

Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:

- A. $f'(2) = 3$. B. $f'(x) = 2$. C. $f'(x) = 3$. D. $f'(3) = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. -3 . B. -1 . C. -2 . D. 1 .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAC) . B. (SBC) . C. (ABC) . D. (SAB) .

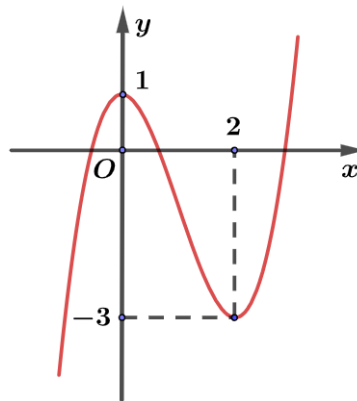
Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 200. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

- A. Đều. B. Vuông. C. Vuông cân. D. Cân.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x=8 \\ y=16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

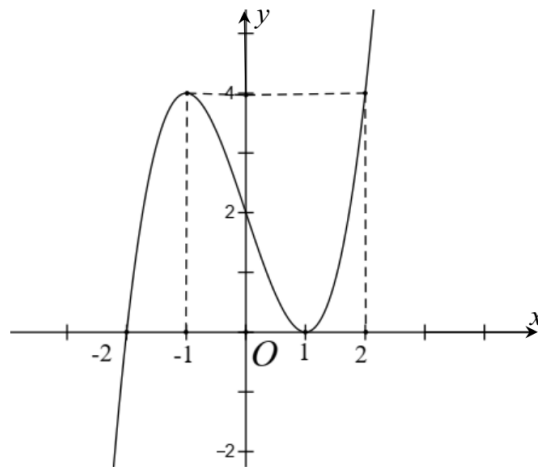
a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

d) Thể tích của khối chóp $AMNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (kết quả làm tròn đến độ).

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y + 2x + 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

----- *Hết* -----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC- CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%

	Oxyz											
Tổng	10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%	
Tỷ lệ	29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%	
Điểm tối đa	3			4			3			10	100%	

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	D	B	C	D	D	A	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,91	0,62	54,2	33	2,43	2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

A. a .

B. $3a$.

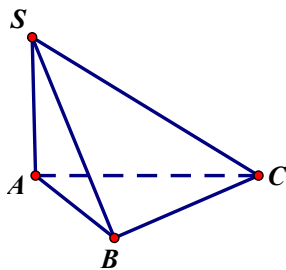
C. $2a$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì SA vuông góc với đáy (ABC) nên $SA \perp AB \Rightarrow d(S, AB) = SA = 2a$



Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:

A. $f'(2) = 3$.

B. $f'(x) = 2$.

C. $f'(x) = 3$.

D. $f'(3) = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. -3 . B. -1 . **C. -2 .** D. 1 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng -2 .

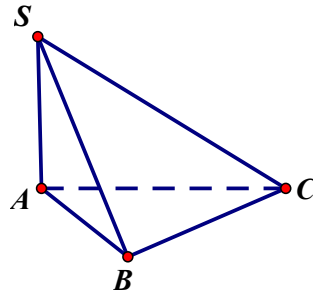
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAC) . B. (SBC) . C. (ABC) .
D. (SAB) .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.



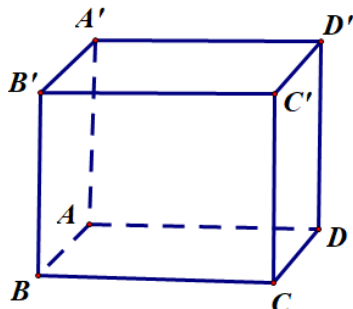
Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A'A \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = A'A = a$.



Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200.

B. 20.

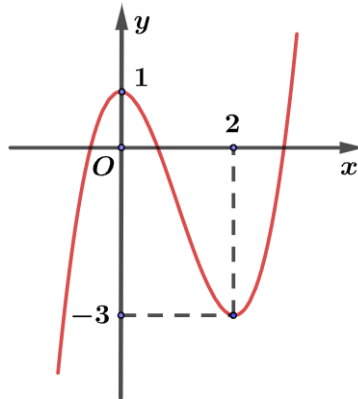
C. 30.
Lời giải

D. 10.

Chọn C

Có $10 + 20 = 30$ cách chọn một học sinh.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

A. Đều.

B. Vuông.

C. Vuông cân.

D. Cân.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân.

Câu 9: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3 \cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3 \sin t$.

B. $v(t) = -3 \cos t$.

C. $v(t) = 3 \cos t$.

D. $v(t) = 3 \sin t$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t) = s'(t) = (3 \cos t)' = -3 \sin t$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B.

$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

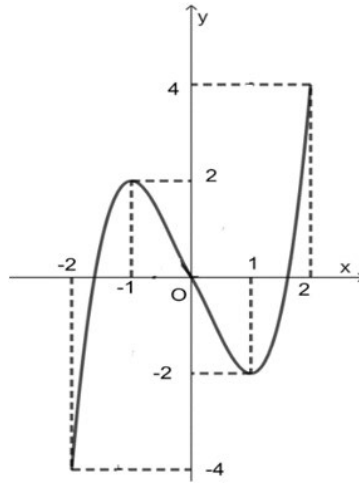
D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. **C. $x = 1$.** D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình vẽ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 52.** B. 42. C. 53. D. 54.

Lời giải

Chọn A

Mốt M_0 chứa trong nhóm [40; 60).

Do đó: $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20; n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)}(60 - 40) = 52.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống 150mg thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là 9(mg).
b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là 159(mg).
c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là 170(mg).
d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là 159,57mg.

Lời giải

a) Ta có hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau ngày đầu còn $150 \times 6\% = 9(mg)$, **suy ra mệnh đề đúng.**

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là: $150 \times 6\% + 150 = 159(mg)$ **suy ra mệnh đề đúng.**

c) Gọi u_n là lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống ở ngày thứ n

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 1 là: $u_1 = 150(mg)$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là:

$$u_2 = u_1 \times 6\% + 150 = 150 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 3 là:

$$u_3 = u_2 \cdot 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1) \times 0,06 + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 4 là:

$$u_4 = u_3 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1) \times 0,06 + 150$$

$$= 150 \times (0,06^3 + 0,06^2 + 0,06 + 1) = 159,5724(mg)$$

Suy ra mệnh đề sai.

d) Nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong thời gian 30 ngày. Khi đó lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng là:

$$S = 150 \times (1 + 0,06 + 0,06^2 + \dots + 0,06^{29}) = 150 \times u_1 \frac{1 - q^{30}}{1 - q} = 150 \times 1 \times \frac{1 - 0,06^{30}}{1 - 0,06} = \frac{7500}{47} \approx 159,57mg$$

Vậy lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng trong 30 ngày là $159,57mg$, **suy ra mệnh đề đúng.**

Câu 2: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1$ (*). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$ là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Điều kiện để bất phương trình có nghĩa là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) = \log_4(x^2 - y^2)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta thấy $x - y = 8 - 16 = -8 < 0$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $\log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq \sqrt{y^2 + 4}$

Do đó $P \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - y = f(y)$. Khi đó $P' = \frac{2y}{\sqrt{y^2 + 4}} - 1 = 0 \xrightarrow{y > 0} y = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Suy ra $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

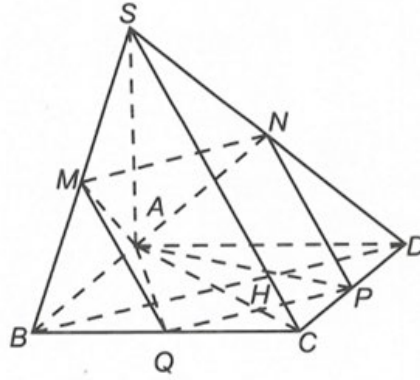
a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

d) Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Từ giả thiết có $S_{ABC} = S_{ACD} = \frac{a^2}{2}$; $SA \perp (ABCD)$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ACD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$. Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành; mặt khác, ta có:

$\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$; mà $\begin{cases} PQ \parallel BD \\ PN \parallel SC \end{cases} \Rightarrow PN \perp PQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$$

Do $SM \cap (APQ) = B$ nên ta có:

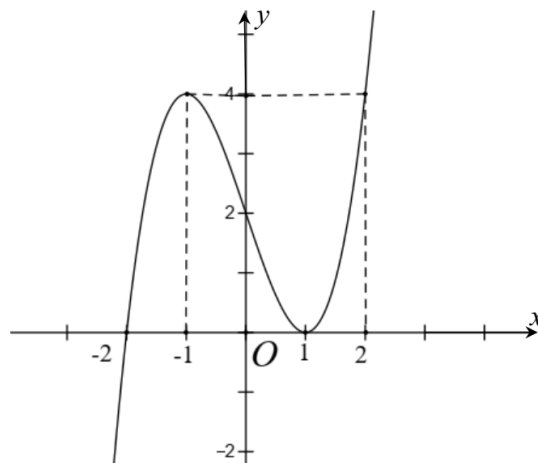
$$\frac{d(M; (AQP))}{d(S; (AQP))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M; (AQP)) = \frac{1}{2} d(S; (AQP)) = \frac{1}{2} SA = \frac{a}{2}.$$

$$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2} AH \cdot QP = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} AC \cdot \frac{1}{2} BD = \frac{3}{16} AC \cdot BD = \frac{3}{16} (a\sqrt{2})^2 = \frac{3}{8} a^2. \text{ Với } H = AC \cap PQ.$$

$$\text{Ta có } V_{A.MNPQ} = 2V_{A.MQP} = 2V_{M.AQP}, \text{ mà } V_{M.AQP} = \frac{1}{3} d(M; (AQP)) \cdot S_{\Delta AQP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{8} a^2 = \frac{a^3}{16}.$$

Vậy $V_{A.MNPQ} = 2V_{M.AQP} = 2 \cdot \frac{a^3}{16} = \frac{a^3}{8}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ

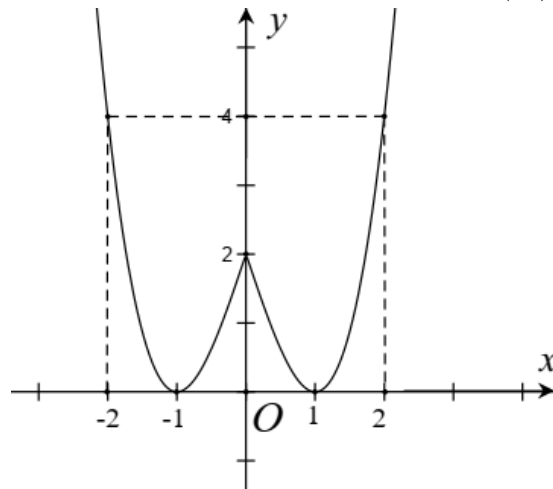


Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
- b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
- d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

- a) Từ đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ suy ra **mệnh đề đúng**.
- b) Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ suy ra hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Vậy **mệnh đề đúng**.
- c) Ta có $g'(x) = [f(x) + 1]' = f'(x)$
 Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1)$ suy ra **mệnh đề sai**.
- d) Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1; +\infty)$ suy ra **mệnh đề đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách trong thùng gồm 16 cuốn sách.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố "3 cuốn sách lấy ra không cùng một loại". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , với biến cố \bar{A} là 3 cuốn sách lấy ra cùng một loại.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_5^3 + C_7^3 + C_4^3 = 49$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 511$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{511}{560} = \frac{73}{80} \approx 0,91$.

Đáp án: 0,91

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 5 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^5 = 243$.

Gọi A là biến cố "5 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

• Trường hợp thứ nhất: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+ Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+ Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2 \cdot 1 = 3$ cách.

• Trường hợp thứ hai: Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+ Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+ Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1 \cdot 1 = 30$.

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 30 = 90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = 3 + 90 = 93$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 243 - 93 = 150$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{243} = \frac{50}{81} \approx 0,62$.

Đáp án: 0,62

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10$.

Khi vận tốc của vật đạt 20 m/s ta có:

$$t^2 - 3t + 10 = 20 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases}$$

Vì $t > 0$ nên nhận $t = 5(s)$.

Lúc đó quãng đường vật đi được là: $s(5) - s(0) = \frac{337}{6} - 2 \approx 54,2 \text{ m}$

Đáp án: 54,2

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Kết quả làm tròn đến độ).

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C, D lên đáy hố là mặt phẳng $(AKHB)$.

Khi đó BD có hình chiếu lên đáy là BK , suy ra

$$\angle(BD, (AKHB)) = \angle(BD, BK) = \widehat{DBK}.$$

Với độ sâu hố là $DK = CH = 2 \text{ (m)}$, ta có

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

$$KB = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}.$$

$$\tan DBK = \frac{DK}{KB} = \frac{4\sqrt{37}}{37}$$

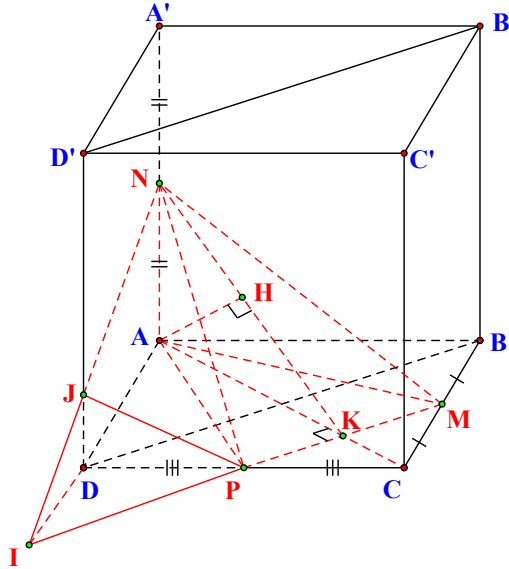
$$\Rightarrow \widehat{DBK} \approx 33^\circ.$$

Đáp án: 33

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Cách 1. Gọi P là trung điểm CD , $I = MP \cap AD$, $J = IN \cap DD'$, $K = AC \cap MP$.



Ta có $MP \parallel BD \Rightarrow MP \parallel B'D' \Rightarrow d(B'D'; MN) = d[B'D'; (MNP)] = d[D'; (MNP)]$.

Lại có $d[D'; (MNP)] = \frac{D'J}{DJ} d[D; (MNP)] = 5 \cdot d[D; (MNP)]$.

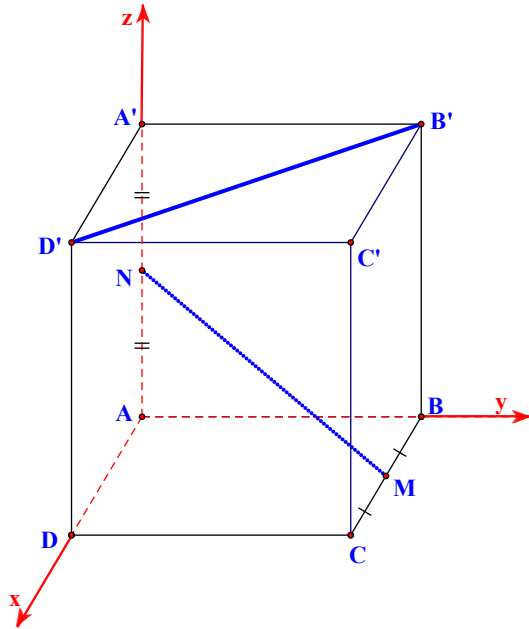
Mặt khác $d[D; (MNP)] = \frac{DI}{AI} d[A; (MNP)] = \frac{1}{3} d[A; (MNP)]$.

Để thấy $\begin{cases} (NAK) \perp (MNP) \\ (NAK) \cap (MNP) = AK \\ AH \perp NK \text{ (} H \in NK \text{) trong } (NAK) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNP) \Rightarrow d[A; (MNP)] = AH$.

Suy ra $d(MN; B'D') = \frac{5}{3} d[A; (MNP)] = \frac{5}{3} AH$ với $AN = \frac{AA'}{2} = 2$; $AK = \frac{3}{4} \sqrt{2} AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(MN; B'D') = \frac{5}{3} AH = \frac{5}{3} \cdot \frac{AN \cdot AK}{\sqrt{AN^2 + AK^2}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 2}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt{17}}{17} \approx 2,43$.

Cách 2. Đặt các trục Ox , Oy và Oz vào hình như sau



Ta có $M(1;2;0)$, $N(0;0;2)$, $B'(0;2;4)$ và $D'(2;0;4)$.

Ta có $\overline{MN} = (-1; -2; 2)$, $\overline{B'D'} = (2; -2; 0)$ và $\overline{MB'} = (-1; 0; 4) \Rightarrow [\overline{MN}, \overline{B'D'}] = (4; 4; 6)$.

$$\text{Khi đó } d(MN; B'D') = \frac{|\overline{MN} \cdot [\overline{MN}; \overline{B'D'}]|}{|[\overline{MN}; \overline{B'D'}]|} = \frac{|(-1) \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 6|}{\sqrt{4^2 + 4^2 + 6^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43.$$

Đáp án: 2,43

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

Lời giải

Giả thiết cho $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$

$$\Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2(2y+x+2)2^{2y} \Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2^{2y+1} (2y+x+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1+1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot (t+1)$ trên $(0; +\infty)$; suy ra $f'(t) = 2^t \cdot (t+1) \ln 2 + 2^t > 0, \forall t \in (0; +\infty)$

Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên ta có:

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1+1) \Leftrightarrow 2x = 2y+x+1 \Leftrightarrow x = 2y+1$$

$$\text{Suy ra: } P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037 = 2^{y-1} - (y^2 + 2y + 1) + 2037 = \frac{1}{4} \cdot 2^{y+1} - (y+1)^2 + 2037$$

Xét hàm số $g(a) = \frac{1}{4} \cdot 2^a - a^2; a \in [2; 4]$

$$g'(a) = \frac{2^a \cdot \ln 2}{4} - 2a \Rightarrow g''(a) = \frac{2^a \cdot \ln^2 2}{4} - 2 < 0, \forall a \in [2; 4]$$

$\Rightarrow g'(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \max_{[2;4]} g'(a) = g'(2) = \ln 2 - 4 < 0$$

$\Rightarrow g(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \min g(a) = g(4) = -12$$

Vậy $\min P = -12 + 2037 = 2025$ khi $y+1 = 4 \Rightarrow y = 3; x = 7$.

Đáp án: 2025

----- Hết -----

ĐỀ THI THỬ CHUẨN CẤU TRÚC
ĐỀ 02

(Đề thi có 04 trang)

KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

- A. $d = \frac{11}{3}$. B. $d = \frac{10}{3}$. C. $d = \frac{3}{10}$. D. $d = \frac{3}{11}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $(SAB) \perp (ABC)$. B. $(SAC) \perp (SBC)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 5: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Số học sinh	8	7	10	5

Một của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 7,91. B. 8,38. C. 8,37. D. 7,95.

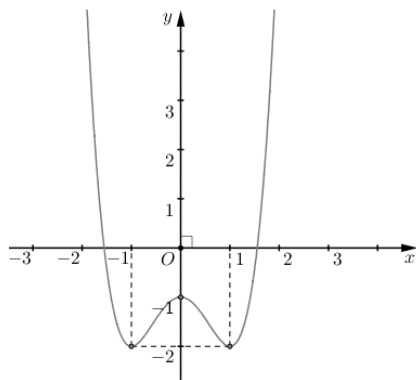
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại $x_0 = 6$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$. Giá trị của $f'(6)$ bằng:

- A. 12.. B. 2. C. $\frac{1}{3}$.. D. $\frac{1}{2}$..

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là 0,8; hoàn thành câu trung bình là 0,6 và hoàn thành câu khó là 0,15. Làm đúng mỗi một câu dễ An được 0,1 điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được 0,25 điểm và làm đúng mỗi câu khó An được 0,5 điểm.

Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%
b) Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là 0,45
c) Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.
d) Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn 0,2%.

Câu 2: Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

- a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: 56,3 triệu đồng.
b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: 53,2 triệu đồng.
c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60 \cdot (1,005)^{n+1} - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^{n+1}}{1 - 1,005}$ (triệu đồng).
d) Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $SH \perp (ABCD)$.
- b) Góc giữa SC và $(ABCD)$ là \widehat{SCA} .
- c) Góc giữa SB và CD là 90° .
- d) Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 60°

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- d) Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

Câu 2: Giải phương trình $\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x)$ ta được họ nghiệm $x = \frac{\pi}{a} + \frac{k\pi}{b}, k, a, b \in \mathbb{Z}$.

Tính $P = 2a + 3b$

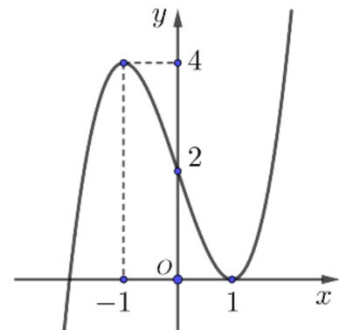
Câu 3: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề mặt tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)



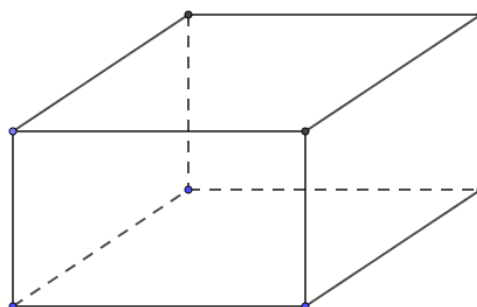
Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường

tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$

là bao nhiêu?



Câu 5: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao 150 (cm) và thể tích chứa $900 \text{ (m}^3)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/ m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

----- *Hết* -----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC- CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%

	Oxyz											
Tổng	10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%	
Tỷ lệ	29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%	
Điểm tối đa	3			4			3			10	100%	

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	D	A	B	C	D	C	B	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)S
b)S	b)S	b)S	b)Đ
c)Đ	c)S	c)S	c)Đ
d)S	d)Đ	d)Đ	d)S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1023	11	196	6	2812	6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

A. 1.

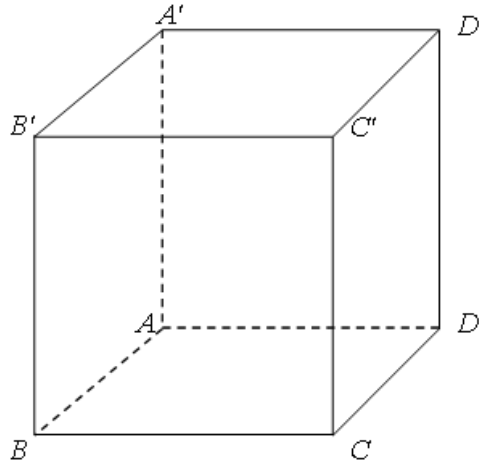
B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $(ABB') \parallel (CC'D')$ và $BC \perp (ABB'A')$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$

$$d((ABB'), (CC'D')) = d(C, (ABB'A')) = CB = 1$$

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Cấp số cộng } (u_n) \text{ có } u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$.

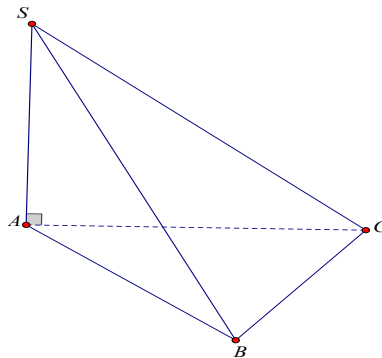
B. $(SAC) \perp (SBC)$.

C. $(SAC) \perp (ABC)$.

D. $(SAB) \perp (SBC)$

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow \text{A đúng.}$$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow C \text{ đúng.}$

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow D \text{ đúng.}$

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. **D. $\frac{2}{15}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".

Khi đó $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

Câu 5: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0.** B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Số học sinh	8	7	10	5

Mốt của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 7,91. **B. 8,38.** C. 8,37. D. 7,95.

Lời giải

Chọn B

Nhóm chứa Mốt là [8; 9).

Mốt của mẫu số liệu là $M_e = 8 + \frac{10-7}{10-7+10-5}(9-8) \approx 8,38$

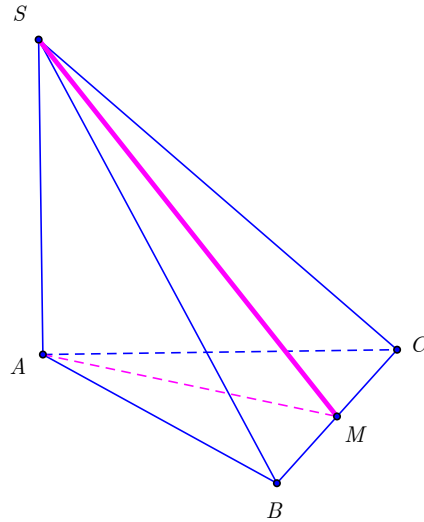
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$

và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng:

- A. 30° . B. 60° . **C. 45° .** D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AM \perp BC$ tại $M \Rightarrow M$ là trung điểm của BC và $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = a$. Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow \widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{(SM, AM)}.$$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc \widehat{SMA} . Ta có $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$

Suy ra góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng 45° .

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

- A. 6. B. 5. C. 4. **D. 0.**

Lời giải

Chọn D

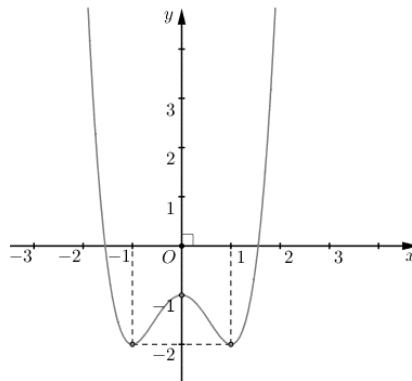
Điều kiện $x \neq 0$. Có

$$\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = 1 + \log_2 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = 2 \cdot \log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = \pm 6$$

Do đó, tổng các nghiệm sẽ bằng 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. **C. $(-1; 0)$.** D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Chọn C.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại $x_0 = 6$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$. Giá trị của $f'(6)$ bằng:

- A. 12. **B. 2.** C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D và $x_0 \in D$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)

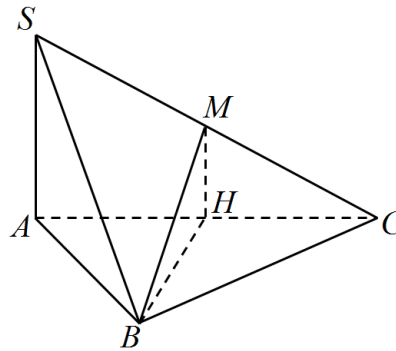
$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn gọi là đạo hàm của hàm số tại x_0 .

Vậy $f'(6) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$.** C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$. **D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.**

Lời giải

Chọn D

Gọi H là trung điểm cạnh AC . Khi đó $HM \parallel SA$ nên HM vuông góc (ABC) tại H .

Do đó $(\widehat{BM}, (ABC)) = (\widehat{BM}, BH) = \widehat{MBH}$ do ΔMBH vuông tại H .

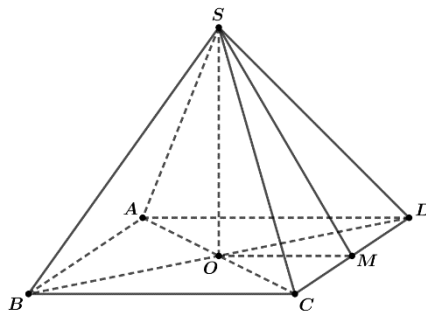
Ta có: $\cos \widehat{MBH} = \frac{BH}{BM} = \frac{BH}{\sqrt{HM^2 + BH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.** **C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.** D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $[(SCD), (ABCD)] = (SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là 0,8; hoàn thành câu trung bình là 0,6 và hoàn thành câu khó là 0,15. Làm đúng mỗi một câu dễ An được 0,1 điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được 0,25 điểm và làm đúng mỗi câu khó An được 0,5 điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) [NB] Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%
- b) [TH] Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là 0,45
- c) [TH] Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.
- d) [VD] Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn 0,2%.

Lời giải

Gọi A là biến cố An làm đúng câu dễ

B là biến cố An làm đúng câu trung bình

C là biến cố An làm đúng câu khó.

Khi đó A,B,C độc lập với nhau.

- a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại trên và đúng cả ba câu là

$$P = P(A).P(B).P(C) = 0,072 = 7,2\%. \text{ Khẳng định Sai.}$$

- b) Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là

$$P(\bar{A}).P(B).P(C) + P(A).\bar{P}(B).P(C) + P(A).P(B).\bar{P}(C)$$

$$= 0,2.0,6.0,15 + 0,8.0,4.0,15 + 0,8.0,6.0,85 = 0,474$$

Khẳng định Sai.

- c) Xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại là: $P = P(A).P(B).P(C) = 0,072 = 7,2\%$

Xác suất An làm sai 3 câu mức độ trung bình. $(0,4)^3 = 0,064$.

Khẳng định Đúng.

- d) Để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm có các trường hợp sau:

TH1: Đúng 4 câu khó và câu còn lại sai

$$(0,15)^4 (0,2 + 0,4 + 0,85) = 7,34.10^{-4}$$

TH2: Đúng 3 câu khó và đúng 2 câu trung bình

$$(0,15)^3 \cdot (0,6)^2 = 1,215.10^{-4}$$

Vậy xác suất cần tìm là 0,1949%

Khẳng định Sai.

Câu 14:

Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

a) [NB] Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: 56,3 triệu đồng.

b) [TH] Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: 53,2 triệu đồng.

c) [TH] Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60 \cdot (1,005)^{n+1} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{n+1}}{1-1,005}$ (triệu đồng).

d) [VD] Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Lời giải

a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là:

$$P_1 = 60(1 + 0.5\%) - 4 = 60 \cdot 1,005 - 4 = 56,3 \text{ triệu đồng. Suy ra mệnh đề đúng.}$$

b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là:

$$P_2 = P_1 \cdot 1,005 - 4 = (60 \cdot 1,005 - 4) \cdot 1,005 - 4 = 60 \cdot (1,005)^2 - 4 \cdot 1,005 - 4 = 52,5815 \text{ (triệu đồng)}$$

Suy ra mệnh đề sai.

c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là:

$$P_n = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot (1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + \dots + 1) = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot \frac{1-1,005^n}{1-1,005} \text{ (triệu đồng). Suy ra}$$

mệnh đề sai.

d) Quỹ học bổng còn lại sau 16 tháng là:

$$P_{16} = 60 \cdot (1,005)^{16} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{16}}{1-1,005} = -1,472651944 < 0.$$

Quỹ học bổng còn lại sau 15 tháng là.

$$P_{15} = 60 \cdot (1,005)^{15} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{15}}{1-1,005} = 2,514774185 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên. Suy ra mệnh đề sai.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

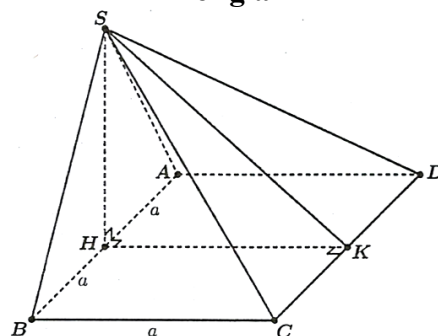
a) [NB] $SH \perp (ABCD)$.

b) [TH] Góc giữa SC và $(ABCD)$ là \widehat{SCA} .

c) [TH] Góc giữa SB và CD là 90° .

d) [VD] Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 60°

Lời giải



- a) Gọi H lần lượt là trung điểm AB . Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.
Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Suy ra mệnh đề trên **đúng**.
- b) Ta có $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là \widehat{SCH} . Suy ra mệnh đề trên **sai**.
- c) Ta có $AB \parallel CD$ nên $(SB; CD) = (SB; AB) = \widehat{SBA}$. Mà tam giác SAB đều nên $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Suy ra mệnh đề trên **sai**.
- d) Vì H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $HK \perp CD$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SCD) \cap (ACD) = CD \\ HK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases} \Rightarrow [S, CD, A] = \widehat{SKH} = \varphi.$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ đều cạnh } 2a \text{ nên đường cao } SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

$$\text{Do đó } \tan \widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ. \text{ Suy ra mệnh đề trên } \mathbf{đúng}.$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) [NB] Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
- b) [TH] Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- c) [TH] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- d) [VD, VDC] Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.

Lời giải

a) Sai

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2) = (x-1)^3(x-2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm.

b) Đúng

Bảng biến thiên $y = f(x)$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

Ta có $(-3; 0) \subset (-\infty; 1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Sai

Ta có $y = f(x^2 - 6x + 1) \Rightarrow y' = (x^2 - 6x + 1)' f'(x^2 - 6x + 1) = (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 0 \\ x^2 - 6x + 1 = 1 \\ x^2 - 6x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \\ x = 6 \\ x = -3 + \sqrt{10} \\ x = -3 - \sqrt{10} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên $y = f(x^2 - 6x + 1)$

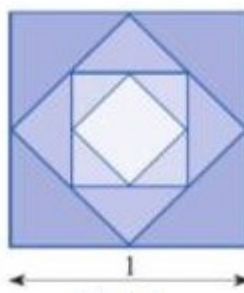
x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{10}$	0	$-3 + \sqrt{10}$	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

Lời giải



Diện tích của hình vuông C_1 là 1.

Độ dài đường chéo hình vuông C_1 là $\sqrt{2}$.

Hình vuông C_2 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_1 .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_2 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

Hình vuông C_3 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_2 .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_3 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

.....

Hình vuông C_n có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_{n-1} .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_n là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1023}{512} \Rightarrow 512S_{10} = 1023$$

Đáp án: 1023

Câu 18:

Giải phương trình $\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x)$ ta được họ nghiệm

$$x = \frac{\pi}{a} + \frac{k\pi}{b}, k, a, b \in Z.$$

Tính $P = 2a + 3b$

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x) \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - \tan x \cot x = 2(\sin x - \cos x) \sin x \cot x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2(\sin x - \cos x) \cos x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1 = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in Z)$$

Đổi chiều điều kiện, nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2a + 3b = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 11.$$

Đáp án: 11

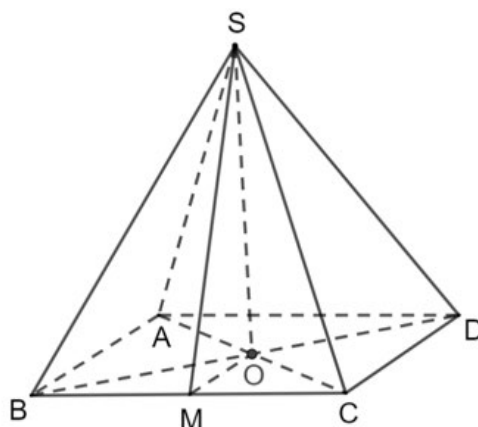
Câu 19:

Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng



hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề mặt tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều S.ABCD với O là tâm của đáy.

Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\Delta SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

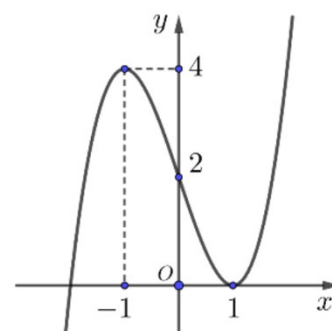
$$\Rightarrow SO = 49x \approx 196m$$

Đáp án: 196

Câu 20:

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của

đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ là bao nhiêu?



Lời giải

$$\text{Ta có: } f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$$\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-1)^2 \quad (k > 0)$$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn x_1, x_2, x_3 với $x_1 = b < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3 = c$ ($b > a$)

$$\Rightarrow f(x) - 2 = k(x-b)x(x-c) (k > 0).$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } y = g(x) \text{ có tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$$

+) Tìm tiệm cận ngang:

$$\text{Vì } g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)} = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$$

Nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ nhận đường thẳng $y = 0$ làm TCN.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị khác 0 .

Và do hàm số xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y = g(x)$ tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ là các giới hạn vô cực.

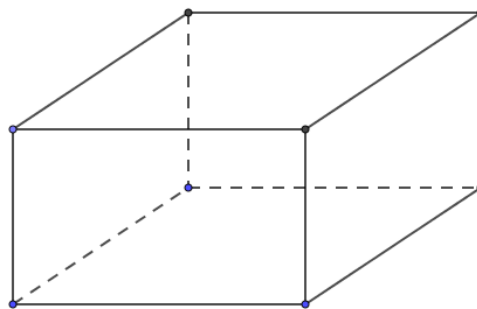
Do đó, ĐTHS $y = g(x)$ có 5 TCD: $x = a, x = b, x = 0, x = 1$ và $x = c$.

Vậy ĐTHS $y = g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 TCN: $y = 0$ và 5

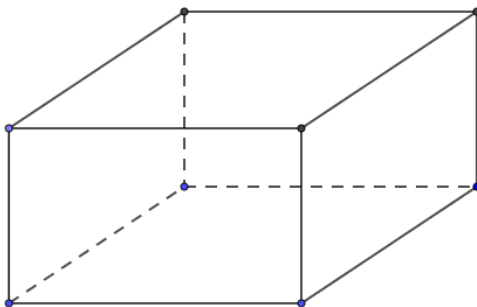
TCD $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$.

Đáp án: 6

Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao 150(cm) và thể tích chứa $900(\text{m}^3)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/ m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Lời giải



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều dài của đáy hình hộp. Điều kiện: $x > 0; y > 0 (m)$.

Ta có thể tích của khối hộp: $V = 1,5xy = 900 \Rightarrow xy = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x} (m^3)$.

Diện tích mặt đáy: $S_d = xy = x \cdot \frac{600}{x} = 600 (m^2)$.

Giá tiền để làm mặt đáy là: $600 \cdot 4000000 = 24 \cdot 10^8$ (đồng).

Diện tích xung quanh của bể cá: $S_{xq} = 2 \cdot x \cdot 1,5 + 2 \cdot y \cdot 1,5 = 3 \cdot (x + y) = 3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

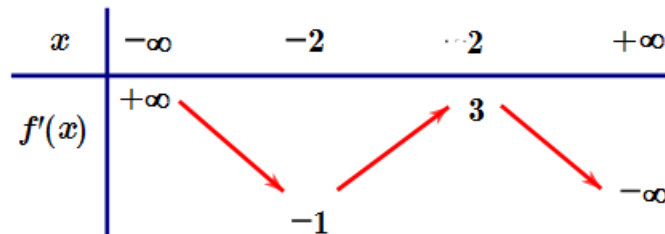
Giá tiền để làm mặt bên là: $3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) \cdot 2800000 = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

Tổng chi phí để xây dựng bể cá là:

$$T(x) = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) + 24 \cdot 10^8 \geq 84 \cdot 10^5 \cdot 2\sqrt{x \cdot \frac{600}{x}} + 24 \cdot 10^8 \approx 2812 \text{ (triệu đồng)}$$

Đáp án: 2812

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Lời giải

$$\text{Đặt } g'(x) = \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) = 0 \\ f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \frac{x^2+1}{x} = a \quad (a < -2) \\ \frac{x^2+1}{x} = b \quad (-2 < b < 2) \\ \frac{x^2+1}{x} = c \quad (c > 2) \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$, $h'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$h'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$y=c \ (c>2)$		$+\infty$	2	$+\infty$	
	$y=b \ (-2<b<2)$					
	x_1	-2	x_2	$y=a \ (a<-2)$		
	$-\infty$		$-\infty$			

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x)=a, h(x)=c$, mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác ± 1 , mà $a \neq c \Rightarrow f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 khác ± 1 và phương trình $h(x)=b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1, -1, x_2, x_3, 1, x_4$.

Vậy hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

Đáp án: 6

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

D. $S = \int_a^b -f(x) dx$.

Câu 3: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tổng số học sinh là

A. 24.

B. 56.

C. 2.

D. 22.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$?

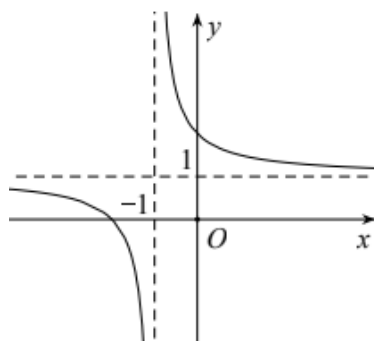
A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A. $y = -1$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $y = 1$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2) \leq 1$ là

- A. $(2; 3]$. B. $(-\infty; 7]$. C. $[7; +\infty)$. D. $(2; 7]$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 4z - 5 = 0$ có vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1(2; -1; 4)$. B. $\vec{n}_2(2; 1; 4)$.
C. $\vec{n}_3(2; -1; -4)$. D. $\vec{n}_4(1; -1; 4)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$.
C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SD \perp (ABCD)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là:

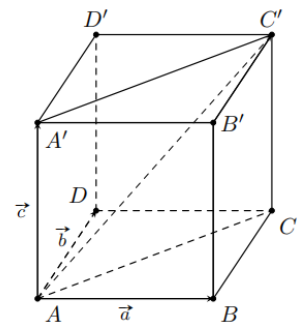
- A. $x = 25$ B. $x = \frac{32}{3}$. C. $x = 32$ D. $x = \frac{25}{3}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

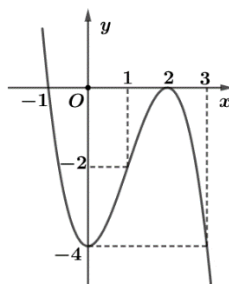
- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\vec{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\vec{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
C. $\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.



Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

a) $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s, thời gian t tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường 32m.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.

Câu 3: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 4: Một máy bay di chuyển từ sân bay A với tọa độ A(0;0;0) đến sân bay B tại tọa độ B(760;120;10) (đơn vị tính là km). Trên hành trình, máy bay sẽ đi qua vùng kiểm soát không lưu trung gian có bán kính 100 km, với tâm trạm kiểm soát đặt tại tọa độ O(380;60;0). Máy bay bay với vận tốc không đổi, hoàn thành quãng đường trong 1 giờ 25 phút (85 phút).

a) Phương trình tham số của đường bay từ A đến B được cho bởi:
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t, t \in [0; 1.42] \\ z = 10t \end{cases}$$
 (Tham số t biểu diễn

thời gian bay được tính theo giờ)

b) Máy bay đi vào phạm vi kiểm soát không lưu (bán kính 100 km, tâm tại $O(380;60;0)$ tại thời điểm $t = 0.5$.

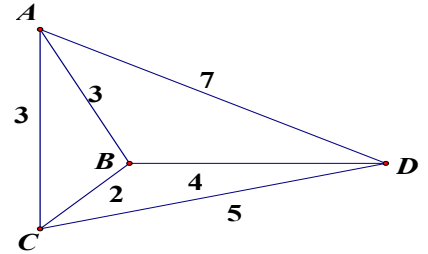
c) Quãng đường từ A đến B theo đường bay là 766 km.

d) Nếu máy bay bay trong vùng kiểm soát trong 15 phút (0.25 giờ), nó sẽ bay đúng $1/6$ quãng đường từ lúc vào đến khi ra khỏi vùng này.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

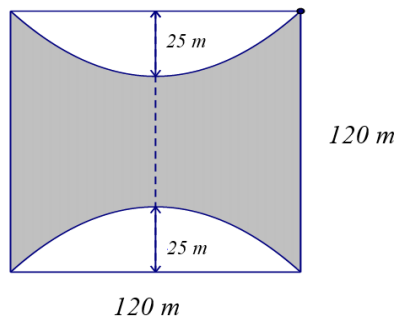
Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



Câu 3: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3; 1; 0), B(3; 6; 6), C(4; 6; 2), D(6; 2; 14)$; vị trí $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA = 3, MB = 6, MC = 5, MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120 m. Phần sân chơi nằm ở giữa, và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25 m. Tính diện tích phần trồng cây xanh.



Câu 5: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

Câu 6: Có hai hộp đựng bi: hộp I có 6 viên bi vàng và 4 viên bi đỏ; hộp II có 7 viên bi vàng và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I và chuyển nó sang hộp II. Sau đó, chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Tính

xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

-----**HẾT**-----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– **Về phạm vi kiến thức:**

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– **Về phạm vi mức độ nhận thức:**

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

1. B	2.A	3.B	4. B	5.C	6.D	7.A	8.B	9. D	10. D
11.C	12.D								

PHẦN II.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

Bảng đáp án:

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Bảng đáp án:

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4,7	15	3	2000	20	0,08

Hướng dẫn giải chi tiết

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

B. $S = \int_a^b f(x)dx$.

C. $S = \int_b^a |f(x)|dx$.

D. $S = \int_a^b -f(x)dx$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

$S = \int_a^b |f(x)|dx$.

Đáp án: A

Câu 3: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
------------------	------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Số học sinh	3	12	15	24	2
-------------	---	----	----	----	---

Tổng số học sinh là

A. 24.

B. 56.

C. 2.

D. 22.

Lời giải

Số học sinh là $3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Chọn B

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

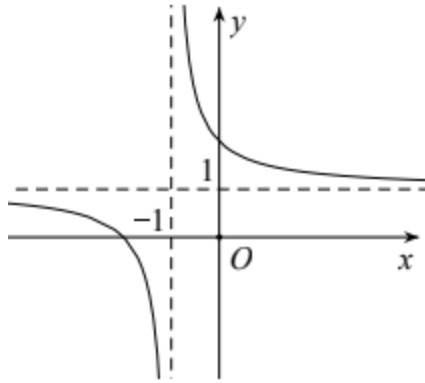
A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A. $y = -1$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $y = 1$

Lời giải

HD: Dựa vào đồ thị hàm số ta có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ **chọn đáp án C**

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2) \leq 1$ là

- A. $(2; 3]$. B. $(-\infty; 7]$. C. $[7; +\infty)$. D. $(2; 7]$.

Lời giải

Bất phương trình $\log_5(x-2) \leq 1$ tương đương với:

$$0 < x - 2 \leq 5^1$$

$$\Leftrightarrow 0 < x - 2 \leq 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \leq 7.$$

Đáp án: D

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $2x - y + 4z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q)?

- A. $\vec{n}_1(2; -1; 4)$ B. $\vec{n}_2(2; 1; 4)$
 C. $\vec{n}_3(2; -1; -4)$ D. $\vec{n}_4(1; -1; 4)$

Lời giải

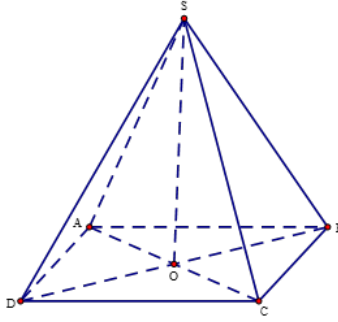
Chọn A.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 4z - 5 = 0$ là $\vec{n}_1(2; -1; 4)$.

Câu 8: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O, SA = SC, SB = SD. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$.
 C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SD \perp (ABCD)$.

Lời giải



O là trung điểm của AC và BD

Mà $SA = SC$; $SB = SD \Rightarrow SO \perp AC$; $SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Chọn B

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là:

- A. $x = 25$ B. $x = \frac{32}{3}$ C. $x = 32$ D. $x = \frac{25}{3}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.

Lời giải

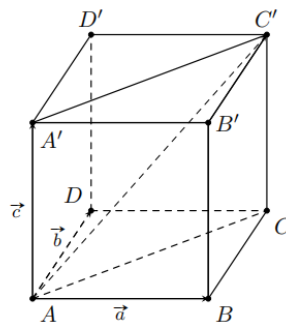
Chọn D.

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

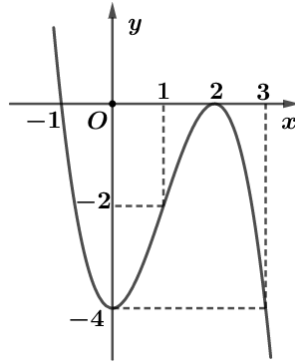
Lời giải



Ta có: Theo quy tắc hình hộp $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Chọn đáp án C

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(0;1)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

a) $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

a) $f(0) = 2 \sin 0 - 0 = 0$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 2 - \frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

b) Đạo hàm của $f(x) = 2 \sin x - x$ là $f'(x) = 2 \cos x - 1$. **Sai.**

c) $f'(x) = 2 \cos x - 1$ khi đó $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 0$, suy ra $x = \frac{\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. **Đúng.**

d) $f(x) = 2 \sin x - x$,

$$f'(x) = 2 \sin x - 1 \text{ có nghiệm } x = \frac{\pi}{3} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right],$$

$$f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2} \approx 0.429,$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \approx 0.684.$$

Do đó, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. **Đúng.**

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s, thời gian t tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường 32m.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.

Lời giải

a) **Đúng** vì khi ô tô A dừng lại thì $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

b) **Sai** vì quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) **Đúng** vì quãng đường ô tô A đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là

$$s(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Như vậy, ô tô A di chuyển quãng đường 32 mét trước khi dừng lại hoàn toàn.

d) **Đúng** vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu 1 mét khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô B ít nhất là: $32 + 5 = 37(m)$

Câu 3: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là
Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Câu 4: Một máy bay di chuyển từ sân bay A với tọa độ $A(0;0;0)$ đến sân bay B tại tọa độ $B(760;120;10)$ (đơn vị tính là km). Trên hành trình, máy bay sẽ đi qua vùng kiểm soát không lưu trung gian có bán kính 100 km, với tâm trạm kiểm soát đặt tại tọa độ $O(380;60;0)$. Máy bay bay với vận tốc không đổi, hoàn thành quãng đường trong 1 giờ 25 phút (85 phút).

a) Phương trình tham số của đường bay từ A đến B được cho bởi:
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t, t \in [0;1.42] \\ z = 10t \end{cases}$$

(Tham số t biểu diễn thời gian bay được tính theo giờ)

b) Máy bay đi vào phạm vi kiểm soát không lưu (bán kính 100 km, tâm tại $O(380;60;0)$) tại thời điểm $t = 0.5$.

c) Quãng đường từ A đến B theo đường bay là 766 km.

d) Nếu máy bay bay trong vùng kiểm soát trong 15 phút (0.25 giờ), nó sẽ bay đúng $1/6$ quãng đường từ lúc vào đến khi ra khỏi vùng này.

Lời giải

a) Đúng.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;0;0)$ và $B(760;120;10)$.
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t, t \in [0;1.42] \\ z = 10t \end{cases}$$

b) Đúng.

Tại $t = 0.5$, tọa độ máy bay là
$$\begin{cases} x = 760 \times 0.5 = 380 \\ y = 120 \times 0.5 = 60 \\ z = 10 \times 0.5 = 5 \end{cases}$$

Khoảng cách từ $(380;60;5)$ đến $O(380;60;0)$ là 5km.

Như vậy, máy bay đã vào vùng kiểm soát.

c) Đúng.

Quãng đường từ A đến B là khoảng cách giữa hai điểm AB xấp xỉ 769.5km.

Giá trị này gần đúng với 766 km thực tế.

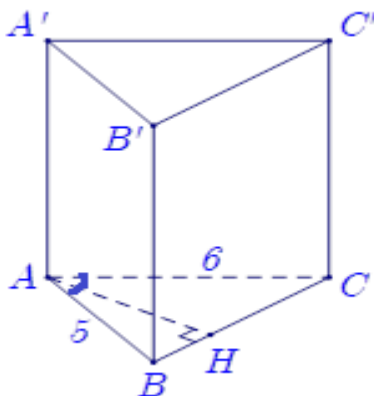
d) Đúng.

Với thời gian trong vùng kiểm soát là 15 phút (0.25 giờ), quãng đường tương ứng là 1/6 toàn bộ hành trình (do tổng thời gian là 1.42 giờ). Vậy kết luận này là chính xác.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5, AC = 6, \hat{A} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$, ta được AH là đường vuông góc chung của AA' và BC

Suy ra $d(AA', BC) = AH$.

Ta có:

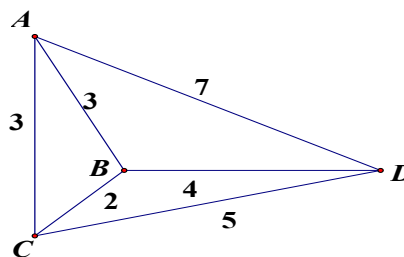
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$BC = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{31}$$

$$AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{31}} = \frac{15\sqrt{93}}{31} \approx 4,7$$

Đáp số: 4,7

Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



Lời giải

Xe giao hàng có thể xuất phát từ một trong 4 kho hàng A, B, C, D .

Giả sử xe giao hàng xuất phát từ kho A .

Để đi qua tất cả các kho hàng và quay trở về A , xe giao hàng có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng quãng đường
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$3+2+5+7=17$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$	$3+4+5+3=15$
$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$	$3+2+4+7=16$
$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$	$3+5+4+3=15$
$A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$	$7+4+2+3=16$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$7+5+2+3=17$

Nếu xuất phát từ đỉnh khác thì chỉ là phép thay thế bước đi trong sơ đồ trên.

Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

Đáp án: 15.

Câu 3: Hệ thống định vị toàn cầu *GPS* là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3; 1; 0)$, $B(3; 6; 6)$, $C(4; 6; 2)$, $D(6; 2; 14)$; vị trí $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA = 3$, $MB = 6$, $MC = 5$, $MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} MA = 3 \\ MB = 6 \\ MC = 5 \\ MD = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 9 \\ (a-3)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 25 \\ (a-6)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 2b = -1 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 12b - 12c = -45 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 4c = -31 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

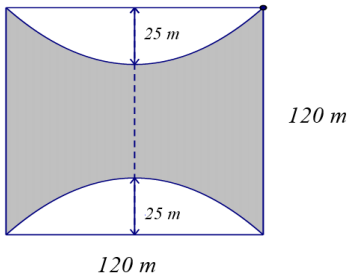
Đặt $d = a^2 + b^2 + c^2$ ta được:

$$\begin{cases} d - 6a - 2b = -1 \\ d - 6a - 12b - 12c = -45 \\ d - 8a - 12b - 4c = -31 \\ d - 12a - 4b - 28c = -67 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a = 1, b = 2, c = 2, d = 9 \Rightarrow M(1; 2; 2)$

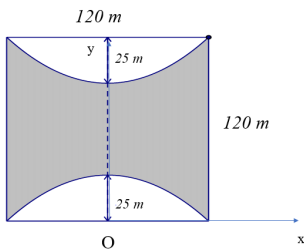
Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là: $OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{d} = 3$

Câu 4: Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120 m. Phần sân chơi nằm ở giữa, và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25 m. Tính diện tích phần trồng cây xanh.



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ:



Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Giả sử xét một cạnh hình vuông làm trục hoành x, với trung điểm của các cạnh tại gốc tọa độ (0;0). Đỉnh của parabol nằm tại điểm (0; 25) và đi qua hai điểm trên cạnh đáy (-60;0) và (60;0) (vì cạnh hình vuông là 120m).

Phương trình parabol có dạng: $y = ax^2 + 25$

vì parabol đi qua điểm (60;0) nên ta có:

$$0 = a(60)^2 + 25 \Rightarrow a = -\frac{25}{3600} = -\frac{1}{144}$$

Phương trình parabol là: $y = -\frac{1}{144}x^2 + 25$

Diện tích của phần trồng cây xanh bằng: $\int_{-60}^{60} \left(-\frac{1}{144}x^2 + 25\right) dx = 2000m^2$

Đáp án: $2000 m^2$

Câu 5: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x)=0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

Lời giải

Bài toán đi tìm $x \in [0;30]$ để G(x) đạt giá trị lớn nhất.

$$G(x) = -\frac{3}{125}x^3 + \frac{18}{25}x^2$$

$$G'(x) = -\frac{9}{125}x^2 + \frac{36}{25}x$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \in [0; 30] \end{cases}$$

Ta có $G(0)=0$; $G(20)=96$; $G(30)=0$. Vậy $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 96 khi $x=20$

Câu 6: Có hai hộp đựng bi: hộp I có 6 viên bi vàng và 4 viên bi đỏ; hộp II có 7 viên bi vàng và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I và chuyển nó sang hộp II. Sau đó, chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Tính xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng.

Giải:

Gọi biến cố A: viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I.

Gọi biến cố B: viên bi được chọn từ hộp II là viên bi vàng.

Cần tính xác suất $P(A|B)$, tức là xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, với điều kiện rằng viên bi đó là viên bi vàng. Sử dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Xác suất chọn một viên bi vàng từ hộp I: Hộp I có 6 viên bi vàng trong tổng số 10 viên bi, nên xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp I là:

$$P(\text{chọn viên bi vàng từ hộp I}) = \frac{6}{10} = 0,6$$

- Nếu viên bi vàng được chuyển từ hộp I sang hộp II, thì số viên bi vàng trong hộp II sẽ tăng lên thành 8 viên bi. Khi đó, xác suất để chọn được đúng viên bi vàng đã chuyển từ hộp I (trong tổng số 11 viên bi ở hộp II) là:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{11}$$

$P(B)$ là xác suất để chọn được một viên bi vàng từ hộp II, sau khi có một viên bi từ hộp I đã được chuyển sang.

Có hai khả năng để chọn một viên bi vàng từ hộp II:

TH1: Chuyển một viên bi vàng từ hộp I sang hộp II:

Xác suất chọn viên bi vàng từ hộp I là $\frac{6}{10}$.

Khi chuyển một viên bi vàng từ hộp I, số viên vàng trong hộp II sẽ là 8. Xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp II khi đó là: $P(B_1) = \frac{6}{10} \times \frac{8}{11}$

TH2: Chuyển một viên bi đỏ từ hộp I sang hộp II:

Xác suất chọn viên bi đỏ từ hộp I là $\frac{4}{10}$.

Nếu chuyển viên bi đỏ sang hộp II, số viên bi vàng trong hộp II vẫn là 7. Xác suất để chọn một viên bi vàng từ hộp II là: $P(B_1) = \frac{4}{10} \times \frac{7}{11}$

Tổng xác suất để chọn được một viên bi vàng từ hộp II là:

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{6}{10} \times \frac{8}{11} + \frac{4}{10} \times \frac{7}{11} = \frac{76}{110}$$

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{110}}{\frac{76}{110}} = \frac{6}{76} = \frac{3}{38} \approx 0,08$$

Vậy xác suất để viên bi được chọn từ hộp II là viên bi đã được chuyển từ hộp I, biết rằng viên bi đó là viên bi vàng, là khoảng 0,08.

Họ và tên thí sinh:.....

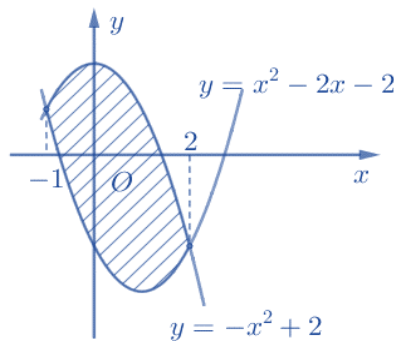
Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
 C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Câu 3: Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$.
C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

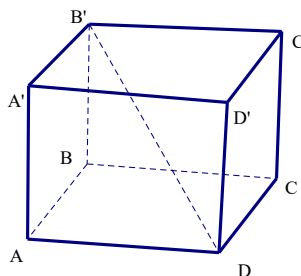
- A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 7$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AB'} + \overline{AD}$.
B. $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$.
C. $\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD}$.
D. $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$.



Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -2. D. -3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

- a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6})$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Câu 2: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi

$$\text{hàm số } y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ Oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).

b) Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).

c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ Oxygen trong nước cao nhất.

d) Nồng độ Oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l)

Câu 3: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

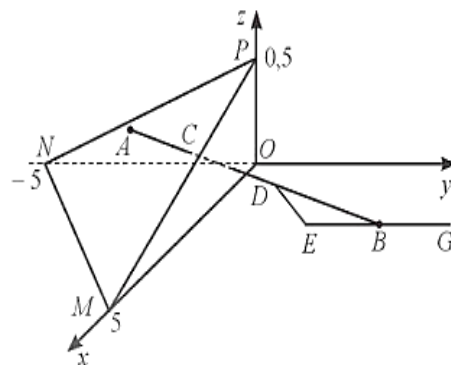
a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3,5; -2; 0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3,5; 5,5; 0)$ trên đường băng EG (Hình vẽ)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$

b) Khi máy bay ở vị trí $D(3,5;3,25;0,12)$ thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm đi qua ba điểm $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$. Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là $C(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55})$.

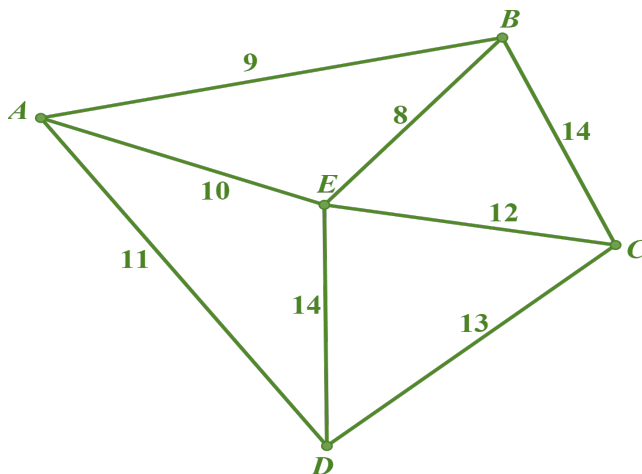
d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3,5; 4,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

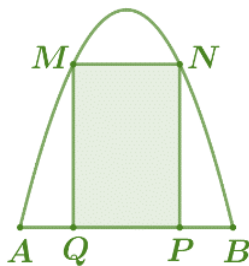
Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Câu 3: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Câu 4: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 5: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 6: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

-----HẾT-----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

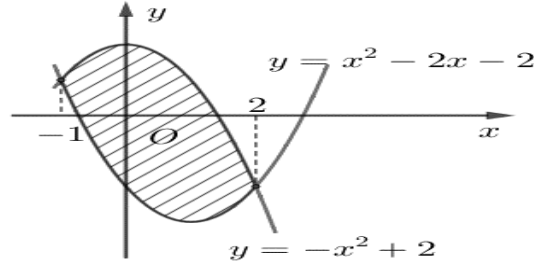
- A. $\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn C

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là: $-\cos x + C$

Câu 2. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $65 - 40 = 25(cm)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ có một vectơ chỉ phương là } \vec{u}_d = (-1; 2; 1).$$

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Tiệm cận ngang } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$$

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$.

Lời giải

Chọn A

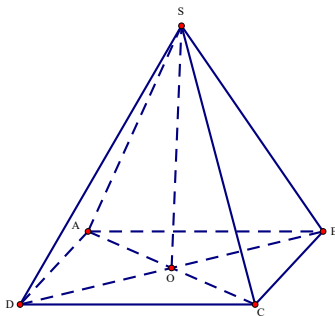
Mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có O là trung điểm của AC, BD

Mà $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$ D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

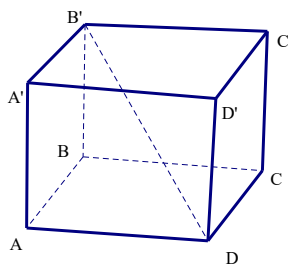
- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.
B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6})$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) sai
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right). \text{ Đúng}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases} \text{ Sai}$$

Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là: $S = \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$ **Đúng**

Do $\frac{11\pi}{12} > \frac{7\pi}{12}$ nên phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{12}$. **Sai**

Câu 2. Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi

$$\text{hàm số } y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

- a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).
- b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).
- c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.
- d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l).

Lời giải

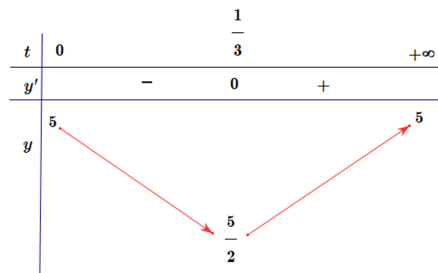
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Tính: $y(1) = 3,5$ (mg/l)

b) Xét $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên nửa đoạn $[0; +\infty)$

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_{[0; +\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2}$ và $\max_{[0; +\infty)} y(t) = y(0) = 5$

Vậy vào các thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất và $t = \frac{1}{3}$ giờ thì nồng độ oxygen trong nước thấp nhất

Câu 3. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

- a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a) Đúng	b) sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

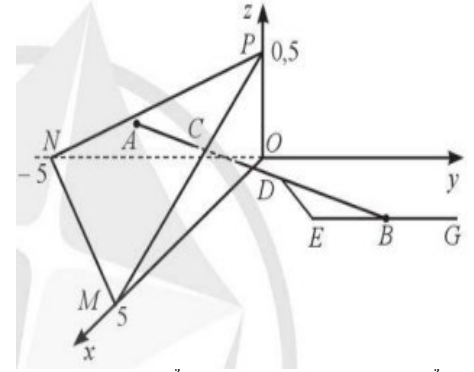
$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3,5 ; -2 ; 0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3,5; 5,5 ; 0)$ trên đường băng EG (Hình vẽ)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$

b) Khi máy bay ở vị trí $D(3,5; 3,25; 0,12)$ thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm đi qua ba điểm $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$. Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là $C(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55})$.

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3,5; 4,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

Lời giải

a) Vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (0; 7,5; -4,5)$.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases} \text{ . Đúng.}$$

d) Vì D thuộc đường thẳng AB nên $D(3,5; -2 + 7,5d; 0,4 - 0,4d)$ ($d \in \mathbb{R}$). Mà D có độ cao 0.12 nên $0,4 - 0,4d = 0,12 \Leftrightarrow d = 0,7$. Vậy $D(3,5; 3,25; 0,12)$ **Đúng**.

c) Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{0,5} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 5 = 0$

Vì C thuộc đường thẳng AB nên $C(3,5; -2 + 7,5c; 0,4 - 0,4c)$ ($c \in \mathbb{R}$)

Mà C thuộc mặt phẳng (MNP) nên $3,5 - (-2 + 7,5c) + 10(0,4 - 0,4c) - 5 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{9}{23}$

Suy ra $C(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115})$ **Sai**.

d) Ta có $DE = \sqrt{(3,5 - 3,5)^2 + (4,5 - 3,25)^2 + (0 - 0,12)^2} \approx 1,26$ (km)

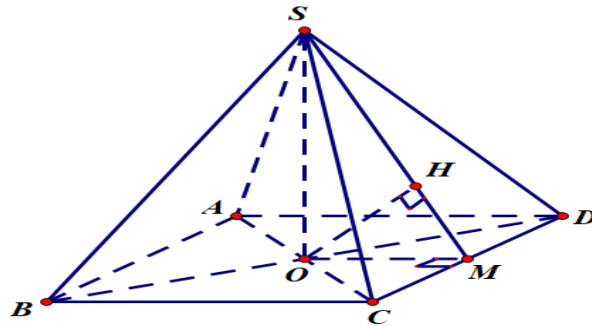
Vì $900 \text{ m} = 0,9 \text{ km} < 1,26 \text{ km}$ nên phi công không nhìn thấy điểm E và không đạt được quy định an toàn bay.

Đúng

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Gọi O là giao điểm của AC và BD

Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB; SD) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$

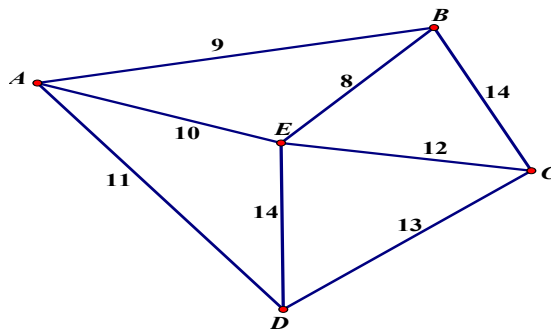
Trong $(ABCD)$ dựng $OM \perp CD = M, (SOM)$, dựng $OH \perp SM = H$

Ta có: $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$

$$\text{Có } OM = 1; SO = \sqrt{6}; \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{7}{6} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{42}}{7}$$

$$\text{Vậy: } d(AB; SD) = 2d(O; (SCD)) = 2OH = \frac{2\sqrt{42}}{7} \approx 1,9$$

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Đường đi	Tổng số chi phí
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$	$9 + 14 + 12 + 14 + 11 = 60$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$9 + 8 + 12 + 13 + 11 = 53$
$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$10 + 8 + 14 + 13 + 11 = 56$
$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$10 + 14 + 13 + 14 + 9 = 60$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$	$11 + 13 + 12 + 8 + 9 = 53$

$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$11+14+12+14+9=60$
---	--------------------

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 53.

Câu 3: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

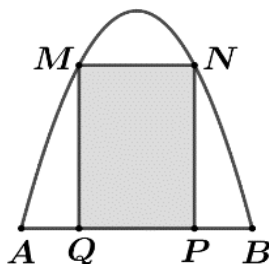
Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$. Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho

$M(5t+5; 10t; -2t+5)$. Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$. Suy ra $M(17,5; 25; 0)$.

Vậy $a+b = 17,5+25 = 42,5$.

Câu 4. Một chiếc công có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân công là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

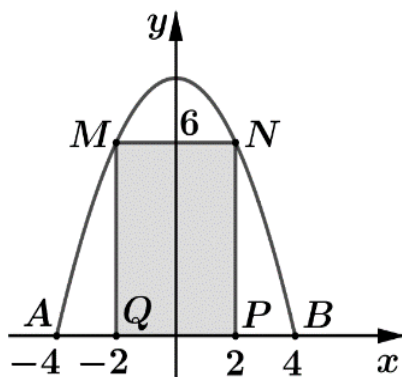


Lời giải:

Diện tích của phần phía ngoài phông (phần không tô đen) bằng diện tích hình giới hạn bởi parabol trừ đi diện tích phông hình chữ nhật $MNPQ$

Diện tích của hình chữ nhật là: $4 \cdot 6 = 24m^2$ m^2 .

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$ và $N(2;6)$ nên

$$(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox là

$$S = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ m}^2.$$

Diện tích phần phía ngoài bông đẽ trang trí hoa là $S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \approx 18,7 \text{ m}^2$.

Câu 5. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy **B.** Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải:

Lợi nhuận của nhà máy A khi sản xuất x tấn sản phẩm là:

$$H(x) = xP(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100, \quad 0 \leq x \leq 100$$

$$H'(x) = -0,003x^2 + 15$$

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \quad \square \quad x = 50\sqrt{2} \text{ (chọn)}$$

$$\text{Ta có: } H(0) = -100, H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100, H(100) = 400$$

$$\text{Do đó: } \max_{[0;100]} H(x) = H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$$

Vậy nhà máy A nên sản xuất 70,7 tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 6. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$.

B. $3x^2 + C$.

C. $x^4 + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

B. $\pi \int_0^1 e^x dx$

C. $\int_0^1 e^x dx$.

D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
[25; 35)	10
[35; 45)	7
[45; 55)	5
[65; 75)	9
[75; 85)	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là

A. 15,1.

B. 15,0.

C. 14,8.

D. 14,9.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1; -1; 1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

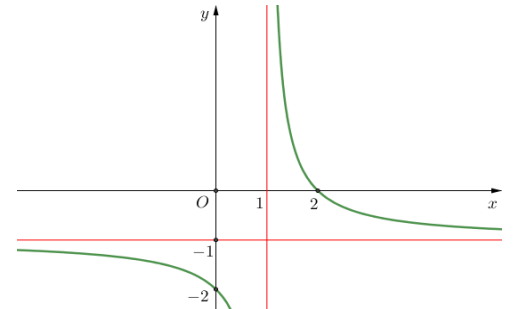
B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $y = 1$. B. $x = -1$.
 C. $x = 1$. D. $y = -1$.



Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x - 1) < \log_5(x + 2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$.
 C. $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$. D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

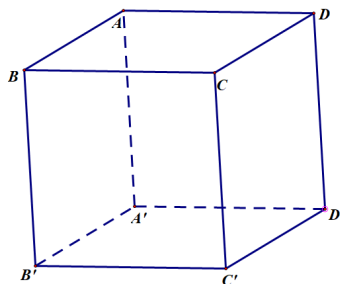
Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 5$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau



- A. $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$. B. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$. D. $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$

- a) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 3.

Câu 2: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường.

Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

- a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.
 b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
 c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .
 d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m) .

Câu 3: Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.
 b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
 c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
 d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 4: Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150;150;5000)$ (trong đó $5000m$ là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc $700 km/h$. Sân bay có tọa độ $C(0;0;0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là

$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150;150;5000)$ đến sân bay $C(0;0;0)$ là $\sqrt{15250000} \approx 3905,6 km$

c) Với vận tốc trung bình của máy bay là $700 km/h$, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng $5,5$ giờ.

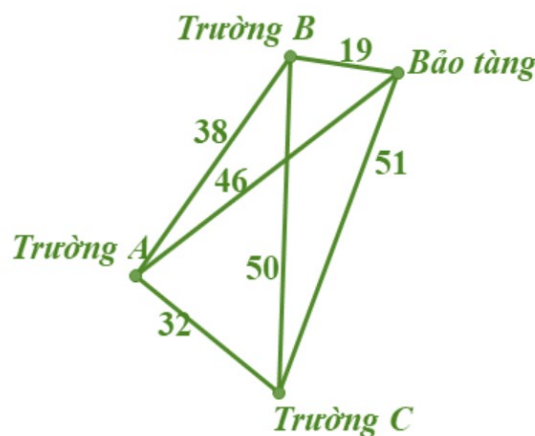
d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay $40 km$ thì khi máy bay ở vị trí $(6;6;200)$ nó còn cách sân bay là $40 km$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và

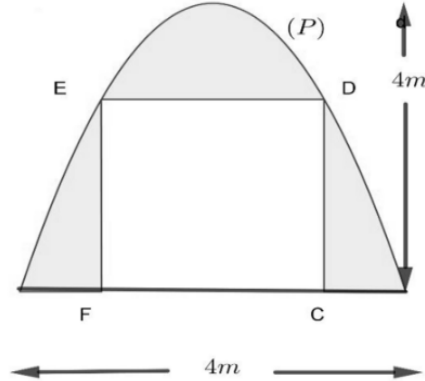
$SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2: Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên.



Câu 3: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

Câu 4: Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng $4m$. Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật $CDEF$ sao cho chiều cao cửa đi là $CD = 2m$, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phần tô đậm là $1,5$ triệu đồng/ m^2 . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng $100m$ và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ $1km$ theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia $100m$. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 6: Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

-----HẾT-----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$.

B. $3x^2 + C$.

C. $x^4 + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$. Chọn **D**.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

B. $\pi \int_0^1 e^x dx$

C. $\int_0^1 e^x dx$.

D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
[25;35)	10
[35;45)	7
[45;55)	5
[65;75)	9
[75;85)	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

A. 15,1.

B. 15,0.

C. 14,8.

D. 14,9.

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[25;35)	30	9
[35;45)	40	7
[45;55)	50	5

[65;75)	60	10
[75;85)	70	9
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{30.9 + 40.7 + 50.5 + 60.10 + 70.9}{40} = 50,75$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{9.(30 - 50,75)^2 + 7.(40 - 50,75)^2 + 5.(50 - 50,75)^2 + 10.(60 - 50,75)^2 + 9.(70 - 50,75)^2}{40}$$

$$= 221,9375$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{221,9375} \approx 14,9$.

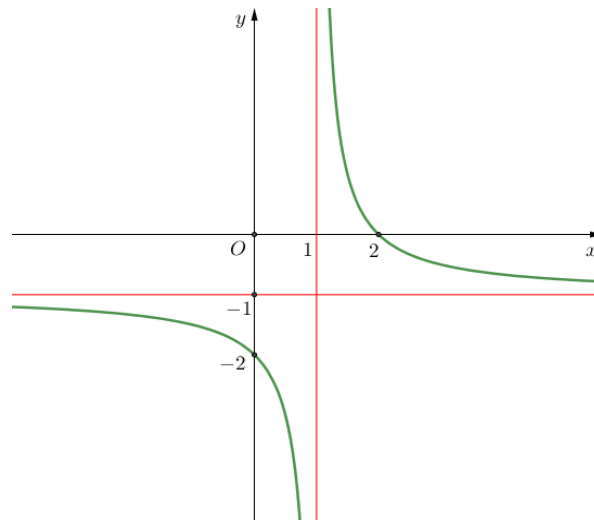
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1; -1; 1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A.** $y = 1$. **B.** $x = -1$.
C. $x = 1$. **D.** $y = -1$.



Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. **C.** $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3.$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\frac{1}{2} < x < 3$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$(P): 2x - y + z - 3 = 0.$$

Suy ra: mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

$$\text{Ta có: } \vec{n}_1 = (-2; 1; -1) \Rightarrow \vec{n}_1 = -\vec{n}.$$

Vậy: $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Lời giải

Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$.

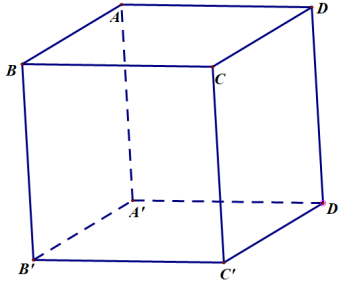
Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. **C.** $x = 8$. D. $x = 5$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, $u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 1. **B.** 2. C. 8. D. 4.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



- A. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$. B. $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$.
 C. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AC'}$. **D.** $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	1	\nearrow	3	\searrow	1	\nearrow	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng $(-2; 0)$ hàm số đồng biến.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$

- A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
 D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 3.

Lời giải

A- ĐÚNG	B-SAI	C-ĐÚNG	D-ĐÚNG
----------------	--------------	---------------	---------------

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -1$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
-----	-----------	------	-----	-----------

y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

A. Đúng.

B. Sai. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1

C. Đúng. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$

D. Đúng.

$y(-2) = -1$, $y(-1) = 3$, $y(1) = -1$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ bằng 3

Câu 2: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .

D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

Lời giải

A- ĐÚNG	B-SAI	C-ĐÚNG	D-SAI
----------------	--------------	---------------	--------------

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 30) dt = -5t^2 + 30t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

» **Chọn ĐÚNG**

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

» **Chọn SAI**

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là $45 (m)$.

Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là

$$s(3) = -5.3^2 + 30.3 = 45 (m).$$

» **Chọn ĐÚNG**

D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $120 (m)$.

Ta có $108 km/h = 30 m/s$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $30 + 45 = 75 (m)$.

» **Chọn SAI**

Câu 3: Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Lời giải

A- ĐÚNG	B-ĐÚNG	C-SAI	D-SAI
----------------	---------------	--------------	--------------

a) $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5$; $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$. **Đúng.**

b) Gọi C là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án.

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2.0,4 = 0,3 \quad \text{Đúng.}$$

c) Gọi D là biến cố thắng dự án 2 biết thắng dự án 1.

$$P(D) = P(B \setminus A) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4. \quad \text{Sai.}$$

d) Gọi E là biến cố thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1.

$$P(E) = P(B \setminus \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4. \quad \text{Sai.}$$

Câu 4: Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150;150;5000)$ (trong đó 5000m là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc 700km/h. Sân bay có tọa độ $C(0;0;0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là
$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150;150;5000)$ đến sân bay $C(0;0;0)$ là $\sqrt{15250000} \approx 3905,6km$

c) Với vận tốc của máy bay là 700km/h, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng 5,5 giờ.

d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay 40km thì khi máy bay ở vị trí (6;6;200) nó còn cách sân bay là 40km.

Lời giải

A- ĐÚNG	B-SAI	C-SAI	D-SAI
----------------	--------------	--------------	--------------

a) Đúng.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC là: $\overline{BC} = (-150; -150; -5000)$ do đó phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Sai.

$$d_{BC} = \sqrt{(150 - 0)^2 + (150 - 0)^2 + (5000 - 0)^2} = \sqrt{25045000} \approx 5004,5$$

c) Sai.

Thời gian hạ cánh là $t = \frac{5004,5}{700} \approx 7,15$ giờ

d) Sai.

Tọa độ máy bay tại thời điểm còn cách sân bay 40km phải thỏa mãn điều kiện khoảng cách là 40km. Tính khoảng cách từ (6;6;200) đến (0;0;0):

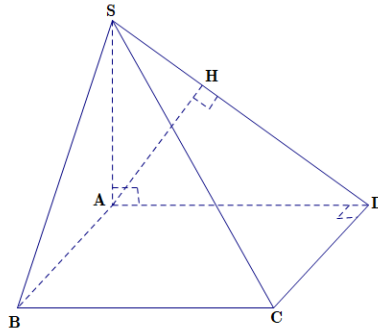
$$d = \sqrt{(6 - 0)^2 + (6 - 0)^2 + (200 - 0)^2} = \sqrt{40072} \approx 200,18km$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và

$SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải



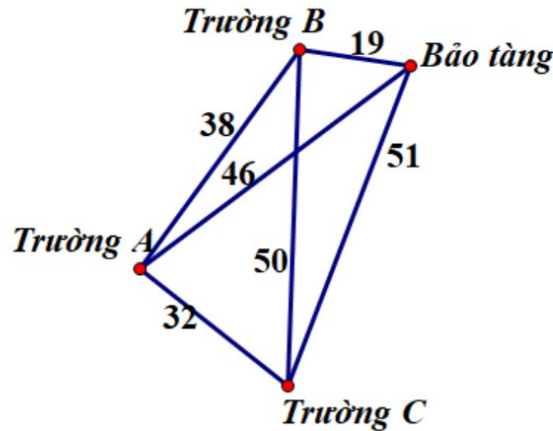
Trong (SAD) , gọi H là hình chiếu của A đến đường thẳng SD . Khi đó $AH \perp SD(1)$.

Mặt khác $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH(2)$.

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Đáp án: 0,5

Câu 2: Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên.



Lời giải

Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường A là ngắn nhất: 19 phút.

Từ trường A, thời gian di chuyển đến trường B là ngắn nhất: 38 phút.

Từ trường B, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.

Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút.

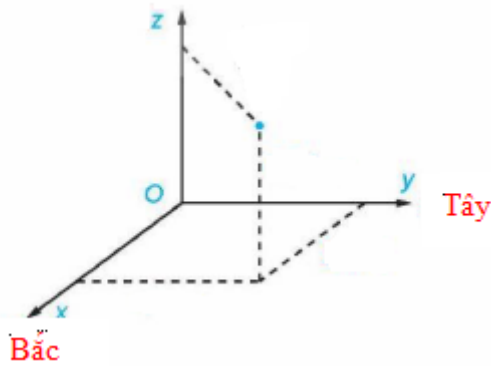
Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường A, trường B, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là: $19 + 38 + 32 + 51 = 140$ (phút).

Đáp án: 140

Câu 3: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (Như hình vẽ).

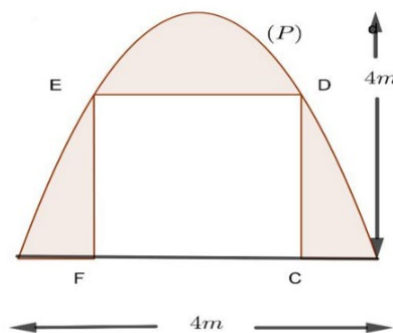


Chiếc máy bay có tọa độ $(50;20;1)$.

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là: $\sqrt{50^2 + 20^2 + 1^2} \approx 53,9(km)$

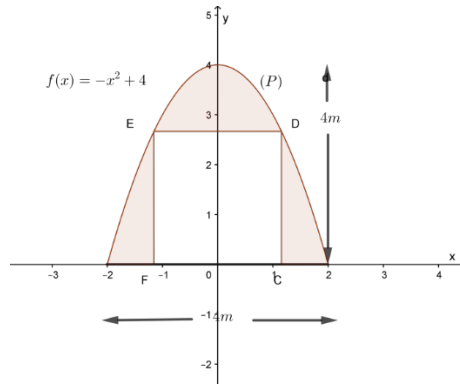
Đáp án: $53,9(km)$

Câu 4: Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng $4m$. Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật $CDEF$ sao cho chiều cao cửa đi là $CD = 2m$, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phân tô đậm là $1,5$ triệu đồng/ m^2 . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải

LG) Chọn hệ trục tọa độ Oxy , như hình vẽ thì phương trình của đường cong (P) cánh cổng là $y = f(x) = -x^2 + 4$



Từ hình vẽ, ta có parabol (P) có dạng: $y = ax^2 + bx + c$; $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Do (P) có đồ thị là parabol có đỉnh $(0; 4)$ và đi qua điểm có tọa độ là $(2; 0)$ nên
$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 4 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Vậy (P) có phương trình $y = -x^2 + 4$.

Theo giả thiết điểm D thuộc đồ thị (P) có tung độ bằng 2 suy ra hoành độ là nghiệm phương trình $-x^2 + 4 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Theo đồ thị điểm D có hoành độ dương nên $D(\sqrt{2}; 2)$

Chiều rộng của cửa là $CF = 2.OD = 2\sqrt{2} (m)$.

Ta có, diện tích của (P) tạo với trục hoành là: $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} m^2$.

Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là $S_{CDEF} = 2.2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Diện tích cần trang trí là $S_1 = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 4\sqrt{2} = \frac{32 - 12\sqrt{2}}{3}$.

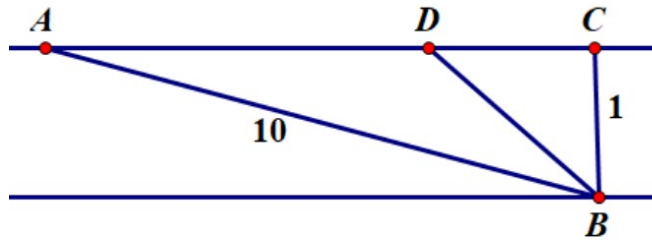
Chi phí để trang trí phần tô đậm là $\left(\frac{32 - 12\sqrt{2}}{3}\right) \cdot 1,5 = 7,514718626$ (đồng)

Số tiền gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm là 7,5 (triệu đồng)

Đáp án: 7,5 (triệu đồng)

Câu 5: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải



Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sỹ và BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m suy ra $BC = 1$; $AB = 10$; $AC = 3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là một đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi suy ra $BD = x$

Vậy quãng đường chiến sỹ chạy là $AD = AC - CD = 3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}$

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: $t = \frac{3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}}{3} + \frac{x}{1} = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x \text{ có } f'(x) = 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{4} (\text{thỏa mãn}) \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{4} (\text{loại}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	10
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Vậy thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)_{\min} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sỹ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot 100 = 75\sqrt{2} (m) \approx 106 (m)$.

Đáp án: 106(m)

Câu 6: Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

Lời giải.

Gọi A : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp II" và

B : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 1 quả màu vàng".

Ta có \bar{B} : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 2 quả màu vàng".

TH1. B xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả bóng bàn ở hộp I là C_5^4 , có 1 cách lấy 3 quả trắng và 2 cách lấy 1 quả vàng. Ta có

$$P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}.$$

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 9 quả màu trắng và 5 quả màu vàng.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{5}{14}.$$

TH2. \bar{B} xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả ở hộp I là C_5^4 , có C_3^2 cách lấy ra 2 quả trắng và 1 cách lấy ra 2 quả màu vàng từ hộp I. Ta có

$$P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5} \text{ hoặc có thể tính } P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 8 quả màu trắng và 6 quả màu vàng.

$$\text{Vậy } P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

Cuối cùng áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} = 0,4$$

Đáp án: 0,4

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ??

- A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BA \perp (SCD)$.

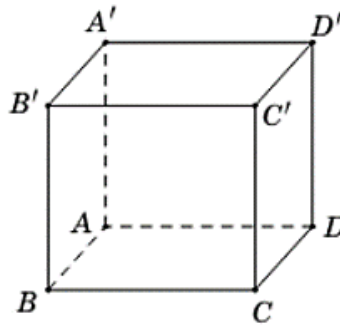
Câu 9: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = 5$. C. $x = -5$. D. $x = 3$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_8 của cấp số cộng là

- A. 33. B. -33. C. 5. D. 38.

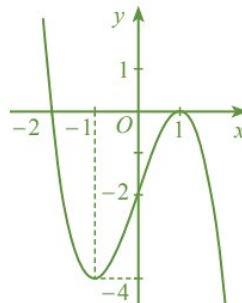
Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC'}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. D. $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} = \vec{AC'}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = -2\sin x - x$.

- a) $f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\cos x - 1$.
- c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3}$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$.

Câu 2: Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật so với mặt đất tại thời điểm t (s) tính từ lúc bắt đầu ném vật.

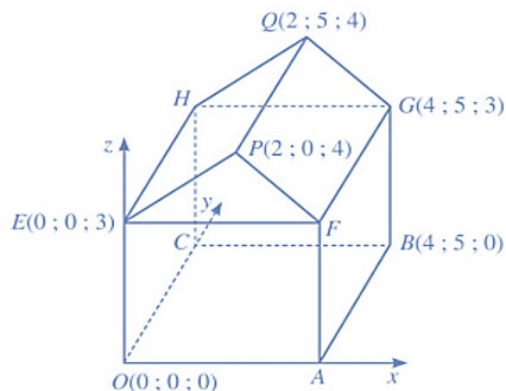
- a) Vận tốc của vật triệt tiêu tại thời điểm $t=3$ s.
- b) Hàm số $h(t) = -4,985t^2 + 29,43t$.
- c) Vật đạt độ cao lớn nhất là 344(m) (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Sau 11 s tính từ lúc ném thì vật đó chạm đất (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

- a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.
- b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.
- c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

Câu 4: d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$. Hình

minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- a) Tọa độ của điểm A là $(4; 0; 0)$.

b) Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AH} là $(4;5;3)$.

c) Tích vô hướng của \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{AF} bằng 3.

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

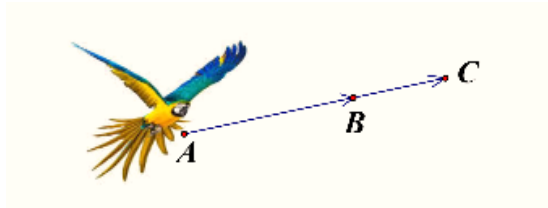
Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều độ dài cạnh bằng $6\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2: Giả sử 4 thành phố **A,B,C,D** với khoảng cách (đơn vị: km) giữa các thành phố được cho bởi bảng sau:

	A	B	C	D
A	0	10	15	20
B	10	0	25	35
C	15	25	0	30
D	20	35	30	0

Hãy tính quãng đường ngắn nhất để đi qua tất cả các thành phố đúng một lần rồi quay lại thành phố xuất phát?

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét), một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$ Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



Câu 4: Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 150000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

Câu 5: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 6: Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là

bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

-----**Hết**-----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– **Về phạm vi kiến thức:**

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– **Về phạm vi mức độ nhận thức:**

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + C$

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$

C. $6x + C$

D. $x^3 + x + C$

Lời giải

Chọn

D.

$$\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$$

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải

Chọn

C.

Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$

được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 3. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,1314.

D. 0,36.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của đường thẳng d

- A. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; 5; 3)$. C. $\vec{u} = (2; -5; 3)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

Lời giải: Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -5; 3)$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Lời giải: Phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a; c \neq 0$) là

$$x = \frac{-d}{c} = -\frac{-2}{1} = 2.$$

Câu 6. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ (1)

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải: Điều kiện xác định: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

Từ (1) $\Rightarrow 3x - 1 > 2^3 = 8 \Leftrightarrow x > 3$.

Kết hợp với điều kiện xác định $\Rightarrow x > 3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$?

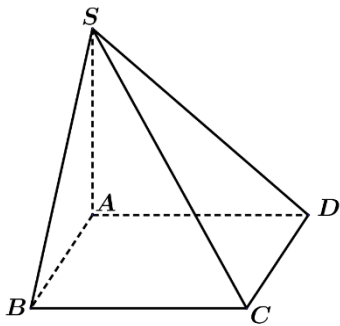
- A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BA \perp (SCD)$.

Lời Giải

Chọn A



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD))$$

$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$\Rightarrow BA \perp (SAD).$$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3}$ là

A. $x = -3$.

B. $x = 5$.

C. $x = -5$.

D. $x = 3$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{-2(3-2x)} = 5^{x+3} \Leftrightarrow -6 + 4x = x + 3 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_8 của cấp số cộng là

A. 33.

B. -33.

C. 5.

D. 38.

Lời giải

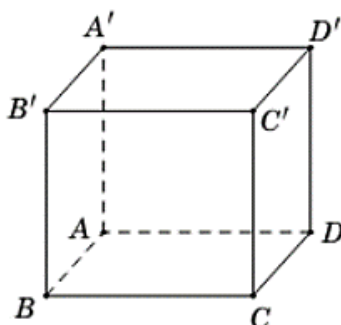
Công thức tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + (n-1)d$, trong đó d là công sai của cấp số cộng.

Từ $u_1 = -2$ và $u_2 = 3$, ta có $d = u_2 - u_1 = 3 + 2 = 5$.

Do đó, $u_8 = u_1 + 7d = -2 + 7 \cdot 5 = 33$.

Đáp án: C

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{BB'} + \overline{B'A'} = \overline{AC'}$. **B.** $\overline{AB} + \overline{AA'} + \overline{AD} = \overline{AC'}$.

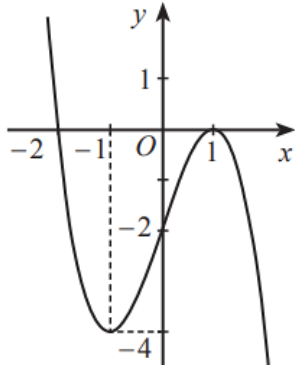
C. $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$. D. $\overline{AB} + \overline{BC'} + \overline{C'D'} = \overline{AC'}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overline{AB} + \overline{AA'} + \overline{AD} = \overline{AC'}$

Đáp án: B

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây? Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Giải Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Đáp án: B

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -2 \sin x - x$.

a) $f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \cos x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $f(0) = -2 \sin 0 - 0 = 0$ và $f(\pi) = -2 \sin \pi - \pi = -\pi$. **Đúng.**

b) Đạo hàm của $f(x) = -2 \sin x - x$ là $f'(x) = -2 \cos x - 1$. **Sai.**

c) $f'(x) = -2 \cos x - 1$ khi đó $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2 \cos \frac{2\pi}{3} - 1 = 0$

Suy ra $x = \frac{2\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$. **Đúng.**

d) $f(x) = -2 \sin x - x$,

$f'(x) = -2 \cos x - 1$ có nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; \pi]$,

$f(0) = 0; f(\pi) = -\pi$,

$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2 \sin \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $-\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$. **Đúng.**

Câu 2. Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật so với mặt đất tại thời điểm t (s) tính từ lúc bắt đầu ném vật.

a) Vận tốc của vật triệt tiêu tại thời điểm $t=3$ s.

b) Hàm số $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t$.

c) Vật đạt độ cao lớn nhất là 344 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau 11 s tính từ lúc ném thì vật đó chạm đất (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $v(t)=0$ khi $t= 3$ s

b) Ta có: $h(t) = \int v(t) dt = \int (-9,81t + 29,43) dt = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + C$.

Vì vật được ném lên từ độ cao 300 m nên $h(0) = 300 \Rightarrow C = 300$.

Vậy $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300$.

c) Khảo sát hàm bậc hai $h(t)$ với t dương (hoặc về mặt vật lý độ cao lớn nhất đạt được khi vận tốc triệt tiêu tức khi là $t=3$ s) suy ra vật đạt độ cao lớn nhất là 344 m

d) Khi vật bắt đầu chạm đất ứng với $h(t) = 0$.

Nên ta có: $-\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300 = 0 \Leftrightarrow t \approx 11$ hoặc $t \approx -5$.

Do $t > 0$ nên $t \approx 11$ (s).

Câu 3. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\% \cdot 50 = 30$.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là $50\% \cdot 30 = 15$.

c) Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra \bar{B} là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

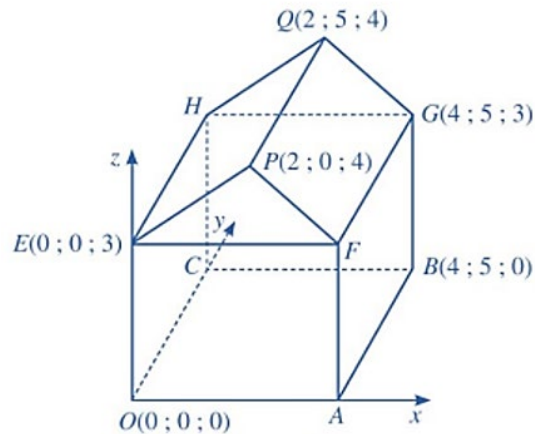
$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

d) A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số” suy ra \bar{A} là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Câu 4. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.
- b) Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AH} là $(4;5;3)$
- c) Tích vô hướng của vectơ \overrightarrow{AH} và vectơ \overrightarrow{AF} bằng 3.
- d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm A là $(4;0;0)$. **Đúng**

b) Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0;5;3)$. Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$; $z_F = z_E = 3$. Do F nằm trên mặt phẳng (Ozx) nên tọa độ điểm F là $(4;0;3)$.

Nên $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$. **Sai**

c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$ Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$. **Sai**

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó. Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|}$$

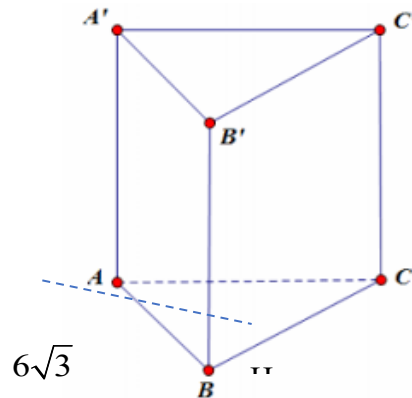
$$\cos \widehat{PFE} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$. **Đúng**

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều độ dài cạnh bằng $6\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$ ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AH \Rightarrow AH$ là đoạn vuông góc chung của AA' và BC . Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng AH .

Xét tam giác ABC

$$AH = AB \cdot \sin 60 = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9$$

Đáp án: 9.

Câu 2. Giả sử 4 thành phố **A,B,C,D** với khoảng cách (đơn vị: km) giữa các thành phố được cho bởi bảng sau:

	A	B	C	D
A	0	10	15	20
B	10	0	25	35
C	15	25	0	30
D	20	35	30	0

Hãy tính quãng đường ngắn nhất để đi qua tất cả các thành phố đúng một lần rồi quay lại thành phố xuất phát?

Lời giải

Sử dụng thuật toán láng giềng gần ta có:

Từ đỉnh A đỉnh gần nhất là đỉnh B với quãng đường $AB = 10(km)$

Từ đỉnh B, đỉnh chưa đến gần nhất là C với quãng đường $BC = 25(km)$

Từ đỉnh C, đỉnh chưa đến còn lại là D với quãng đường $CD = 30(km)$.

Đến đây, không còn đỉnh nào nữa nên quay lại đỉnh A, với quãng đường: $DA = 20(km)$

Tổng số quãng đường đi được theo chu trình $ABCD$ là: $85(km)$

Tương tự với các đỉnh còn lại, ta có bảng sau

Đỉnh bắt đầu	Chu trình	Tổng số quãng đường(km)
A	ABCD	85
B	BACDB	90
C	CABDC	80
D	DABCD	85

Vậy cần chọn đường đi ngắn nhất là **CABDC** với tổng số km là **80**.

Đáp số: 80.

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$ Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?



Đáp án:

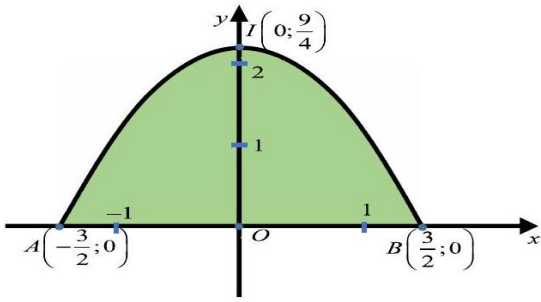
Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Mặt khác, do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\square \begin{cases} 40 - 20 = 2(a - 40) \\ 50 - 40 = 2(b - 50) \\ 50 - 30 = 2(c - 50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 100 \\ 2b = 110 \\ 2c = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 55 \\ c = 60 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 165.$$

Câu 4: Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 150000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P): y = -x^2 + \frac{9}{4}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

$$\text{Số tiền phải trả là: } \frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000 \text{ đồng}$$

Câu 5. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

♦ Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$.

$$\text{Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: } \frac{8000}{30x}.$$

$$\text{Tổng chi phí để sản xuất là: } P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$$

$$\text{Ta có: } P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16(L) \end{cases}$$

x	0	16	$+\infty$
$P'(x)$	-	0	+
$P(x)$		6400	

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 6. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

+ Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có: $70\% \cdot 1200 = 840$ (người).

Khi đó số bị người nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là: $1200 - 840 = 360$ (người).

+ Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là: $5\% \cdot 6800 = 340$ (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là: $6800 - 340 = 6460$ (người).

Từ đó ta có bảng sau: (đơn vị: người)

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1200	6800	8000
Dương tính	840	340	1180
Âm tính	360	6460	6820

+ Xét các biến cố sau:

A: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

B: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

C: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)”;

Khi đó, ta có $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$; $P(A.C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$.

Vậy $P(A|C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$.

Đáp số: 0,71.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

- A. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $3^x \ln 3 + C$. C. $3^x + C$. D. $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.
 C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 3: Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 4,84. B. 2,10. C. 2,09. D. 6,94.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$ là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $x = 2$. C. $y = 2$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

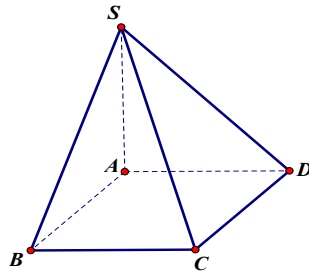
- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một

vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $(-2; -1; 1)$. B. $(1; -1; 3)$. C. $(-2; 0; 1)$. D. $(2; 0; 1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng SA ?



- A. SB . B. SC . C. SD . D. BC .

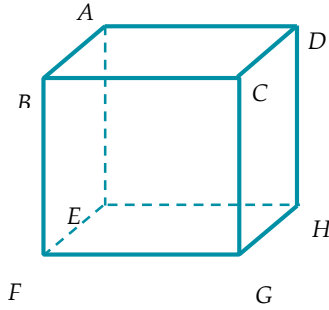
Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 3$ là

- A. $x = \log_2 3$. B. $x = \log_3 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \sqrt{3}$.

Câu 10: Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là $u_2 = 16$ và $u_3 = 32$. Số hạng tiếp theo là

- A. 720. B. 81. C. 64. D. 56.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (minh họa như hình bên).



Kết quả phép toán $\overline{AB} - \overline{EH}$ là

- A. \overline{BD} . B. \overline{AE} . C. \overline{DB} . D. \overline{BH} .

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu như sau:

x	-2	0	1	3
$f'(x)$	+		-	0

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

- a) $f(0) = 0$; $f(\pi) = \pi$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$.
- c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6}$ và $\frac{5\pi}{6}$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi x là số ti vi bán được mỗi tuần, p (triệu đồng) là giá bán của mỗi ti vi. Khi đó $p = p(x)$ được gọi là hàm cầu.

- a) Hàm cầu là $p = -\frac{1}{200}x + 19$ (triệu đồng).
- b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là $200p^2 + 3800p$ (triệu đồng).
- c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.
- d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

Câu 3: Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I sản xuất chiếm 61%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 39%. Tỷ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 93%, 82%. Kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

A_1 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất”;

A_2 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất”;

B : “Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn”.

a) Xác suất $P(A_1) = 0,61$.

b) Xác suất có điều kiện $P(B | A_2) = 0,82$.

c) Xác suất $P(B) = 0,8871$.

d) Xác suất có điều kiện $P(A_1 | B) = 0,55$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là $4km$.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

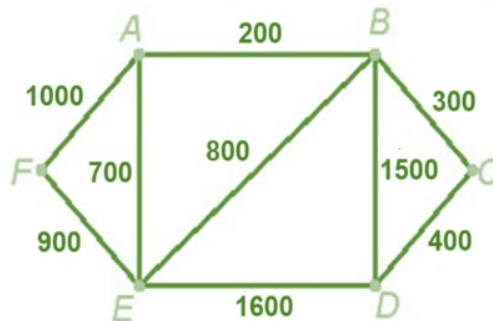
c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AD=6$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy bằng 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng bao nhiêu?

Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Hỏi người đó phải đi như thế nào để đường đi là ngắn nhất?

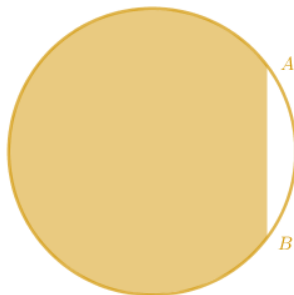


Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là

$\vec{u} = (91; 75; 0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a; b; c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình.

Tính $T = a + b + c$.

Câu 4: Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5 (m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6$ (m). Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng)?



Câu 5: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 6: Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

- A.** $\frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $3^x \ln 3 + C$.
C. $3^x + C$. **D.** $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A.** $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.
B. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 3: Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A.** 4,84. **B.** 2,10.
C. 2,09. **D.** 6,94.

Lời giải

Mẫu số liệu ghép nhóm có cỡ mẫu $n = 3 + 8 + 7 + 12 + 7 + 1 + 1 = 39$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{39} là điểm của 39 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$. Do x_{10}, x_{11} đều thuộc nhóm $[4; 5)$ nên nhóm này chứa

$$Q_1. \text{ Ta có } Q_1 = 4 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} \cdot 1 = \frac{155}{32} \approx 4,84.$$

Đáp án: A

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} .$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} .$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases} .$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases} .$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

$$\text{A. } y = -\frac{1}{2} .$$

$$\text{B. } x = 2 .$$

$$\text{C. } y = 2 .$$

$$\text{D. } x = -\frac{1}{2} .$$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

$$\text{A. } \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) .$$

$$\text{B. } \left(1; \frac{3}{2}\right) .$$

$$\text{C. } \left(\frac{3}{2}; +\infty\right) .$$

$$\text{D. } \left[1; \frac{3}{2}\right) .$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một

vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

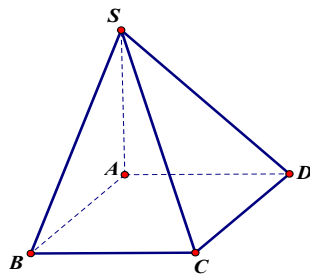
$$\text{A. } (-2; -1; 1) .$$

$$\text{B. } (1; -1; 3) .$$

$$\text{C. } (-2; 0; 1) .$$

$$\text{D. } (2; 0; 1) .$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng SA ?



- A. SB . B. SC .
 C. SD . D. BC .

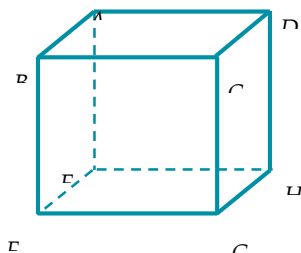
Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 3$ là

- A. $x = \log_2 3$. B. $x = \log_3 2$.
 C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \sqrt{3}$

Câu 10: Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là $u_2 = 16$ và $u_3 = 32$. Số hạng tiếp theo là

- A. 720. B. 81.
C. 64. D. 56.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (minh họa như hình bên).



Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là

- A. \overrightarrow{BD} . B. \overrightarrow{AE} .
C. \overrightarrow{DB} . D. \overrightarrow{BH} .

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu như sau:

x	-2	0	1	3
$f'(x)$		+		- 0 +

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$.
 C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

a) $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6}$ và $\frac{5\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) $f(0) = 0 - \sin 2 \cdot 0 = 0$ và $f(\pi) = \pi - \sin 2\pi = \pi$. **Đúng.**

b) Đạo hàm của $f(x) = x - \sin 2x$ là $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$. **Sai.**

c) $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$ khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} = 0$ và $f'\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - 2 \cos 2 \cdot \frac{5\pi}{6} = 1 - 2 \cos \frac{5\pi}{3} = 0$

, suy ra $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$. **Đúng.**

d) $f(x) = x - \sin 2x$, $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \in [0; \pi]$

Ta có: $f(0) = 0; f(\pi) = \pi; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Đúng.**

Câu 2: Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi x là số ti vi bán được mỗi tuần, p (triệu đồng) là giá bán của mỗi ti vi. Khi đó $p = p(x)$ được gọi là hàm cầu.

a) Hàm cầu là $p = -\frac{1}{200}x + 19$ (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là $200p^2 + 3800p$ (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

Đáp số

a) **Đúng**

Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất có dạng $p = ax + b$.

Giá bán ti vi $p_1 = 14$ ứng với $x = 1000$ và giá bán ti vi $p_2 = 14 - 0,5 = 13,5$ ứng với $x = 1000 + 100 = 1100$. Ta tìm được $p = -\frac{1}{200}x + 19$

b) Từ ý a) có $x = 3800 - 200p$

Tổng doanh thu từ tiền bán tivi là $T = x.p = 3800p - 200p^2 = -200p^2 + 3800p$

Suy ra **b) sai**

c) **Đúng**

Doanh thu T là một hàm số bậc 2 với hệ số $a = -200 < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại $p = \frac{3800}{400} = 9,5$. Tức là công ty đã bán mỗi ti vi với giá là 9,5 triệu đồng, hay công ty đã giảm giá 4,5 triệu đồng với khi bán mỗi ti vi.

d) **Đúng**

Lợi nhuận hàng tuần khi bán x chiếc ti vi là $L(x) = x.p - C(x) = -200p^2 + 3800p - 12000 + 3(3800 - 200p) = -200p^2 + 3200p - 600$

Lập BBT của hàm số $L(x)$ ta có lợi nhuận lớn nhất khi $p = 8$ (triệu đồng).

Câu 3: Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I sản xuất chiếm 61%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 39%. Tỷ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 93%, 82%. Kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

A_1 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất”;

A_2 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất”;

B : “Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn”.

a) Xác suất $P(A_1) = 0,61$.

b) Xác suất có điều kiện $P(B | A_2) = 0,82$.

c) Xác suất $P(B) = 0,8871$.

d) Xác suất có điều kiện $P(A_1 | B) = 0,55$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	Đ	Đ	S

a) Do $P(A_1) = 0,61$. Suy ra **a) đúng**.

b) $P(B | A_2) = \frac{P(B \cap A_2)}{P(A_2)} = 0,82$. Do đó **b) đúng**

c) Ta có: $P(A_1) = 0,61; P(A_2) = 0,39; P(B|A_1) = 0,93; P(B|A_2) = 0,82$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = 0,61 \cdot 0,93 + 0,39 \cdot 0,82 = 0,8871.$$

Vậy c) **đúng**

d) Theo công thức Bayes, ta có: $P(A_1|B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0,61 \cdot 0,93}{0,8871} \approx 0,64$.

Vậy d) **sai**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là $4km$.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá $8 km$

Lời giải

a) Đ
b) S
c) S
d) Đ

a) Phương trình mặt cầu tâm $I(17;20;45)$ bán kính $R = 4km = 4000m$
 $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 16000000$ suy ra mệnh đề **đúng**.

b) $IM = \sqrt{(18-17)^2 + (21-20)^2 + (50-45)^2} = \sqrt{27} < 16000000$. Suy ra người ở vị trí điểm M vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **sai**

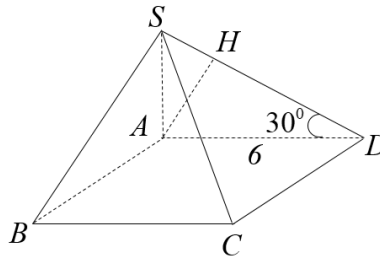
c) $IN = \sqrt{(4019-17)^2 + (21-20)^2 + (44-45)^2} = \sqrt{16016006} < 16000000$. Suy ra người ở vị trí điểm N vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Vì đường kính của mặt cầu trên bằng $8000m$ hay $8km$ nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá $8km$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AD=6$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy bằng 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng bao nhiêu?

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$, ta có $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AH \Rightarrow AH$ là đoạn vuông góc chung của AB và SD .

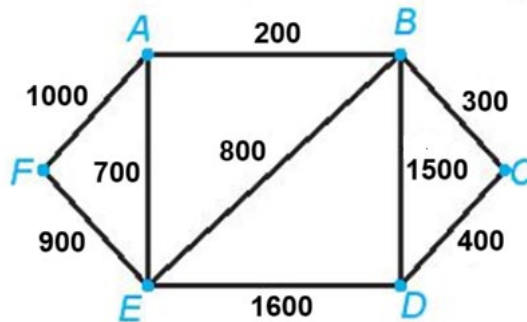
Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy là góc $\widehat{SDA} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông SAD có $SA = AD \cdot \tan 30^\circ = 2\sqrt{3}$.

AH là đường cao trong tam giác vuông SAD nên $AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 6}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2}} = 3$.

Đáp án: 3

Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Hỏi người đó phải đi như thế nào để đường đi là ngắn nhất?



Lời giải

Đồ thị trên chỉ có hai đỉnh bậc lẻ là A và D nên ta có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường đi này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường đi Euler từ A đến D là AFEABEDBCD và tổng độ dài của nó là $1000 + 900 + 700 + 200 + 800 + 1600 + 1500 + 300 + 400 = 7400$.

Để quay trở lại điểm xuất phát và có đường đi ngắn nhất, ta cần tìm một đường đi ngắn nhất từ D đến A theo thuật toán gắn nhãn vĩnh viễn.

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DCBA và có độ dài là $400 + 300 + 200 = 900$.

Vậy một chu trình cần tìm là AFEABEDBCDCBA và có độ dài là $7400 + 900 = 8300$.

Đáp án: 8300

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra

đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a; b; c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T = a + b + c$.

Lời giải

Ta có $E(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ với $t \geq 0$.

E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình

$$\Rightarrow OE = 471 \Leftrightarrow (-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2 = 471^2 \Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 8 \end{cases}$$

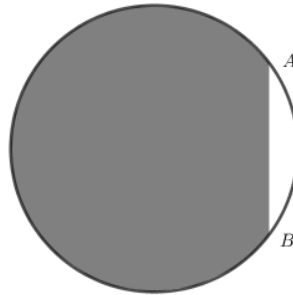
Vì E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình $\Rightarrow t = 3 \Rightarrow E(-415; 40; 8)$.

$$\text{Vậy } a = -415; b = 40; c = 8 \Rightarrow a + b + c = -367$$

Đáp án: -367

Câu 4: Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5(m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6$ (m).

Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng)?

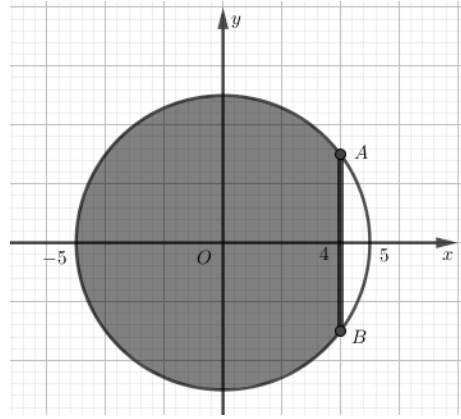


Lời giải

Đáp án: 7445.

Diện tích miếng tôn hình tròn là: $S_1 = \pi.R^2 = 25\pi (m^2)$.

Xét hệ tọa độ Oxy như hình vẽ



Phương trình của đường tròn tâm O, bán kính bằng 5 là: $x^2 + y^2 = 25$.

Phương trình nửa phía trên trực hoành của đường tròn là: $y = \sqrt{25 - x^2}$

$AB = 6 \Rightarrow y_A = 3 \Rightarrow x_A = 4$. Vậy diện tích phần tâm tròn trống là $S_2 = 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx (m^2)$.

Diện tích phần tâm tròn trang trí là: $S = S_1 - S_2 = 25\pi - 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx (m^2)$.

Vậy số tiền chi phí là: $T = 100 \cdot \left(25\pi - 2 \cdot \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx \right) \approx 7445$ (nghìn đồng).

Câu 5: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Số tiền mà nhà máy A thu được từ việc bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là:

$$R(x) = x \cdot P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3 \text{ (triệu đồng).}$$

Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng).

Lợi nhuận (triệu đồng) mà nhà máy A thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

Xét hàm số $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ với ($0 \leq x \leq 100$) ta có:

$$P'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$$

Ta có $P(0) = -100$; $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$; $P(100) = 400$

Bảng biến thiên

x	0	$50\sqrt{2}$	100	
y'		+	0	-
y	100	$500\sqrt{2} - 100$	400	

Vậy nhà máy A thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm cho nhà máy B mỗi tháng.

Đáp án: 70,7

Câu 6: Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố

A : “Lấy được một chính phẩm từ thùng I sang thùng II”

B : “Lấy được một chính phẩm từ thùng II”

Khi đó: $P(A) = \frac{5}{9}$; $P(\bar{A}) = \frac{4}{9}$; $P(B|A) = \frac{7}{15}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,44$$

Đáp án: 0,44

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$.

B. $\int 2^x dx = 2^x + C$.

C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).

B. [9; 11).

C. [11; 13).

D. [13; 15).

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

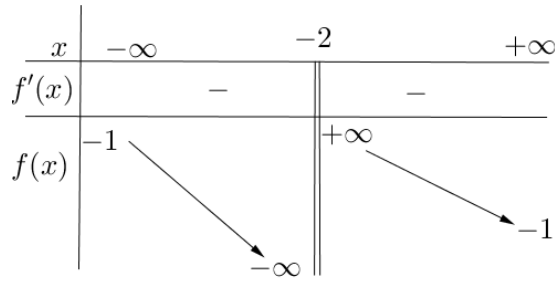
A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $1 - \log_4 a$. B. $1 + \log_4 a$. C. $4 - \log_4 a$. D. $4 + \log_4 a$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $AB \perp (SBC)$.

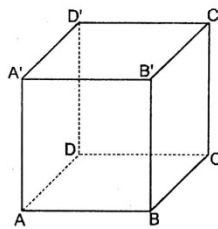
Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty; 2]$ B. $[0; 2]$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(0; 2)$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{6}$ hoặc $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ \vec{u} với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.

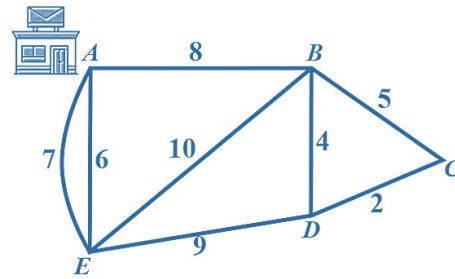
c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

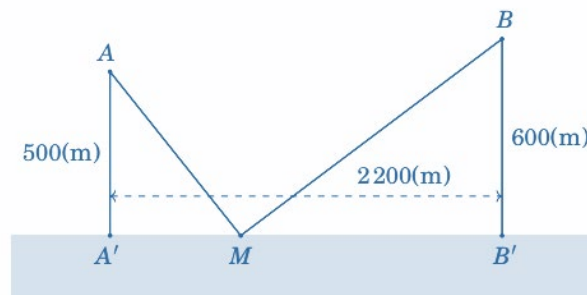
Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Câu 3: Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Câu 4: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

Câu 5: Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 6: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200m , góc $\widehat{ASB} = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40\text{m}$. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí? (làm tròn đến hàng đơn vị)

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$. B. $\int 2^x dx = 2^x + C$.
C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$.

Lời giải

Do theo bảng nguyên hàm: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính

bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9). B. [9; 11). C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
- C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{MN} = (2; -1; -3)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và nhận véc-tơ $\overline{MN} = (2; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương

trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $1 - \log_4 a$. B. $1 + \log_4 a$. C. $4 - \log_4 a$. D. $4 + \log_4 a$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; 3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $AB \perp (SBC)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty; 2]$ B. $[0; 2]$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(0; 2)$

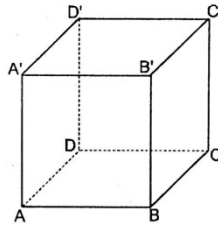
Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Lời giải

Có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?



- A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$. B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$.
 C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$. D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề sai là: $\overline{AB} = \overline{CD}$, \overline{AB} và \overline{CD} là hai Vector đối nhau.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -3)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{6}$ hoặc $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin(-\pi) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

b) Đạo hàm của $f(x) = \sin 2x - x$ là $f'(x) = 2 \cos 2x - 1$. **Sai.**

c) $f'(x) = 2 \cos 2x - 1$ khi đó $f'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ và $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 0$, suy ra $x = -\frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. **Đúng.**

d) $f(x) = \sin 2x - x$,

$f'(x) = 2 \cos 2x - 1$ có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$,

$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$,

$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đúng	Sai	Đúng	Sai

$v(6) = 30$ (m / s).

Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là $30 - 5 \times 4 = 10$ (m/s).

+) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là $S_1 = \int_0^6 5t \, dt = 90$ (m).

Gọi t_0 là thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô phanh gấp đến lúc dừng lại. Ta có: $30 - 5 \times t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = 6$

+) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại là $S = \int_0^6 (30 - 5t) \, dt = 90$ (m)

Vậy quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 180 m.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

- a) A và B là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.
- d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	Sai	Đúng	Sai

a) Theo giả thiết suy ra: $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(AB) = 0,3$

Có: $P(A).P(B) = 0,4.0,5 = 0,2 \neq 0,3 \Rightarrow A$ và B là hai biến cố không độc lập.

b) Gọi C là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án” $\Rightarrow C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$ mà \overline{AB} và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B})$

Có: $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$

Vậy: $P(C) = 0,2 + 0,1 = 0,3$

c) Gọi D là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow D = B | A$

Khi đó: $P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$

d) Gọi E là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow E = B | \bar{A}$

$$\text{Khi đó: } P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{AB})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ \vec{u} với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a. Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

b. Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.

c. Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d. Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

Trả lời

Câu 4	a	b	C	D
Đáp án	Đúng	Đúng	Sai	Sai

a. Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(10; 3; 0)$ và có VTCP

$$\vec{u} = (2; -2; 1) \text{ là: } \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

b. Ta có độ dài $AM = vt$. Vì M thuộc đường thẳng d nên $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$, Vậy $\vec{AM} = (2m; -2m; m)$ mà \vec{AM} cùng hướng với véc tơ \vec{u} có $m \geq 0$. Suy ra $AM = 3m$.

Vậy $3m = 4,5t$ suy ra $m = 1,5t$. Vậy $(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$

c. Từ ý b, thấy khi $x_B = 550$ tức là $3t + 10 = 550$ suy ra $t = 180$ (s)

Vậy $AB = vt = 4,5 \cdot 180 = 810$ (m)

d. Ta có $\vec{u}_{AB} = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng (Oxy): $z = 0$ suy ra VTPT $\vec{n} (0; 0; 1)$

Gọi α là góc giữa \vec{u} và (Oxy) ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{1}{3}$

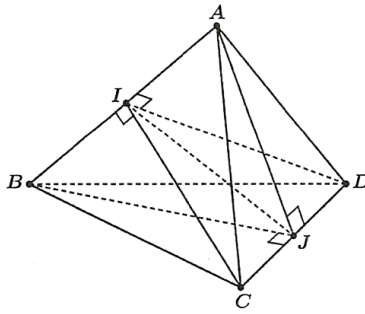
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tứ diện đều ABCD có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: 1,41

Lời giải

Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD .



Các tam giác ABC, ABD đều có I là trung điểm AB nên

$$\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp DI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ICD), \text{ mà } IJ \subset (ICD) \Rightarrow AB \perp IJ. \quad (1)$$

Tương tự, các tam giác ACD, BCD đều có J là trung điểm CD nên

$$\begin{cases} CD \perp AJ \\ CD \perp BJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABJ),$$

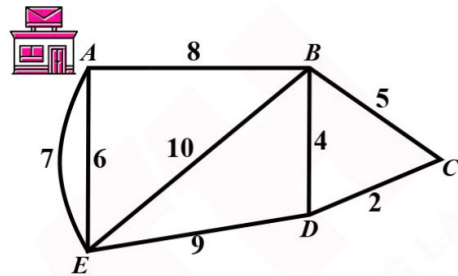
$$\text{mà } IJ \subset (JAB) \Rightarrow CD \perp IJ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB, CD . Vậy IJ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD

$$\text{Ta có: } CI = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}; IJ = \sqrt{CI^2 - CJ^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2} \approx 1,41.$$

Câu 2:

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Giải

Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: AEABEDBCD và độ dài của nó là

$$6+7+8+10+9+4+5+2= 51$$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8 = 12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51 + 12 = 63$

Câu 3: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

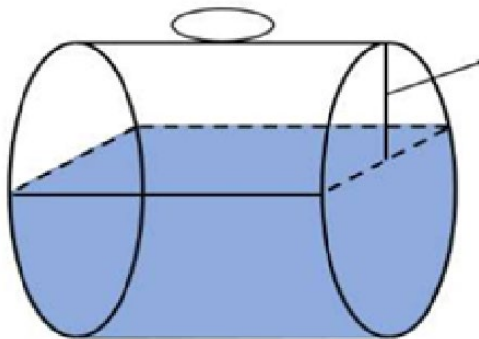
Giải.

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$. Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho

$M(5t+5; 10t; -2t+5)$. Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$. Suy ra $M(17,5; 25; 0)$.

Vậy $a + b = 17,5 + 25 = 42,5$.

Câu 4: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1 m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5 m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

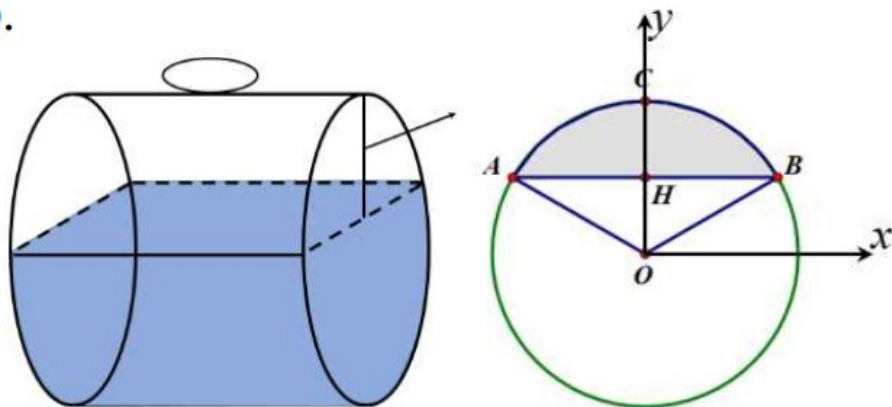


LỜI GIẢI

Thể tích của cả bể nhiên liệu là $V = B \cdot h = 5\pi \text{ (m}^3\text{)}$.

Gọi V_1 là thể tích phần trống nhiên liệu trong bể.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Ta có diện tích phần tô đậm là

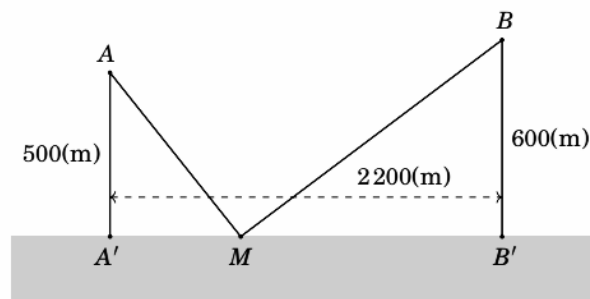
$$S = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích phần trống trong bể là $V_1 = \int_0^5 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) dx = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 5.$

Vậy thể tích phần nhiên liệu trong bồn là $V_2 = V - V_1 = 5\pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) 5 \approx 12.6 \text{ (m}^3\text{)}.$

Câu 5: Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500 \text{ m}$, $BB' = 600 \text{ m}$. Người ta đo được $A'B' = 2200 \text{ m}$ như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 2460

Đặt $A'M = x$ ($0 < x < 2200$), $B'M = 2200 - x$

Ta có $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$, $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là:

$$AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ trên khoảng $(0; 2200)$

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$$

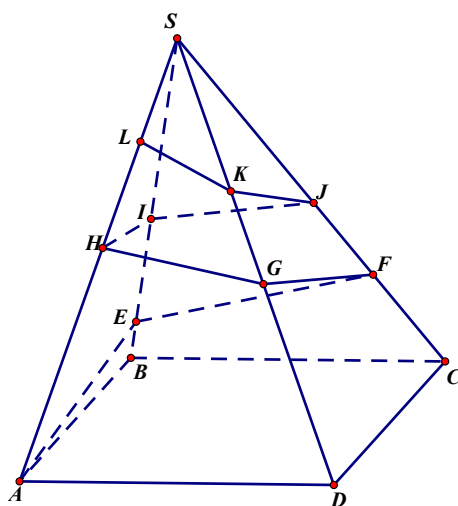
Bảng biến thiên:

x	0	1000	2200		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	2780		2460		2856

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí M cách điểm A' là 1000 m.

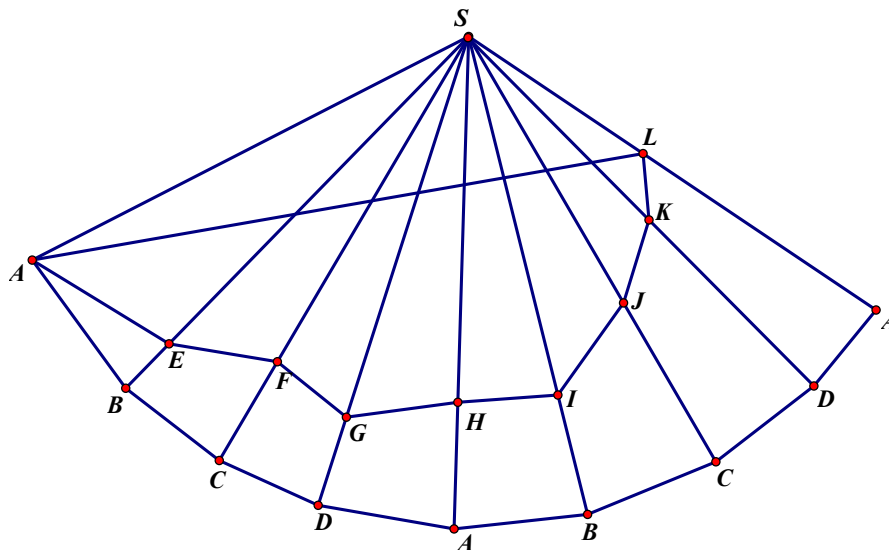
Câu 6: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200 m, góc $\widehat{ASB} = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40$ m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng $AL + LS$.

Từ giả thiết về hình chóp đều $S.ABCD$ ta có $\widehat{ASL} = 120^\circ$.

Ta có $AL^2 = SA^2 + SL^2 - 2SA.SL.\cos \widehat{ASL} = 200^2 + 40^2 - 2.200.40.\cos 120^\circ = 49600$.

Nên $AL = \sqrt{49600} = 40\sqrt{31}$.

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là $40\sqrt{31} + 40 \approx 262$ mét.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. B. $e^x + C$. C. $\frac{e^x}{x} + C$. D. $x \cdot e^{x-1} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.
 C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	6	8	16	12	8

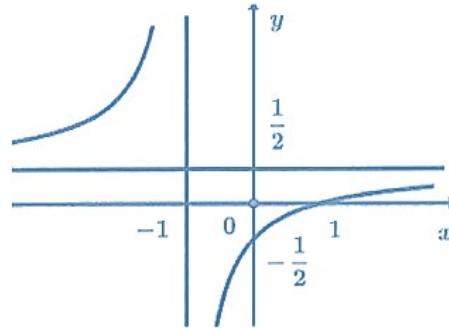
Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1 = s_2$. B. $s_1 = 2s_2$. C. $2s_1 = s_2$. D. $4s_1 = s_2$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1; 1)$ là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



- A. $x = -1$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = -1$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(1; 9)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(1; 7)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

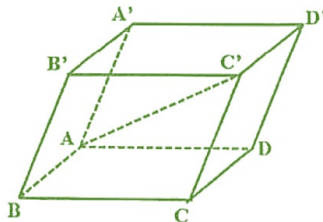
Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:

- A. $x = \log_6 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \log_2 6$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

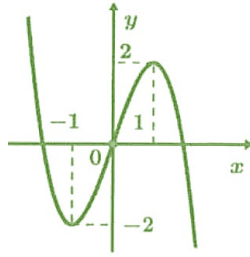
- A. 5. B. 7. C. 9. D. 11.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} = \vec{AC'}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. D. $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC'}$.

Câu 12: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 3: Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

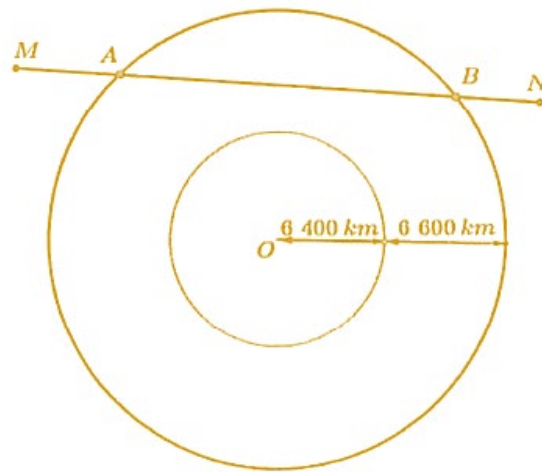
a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6; 20; 0)$ đến điểm $N(-6; -12; 16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -4t \end{cases}$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch đi chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3; -4; 12)$.

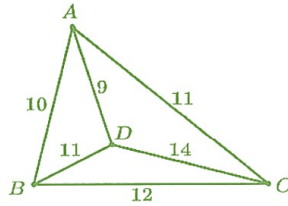
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch đi chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó đi chuyển từ M đến N là 6 phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = 5, BC = 5, CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

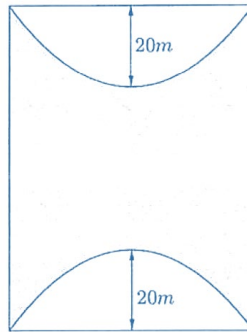
Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 3: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0), B(3;6;6), C(4;6;2), D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA = 3, MB = 6, MC = 5, MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 4: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60 m và 80 m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20 m (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



Câu 5: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 6: Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

○ ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

▣ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$ B. $e^x + C.$ C. $-\frac{e^x}{x} + C.$ D. $x \cdot e^{x-1} + C.$

Lời giải

Nguyên hàm của e^x là $e^x + C.$

Đáp án: **B.**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ B. $V = \pi \int_a^b [f(x)] dx.$
C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$ D. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Đáp án: **A.**

Câu 3. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	3	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1 = s_2.$ B. $s_1 = 2s_2.$ C. $2s_1 = s_2.$ D. $4s_1 = s_2.$

Lời giải

Độ lệch chuẩn của một mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}},$$

trong đó:

f_i là tần số của nhóm thứ i .

x_i là giá trị đại diện của nhóm thứ i .

\bar{x} là giá trị trung bình của mẫu số liệu.

n là số lượng các giá trị trong mẫu số liệu.

Ta có thể tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu M_1 và M_2 bằng cách áp dụng công thức trên. Tuy nhiên, để so sánh độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu, chúng ta có thể nhận thấy rằng M_2 có độ phân tán lớn hơn M_1 (các giá trị trong M_2 phân bố rộng hơn các giá trị trong M_1). Do đó, độ lệch chuẩn của M_2 lớn hơn độ lệch chuẩn của M_1 , hay $s_2 > s_1$.

Đáp án: (A)

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $(2; -1; 1)$ là:

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-1}$. C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

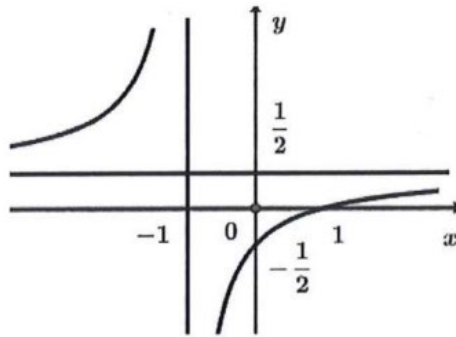
Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $(2; -1; 1)$ là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$$

Đáp án: D.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



A. $x = -1$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = -1$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) được xác định bởi giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$$

Từ đồ thị hàm số, ta thấy khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -1$.

Do đó, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -1$.

Đáp án (C)

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) < 3$ là:

A. (1; 9).

B. $(-\infty; 9)$.

C. $(9; +\infty)$.

D. (1; 7).

Lời giải

Bất phương trình $\log_2(x - 1) < 3$ tương đương với:

$$x - 1 < 2^3$$

$$\Leftrightarrow x - 1 < 8$$

$$\Leftrightarrow x < 9.$$

Kết hợp với điều kiện $x - 1 > 0$, ta được tập nghiệm của bất phương trình là: (1; 9).

Đáp án: A.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. (1; -3; 1).

B. (1; -3; -1).

C. (1; -3; 8).

D. (1; 3; 8).

Lời giải

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$ là (1; -3; -1).

Đáp án: (B)

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SAB) .

B. (SBC) .

C. (SCD) .

D. (SBD) .

Lời giải

Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ vì $SA \perp (ABCD)$ và $BD \subset (ABCD)$.

Đáp án: (D)

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:

A. $x = \log_2 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = \log_2 6$.

Lời giải

Phương trình $2^x = 6$ có nghiệm $x = \log_2 6$.

Đáp án: (D)

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_{75} của cấp số cộng là:

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

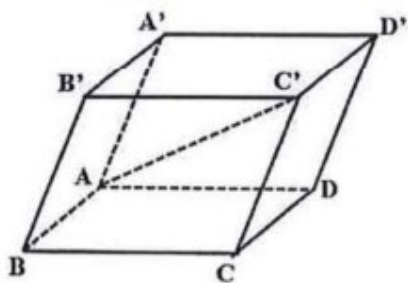
Công thức tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + (n - 1)d$, trong đó d là công sai của cấp số cộng.

Từ $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$, ta có $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$.

Do đó, $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9$.

Đáp án: (C)

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} = \vec{AC'}$.

C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC}$. D. $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

Lời giải

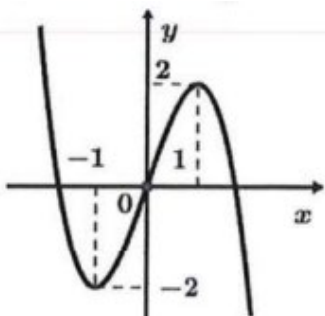
Ta có:

$$\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AB} + (\vec{BB'} + \vec{B'A'}) = \vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}.$$

Do đó, phát biểu $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} = \vec{AC'}$ là sai.

Đáp án: (D)

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Đáp án (C)

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$.

Lời giải

(a) $f(0) = 2 \cos 0 + 0 = 2$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

(b) Đạo hàm của $f(x) = 2 \cos x + x$ là $f'(x) = -2 \sin x + 1$. **Sai.**

(c) $f'(x) = -2 \sin x + 1 = 0$ khi $\sin x = \frac{1}{2}$, suy ra $x = \frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. **Đúng.**

(d) $f(x) = 2 \cos x + x$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos x = -1$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Do đó, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$. **Đúng.**

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in R$, $a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

(a) Tốc độ ban đầu của ô tô là $36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$.

Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây đầu tiên là: $S_1 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m}$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là: $S_2 = 200 - 20 = 180 \text{ m}$. **Đúng.**

(b) Ta có $v(t) = at + b$.

Từ điều kiện $v(2) = 10$ và $v(12) = 18$ (vì ô tô nhập làn sau 12 giây và đã tăng tốc trong 24 giây), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a + b = 10 \\ 12a + b = 18 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được $a = 1$ và $b = 8$. Do đó, $b = 8$. **Đúng.**

(c) Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức:

$$S(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (at + b) dt = \frac{1}{2} at^2 + bt.$$

Do đó, $S(t) = \frac{1}{2} at^2 + bt = \frac{1}{2} t^2 + 8t$. **Sai.**

(d) Tốc độ của ô tô sau 24 giây là: $v(24) = 24 + 8 = 32 \text{ m/s} = 115,2 \text{ km/h}$. Do đó, tốc độ của ô tô sau 24 giây không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h. **Sai.**

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời “sẽ mua”; có 95 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời “sẽ mua” và “không mua” lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố “Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm”.

Gọi B là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm”.

a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời “sẽ mua” khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

(a) Số người trả lời "sẽ mua" là 105, số người trả lời "không mua" là 95. Do đó, xác suất $P(B) = \frac{105}{200} = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{95}{200} = \frac{19}{40}$. **Đúng.**

(b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)$ là xác suất mà một người thực sự sẽ mua sản phẩm khi họ đã trả lời "sẽ mua" trong cuộc khảo sát.

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Xác suất $P(A \cap B)$ là xác suất mà một người thực sự sẽ mua sản phẩm và họ đã trả lời "sẽ mua" trong cuộc khảo sát. Ta có: $P(A \cap B) = 0,7 \cdot \frac{105}{200} = 0,3675$.

Do đó, $P(A|B) = \frac{0,3675}{\frac{21}{40}} = 0,7$. **Sai.**

(c) Theo công thức Bayes, ta có:

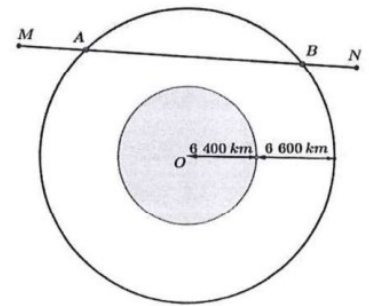
$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})$$

$$= 0,7 \cdot \frac{21}{40} + 0,3 \cdot \frac{19}{40} = 0,51. \text{ **Đúng.**}$$

(d) Số người thực sự sẽ mua sản phẩm là 140 (tính theo 70% của 200). Do đó, số người thực sự sẽ mua sản phẩm và đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn là 98 (tính theo 70% của 140).

Tỉ lệ người thực sự sẽ mua sản phẩm và đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn là $\frac{98}{140} \approx 0,7$. **Sai.**

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6; 20; 0)$ đến điểm $N(-6; -12; 16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3; -4; 12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải

(a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\overrightarrow{MN} = (-12; -32; 16) = 4(-3; -8; 4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là:

$$\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 20 - 8t, t \in \mathbb{R}. \text{ Đúng.} \\ z = 4t \end{cases}$$

(b) Để tìm vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi, ta cần tìm điểm giao của đường thẳng MN với mặt cầu có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 6400$ km.

Phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 = 6400^2$.

Thay $x = 6 - 3t$, $y = 20 - 8t$ và $z = 4t$ vào phương trình mặt cầu, ta được:

$$\begin{aligned} (6 - 3t)^2 + (20 - 8t)^2 + (4t)^2 &= 6400^2 \\ \Leftrightarrow 9t^2 - 12t + 36 + 64t^2 - 320t + 400 + 16t^2 &= 6400^2 \\ \Leftrightarrow 97t^2 - 332t - 6399964 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình, ta tìm được $t \approx -12,17$ hoặc $t \approx 53,28$.

Thay $t \approx -12,17$ vào phương trình tham số của đường thẳng MN , ta được vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi là điểm $A(-3; -4; 12)$. Sai.

(c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi là điểm giao của đường thẳng MN với mặt cầu có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 6600$ km.

Phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 = 6600^2$.

Thay $x = 6 - 3t$, $y = 20 - 8t$ và $z = 4t$ vào phương trình mặt cầu, ta được:

$$\begin{aligned}(6 - 3t)^2 + (20 - 8t)^2 + (4t)^2 &= 6600^2 \\ \Leftrightarrow 9t^2 - 12t + 36 + 64t^2 - 320t + 400 + 16t^2 &= 6600^2 \\ \Leftrightarrow 97t^2 - 332t - 6599964 &= 0\end{aligned}$$

Giải phương trình, ta tìm được $t \approx -12,84$ hoặc $t \approx 53,71$.

Thay $t \approx 53,71$ vào phương trình tham số của đường thẳng MN , ta được vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi.

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng là khoảng cách giữa hai điểm A và điểm cuối cùng, tính bằng công thức:

$$d = \sqrt{(-3 - (6 - 3.53,71))^2 + (-4 - (20 - 8.53,71))^2 + (12 - (4.53,71))^2} \approx 18900 \text{ km. Đúng.}$$

(d) Thời gian thiên thạch di chuyển từ M đến N là:

$$t = \frac{\sqrt{(6 - (-6))^2 + (20 - (-12))^2 + (0 - 16)^2}}{3} = 6 \text{ phút.}$$

Do đó, thời gian thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút. **Đúng.**

☛ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$.

Chọn điểm A trên đường thẳng AA' .

Ta có: $AH \perp BC$ và $AH \perp BB'$, suy ra $AH \perp (BCC'B')$.

Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng AH .

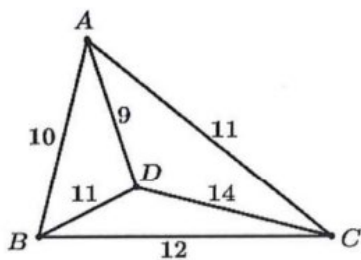
Xét tam giác vuông ABC , ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} = \frac{74}{1225}.$$

$$\text{Suy ra: } AH = \sqrt{\frac{1225}{74}} \approx 4,05 \text{ m.}$$

Đáp án: 4,9.

Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Người chơi có thể lựa chọn 4 cách xuất phát từ một trong 4 trụ A, B, C, D .

Giả sử người chơi xuất phát từ trụ A .

Để đi qua tất cả các trụ còn lại và quay trở về A , người chơi cần đi qua 4 trụ A, B, C, D và quay trở về A lần lượt theo một trong các thứ tự:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ hoặc $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ hoặc $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.

Tổng số thử thách trên mỗi đường đi là:

$$9 + 10 + 11 + 11 + 9 = 50 \text{ hoặc } 9 + 14 + 11 + 12 + 9 = 55 \text{ hoặc } 9 + 12 + 11 + 14 + 9 = 55.$$

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 50.

Đáp án: 43.

Câu 3. Hệ thống định vị toàn cầu *GPS* là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3; 1; 0)$, $B(3; 6; 6)$, $C(4; 6; 2)$, $D(6; 2; 14)$; vị trí $M(a; b; c)$ thỏa mãn $MA = 3$, $MB = 6$, $MC = 5$, $MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} MA = 3 \\ MB = 6 \\ MC = 5 \\ MD = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + c^2 = 9 \\ (a - 3)^2 + (b - 6)^2 + (c - 6)^2 = 36 \\ (a - 4)^2 + (b - 6)^2 + (c - 2)^2 = 25 \\ (a - 6)^2 + (b - 2)^2 + (c - 14)^2 = 169 \end{cases}$$

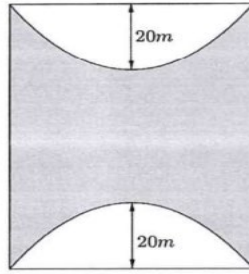
Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a = 3$, $b = 4$, $c = 2$.

Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là:

$$OM = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{29}.$$

Đáp án: 3.

Câu 4. Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Lời giải

Diện tích của phần sân chơi bằng diện tích của hình chữ nhật trừ đi diện tích của hai phần trồng hoa.

Diện tích của hình chữ nhật là: $60 \cdot 80 = 4800 \text{ m}^2$.

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Phương trình parabol có dạng:

$y = a(x - 20)^2$ (vì đỉnh parabol cách trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m).

Parabol đi qua điểm (40; 20) (vì đỉnh parabol cách trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m), do đó:

$$20 = a(40 - 20)^2$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{20}$$

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng:

$$\int_{-20}^{20} \frac{1}{20} (x - 20)^2 dx = \frac{1}{60} (x - 20)^3 \Big|_{-20}^{20} = \frac{1600}{3} \text{ m}^2.$$

Diện tích của phần sân chơi là: $4800 - 2 \cdot \frac{1600}{3} = 3200 \text{ m}^2$.

Đáp án: 3200.

Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^2 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng).

Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm là:

$$\begin{aligned} L(x) &= F(x) - xG(x) = x^2 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \left(x + 1000 + \frac{250000}{x} \right) \\ &= x^2 - 2000x^2 + 1000000x = -999x^2 + 1000000x. \end{aligned}$$

$$L'(x) = -1998x + 1000000 = 0 \text{ khi } x = \frac{1000000}{1998} \approx 500,5.$$

$$L''(x) = -1998 < 0, \text{ do đó hàm } L(x) \text{ đạt cực đại tại } x = \frac{1000000}{1998}.$$

Tuy nhiên, doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Do đó, doanh nghiệp nên sản xuất 500 sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Đáp án: 333.

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang", B là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng màu đỏ".

Ta cần tính $P(A|B)$.

Xác suất lấy ra một quả bóng màu đỏ từ hộp I là $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Xác suất lấy ra một quả bóng màu đỏ từ hộp II là $\frac{7}{10}$.

Xác suất lấy ra một quả bóng màu đỏ từ hộp II, trong đó có 1 quả bóng được chuyển từ hộp I là $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{50}$.

Do đó, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{21}{50}}{\frac{7}{10}} = 0,6 = 60\%$.

Đáp án: 0,08.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. -1. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. 1.

Câu 2: Tìm tất cả nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

- A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x|$.
 C. $F(x) = 1 - \ln|x| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x + C$.

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

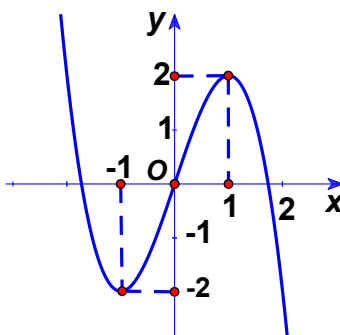
Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15). B. [15;16). C. [16;17). D. [17;18).

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22 B. 17 C. 12 D. 250

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.



- A. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 2)$ B. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 1)$
 C. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 1)$ D. Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là

A. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $P = [-5; 5]$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = -1$.

D. $x = -1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 9: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$

D. $V = \pi \int_1^4 x dx$

Câu 10: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

B. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mặt phẳng: $x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng.

A. 120°

B. 45°

C. 60°

D. 30°

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau?

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{5\pi}{6}$

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{5\pi}{6}$

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 215 m, tốc độ của ô tô là 54 km/h. 1 giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 13 giây và duy trì sự tăng tốc trong 17 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau?

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 190 m.

b) Giá trị của b là 15.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 17$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(x) dx$.

d) Sau 17 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 3: Một công ty tham gia đấu thầu 2 dự án với xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0.4 và của dự án 2 là 0.6. Xác suất để công ty thắng cả 2 dự án là 0.24.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1".

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

a) Các biến cố A và B là độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0.6.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0.4.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(1, 2, 3)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3, -4, 2)$ với tốc độ 5 m/s.

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $x = 1 + 3t, y = 2 - 4t, z = 3 + 2t$.

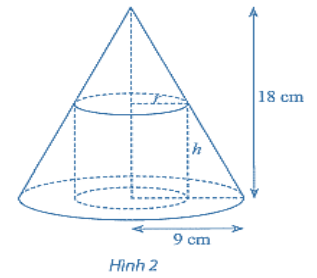
b) Sau thời gian $t = 100$ giây kể từ khi xuất phát, tọa độ điểm M mà cabin đến được là $M(301, -398, 203)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ 301, quãng đường từ A đến B dài 500 m.

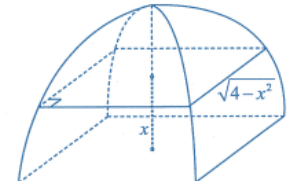
d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Trong hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy r (cm), chiều cao h (cm) nội tiếp hình nón có bán kính đáy 9 cm , chiều cao 18 cm . Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm)



Câu 2: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng x (m), $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$ (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

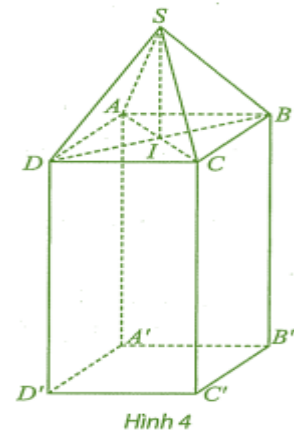


Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên Nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Câu 4: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo góc \widehat{AMB} lớn nhất. Khi đó giá trị $A+b+c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Câu 6: Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



----- HẾT -----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

◉ ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

▣ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu

Câu 1: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. -1. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $-\frac{5}{2}$.

Câu 2: Tìm tất cả nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

- A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x|$.
C. $F(x) = 1 - \ln|x| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int \left(x - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C.$$

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15). B. [15;16). C. [16;17). D. [17;18).

Lời giải

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_5 + x_6}{2}$. Do x_5, x_6 đều thuộc nhóm [16;17) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [16;17).

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

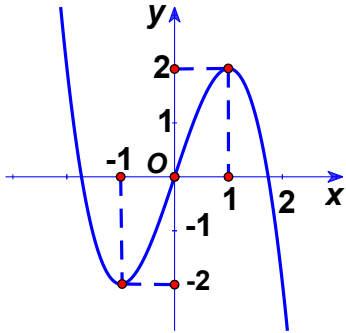
- A. 22 B. 17 C. 12 D. 250

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.



- A. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 2)$
- C. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 1)$

- B. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 1)$
- D. Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số tăng trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là

- A. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.
- B. $S = \emptyset$.
- C. $S = \mathbb{R}$.

- D. $P = [-5; 5]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3(x^2 + 2) \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + 2 \leq 27 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

- A. $y = 2$.
- B. $x = 1$.
- C. $y = -1$.
- D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có AB qua $A(1; 2; 3)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4) \Rightarrow AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 9: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$

D. $V = \pi \int_1^4 x dx$

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$ và $x = b$ được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Câu 10: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

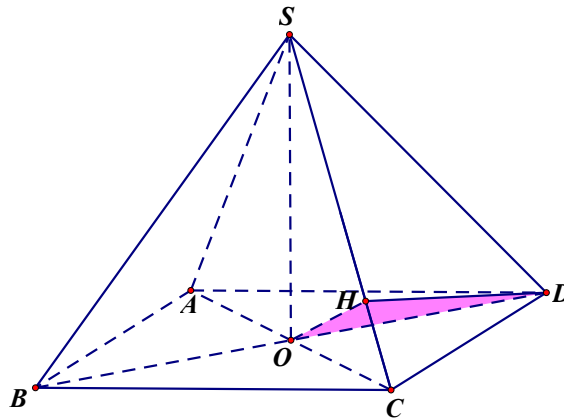
B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của O trên cạnh SC ta có $((SDC); (SAC)) = OHD = \alpha$

Ta có $\triangle OHD$ vuông tại O và $OD = a$; $OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $DH = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Vậy $\cos \alpha = \frac{OH}{DH} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overline{AB} = \vec{b}$, $\overline{AC} = \vec{c}$, $\overline{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

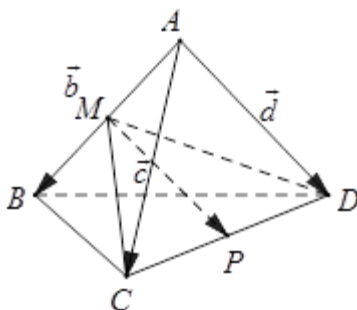
B. $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

Lời giải

Chọn A



Ta phân tích:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MP} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - 2\overrightarrow{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}). \end{aligned}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng: $x - y + 3 = 0$. Tính

số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng.

A. 120°

B. 45°

C. 60°

D. 30°

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P) . Khi đó ta có

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha = 60^\circ$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau?

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{5\pi}{6}$

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{5\pi}{6}$

Lời giải

(Đúng) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

(Sai) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$ (Vi): Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\sin x + 1$

(Sai) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{5\pi}{6}$

(Sai) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{5\pi}{6}$ (Vi):

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \approx 2,56; f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 215 m, tốc độ của ô tô là 54 km/h. 1 giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 13 giây và duy trì sự tăng tốc trong 17 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau?

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 190 m.

b) Giá trị của b là 15.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 17$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(x) dx$.

d) Sau 17 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

(Sai) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 190 m. (Vi): $215 - 15 \cdot 1 = 200$.

(Đúng) Giá trị của b là 15. (Vi): $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

(Sai) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 17$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(x) dx$. (Vi): Công thức đúng phải là $S(t) = \int_0^t v(x) dx$

(Sai) Sau 17 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h. (Vi):

$$b = 15; 200 = \int_0^{13} (ax + b) dx = \left(\frac{ax^2}{2} + 15x \right) \Big|_0^{13} \Leftrightarrow a = \frac{10}{169} \Rightarrow v_{17} = \frac{10}{169} \cdot 17 + 15 = 16,005917159763314 \text{ m/s} =$$

57,621304 km/h

Câu 3: Một công ty tham gia đấu thầu 2 dự án với xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0.4 và của dự án 2 là 0.6. Xác suất để công ty thắng cả 2 dự án là 0.24.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1".

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

a) Các biến cố A và B là độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0.6.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0.4.

Lời giải

a) Xét tính độc lập của các biến cố:

$$\text{Ta có } P(A \cap B) = 0.24 \text{ và } P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24.$$

$$\text{Vì } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B), \text{ nên } A \text{ và } B \text{ là độc lập.}$$

Kết luận: Đúng.

b) Tính xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án:

Gọi C là biến cố "thắng đúng 1 dự án".

$$P(C) = P(A) \cdot (1 - P(B)) + (1 - P(A)) \cdot P(B).$$

$$P(C) = 0.4 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.6 = 0.16 + 0.36 = 0.52.$$

Kết luận: Đúng.

c) Xác suất thắng thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.24}{0.4} = 0.6.$$

Kết luận: Đúng.

d) Xác suất thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1 :

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')}, \text{ với } P(A') = 1 - P(A) = 0.6.$$

$$P(B \cap A') = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.24 = 0.36.$$

$$P(B | A') = \frac{0.36}{0.6} = 0.6.$$

Kết luận: Sai (đúng đáp án là 0.6).

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(1, 2, 3)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3, -4, 2)$ với tốc độ 5 m/s.

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $x = 1 + 3t, y = 2 - 4t, z = 3 + 2t$.

b) Sau thời gian $t = 100$ giây kể từ khi xuất phát, tọa độ điểm M mà cabin đến được là $M(301, -398, 203)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ 301, quãng đường từ A đến B dài 500 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng Oxy một góc 45° .

Lời giải

a) Phương trình tham số của đường thẳng:

$$A(1, 2, 3), \vec{u} = (3, -4, 2).$$

Phương trình tham số: $x = 1 + 3t, y = 2 - 4t, z = 3 + 2t$.

Kết luận: Đúng.

b) Tọa độ điểm M :

$$t = 100, \text{ tọa độ } M \text{ là } (1 + 3 \cdot 100, 2 - 4 \cdot 100, 3 + 2 \cdot 100) = (301, -398, 203).$$

Kết luận: Đúng.

c) Tính quãng đường AB :

$$\text{Quãng đường } s = v \cdot t = 5 \cdot 100 = 500 \text{ m}.$$

Kết luận: Đúng.

d) Góc tạo với mặt phẳng Oxy :

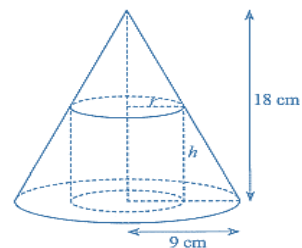
$$\text{Hệ số góc với mặt phẳng } Oxy \text{ là } \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2}}.$$

$$\cos \theta = \frac{2}{5} \text{ không tương ứng với góc } 45^\circ.$$

Kết luận: Sai.

▣ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy r (cm), chiều cao h (cm) nội tiếp hình nón có bán kính đáy 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn hàng đơn vị của cm)



Hình 2

đến

Lời giải

Đáp án: 6 cm.

$$\text{Ta có } \frac{r}{9} = \frac{18-h}{18} \Rightarrow h = 18 - 2r \quad (0 < r < 9).$$

$$\text{Thể tích của hình trụ: } V = \pi r^2 h = \pi r^2 (18 - 2r) = 2\pi (9r^2 - r^3).$$

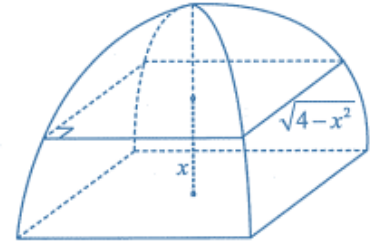
$$V' = 2\pi (18r - 3r^2) = 6\pi (6r - r^2); \quad V' = 0 \Leftrightarrow r = 0 \text{ hoặc } r = 6.$$

Bảng biến thiên

r	0	6	9	
V'		+	0	-
V		↗ ↘		

Từ đó, V đạt giá trị lớn nhất khi $r = 6\text{ cm}$.

Câu 2: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}(m)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Hình 3

Lời giải

Đáp án: $5,3\text{ m}^3$.

Diện tích mặt cắt: $S(x) = (\sqrt{4-x^2})^2 = 4-x^2$.

Thể tích cái màn: $V = \int_0^2 S(x)dx = \int_0^2 (4-x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \frac{16}{3} \approx 5,3(m^3)$

Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên Nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,56.

Gọi A là biến cố “Nhân viên nam được chọn có bằng đại học”; B là biến cố “Nhân viên nữ được chọn có bằng đại học”; C là biến cố “Chỉ 1 trong 2 nhân viên có bằng đại học”.

Ta cần tính $P(B|C)$. Ta có

$$P(B|C) = \frac{P(BC)}{P(C)} = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{B}A) + P(\bar{A}B)} = \frac{9}{16} = 0,5625 \approx 0,56$$

Câu 4: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải

Đáp án: 0,42.

Gọi A là biến cố “ An lấy được thẻ ghi số chẵn”; B là biến cố “ X chia hết cho 2”

Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})};$$

$$P(A) = \frac{4}{9}; P(\bar{A}) = \frac{5}{9}; P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}.$$

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{31}{33}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{22}{53} \approx 0,42$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo góc \widehat{AMB} lớn nhất. Khi đó giá trị $A+b+c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1,27.

Do M thuộc mặt phẳng (P) và $MA=MB$ nên M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , trong đó (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

+ Tìm được $(Q): y+z=0$

+ Khi đó M thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$ với $d=(P) \cap (Q) \Rightarrow M(1+3t; -t; t)$.

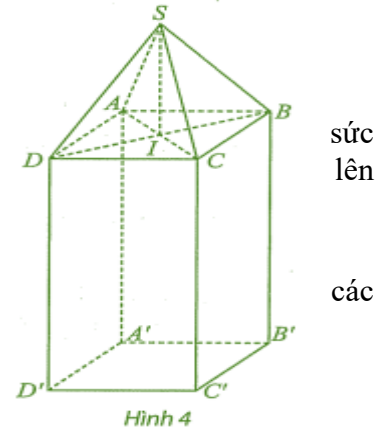
+ Ta có $\overline{AM} = (3t-1; -t-2; t), \overline{BM} = (3t-1; -t; t+2)$

$$\Rightarrow \cos(\overline{AM}, \overline{BM}) = \frac{(3t-1)^2 + 2(t^2+2t)}{(3t-1)^2 + t^2 + (t+2)^2} = \frac{11t^2 - 2t + 1}{11t^2 - 2t + 5} = 1 - \frac{4}{11t^2 - 2t + 5}.$$

Suy ra \widehat{AMB} lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{11}\right)$

$\Rightarrow S = a + b + c = \frac{14}{11} \approx 1,27$

Câu 6: Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng tám kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60cm để lắp ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



Lời giải

Đáp án: 1,98.

$D\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.

Gọi $I = AC \cap BD$ suy ra $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1\right)$.

$BD = \frac{\sqrt{2}}{2}; IB = ID = \frac{\sqrt{2}}{4}; SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$.

Vậy $S\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{94}}{20} + 1\right)$, suy ra $a + b + c \approx 1,98$

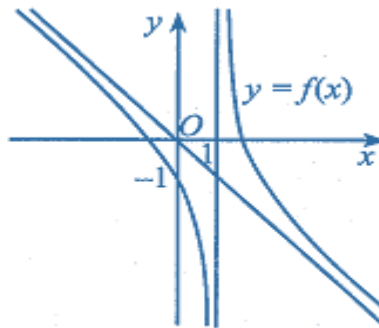
-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

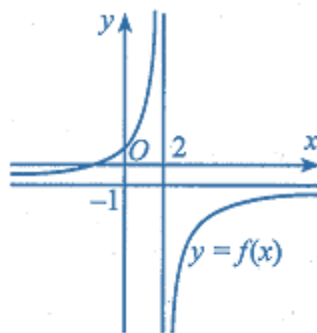
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như Hình 1. Phát biểu nào sau đây là đúng?



Hình 1

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. $x = -1$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = 2$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 10^x$?

A. $y = 10^x \ln 10$. B. $y = 10^x$. C. $y = \frac{10^{x+1}}{x+1}$. D. $y = \frac{10^x}{\ln 10}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$. B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.
 C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$. D. $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình

A. $c(x - x_0) + b(y - y_0) + a(z - z_0) = 0$. B. $b(x - x_0) + a(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.
 C. $c(x - x_0) + a(y - y_0) + b(z - z_0) = 0$. D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ bán kính R có phương trình là

A. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$. B. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$.
 C. $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$. D. $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Câu 7: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ và tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a) = m$ thì

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .
 D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

A. $y' = \sin x$. B. $y' = -\sin x$. C. $y' = \cos x$. D. $y' = -\cos x$.

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

$$\text{A. } \bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{m}}.$$

$$\text{B. } \bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{n}}.$$

$$\text{C. } \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{m}.$$

$$\text{D. } \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}.$$

Câu 10: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

$$\text{A. } \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}.$$

$$\text{B. } \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}.$$

$$\text{C. } \frac{P(B)}{P(A).P(B|A)}.$$

$$\text{D. } \frac{P(A)}{P(B).P(B|A)}.$$

Câu 11: Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 16cm$, bậc thứ nhất có độ cao $u_1 = 16cm$. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

$$\text{A. } 21cm.$$

$$\text{B. } 80cm.$$

$$\text{C. } 96cm.$$

$$\text{D. } 64cm.$$

Câu 12: Một đồ chơi có dạng khối chóp tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

$$\text{A. } 9288cm^3.$$

$$\text{B. } 1048cm^3.$$

$$\text{C. } 3096cm^3.$$

$$\text{D. } 1032cm^3.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$

$$\text{a) } f'(x) = 2 \cos x - 1.$$

$$\text{b) } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{c) Tập hợp nghiệm của phương trình } f'(x) = 0 \text{ trên đoạn } [0; \pi] \text{ là } \left\{ \frac{\pi}{3} \right\}.$$

$$\text{d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số } f(x) = 2 \sin x - x \text{ trên đoạn } [0; \pi] \text{ là } \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}.$$

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

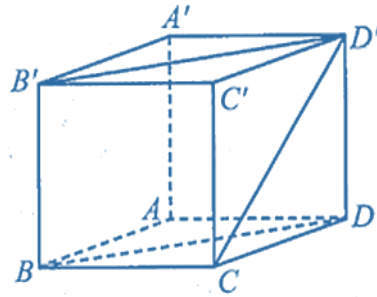
a) Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó $V_1 = \pi \int_0^4 x dx$.

b) Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó $V_2 = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx$.

c) Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π .

d) Một vật thể A có hình dạng được tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo centi mét). Thể tích của vật thể đó (làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị centi mét khối) là $37,7\text{cm}^3$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (Hình 3).



Hình 3

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng a .
- Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng 45° .
- Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .
- Góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng 45° .

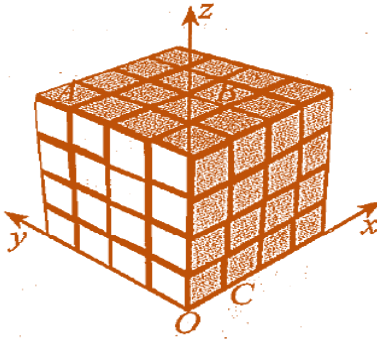
Câu 4: Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : " lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I"; B : "Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I".

- $P(B|A) = \frac{16}{23}$.
- $P(B|A) = \frac{15}{23}$.
- $P(B|A) = \frac{8}{23}$.
- $P(B|A) = \frac{7}{23}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Trong điều kiện nuôi cấy thích hợp, cứ 20 phút vi khuẩn E.Coli lại phân đôi một lần. Giả sử lúc đầu có 5 vi khuẩn và sau n phút ($n \in \mathbb{N}$) có hơn 2.000 vi khuẩn. Giá trị nhỏ nhất của n là bao nhiêu?

Câu 2: Một khối Rubik 4 x 4 được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (Hình 4). Xét mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(0;3;4), B(2;1;4), C(1;0;0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị)



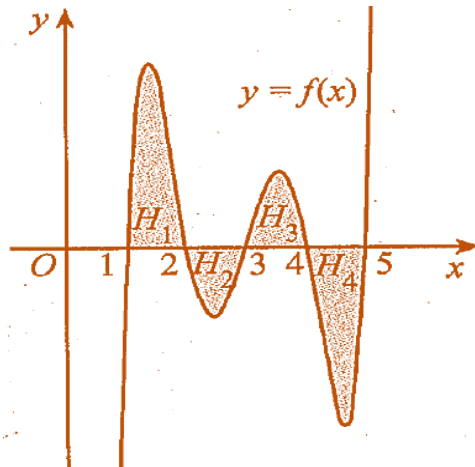
Hình 4

Câu 3: Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 4: Một hãng điện thoại đưa ra quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí càng nhập nhiều chiếc điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

Câu 5: Gọi $H_1; H_2; H_3; H_4$ là các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$ và trục hoành với x lần lượt thuộc các đoạn $[1; 2], [2; 3], [3; 4], [4; 5]$ (Hình 5). Biết rằng các hình $H_1; H_2; H_3; H_4$ lần lượt có diện tích bằng

$\frac{9}{4}, \frac{11}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{4}$. Giá trị $\int_1^5 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?



Hình 5

Câu 6: Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

----- HẾT -----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

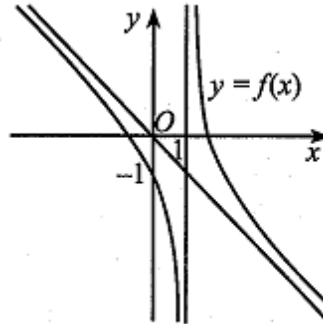
+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ

thị như *Hình 1*. Phát biểu nào sau đây là đúng?



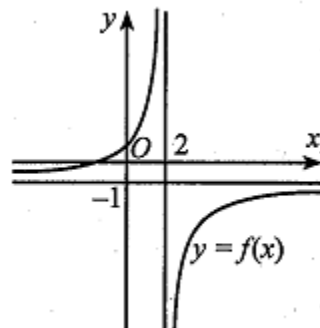
Hình 1

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đồ thị từ trái sang phải đi xuống

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như *Hình 2*.



Hình 2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. $x = -1$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 3: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 10^x$?

- A. $y = 10^x \ln 10$. B. $y = 10^x$. C. $y = \frac{10^{x+1}}{x+1}$. D. $y = \frac{10^x}{\ln 10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Áp dụng công thức tính đạo hàm $(a^x)' = a^x \cdot \ln a \Rightarrow (10^x)' = 10^x \cdot \ln 10$

Vậy $\int 10^x dx = \frac{10^x}{\ln 10}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

- A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$. B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.
C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$. D. $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình

- A. $c(x - x_0) + b(y - y_0) + a(z - z_0) = 0$. B. $b(x - x_0) + a(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.
C. $c(x - x_0) + a(y - y_0) + b(z - z_0) = 0$. D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm VTPT có phương trình là :

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ bán kính R có phương trình là

- A. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$. B. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$.
C. $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$. D. $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ và bán kính R có phương trình là : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

Câu 7: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ và tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a) = m$ thì

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .
- C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .
- D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $y' = \sin x$.
- B. $y' = -\sin x$.
- C. $y' = \cos x$.
- D. $y' = -\cos x$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{m}}$.

B. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{n}}$.

C. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{m}$.

D. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$$

Câu 10: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

B. $\frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$.

C. $\frac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$.

D. $\frac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A) \cdot P(B \setminus A)}{P(B)}$$

Câu 11: Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 16\text{cm}$, bậc thứ nhất có độ cao $u_1 = 16\text{cm}$. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

- A. 21cm . B. 80cm . C. 96cm . D. 64cm .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{cases} u_1 = 16 \\ d = 16 \end{cases}$$

Bậc thứ 5 có độ cao so với mặt sàn tầng 1 : $u_5 = u_1 + 4d = 16 + 16 \cdot 4 = 80$ (cm)

Câu 12: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là 2cm và 12cm , chiều cao là 18cm . Thể tích của đồ chơi đó bằng

- A. 9288cm^3 . B. 1048cm^3 . C. 3096cm^3 . D. 1032cm^3 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Diện tích đáy bé : $S = 2^2 = 4$

Diện tích đáy lớn : $S' = 12^2 = 144$.

Chiều cao $h = 18$.

Thể tích khối chóp cụt tứ giác đều là :

$$V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) = \frac{1}{3} \cdot 18(4 + 144 + \sqrt{4 \cdot 144}) = 1032(\text{cm}^3)$$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S

Ta có $f'(x) = 2 \cos x - 1$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Khi đó với $x \in [0; \pi]$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}, f(\pi) = -\pi$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên $[0; \pi]$ là $-\pi$.

Câu 2: Đáp án: a) Đ, b) S, c) S, d) S.

Ta có: $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$; $V_2 = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx = 2\pi$.

Khi đó, $V_1 - V_2 = 6\pi$. Vậy thể tích của vật thể A là $6\pi \approx 18,8(\text{cm}^3)$.

Câu 3: Đáp án: a) **D**, b) **D**, c) **S**, d) **D**.

Vì $AB \perp BB'$, $B'C' \perp BB'$ nên $d(AB, B'C') = BB' = a$.

Do $AB \parallel A'B'$ nên $(AB, B'D') = (A'B', B'D') = 45^\circ$.

Vì $DD' \perp (ABCD)$ nên $(CD', (ABCD)) = (CD', CD) = 45^\circ$.

Ta có $B'C' \perp BB'$, $B'D' \perp BB'$ nên góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng $\widehat{D'B'C'} = 45^\circ$.

Câu 4: Đáp án: a) **S**, b) **S**, c) **D**, d) **D**.

Ta có: $P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$; $P(\bar{A}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II. Suy ra

$$P(B|A) = \frac{15}{23}.$$

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II. Suy ra

$$P(B|\bar{A}) = \frac{16}{23}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{15}{23} = \frac{8}{23};$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{16}{23} = \frac{7}{23}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đáp số: 173.

Sau n phút thì số vi khuẩn E. coli là $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}}$.

Theo giả thiết, $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}} > 2000 \Rightarrow n > 40 \log_2 20 \approx 172,88$. Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 173.

Câu 2: Đáp số: 71

Ta có: $\overline{AB} = (2; -2; 0)$, $\overline{AC} = (1; -3; -4)$ và $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (8; 8; -4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

$$\text{Khi đó, } \cos((P), (Oxy)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng khoảng 71° .

Câu 3: Đáp số: 6.

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3^2.$$


Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

Câu 4: Đáp số: 1000

Số tiền hăng thu được khi đại lí nhập x chiếc điện thoại là $f(x) = x(6\,000 - 3x)$.

Ta có: $f'(x) = -6x + 6\,000$. Khi đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1\,000$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	0	1000	2000	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			3000000	
	0			0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hăng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3 000 000 000 (đồng).

Câu 5: Đáp số: 0

$$\text{Ta có: } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx + \int_4^5 f(x) dx$$

$$= \int_1^2 |f(x)| dx - \int_2^3 |f(x)| dx + \int_3^4 |f(x)| dx - \int_4^5 |f(x)| dx$$

$$= S_{H_1} - S_{H_2} + S_{H_3} - S_{H_4} = \frac{9}{4} - \frac{11}{12} + \frac{11}{12} - \frac{9}{4} = 0$$

Câu 6: Đáp số: 0,49

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyên”;

B : “Chọn được học sinh nữ”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6$; $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\bar{A}) = 0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49.$$

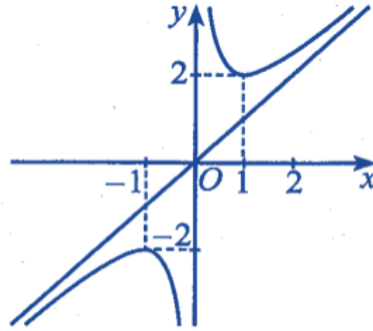
-----HÉT-----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.

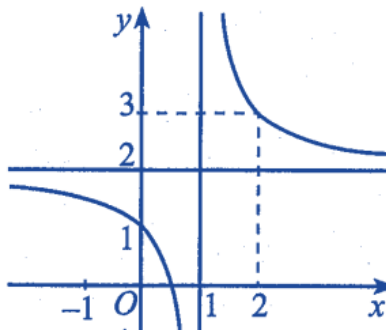


Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(6; -7; 8)$.

B. $(-6; 7; 8)$.

C. $(6; 7; -8)$.

D. $(6; 7; 8)$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$.

B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$.

D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

$$D. s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vector \vec{k} là:

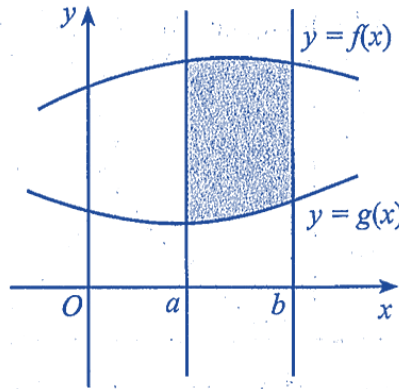
A. (1;1;1).

B. (1;0;0).

C. (0;1;0).

D. (0;0;1).

Câu 10: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như Hình 3.



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 11: Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9, F(2) = 5$.

Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. -4.

B. 14.

C. 4.

D. 45.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?

A. -6.

B. 18.

C. $3\sqrt{6}$.

D. -18.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$.

a) Vector có tọa độ $(2;1;6)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b) Vector có tọa độ $(1; 2; -2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

c) Côsin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$ bằng $\frac{7}{39\sqrt{2}}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng 83° .

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

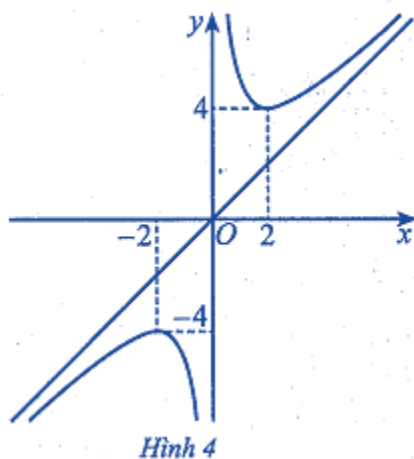
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệt tinh $A(0; 4; 5)$, $B(0; 5; 4)$, $C(1; 3; 3)$, $D(1; -1; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vệt tinh đến điểm M lần lượt là $AM = 5$, $BM = 5$, $CM = 3$, $DM = 3$.

a) $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$.

b) $(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9$.

c) $b = c$.

d) $M(1;1;1)$.

Câu 4: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

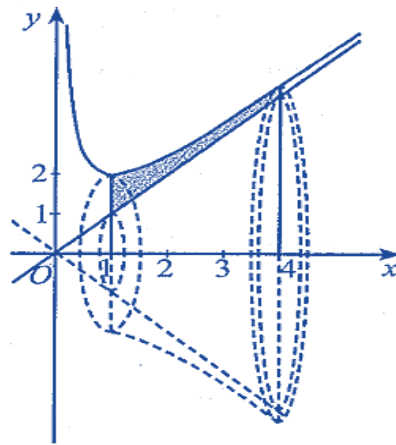
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình 4). Thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó bằng bao nhiêu decimet khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 4

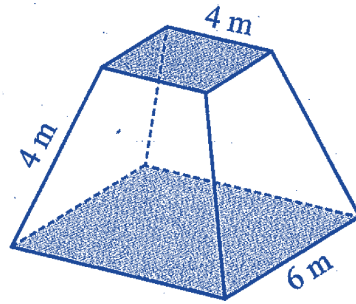
Câu 2: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng?

Câu 3: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 4: Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai ô đất thí nghiệm A , B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A , B lần lượt là $0,61$ và $0,7$. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m (Hình 5).



Hình 5

Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/ m^3 . Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?

----- HẾT -----

MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Cấp độ tư duy									Tổng	Tỷ lệ
		Phần I			Phần II			Phần III				
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
11	Lượng giác	0	0	0	0	2	0	0	0	0	4	10%
	Dãy số, CSC-CSN	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Mũ – Logarit	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5%
	Hình học không gian	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5%
	Lý thuyết đồ thị	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,5%
	Xác suất cổ điển	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	5%
12	Xác suất	0	0	0	0	1	2	0	0	0	3	7,5%
	Hàm số	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	7,5%
	Vecto trong không gian	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Nguyên hàm – Tích phân	2	0	0	1	3	0	0	0	1	7	17,5%
	Mẫu số liệu ghép nhóm	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,5%
	Hình học Oxyz	2	0	0	0	3	1	0	0	1	7	17,5%
Tổng Tỷ lệ Điểm tối đa		10	2	0	4	9	3	0	0	6	34	100%
		29%	6%	0%	12%	26%	9%	0%	0%	18%	100%	100%
		3			4			3			10	100%

Nhận xét:

– Đề thi cơ bản đảm bảo đúng cấu trúc, định dạng đề thi tương tự như đề thi minh họa đã được Bộ GD&ĐT công bố. Cấu trúc đề thi gồm 3 phần với 34 ý hỏi, cụ thể như sau:

+ Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn gồm 12 câu thuộc cấp độ biết và hiểu.

+ Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu, mỗi câu 4 ý và được sắp xếp từ cấp độ biết – vận dụng.

+ Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn gồm 6 câu và đều ở cấp độ vận dụng.

– Về phạm vi kiến thức:

+ Chương trình lớp 11: Đề thi có 30% các ý hỏi (12 ý), xoay quanh các chuyên đề về hình học không gian; lượng giác; dãy số – cấp số cộng – cấp số nhân; mũ – logarit; xác suất cổ điển; lý thuyết đồ thị. Đặc biệt, câu hỏi thuộc phần lý thuyết đồ thị (câu 2 – phần III) là phần kiến thức thuộc chuyên đề học tập toán – phần kiến thức không phải học sinh nào cũng bắt buộc học tập.

+ Chương trình lớp 12: Đề thi có 70% các ý hỏi (22 ý) bao phủ tất cả các chuyên đề lớp 12.

– Về phạm vi mức độ nhận thức:

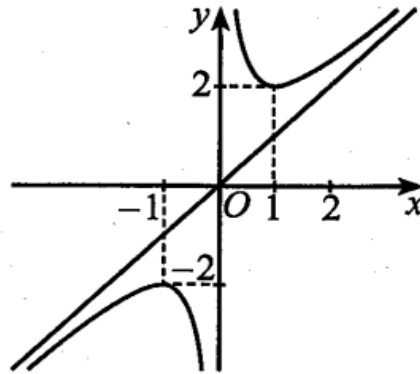
+ Đề thi có 25 ý hỏi thuộc cấp độ biết – hiểu: (chiếm khoảng 73%, tương ứng với khoảng 6 điểm). Để hoàn thành tốt các ý hỏi này, học sinh cần nắm vững toàn diện các kiến thức nền tảng, từ đó có các bước tư duy và lập luận, giải quyết các vấn đề toán học cơ bản.

+ Đề thi có 9 ý hỏi ở cấp độ vận dụng: (chiếm khoảng 27%, tương ứng với khoảng 4 điểm) tập trung vào các bài toán ứng dụng thực tế, liên môn và thuộc các chuyên đề hàm số, nguyên hàm – tích phân, xác suất, hình học không gian và hình học. Để xử lý các ý hỏi này, học sinh phải có năng lực, kiến thức vững chắc, đồng thời cần có sự bình tĩnh và nhanh nhạy cũng như tư duy nhạy bén để có thể mô hình hóa toán học, giải quyết các vấn đề toán học khó.

ĐÁP ÁN, LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như *Hình 1*.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

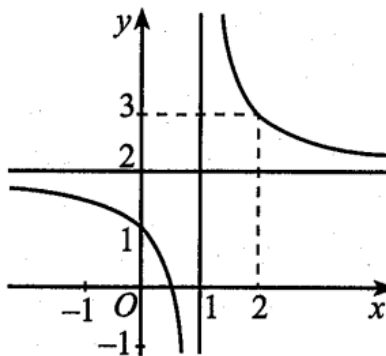
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như *Hình 2*.



Hình 2

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ với C là hằng số.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$ là một phương trình tham số của đường thẳng.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x - 6)^2 + (y + 7)^2 + (z - 8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tọa độ tâm $I(6; -7; 8)$ và bán kính $R = 9$

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$.

B. $P(A) = P(B).P(A|B) - P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

C. $P(A) = P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) - P(B).P(A|B)$.

D. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Chọn D

Công thức đúng là $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

Lời giải

Chọn C

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 9: Trong không gian *Oxyz*, tọa độ của vectơ \vec{k} là:

A. (1;1;1).

B. (1;0;0).

C. (0;1;0).

D. (0;0;1).

Lời giải

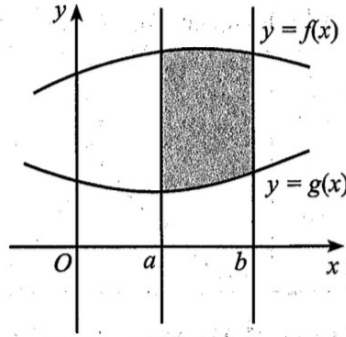
Chọn D

Tọa độ của véc-tơ $\vec{k} = (0;0;1)$.

Câu 10:

Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đồ thị như Hình

3.



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$ B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

C. $S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx.$ D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào Hình 3, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 11:

Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng

$F(1) = 9, F(2) = 5$. Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. -4.

B. 14.

C. 4.

D. 45.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 5 - 9 = -4.$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?

- A. -6. B. 18. C. $3\sqrt{6}$. D. -18.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ là

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 + 1 - 16|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{7\sqrt{6}}{3}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Đáp án: a) **S** b) **Đ** c) **Đ** d) **S**

• Vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; 12; -13)$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -2)$

• Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là $\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{7}{13\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{7}{39\sqrt{2}}$. Khi đó,

góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là $\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{7}{39\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 7^\circ$.

Câu 2: Đáp án: a) **S** b) **Đ** c) **S** d) **Đ**.

Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ nên mệnh đề sai.

b) $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$	-4	$+\infty$

Mệnh đề sai vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng

$$V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

• Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó $V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Vậy thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Câu 2: **Đáp số: 20**

Gọi $u_0 = 60$ (triệu đồng), còn u_n (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) tháng gửi tiết kiệm.

Khi đó, ta có $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100}u_n = 1,005u_n$.

Suy ra dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 1,005$ và có $u_n = 60 \cdot 1,005^n$.

Ta xét bất phương trình $60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1$. Vì $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$ và $(n \in \mathbb{N}^*)$ nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.

Câu 3: **Đáp số: 68.**

Ta có: $\overline{MN} = (-1; 2; -2)$, $\overline{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó:

$$\cos(a, b) = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{PQ}|}{|\overline{MN}| \cdot |\overline{PQ}|} = \frac{8}{21}, \text{ suy ra } (a, b) \approx 68^\circ.$$

Câu 4: **Đáp số: 0,46**

Xét các biến cố:

A : "Cây phát triển bình thường trên ô đất A ";

B : "Cây phát triển bình thường trên ô đất B ".

Các cặp biến cố \overline{A} và B , A và \overline{B} là độc lập vì hai ô đất khác nhau.

Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Ta có: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,61 = 0,39$; $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là:

$$\begin{aligned} P(C \cup D) &= P(C) + P(D) = P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\overline{B}) \\ &= 0,39 \cdot 0,7 + 0,61 \cdot 0,3 \approx 0,46. \end{aligned}$$

Câu 5: **Đáp số: 4,74**

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x).$$

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

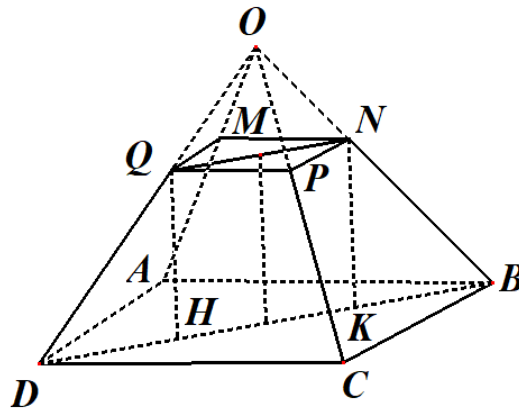
x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với $f(13) = 4738,5$, $f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Câu 6.

Đáp số: 142

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác BNQD là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2 . Thể tích của khối chóp cụt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}$$

-----**HẾT**-----