

Đề thi gồm có bộ phận: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) là:

- A. 2. B. 25. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 2: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $4a^3$. B. $12a^3$. C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 3: Trong một hội thao có nội dung chạy 200m, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giây)	$[21; 21, 5)$	$[21, 5; 22)$	$[22; 22, 5)$	$[22, 5; 23)$	$[23; 23, 5)$
Số vận động viên	5	12	32	41	30

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây ?

- A. $[22; 22, 5)$. B. $[22, 5; 23)$. C. $[21; 21, 5)$. D. $[23; 23, 5)$.

Câu 4: Điểm kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A được ghi lại ở bảng sau

Điểm	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Số học sinh	5	7	14	21	3

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A. 2,1. B. 1,14. C. 1,1. D. 1,16.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-3; 2; 1)$ và $N(1; -4; 3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn MN là :

- A. $(-1; 1; 2)$. B. $(-1; -1; 2)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(1; 1; 2)$.

Câu 6: Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 6$. Tổng của 50 số hạng đầu bằng

- A. 7050. B. 6906. C. -1500. D. 7200.

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^3 f(x)dx = 7$, khi $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. -5. D. 4.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -1; 4)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A. 6. B. -4. C. -6. D. -8.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'A'}|$. D. $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$.

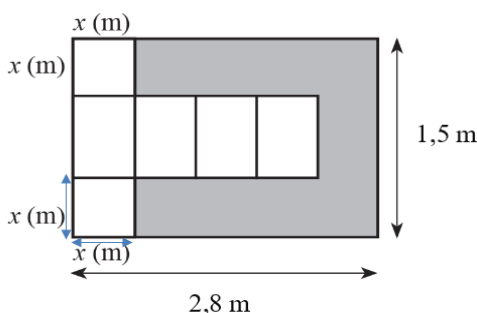
Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $(3; 1; 2)$. B. $(1; 0; -1)$. C. $(3; -1; -2)$. D. $(-3; -1; 3)$.

- Câu 11:** Một chiếc hộp chứa 10 quả cầu gồm 6 quả màu xanh đánh số từ 1 đến 6, 4 quả màu đỏ đánh số từ 1 đến 4. Có bao nhiêu cách lấy ra 2 quả cầu cùng lúc và tích số ghi trên hai quả cầu là chẵn ?
A. 35. **B.** 25. **C.** 45. **D.** 10.
- Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3m - 1$ trên đoạn $[1; 3]$ nhỏ hơn 6.
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Từ một miếng bìa hình chữ nhật có độ dài hai cạnh lần lượt là $1,5(m)$ và $2,8(m)$ như hình vẽ. Bạn Nam cắt đi phần tô màu xám và gấp lại phần màu trắng để được một hình hộp chữ nhật



- a) [NB]** Hình hộp chữ nhật được tạo thành có kích thước các cạnh lần lượt là $x(m)$, $x(m)$ và $1,5 - 2x(m)$.
- b) [TH]** Khối hộp chữ nhật được tạo thành có thể tích tính theo x là $V(x) = 1,5x^2 - 2x^3$.
- c) [TH]** Để hình hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì $x = 0,3(m)$.
- d) [VD]** Bạn Nam có thể gấp được hình hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất là $0,125(m^3)$.

Câu 2: Ta có thống kê kết quả 40 lần nhảy xa của 2 vận động viên Dũng và Huy lần lượt cho ở bảng 15 và bảng 16 dưới đây

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 16

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) [NB]** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $\approx 6,92(m)$.
- b) [TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,26(m)$.
- c) [TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,16$.
- d) [VD, VDC]** Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 2a$; $AD = a$; tam giác

SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy; góc giữa SC và mặt đáy là 60° .

a) **[NB]** Gọi H là trung điểm AB thì đoạn SH là chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

b) **[TH]** Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là $a\sqrt{3}$.

c) **[TH]** Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ (đvtt).

d) **[VD]** Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 4: Cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$; $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 - m = 0$ và điểm $M(2;1;5)$

a) **[NB]** Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

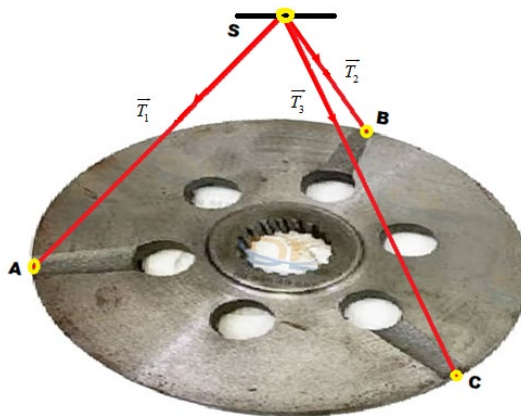
b) **[TH]** Với $m = 0$ thì khoảng cách M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$.

c) **[TH]** Với $m = 3$ thì khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3.

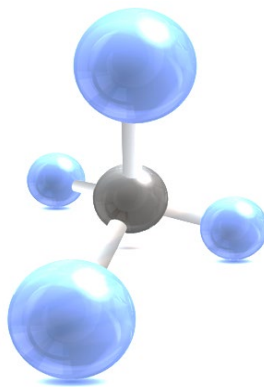
d) **[VD,VDC]** Có hai giá trị của m để khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Khi đó tổng tất cả giá trị của m bằng 5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

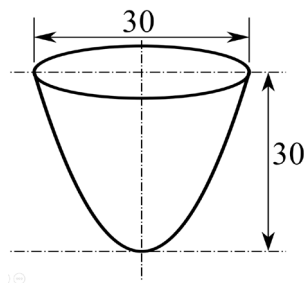
Câu 1: Một chiếc đĩa sắt hình tròn cân đối đồng chất được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn SA, SB, SC xuất phát từ điểm S . Các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC sao cho $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = 60^\circ$ và trọng lượng của đĩa sắt là $900(N)$ (xem hình vẽ). Tính độ lớn các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$.



Câu 2: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này. (làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 3: Một chậu cây có chiều cao 30cm và đường kính miệng 30cm. Mặt cắt ngang của chậu cây là một parabol (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của chậu cây đó (đơn vị dm^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (4; 1; -5)$, $\vec{v} = (m-1; 3-m^2; 2m)$. Biết m_1, m_2 là hai giá trị của tham số m để hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ vuông góc. Tính $|m_1 - m_2|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là bao nhiêu? (đơn vị nghìn đồng)

Câu 6: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của bất phương trình

$$(1 + \sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}(-1 + \sqrt{10})^{\log_3(x+9)} \geq -\frac{2}{3}x - 6.$$

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	D	B	D	A	B	C	B	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

$$\bar{x} = \frac{5.5,5 + 7.6,5 + 14.7,5 + 21.8,5 + 3.9,5}{50} = 7,7$$

Phương sai của điểm kiểm tra môn Toán của các học sinh là:

$$S^2 = \frac{1}{50} (5.5,5^2 + 7.6,5^2 + 14.7,5^2 + 21.8,5^2 + 3.9,5^2) - (7,7)^2 = 1,16$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(-3;2;1)$ và $N(1;-4;3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn MN là:

- A.** $(-1;1;2)$. **B.** $(-1;-1;2)$. **C.** $(1;-2;2)$. **D.** $(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm của đoạn MN là: $(-1;-1;2)$

Câu 6: Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 6$. Tổng của 50 số hạng đầu bằng

- A.** 7050. **B.** 6906. **C.** -1500. **D.** 7200.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } S_{50} = \frac{50}{2} (2.(-3) + 49.6) = 7200$$

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 f(x) dx = 7$, khi $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A.** 5. **B.** 9. **C.** -5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 7 - 2 = 5.$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{a} = (-3;2;1)$ và $\vec{b} = (2;-1;4)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A.** 6. **B.** -4. **C.** -6. **D.** -8.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = -3.2 + 2.(-1) + 1.4 = -4.$$

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'A'}|$. **D.** $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề sai là: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'A'}|$, $C'A' = CA$ và AB có độ dài khác nhau.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A.** $(3;1;2)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(3;-1;-2)$. **D.** $(-3;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{1-3}{2} = \frac{0-1}{1} = \frac{-1+3}{-2} \text{ nên } (1;0;-1) \text{ thuộc } d.$$

- Câu 11:** Một chiếc hộp chứa 10 quả cầu gồm 6 quả màu xanh đánh số từ 1 đến 6, 4 quả màu đỏ đánh số từ 1 đến 4. Có bao nhiêu cách lấy ra 2 quả cầu cùng lúc và tích số ghi trên hai quả cầu là chẵn ?
A. 35. **B.** 25. **C.** 45. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 quả cầu đều ghi số chẵn là: $C_5^2 = 10$ (cách).

Số cách chọn 2 quả cầu trong đó có 1 quả ghi số chẵn và 1 quả ghi số lẻ là: $C_5^1 \cdot C_5^1 = 25$ (cách).

Vậy số kết quả cần tìm là $10 + 25 = 35$ (cách)

- Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3m - 1$ trên đoạn $[1; 3]$ nhỏ hơn 6.

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

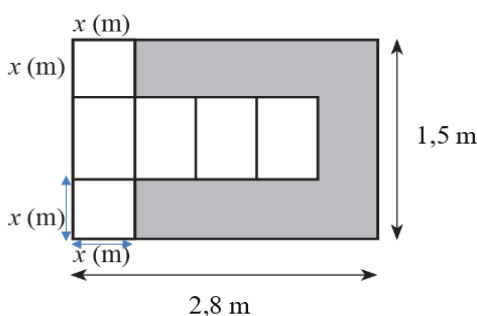
$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } y(1) = 3m - 3, y(2) = 3m - 5, y(3) = 3m - 1 \Rightarrow \min_{x \in [1; 3]} y = 3m - 5 < 6 \Leftrightarrow m < \frac{11}{3}$$

Do m là nguyên dương nên có 3 giá trị m thỏa mãn.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

- Câu 1:** Từ một miếng bìa hình chữ nhật có độ dài hai cạnh lần lượt là $1,5(m)$ và $2,8(m)$ như hình vẽ. Bạn Nam cắt đi phần tô màu xám và gấp lại phần màu trắng để được một hình hộp chữ nhật



- a) **[NB]** Hình hộp chữ nhật được tạo thành có kích thước các cạnh lần lượt là $x(m)$, $x(m)$ và $1,5 - 2x(m)$.
b) **[TH]** Khối hộp chữ nhật được tạo thành có thể tích tính theo x là $V(x) = 1,5x^2 - 2x^3$.
c) **[TH]** Để hình hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì $x = 0,3(m)$.
d) **[VD]** Bạn Nam có thể gấp được hình hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất là $0,125(m^3)$.

Lời giải

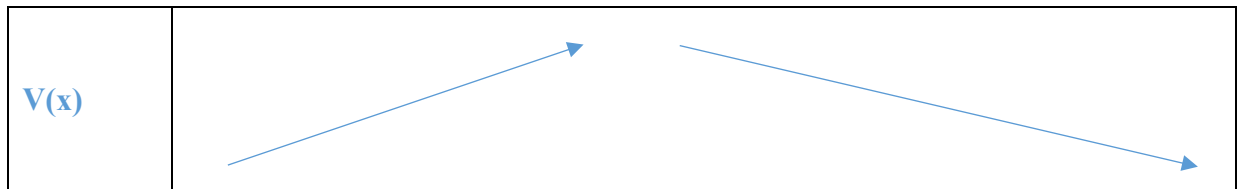
- a) **[Sai]** Hình hộp chữ nhật có kích thước các cạnh lần lượt là $x(m)$, $x(m)$ và $1,5 - 2x(m)$
b) **[Đúng]** Khối hộp chữ nhật được tạo thành có thể tích tính theo x là

$$V(x) = x^2(1,5 - 2x) = 1,5x^2 - 2x^3$$

- c) **[Sai]** Xét hàm số $V(x) = 1,5x^2 - 2x^3$ với điều kiện $0 < x < 0,7$ ta có

$$V'(x) = 3x - 6x^2, V'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0,5 \end{cases}$$

x	0	0,5	0,7
$V(x)$		+	0 -



Để hình hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì $x = 0,5 \text{ (m)}$

d) [Đúng] $V_{\max} = V(0,5) = 0,125 \text{ (m}^3\text{)}$

Câu 2: Ta có thống kê kết quả 40 lần nhảy xa của 2 vận động viên Dũng và Huy lần lượt cho ở bảng 15 và bảng 16 dưới đây

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 16

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) [NB]** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $\approx 6,92(m)$.
- b) [TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,26(m)$.
- c) [TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,16$.
- d) [VD,VDC]** Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 là:

$$\bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40} \left[3 \cdot (6,34 - 6,92)^2 + 7 \cdot (6,58 - 6,92)^2 + 5 \cdot (6,82 - 6,92)^2 + 20 \cdot (7,06 - 6,92)^2 + 5 \cdot (7,30 - 6,92)^2 \right] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26(m)$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 là:

$$\bar{x}_H = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$\begin{aligned} s_H^2 &= \frac{1}{40} \left[2 \cdot (6,34 - 6,95)^2 + 5 \cdot (6,58 - 6,95)^2 \right. \\ &\quad + 8 \cdot (6,82 - 6,95)^2 + 19 \cdot (7,06 - 6,95)^2 \\ &\quad \left. + 6 \cdot (7,30 - 6,95)^2 \right] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06. \end{aligned}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24(m)$

Do $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 2a$; $AD = a$; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy; góc giữa SC và mặt đáy là 60° .

a) **[NB]** Gọi H là trung điểm AB thì đoạn SH là chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

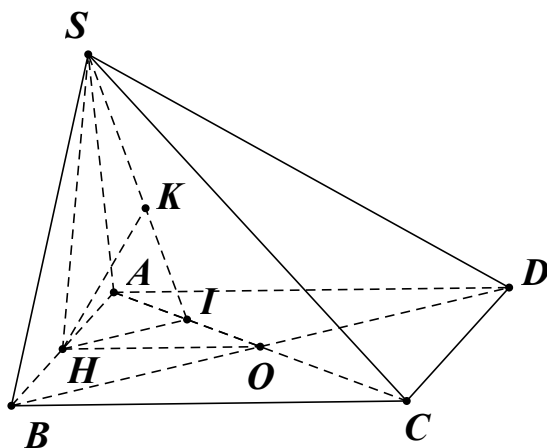
b) **[TH]** Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là $a\sqrt{3}$.

c) **[TH]** Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ (đvtt).

d) **[VD]** Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng, b) Sai, c) Đúng, d) Sai



a) Gọi H là trung điểm AB . Ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$$

b) Tam giác HBC vuông tại B nên $HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là $HC \Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 60^\circ$.

Tam giác SHC vuông tại H nên $SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = a\sqrt{6}$

$$c) V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$$

d) Vẽ $HI \perp AC (I \in AC)$, ta có $AC \perp HI, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SHI)$.

Vẽ $HK \perp SI$, ta có $HK \perp SI, HK \perp AC (AC \perp (SHI), HK \subset (SHI)) \Rightarrow HK \perp (SAC)$

$$\begin{aligned} d(H, (SAC)) &= HK = \sqrt{\left(\frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HI^2}\right)^{-1}} = \sqrt{\left(\frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HO^2}\right)^{-1}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{(a\sqrt{6})^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)^{-1}} = \frac{a\sqrt{186}}{31} \end{aligned}$$

Ta có

$$BH \cap (SAC) = A \Rightarrow \frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$$

$$\Rightarrow d(B, (SAC)) = 2d(H, (SAC)) = 2HK = \frac{2a\sqrt{186}}{31}$$

Câu 4: Cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$; $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 - m = 0$ và điểm $M(2; 1; 5)$

a) **[NB]** Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

b) **[TH]** Với $m = 0$ thì khoảng cách M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$.

c) **[TH]** Với $m = 3$ thì khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3.

d) **[VD, VDC]** Có hai giá trị của m để khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Khi đó tổng tất cả giá trị của m bằng 5.

Lời giải

a) Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến mặt phẳng } (P): d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 5 - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}.$$

Chọn ĐÚNG.

b) Với $m = 0$ thì khoảng cách M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$.

Với $m = 0$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 = 0$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến mặt phẳng } (Q): d(M; (Q)) = \frac{|4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{9}{2}.$$

Chọn ĐÚNG.

c) Với $m = 3$ thì khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3.

Với $m = 3$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$.

Chọn $N(0; -5; 0) \in (P)$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $d((P); (Q)) = d(N; (Q)) = \frac{|2.0 - (-5) + 2.0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{4}{3}$.

Chọn SAI.

d) Có hai giá trị của m để khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Khi đó tổng tất cả giá trị của m bằng 5.

khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) bằng 1 $\Leftrightarrow d(M; (Q)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|4.2 - 2.1 + 4.5 + 1 - m|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = 1$

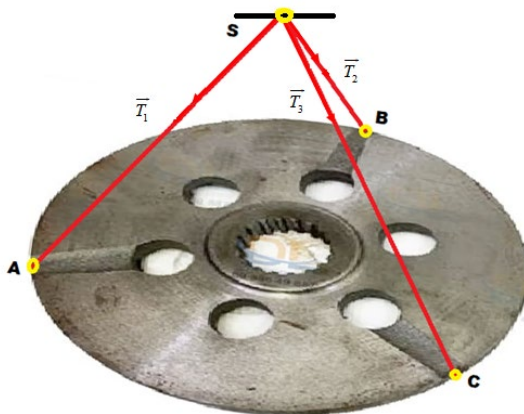
$\Leftrightarrow \frac{|27 - m|}{6} = 1 \Leftrightarrow |27 - m| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 27 - m = 6 \\ 27 - m = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ m = 33 \end{cases}$.

Vậy tổng các giá trị của m bằng $21 + 33 = 54$.

Chọn SAI.

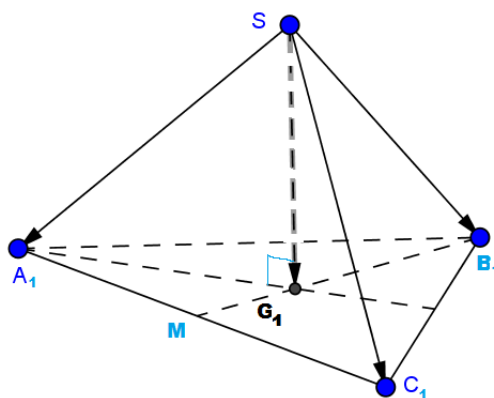
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc đĩa sắt hình tròn cân đối đồng chất được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn SA, SB, SC xuất phát từ điểm S . Các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC sao cho $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = 60^\circ$ và trọng lượng của đĩa sắt là $900(N)$ (xem hình vẽ). Tính độ lớn các lực căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$.



Lời giải

Đáp án: 367



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{SA_1} = \vec{T}_1$, $\overrightarrow{SB_1} = \vec{T}_2$, $\overrightarrow{SC_1} = \vec{T}_3$

Do $SA = SB = SC$ và $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = 60^\circ$ suy ra hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều.

Suy ra $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_3| = k \text{ (N)} \Rightarrow SA_1 = SB_1 = SC_1$.

Nhận thấy tam giác $\triangle SA_1B_1 = \triangle SA_1C_1 = \triangle SB_1C_1$ và là tam giác đều suy ra tam giác $\triangle A_1B_1C_1$ cũng là tam giác đều cạnh bằng $SA_1 = k$

Theo quy tắc trọng tâm ta có: $\vec{SA_1} + \vec{SB_1} + \vec{SC_1} = 3\vec{SG_1}$ (1) (với G_1 là trọng tâm tam giác $\triangle A_1B_1C_1$)

Do đĩa sắt tròn ở vị trí cân bằng nên $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = \vec{SA_1} + \vec{SB_1} + \vec{SC_1} = \vec{P}$ (2) (trong đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên đĩa sắt)

Từ kết quả (1) và (2) ta suy ra $3\vec{SG_1} = \vec{P} \Rightarrow |\vec{P}| = 3SG_1 \Leftrightarrow 900 = 3SG_1 \Leftrightarrow SG_1 = 300$

Trong tam giác đều $\triangle A_1B_1C_1$ ta có $A_1G_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{A_1B_1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{k\sqrt{3}}{3}$

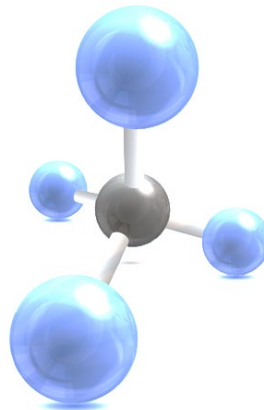
Xét tam giác vuông SA_1G_1 theo định lý Pytago ta có

$$SA_1^2 = SG_1^2 + A_1G_1^2 \Leftrightarrow k^2 = SG_1^2 + \left(\frac{k\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{SG_1\sqrt{6}}{2} = \frac{300\sqrt{6}}{2} = 150\sqrt{6}$$

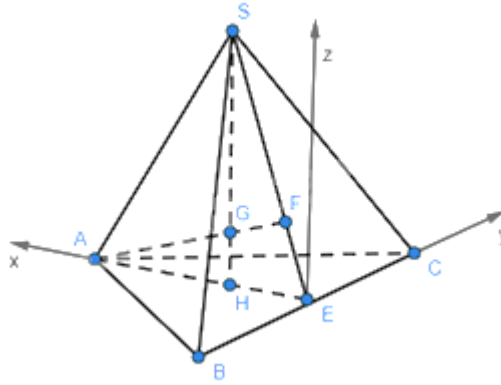
Vậy độ lớn lực căng các sợi dây là $k = 150\sqrt{6} \approx 367 \text{ (N)}$

Câu 2: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này. (làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 109,5



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS})$

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với gốc O trùng với gốc tọa độ O

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là a

$$\text{Ta có: } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\text{Lại có: } \frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA \text{ và } AF \text{ cắt } SH \text{ tại } G \text{ nên } \frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3}$$

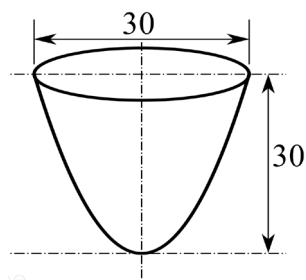
$$\Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right)$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\overrightarrow{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

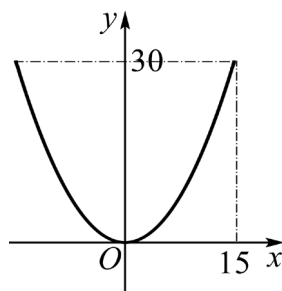
$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) \approx 109,5^\circ$$

Câu 3: Một chậu cây có chiều cao 30cm và đường kính miệng 30cm. Mặt cắt ngang của chậu cây là một parabol (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của chậu cây đó (đơn vị dm^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Chọn 10.6



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Suy ra phương trình parabol có dạng $y = ax^2$.

Vì parabol đi qua điểm $M(15;30) \Rightarrow 30 = a \cdot 15^2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{15}$.

Suy ra phương trình parabol là $y = \frac{2}{15}x^2$.

Khi đó chậu cây có thể xem là khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{\frac{15}{2}}y, x = 0, y = 0, y = 30$ xung quanh trục Oy .

Vậy thể tích chậu cây là $V = \pi \int_0^{30} \frac{15}{2} y dy = \frac{15\pi}{2} \cdot \frac{y^2}{2} \Big|_0^{30} \approx 10602,88 \text{ cm}^3 \approx 10,6 \text{ dm}^3$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (4; 1; -5), \vec{v} = (m-1; 3-m^2; 2m)$. Biết m_1, m_2 là hai giá trị của tham số m để hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ vuông góc. Tính $|m_1 - m_2|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Chọn 5.66

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 4(m-1) + (3-m^2) - 5 \cdot 2m = 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0$.

Khi đó $m_1 + m_2 = -6; m_1 \cdot m_2 = 1$.

Suy ra $|m_1 - m_2|^2 = (m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2 = 32 \Rightarrow |m_1 - m_2| = 4\sqrt{2} \approx 5,66$.

Câu 5: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là bao nhiêu? (đơn vị nghìn đồng)

Lời giải

Đáp án: 1200.

Khi bán x mét vải lụa:

- Số tiền thu được là: $220x$ (nghìn đồng).

- Lợi nhuận thu được là: $220x - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

Xét $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ với $x \in [1; 18]$

$f'(x) = -3x^2 + 6x + 240; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

$$\Rightarrow f_{\max} = f(10) = 1200$$

Vậy lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 (nghìn đồng).

Câu 6: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của bất phương trình

$$(1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}(-1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} \geq -\frac{2}{3}x - 6.$$

Lời giải

Đáp án: 19.

Điều kiện: $x > -9$.

$$\text{Ta có: } (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}(-1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} \geq -\frac{2}{3}x - 6$$

$$\Leftrightarrow (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\left(\frac{9}{1+\sqrt{10}}\right)^{\log_3(x+9)} \geq -\frac{2}{3}(x+9)$$

$$\Leftrightarrow (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\frac{(x+9)^2}{(1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)}} \geq -\frac{2}{3}(x+9)$$

$$\Leftrightarrow 3(1+\sqrt{10})^{2\log_3(x+9)} - 5(x+9)^2 \geq -2(x+9)(1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} \quad (\text{do } (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} > 0)$$

$$\Leftrightarrow 3(1+\sqrt{10})^{2\log_3(x+9)} + 2(x+9)(1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} - 5(x+9)^2 \geq 0.$$

$$\text{Đặt } t = (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} > 0.$$

$$\text{Ta có BPT trở thành } 3t^2 + 2(x+9)t - 5(x+9)^2 \geq 0 \Leftrightarrow [t - (x+9)][3t + 5(x+9)] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t - (x+9) \geq 0 \quad (\text{vì } \begin{cases} t > 0 \\ x+9 > 0 \end{cases})$$

$$\Leftrightarrow t \geq x+9.$$

$$\text{Khi đó, } t = (1+\sqrt{10})^{\log_3(x+9)} \geq x+9 \Leftrightarrow \log_3(1+\sqrt{10}) \cdot \log_3(x+9) \geq \log_3(x+9)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+9) [\log_3(1+\sqrt{10}) - 1] \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(x+9) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -8 \text{ mà } x \in [-10;10], x \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \in \{-8; -7; \dots; 0; 1; 2; \dots; 8, 9, 10\}.$$

Vậy tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của bất phương trình đã cho là 19

----- Hết -----

Đề thi gồm có bảy phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Số đo của góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng $\widehat{SBC}$.
B. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng 90° .
C. Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng 90° .
D. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng $\widehat{BSD}$.

Câu 2: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 6. B. 7. C. 10. D. 15.

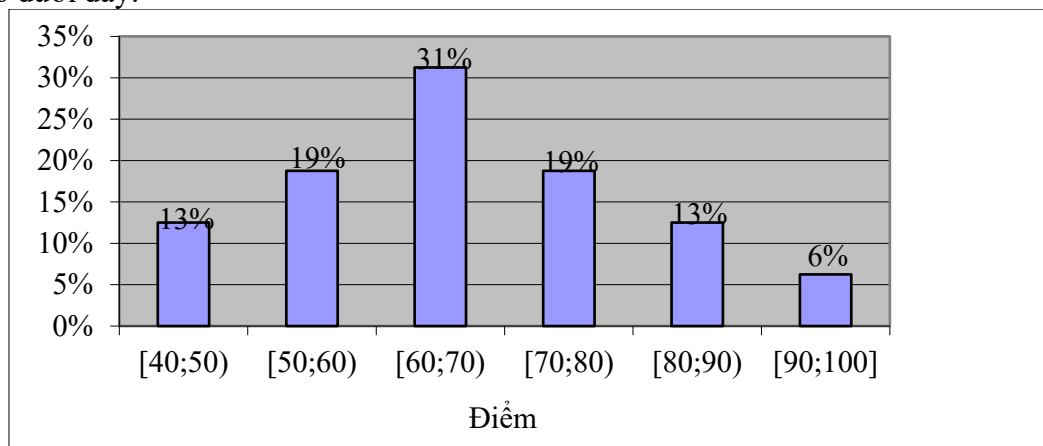
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 4: $\int x^2 dx =$

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Câu 5: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Ước lượng một của mẫu số liệu trên.

- A. 55. B. 65. C. 72. D. 68.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3;4;1)$. B. $(-1;-2;3)$. C. $(3;5;1)$. D. $(1;2;3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(7;4;-2)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = -5\overrightarrow{MA}$ là

A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right)$.

D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

Câu 8: Trong các dãy số (u_n) được cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n$.

B. $u_n = 7 + 3^n$.

C. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

D. $u_n = 7 - 3^n$.

Câu 9: Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên T .

Cho $P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Nếu A, B là hai biến cố xung khắc thì $P(B)$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1); B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): x + y + 2z - 3 = 0$.

B. $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$.

D. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ điểm D thuộc đoạn AC sao cho D cách đều 2 đường thẳng AB và BC là

A. $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{11}{3}; 1\right)$.

B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$.

C. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

a) [NB] Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 6$.

b) [TH] Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 15000.

c) [TH] Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = 3n + 5$.

d) [VD] Số 44 là một số hạng của cấp số cộng.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$

và $f(0) = 10$.

a) $f(\pi) = 2\pi$.

b) $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$.

c) Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = f(x); y = g(x) = 5 \cos x + 9$ và trục tung bằng 8.

d) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx$ bằng $-0,023$ (làm tròn đến hàng thập phân nghìn).

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;-1), B(1;3;-2), C(2;-1;1), D(3;-8;6)$.

a) **[NB]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng Ox là $H(3;0;0)$.

b) **[TH]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng (Oyz) là $D'(0;-8;6)$.

c) **[TH]** Điểm $I(3;-6;1)$ thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} - 3\vec{IC} = \vec{0}$.

d) **[VD,VDC]** Gọi $M(x;y;z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) và biểu thức

$T = MA^2 + MB^2 - 3MC^2 + 10MD$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của OM bằng 14.

Câu 4: Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

a) **[NB]** Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 20 phút của 2 tổ là 6.

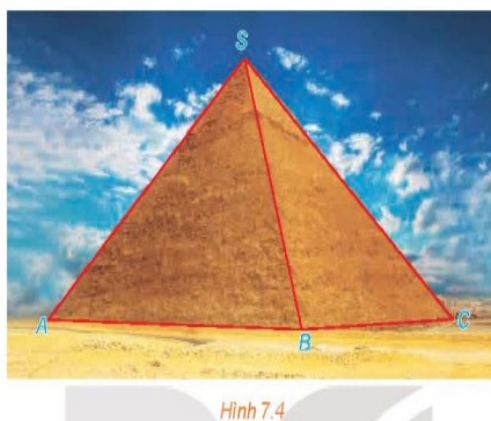
b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.

c) **[TH]** Xét mẫu số liệu thời gian học của tổ 2 ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 32

d) **[VD]** Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ học đồng đều của các em học sinh tổ 1, tổ 2. Tổ nào có phương sai, độ lệch chuẩn thấp hơn thì được coi là tổ đó học đồng đều hơn. Theo quan điểm trên, thì tổ 1 học đồng đều hơn tổ 2.

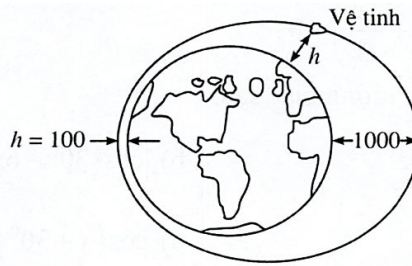
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình vuông $ABCD$ tâm H và cạnh đáy dài khoảng 262m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 230m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Biết căn phòng chứa đựng thông tin khảo cổ được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Các nhà khảo cổ muốn lấy thông tin khảo cổ bằng cách tạo một lỗ khoan từ mặt bên đến vị trí đặt thông tin khảo cổ. Chiều dài nhỏ nhất của lỗ khoan mà các nhà khảo cổ muốn tạo bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 7.4

Câu 2: Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):

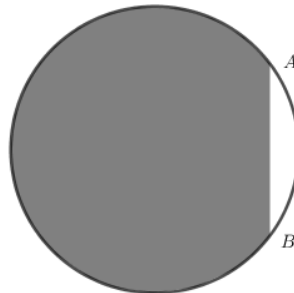


Độ cao h (tính bằng kilômét) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ

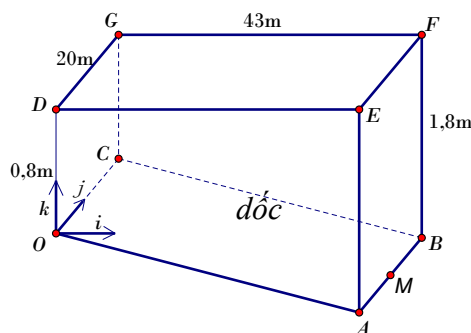
đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm t để có thể thực hiện thí nghiệm đó (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 3: Khối lượng $q(\text{kg})$ của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \frac{3}{5}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = p \cdot q$. Tìm giá bán mỗi kilôgam sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất và xác định doanh thu cao nhất đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4: Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng $10(\text{m})$. Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết tiền chi phí tiền công sơn mỗi mét vuông hết 30 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 12(\text{m})$. Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 5: Cho hình vẽ sau đây (không theo tỉ lệ) mô tả một bể bơi với bề mặt hình chữ nhật nằm ngang $DEFG$ trong đó $DG = 20\text{m}$ và $FG = 43\text{m}$, các bước tường của bể bơi vuông góc với bề mặt $DEFG$. Sàn dốc $OABC$ là một hình chữ nhật có $OC = 20\text{m}$. Đầu rộng nhất và đầu sâu nhất của bể bơi có độ sâu lần lượt là $0,8\text{m}$ và $1,8\text{m}$. Điểm O được lấy làm gốc, với các vec-tơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt theo hướng $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ và $\overrightarrow{OD}$ tương ứng.



Cho điểm P có tọa độ $(39,6; 8; 0,8)$ nằm trên mặt phẳng $DEFG$ và điểm M là trung điểm của AB .

Xác định góc giữa đường thẳng PM và $mp(OABC)$ (Kết quả tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$. Gọi $M(a; b; c)$ với $a < 0$ là điểm thuộc d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Giá trị của biểu thức $a - 3b + 2c$ bằng

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	C	B	B	D	A	C	B	D	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	94	37	93,8	8934	23,4	7

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

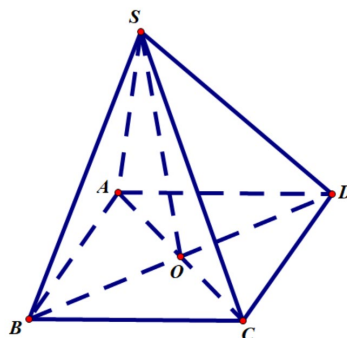
Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Số đo của góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng $\widehat{SBC}$.
- B.** Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng 90° .
- C.** Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng 90° .
- D.** Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng $\widehat{BSD}$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán



Gọi $O = AC \cap BD$

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD, AC \perp BD$

$\Rightarrow$ Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng $\widehat{SOB} = 90^\circ$.

Câu 2: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 6. B. 7. C. 10. D. 15.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $15 - 5 = 10$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và

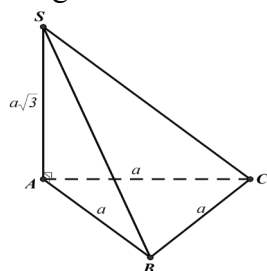
$SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán



Ta có SA là đường cao hình chóp

Vậy thể tích cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

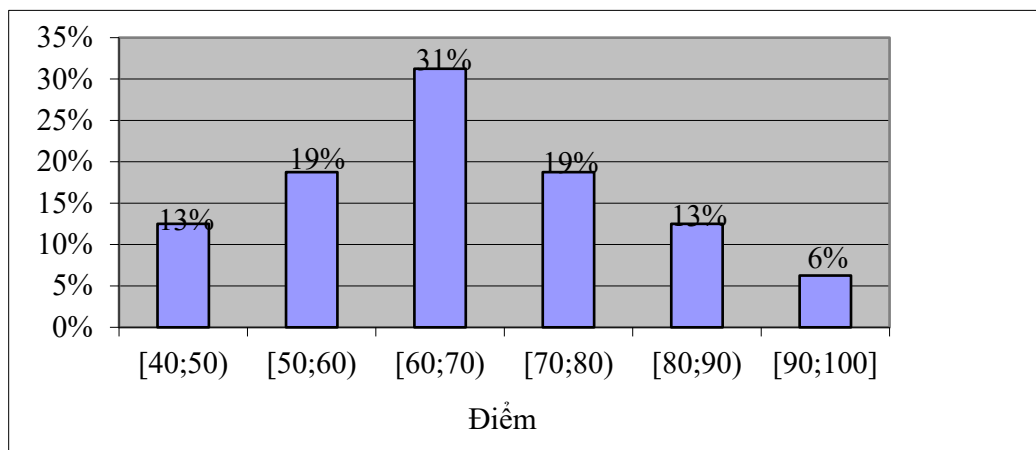
Câu 4: Tính $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Ước lượng một của mẫu số liệu trên.

A. 55.

B. 65.

C. 72.

D. 68.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Lớp điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100]
Tần số	4	6	10	6	4	2

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: [60;70)

$$\text{Một của mẫu số liệu là: } 60 + \frac{10-6}{10-6+10-6} \cdot 10 = 65$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(3; 4; 1)$.

B. $(-1; -2; 3)$.

C. $(3; 5; 1)$.

D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2-1; 3-1; 2+1) = (1; 2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3), B(7; 4; -2)$. Điểm M thoả mãn $\overrightarrow{BM} = -5\overrightarrow{MA}$ là

A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right)$.

D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{BM} = (x-7; y-4; z+2), \overrightarrow{MA} = (1-x; 2-y; -3-z)$.

$$\overrightarrow{BM} = -5\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 = -5(1-x) \\ y-4 = -5(2-y) \\ z+2 = -5(-3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \\ z = -\frac{13}{4} \end{cases}$$

Vậy $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

- Câu 8:** Trong các dãy số (u_n) được cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số nhân?
A. $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 + 3^n$. **C.** $u_n = 7 \cdot 3^n$. **D.** $u_n = 7 - 3^n$.

Lời giải

Chọn C

Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 7 \cdot 3^n$ là một cấp số nhân có $u_1 = 7 \cdot 3 = 21, q = 3$.

- Câu 9:** Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên T . Cho $P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$.

Biết A, B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: A, B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{4}.$$

- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **D**.

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1); B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A.** $(P): x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$. **D.** $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(0;1;1) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (1;2) \end{cases}$$

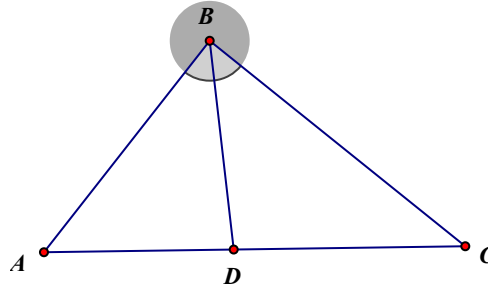
$$\Rightarrow (P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + y + 2z - 3 = 0.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ điểm D thuộc đoạn AC sao cho D cách đều 2 đường thẳng AB và BC là

A. $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{11}{3}; 1\right)$. **B.** $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BA = \sqrt{26}$, $BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (*)

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

a) [NB] Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 6$.

b) [TH] Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 15000.

c) [TH] Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = 3n + 5$.

d) [VD] Số 44 là một số hạng của cấp số cộng.

Lời giải

a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$ suy ra mệnh đề **sai**.

b) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là

$$S_{100} = \frac{[2u_1 + (n-1)d] \cdot n}{2} = \frac{[2 \cdot 2 + (100-1) \cdot 3] \cdot 100}{2} = 15050 \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

c) Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 1 \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

d) Xét $44 = 3n - 1 \Rightarrow n = 15 \in \mathbb{N}^*$. Do đó 44 là một số hạng của cấp số cộng đã cho suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$

và $f(0) = 10$.

a) $f(\pi) = 2\pi$.

b) $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$.

c) Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = f(x)$;
 $y = g(x) = 5\cos x + 9$ và trục tung bằng 8.

d) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx$ bằng $-0,023$ (làm tròn đến hàng thập phân nghìn).

Lời giải

a) $\int_0^{\pi} f'(x) dx = f(\pi) - f(0) \Rightarrow f(\pi) = \int_0^{\pi} (2 - 5\sin x) dx + f(0) = 2\pi$ nên a) đúng

b) Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 - 5\sin x) dx = 2x + 5\cos x + C_1$ với C_1 là hằng số

Mà $f(0) = 10$ nên $5 + C_1 = 10 \Rightarrow C_1 = 5$. Vậy $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$.

Suy ra $\int f(x) dx = \int (2x + 5\cos x + 5) dx = x^2 + 5x + 5\sin x + C$ với C là hằng số
nên b) đúng

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x + 5\cos x + 5 = 5\cos x + 9 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_0^2 |2x + 5\cos x + 5 - 5\cos x - 9| dx = \int_0^2 |2x - 4| dx = \left| \int_0^2 (2x - 4) dx \right| = \left| (x^2 - 4x) \right|_0^2 = 4.$$

Vậy c) sai.

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = - \left[\frac{1}{f\left(\frac{\pi}{2}\right)} - \frac{1}{f(0)} \right] \approx -0,023$.

Vậy d) đúng.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; -1), B(1; 3; -2), C(2; -1; 1), D(3; -8; 6)$.

a) **[NB]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng Ox là $H(3; 0; 0)$.

b) **[TH]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng (Oyz) là $D'(0; -8; 6)$.

c) **[TH]** Điểm $I(3; -6; 1)$ thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} - 3\vec{IC} = \vec{0}$.

d) **[VD, VDC]** Gọi $M(x; y; z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) và biểu thức

$T = MA^2 + MB^2 - 3MC^2 + 10MD$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của OM bằng 14.

Lời giải

a) **[NB]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng Ox là $H(3; 0; 0)$

Khẳng định đúng.

b) **[TH]** Hình chiếu của D trên mặt phẳng (Oyz) là $D'(0; -8; 6)$.

Khẳng định đúng.

c) **[TH]** Điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} - 3\vec{IC} = \vec{0}$

$$\begin{cases} 2-x+1-x-3(2-x)=0 \\ 2-y+3-y-3(-1-y)=0 \\ -1-z-2-z-3(1-z)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-8 \\ z=6 \end{cases} \Leftrightarrow I(3;-8;6)$$

Khẳng định sai.

d) [VD,VDC] Hình chiếu của D trên mặt phẳng (Oyz) là $D'(0;-8;6) \Rightarrow OD' = 10$

$I(3;-8;6) \equiv D$ nên điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} - 3\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

$$\Rightarrow T = MA^2 + MB^2 - 3MC^2 + 10MD = -MD^2 + 10MD + DA^2 + DB^2 - 3DC^2$$

Có các điểm D, A, B, C cố định $\Rightarrow DA^2 + DB^2 - 3DC^2$ không đổi

$$\Rightarrow T = MA^2 + MB^2 - 3MC^2 + 10MD = -MD^2 + 10MD + DA^2 + DB^2 - 3DC^2$$

$$= 25 - (MD - 5)^2 + DA^2 + DB^2 - 3DC^2 \leq 25 + DA^2 + DB^2 - 3DC^2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow MD = 5 \Leftrightarrow D'M = \sqrt{MD^2 - D'D^2} = 4$$

$\Rightarrow$ Điểm M thuộc đường tròn tâm D' bán kính bằng 4 nằm trên mặt phẳng (Oyz)

$$\Rightarrow MO \leq OD' + D'M = 14$$

Vậy với $M(x; y; z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) và biểu thức đạt giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của OM bằng 14.

Khẳng định đúng.

Câu 4: Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

a) [NB] Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 20 phút của 2 tổ là 6.

b) [TH] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.

c) [TH] Xét mẫu số liệu thời gian học của tổ 2 ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 32

d) [VD] Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ học đồng đều của các em học sinh tổ 1, tổ 2. Tổ nào có phương sai, độ lệch chuẩn thấp hơn thì được coi là tổ đó học đồng đều hơn. Theo quan điểm trên, thì tổ 1 học đồng đều hơn tổ 2.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Đúng.	d) Sai.
-----------------	----------------	-----------------	----------------

a) Đúng. Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 20 phút là: $4 + 2 = 6$.

b) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là $80 - 0 = 80$ (phút)

c) Đúng.

Giá trị đại diện	10	30	50	70
Số học sinh tổ 1	4	2	3	1
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian học của tổ 2 là

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \cdot 10 + 5 \cdot 30 + 3 \cdot 50}{10} = 32.$$

d) Sai. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian học của tổ 1 là

$$\bar{x}_1 = \frac{4 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 50 + 1 \cdot 70}{10} = 32.$$

Độ lệch chuẩn của thời gian học tập hàng ngày của các tổ là

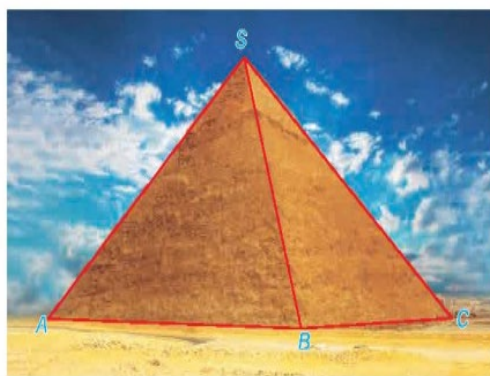
$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{10} (4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 30^2 + 3 \cdot 50^2 + 1 \cdot 70^2) - 32^2} \approx 20,9$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{10} (2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 30^2 + 3 \cdot 50^2) - 32^2} = 14$$

Do $s_2 < s_1$ suy ra tổ 2 học **đồng đều hơn** tổ 1

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

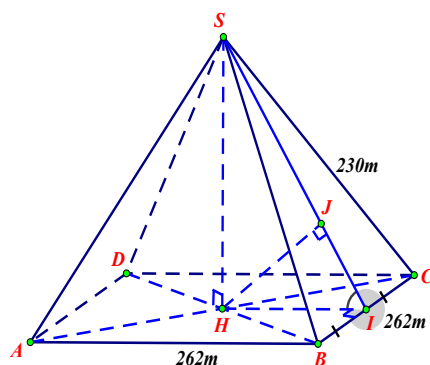
Câu 1: Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình vuông $ABCD$ tâm H và cạnh đáy dài khoảng 262m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 230m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Biết căn phòng chứa đựng thông tin khảo cổ được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Các nhà khảo cổ muốn lấy thông tin khảo cổ bằng cách tạo một lỗ khoan từ mặt bên đến vị trí đặt thông tin khảo cổ. Chiều dài nhỏ nhất của lỗ khoan mà các nhà khảo cổ muốn tạo bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Hình 7.4

Lời giải

Đáp án: 94



Khoảng cách ngắn nhất từ mặt bên đến vị trí đặt thông tin khảo cổ là khoảng cách từ tâm đáy đến mặt bên.

Vì kim tự tháp có dạng hình chóp đều $S.ABCD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow BC \perp SH$ (1)

Gọi I là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp HI$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow (SHI) \perp (SBC)$

Lại có $(SHI) \cap (SBC) = SI$, nên từ H dựng $HJ \perp SI$ suy ra $d(H, (SBC)) = HJ$

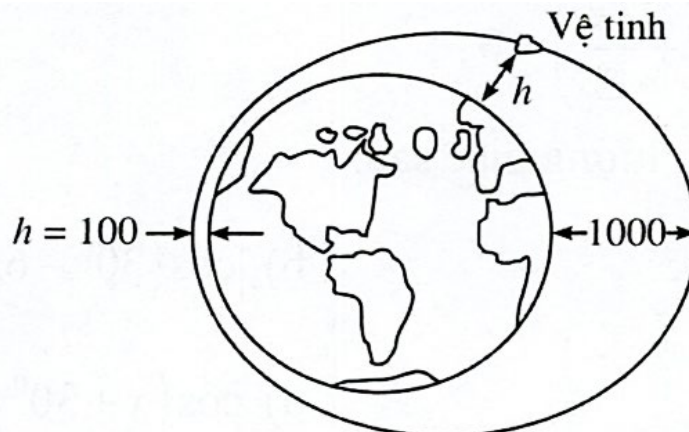
Trong tam giác $\triangle SHB$ vuông tại H có $SH^2 = SB^2 - HB^2 = 18578$

Trong tam giác $\triangle SHI$ vuông tại H , HJ là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161}$$

$$\Rightarrow HJ^2 = \frac{18578 \cdot 17161}{35739} \Rightarrow HJ \approx 94 \text{ (m)}$$

Câu 2: Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức

$h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ

đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm t để có thể thực hiện thí nghiệm đó (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 37

Ta có phương trình: $550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t = 250 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{50} t = -\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{50} t \approx 2,3 + k2\pi \\ \frac{\pi}{50} t \approx -2,3 + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 36,61 + k100 \\ t \approx -36,61 + k100 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, tại thời điểm $t \approx 37$ (phút) thì ta có thể thực hiện thí nghiệm đó.

Câu 3: Khối lượng $q(\text{kg})$ của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \frac{3}{5}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = p \cdot q$. Tìm giá bán mỗi kilôgam sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất và xác định doanh thu cao nhất đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 93,8.

$$\text{Ta có: } p = 15 - \frac{3}{5}q \Rightarrow q = \frac{5}{3}(15 - p)$$

$$\text{Ta được: } R = p \cdot q = p \cdot \frac{5}{3}(15 - p) = -\frac{5}{3}p^2 + 25p$$

Xét hàm số $y = -\frac{5}{3}p^2 + 25p$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có

$$y' = -\frac{10}{3}p + 25; y' = 0 \Leftrightarrow p = 7,5$$

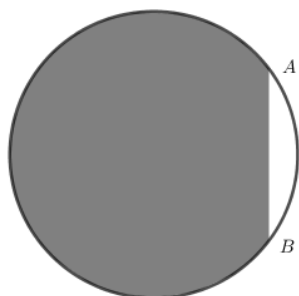
Bảng biến thiên:

x	0	7,5	$+\infty$
y'		0	-
y	0	93,75	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\max_{(0; +\infty)} y = y(7,5) = 93,75 \approx 93,8$

Vậy nếu giá bán mỗi kilôgam sản phẩm là 7,5 nghìn đồng/kg thì sẽ đạt được doanh thu cao nhất xấp xỉ 93,8 nghìn đồng.

Câu 4: Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 10(m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết tiền chi phí tiền công sơn mỗi mét vuông hết 30 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 12$ (m). Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

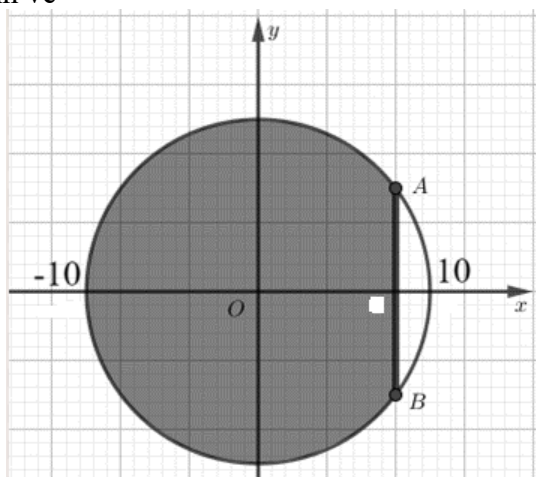


Lời giải

Đáp án: 8934.

Diện tích miếng tôn hình tròn là: $S_1 = \pi.R^2 = 100\pi(m^2)$.

Xét hệ tọa độ Oxy như hình vẽ



Phương trình của đường tròn tâm O , bán kính bằng 10 là: $x^2 + y^2 = 100$.

Phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn là: $y = \sqrt{100 - x^2}$

Từ $AB = 12 \Rightarrow y_A = 6 \Rightarrow x_A = 8$.

Diện tích phần tấm tôn trống là $S_2 = 2 \cdot \int_8^{10} \sqrt{100 - x^2} dx \text{ (m}^2\text{)}$

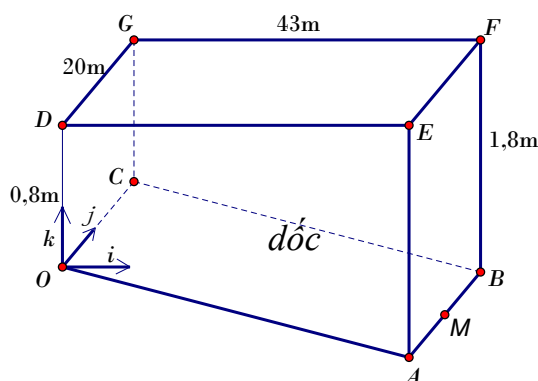
Diện tích phần tấm tôn trang trí là:

$$S = S_1 - S_2 = 100\pi - 2 \cdot \int_8^{10} \sqrt{100 - x^2} dx \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy số tiền chi phí là:

$$T = 30 \cdot \left(100\pi - 2 \cdot \int_8^{10} \sqrt{100 - x^2} dx \right) \approx 8934 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 5: Cho hình vẽ sau đây (không theo tỉ lệ) mô tả một bể bơi với bề mặt hình chữ nhật nằm ngang $DEFG$ trong đó $DG = 20m$ và $FG = 43m$, các bước tường của bể bơi vuông góc với bề mặt $DEFG$. Sàn dốc $OABC$ là một hình chữ nhật có $OC = 20m$. Đầu rộng nhất và đầu sâu nhất của bể bơi có độ sâu lần lượt là $0,8m$ và $1,8m$. Điểm O được lấy làm gốc, với các vec-tơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt theo hướng $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ và $\overrightarrow{OD}$ tương ứng.

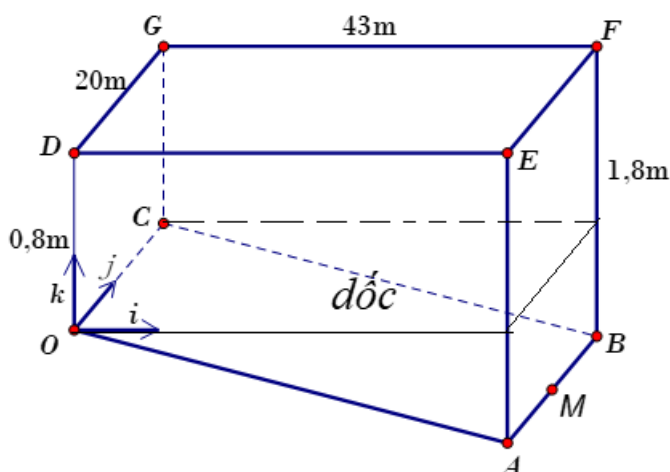


Cho điểm P có tọa độ $(39, 6; 8; 0, 8)$ nằm trên mặt phẳng $DEFG$ và điểm M là trung điểm của AB .

Xác định góc giữa đường thẳng PM và $mp(OABC)$ (Kết quả tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 23,4



Ta có $\overrightarrow{OA} = (43; 0; -1)$, $\overrightarrow{OC} = (0; 20; 0)$

$\vec{n} = [\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}] = 20(1; 0; 43)$ là 1 VTPT của $mp(OABC)$.

$$PT \ mp(OABC) : x + 43z = 0$$

$$\text{Tọa độ điểm } B(43; 20; -1) \Rightarrow M(43; 10; -1).$$

$$\overrightarrow{PM} = (3; 4; 2; -1, 8).$$

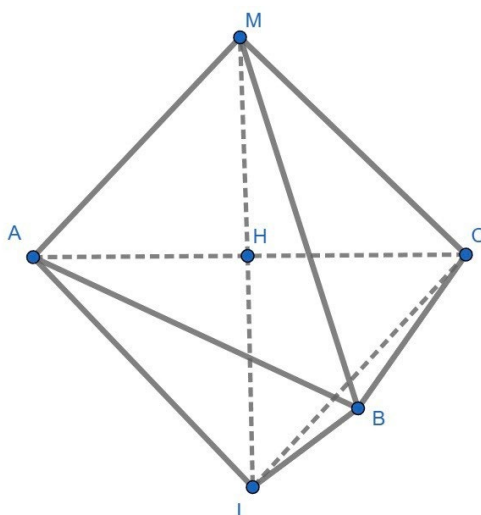
Gọi α là góc giữa đường thẳng PM và $mp(OABC)$.

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{PM}, \vec{n}) \right| = \frac{|\overrightarrow{PM} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{PM}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{74}{\sqrt{34780}} \Rightarrow \alpha \simeq 23,4^\circ.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$. Gọi $M(a; b; c)$ với $a < 0$ là điểm thuộc d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Giá trị của biểu thức $a - 3b + 2c$ bằng

Lời giải

Đáp án: 7



$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27 \text{ có tâm } I(1; 2; -3), R = 3\sqrt{3}.$$

Từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) nên $\widehat{IAM} = \widehat{IBM} = \widehat{ICM} = 90^\circ; MA = MB = MC = x (x > 0)$

$$\text{Xét tam giác } MAC : AC = \sqrt{AM^2 + CM^2 - 2AM \cdot MC \cdot \cos 120^\circ} = x\sqrt{3}$$

$$\text{Xét tam giác } MAB : \begin{cases} MA = MB \\ \widehat{AMB} = 60^\circ \end{cases}, \text{ suy ra tam giác } MAB \text{ đều nên } AB = x.$$

$$\text{Xét tam giác } MAC \text{ vuông cân tại } M : BC = x\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } ABC : AB^2 + BC^2 = AC^2 \text{ nên tam giác } ABC \text{ vuông tại } B. \text{ Do vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \text{ là trung điểm } H \text{ của } AC, AH = HB = \frac{AC}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $IM \perp (ABC)$ tại H .

Xét tam giác MAI vuông tại A , AH là đường cao:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{4}{3x^2} = \frac{1}{27} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = 3.$$

$$IM = \sqrt{AM^2 + AI^2} = \sqrt{27 + 9} = 6.$$

$$M \in d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{1} \Rightarrow M(2+t; 1+t; 4+t)$$

$$IM = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(t+1)^2 + (t-1)^2 + (t+7)^2} = 6 \Leftrightarrow 3t^2 + 14t + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$t = -3 \Rightarrow M(-1; -2; 1) \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$t = -\frac{5}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right) \text{ (Không thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } a = -1, b = -2, c = 1 \Rightarrow a - 3b + 2c = 7.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có bảy phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$ có bán kính bằng:

- A. 16 B. 4 C. 9 D. 6.

Câu 2: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng:

- A. 2 B. 6 C. 3 D. 4.

Câu 3. Cho bảng phân bố tần số sau đây ghi lại số ghế trống trong các chuyến bay từ Hà Nội đến Thành phố Hồ Chí Minh:

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	
Tần số	3	8	15	18	12	6	$n = 62$

Trung vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 16,39. B. 18,89. C. 18,07. D. 15,57.

Câu 4. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Thống kê lại Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác An trong 30 ngày được ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,5;2,8)$	$[2,8;3,1)$	$[3,1;3,4)$	$[3,4;3,7)$	$[3,7;4,0)$	$[4,0;4,3)$
Số ngày (Tần số)	3	4	6	7	8	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 0,19. B. 0,26. C. 0,16. D. 0,18.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ điểm M là:

- A. $M(2;-3)$. B. $M(2;0;-3)$. C. $M(2;-3;0)$. D. $M(0;2;-3)$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_3 bằng:

- A. -5. B. 4. C. 1. D. -2.

Câu 7. Nếu $\int_0^{\pi} f(x) dx = 2$ thì $\int_0^{\pi} 3f(x) dx$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 6.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-4;2); B(2;0;-1); C(0;1;3)$ Kết quả của biểu thức $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A. 20. B. 10. C. -20. D. -5.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $\vec{u} = (1;3;2); \vec{v} = (-1;0;1)$. Tọa độ của véc tơ $2\vec{u} - 3\vec{v}$ là:

- A. $(5;6;1)$. B. $(5;6;7)$. C. $(5;6;-1)$. D. $(-5;6;1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1;2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (0;-3;-1)$ có phương trình là :

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = -3 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases} \end{array}$$

Câu 11. Nếu một đa giác đều có 35 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

- A. 11. B. 10. C. 9. D. 8.

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. 15. B. 16. C. 17. D. -17.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
b) **[TH]** Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
c) **[TH]** Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
d) **[VD]** Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài chạy bộ 1km của học sinh hai lớp 6A, 6B của một trường được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số học sinh lớp 6A	8	10	13	10	9
Số học sinh 6B	4	12	17	14	3

- a) **[NB]** Thời gian trung bình hoàn thành bài chạy của học sinh lớp 6A, lớp 6B lần lượt là $\bar{x}_A = 8,5$; $\bar{x}_B = 8,54$.
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là: 1,61.
c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6A là 1,08 và Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là 1,7584.
d) **[VD]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 6B có tốc độ chạy đồng đều hơn.

Câu 3: Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 4a$, đáy ABC là tam giác là tam giác vuông tại B

$AB = 3a, BC = a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** $d(S, (ABC)) = 4a$.
b) **[TH]** $V_{S.ABC} = a^3\sqrt{3}$.
c) **[TH]** $V_{S.ABC} = \frac{3}{2}V_{S.AMC}$.
d) **[VD,VDC]** $d(A, (SCM)) = \frac{a\sqrt{3}}{9}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và điểm $M(1; 0; -2)$.

- a) **[NB]** Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2, 4, -2)$
b) **[TH]** Mặt cầu (S) tâm M , bán kính $R = \sqrt{15}$ có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z - 10 = 0$

c) [TH] Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S)

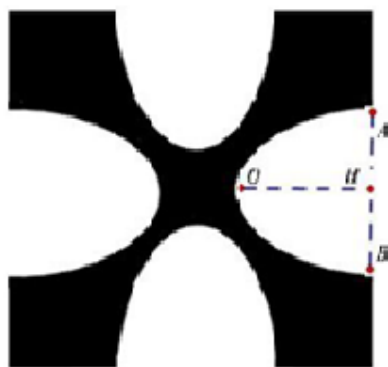
d) [VD,VDC] Mặt phẳng $(P) // (Q)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm $N(2;1;5)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bạn Việt và bạn Nam rất thích chơi Rubik, các bạn đã cùng nhau chơi rất nhiều khối Rubik có hình dạng khác nhau. Một hôm Việt mang khối Rubik có hình dạng là một tứ diện đều có cạnh $9,8 \text{ cm}$ và đồ Nam: Nếu nối 2 điểm bất kì trên 2 cạnh đối của khối Rubik, thì ta được đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (đơn vị là cm , kết quả làm tròn một chữ số thập phân).

Câu 2: Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng (Oxz) , đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;4;-2)$. Góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn bằng bao nhiêu độ? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng $30(\text{cm})$ bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 12(\text{cm})$. $OH = 10 \text{ cm}$. Biết giá trang trí hoa văn 1cm^2 là 50.000 đồng, tính số tiền (nghìn đồng) cần bỏ ra để trang trí hoa văn đó.



Câu 4: Cho ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 5$ và $5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị bao nhiêu?

Câu 5: Một cơ sở sản xuất chảo inox đang bán mỗi chiếc chảo inox với giá 400 nghìn đồng một chiếc và mỗi tuần cơ sở bán được trung bình 300 chiếc chảo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 400 nghìn đồng mà cứ tăng giá thêm 10 nghìn đồng thì mỗi tuần sẽ bán ít hơn 10 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc chảo không thay đổi là 250 nghìn đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất.

Câu 6: Một người gửi tiết kiệm 1 tỉ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% /tháng theo hình thức lãi kép. Kể từ lúc gửi cứ sau 1 tháng người đó lại rút ra 10 triệu để chi tiêu. Hỏi sau thời gian ít nhất bao nhiêu tháng kể từ ngày gửi tiền, tài khoản tiền gửi của người đó về nhỏ hơn 100 triệu đồng? (Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình người đó gửi tiết kiệm).

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	D	C	B	D	A	A	C	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	6,9	20	2900	29	475	129

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$ có bán kính bằng:

A. 16

B. 4

C. 9

D.6.

Lời giải

Chon B

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Từ đó suy ra bán kính của mặt cầu là $R = 4$.

Câu 2: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng:

A. 2

B. 6

C. 3

D. 4.

Lời giải

Chon B

Ta có thể tích khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{18}{3} = 6$.

Câu 3. Cho bảng phân bố tần số sau đây ghi lại số ghế trống trong các chuyến bay từ Hà Nội đến Thành phố Hồ Chí Minh:

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	
Tần số	3	8	15	18	12	6	$n = 62$

Trung vị của mẫu số liệu trên là:

A. 16,39.

B. 18,89.

C. 18,07.

D. 15,57.

Lời giải

b) **Chọn A**

Cỡ mẫu là $n = 62$ nên nhóm có hai số hạng đứng chính giữa là x_{31} và x_{32} số trung vị

$M_e = \frac{1}{2}(x_{31} + x_{32})$ thuộc nhóm $[15;20)$.

$$\text{Trung vị } M_e = 15 + \frac{\frac{62}{2} - (3 + 8 + 15)}{18} (20 - 15) \approx 16,39.$$

Câu 4. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Thống kê lại Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác An trong 30 ngày được ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,5;2,8)$	$[2,8;3,1)$	$[3,1;3,4)$	$[3,4;3,7)$	$[3,7;4,0)$	$[4,0;4,3)$
Số ngày (Tần số)	3	4	6	7	8	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. 0,19.

B. 0,26.

C. 0,16.

D. 0,18.

Lời giải

Chọn D

Xét mẫu số liệu ghép nhóm ta có bởi bảng sau:

Quãng đường	$[2,5;2,8)$	$[2,8;3,1)$	$[3,1;3,4)$	$[3,4;3,7)$	$[3,7;4,0)$	$[4,0;4,3)$
Giá trị đại diện	2.65	2.95	3.25	3.55	3.85	4.15
Số ngày (Tần số)	3	4	6	7	8	2

Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{1}{30} \cdot (2,65 \cdot 3 + 2,95 \cdot 4 + 3,25 \cdot 6 + 3,55 \cdot 7 + 3,85 \cdot 8 + 4,15 \cdot 2) = 3,44.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3 \cdot (2,65 - 3,44)^2 + 4 \cdot (2,95 - 3,44)^2 + 6 \cdot (3,25 - 3,44)^2 + 7 \cdot (3,55 - 3,44)^2 + 8 \cdot (3,85 - 3,44)^2 + 2 \cdot (4,15 - 3,44)^2}{30}$$

$$s^2 \approx 0,18$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ điểm M là:

A. $M(2; -3)$.

B. $M(2; 0; -3)$.

C. $M(2; -3; 0)$.

D. $M(0; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow M(x; y; z). \text{ Do đó } \overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Leftrightarrow M(2; -3; 0)$$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_3 bằng:

A. -5 .

B. 4 .

C. 1 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = -2 + 2.3 = 4$.

Câu 7. Nếu $\int_0^{\pi} f(x) dx = 2$ thì $\int_0^{\pi} 3f(x) dx$ bằng:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^{\pi} 3f(x) dx = 3 \int_0^{\pi} f(x) dx = 3.2 = 6$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -4; 2); B(2; 0; -1); C(0; 1; 3)$ Kết quả của biểu thức $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 20 .

B. 10 .

C. -20 .

D. -5 .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (3; 4; -3);$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; 5; 1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3.1 + 4.5 - 3.1 = 20$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $\vec{u} = (1; 3; 2); \vec{v} = (-1; 0; 1)$. Tọa độ của véc tơ $2\vec{u} - 3\vec{v}$ là:

A. $(5; 6; 1)$.

B. $(5; 6; 7)$.

C. $(5; 6; -1)$.

D. $(-5; 6; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$2\vec{u} = (2; 6; 4);$$

$$3\vec{v} = (-3; 0; 3)$$

$$2\vec{u} - 3\vec{v} = (5; 6; 1)$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; -3; -1)$ có phương trình là :

A.
$$\begin{cases} x = t \\ y = -3 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Nếu một đa giác đều có 35 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11 .

B. 10 .

C. 9 .

D. 8 .

Lời giải

Chọn B

Gọi số cạnh của đa giác là n thì đa giác có n đỉnh, $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$

Cứ hai đỉnh của đa giác tạo thành một đoạn thẳng bao gồm cả cạnh của đa giác và đường chéo của đa giác nên có C_n^2 đoạn thẳng.

$$\text{Số cạnh là: } C_n^2 - 35 = n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - 35 = n$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) - 70 = 2n \Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \begin{cases} n = 10 \\ n = -7 \end{cases} \Leftrightarrow n = 10 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}).$$

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. -17.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$

$$y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$$

Tính $y(-2) = 3$; $y(2) = -17$; $y(-1) = 10$.

Vậy $m = \min_{[-2; 2]} y = -17$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.

b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.

c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.

d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Đúng. Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Sai. Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8 \cdot 2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Sai. Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây), suy ra mệnh đề **sai**.

d) Đúng. Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây)

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294 \cdot 30 - 4,9 \cdot 30^2 = 4430(m)$ suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài chạy bộ 1km của học sinh hai lớp 6A, 6B của một trường được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số học sinh lớp 6A	8	10	13	10	9
Số học sinh lớp 6B	4	12	17	14	3

a) **[NB]** Thời gian trung bình hoàn thành bài chạy của học sinh lớp 6A, lớp 6B lần lượt là $\bar{x}_A = 8,5$; $\bar{x}_B = 8,54$.

b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là: 1,61.

c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6A là 1,08 và Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là 1,7584.

d) **[VD]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 6B có tốc độ chạy đồng đều hơn.

Lời giải

a) **Sai.** Ta có bảng sau:

Thời gian (phút)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5
Số học sinh lớp 6A	8	10	13	10	9
Số học sinh lớp 6B	4	12	17	14	3

Cỡ mẫu $n_A = 8 + 10 + 13 + 10 + 9 = 50$, $n_B = 4 + 12 + 17 + 14 + 3 = 50$.

Thời gian trung bình hoàn thành một bài viết chính tả của học sinh lớp 6A là:

$$\bar{x}_A = \frac{6.6,5 + 10.7,5 + 13.8,5 + 10.9,5 + 9.10,5}{50} = 8,54.$$

Thời gian trung bình hoàn thành một bài viết chính tả của học sinh lớp 6B là:

$$\bar{x}_B = \frac{4.6,5 + 12.7,5 + 17.8,5 + 14.9,5 + 3.10,5}{50} = 8,5. \text{ Vậy a) sai}$$

b) **Đúng.**

• Xét mẫu số liệu của học sinh lớp 6B:

Cỡ mẫu $n_B = 4 + 12 + 17 + 14 + 3 = 50$.

Gọi $b_1; \dots; b_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của học sinh lớp 6B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$b_1; \dots; b_4 \in [6; 7),$$

$$b_5; \dots; b_{16} \in [7; 8),$$

$$b_{17}; \dots; b_{33} \in [8; 9),$$

$$b_{34}; \dots; b_{47} \in [9; 10),$$

$$b_{48}; \dots; b_{50} \in [10; 11) \cap [10; 11).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $b_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là:

$$Q_1^b = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 4}{12}(8 - 7) = \frac{185}{24}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $b_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là:

$$Q_3^b = 9 + \frac{\frac{3.50}{4} - (4 + 12 + 17)}{14}(10 - 9) = \frac{261}{28}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là:

$$\Delta_Q = Q_3^b - Q_1^b = \frac{261}{28} - \frac{185}{24} \approx 1,61. \text{ Vậy b) đúng.}$$

c) Sai. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6A là:

$$S_A^2 = \frac{1}{50} [8.(6,5)^2 + 10.(7,5)^2 + 13.(8,5)^2 + 10.(9,5)^2 + 9.(10,5)^2] - (8,54)^2 = 1,7584$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là:

$$S_B^2 = \frac{1}{50} [4.(6,5)^2 + 12.(7,5)^2 + 17.(8,5)^2 + 14.(9,5)^2 + 3.(10,5)^2] - (8,5)^2 = 1,08. \text{ Vậy c) sai.}$$

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6A là: $S_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{1,7584} \approx 1,33$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 6B là: $S_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{1,08} \approx 1,04$

Vì $S_A \approx 1,33 > S_B \approx 1,04$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 6B có tốc độ chạy đồng đều hơn. Vậy d) sai

Câu 3: Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 4a$, đáy ABC là tam giác là tam giác vuông tại B

$AB = 3a, BC = a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

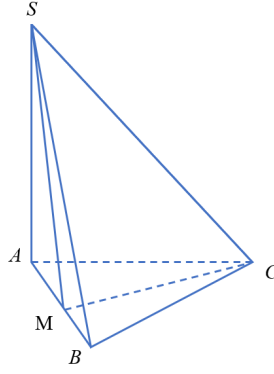
a) [NB] $d(S, (ABC)) = 4a$.

b) [TH] $V_{S.ABC} = a^3\sqrt{3}$.

c) [TH] $V_{S.ABC} = \frac{3}{2}V_{S.AMC}$.

d) [VD,VDC] $d(A, (SCM)) = \frac{a\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



a) Đúng. Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SA = 4a$. Vậy mệnh đề **a đúng**.

b) Sai. Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$. Vậy mệnh đề **b sai**.

c) Đúng. Ta có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.ACM}} = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACM}} = \frac{AB}{AM} = \frac{3}{2}$. Vậy mệnh đề **c đúng**.

d) Sai. Ta có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.ACM}} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_{S.ACM} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot 2a^3\sqrt{3} = \frac{4}{3}a^3\sqrt{3}$.

$$AC = 2a\sqrt{3}; SC = 2a\sqrt{7}.$$

$$\text{Mặt khác: } BM = a, SM = \sqrt{AM^2 + SA^2} = 2a\sqrt{5}, CM = \sqrt{BM^2 + BC^2} = 2a.$$

$$S_{\Delta SCM} = \sqrt{p(p-SM)(p-SC)(p-CM)} = a^2\sqrt{19} \quad \text{với } p = \frac{SM + SC + CM}{2}.$$

$$\text{Lại có: } V_{A.SCM} = \frac{1}{3} d(A, (SCM)) \cdot S_{\Delta SCM} \Rightarrow d(A, (SCM)) = \frac{3V_{A.SCM}}{S_{\Delta SCM}} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{19}} = \frac{4a\sqrt{57}}{19}.$$

Vậy mệnh đề **d sai**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và điểm $M(1; 0; -2)$.

a) [NB] Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2, 4, -2)$

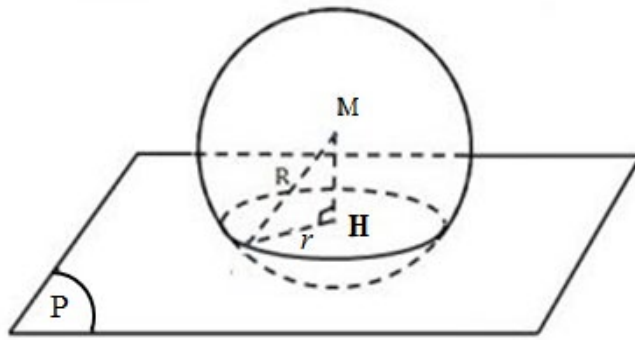
b) [TH] Mặt cầu (S) tâm M , bán kính $R = \sqrt{15}$ có phương trình là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z - 10 = 0$$

c) [TH] Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S)

d) [VD, VDC] Mặt phẳng $(P) // (Q)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm $N(2; 1; 5)$

Lời giải



a) **Đúng.** Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2, 4, -2)$

b) **Sai.** Mặt cầu (S) tâm M , bán kính $R = \sqrt{15}$ có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$

c) **Đúng.** Ta có $d(M, (Q)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 - 2 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \sqrt{6} > R \Rightarrow$ mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu

(S)

d) **Sai**

+ Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

+ Đường tròn có chu vi bằng 6π nên có bán kính $r = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$.

+ Mặt phẳng $(P) \parallel (Q)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x - 2y + z + D = 0$, $D \neq -5$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π nên

$$\begin{aligned} d(I; (P)) &= \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow d(I; (P)) = \sqrt{6} \\ \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 0 - 2 + D|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} &= \sqrt{6} \Leftrightarrow |D - 1| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D - 1 = 6 \\ D - 1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \\ D = -5 \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện ta được $D = 7$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) : $x - 2y + z + 7 = 0$.

Nhận thấy điểm $N(2; 1; 5)$ không thuộc mặt phẳng (P) .

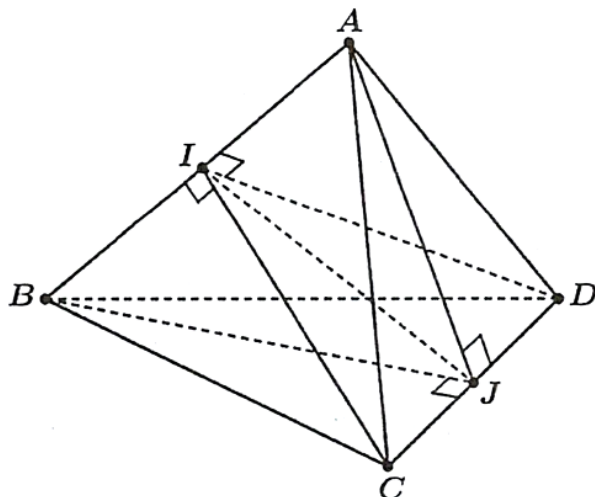
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bạn Việt và bạn Nam rất thích chơi Rubik, các bạn đã cùng nhau chơi rất nhiều khối Rubik có hình dạng khác nhau. Một hôm Việt mang khối Rubik có hình dạng là một tứ diện đều có cạnh $9,8 \text{ cm}$ và đó Nam: Nếu nối 2 điểm bất kì trên 2 cạnh đối của khối Rubik, thì ta được đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (đơn vị là cm , kết quả làm tròn một chữ số thập phân).

Lời giải

Đáp án: 6,9.

Giả sử khối Rubik là tứ diện đều $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD .



Các tam giác ABC, ABD đều và có I là trung điểm của AB nên $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp DI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ICD)$.

Mà $IJ \subset (ICD) \Rightarrow AB \perp IJ$ (1).

Các tam giác ACD, BCD đều và có J là trung điểm của CD nên $\begin{cases} CD \perp AJ \\ CD \perp BJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABJ)$.

Mà $IJ \subset (ABJ) \Rightarrow CD \perp IJ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đoạn vuông góc chung (khoảng cách) của hai đường thẳng AB, CD . Hay IJ là đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất nối 2 điểm bất kì trên 2 cạnh đối AB, CD của khối Rubik.

$$\text{Ta có: } CI = \frac{9,8 \cdot \sqrt{3}}{2}; IJ = \sqrt{CI^2 - CJ^2} = \sqrt{\left(\frac{9,8 \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{9,8}{2}\right)^2} = \frac{49\sqrt{2}}{10} \approx 6,9.$$

Câu 2: Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng (Oxz) , đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;4;-2)$. Góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn bằng bao nhiêu độ? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 20.

Mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến là $\vec{j} = (0;1;0)$.

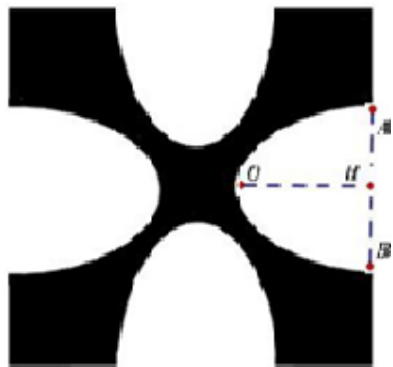
Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-5)$.

Gọi α là góc giữa đường ống thoát nước AB và mặt sàn.

$$\text{Ta có: } \sin(\alpha) = \frac{|0 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-5)|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{2\sqrt{33}}{33} \Rightarrow (\alpha) \approx 20^\circ.$$

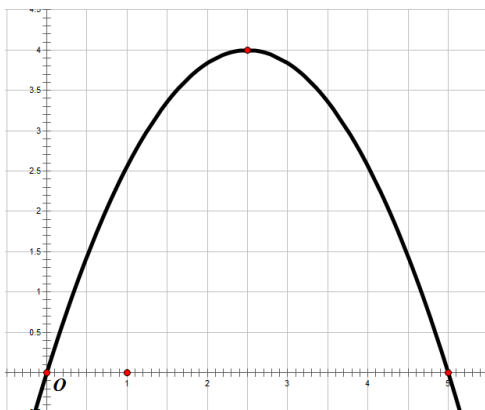
Vậy góc giữa đường ống thoát nước và mặt sàn là khoảng 20° .

Câu 3: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng $30(\text{cm})$ bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 12(\text{cm})$. $OH = 10$ cm. Biết giá trang trí hoa văn 1cm^2 là 50.000 đồng, tính số tiền (nghìn đồng) cần bỏ ra để trang trí hoa văn đó.



Lời giải

Đáp án: 2900



Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là: $(P): y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{10}{3}x$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{10}{3}x$, trục hoành và các đường thẳng

$$x = 0, x = 12 \text{ là: } S = \int_0^{12} \left(-\frac{5}{18}x^2 + \frac{10}{3}x \right) dx = 80.$$

Tổng diện tích phần bị khoét đi: $S_1 = 4S = 320 \text{ cm}^2$.

Diện tích của hình vuông là: $S_{hv} = 900 \text{ cm}^2$.

Diện tích bề mặt hoa văn là: $S_2 = S_{hv} - S_1 = 900 - 320 = 580 \text{ cm}^2$.

Vậy số tiền cần bỏ ra để trang trí hoa văn đó là: $580.50000 = 29000000$ đồng

Câu 4: Cho ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 5$ và $5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 29

$$\text{Ta có } 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow 5(\vec{a} - \vec{b}) = 3\vec{c} \Leftrightarrow 25(\vec{a} - \vec{b})^2 = 9\vec{c}^2 \Leftrightarrow 25(\vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2) = 9\vec{c}^2$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 4.$$

$$\text{Tương tự: } 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{a} = 5\vec{b} + 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} \cdot \vec{c} = 5.$$

$$5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{b} = 5\vec{a} - 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = 20.$$

Vậy $M = 4 + 5 + 20 = 29$.

Câu 5: Một cơ sở sản xuất chảo inox đang bán mỗi chiếc chảo inox với giá 400 nghìn đồng một chiếc và mỗi tuần cơ sở bán được trung bình 300 chiếc chảo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 400 nghìn đồng mà cứ tăng giá thêm 10 nghìn đồng thì mỗi tuần sẽ bán ít hơn 10 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc chảo không thay đổi là 250 nghìn đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

Đáp án: 475.

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc chảo là $10x$ (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 10 (nghìn đồng) thì số chảo bán ra giảm 10 chiếc nên tăng $10x$ (nghìn đồng) thì số xe chảo bán ra giảm $10x$ chiếc.

Do đó tổng số chảo bán ra mỗi tuần là: $300 - 10x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 400 (nghìn đồng), mỗi chiếc chảo có lãi 150 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc chảo thu được số lãi là: $150 + 10x$ (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tuần thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (300 - 10x)(150 + 10x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (300 - 10x)(150 + 10x)$ trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } f(x) = -100x^2 + 1500x + 45000.$$

$$f'(x) = -200x + 1500$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1500 = 0 \Leftrightarrow x = 7,5$$

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 7,5$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc chảo là 75 nghìn đồng, tức là mỗi chiếc chảo bán với giá mới là 475 nghìn đồng.

Câu 6: Một người gửi tiết kiệm 1 tỉ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng theo hình thức lãi kép. Kể từ lúc gửi cứ sau 1 tháng người đó lại rút ra 10 triệu để chi tiêu. Hỏi sau thời gian ít nhất bao nhiêu tháng kể từ ngày gửi tiền, tài khoản tiền gửi của người đó về nhỏ hơn 100 triệu đồng? (Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình người đó gửi tiết kiệm).

Lời giải

Đáp án: 129.

Cuối tháng 1, số tiền còn lại là: $1000(1 + 0,5\%) - 10$ (triệu đồng).

Cuối tháng 2, số tiền còn lại là:

$$[1000(1 + 0,5\%) - 10](1 + 0,5\%) - 10 = 1000(1 + 0,5\%)^2 - 10(1 + 0,5\%) - 10 \text{ (triệu đồng)}.$$

...

Cuối tháng thứ n , số tiền còn lại là:

$$1000(1 + 0,5\%)^n - 10(1 + 0,5\%)^{n-1} - 10(1 + 0,5\%)^{n-2} - \dots - 10 = 1000(1 + 0,5\%)^n - 10 \frac{(1 + 0,5\%)^n - 1}{0,5\%}$$

(triệu đồng).

Tài khoản tiền gửi về nhỏ hơn 100 triệu đồng nên ta có

$$1000 \cdot (1 + 0,5\%)^n - 10 \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^n - 1}{0,5\%} \leq 100 \Rightarrow n \geq 129.$$

Vậy sau 129 tháng thì tài khoản về nhỏ hơn 100 triệu đồng.

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính cosin góc giữa đường thẳng d với trục Ox biết $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 2. Hằng ngày bạn An đều đi xe buýt từ nhà đến trường. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần bạn An đi xe buýt từ nhà đến trường.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 18. B. 15. C. 3. D. 12.

Câu 3. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích khối chóp $C.ABB_1A_1$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

- A. 12. B. 18. C. 24. D. 9.

Câu 4. Cho $\int 3^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = 3^x \ln 3$. B. $F'(x) = 3^x + C$. C. $F'(x) = -3^x$. D. $F'(x) = 3^x$.

Câu 5. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

- A. 17.16 B. 26.13 C. 71.65 D. 13.31

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A. $\vec{m}(3;22;-3)$. B. $\vec{m}(3;22;3)$. C. $\vec{m}(-3;22;-3)$. D. $\vec{m}(3;-22;3)$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P , Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 8. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 9. Trong một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong tổ tham gia đội tình nguyện của trường. Tính xác suất để 3 bạn được chọn toàn là nam.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	↗ 1	↘ $-\infty$	↗ 10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ đi qua điểm nào dưới đây

- A. $M(-1;-1;-1)$. B. $N(1;1;2)$. C. $R(-3;0;0)$. D. $Q(0;0;-3)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3;11;-2)$. B. $(3;-2;5)$. C. $(-3;-11;2)$. D. $(3;5;-2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 18$, $u_4 + u_5 = 26$.

a) Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

b) $u_2 + u_3 = 2u_1 + 3d$, $u_4 + u_5 = 2u_1 + 5d$.

c) Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 6$.

d) Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 150.

Câu 2. Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 3$. Thì

$$\int_1^2 f(x) dx = 5$$

b) Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = -5$

c) Biết $G(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + g(x)) dx = 28$

d) Nếu $f(x) = 2x + 1$; $g(x) = x - 2$ thì $\int_3^5 \frac{f(x)}{g(x)} dx = a + b \ln c$. Khi đó $a + b + c = 11$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm của AB .

- a) Cạnh SO có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- b) Cạnh SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4.a^3}{3}$.
- d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{84}}{7}$.

Câu 4. Bác sĩ A điều trị 18 bệnh nhân mỡ máu bằng cách xét nghiệm Cholesterol toàn phần trong buổi sáng điều trị như sau:

3,8	4,0	3,8	4,2	4,3	4,5	4,1	4,6	4,8
5,0	5,2	5,1	4,7	5,3	5,6	5,8	5,6	4,4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

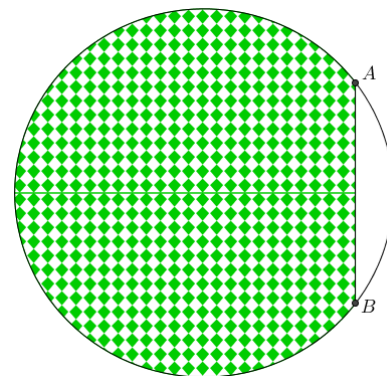
- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,8.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 1.
- c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 0,65.
- d) Giá trị độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đầu tiên là $[3,7;4,14)$ và độ dài mỗi nhóm bằng 0,44 do bác sĩ A điều trị là 0,609.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

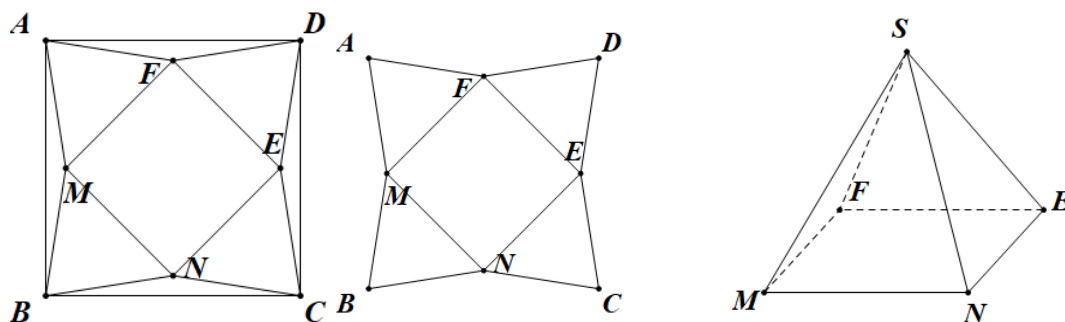
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$ ($a > 0$). Biết rằng góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) là m° , hãy tính giá trị của m .

Câu 2: Phương trình: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ có các họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \beta + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ với $-\pi < \alpha, \beta < \pi$. Hãy tính giá trị của $\alpha.\beta$ (làm tròn đến hàng phần mười).

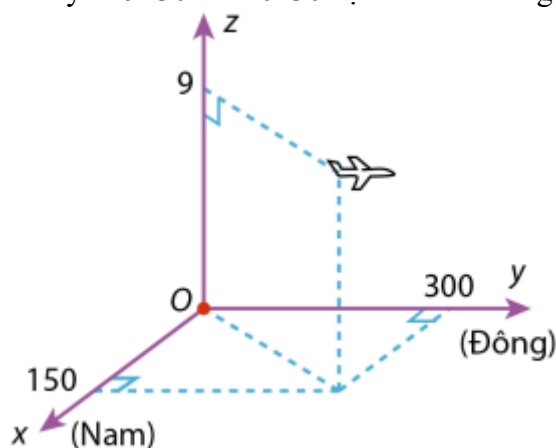
Câu 3: Ông An có miếng đất hình tròn có bán kính bằng $5m$. Ông An tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bót lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Gọi T là số tiền ông An nhận được sau khi thu hoạch cây (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng bao nhiêu?



Câu 4: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $30(cm)$. Để làm một mô hình hình chóp tứ giác đều, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau AMB, BNC, CED, DFA có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông, rồi tiếp tục gấp lên và ghép lại để tạo thành một hình chóp tứ giác đều $S.MNEF$ có cạnh đáy bằng $x(cm)$ (các đỉnh A, B, C, D của hình vuông ghép lại trùng với đỉnh S của hình chóp), tham khảo hình vẽ. Gọi V là thể tích của khối chóp $S.MNEF$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 5: Một máy bay xuất phát từ sân bay, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O là nơi máy bay xuất phát, trục Ox theo hướng nam, trục Oy theo hướng Đông, trục Oz theo hướng thẳng đứng. Đơn vị trên các trục là km . Vào thời điểm 9h30 sáng, máy bay ở độ cao $9km$, cách điểm xuất phát theo hướng Nam $150km$ và theo hướng Đông $300km$. Phi công để chế độ bay tự động với vận tốc theo hướng Đông $750km$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng Bắc với vận tốc $10m/s$. Biết rằng tọa độ của máy bay lúc 10h30 là $(a;b;c)$ với giả định là trong khoảng thời gian bay từ 9h30 đến 10h30 vận tốc và hướng của gió không đổi.



Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình $\frac{x-x_0}{3} = \frac{y-1}{b} = \frac{z-z_0}{c}$. Tính $T = x_0 + 3b + c - z_0$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	A	D	A	A	B	C	A	A	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	60	-0,8	7445	911	1173	-17

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính cosin góc giữa đường thẳng d với trục Ox biết $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

VTCP $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$, VTCP của trục Oy là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

$$\text{Vậy } \cos(d, Ox) = \left| \cos(\vec{u}_d, \vec{j}) \right| = \frac{|0+1+0|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2} \cdot \sqrt{0^2+1^2+0^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 2. Hằng ngày bạn An đều đi xe buýt từ nhà đến trường. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần bạn An đi xe buýt từ nhà đến trường.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 18.

B. 15.

C. 3.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Khoảng biến thiên, kí hiệu R , của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu của mẫu số liệu.

Vậy: $R = 33 - 15 = 18$

Câu 3. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích khối chóp $C.ABB_1A_1$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. 12.

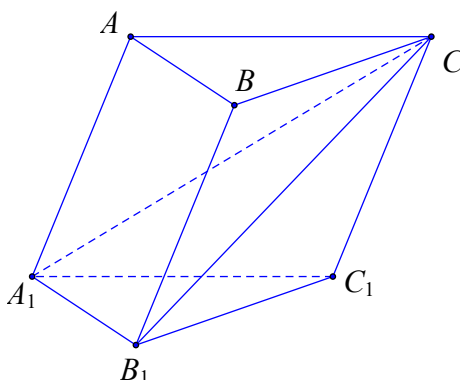
B. 18.

C. 24.

D. 9.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$V_{C.ABB_1A_1} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - V_{C.C_1B_1A_1} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - \frac{1}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{2}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{3}{2}.V_{C.ABB_1A_1} = \frac{3}{2}.8 = 12 \text{ (đvtt)}$$

Câu 4. Cho $\int 3^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = 3^x \ln 3$.

B. $F'(x) = 3^x + C$.

C. $F'(x) = -3^x$.

D. $F'(x) = 3^x$.

Lời giải

Chọn D

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số 3^x nên $F'(x) = 3^x$.

Câu 5. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. 17.16

B. 26.13

C. 71.65

D. 13.31

Lời giải

Chọn A

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa mốt là nhóm $[10,5; 20,5]$. Ta có, $j = 2, a_2 = 10,5, m_2 = 10, m_1 = 2, m_3 = 6, h = 10$.

$$\text{Do đó: } M_o = 10,5 + \frac{10 - 2}{(10 - 2) + (10 - 6)} \times 10 = 17,16$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A.** $\vec{m}(3;22;-3)$. **B.** $\vec{m}(3;22;3)$. **C.** $\vec{m}(-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m}(3;-22;3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a}(5;7;2) \Rightarrow 3\vec{a}(15;21;6); \vec{b}(3;0;4) \Rightarrow 2\vec{b}(6;0;8).$$

$$\text{Vậy } \vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3).$$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A.** $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. **B.** $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$. **D.** $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ} \text{ và } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$$

$$\text{nên } 2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}. \text{ Vậy } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 8. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A.** $q = \frac{1}{2}$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32 \Rightarrow q = 2.$$

Câu 9. Trong một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong tổ tham gia đội tình nguyện của trường. Tính xác suất để 3 bạn được chọn toàn là nam.

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phép thử: Chọn ngẫu nhiên 3 trong 10 bạn trong tổ, ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: “3 bạn được chọn toàn nam”, ta có $n(A) = C_6^3$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A: P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$					
$f'(x)$	+	0	-		+				
$f(x)$	0		1		$-\infty$		-1		10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có tiệm cận ngang: $y = 0$ và $y = 10$

Tiệm cận đứng: $x = 1$

Tổng có 3 đường tiệm cận.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ đi qua điểm nào dưới đây

- A.** $M(-1;-1;-1)$. **B.** $N(1;1;2)$. **C.** $R(-3;0;0)$. **D.** $Q(0;0;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;1)$, vector pháp tuyến mặt phẳng $(Q): \overrightarrow{n_Q} = (1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vector pháp tuyến mặt phẳng $(P): \overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{n_Q} \wedge \overrightarrow{AB} = (4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x - 3y - 2z + C = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Thế tọa độ các điểm $M(-1;-1;-1)$; $N(1;1;2)$; $R(-3;0;0)$; $Q(0;0;-3)$ vào phương trình (P) ta thấy tọa độ $N(1;1;2)$ thỏa mãn phương trình. Do đó (P) đi qua $N(1;1;2)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

- A.** $(3;11;-2)$. **B.** $(3;-2;5)$. **C.** $(-3;-11;2)$. **D.** $(3;5;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 11\vec{j} - 2\vec{k}$.

Suy ra $\overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 11\vec{j} + 2\vec{k}$ nên $A(-3;-11;2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 18$, $u_4 + u_5 = 26$.

a) [NB] Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

b) [TH] $u_2 + u_3 = 2u_1 + 3d$, $u_4 + u_5 = 2u_1 + 5d$.

c) [TH] Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 6$.

d) [VD,VDC] Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 150.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai. $u_2 + u_3 = (u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 2u_1 + 3d$.

$u_4 + u_5 = (u_1 + 3d) + (u_1 + 4d) = 2u_1 + 7d$.

c) Đúng. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2u_1 + 3d = 18 \\ 2u_1 + 7d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ d = 2 \end{cases}$.

d) Đúng. $S_{10} = \frac{10 \cdot (2u_1 + 9d)}{2} = \frac{10(2 \cdot 6 + 9 \cdot 2)}{2} = 150$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và

$F(2) = 3$. Thì $\int_1^2 f(x) dx = 5$

b) [TH] Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = -5$

c) [TH] Biết $G(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + g(x)) dx = 28$

d) [VD] Nếu $f(x) = 2x + 1; g(x) = x - 2$ thì $\int_3^5 \frac{f(x)}{g(x)} dx = a + b \ln c$. Khi đó $a + b + c = 11$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = 3 - (-2) = 5$.

b) Sai. $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 3 - 2 = 1$.

c) Đúng. Ta có $\int_1^3 [1 + g(x)] dx = [x + G(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$.

d) Sai. Ta có : $\int_3^5 \frac{2x+1}{x-2} dx = \int_3^5 \frac{2(x-2)+5}{x-2} dx = \int_3^5 2 + \frac{5}{x-2} dx$
 $= (2x + 5 \ln|x-2|) \Big|_3^5 = (10 + 5 \ln 3) - (6 + 5 \ln 1) = 4 + 5 \ln 3$

Ta có: $a + b + c = 4 + 5 + 3 = 12$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm của AB .

a) [NB] Cạnh SO có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

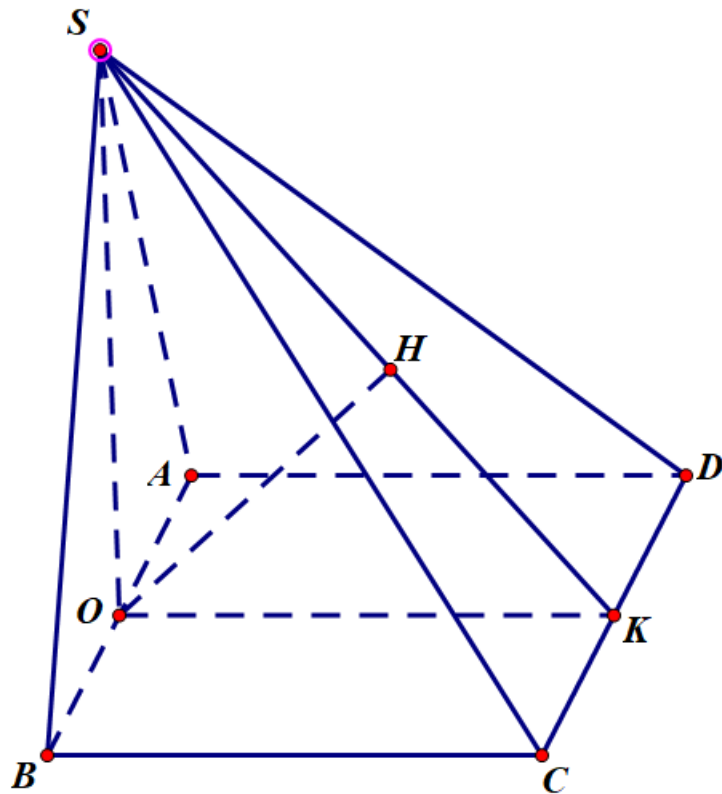
b) [TH] Cạnh SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) [TH] Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4.a^3}{3}$.

d) [VD, VDC] Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{84}}{7}$.

Lời giải

Ta có:



Gọi K là trung điểm của cạnh CD , H là điểm thuộc cạnh SK sao cho $OH \perp SK$.

a) Sai.

Ta có SAB đều nên $SO = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

b) Đúng.

Ta có $SO \perp AB$ (do tam giác SAB đều)

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

Nên $SO \perp (ABCD)$

c) Sai. Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot dt(ABCD) = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{a^3 \cdot 4\sqrt{3}}{3}$.

d) Đúng. Ta có

$$d(A, (SCD)) = d(O, (SCD)) = OH = \sqrt{\left(\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2}\right)^{-1}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4a^2}\right)^{-1}} = \sqrt{\frac{12a^2}{7}} = \frac{a\sqrt{84}}{7}.$$

Câu 4. Bác sĩ A điều trị 18 bệnh nhân mỡ máu bằng cách xét nghiệm Cholesterol toàn phần trong buổi sáng điều trị như sau:

3,8	4,0	3,8	4,2	4,3	4,5	4,1	4,6	4,8
5,0	5,2	5,1	4,7	5,3	5,6	5,8	5,6	4,4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,8.

b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 1.

c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 0,65.

d) **[VD,VDC]** Giá trị độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đầu tiên là $[3,7;4,14)$ và độ dài mỗi nhóm bằng 0,44 do bác sĩ A điều trị là 0,609.

Lời giải

a) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $5,8 - 3,8 = 2$.

b) Đúng. Sắp xếp lại bảng số liệu theo thứ tự không giảm như sau:
3,8; 3,8; 4,0; 4,1; 4,2; 4,3; 4,4; 4,5; 4,6; 4,7; 4,8; 5,0; 5,1; 5,2; 5,3; 5,6; 5,6; 5,8.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc của 18 bệnh nhân mỡ máu bằng cách xét nghiệm Cholesterol toàn phần trong một ngày theo thứ tự không giảm.

$$\text{Trung vị } Q_2 = \frac{1}{2}(x_9 + x_{10}) = \frac{1}{2}(4,6 + 4,7) = 4,65.$$

Các tứ phân vị là: $Q_1 = 4,2$; $Q_2 = 4,65$; $Q_3 = 5,2$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 5,2 - 4,2 = 1$.

c) Sai. Số trung bình của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng

$$\bar{x} = \frac{2,3,8 + 4,0 + 4,1 + 4,2 + 4,3 + 4,4 + 4,5 + 4,6 + 4,7 + 4,8 + 5,0 + 5,1 + 5,2 + 5,3 + 2,5,6 + 5,8}{18} = \frac{212}{45}$$

. Phương sai của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng

$$s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{18}^2}{18} - \bar{x}^2 = \frac{3023}{8100}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng $\sigma = \sqrt{s^2} = 0,61$.

d) Đúng. Ta có bảng mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chỉ số Cholesterol toàn phần do bác sĩ A điều trị	[3,7;4,14)	[4,14;4,58)	[4,58;5,02)	[5,02;5,46)	[5,46;5,9)
Giá trị đại diện	3,92	4,36	4,8	5,24	5,68
Số bệnh nhân	4	4	4	3	3

Số trung bình của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng

$$\bar{x}_A = \frac{4.3,92 + 4.4,36 + 4.4,8 + 3.5,24 + 3.5,68}{18} = \frac{709}{150}.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng

$$s_A^2 = \frac{4.3,92^2 + 4.4,36^2 + 4.4,8^2 + 3.5,24^2 + 3.5,68^2}{18} - \left(\frac{709}{150}\right)^2 = \frac{2783}{7500}$$

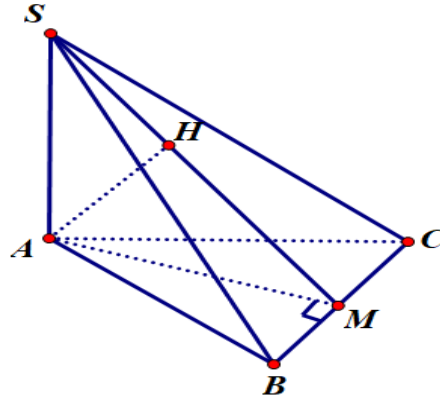
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên do bác sĩ A điều trị bằng $\sigma_A = \sqrt{s_A^2} = 0,609$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$ ($a > 0$). Biết rằng góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) là m° , hãy tính giá trị của m .

Lời giải

Đáp án: 60.



Gọi M là trung điểm BC , suy ra: $BC \perp (SAM)$

$\Rightarrow (SAM) \perp (SBC)$ theo giao tuyến SM .

Vẽ $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC)$ nên $(SA, \widehat{SBC}) = \widehat{ASH} = \widehat{ASM}$

Ta có: $AM = a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông SAM , ta có $\tan \widehat{ASM} = \frac{AM}{SA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASM} = 60^\circ$.

$\Rightarrow (SA, \widehat{SBC}) = 60^\circ$, vậy $m = 60$.

Câu 2: Phương trình: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ có các họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \beta + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ với $-\pi < \alpha, \beta < \pi$. Hãy tính giá trị của $\alpha \cdot \beta$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: $-0,8$.

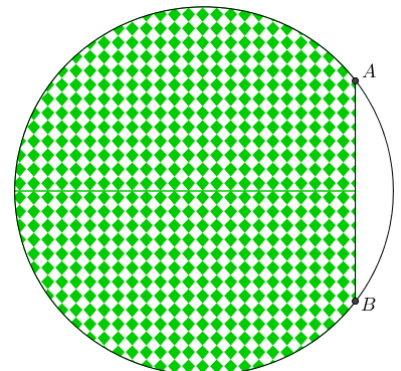
$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

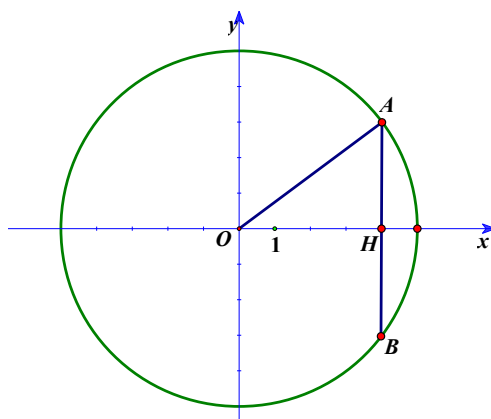
$$\Rightarrow \alpha \cdot \beta = -\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi^2}{12} \approx -0,8.$$

Câu 3: Ông An có miếng đất hình tròn có bán kính bằng $5m$. Ông An tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bớt lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Gọi T là số tiền ông An nhận được sau khi thu hoạch cây (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 7445.



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$.

Suy ra: $y = \pm\sqrt{25 - x^2}$.

Do $AB = 6$ nên $AH = 3$.

Suy ra: $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Khi đó khoảng trống chừa lại để làm chòi chính là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = \pm\sqrt{25 - x^2}$ và hai đường thẳng $x = 4; x = 5$.

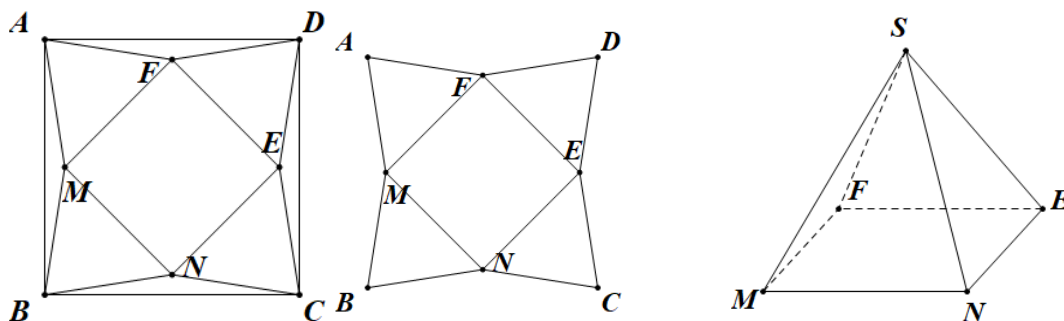
Nên diện tích phần đất chừa lại là: $S_1 = \int_4^5 \left(\sqrt{25 - x^2} - \left(-\sqrt{25 - x^2} \right) \right) dx \approx 4,09 \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích cả mảnh đất hình tròn là: $S = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích phần đất trồng cây là: $S_2 = S - S_1 \approx 74,45 \text{ (m}^2\text{)}.$

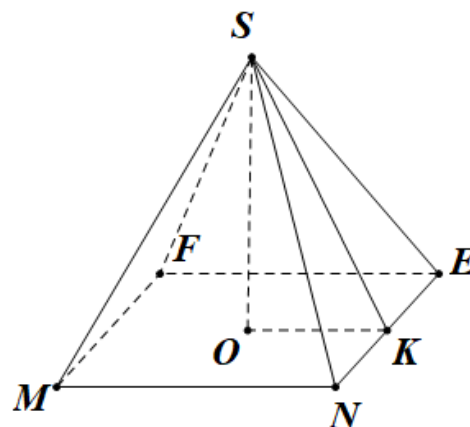
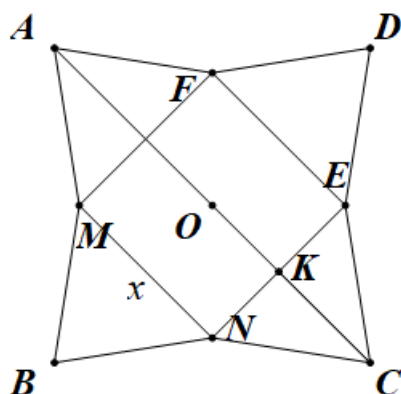
Vậy số tiền nhận được sau khi thu hoạch là: $100.74,45 = 7445$ (nghìn đồng).

Câu 4: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 (cm) . Để làm một mô hình hình chóp tứ giác đều, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau AMB, BNC, CED, DFA có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông, rồi tiếp tục gấp lên và ghép lại để tạo thành một hình chóp tứ giác đều $S.MNEF$ có cạnh đáy bằng $x\text{ (cm)}$ (các đỉnh A, B, C, D của hình vuông ghép lại trùng với đỉnh S của hình chóp), tham khảo hình vẽ. Gọi V là thể tích của khối chóp $S.MNEF$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Đáp án: 911.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, K là trung điểm đoạn NE .

Đặt $AB = a$ (cm), $MN = x$ khi đó $AC = a\sqrt{2}$, $KC = \frac{a\sqrt{2} - x}{2}$.

Ta có $SO = \sqrt{SK^2 - OK^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 - 2ax\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2a}}{2}\sqrt{a - x\sqrt{2}}$, do đó

$$0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_{S.MNEF} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNEF} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{\sqrt{2a}}{2} \sqrt{a - x\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2a}}{6} \sqrt{a \cdot x^4 - x^5 \cdot \sqrt{2}}.$$

Xét hàm số $f(x) = a \cdot x^4 - x^5 \sqrt{2}$, với $x \in \left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$.

Đạo hàm $f'(x) = 4ax^3 - 5x^4 \sqrt{2}$, với $x \in \left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$.

$$\text{Do đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2a\sqrt{2}}{5}.$$

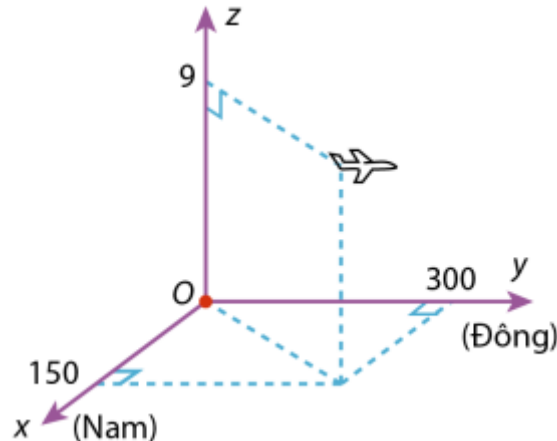
Lập bảng biến thiên

x	0	$\frac{2a\sqrt{2}}{5}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$f(\frac{2a\sqrt{2}}{5})$	

$$\text{Suy ra } \max_{\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} f(x) = f\left(\frac{2a\sqrt{2}}{5}\right).$$

Do đó thể tích khối $S.MNEF$ lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{1}{3} \left(\frac{2a\sqrt{2}}{5} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot \sqrt{a - \frac{2a\sqrt{2}}{5}} \sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{10}}{375}$

Câu 5: Một máy bay xuất phát từ sân bay, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O là nơi máy bay xuất phát, trục Ox theo hướng nam, trục Oy theo hướng Đông, trục Oz theo hướng thẳng đứng. Đơn vị trên các trục là km . Vào thời điểm 9h30 sáng, máy bay ở độ cao $9km$, cách điểm xuất phát theo hướng Nam $150km$ và theo hướng Đông $300km$. Phi công để chế độ bay tự động với vận tốc theo hướng Đông $750km$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng Bắc với vận tốc $10m/s$. Biết rằng tọa độ của máy bay lúc 10h30 là $(a;b;c)$ với giả định là trong khoảng thời gian bay từ 9h30 đến 10h30 vận tốc và hướng của gió không đổi.



Lời giải

Đáp án: 1173.

Ta có: $10m/s = 36km/h$

Vận tốc thực tế của máy bay theo phương ngang: $v = \sqrt{(-36)^2 + 750^2} \approx 750,87km$

Độ lệch của máy bay về hướng Bắc tính từ hướng Đông là:

$$\tan \alpha = \frac{36}{750} \Rightarrow \alpha \approx 2,75^\circ$$

Trong khoảng thời gian từ 9h30 đến 10h30 máy bay di chuyển được quãng đường là $s = 750,87km$

Vì gió thổi theo hướng Bắc nên ta có:

$$a = 150 - 750 \cdot \sin 2,75^\circ \approx 114km$$

$$b = 750,87 \cdot \cos 2,75^\circ + 300 \approx 1050$$

$$c = 9$$

Tọa độ của máy bay tại thời điểm 10h30 là: $(114;1050;9)$.

Vậy $a + b + c = 1173$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc

với đường thẳng d có phương trình $\frac{x-x_0}{3} = \frac{y-1}{b} = \frac{z-z_0}{c}$. Tính $T = x_0 + 3b + c - z_0$.

Lời giải

Đáp án: -17.

Gọi $\vec{u}$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases}$ nên $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_P = (1; 2; -1) \\ \vec{u} \perp \vec{u}_d = (3; 1; 1) \end{cases}$. Suy ra ta có thể chọn $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{u}_d] = (3; -4; -5)$

Mặt khác đường thẳng $\Delta \subset (P)$ và cắt đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \\ x + 2y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = -2 \\ t = -1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{-5}$.

Suy ra: $T = x_0 + 3b + c - z_0 = -2 - 12 - 5 + 2 = -17$.

----- Hết -----

Đề thi gồm có bốn phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 2$

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$

B. $V = \sqrt{3}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 3. Cho mẫu số liệu về cân nặng của 23 quả bơ. Số trung vị của mẫu số liệu trên gần với giá trị nào?

Cân nặng (gam)	[150;150)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả	1	7	12	3	2

A. 161,9.

B. 161,5.

C. 160.

D. 160,4.

Câu 4. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77.

B. 32.

C. 31.

D. 31,25.

Câu 5. Cho $\overline{AB} = (1;2;3)$, $A(0;1;2)$. Khi đó, tọa độ của điểm B là

A. $B(1;3;5)$.

B. $B(-1;3;5)$.

C. $B(-1;-1;-1)$.

D. $B(1;1;1)$.

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 5^n$.

B. $u_n = 2 - 5n$.

C. $u_n = 5^n - 2$.

D. $u_n = 5 + n^2$.

Câu 7. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C. $|\vec{a}| = \sqrt{5}$

D. $|\vec{b}| > |\vec{a}|$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d qua hai điểm $A(3;0;1)$, $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là.

A. $\vec{u} = (2;-1;-1)$.

B. $\vec{u} = (2;1;0)$.

C. $\vec{u} = (-1;2;0)$.

D. $\vec{u} = (-1;2;1)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn học sinh trên một ghế dài 5 chỗ ?

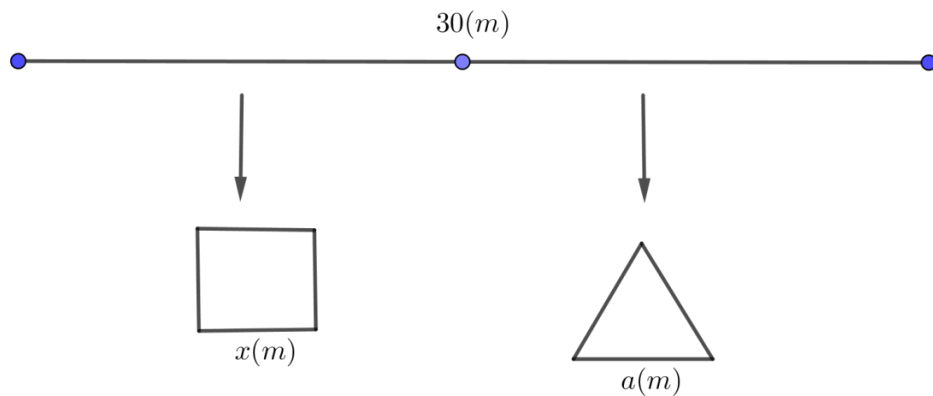
- A. 10. B. 120. C. 15. D. 5.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. -5 . C. 5. D. $-\frac{1}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cắt một đoạn dây $30(m)$ thành hai đoạn; Đoạn dây thứ nhất uốn thành một hình vuông có diện tích S_1 , đoạn dây thứ hai uốn thành một tam giác đều có diện tích S_2 . Gọi độ dài cạnh hình vuông, tam giác đều lần lượt là $x, a(m)$



- a) **[NB]** Độ dài đoạn dây thứ nhất là $4x$.
b) **[TH]** Tam giác đều có độ dài cạnh là $30 - 4x$
c) **[TH]** Tổng diện tích của hình vuông và tam giác đều là

$$S = \frac{(16\sqrt{3} + 36)x^2 - 240\sqrt{3}x + 900\sqrt{3}}{36} (m^2)$$

- d) **[VD]** Khi tổng diện tích hình vuông và tam giác đều nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{x}{a} = \sqrt{3}$

Câu 14. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

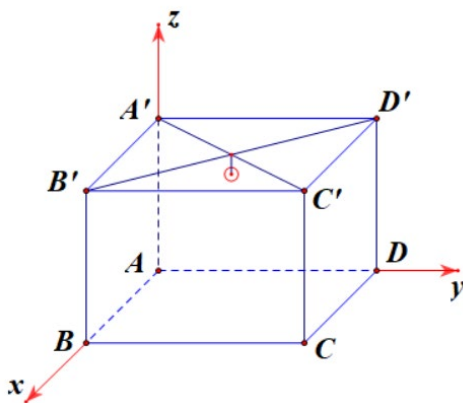
- a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A là 125,28.
b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là 115,28.
c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là $\sqrt{15,4096}$.
d) **[VD]** Cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

- a) **[NB]** Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
b) **[TH]** Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ là $V_1 = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
c) **[TH]** Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

d) [VD,VDC] Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 16. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6\text{ m}$ $AD = 7\text{ m}$ $AA' = 3,5\text{ m}$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5\text{ m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B, D, A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .



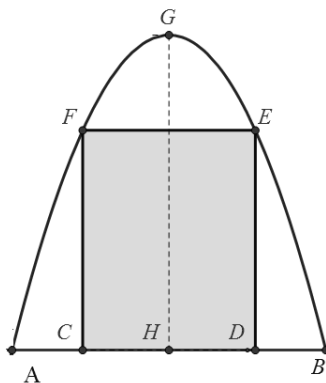
- a) [NB] Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.
b) [TH] Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.
c) [TH] Véc tơ $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$
d) [VD] Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3,5)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Để tạo nên một chiếc lồng đèn hình chóp chụm lục giác đều người ta cần dùng ba loại thanh tre có độ dài lần lượt là $30\text{ cm}, 60\text{ cm}, 90\text{ cm}$. Khi lồng đèn có chiều cao cao nhất, thể tích của lồng đèn khi đó có dạng $V = a\sqrt{b}(\text{dm}^3)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD . Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) , khi đó $\tan \alpha = \frac{a\sqrt{b}}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}$. Tính $a + b + c$.

Câu 19. Một khu vườn có dạng parabol như hình vẽ bên dưới. Biết $GH = 4\text{ m}$, $AB = 4\text{ m}$, $AC = BD = 0,9\text{ m}$. Người ta tính toán sẽ trồng hoa trên miền hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm, với chi phí là 1200000 đồng/ m^2 , các miền còn lại sẽ trồng cỏ Nhật Bản với chi phí là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số chi phí (đơn vị: triệu đồng) cần thiết để trồng vườn hoa cỏ là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)?



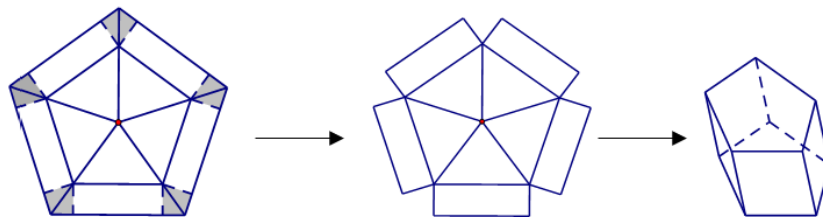
Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$? (đơn vị: độ)

Câu 21. Cho một tấm tôn hình một ngũ giác đều có cạnh bằng 6 dm . Người ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Cắt ở mỗi đỉnh của ngũ giác đều đó hai tam giác vuông bằng nhau.

Bước 2: Cắt theo nét đứt đoạn để thu được hình hộp bởi một ngũ giác đều và năm hình chữ nhật.

Bước 3: Gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ ngũ giác đều (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 22. Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) (dB)$ là đơn vị mức

cường độ âm, trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được). Cường độ âm tại một phòng hát nằm lớn hơn $10^{-4} W/m^2$. Hỏi mức cường độ tại phòng hát này lớn hơn bao nhiêu dB ?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	D	A	D	A	B	C	D	C	A	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	195	4	11,4	90	37,9	80

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 2$

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Theo phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$

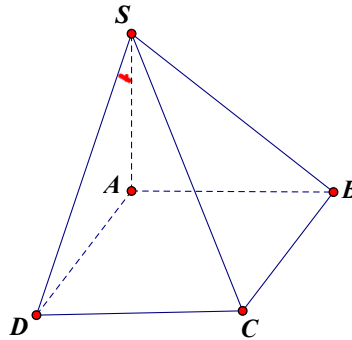
B. $V = \sqrt{3}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Góc giữa SD và mp(SAB) là $\widehat{DSA} = 30^\circ$.

Ta có $SA = \frac{AD}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu về cân nặng của 23 quả bơ. Số trung vị của mẫu số liệu trên gần với giá trị nào?

Cân nặng (gam)	[150;150)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả	1	7	12	3	2

A. 161,9.

B. 161,5.

C. 160.

D. 160,4.

Lời giải

Chọn A

Số trung vị của mẫu số liệu là $x_{13} \in [160;165)$.

Khi đó số trung vị $M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot (165 - 160) = 161,875$

Câu 4. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77.

B. 32.

C. 31.

D. 31,25.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$

Phương sai: $S^2 = \frac{6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$

Câu 5. Cho $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$, $A(0;1;2)$. Khi đó, tọa độ của điểm B là

A. $B(1;3;5)$.

B. $B(-1;3;5)$.

C. $B(-1;-1;-1)$.

D. $B(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (1; 3; 5) \\ \rightarrow B(1; 3; 5)$$

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 5^n$.

B. $u_n = 2 - 5n$.

C. $u_n = 5^n - 2$.

D. $u_n = 5 + n^2$.

Lời giải

Chọn B

Ở đáp án B, ta có: $u_n - u_{n-1} = (2 - 5n) - [2 - 5(n-1)] = -5$ với mọi $n \geq 2$. Vậy dãy số (u_n) đã cho là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = -5$. Ở đáp án A, ba số hạng đầu của dãy số là: 5; 25; 125 nên dãy số cho ở đáp án A không là cấp số cộng. Tương tự, dãy số cho ở đáp án C, D cũng không là cấp số cộng.

Câu 7. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C. $|\vec{a}| = \sqrt{5}$

D. $|\vec{b}| > |\vec{a}|$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$ nên B đúng;

A đúng vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2) = -2$

$|\vec{a}| = \sqrt{5}; |\vec{b}| = \sqrt{5}$. Do đó C đúng, D sai.

Câu 9. Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

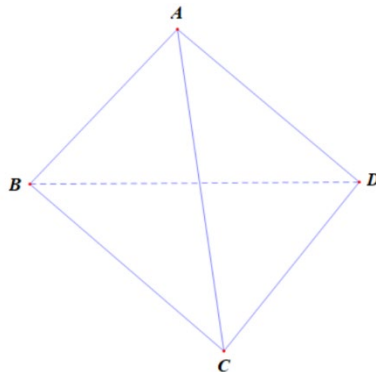
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d qua hai điểm $A(3;0;1)$, $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là.

- A.** $\vec{u} = (2; -1; -1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 1; 0)$. **C.** $\vec{u} = (-1; 2; 0)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 2) = -2(-2; -1; -1) = 2\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d nên $\vec{u} = (2; -1; -1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 11. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn học sinh trên một ghế dài 5 chỗ ?

- A.** 10. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách xếp 5 bạn học sinh là 1 hoán vị của 5 bạn đó. Do đó số cách xếp là $5! = 120$ cách.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** -5 . **C.** 5. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

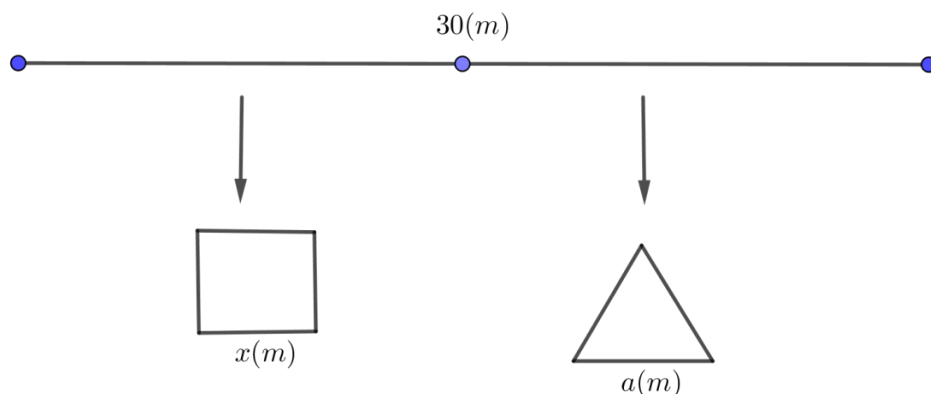
Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0; 2]$.

Tính $y(0) = \frac{1}{3}; y(2) = -5$.

Suy ra $\max_{[0;2]} y = \frac{1}{3}$ khi $x = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cắt một đoạn dây $30(m)$ thành hai đoạn; Đoạn dây thứ nhất uốn thành một hình vuông có diện tích S_1 , đoạn dây thứ hai uốn thành một tam giác đều có diện tích S_2 . Gọi độ dài cạnh hình vuông, tam giác đều lần lượt là $x, a(m)$



- a) [NB]** Độ dài đoạn dây thứ nhất là $4x$.
b) [TH] Tam giác đều có độ dài cạnh là $30 - 4x$
c) [TH] Tổng diện tích của hình vuông và tam giác đều là

$$S = \frac{(16\sqrt{3} + 36)x^2 - 240\sqrt{3}x + 900\sqrt{3}}{36} (m^2)$$

d) **[VD]** Khi tổng diện tích hình vuông và tam giác đều nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{x}{a} = \sqrt{3}$

Lời giải

a) **Đúng.** Độ dài đoạn dây thứ nhất bằng chu vi hình vuông và bằng $4x$.

b) **Sai.** Độ dài đoạn dây thứ hai là $30 - 4x$ và nó được uốn thành một tam giác đều nên tam giác đều có cạnh bằng $a = \frac{30 - 4x}{3}$ ($0 < x < 7,5$).

c) **Đúng.** Diện tích hình vuông cạnh x là $S_1 = x^2 (m^2)$

Diện tích tam giác đều cạnh $\frac{30 - 4x}{3}$ bằng $S_2 = \left(\frac{30 - 4x}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}(16x^2 - 240x + 900)}{36} (m^2)$

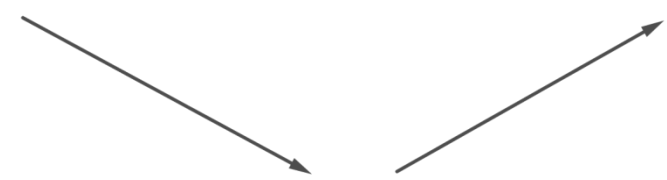
Tổng diện tích của hình vuông và tam giác đều bằng:

$$S = S_1 + S_2 = x^2 + \frac{\sqrt{3}(16x^2 - 240x + 900)}{36} = \frac{(16\sqrt{3} + 36)x^2 - 240\sqrt{3}x + 900\sqrt{3}}{36} (m^2)$$

d) **Sai.** Tổng diện tích là $S = S(x) = \frac{(16\sqrt{3} + 36)x^2 - 240\sqrt{3}x + 900\sqrt{3}}{36}$

$$\Rightarrow S'(x) = \frac{2(16\sqrt{3} + 36)x - 240\sqrt{3}}{36} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = \frac{30\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 9} \in (0; 7,5)$$

Ta có Bảng biến thiên:

x	0	x_0	7,5
$S'(x)$	—	0	+
$S(x)$			

Do đó tổng diện tích S đạt nhỏ nhất khi $x = \frac{30\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 9} \in (0; 7,5)$.

Khi đó cạnh của tam giác đều là $a = \frac{30 - 4x}{3} = \frac{90}{4\sqrt{3} + 9}$. Do đó tỉ số $\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 14. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A là 125,28.

b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là 115,28.

c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là $\sqrt{15,4096}$.

d) **[VD]** Cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Lời giải

a) Mệnh đề **đúng**.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A là:

$$\bar{x} = \frac{121.8 + 123.9 + 125.12 + 127.10 + 129.11}{50} = 125,28.$$

b) Mệnh đề **sai**.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là:

$$\bar{x} = \frac{121.16 + 123.4 + 125.3 + 127.6 + 129.21}{50} = 125,48.$$

c) Mệnh đề **sai**.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là:

$$s^2 = \frac{16.(\bar{x} - 121)^2 + 4.(\bar{x} - 123)^2 + 3.(\bar{x} - 125)^2 + 6.(\bar{x} - 127)^2 + 21.(\bar{x} - 129)^2}{50} = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu B là: $s = \sqrt{12,4096}$.

d) Mệnh đề **đúng**.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A là:

$$s^2 = \frac{8.(\bar{x} - 121)^2 + 9.(\bar{x} - 123)^2 + 12.(\bar{x} - 125)^2 + 10.(\bar{x} - 127)^2 + 11.(\bar{x} - 129)^2}{50} = 7,5216.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A là: $s = \sqrt{7,5216}$.

Vì cổ phiếu A có phương sai, độ lệch chuẩn thấp hơn cổ phiếu B nên được coi là có độ rủi ro thấp hơn.

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

a) **[NB]** Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

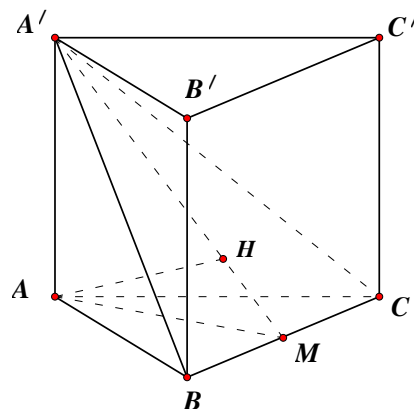
b) **[TH]** Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ là $V_1 = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

c) **[TH]** Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

d) **[VD,VDC]** Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. Đ
------	------	------	------



a) **Đúng**.

Khối lăng trụ có diện tích đáy là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = a$ nên thể tích bằng $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

b) **Đúng**.

Khối chóp $A'.ABC$ có diện tích đáy là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = a$ nên thể tích là

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

c) Sai.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $AM \perp BC$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $AM \perp BB'$.

$$\text{Suy ra } AM \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A; (BCC'B')) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

d) Đúng.

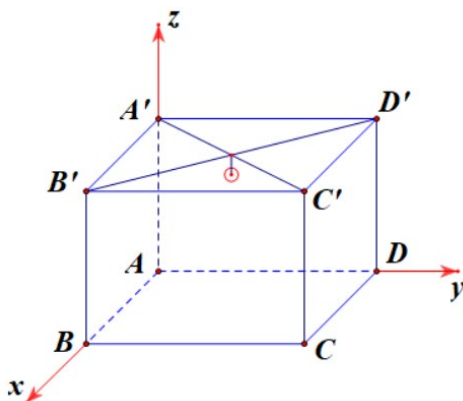
Ta có $BC \perp AM, BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (AA'M)$.

Kẻ $AH \perp A'M \Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d(A; (A'BC)) = AH$.

$$+\text{Tam giác } AA'M \text{ vuông tại } A \text{ có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 16. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6 \text{ m}$, $AD = 7 \text{ m}$, $AA' = 3,5 \text{ m}$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5 \text{ m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B, D, A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .



a) [NB] Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.

b) [TH] Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.

c) [TH] Véc tơ $\overrightarrow{CD'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$

d) [VD] Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3,5)$.

Lời giải

a) **Đúng.** Điểm D thuộc tia Oy nên có tọa độ là $(0; 7; 0)$.

b) **Đúng.** Ta có $C(6; 7; 0)$ nên các điểm C, D có tung độ bằng nhau.

c) **Sai.** Có $C'(6; 7; 3,5)$, $D'(0; 7; 3,5)$ nên $\overrightarrow{CD'} = (-6; 0; 0)$

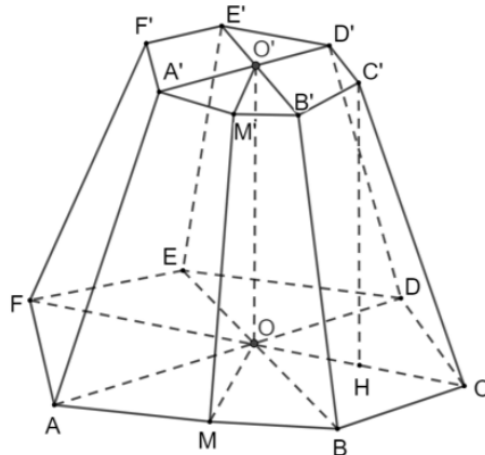
d) **Sai.** Ta có vị trí chính giữa của trần nhà là tâm I của hình chữ nhật $A'B'C'D'$. Xác định được $I(3; 3,5; 3,5)$ nhưng bóng đèn cách trần nhà $0,5 \text{ m}$ nên vị trí của bóng đèn có cao độ giảm $0,5 \text{ m}$ so với cao độ của điểm $I(3; 3,5; 3,5)$. Vậy bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Để tạo nên một chiếc lồng đèn hình chóp chụm lục giác đều người ta cần dùng ba loại thanh tre có độ dài lần lượt là $30 \text{ cm}, 60 \text{ cm}, 90 \text{ cm}$. Khi lồng đèn có chiều cao cao nhất, thể tích của lồng đèn khi đó có dạng $V = a\sqrt{b} \text{ (dm}^3\text{)}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

Lời giải

Đáp án: 195



Để lồng đèn cao nhất có thể, thanh 90cm được dùng làm cạnh bên, các thanh 30cm được dùng làm đáy nhỏ và các thanh 60cm được dùng làm đáy lớn của hình chóp cụt.

$$\text{Ta có } h = C'H = \sqrt{90^2 - (60 - 30)^2} = 60\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$S = S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{60^2 \sqrt{3}}{4} = 5400\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S' = S_{A'B'C'D'E'F'} = 6 \cdot \frac{30^2 \sqrt{3}}{4} = 1350\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} h (S + S' + \sqrt{SS'}) = 189000\sqrt{6} \text{ (cm}^3\text{)} = 189\sqrt{6} \text{ (dm}^3\text{)} = a\sqrt{b}$$

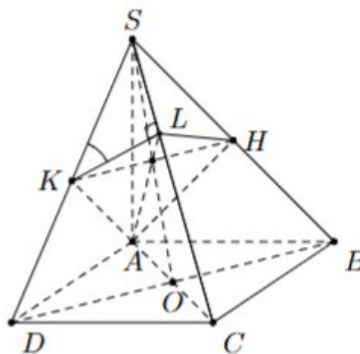
$$\Rightarrow a = 189, b = 6$$

$$\Rightarrow a + b = 195$$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD . Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) , khi đó $\tan \alpha = \frac{a\sqrt{b}}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Đáp án: 4



Gọi L là giao điểm của SC và (AHK) .

Ta có $AK \perp (SCD), AH \perp (SBC)$ nên $SC \perp (AKLH)$

Do đó $(SD, (AHK)) = \widehat{SKL} = \alpha$

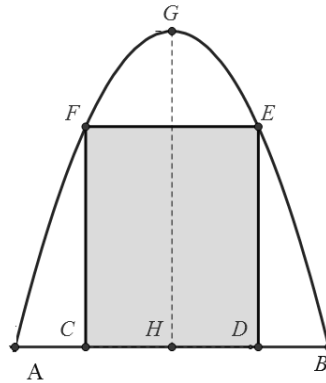
$$\text{Xét } \triangle SAC \text{ ta có: } SA^2 = SL \cdot SC \Leftrightarrow SL = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Mà } \triangle SLK \sim \triangle SDC \text{ nên } \frac{LK}{DC} = \frac{SK}{SC} \Leftrightarrow LK = \frac{SK \cdot DC}{SC} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Xét } \triangle SLK \text{ có } \tan \alpha = \frac{SL}{KL} = \sqrt{2} = \frac{1\sqrt{2}}{1} = \frac{a\sqrt{b}}{c}$$

$$\text{Suy ra } a=1, b=2, c=1 \Rightarrow a+b+c=4.$$

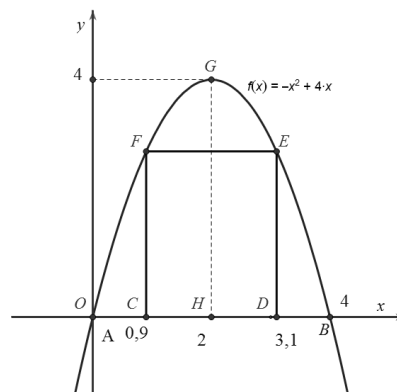
Câu 19. Một khu vườn có dạng parabol như hình vẽ bên dưới. Biết $GH = 4m$, $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Người ta tính toán sẽ trồng hoa trên miền hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm, với chi phí là $1200000 \text{ đồng}/m^2$, các miền còn lại sẽ trồng cỏ Nhật Bản với chi phí là $900000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi tổng số chi phí (đơn vị: triệu đồng) cần thiết để trồng vườn hoa cỏ là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)?



Lời giải

Đáp án: 11,4

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

$$\text{Vì parabol có đỉnh là } G(2;4) \text{ và đi qua điểm } O(0;0) \text{ nên ta có } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

$$\text{Diện tích của cả khu vườn là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Mà } CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}; \quad CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}.$$

$$\text{Diện tích trồng hoa là } S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}.$$

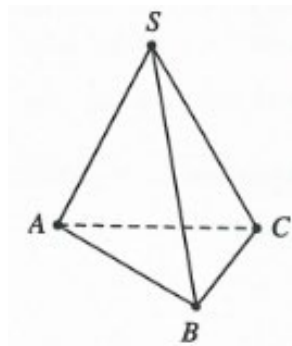
$$\text{Diện tích trồng cỏ là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Vậy tổng số tiền để trồng xong khu vườn là } 6,138 \cdot 1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400 \text{ đồng}.$$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$? (đơn vị: độ)

Lời giải

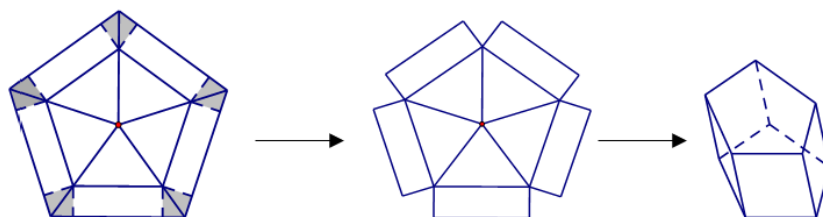
Đáp án: 90



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} \\ &= |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SB}) - |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SA}| \cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SA}) \\ &= SC \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSC} - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC}. \end{aligned}$$

Mà $SA = SB = SC$ và $\widehat{BSC} = \widehat{ASC} \longrightarrow \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
 Do đó $(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{AB}) = 90^\circ$.

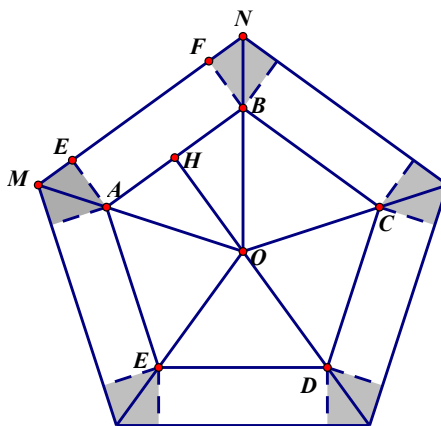
Câu 21. Cho một tấm tôn hình một ngũ giác đều có cạnh bằng $6dm$. Người ta thực hiện các bước sau:
 Bước 1: Cắt ở mỗi đỉnh của ngũ giác đều đó hai tam giác vuông bằng nhau.
 Bước 2: Cắt theo nét đứt đoạn để thu được hình hộp bởi một ngũ giác đều và năm hình chữ nhật.
 Bước 3: Gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ ngũ giác đều (*tham khảo hình vẽ*).



Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 37,9



Gọi $x(dm)$ là cạnh góc vuông ($x = ME$) của tam giác vuông bị cắt.

Điều kiện $0 < x < 3$.

Khi đó $AB = EF = 6 - 2x$

Do $ABCDE$ ngũ giác đều nên $\widehat{AOB} = 72^\circ$

Xét tam giác cân ABO , có $\widehat{AOB} = 72^\circ$ nên $\widehat{ABO} = \widehat{BAO} = 54^\circ$

Suy ra đường cao $OH = AH \tan 54^\circ = (3-x) \tan 54^\circ$

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} (3-x) \tan 54^\circ (6-2x) = (3-x)^2 \tan 54^\circ$$

Diện tích của ngũ giác đều $ABCDE$: $S_{ABCDE} = 5S_{\triangle ABO} = 5(3-x)^2 \tan 54^\circ$

Xét tam giác vuông AME có $\widehat{AME} = 54^\circ$ nên $AE = ME \tan 54^\circ = x \tan 54^\circ$

Suy ra chiều cao của khối lăng trụ ngũ giác đều: $h = AE = x \tan 54^\circ$

Thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đều:

$$V = h \cdot S_{ABCDE} = x \tan 54^\circ \cdot 5(3-x)^2 \tan 54^\circ = x(3-x)^2 \cdot 5 \tan^2 54^\circ$$

Xét hàm số $y = f(x) = x(3-x)^2 = x^3 - 6x^2 + 9x$ trên khoảng $(0;3)$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(0;3)$.

x	0	1	3	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	4	0	

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{(0;3)} f(x) = f(1) = 4$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng $V = 20 \tan^2 54^\circ \approx 37,9$.

Câu 22. Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) (dB)$ là đơn vị mức cường độ âm, trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được). Cường độ âm tại một phòng hát nằm lớn hơn $10^{-4} W/m^2$. Hỏi mức cường độ tại phòng hát này lớn hơn bao nhiêu dB ?

Lời giải

Đáp án: 80

Theo đề bài ta có: $I > 10^{-4} W/m^2$

$$\text{Công thức tính mức độ âm: } L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) > 10 \log \left(\frac{10^{-4}}{10^{-12}} \right) \Leftrightarrow L > 10 \log 10^8 \Leftrightarrow L > 80 (dB)$$

Vậy mức cường độ tại phòng hát này lớn hơn 80 dB .

----- Hết -----

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$, $\vec{n}_{(Q)} = (A'; B'; C')$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó φ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $\sin \varphi = \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}) = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

B. $\cos \varphi = \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}) = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

C. $\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}) \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

D. $\sin \varphi = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}) \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra của các bạn trong lớp 12A được cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	4	2

Xác định khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 20 phút.

B. 16 phút.

C. 15 phút.

D. 5 phút.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của hình chóp đã cho là

A. $18a^3$.

B. $4a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $y = 3\cos 2x - 1$ là

A. $3\sin 2x - x + C$.

B. $-3\sin 2x + x + C$.

C. $\frac{3}{2}\sin 2x - x + C$.

D. $-\frac{3}{2}\sin 2x - x + C$.

Câu 5: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Xác định Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần chục).

A. 41.

B. 41,8.

C. 41,7.

D. 42.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{OA} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ điểm A là

A. $A(3;17;-2)$.

B. $A(-3;-17;2)$.

C. $A(3;-2;5)$.

D. $A(3;5;-2)$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng

A. $\vec{AI} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$.

B. $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$.

C. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$.

D. $\vec{AI} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{9}$, $u_2 = \frac{1}{81}$. Xác định công bội q của (u_n) .

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 9.

D. $\frac{1}{9}$.

Câu 9: Một tổ có 5 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên hai bạn. Tính xác suất sao cho trong hai bạn được chọn có ít nhất một bạn là nam.

A. $\frac{15}{22}$.

B. $\frac{7}{22}$.

C. $\frac{5}{33}$.

D. $\frac{28}{33}$.

Câu 10: Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$.

B. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 4x + 3}$.

C. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

Câu 11: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2; -4; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 3x + 5y - 10z - 1 = 0$ là

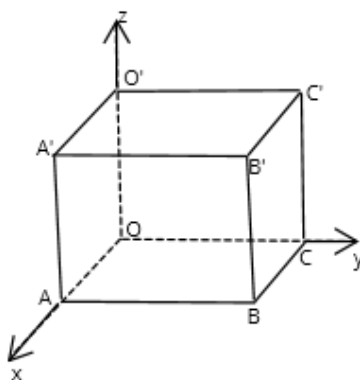
A. $3x + 5y - 10z - 24 = 0$.

B. $3x + 5y - 10z - 17 = 0$.

C. $3x + 5y - 10z + 24 = 0$.

D. $3x + 5y - 10z + 17 = 0$.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Biết $B(5; 6; 0)$, $A(5; 0; 0)$, $C'(0; 6; 5)$. Xác định tọa độ điểm B' .



A. $B'(5; 6; 5)$.

B. $B'(5; 5; 6)$.

C. $B'(5; 6; 0)$.

D. $B'(6; 5; 5)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 5 \\ u_1 + u_6 = 11 \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) **[NB]** Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 5$.

b) **[TH]** Tổng 12 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{12} = 102$.

c) **[TH]** Nếu số 2024 là số hạng thứ n của cấp số cộng thì $n \in (2016; 2020)$.

d) **[VD, VDC]** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $u_n u_{n-2}$ là 3.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 1 - 5 \cos x$ và $f(0) = 10$.

a) **[NB]** $f(\pi) = \pi$.

b) **[TH]** $f(x) = x - 5 \sin x + 5$.

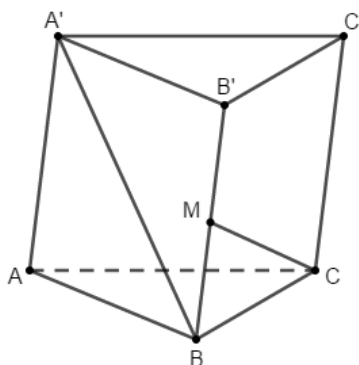
c) **[TH]** $\int f(x) dx = \frac{1}{2} x^2 + 5 \cos x + 10x + C$ với C là hằng số.

d) **[VD]** Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = f(x)$;

$y = g(x) = 12 - 5 \sin x$ và trục tung bằng 2.

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$.

Góc $\widehat{CAA'} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' (tham khảo hình vẽ). Biết CM vuông góc với $A'B$.



Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Các mặt bên của hình lăng trụ là những hình bình hành.

b) **[TH]** Cạnh BC có độ dài bằng 7.

c) **[TH]** $AC \perp A'B$.

d) **[VD,VDC]** Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{1 + \sqrt{33}}{4}$.

Câu 4: Một giáo viên ghi lại điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của hai lớp 10A và 10B có kết quả ghi lại ở bảng sau:

Điểm kiểm tra	[2, 5; 4)	[4; 5; 5)	[5; 5; 7)	[7; 8; 5)	[8; 5; 10)
Số học sinh lớp 10A	3	16	9	6	4
Số học sinh lớp 10B	0	15	13	4	6

a) Sĩ số học sinh hai lớp 10A và 10B bằng nhau.

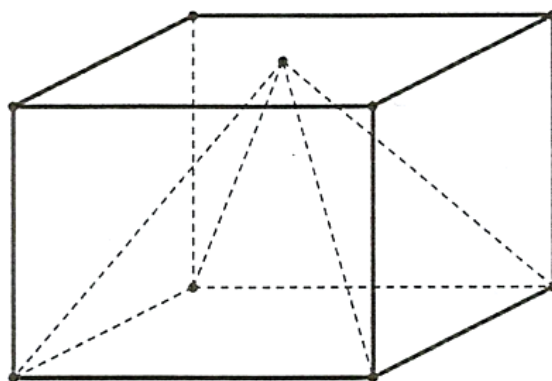
b) Điểm kiểm tra trung bình của hai lớp chênh lệch nhau không quá 0,5 điểm.

c) Phương sai của mẫu số liệu của lớp 10B là 3,54 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Nếu xét theo độ lệch chuẩn thì điểm kiểm tra của lớp 10B ít phân tán hơn điểm kiểm tra của lớp 10A.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 45cm, chiều cao bằng 50cm. Bên trong hộp đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, mặt đáy của hình chóp trùng với một mặt đáy của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi là bao nhiêu dm^3 ? (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).



Lời giải

Đáp án: 67,5.

Thể tích cái hộp là: $V_1 = S.h = 45^2.50 = 101250 (cm^3)$.

Xét đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao của hình chóp bằng chiều cao của hình hộp, hay $h = 50cm$, đáy của hình chóp có diện tích $S = 45^2 = 2025cm^2$.

Thể tích khối đồ chơi (khối chóp tứ giác đều) là:

$$V_2 = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 2025 \cdot 50 = 33750 (cm^3).$$

Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp: $V = V_1 - V_2 = 101250 - 33750 = 67500 (cm^3) = 67,5(dm^3)$.

Câu 2: Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 5\pi]$ của phương trình $\cot(3x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3} = 0$ (kết quả làm tròn đến hàng phân chục)

Lời giải

Đáp án: 116,5.

$$\cot(3x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(3x - \frac{\pi}{4}) = \cot \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{36} + k \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Do } x \in [0; 5\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{5\pi}{36} + k \frac{\pi}{3} \leq 5\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{175}{12}$$

$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 13; 14\}$. Khi đó tập nghiệm là:

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{36}; \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{36} + 2 \cdot \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{36} + 3 \cdot \frac{\pi}{3}; \dots; \frac{5\pi}{36} + 14 \cdot \frac{\pi}{3} \right\}$$

Tổng các nghiệm là:

$$\begin{aligned} T &= \frac{5\pi}{36} + \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} + 2 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} + \dots + \frac{5\pi}{36} + 14 \cdot \frac{\pi}{3} \\ &= 15 \cdot \frac{5\pi}{36} + (1 + 2 + 3 + \dots + 14) \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{25\pi}{12} + 35\pi \approx 116,5. \end{aligned}$$

Câu 3: Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = x^2 - 2x + 2$ tại điểm có hoành độ là 3. Tính diện tích hình phẳng xác định bởi (d), (C) và trục tung.

Lời giải

$$y = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow y' = 2x - 2 \Rightarrow \begin{cases} y'(3) = 4 \\ y(3) = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (d): y = y'(3)(x - 3) + y(3) = 4x - 12 + 5 \Rightarrow (d): y = 4x - 7$$

Khi đó ta có Hình phẳng sẽ được giới hạn bởi $y = 4x - 7; y = x^2 - 2x + 2, x = 3, x = 0$:

$$\Rightarrow S = \int_0^3 |x^2 - 2x + 2 - 4x + 7| dx = \int_0^3 |x^2 - 6x + 9| dx = \left| \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 \right| = 9$$

Đáp án: 9.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ (làm tròn đến chữ số thập thứ hai).

Lời giải

$$\text{ĐK: } x \in [2; 3]$$

$$y' = 1 + \frac{-2x+5}{2\sqrt{-x^2+5x-6}} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{-x^2+5x-6} = 2x-5$$

$$\text{ĐK: } 2x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

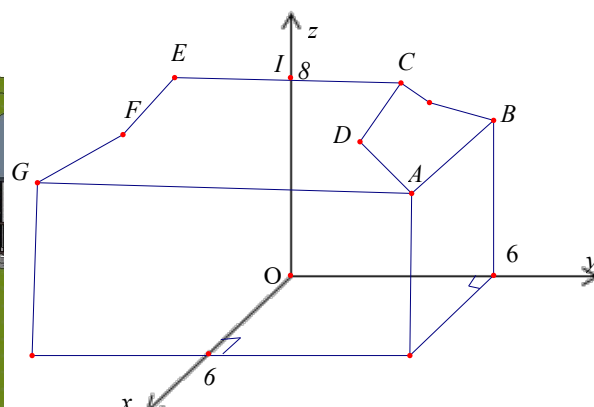
$$\Rightarrow 4(-x^2+5x-6) = 4x^2-20x+25 \Leftrightarrow -8x^2+40x-49=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+\sqrt{2}}{4} (N) \\ x = \frac{10-\sqrt{2}}{4} (L) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } y(2)=2; \quad y(3)=3; \quad y\left(\frac{10+\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{5+\sqrt{2}}{2} \approx 3,21$$

Đáp án: . 3,21

Câu 5: Con bão Yagi gây thiệt hại nghiêm trọng về người và tài sản cho nước ta, trong đó nặng nề nhất là tại thôn Làng Nủ, xã Phúc Khánh, huyện Bảo Yên, tỉnh Lào Cai, lũ quét và sạt lở đất đã vùi lấp 40 ngôi nhà. Cả nước đã chung tay ủng hộ và xây dựng lại nhà sàn cho người dân Làng Nủ theo thiết kế như hình vẽ dưới đây.



Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm

$G(6; -6; 6); C(3; 4; 8); F(4; -4; 7)$ và điểm I là trung điểm CE .

Tính góc giữa $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AB})$? (Kết quả viết theo đơn vị độ và làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6: Cho hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 + u \\ z = 7 \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - t \\ z = 4,5 \end{cases}$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc

các đường thẳng d, d' sao cho độ dài đoạn MN nhỏ nhất. Khi đó, MN bằng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	C	C	A	B	D	A	A	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	67,5	117	9	3,21	45	3,3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$, $\vec{n}_{(Q)} = (A'; B'; C')$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó φ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $\sin \varphi = \cos \left(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)} \right) = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

B. $\cos \varphi = \cos \left(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)} \right) = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

C. $\cos \varphi = \left| \cos \left(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)} \right) \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

D. $\sin \varphi = \left| \cos \left(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)} \right) \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra của các bạn trong lớp 12A được cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	4	2

Xác định khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 20 phút.

B. 16 phút.

C. 15 phút.

D. 5 phút.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên: $R = 45 - 25 = 20$ phút.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của hình chóp đã cho là

- A. $18a^3$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $y = 3 \cos 2x - 1$ là

- A. $3 \sin 2x - x + C$. B. $-3 \sin 2x + x + C$.
C. $\frac{3}{2} \sin 2x - x + C$. D. $-\frac{3}{2} \sin 2x - x + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Xác định Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 41. B. 41,8. C. 41,7. D. 42.

Lời giải

Chọn C

$$M_0 = 40 + \left(\frac{37 - 35}{2 \cdot 37 - 35 - 15} \right) \cdot 20 \approx 41,7.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OA} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ điểm A là

- A. $A(3; 17; -2)$. B. $A(-3; -17; 2)$. C. $A(3; -2; 5)$. D. $A(3; 5; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng

- A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.
C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. D. $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{9}$, $u_2 = \frac{1}{81}$. Xác định công bội q của (u_n) .

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. 9. D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Một tổ có 5 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên hai bạn. Tính xác suất sao cho trong hai bạn được chọn có ít nhất một bạn là nam.

- A. $\frac{15}{22}$. B. $\frac{7}{22}$. C. $\frac{5}{33}$. D. $\frac{28}{33}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố hai người có ít nhất một người là nam. Do đó $\bar{A}$ là biến cố cả hai bạn là nữ.

$$\text{Ta có } n(\overline{A}) = 21 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{21}{66} = \frac{7}{22}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{15}{22}.$$

Câu 10: Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$

B. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 4x + 3}.$

C. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}.$

D. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}.$

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Câu 11: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2; -4; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 3x + 5y - 10z - 1 = 0$ là

A. $3x + 5y - 10z - 24 = 0.$

B. $3x + 5y - 10z - 17 = 0.$

C. $3x + 5y - 10z + 24 = 0.$

D. $3x + 5y - 10z + 17 = 0.$

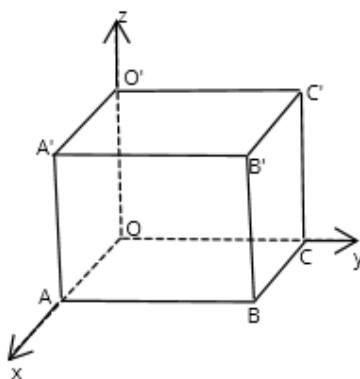
Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_{(Q)} = (3; 5; -10)$. Vì $(P) // (Q)$ nên $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (3; 5; -10)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 3(x - 2) + 5(y + 4) - 10(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y - 10z + 24 = 0$.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Biết $B(5; 6; 0)$, $A(5; 0; 0)$, $C'(0; 6; 5)$. Xác định tọa độ điểm B' .



A. $B'(5; 6; 5).$

B. $B'(5; 5; 6).$

C. $B'(5; 6; 0).$

D. $B'(6; 5; 5).$

Lời giải

Chọn A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 5 \\ u_1 + u_6 = 11 \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) [NB] Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 5$.

b) [TH] Tổng 12 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{12} = 102$.

c) [TH] Nếu số 2024 là số hạng thứ n của cấp số cộng thì $n \in (2016; 2020)$.

d) [VD, VDC] Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $u_n \cdot u_{n-2}$ là 3.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n - 1)d$ ta có:

$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 5 \\ u_1 + u_6 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 5 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 5 \\ 2u_1 + 5d = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 1 \end{cases}.$$

a) Đúng: $u_1 = 5$

b) Đúng: $S_{11} = 12u_1 + \frac{12(12-1)d}{2} = 12.3 + \frac{12(12-1)1}{2} = 102$.

c) Sai: $u_n = 2024 \Rightarrow u_1 + (n-1)d = 2024 \Rightarrow 3 + n - 1 = 2024 \Rightarrow n = 2022$.

d) Sai: Ta có điều kiện của n là $\begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó:

$$u_n \cdot u_{n-2} = [u_1 + (n-1)d][u_1 + (n-3)d] = (n+2)n = n^2 + 2n.$$

Vì $\begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n \geq 2 \end{cases}$ nên $\begin{cases} n^2 \geq 4 \\ 2n \geq 4 \end{cases} \Rightarrow n^2 + 2n \geq 8$; dấu bằng xảy ra khi $n = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $u_n \cdot u_{n-2}$ là 8.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 1 - 5 \cos x$ và $f(0) = 10$.

a) **[NB]** $f(\pi) = \pi$.

b) **[TH]** $f(x) = x - 5 \sin x + 5$.

c) **[TH]** $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 + 5 \cos x + 10x + C$ với C là hằng số.

d) **[VD]** Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = f(x)$;

$y = g(x) = 12 - 5 \sin x$ và trục tung bằng 2.

Lời giải

$$+) \int_0^\pi f'(x) dx = f(\pi) - f(0) \Rightarrow f(\pi) = \int_0^\pi (1 - 5 \cos x) dx + f(0) = \pi \text{ nên a) đúng}$$

$$+) \text{ Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int (1 - 5 \cos x) dx = x - 5 \sin x + C_1 \text{ với } C_1 \text{ là hằng số}$$

Mà $f(0) = 10$ nên $0 + C_1 = 10 \Rightarrow C_1 = 10$. Vậy $f(x) = x - 5 \sin x + 10$ nên b) Sai

$$\int f(x) dx = \int (x - 5 \sin x + 10) dx = \frac{1}{2}x^2 + 5 \cos x + 10x + C \text{ với } C \text{ là hằng số}$$

nên c) Đúng

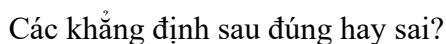
$$+) \text{ Xét phương trình hoành độ giao điểm: } x - 5 \sin x + 10 = 12 - 5 \sin x \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Diện tích cần tìm là: } S = \int_0^2 |x - 5 \sin x + 10 - 12 + 5 \sin x| dx = \int_0^2 |x - 2| dx = \left| \int_0^2 (x - 2) dx \right| = 2.$$

Vậy d) đúng.

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$. Góc

$\widehat{CAA'} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' (tham khảo hình vẽ). Biết CM vuông góc với $A'B$.



- c) **[TH]** $AC \perp A'B$.

- d) **[VD,VDC]** Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{1+\sqrt{33}}{4}$.

Lời giải



Các mặt bên của hình lăng trụ là những hình bình hành.

- b) sai**

Tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$.

- c) đúng**

Do $AC \perp AB$, $AC \perp AA'$ nên $AC \perp (ABB'A')$. Mà $A'B \subset (ABB'A')$ nên $AC \perp A'B$.

- d) sai**

Do $A'B \perp AC$, $A'B \perp CM$ nên $A'B \perp (AMC) \Rightarrow A'B \perp AM$.

Đặt $AA' = x$ ($x > 0$). Ta có $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AM} &= (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}) \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} \right) = AB^2 - \frac{1}{2} AA'^2 - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} \\ &= AB^2 - \frac{1}{2} AA'^2 - \frac{1}{2} AB \cdot AA' \cdot \cos \widehat{BAA'} = 2^2 - \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x + 4 \end{aligned}$$

Do $A'B \perp AM$ nên $\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{33}}{2}$.

Lại có $S_{ABB'A'} = AB.AA'.\sin \widehat{BAA'} = 2.\frac{1+\sqrt{33}}{2}.\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{33})}{2}$ (đvdt).

$$\text{Do } AC \perp (ABB'A') \text{ nên } V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{33})}{2} = \frac{1+\sqrt{33}}{2} \text{ (đvtt)}.$$

$$\text{Mà } V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1+\sqrt{33}}{2} = \frac{3(1+\sqrt{33})}{4} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 4: Một giáo viên ghi lại điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của hai lớp 10A và 10B có kết quả ghi lại ở bảng sau:

Điểm kiểm tra	[2, 5; 4)	[4; 5; 5)	[5, 5; 7)	[7; 8; 5)	[8, 5; 10)
Số học sinh lớp 10A	3	16	9	6	4
Số học sinh lớp 10B	0	15	13	4	6

- a) Sĩ số học sinh hai lớp 10A và 10B bằng nhau.
b) Điểm kiểm tra trung bình của hai lớp chênh lệch nhau không quá 0,5 điểm.
c) Phương sai của mẫu số liệu của lớp 10B là 3,54 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
d) Nếu xét theo độ lệch chuẩn thì điểm kiểm tra của lớp 10B ít phân tán hơn điểm kiểm tra của lớp 10A.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Mệnh đề đúng.

Xét mẫu số liệu của lớp 10A:

$$\text{Cỡ mẫu } n_A = 3 + 16 + 9 + 6 + 4 = 38$$

Xét mẫu số liệu của lớp 10B:

$$\text{Cỡ mẫu } n_B = 0 + 15 + 13 + 4 + 6 = 38$$

b) Mệnh đề đúng

$$\text{Xét mẫu số liệu của lớp 10A: } \bar{x}_A = \frac{3 \cdot 3,25 + 16 \cdot 4,75 + 9 \cdot 6,25 + 6 \cdot 7,75 + 4 \cdot 9,25}{38} = \frac{451}{76} \approx 5,93$$

$$\bar{x}_B = \frac{0 \cdot 3,25 + 15 \cdot 4,75 + 13 \cdot 6,25 + 4 \cdot 7,75 + 6 \cdot 9,25}{38} = \frac{239}{38} \approx 6,29$$

Xét mẫu số liệu của lớp 10B:

c) Mệnh đề sai.

Phương sai của mẫu số liệu của lớp 10A là

$$S^2 = \frac{1}{38} (3 \cdot 3,25^2 + 16 \cdot 4,75^2 + 9 \cdot 6,25^2 + 6 \cdot 7,75^2 + 4 \cdot 9,25^2) - \left(\frac{451}{76} \right)^2 \approx 2,86$$

Phương sai của mẫu số liệu của lớp 10B là

$$S^2 = \frac{1}{38} (0 \cdot 3,25^2 + 15 \cdot 4,75^2 + 13 \cdot 6,25^2 + 4 \cdot 7,75^2 + 6 \cdot 9,25^2) - \left(\frac{239}{38} \right)^2 \approx 2,54$$

d) Mệnh đề đúng.

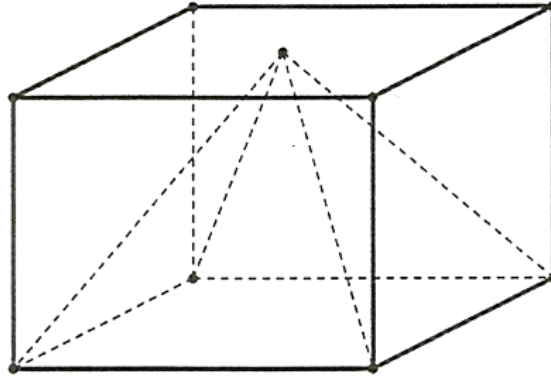
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của lớp 10A là: $S_A = \sqrt{2,86}$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của lớp 10B là: $S_B = \sqrt{2,54}$

Do $S_B < S_A$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 10B có điểm kiểm tra ít phân tán hơn học sinh lớp 10A.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 45cm, chiều cao bằng 50cm. Bên trong hộp đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, mặt đáy của hình chóp trùng với một mặt đáy của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi là bao nhiêu dm^3 ? (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).



Lời giải

Đáp án: 67,5.

Thể tích cái hộp là: $V_1 = S.h = 45^2.50 = 101250 (cm^3)$.

Xét đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao của hình chóp bằng chiều cao của hình hộp, hay $h = 50cm$, đáy của hình chóp có diện tích $S = 45^2 = 2025 cm^2$.

Thể tích khối đồ chơi (khối chóp tứ giác đều) là:

$$V_2 = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 2025 \cdot 50 = 33750 (cm^3).$$

Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp: $V = V_1 - V_2 = 101250 - 33750 = 67500 (cm^3) = 67,5 (dm^3)$.

Câu 2: Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 5\pi]$ của phương trình $\cot(3x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3} = 0$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 117

$$\cot(3x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(3x - \frac{\pi}{4}) = \cot \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Do } x \in [0; 5\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{5\pi}{36} + k\frac{\pi}{3} \leq 5\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{175}{12}$$

$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 13; 14\}$. Khi đó tập nghiệm là:

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{36}; \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{36} + 2 \cdot \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{36} + 3 \cdot \frac{\pi}{3}; \dots; \frac{5\pi}{36} + 14 \cdot \frac{\pi}{3} \right\}$$

Tổng các nghiệm là:

$$T = \frac{5\pi}{36} + \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} + 2 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} + \dots + \frac{5\pi}{36} + 14 \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$= 15 \cdot \frac{5\pi}{36} + (1+2+3+\dots+14) \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{25\pi}{12} + 35\pi \approx 117.$$

Câu 3: Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = x^2 - 2x + 2$ tại điểm có hoành độ là 3. Tính diện tích hình phẳng xác định bởi (d), (C) và trục tung.

Lời giải

$$y = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow y' = 2x - 2 \Rightarrow \begin{cases} y'(3) = 4 \\ y(3) = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (d): y = y'(3)(x-3) + y(3) = 4x - 12 + 5 \Rightarrow (d): y = 4x - 7$$

Khi đó ta có Hình phẳng sẽ được giới hạn bởi $y = 4x - 7$; $y = x^2 - 2x + 2$, $x = 3$, $x = 0$:

$$\Rightarrow S = \int_0^3 |x^2 - 2x + 2 - 4x + 7| dx = \int_0^3 |x^2 - 6x + 9| dx = \left| \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 \right| = 9$$

Đáp án: 9.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ (làm tròn đến chữ số thập thứ hai).

Lời giải

$$\text{ĐK: } x \in [2; 3]$$

$$y' = 1 + \frac{-2x+5}{2\sqrt{-x^2+5x-6}} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{-x^2+5x-6} = 2x-5$$

$$\text{ĐK: } 2x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

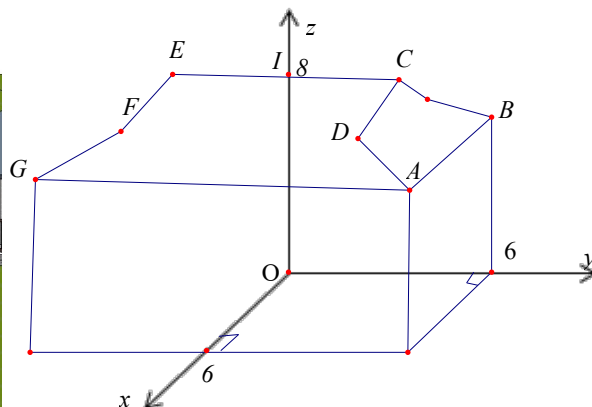
$$\Rightarrow 4(-x^2+5x-6) = 4x^2-20x+25 \Leftrightarrow -8x^2+40x-49=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+\sqrt{2}}{4} (N) \\ x = \frac{10-\sqrt{2}}{4} (L) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } y(2) = 2; \quad y(3) = 3; \quad y\left(\frac{10+\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{5+\sqrt{2}}{2} \approx 3,21$$

Đáp án: . 3,21

Câu 5: Con bão Yagi gây thiệt hại nghiêm trọng về người và tài sản cho nước ta, trong đó nặng nề nhất là tại thôn Làng Nữ, xã Phúc Khánh, huyện Bảo Yên, tỉnh Lào Cai, lũ quét và sạt lở đất đã vùi lấp 40 ngôi nhà. Cả nước đã chung tay ủng hộ và xây dựng lại nhà sàn cho người dân Làng Nữ theo thiết kế như hình vẽ dưới đây.



Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm $G(6; -6; 6); C(3; 4; 8); F(4; -4; 7)$ và điểm I là trung điểm CE .

Tính góc giữa $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AB})$? (Kết quả viết theo đơn vị độ và làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Ta có: điểm A đối xứng với điểm G qua Oxz nên $A(6; 6; 6)$.

Điểm D đối xứng với điểm F qua Oxz nên $D(4; 4; 7)$.

Điểm B là hình chiếu của A lên Oyz nên $B(0; 6; 6)$.

$$\overrightarrow{DC} = (-1; 0; 1); \overrightarrow{AB} = (-6; 0; 0).$$

$$\cos(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{AB}) = \frac{\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{DC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{AB}) = 45^\circ.$$

Đáp án: 45.

Câu 6: Cho hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 + u \\ z = 7 \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - t \\ z = 4, 5 \end{cases}$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc

các đường thẳng d, d' sao cho độ dài đoạn MN nhỏ nhất. Khi đó, MN bằng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Lời giải

Độ dài đoạn MN ngắn nhất khi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' .

$$\text{Gọi } M(4; 4 + u; 7) \in d, N(1 + t; 4 - t; 4, 5) \in d'.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = (-3 + t; -t - u; -2, 5).$$

$$\text{Gọi vectơ chỉ phương của } d \text{ và } d' \text{ lần lượt là } \vec{a} = (0; 1; 0), \vec{b} = (1; -1; 0)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{a} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{b} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -u = 0 \\ -3 + t + t + u = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -2, 5\right) \Rightarrow MN = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2, 5)^2} = \frac{\sqrt{43}}{2} \approx 3,3.$$

Đáp án: 3,3.

----- Hết -----