y + 4z + 2 = 0$.

C. $-2x + y + 4z - 2 = 0$.

D. $-2x + y + 4z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{\frac{1}{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - y + 2z = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 4z - 2 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Một kỹ sư phần mềm vào làm việc cho công ty Máy tính, lương khởi điểm là 300 triệu mỗi năm, sau mỗi năm kỹ sư sẽ được tăng thêm 5% lương. Khi đó:

a) [NB] Năm thứ hai lương của kỹ sư là 315 triệu.

b) [TH] Lương mỗi năm của kỹ sư lập thành một cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 300$ và công bội $q = 5$.

c) [TH] Lương của kỹ sư đó năm thứ 5 lớn hơn 364 triệu.

d) [VD,VDC] Tổng số lương kỹ sư nhận được trong 10 năm không quá 3,5 tỉ.

Lời giải

a) Đúng. Năm thứ nhất lương của kỹ sư là 300 triệu.

Năm thứ hai lương của kỹ sư là $300 + 300 \cdot 5\% = 315$ triệu.

b) Sai. Lương mỗi năm của kỹ sư lập thành một cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = 300$ và công bội là $q = 1,05$.

c) Đúng. Từ câu b) ta tính được lương năm thứ 5 của kỹ sư là $u_5 = 300 \cdot 1,05^4 \approx 364,65$ triệu.

d) Sai. Từ câu b) ta tính được tổng lương của kỹ sư trong 10 năm

$$S_{10} = \frac{300 \cdot (1 - 1,05^{10})}{1 - 1,05} \approx 3773,37 \text{ triệu.}$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AC$, $SC = 2a$, $AB = 2AD = 2DC$.

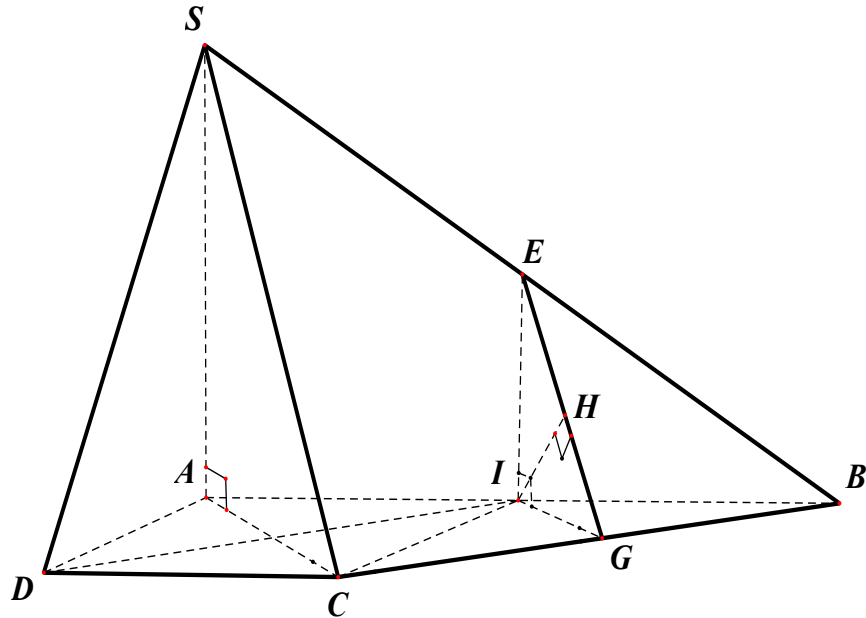
a) [NB] SA vuông góc với BC .

b) [TH] Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

c) [TH] Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° .

d) [VD] Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$.

Lời giải



a) Đúng. Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow BC \Rightarrow SA \perp BC$.

b) Đúng. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$
 $\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$
 $\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Theo giả thiết ΔSAC vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

c) Sai. Ta có $SC = (SAC) \cap (SBC)$.

Gọi I là trung điểm AB theo giả thiết ta có tam giác ΔACB vuông cân tại C .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

Do $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC) \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = 90^\circ$.

d) Đúng. Gọi G, E lần lượt là trung điểm của BC, SB .

Ta có $\begin{cases} IE \perp (ABCD) \\ IG \perp BC \end{cases}$ và EG là đường trung bình của tam giác ΔSBC .

Ta có $DI \parallel BC \subset (SBC) \Rightarrow DI \parallel (SBC) \Rightarrow d_{(D, (SBC))} = d_{(I, (SBC))}$.

Ta lại có $\begin{cases} BC \perp IG \\ BC \perp IE \end{cases} \Rightarrow BC \perp (IGE)$. Kẻ $IH \perp EG \Rightarrow IH \perp (SBC) \Rightarrow d_{(I, (SBC))} = IH$.

Theo cách gọi các điểm G, E và giả thiết ta có $IE = IG = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \Delta IEG$ vuông cân tại

$I \Rightarrow IH = \frac{1}{2}EG = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}SC = \frac{a}{2} \Rightarrow d_{(D, (SBC))} = \frac{a}{2}$.

Câu 3: Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài bằng nhau. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
[20;25)	2
[25;30)	16
[30;35)	20
[35;40)	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
[20;25)	5
[25;30)	9
[30;35)	25
[35;40)	1
	$n = 40$

Bảng 2

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.
b) **[TH]** Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.
c) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5.
d) **[VD,VDC]** Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng

Lời giải

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu là $40 - 20 = 20$.

b) **Sai.** Chiều cao trung bình của cây do bạn An trồng là

$$\bar{x}_A = \frac{22,5 \cdot 2 + 27,5 \cdot 16 + 32,5 \cdot 20 + 37,5 \cdot 2}{40} = 30,25 (cm).$$

Chiều cao trung bình của cây do bạn Bình trồng là:

$$\bar{x}_B = \frac{22,5 \cdot 5 + 27,5 \cdot 9 + 32,5 \cdot 25 + 37,5 \cdot 1}{40} = 30,25 (cm).$$

Suy ra chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng là bằng nhau.

c) **Đúng.** Xét mẫu số liệu ở Bảng 1.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó là $Q_1 = 25 + \left(\frac{10-2}{16} \right) \cdot 5 = 27,5 cm$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó là: $Q_3 = 30 + \left(\frac{30-18}{20} \right) \cdot 5 = 33 cm$.

Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là $33 - 27,5 = 5,5$.

d) **Sai.** Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 1 là

$$s_A^2 = \frac{22,5^2 \cdot 2 + 27,5^2 \cdot 16 + 32,5^2 \cdot 20 + 37,5^2 \cdot 2}{40} - 30,25^2 = 11,1875.$$

Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 14 là

$$s_B^2 = \frac{22,5^2 \cdot 5 + 27,5^2 \cdot 9 + 32,5^2 \cdot 25 + 37,5^2 \cdot 1}{40} - 30,25^2 = 13,6875.$$

Suy ra $s_A^2 < s_B^2$. Vậy chiều cao của các cây mà bạn An trồng đồng đều hơn các cây mà bạn Bình trồng.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$.

a) **[NB]** Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

b) **[TH]** Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .

c) **[TH]** Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(a; b; c)$ với $a + b - c = -1$

d) [VD,VDC] Phương trình đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d là $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-1}$

Lời giải

a) Đúng. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

b) Sai. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) khi đó ta có:

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

c) Đúng. Tọa độ giao điểm giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \\ 1 - t - 1 - 2t + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = 4 \\ t = 1 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $M(0; 3; 4)$.

d) Đúng. Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d nên có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}, \vec{n}] = (1; 1; -1)$.

Mặt khác đường thẳng Δ cắt đường thẳng d nên Δ đi qua giao điểm $M(0; 3; 4)$.

Vậy phương trình của đường thẳng Δ : $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Nghiên cứu tư thế ngồi sử dụng máy tính laptop để đảm bảo sức khỏe và hiệu quả công việc các chuyên gia khuyến cáo tư thế ngồi như hình vẽ 1. Khi đó máy tính laptop để trên giá đỡ có độ mở màn hình như hình vẽ 2. Kích thước các cạnh đo được $AB = 30\text{cm}$; $AC = 35\text{cm}$; $BC = 55\text{cm}$. Tính số đo theo đơn vị độ góc nhị diện giữa hai mặt phẳng chứa màn hình và mặt phẳng chứa bàn phím (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

Lời giải

Đáp án: 115.

Gọi d là đường thẳng chứa bản lề của máy tính.
Suy ra $d \perp AB$, $d \perp AC$.

Mặt khác $AB \cap AC = A \in d..$

Vậy góc $\widehat{BAC}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện cần tính.

Ta có:

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{30^2 + 35^2 - 55^2}{2 \cdot 30 \cdot 35} = -\frac{3}{7}.$$

Suy ra: $\widehat{BAC} \approx 115^\circ$.

Câu 2: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan x + \sin 2x + 2 = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là $\frac{a\pi}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}; (a, b) = 1$. Tính $a + 5b$

Lời giải

Đáp án: 15.

Điều kiện $\cos x \neq 0$

Ta có : $\tan x + \sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow (1 + \tan x) + (1 + \sin 2x) = 0$

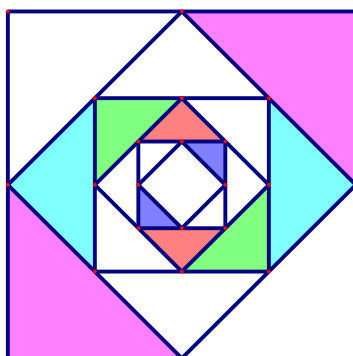
$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \left(\frac{1}{\cos x} + \sin x + \cos x \right) = 0$$

$$\text{Do } \frac{1}{\cos x} + \sin x + \cos x = \frac{1 + \sin x \cos x + \cos^2 x}{\cos x} = \frac{3 + \sin 2x + \cos 2x}{2 \cos x} = \frac{3 + \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4})}{2 \cos x} \neq 0$$

Nên phương trình tương đương $\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

$$x \in (0; 2\pi) \Rightarrow x \in \left\{ \frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow a + 5b = 15$$

Câu 3: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông có độ dài cạnh bằng 4m, bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện. Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Biết tiền nước sơn để sơn 1m^2 là 40 nghìn đồng. Tính số tiền nước sơn (đơn vị nghìn đồng) để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên?



Lời giải

Đáp án: 310.

Gọi H_i và T_i là diện tích hình vuông lớn thứ i và diện tích phần tô màu lần i .

Ta có

Diện tích hình vuông lớn bên ngoài là: $H_1 = 4 \cdot 4 = 16\text{m}^2$.

Diện tích tô màu lần 1 là $T_1 = \frac{1}{4} \cdot H_1 = 4$

Diện tích hình vuông thứ hai là: $H_2 = \frac{1}{2} H_1$

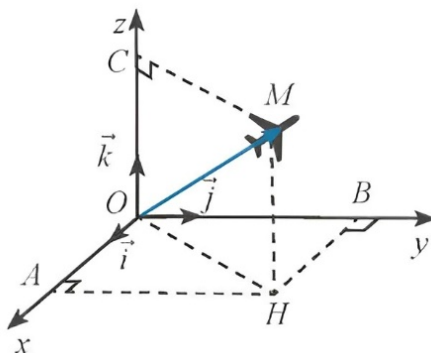
Diện tích tô màu lần 2 là $T_2 = \frac{1}{4} H_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} H_1 = \frac{1}{2} T_1$

Xét dãy cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$, công bội $q = \frac{1}{2}$, ta có

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 4 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\frac{1}{2}} = \frac{31}{4} \text{ m}^2.$$

Vậy số tiền nước sơn phải trả là $\frac{31}{4} \cdot 40 = 310$ đồng.

Câu 4: Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng Oxy . Cho biết $OM = 40$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 60^\circ$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 60^\circ$. Điểm M có tọa độ $(a; b; c)$. Tính giá trị $P = abc$. (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 6825.

Xét $\triangle MHO$ vuông tại H , ta có

$$OH = OM \cdot \cos 60^\circ = 40 \cdot \cos 60^\circ = 20$$

$$OC = MH = OM \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \sin 60^\circ = 20\sqrt{3}$$

Xét $\triangle OAH$ vuông tại A , ta có $OA = OH \cdot \cos 50^\circ = 20 \cdot \cos 50^\circ \approx 12,86$

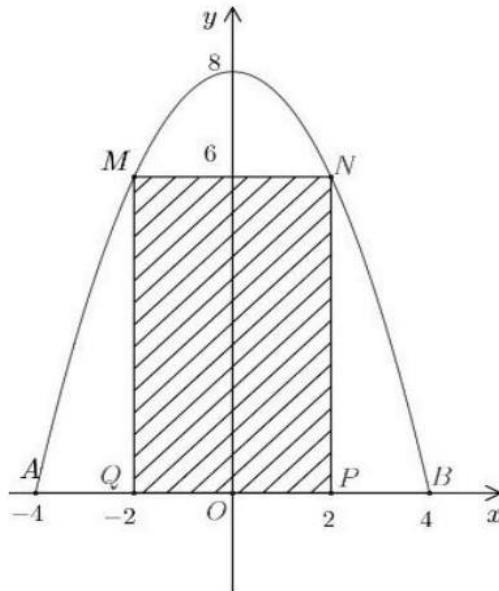
Xét $\triangle OBH$ vuông tại B , ta có $OB = OH \cdot \cos 40^\circ = 20 \cdot \cos 40^\circ \approx 15,32$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 12,86\vec{i} + 15,32\vec{j} + 20\sqrt{3}\vec{k}.$$

Suy ra $M(12,86; 15,32; 20\sqrt{3})$.

$$P = 12,86 \cdot 15,32 \cdot 20\sqrt{3} \approx 6825.$$

Câu 5: Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 8 m. Người ta treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phong người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200.000 đồng /m², biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Tính số tiền để mua hoa trang trí. Kết quả làm tròn đến hàng triệu và lấy một chữ số sau dấu phẩy.



Lời giải

Đáp án: 3,7.

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Phương trình parabol có dạng $(P): y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A(-4;0) \in (P) \\ B(4;0) \in (P) \\ N(2;6) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

$$\text{Diện tích để trang trí hoa là: } S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 4 \cdot 6 = \frac{56}{3}.$$

Vậy số tiền để mua hoa trang trí: $\frac{56}{3} \cdot 200000 \approx 3733300 \approx 3,7$ triệu.

Câu 6: Một địa phương có tỉ lệ người dân nghiện thuốc lá là 30%. Biết rằng tỉ lệ người bị viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là 60%, còn tỉ lệ đó trong số người không nghiện thuốc lá là 40%. Chọn ngẫu nhiên một người bị viêm họng từ địa phương trên. Tính xác suất để người đó nghiện thuốc lá, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm

Lời giải

Đáp án: 0,39.

Đặt Biến cố A : "người dân nghiện thuốc lá" $P(A) = 0,3$

Biến cố B : "người dân bị viêm họng"

Khi đó: $P(B|A) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,4$

Trước tiên ta tính xác suất người này viêm họng

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) + P(A) \cdot P(B|A) = 0,46.$$

Xác suất để người nghiện thuốc lá nếu bị viêm họng là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,6}{0,46} = \frac{9}{23} = 0,39.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 4 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Vector nào dưới đây là một

vector chỉ phương của (d) ?

- A. $\vec{u} = (-2; -3; 5)$. B. $\vec{u} = (-2; 0; 5)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 4)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Câu 2. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ tính giá trị của $\int_1^2 [2f(x)] dx$.

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 5.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+2}$ là đường thẳng

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 4. Một cặp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

- A. 720. B. 81. C. 64. D. 56.

Câu 5. Số cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 bình hoa khác nhau (mỗi bông hoa cắm vào một bình) là

- A. 36. B. 6. C. 12. D. 720.

Câu 6. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_3 = 13$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(3-x) = 1$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Câu 9. Trên hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, tích $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -1. B. 13. C. 11. D. -13.

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[9; 11)$. B. $[7; 9)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

B. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

D. $\sqrt{14}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Kết quả bài kiểm tra môn Toán của học sinh các lớp 12A và 12B được cho bởi bảng sau:

Điểm số	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh lớp 12A	1	4	16	16	3
Số học sinh lớp 12B	3	6	4	26	1

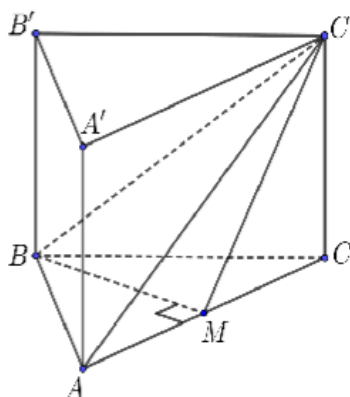
a) **[NB]** Điểm trung bình bài kiểm tra môn Toán của hai lớp bằng nhau.

b) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 3.

c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12B nhỏ hơn 2.

d) **[VD]** Điểm kiểm tra môn Toán của lớp 12B đồng đều hơn so với lớp 12A.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $BB' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC .



a) **[NB]** $BC \perp AB$.

b) **[TH]** $AB \perp (BCC'B')$.

c) **[TH]** Khoảng cách giữa BB' và AC bằng độ dài đoạn BM .

d) **[VD]** Thể tích tứ diện $BMCC'$ là $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau:

a) **[NB]** $u_3 = 12$.

b) **[TH]** (u_n) là cấp số cộng.

c) **[TH]** $u_n = 3n + 1$.

d) **[VD]** Số 2024 là số hạng thứ 675 của dãy số.

Câu 16. Một đài kiểm soát không lưu tại sân bay có nhiệm vụ kiểm soát, điều hành hoạt động bay của máy bay trong vòng bán kính $70km$. Để theo dõi hành trình của máy bay, ta có thể thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với vị trí trung tâm của kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1km$. Một máy bay trực thăng đang ở vị trí

$A(-65; -25; 30)$ bay theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, vận tốc không đổi 200km/h , quỹ đạo bay theo đường thẳng.

a) **[NB]** Vùng kiểm không lưu của đài kiểm soát trên là vùng ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

b) **[TH]** Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

c) **[TH]** Máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với quỹ đạo bay là đường thẳng d có phương

$$\text{trình: } \begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$$

d) **[VD]** Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là 35 phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

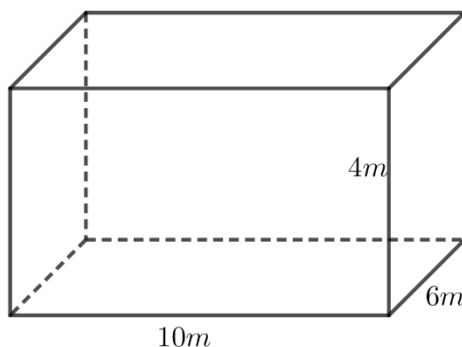
Câu 17. Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao $21,3\text{m}$ và cạnh đáy 34m . Tính số đo của góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (đơn vị góc là độ, làm tròn số đo góc đến hàng phần chục).



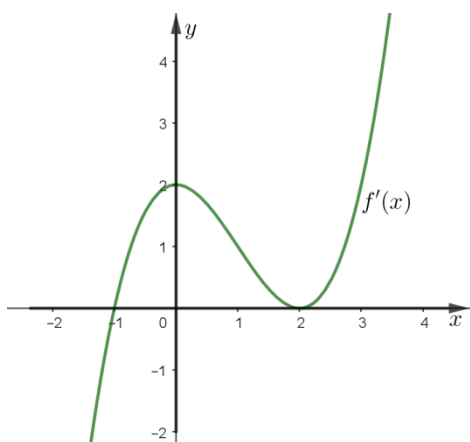
Hình 10

Câu 18. Lớp 12A có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Trong số đó có 16 bạn nam và 6 bạn nữ thích chơi thể thao. Chọn một bạn bất kì của lớp 12A. Tính xác suất để bạn đó thích chơi thể thao biết rằng bạn học sinh đó là nữ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19. Phòng khách của một ngôi nhà được thiết kế có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10m , chiều rộng 6m và cao 4m . Người ta trang trí một chiếc đèn chùm I ngay tại chính giữa trần nhà. Để đảm bảo độ sáng cho căn phòng, chủ nhà còn thiết kế thêm một bóng đèn tròn J treo chính giữa bức tường 6m và cách trần nhà 1m . Hỏi hai chiếc bóng đèn I, J cách nhau bao nhiêu m ? (Làm tròn đến hàng phần trăm).



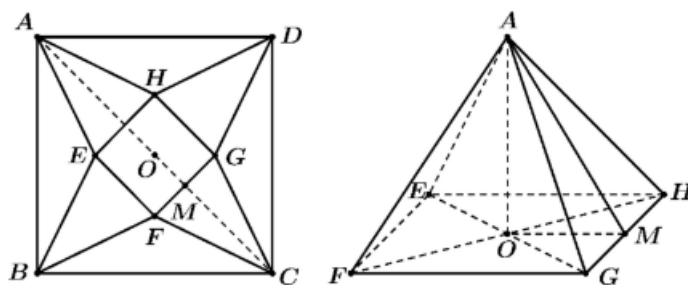
Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - 2x$.



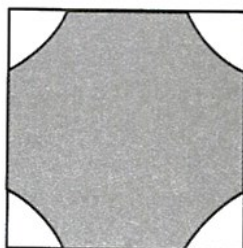
Câu 21. Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ, mỗi tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm . Giáo viên yêu cầu mỗi tổ cắt tấm bìa theo tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA . Sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh $ABCD$ trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều.

Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương.

Tính $P = a + b + c$.



Câu 22. Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4 dm . Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu đen (Hình vẽ tham khảo).



Đường viền của phần màu đen bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng 2 dm^2 . Hãy cho biết phần màu đen có diện tích bằng bao nhiêu decimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	A	B	D	B	B	A	A	A	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	51,4	0,4	5,1	2	45	13,5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 4 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Vector nào dưới đây là một

vector chỉ phương của (d) ?

- A.** $\vec{u} = (-2; -3; 5)$. **B.** $\vec{u} = (-2; 0; 5)$. **C.** $\vec{u} = (1; -3; 4)$. **D.** $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u} = (-2; 0; 5).$$

Câu 2. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ tính giá trị của $\int_1^2 [2f(x)] dx$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^2 [2f(x)] dx = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2.3 = 6.$$

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+2}$ là đường thẳng

- A.** $x = 2$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{-x+2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 4. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

- A. 720. B. 81. C. 64. D. 56.

Lời giải**Chọn B**

Ta có cấp số nhân (u_n) có: $\begin{cases} u_k = 16 \\ u_{k+1} = 36 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_{k+1}}{u_k} = \frac{9}{4} \rightarrow u_{k+2} = u_{k+1}q = 81$

Câu 5. Số cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 bình hoa khác nhau (mỗi bông hoa cắm vào một bình) là

- A. 36. B. 6. C. 12. D. 720.

Lời giải**Chọn D**

Mỗi cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 bình hoa khác nhau là một hoán vị của 6 phần tử nên số cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 bình hoa khác nhau (mỗi bông hoa cắm vào một bình) là $6! = 720$.

Câu 6. Tìm hiệu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_3 = 13$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Lời giải**Chọn B**

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12;16)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó: $p = 4$, $a_4 = 12$, $m_4 = 4$, $m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13$, $a_5 - a_4 = 4$.

Ta có: $Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(3-x) = 1$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\log_2(3-x) = 1 \Leftrightarrow 3-x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Lời giải**Chọn A**

Áp dụng công thức tính thể tích lăng trụ ta có $V = h.S = 2a \cdot 3a^2 = 6a^3$.

Câu 9. Trên hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, tích $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -1. B. 13. C. 11. D. -13.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 3 = -6 - 1 + 6 = -1$

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [9; 11). B. [7; 9). C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

Chọn A

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

- A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|}$ với $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$.

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1.5 + 5.4 + (-2)(-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

$$\text{Vì } O, A, B, C \text{ thuộc } (S) \text{ nên ta có: } \begin{cases} d = 0 \\ 1 + 2a + d = 0 \\ 4 - 4c + d = 0 \\ 9 + 6b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 1 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy bán kính mặt cầu } (S) \text{ là: } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Kết quả bài kiểm tra môn Toán của học sinh các lớp 12A và 12B được cho bởi bảng sau:

Điểm số	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10]
Số học sinh lớp 12A	1	4	16	16	3

Số học sinh lớp 12B	3	6	4	26	1
---------------------	---	---	---	----	---

- a) **[NB]** Điểm trung bình bài kiểm tra môn Toán của hai lớp bằng nhau.
b) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 3.
c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12B nhỏ hơn 2.
d) **[VD]** Điểm kiểm tra môn Toán của lớp 12B đồng đều hơn so với lớp 12A.

Lời giải

Điểm số	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh lớp 12A	1	4	16	16	3
Số học sinh lớp 12B	3	6	4	26	1

a) **Đúng.**

Điểm trung bình bài kiểm tra của lớp 12A là $\bar{x} = \frac{1+4.3+16.5+16.7+3.9}{40} = 5,8$

Điểm trung bình bài kiểm tra của lớp 12B là $\bar{y} = \frac{3+6.3+4.5+26.7+1.9}{40} = 5,8$

b) **Đúng.** Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A là

$$s_1^2 = \frac{1(1-5,8)^2 + 4(3-5,8)^2 + 16(5-5,8)^2 + 16(7-5,8)^2 + 3(9-5,8)^2}{40} = 2,96$$

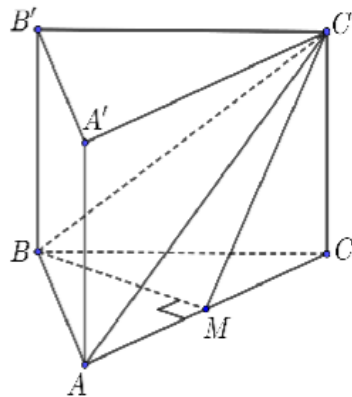
c) **Sai.** Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B là

$$s_2^2 = \frac{3(1-5,8)^2 + 6(3-5,8)^2 + 4(5-5,8)^2 + 26(7-5,8)^2 + (9-5,8)^2}{40} = 4,16$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12B là $\sqrt{s_2^2} = \sqrt{4,16} > 2$

d) **Sai.** Ta có $s_1^2 < s_2^2$ nên điểm kiểm tra môn Toán của lớp 12A đồng đều hơn so với lớp 12B.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $BB' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC .



a) **[NB]** $BC \perp AB$.

b) **[TH]** $AB \perp (BCC'B')$.

c) **[TH]** Khoảng cách giữa BB' và AC bằng độ dài đoạn BM .

d) **[VD]** Thể tích tứ diện $BMCC'$ là $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

a) Đúng vì $AB^2 + BC^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp BC$.

b) Đúng vì $AB \perp BC$, $AB \perp BB'$ nên $AB \perp (BCC'B')$.

c) Đúng vì $BM \perp BB'$ tại điểm B , $BM \perp AC$ tại điểm M nên $d(BB', AC) = BM$.

d) Sai vì $V_{BMCC'} = \frac{1}{4}V_{BACC'A'} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \right) = \frac{1}{6}a^3$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau:

- a) **[NB]** $u_3 = 12$.
b) **[TH]** (u_n) là cấp số cộng.
c) **[TH]** $u_n = 3n + 1$.
d) **[VD]** Số 2024 là số hạng thứ 675 của dãy số.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) Ta có $u_2 = u_1 + 3 = 5; u_3 = u_2 + 3 = 8$. Vậy a) sai.

b) $u_{n+1} - u_n = 3$ với $\forall n \geq 1$, suy ra (u_n) là cấp số cộng. Vậy b) đúng.

c) (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3 \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)3 = 3n - 1$.

Vậy c) sai.

d) $u_n = 3n - 1 \Rightarrow 3n - 1 = 2024 \Leftrightarrow n = 675$. Vậy d) đúng.

Câu 16. Một đài kiểm soát không lưu tại sân bay có nhiệm vụ kiểm soát, điều hành hoạt động bay của máy bay trong vòng bán kính $70km$. Để theo dõi hành trình của máy bay, ta có thể thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với vị trí trung tâm của kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1km$. Một máy bay trực thăng đang ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ bay theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, vận tốc không đổi $200km/h$, quỹ đạo bay theo đường thẳng.

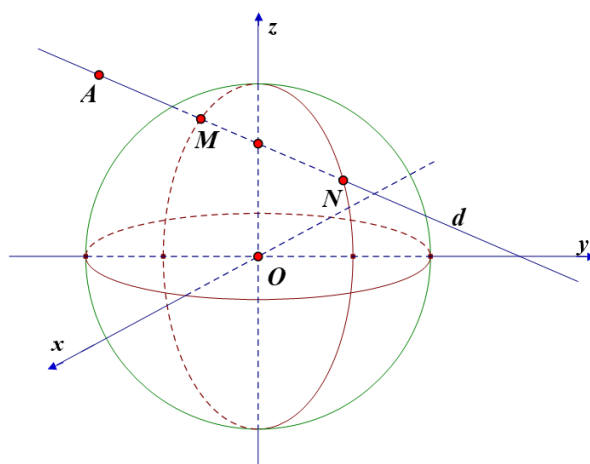
a) **[NB]** Vùng kiểm không lưu của đài kiểm soát trên là vùng ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

b) **[TH]** Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

c) **[TH]** Máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với quỹ đạo bay là đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$.

d) **[VD]** Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là 35 phút.

Lời giải



a) Vùng kiểm soát không lưu của sân bay được kiểm soát trên là tập hợp những điểm cách tâm $O(0; 0; 0)$ không quá $70km$. Hay tập hợp các điểm ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 70^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

Suy ra mệnh đề **đúng**

b) Ta có $OA = \sqrt{(-65)^2 + (-25)^2 + 30^2} \approx 75,8km$

Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì cách đài kiểm soát không lưu của sân bay một khoảng $d \approx 75,8km > 70km$

Vậy đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

Suy ra mệnh đề **sai**

c) Từ thông tin của hệ trục và máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, quỹ đạo bay theo đường thẳng. Nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 0)$. Đường

thẳng d đi qua điểm $A(-65; -25; 30)$ nên có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$$

Suy ra mệnh đề **đúng**

d) Thay x, y, z theo t vào phương trình mặt cầu (S) ta được phương trình:

$$(-65 + t)^2 + (-25 + t)^2 + 30^2 = 4900 \Leftrightarrow 2t^2 - 180t + 850 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \text{ hoặc } t = 85$$

Thay $t = 5$ vào phương trình của đường thẳng d ta được $M(-60; -20; 30)$.

Thay $t = 85$ vào phương trình của đường thẳng d ta được $N(20; 60; 30)$.

Suy ra đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $M(-60; -20; 30)$ và $N(20; 60; 30)$.

Hay độ dài đoạn MN là khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của đài kiểm soát không lưu.

$$MN = \sqrt{(60 + 20)^2 + (20 + 60)^2} = 80\sqrt{2}km$$

Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là thời gian máy bay di chuyển được quãng đường $80\sqrt{2}km$.

Thời gian đó bằng $\frac{80\sqrt{2}}{200} \cdot 60 \approx 33,94$ phút.

Suy ra mệnh đề **sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

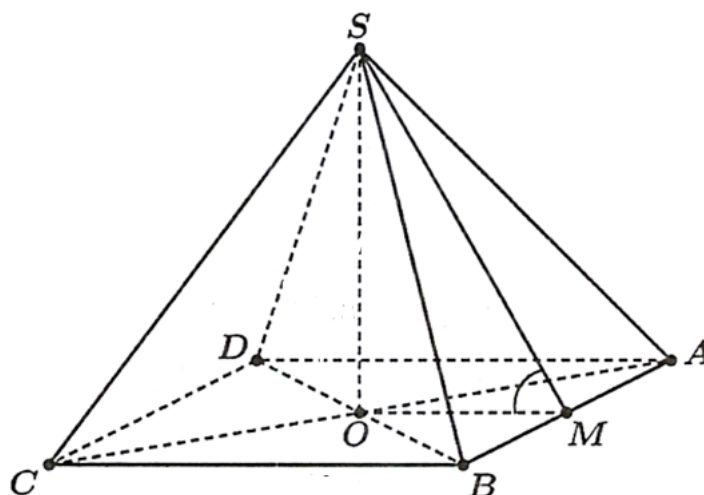
Câu 17. Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao $21,3m$ và cạnh đáy $34m$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (đơn vị góc là độ, làm tròn số đo góc đến hàng phần chục).



Hình 10

Lời giải

Đáp án: 51,4



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $21,3m$ và cạnh đáy $34m$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AB$. (1)

Gọi M là trung điểm AB thì OM là đường trung bình của tam giác ABC , suy ra

$$OM = \frac{BC}{2} = 17(m) \text{ và } OM \perp AB. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{SMO}$ là góc phẳng nhị diện $[(SAB), AB, (ABCD)]$ với

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{21,3}{17} = \frac{213}{170} \Rightarrow \widehat{SMO} \approx 51,4^\circ.$$

Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp xấp xỉ $51,4^\circ$

Câu 18. Lớp 12A có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Trong số đó có 16 bạn nam và 6 bạn nữ thích chơi thể thao. Chọn một bạn bất kì của lớp 12A. Tính xác suất để bạn đó thích chơi thể thao biết rằng bạn học sinh đó là nữ (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,4

Xét 2 biến cố sau:

A: “học sinh được chọn là nữ”

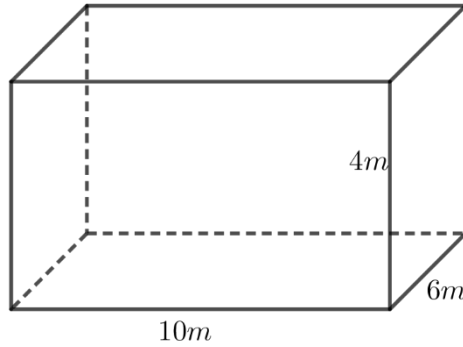
B: “học sinh được chọn thích chơi thể thao”

Khi đó, xác suất để bạn đó thích chơi thể thao biết rằng bạn học sinh đó là nữ là xác suất có điều kiện $P(B|A)$.

Ta có $n(\Omega) = 40$; $n(A) = 15$; $n(B) = 16 + 6 = 22$;

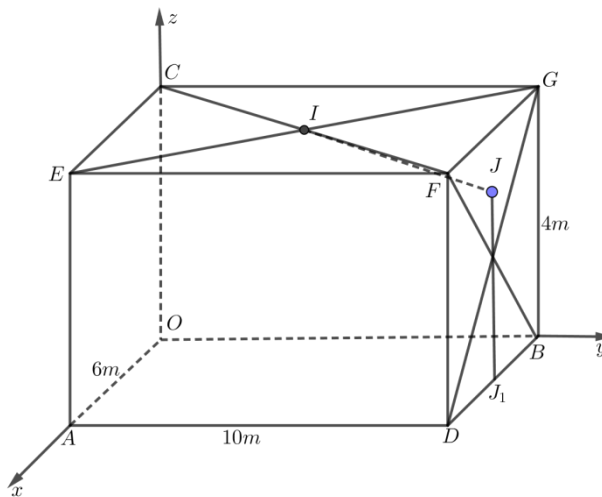
$$\text{ADCT: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{40}}{\frac{15}{40}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Câu 19. Phòng khách của một ngôi nhà được thiết kế có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $10m$, chiều rộng $6m$ và cao $4m$. Người ta trang trí một chiếc đèn chùm I ngay tại chính giữa trần nhà. Để đảm bảo độ sáng cho căn phòng, chủ nhà còn thiết kế thêm một bóng đèn tròn J treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần nhà $1m$. Hỏi hai chiếc bóng đèn I, J cách nhau bao nhiêu m ? (Làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp án: 5,1



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó ta có tọa độ các điểm $A(6;0;0), B(0;10;0), C(0;0;4)$.

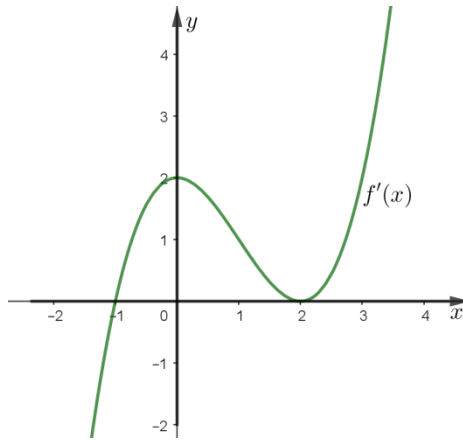
Từ đó ta suy ra tọa độ các điểm $D(6;10;0), F(6;10;4)$.

Đèn chùm I được đặt tại vị trí chính giữa trần nhà có dạng hình chữ nhật nên vị trí đặt là trung điểm của hai đường chéo CF và EG nên ta có $I(3;5;4)$

Gọi J_1 là hình chiếu của bóng đèn J lên nền nhà. Khi đó J_1 là trung điểm của BD nên $J_1(3;10;0)$, do đó $J(3;10;3)$.

Vậy ta tính được $\overrightarrow{IJ} = (0;5;-1) \Rightarrow IJ = |\overrightarrow{IJ}| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \approx 5,1(m)$

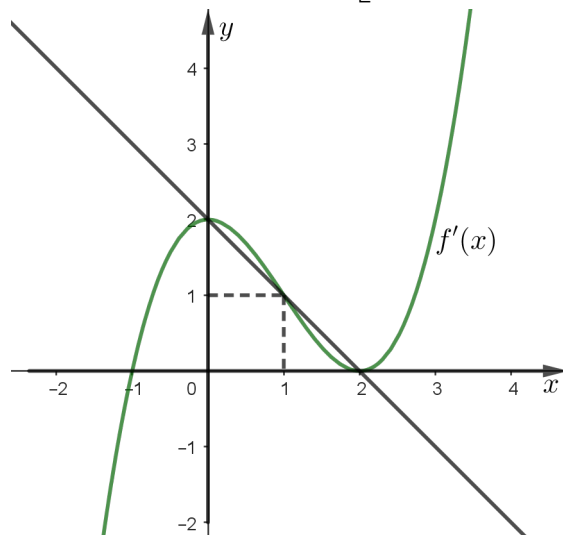
Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - 2x$.



Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $g'(x) = f'(x) + x - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

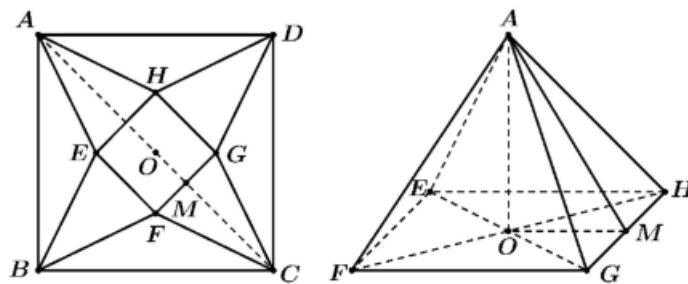


Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$							

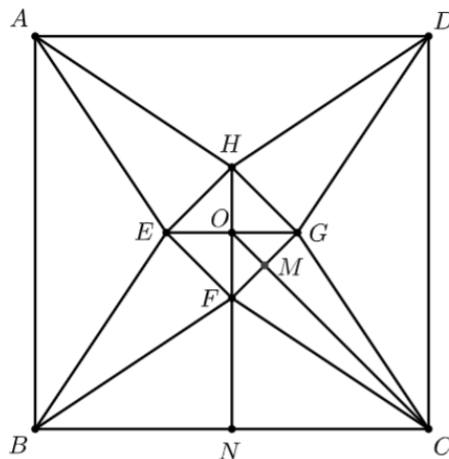
Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $x = 2$. Do đó hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 21. Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ, mỗi tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm . Giáo viên yêu cầu mỗi tổ cắt tấm bìa theo tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA . Sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh $ABCD$ trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.



Lời giải

Đáp án: 45



Gọi N là trung điểm BC .

Đặt $FC = x$.

$$\text{Khi đó, } NC = 5 \Rightarrow FN = \sqrt{x^2 - 25} \Rightarrow OF = 5 - \sqrt{x^2 - 25}$$

$$\text{Chiều cao } AO = \sqrt{x^2 - \left(5 - \sqrt{x^2 - 25}\right)^2}$$

Thể tích khối chóp tứ giác đều là:

$$V = \frac{1}{3} S_{EFGH} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot 2 \left(5 - \sqrt{x^2 - 25}\right)^2 \cdot \sqrt{x^2 - \left(5 - \sqrt{x^2 - 25}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2}{3} \left(x^2 - 10\sqrt{x^2 - 25}\right) \cdot \sqrt{10\sqrt{x^2 - 25}}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt[4]{x^2 - 25} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = t^4 + 25 \\ t^2 = \sqrt{x^2 - 25} \end{cases}$$

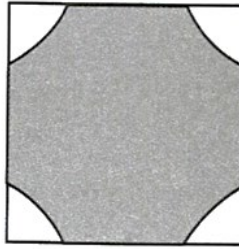
$$\Rightarrow V = \frac{2}{3} (t^4 + 25 - 10t^2) \sqrt{10} t = \frac{2\sqrt{10}}{3} (t^5 - 10t^3 + 25t)$$

$$\Rightarrow V' = \frac{2\sqrt{10}}{3} (5t^4 - 30t^2 + 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \pm 1 \\ t = \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Khi đó, với $t = 1$ thì $V = \frac{32\sqrt{10}}{3}$ là thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều.

$$\Rightarrow a = 32, b = 10, c = 3. \text{ Vậy } P = a + b + c = 45$$

Câu 22. Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh $4dm$. Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu đen (Hình vẽ tham khảo).

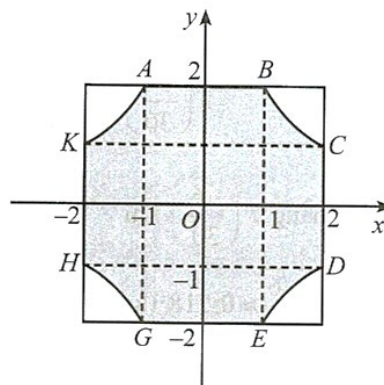


Đường viền của phần màu đen bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng $2dm^2$. Hãy cho biết phần màu đen có diện tích bằng bao nhiêu decimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 13,5

Gắn trục tọa độ Oxy vào viên gạch sao cho hai trục trùng với hai đường đối xứng, gốc O ở tâm hình vuông như hình dưới.



Giả sử tọa độ một điểm nằm trên đường viền cong là $(x; y)$.

Theo giả thiết, ta có: $|xy| = 2$.

Suy ra $y = \frac{2}{x}$ hoặc $y = -\frac{2}{x}$.

Ứng với hình bên, ta có các đường viền cong AK, DE là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$; các đường viền cong BC, GH là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$.

Khi đó, diện tích phần màu đen bằng: $\int_{-2}^{-1} \left| -\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right| dx + \int_1^2 \left| \frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right| dx + S_{ABEG}$

$$= \int_{-2}^{-1} \left(\frac{-2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + 4 \cdot 2 = -4 \ln |x| \Big|_{-2}^{-1} + 4 \ln |x| \Big|_1^2 + 8 \approx 13,5 (dm^2)$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 2: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

- A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $3x^2 + 2x + C$ C. $x^3 + x^2 + C$ D. $x^4 + x^3 + C$

Câu 4: Cho bảng khảo sát về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A như sau:

Cân nặng (kg)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số học sinh	2	14	11	10	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 24. B. 40. C. 25. D. 5.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(-2; 0; 0)$. C. $(0; 3; 1)$. D. $(0; 3; 0)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3x^2 - 4x + 5$. B. $y' = 3x^2 - 2x - 4$. C. $y' = 3x^2 - 4x - 4$. D. $y' = x^2 - 4x - 4$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		4	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. **C.** $(-2; -2; 7)$. **D.** $(-2; 2; 7)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Bác Hương quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khỏe. Bác bắt đầu cách bơi 8 phút ở ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút vào mỗi ngày sau đó. Gọi T_n là số phút mà bác Hương bơi vào ngày thứ n của chương trình.

- a) [NB]** Công thức hệ thức truy hồi của T_n là $\begin{cases} T_1 = 10 \\ T_{n+1} = T_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$.
- b) [TH]** Công thức tổng quát của dãy số T_n là $T_n = 2n + 6$.
- c) [TH]** Bác Hương đạt mục tiêu bơi ít nhất 50 phút mỗi ngày vào ngày thứ 22 của chương trình
- d) [VD,VDC]** Tổng thời gian bác Hương bơi sau 30 ngày đầu của chương trình là 1210 phút.

Câu 2: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi O là tâm đáy $ABCD$, M là một điểm di động trên SC , (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD .

- a) [NB]** Chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
- b) [TH]** Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .
- c) [TH]** Gọi H, K lần lượt là giao điểm của (P) với đường thẳng SB, SD . Khi đó HK vuông góc với mặt phẳng (SAC) .
- d) [VD,VDC]** Biểu thức $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SM}$ có giá trị bằng 2.

Câu 3: Số tiền đầu tư của một cửa hàng đối với hai lĩnh vực A, B là như nhau và số tiền thu được mỗi tháng trong 24 tháng từ hai lĩnh vực trên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Số tiền	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số tháng thu được từ lĩnh vực A	2	4	12	4	2
Số tháng thu được từ lĩnh vực B	8	2	4	2	8

- a) [NB]** Khoảng biến thiên của số tiền thu được với lĩnh vực A là 24.
- b) [TH]** Tứ phân vị Q_1 của số liệu của lĩnh vực A là $\frac{41}{3}$.
- c) [TH]** Giá trị trung bình khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A và B là như nhau.
- d) [VD,VDC]** Đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 3; 1), B(6; 9; -3), C(1; 2; -2), D(1; 0; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) [NB]** Điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxz là $A'(2; -3; 1)$.
- b) [TH]** $\cos \widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{187}}$.
- c) [TH]** Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là 22 (đơn vị thể tích).
- d) [VD,VDC]** Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho biểu thức $T = 2|\overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + b + c = \frac{5}{2}$.

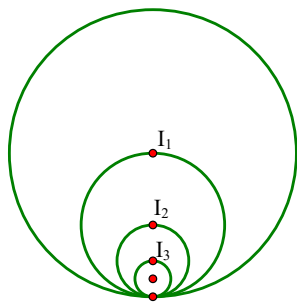
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một viên đá dạng hình tứ diện đều có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$, góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của viên đá có số đo bằng 30° . Tính thể tích của viên đá.

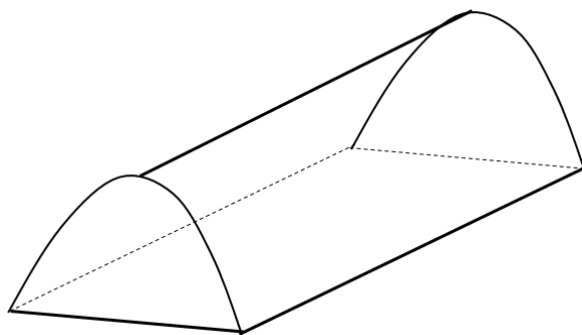
Câu 2: Phương trình $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ có tổng số nghiệm trong khoảng $[0; \pi)$ là $\frac{a}{b}\pi$, trong đó $(a, b) = 1$. Tính $a + b$.

Câu 3: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều đem phần lương tăng so với năm ngay trước đó để gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp lãi suất 0,4%/tháng. Hỏi số tiền anh A tiết kiệm được sau 2 năm 1 tháng đi làm bằng bao nhiêu. Biết lãi suất ngân hàng không đổi trong suốt thời gian anh gửi. (Kết quả phép tính lấy gần đúng đến hàng phần mười).

Câu 4: Người ta làm một vật trang trí treo tường bằng cách, uốn một đường tròn (C_1) có tâm là I_1 , bán kính $R = 100(\text{cm})$ và một điểm lấy điểm A nằm trên (C_1) . Uốn đường tròn (C_2) có tâm I_2 và đường kính I_1A ..., uốn đường tròn (C_{10}) có tâm I_{10} và đường kính $I_{10}A$. Tính độ dài sợi dây thép cần dùng để làm vật trang trí ấy. (Kết quả phép tính lấy gần đúng đến hàng đơn vị).



Câu 5: Để chuẩn bị hội trại xuân, lớp 10C dựng một cái lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng 3 mét và chiều dài bằng 6 mét, đỉnh trại cách nền 2 mét. Tính thể tích phần bên trong lều trại.



Câu 6: Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

----- Hết -----

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN
NHÓM SOẠN ĐỀ
KSCL, KT GHK, CHK
ÔN TẬP CHƯƠNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 2
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	A	C	B	C	C	A	A	B	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1	9	16,1	1255	24	0,54

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

GVSB: face: Ngọc Hà

Gmail: ngocha.ts1@gmail.com

GVPB: face: Anh Đình

Gmail: ducphu9197@gmail.com

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\frac{3}{13}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}$.

Câu 2: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = B \cdot h = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $3x^2 + 2x + C$

C. $x^3 + x^2 + C$

D. $x^4 + x^3 + C$

Lời giải**Chọn A****Câu 4:** Cho bảng khảo sát về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A như sau:

Cân nặng (kg)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số học sinh	2	14	11	10	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 24.**B.** 40.**C.** 25.**D.** 5.**Lời giải****Chọn C**Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $70 - 45 = 25$ **Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là**A.** $(0; 0; 1)$.**B.** $(-2; 0; 0)$.**C.** $(0; 3; 1)$.**D.** $(0; 3; 0)$.**Lời giải****Chọn B**Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2; 0; 0)$ **Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là**A.** $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ **D.** $(-\infty; 1)$ **Lời giải****Chọn C**ĐK: $x > -\frac{1}{3}$ $\log_2(3x+1) < 2 \Leftrightarrow 3x+1 < 4 \Leftrightarrow x < 1$ Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-\frac{1}{3} < x < 1$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.**Câu 7:** Hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ có đạo hàm là**A.** $y' = 3x^2 - 4x + 5$.**B.** $y' = 3x^2 - 2x - 4$.**C.** $y' = 3x^2 - 4x - 4$.**D.** $y' = x^2 - 4x - 4$.**Lời giải****Chọn C**

Theo quy tắc tính đạo hàm

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là**A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ **Lời giải****Chọn A**Ta có: $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.**Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là**A.** $(1; 2; 3)$ **B.** $(-1; -2; 3)$ **C.** $(3; 5; 1)$ **D.** $(3; 4; 1)$ **Lời giải****Chọn A** $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$ **Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			
y	$-\infty$		2		$+\infty$		4		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A.** $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. **C.** $(-2; -2; 7)$. **D.** $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Có $2\vec{a} = (4; -6; 6)$; $3\vec{b} = (0; 6; -3)$; $-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$.

Khi đó: $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra $I(1; 1; 1)$.

Ta có $\vec{AB} = (4; -2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\vec{AB}$ làm vtpt, nên có phương trình là $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

GVSB: face: An Nhiên **Gmail:** vanthivananh@gmail.com

GVPB: face:...Nguyễn Tú.. **Gmail:**...anpha1989@gmail.com

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Bác Hương quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khỏe. Bác bắt đầu cách bơi 8 phút ở ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút vào mỗi ngày sau đó. Gọi T_n là số phút mà bác Hương bơi vào ngày thứ n của chương trình.

a) [NB] Công thức hệ thức truy hồi của T_n là $\begin{cases} T_1 = 10 \\ T_{n+1} = T_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$.

b) [TH] Công thức tổng quát của dãy số T_n là $T_n = 2n + 6$.

c) [TH] Bác Hương đạt mục tiêu bơi ít nhất 50 phút mỗi ngày vào ngày thứ 22 của chương trình

d) [VD,VDC] Tổng thời gian bác Hương bơi sau 30 ngày đầu của chương trình là 1210 phút.

Lời giải

a) Sai.

Công thức hệ thức truy hồi của T_n là $\begin{cases} T_1 = 8 \\ T_{n+1} = T_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$.

b) Đúng.

Theo định nghĩa T_n là cấp số cộng có $T_1 = 8$, công sai $d = 2$. Suy ra công thức tổng quát của dãy số là $T_n = T_1 + (n-1)d = 8 + (n-1)2 = 2n + 6$.

c) Đúng.

Bác Hương đạt mục tiêu bơi ít nhất 50 phút mỗi ngày tức $T_n \geq 50 \Leftrightarrow 2n + 6 \geq 50 \Leftrightarrow n \geq 22$.

d) Sai.

Tổng thời gian bác Hương bơi sau 30 ngày đầu của chương trình là

$$S_{30} = 30T_1 + 30(30-1)d \cdot \frac{1}{2} = 30 \cdot 8 + 15 \cdot 29 \cdot 2 = 1110 \text{ (phút)}.$$

GVSB: face: Hoa Bùi

Gmail: bhoanc1@gmail.com

GVPB: face: Hà Thị Tuyết Sương

Gmail: suonghaio@gmail.com

Câu 2: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi O là tâm đáy $ABCD$, M là một điểm di động trên SC , (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD .

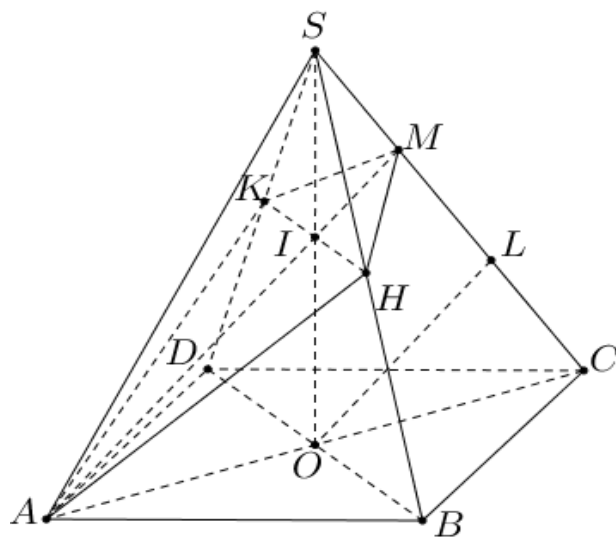
a) [NB] Chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

b) [TH] Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

c) [TH] Gọi H, K lần lượt là giao điểm của (P) với đường thẳng SB, SD . Khi đó HK vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

d) [VD,VDC] Biểu thức $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SM}$ có giá trị bằng 2.

Lời giải



a) Sai.

O là giao điểm của AC và BD . Vì $ABCD$ là hình vuông nên

$OA = OB = OC = OD$, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ nên SO là trục đường cao của khối chóp $S.ABCD$.

Khi đó, chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng SO .

Trong hình vuông $ABCD$, ta có:

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Xét tam giác } SAO \text{ vuông tại } O \text{ có:}$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Vậy chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

b) **Đúng.**

Vì $SO \perp (ABCD)$ nên OA là hình chiếu của SA trên $(ABCD)$. Khi đó góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SAO}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $\cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\widehat{SAO} = 30^\circ$. Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

c) **Đúng.**

Giả sử AM cắt SO tại I .

(P) qua AM và song song với BD , nên (P) cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến HK qua I và $HK \parallel BD$ (H trên SB và K trên SD).

Mặt khác: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow HK \perp (SAC)$

d) **Sai.**

Ta có: $\frac{SB}{SH} = \frac{SD}{SK} = \frac{SO}{SI} \Rightarrow \frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} = \frac{2SO}{SI}$.

Dựng $OL \parallel AM$, ta có L là trung điểm CM (vì O là trung điểm của AC) $\Rightarrow LM = LC$.

Ta có: $\frac{SO}{SI} = \frac{SL}{SM} = \frac{SC - LC}{SM} = \frac{SC}{SM} - \frac{LC}{SM}$.

$\Rightarrow \frac{SO}{SI} = \frac{SC}{SM} - \frac{ML}{SM}$ (thay $LC = ML$)

Mà $\frac{ML}{MS} = \frac{OI}{SI} \Rightarrow \frac{SO}{SI} = \frac{SL}{SM} = \frac{SC}{SM} - \frac{OI}{SI} \Rightarrow \frac{SO}{SI} = \frac{SC}{SM} - \frac{SO - SI}{SI} \Rightarrow \frac{2SO}{SI} - \frac{SC}{SM} = 1$

Vậy ta có: $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SM} = 2 \frac{SO}{SI} - \frac{SC}{SM} = 1$.

GVSB: face: Anh Đình

Gmail: ducphu9197@gmail.com

GVPB: face: Nguyễn Thị Thu Hương

Gmail: thuhuongtoanncl@gmail.com

Câu 3: Số tiền đầu tư của một cửa hàng đối với hai lĩnh vực A, B là như nhau và số tiền thu được mỗi tháng trong 24 tháng từ hai lĩnh vực trên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Số tiền	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25; 30)
Số tháng thu được từ lĩnh vực A	2	4	12	4	2
Số tháng thu được từ lĩnh vực B	8	2	4	2	8

a) **[NB]** Khoảng biến thiên của số tiền thu được với lĩnh vực A là 24.

b) **[TH]** Tứ phân vị Q_1 của số liệu của lĩnh vực A là $\frac{41}{3}$.

c) **[TH]** Giá trị trung bình khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A và B là như nhau.

d) **[VD,VDC]** Đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

Lời giải

a) **Sai.**

Khoảng biến thiên của số tiền thu được với lĩnh vực A là $30 - 5 = 25$

b) **Sai.**

Cỡ mẫu $n = 24$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là mẫu số liệu gốc gồm số tháng đầu tư của cửa hàng với lĩnh vực A.

Ta có tứ phân vị dưới của mẫu số liệu gốc là $x_6 \in [10, 15)$. Khi đó:

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{24}{4} - 2}{4} \cdot (15 - 10) = 15$$

c) **Đúng.**

Số tiền trung bình thu được từ lĩnh vực A, B tương ứng là

$$\overline{x_A} = \frac{1}{24} (2.7,5 + 4.12,5 + 12.17,5 + 4.22,5 + 2.27,5) = 17,5$$

$$\overline{x_B} = \frac{1}{24} (8.7,5 + 2.12,5 + 4.17,5 + 2.22,5 + 8.27,5) = 17,5$$

d) **Đúng.**

Phương sai của số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực A, B tương ứng là:

$$S_{x_A}^2 = \frac{1}{24} [2 \cdot (17,5 - 7,5)^2 + 4 \cdot (17,5 - 12,5)^2 + 12 \cdot 0^2 + 4 \cdot (17,5 - 22,5)^2 + 2 \cdot (17,5 - 27,5)^2] = 25$$

$$\Rightarrow S_{x_A} = 5$$

$$S_{x_B}^2 = \frac{1}{24} [8 \cdot (17,5 - 7,5)^2 + 2 \cdot (17,5 - 12,5)^2 + 4 \cdot 0^2 + 2 \cdot (17,5 - 22,5)^2 + 8 \cdot (17,5 - 27,5)^2] \approx 70,8$$

$$\Rightarrow S_{x_B} \approx 8,42$$

Do $S_{x_A} < S_{x_B}$ nên đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro nhiều hơn.

GVSB: face: Nguyễn Tú

Gmail: anpha1989@gmail.coM

GVPB: face: Huỳnh Phương

Gmail: huynhphuong143@gmail.com

Câu 4:

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 3; 1), B(6; 9; -3), C(1; 2; -2), D(1; 0; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxz là $A'(2; -3; 1)$.

b) **[TH]** $\cos \widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{187}}$.

c) **[TH]** Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là 22 (đơn vị thể tích).

d) **[VD, VDC]** Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho biểu thức

$$T = 2|\overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \text{ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó } a + b + c = \frac{5}{2}$$

Lời giải

a) **Đúng.**

b) **Đúng.**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 6; -4), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; -3)$.

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{187}}.$$

c) **Sai.**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 6; -4), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; -3), \overrightarrow{AD} = (-1; -3; 0)$.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{13}{3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$

d) **Đúng.**

Gọi I là trung điểm CD . Suy ra $I\left(1; 1; -\frac{1}{2}\right)$.

$$T = 2|\overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 2|\overrightarrow{MA}| + 2|\overrightarrow{MI}| = 2.MA + 2.MI.$$

Dễ thấy A, I nằm hai phía đối với mặt phẳng (Oxy) .

T đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow A, M, I$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AI} (k \neq 0)$.

Mà $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên $c = 0$.

$$\overrightarrow{AM} = (a-2; b-3; -1).$$

$$\overrightarrow{AI} = \left(-1; -2; -\frac{3}{2}\right).$$

$$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k(-1) \\ b-3 = k(-2) \\ -1 = k\left(-\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a+b+c = \frac{1}{2} + 2 + 0 = \frac{5}{2}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

GVSB: face: Hà Thị Tuyết Sương

Gmail: suonghaio@gmail.com

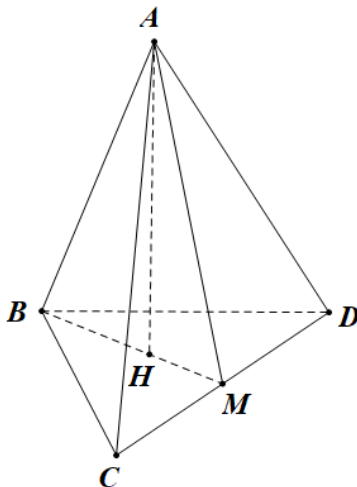
GVPB: face: Ngọc Hà

Gmail: ngocha.ts1@gmail.com

Câu 1: Một viên đá dạng hình tứ diện đều có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$, góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của viên đá có số đo bằng 30° . Tính thể tích của viên đá.

Lời giải

Đáp án: 1.



Gọi M là trung điểm cạnh CD , H là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Vì $CD \perp AM$ nên $\widehat{AMH}$ là góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên (ACD) và mặt đáy (BCD)

Khi đó $\widehat{AMH} = 30^\circ$.

$$\text{Do } \triangle ABC \text{ đều nên } BM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = 3 \Rightarrow MH = \frac{1}{3}BM = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1.$$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{AMH} = \frac{AH}{MH} \Rightarrow AH = \tan 30^\circ \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 1 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 2: Phương trình $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ có tổng số nghiệm trong khoảng $[0; \pi)$ là $\frac{a}{b}\pi$, trong đó $(a, b) = 1$. Tính $a + b$.

Lời giải

Đáp án: 9.

$$\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \Leftrightarrow \sin 2x = \sin 3x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3x + k2\pi \\ 2x = \pi - 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k2\pi \\ x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 \leq -k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k \leq 0. \text{ Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 0.$$

Do đó $x = 0$.

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k < 2. \text{ Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1\}.$$

$$\text{Do đó } x \in \left\{\frac{\pi}{5}; \frac{3\pi}{5}\right\}.$$

$$\text{Tổng các nghiệm là: } 0 + \frac{\pi}{5} + \frac{3\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}.$$

Vậy $a + b = 9$.

GVSb: face:Nguyễn Thị Thu Hương.....Gmail:thuhuongtoanncl@gmail.com.....

GVPB: face:.....Gmail:.....

Câu 3: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều đem phần lương tăng so với năm ngay trước đó để gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp lãi suất 0,4%/tháng. Hỏi số tiền anh A tiết kiệm được sau 2 năm 1 tháng đi làm bằng bao nhiêu. Biết lãi suất ngân hàng không đổi trong suốt thời gian anh gửi. (Kết quả phép tính lấy gần đúng đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 16,1.

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$.

Số tiền mà anh A đem gửi ngân hàng ở mỗi tháng trong năm thứ hai là $10.0,12 = 1,2$ (triệu đồng)

Số tiền mà anh A đem gửi ngân hàng ở mỗi tháng trong năm thứ ba là $10.1,12.0,12 = 1,344$ (triệu đồng)

Số tiền mà anh A có được trong ngân hàng sau tháng thứ 1 năm thứ 2 là $v_1 = 1,2$.

Số tiền anh A có được trong ngân hàng sau tháng thứ 2 năm thứ 2 là:

$$v_2 = v_1 \cdot (1 + 0,004) + v_1 = 1,004v_1 + v_1$$

Số tiền anh A có được trong ngân hàng sau tháng thứ 3 năm thứ 2 là:

$$v_3 = v_2 \cdot (1 + 0,004) + v_1 = 1,004^2 v_1 + 1,004v_1 + v_1$$

...

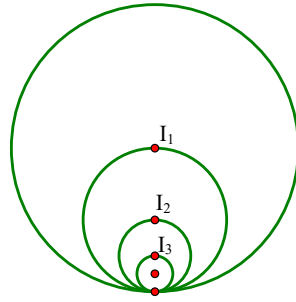
Số tiền anh A có được trong ngân hàng sau tháng thứ 12 năm thứ 2 là:

$$v_{12} = v_{11} \cdot (1 + 0,004) + v_1 = 1,004^{11} v_1 + 1,004^{10} v_1 + \dots + v_1 = v_1 \cdot \frac{1 - 1,004^{12}}{1 - 1,004} \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền anh A có được trong ngân hàng sau 2 năm 1 tháng đi làm là

$$v_{13} = v_{12} \cdot (1 + 0,004) + 1,344 = 1,2 \cdot \frac{1 - 1,004^{12}}{1 - 1,004} \cdot 1,004 + 1,344 \approx 16,1 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 4: Người ta làm một vật trang trí treo tường bằng cách, uốn một đường tròn (C_1) có tâm là I_1 , bán kính $R = 100(cm)$ và một điểm lấy điểm A nằm trên (C_1) . Uốn đường tròn (C_2) có tâm I_2 và đường kính I_1A ... , uốn đường tròn (C_{10}) có tâm I_{10} và đường kính I_9A . Tính độ dài sợi dây thép cần dùng để làm vật trang trí ấy. (Kết quả phép tính lấy gần đúng đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 1255.

Ta có bán kính các đường tròn lần lượt là $R_1 = 100cm, R_2 = \frac{1}{2}R_1, R_3 = \frac{1}{2^2}R_1, \dots, R_{10} = \frac{1}{2^9}R_1$. $\Rightarrow$ Chu vi các đường tròn lần lượt là: $C_1 = 2\pi R_1, C_2 = 2\pi \frac{1}{2}R_1, C_3 = 2\pi \frac{1}{4}R_1, \dots, C_{10} = 2\pi \frac{1}{2^9}R_1$ suy ra (C_n) là cấp số nhân có $C_1 = 2\pi R_1 = 200\pi$ và công bội $q = \frac{1}{2}$

Độ dài sợi dây cần dùng để làm vật trang trí là $\Rightarrow S_{10} = C_1 \frac{1-q^{10}}{1-q} = 200\pi \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}} \approx 1255 \text{ (cm)}$.

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 2. MÔN TOÁN LỚP 12.

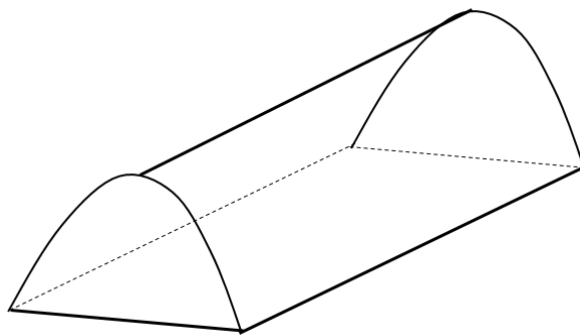
GVSB: face: Huỳnh Phương

Gmail: huynhphuong143@gmail.com

GVPB: face: Hoa Bùi

Gmail: bhoanc1@gmail.com

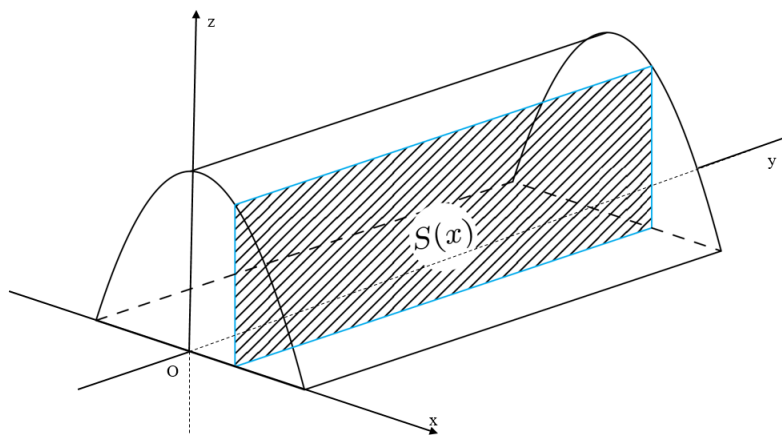
Câu 5: Để chuẩn bị hội trại xuân, lớp 10C dựng một cái lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng 3 mét và chiều dài bằng 6 mét, đỉnh trại cách nền 2 mét. Tính thể tích phần bên trong lều trại.



Lời giải

Đáp án: 24

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Trong mặt phẳng Oxz hình dạng mặt cắt khung trại là parabol giả sử có phương trình $z = ax^2 + c$

Vì đỉnh trại cao 2 mét và chiều rộng của trại là 3 mét nên parabol đi qua các điểm

$$A(0;2), B\left(\frac{3}{2};0\right), C\left(-\frac{3}{2};0\right) \text{ nên có phương trình } z = -\frac{8}{9}x^2 + 2.$$

Thiết diện dọc theo trại và vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là hình chữ nhật có diện tích $S(x) = 6\left(-\frac{8}{9}x^2 + 2\right)$ với $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$. Vậy thể tích phần không gian bên trong lều là

$$V = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} 6\left(-\frac{8}{9}x^2 + 2\right) dx = 24 \text{ m}^3$$

Câu 6:

Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,54

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”
Gọi B là biến cố “người bị bệnh ung thư”

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

----- Hết -----