

DẠY SỐ CẶP SỐ CỘNG CẶP SỐ NHÂN

TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM





MỤC LỤC

Bài 1. DẪY SỐ

A. Lý thuyết

1. Dãy số	3
2. Cách xác định dãy số.....	3
3. Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn	4
4. Dãy số bị chặn	4

B. Các dạng bài tập

☞ Dạng 1. Tìm số hạng của dãy số từ dãy số cho trước.....	5
☞ Dạng 2. Tính tăng – giảm của dãy số.....	11
☞ Dạng 3. Tính bị chặn của dãy số	15

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	18
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	20
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	22

Bài 2. CẤP SỐ CỘNG

A. Lý thuyết

1. Cấp số cộng.....	24
2. Số hạng tổng quát.....	24
3. Tính chất các số hạng của cấp số cộng.....	24
4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng.....	25

B. Các dạng bài tập

☞ Dạng 1. Xác định dãy đã cho là cấp số cộng	26
☞ Dạng 2. Xác định các yếu tố qua số hạng tổng quát.....	28
☞ Dạng 3. Tính chất cấp số cộng.....	31
☞ Dạng 4. Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng	34

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	38
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	40
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	42

Bài 3. CẤP SỐ NHÂN

A. Lý thuyết

1. Cấp số nhân.....	44
2. Số hạng tổng quát.....	44
3. Tính chất các số hạng của cấp số nhân.....	44
4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng.....	45

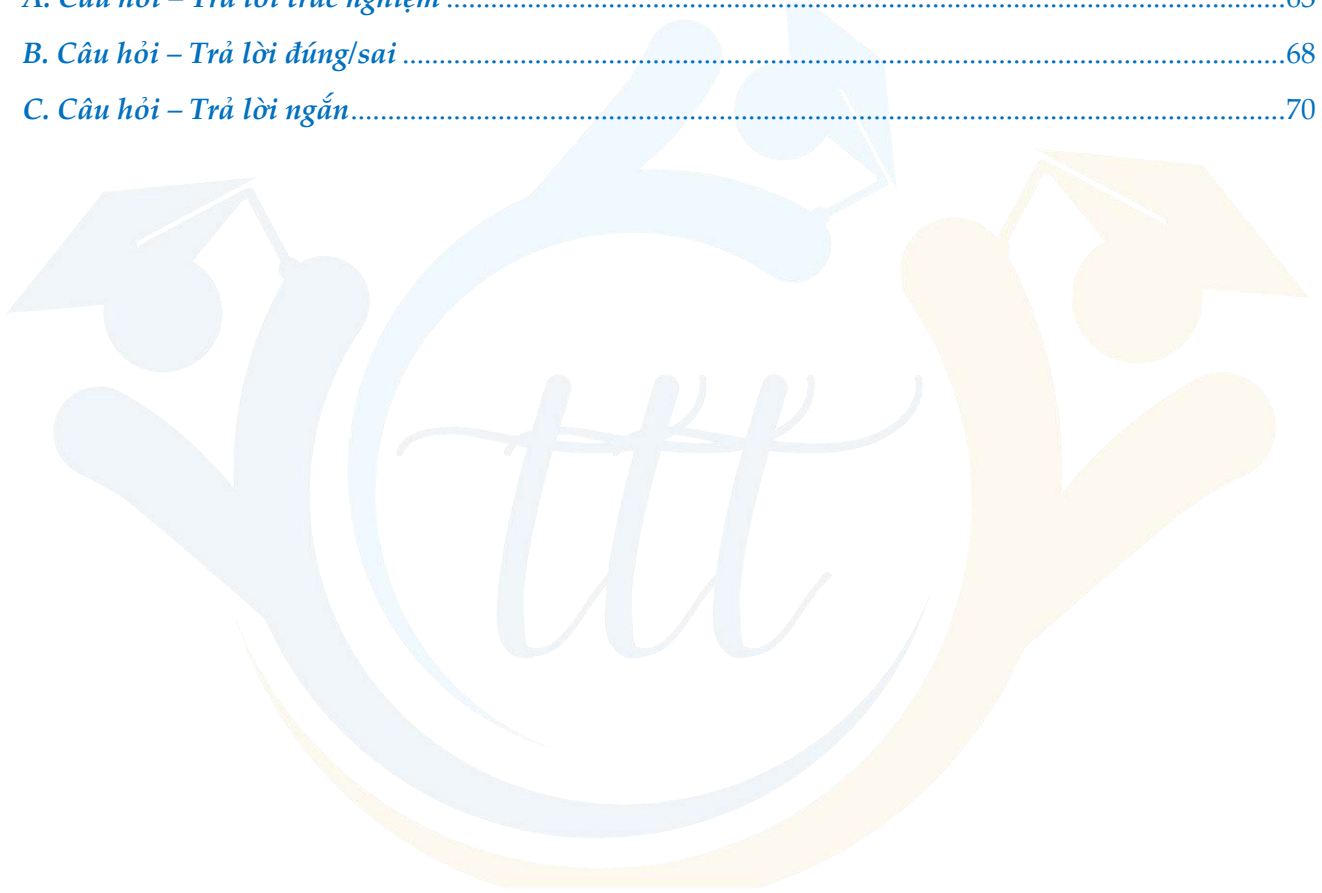


B. Các dạng bài tập

☞ Dạng 1. Xác định dãy đã cho là cấp số nhân	46
☞ Dạng 2. Xác định các yếu tố qua số hạng tổng quát.....	48
☞ Dạng 3. Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân.....	50
☞ Dạng 4. Cấp số nhân liên quan hình học	52
☞ Dạng 5. Nghiệm của phương trình liên quan cấp số nhân	56
☞ Dạng 6. Cấp số nhân & cấp số cộng.....	58
☞ Dạng 7. Bài toán thực tế liên quan cấp số nhân	60

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	63
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	68
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	70



TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 1.

DẪY SỐ

A

Lý thuyết

1. Dãy số



Định nghĩa:

- Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương \mathbb{N}^* được gọi là một dãy số vô hạn. Nghĩa là:

$$u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$
$$n \mapsto u_n = u(n).$$

Dãy số trên được kí hiệu là (u_n)

Dạng khai triển của dãy số (u_n) là: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$



Chú ý

- $u_1 = u(1)$ là số hạng đầu,
 $u_n = u(n)$ là số hạng thứ n (số hạng tổng quát) của dãy số.
- Nếu $u_n = C, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì ta nói (u_n) là dãy số không đổi.
- Hàm số u xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ thì được gọi là một dãy số hữu hạn.
- Dạng khai triển của dãy số này là: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$, trong đó u_1 là số hạng đầu, u_m là số hạng cuối.

2. Cách xác định dãy số



- Một dãy số có thể được cho bằng các cách sau:

- Cho bằng liệt kê các số hạng.
- Cho bằng công thức của số hạng tổng quát.
- Cho bằng phương pháp truy hồi.
Tức là: + Cho số hạng đầu.
+ Cho hệ thức truy hồi, tức là hệ thức biểu thị số hạng thứ n qua số hạng đứng trước nó.
- Cho bằng phương pháp mô tả.



3. Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn



Định nghĩa:

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.



Chú ý

Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm.

Chẳng hạn:

Dãy số (u_n) với $u_n = (-3)^n$ tức là dãy $-3, 9, -27, 81, \dots$ không tăng cũng không giảm.

4. Dãy số bị chặn



Định nghĩa:

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số $M: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số $m: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

Tức là tồn tại các số $m, M: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$



Chú ý

(1) Dãy tăng sẽ bị chặn dưới bởi u_1

(2) Dãy giảm sẽ bị chặn trên bởi u_1

TOÁN TỪ TÂM



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm số hạng của dãy số từ dãy số cho trước



Phương pháp

Ở dạng này, ta có 4 bài toán thường gặp:

** Bài toán 1: Cho dãy số (u_n) : $u_n = f(n)$. Hãy tìm số hạng u_k .

** Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .

** Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .

** Bài toán 4: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$. Trong đó $f(\{n, u_n\})$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n . Hãy tìm số hạng u_k .

** Bài toán 1: Cho dãy số (u_n) : $u_n = f(n)$. Hãy tìm số hạng u_k .

✓ **Cách 1. Tự luận:** Thay trực tiếp $n = k$ vào $u_n = 2n + 3$.

✓ **Cách 2. Dùng máy tính:** » Nhập: $f(n)$ CALC X = k
» Bấm = → Kết quả

** Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .

✓ **Cách 1. Tự luận:**

Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2 , thế u_2 vào u_3, \dots , thế u_{k-1} vào u_{k+1} .

✓ **Cách 2. Dùng máy tính:** Cách lập quy trình bấm máy:

» Nhập giá trị của số hạng u_1 : $a \Rightarrow$ ANS

» Nhập biểu thức của $u_{n+1} = f(u_n)$

» Lặp dấu = lần thứ $\boxed{k-1}$ cho ra giá trị của số hạng u_k .

** Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .

✓ **Cách 1. Tự luận:**

Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2 , thế u_2 vào u_3, \dots , thế u_{k-1} vào u_{k+1} .

✓ **Cách 2. Dùng máy tính:** Cách lập quy trình bấm máy:

\boxed{A} : chứa giá trị của u_n

\boxed{B} : chứa giá trị của u_{n+1}



\boxed{C} : chứa giá trị của u_{n+2}

» Nhập $\boxed{C = c.B + d.A + e : A = B : B = C}$

» Bấm = rồi cho $B = b$, ấn =, nhập $A = a$ ấn =

» Lập dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ $k-2$ giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng u_k .

*** Bài toán 4:** Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(n, u_n) \end{cases}$. Trong đó $f(n, u_n)$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n . Hãy tìm số hạng u_k .

✓ **Cách 1.** *Tự luận:*

Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2 ; thế $\{2, u_2\}$ vào u_3 ; ...; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k .

✓ **Cách 2.** *Dùng máy tính:* Cách lập quy trình bấm máy:

\boxed{A} : chứa giá trị của n

\boxed{B} : chứa giá trị của u_n

\boxed{C} : chứa giá trị của u_{n+1}

Lập công thức tính u_{n+1}

» Gán $A = \boxed{A} + 1$; $\boxed{B} := \boxed{C}$ để tính số hạng tiếp theo của dãy

» Lập dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ $k-1$ giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng u_k .



Ví dụ 1.1.

- (1) Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên chia cho 5 dư 1 theo thứ tự tăng dần. Xác định số hạng tổng quát của dãy số.
- (2) Viết dãy số hữu hạn gồm năm số hạng đầu của dãy số trong câu a. Xác định số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số hữu hạn này.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

- (1) Viết năm số hạng đầu của dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = n!$.
- (2) Viết năm số hạng đầu của dãy số Fibonacci (F_n) cho bởi hệ thức truy hồi

$$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n \geq 3) \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát cho bởi:

- (1) $u_n = 3n - 2$
- (2) $u_n = 3 \cdot 2^n$
- (3) $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$. Tìm số hạng u_6 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.5.

Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.6.

Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10} .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.7.

Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.8.

Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11} .

Lời giải

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



TOÁN TỪ TÂM



➤ Dạng 2. Tính tăng - giảm của dãy số



Phương pháp

- Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số tăng** nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số giảm** nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

❖ Cách 1:

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$

⊙ Nếu $u_{n+1} - u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.

⊙ Nếu $u_{n+1} - u_n < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

❖ Cách 2:

Khi $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

⊙ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.

⊙ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

❖ Tính chất:

(1) Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow \\ (v_n) \uparrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \uparrow$ (2) Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow \\ (v_n) \downarrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \downarrow$

(3) Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \uparrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \uparrow$

(4) Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \downarrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \downarrow$

(5) Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \uparrow$ và dãy số $((u_n)^m) \uparrow \forall m \in \mathbb{N}^*$

(6) Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \downarrow$ và dãy số $((u_n)^m) \downarrow \forall m \in \mathbb{N}^*$

(7) Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \downarrow$

(8) Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \uparrow$

❖ Một vài kết quả về dạng toán tăng - giảm dãy số:

(1) Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$	<ul style="list-style-type: none"> ⊙ Tăng khi $a > 0$ ⊙ Giảm khi $a < 0$
(2) Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$	<ul style="list-style-type: none"> ⊙ Tăng khi $q > 1$ ⊙ Giảm khi $0 < q < 1$ ⊙ Không tăng, không giảm khi $q < 0$



(3) Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ với điều kiện $cn+d > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$	<ul style="list-style-type: none"> ⊗ Tăng khi $ad-bc > 0$ ⊗ Giảm khi $ad-bc < 0$
(4) Dãy số đơn điệu cũng là dãy số không tăng, không giảm	
(5) Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $(q^n \cdot u_n)$ không tăng, không giảm	
(6) Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$	<ul style="list-style-type: none"> ⊗ Tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ ⊗ Giảm nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$ ⊗ Không tăng không giảm nếu $a < 0$
(7) Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> ⊗ Tăng nếu $\begin{cases} ad-bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ ⊗ Giảm nếu $\begin{cases} ad-bc > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$
(8) Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$	không tăng không giảm nếu $ad-bc < 0$



Ví dụ 2.1.

Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết

(1) $u_n = 3n + 6.$

(2) $u_n = \frac{n+5}{n+2}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Xét tính tăng giảm của các dãy số sau:

(1) Dãy số (u_n) với $u_n = 2n^3 - 5n + 1$.

(2) Dãy số (u_n) với $u_n = 3^n - n$.

(3) Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

(4) Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Lời giải

A series of horizontal dotted lines provided for writing the solution to the examples.





➤ Dạng 3. Tính bị chặn của dãy số



Phương pháp

- Dãy số (u_n) được gọi là **bị chặn trên** nếu tồn tại một số $M: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là **bị chặn dưới** nếu tồn tại một số $m: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là **bị chặn** nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

Tức là tồn tại các số $m, M: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

✓ **Phương pháp:** Chứng minh trực tiếp bằng các phương pháp chứng minh bất đẳng thức

✱ **Cách 1:** Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.

⊙ Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức
$$\begin{cases} u_n = f(n) \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^* \\ u_n = f(n) \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

✱ **Cách 2:** Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \dots + v_k + \dots + v_n$

⊙ Ta làm trội $v_k \leq a_k - a_{k+1}$

⊙ Lúc đó $u_n \leq (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \dots + (a_n - a_{n+1})$. Suy ra $u_n \leq a_1 - a_{n+1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

✱ **Cách 3:** Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \dots v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

⊙ Ta làm trội $v_k \leq \frac{a_{k+1}}{a_k}$

⊙ Lúc đó $u_n \leq \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \dots \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Suy ra $u_n \leq \frac{a_{n+1}}{a_1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

» **Chú ý:** Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới

✱ **Một vài kết quả về dạng toán dãy số bị chặn:**

- (1) Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($|q| \leq 1$) bị chặn
- (2) Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($q < -1$) không bị chặn
- (3) Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới
- (4) Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$
- (5) Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$
- (6) Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$, bị chặn trên nếu $a_m < 0$
- (7) Dãy số (u_n) có $u_n = q^n (a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0)$ với $a_m \neq 0$ và $q < -1$ không bị chặn
- (8) Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$
- (9) Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[m]{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$, bị chặn trên nếu $a_m < 0$
- (10) Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$



(1) Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$



Ví dụ 3.1.

Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết

(1) $u_n = \frac{-1}{2n+3}$.

(2) $u_n = \frac{n+5}{n+2}$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.2.

Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

(1) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 1}$

(2) $u_n = 3 \cdot \cos \frac{nx}{3}$

(3) $u_n = 2n^3 + 1$

(4) $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là?
- A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^n}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.
- » **Câu 2.** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?
- A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. B. $u_n = 2 + n^2$. C. $u_n = 2 + (n+1)^2$. D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.
- » **Câu 3.** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:
- A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. B. $u_n = \frac{n+1}{n}$. C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$. D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.
- » **Câu 4.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.
- A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.
- » **Câu 5.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
- A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.
- » **Câu 6.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
- A. Thứ 3. B. Thứ tư. C. Thứ năm. D. Thứ 6.
- » **Câu 7.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?
- A. 5. B. 6. C. 8. D. 9.
- » **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.
- A. 2. B. 4. C. 1. D. Không có.
- » **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .
- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. B. $u_{n+1} = 2^n + 1$. C. $u_{n+1} = 2(n+1)$. D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.
- » **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:
- A. $3^n + 1$. B. $3^n + 3$. C. $3^n \cdot 3$. D. $3(n+1)$.
- » **Câu 11.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:
- A. $3^n + 3$. B. 9^n . C. $3^n \cdot 3$. D. 4^{2n} .



- » **Câu 12.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .
A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.
- » **Câu 13.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .
A. $u_4 = \frac{5}{9}$. **B.** $u_4 = 1$. **C.** $u_4 = \frac{2}{3}$. **D.** $u_4 = \frac{14}{27}$.
- » **Câu 14.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $u_2 = \frac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \frac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \frac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \frac{63}{16}$.
- » **Câu 15.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là
A. $-3; 6; 9$. **B.** $3; -2; -7$. **C.** $3; 8; 13$. **D.** $3; 5; 7$.
- » **Câu 16.** Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số bằng:
A. 17 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 7
- » **Câu 17.** Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = 8 - 3n$. Tính u_4 .
A. 2. **B.** -7. **C.** -5. **D.** -4.
- » **Câu 18.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.
A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.
- » **Câu 19.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm
- » **Câu 20.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?
A. $u_n = \frac{1}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.
- » **Câu 21.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?
A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. **C.** $u_n = -3^n$. **D.** $u_n = \sqrt{n+4}$.
- » **Câu 22.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1
- » **Câu 23.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.
A. $a = 6$ **B.** $a > 6$ **C.** $a < 6$ **D.** $a \geq 6$
- » **Câu 24.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.
A. $a = 2$ **B.** $a > 2$ **C.** $a < 2$ **D.** $a \geq 2$



(a)	Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$		
(b)	Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$		
(c)	$-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)		
(d)	$-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)		

» Câu 37. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu tiên của dãy số là 1		
(b)	Số hạng $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$		
(c)	$u_4 > u_5$		
(d)	Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n)		

» Câu 38. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4040}$		
(b)	Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4043}$		
(c)	Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$		
(d)	Tổng các số hạng thứ 2021; 2022; 2023 và 2024 nhỏ hơn 2		

» Câu 39. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_3 = \frac{2}{3}$		
(b)	$u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$		
(c)	$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		

» Câu 40. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$		



(b)	$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$		
(c)	$u_{2024} < u_{2023}$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		

» Câu 41. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$		
(b)	$\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$		
(c)	$u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm		

» Câu 42. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$		
(b)	$u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(c)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm		
(d)	Dãy (u_n) là dãy số bị chặn		

» Câu 43. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(b)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		
(c)	$u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(d)	Dãy số đã cho bị chặn trên		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» Câu 44. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n^2}$. Hãy tính số hạng thứ 6 của dãy số. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

☞ Điền đáp số:

» Câu 45. Cho dãy số $(u_n): -3; -1; 1; 3; 5; \dots$. Một hệ thức truy hồi xác định dãy số đã cho có dạng

$$\begin{cases} u_1 = -b \\ u_{n+1} = a.u_n + 2 \end{cases} \text{ với } n \geq 1 \text{ và } a, b \text{ là các số tự nhiên. Tính } T = a + b$$

☞ Điền đáp số:

» Câu 46. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy?



Điền đáp số:

» Câu 47. Số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$ có dạng $u_n = a^n$, với a là số tự nhiên. Xác định giá trị của a .

Điền đáp số:

» Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-20; 20]$ để dãy số (u_n) với $u_n = \frac{mn+1}{n+1}$ là dãy số tăng.

Điền đáp số:

» Câu 49. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 4. Với mọi số nguyên dương $n \geq 2$, gọi A_n, B_n, C_n, D_n lần lượt là trung điểm của các cạnh $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$. Gọi S_n là diện tích của tứ giác $A_nB_nC_nD_n$. Kết quả của S_{12} có dạng $\left(\frac{a}{2}\right)^b$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Khi đó giá trị của $b-4a$ bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 2.

CẤP SỐ CỘNG

A

Lý thuyết

1. Cấp số cộng



Định nghĩa:

- Cấp số cộng** là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Nghĩa là:

$$u_{n+1} = u_n + d \text{ với } n \in \mathbb{N}^*$$

Số không đổi d được gọi là *công sai* của cấp số cộng.

- Đặc biệt:**

Khi $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi** (tất cả các số hạng đều bằng nhau).

2. Số hạng tổng quát



Định lý:

- Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát của nó được xác định theo công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 1.$$

3. Tính chất các số hạng của cấp số cộng



Định lý:

- Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số hạng cuối) đều bằng trung bình cộng của hai số hạng đứng liền kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 1.$$

- Hệ quả:** Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng $a + c = 2b$.



4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng



Định lý:

- Cho cấp số cộng (u_n) có công sai d .

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng).

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = n.u_1 + \frac{n(n-1)}{2}d.$$

Chứng minh

Ta có $S_n = u_1 + u_1 + d + u_1 + 2d + \dots + u_1 + (n-2)d + u_1 + (n-1)d$ (1).

Mà $S_n = u_n - (n-1)d + u_n - (n-2)d + \dots + u_n - 2d + u_n - d + u_n$ (2).

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được $2S_n = n(u_1 + u_n) \Rightarrow S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

Do $u_n = u_1 + (n-1)d$ nên $S_n = \frac{n[u_1 + u_1 + (n-1)d]}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

Nhận xét

- (1) Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$. (3)
- (2) Cấp số cộng (u_n) là một **dãy số tăng** khi và chỉ khi công sai $d > 0$.
- (3) Cấp số cộng (u_n) là một **dãy số giảm** khi và chỉ khi công sai $d < 0$.

TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định dãy đã cho là cấp số cộng



Phương pháp

Nếu (u_n) là một cấp số cộng với công sai d thì $u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Để chứng minh một dãy đã cho là 1 cấp số cộng thì ta chứng minh:

$$u_{n+1} - u_n = C \text{ với } C \text{ là một hằng số không đổi}$$



Ví dụ 1.1.

Cho (u_n) là một cấp số cộng có sáu số hạng với $u_1 = -2, d = 3$.

Viết khai triển của cấp số cộng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng. Tìm u_1 và d .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng?

(1) $u_n = 3n + 2$

(2) $u_n = 3^n - 1$

(3) $u_n = (n + 2)^2 - n^2$

(4) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3 - u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$

Lời giải



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng? Nếu là cấp số cộng, hãy tính số hạng đầu và công sai.

(1) $u_n = 2 - 3n$

(2) $u_n = \frac{n}{3} - 2$

(3) $u_n = \frac{1}{n} + 3$

(4) $u_n = 2^n + 4$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỬ TÂM



Dạng 2. Xác định các yếu tố qua số hạng tổng quát



Phương pháp

- Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát của nó được xác định theo công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 1.$$



Ví dụ 2.1.

Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -3, d = 7$. Tìm $u_{15}, u_{20}, u_{25}, u_{30}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 3. Tính chất cấp số cộng



Phương pháp

- Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số hạng cuối) đều bằng trung bình cộng của hai số hạng đứng liền kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 1.$$

- Hệ quả:** Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng $a + c = 2b$.
Đôi khi ta cũng viết $b - a = c - b$ sẽ thuận lợi hơn trong việc giải toán.

** Các bài toán thường gặp:

- Tìm ẩn x để 3 số đã cho lập thành cấp số cộng.
- Ba góc trong một tam giác.
- Ba nghiệm phân biệt tạo thành một cấp số cộng.



Ví dụ 3.1.

Ba số lập thành một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 2 và tổng bình phương của chúng bằng $\frac{14}{9}$. Tìm ba số hạng đó.

➤ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.2.

Tìm x biết ba số $10 - 3x, 3x^2 + 5, 5 - 4x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

➤ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Cho tam giác ABC có số đo ba góc lập thành một cấp số cộng và một góc có số đo bằng 25° . Tính số đo hai góc còn lại.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.4.

Tìm x để ba số a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, biết

(1) $a = 10 - 3x, b = 2x^2 + 3, c = 7 - 4x$

(2) $a = x + 1, b = 3x - 2, c = x^2 - 1$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.5.

Cho ba số dương a, b, c . Đặt $A = \frac{1}{b+c}, B = \frac{1}{c+a}, C = \frac{1}{a+b}$. Chứng minh rằng C, A, B theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi c^2, a^2, b^2 theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.6.

Cho tam giác ABC có $\cot A, \cot B, \cot C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng a^2, b^2, c^2 cũng lập thành cấp số cộng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.7.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^3 - 18x^2 + mx - 6 = 0$ có ba nghiệm phân biệt tạo thành một cấp số cộng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỬ TÂM



Dạng 4. Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng



Phương pháp

- Tìm u_1, d hoặc u_1, u_n và tính S_n theo một trong hai công thức sau:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

$$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$



Ví dụ 4.1.

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$.

Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.2.

Tính tổng $S = 100 + 105 + 110 + \dots + 995$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.3.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = -15, u_4 = 18$. Tính tổng S_n của 20 số hạng đầu tiên.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.6.

Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$ và công sai $d > 0$.

Tính tổng S_{2017} của 2017 số hạng đầu.

✎ Lời giải



Ví dụ 4.7.

Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính tổng S_{10} của 10 số hạng đầu.

✎ Lời giải

TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?
A. $1; -2; -4; -6; -8$. **B.** $1; -3; -6; -9; -12$. **C.** $1; -3; -7; -11; -15$. **D.** $1; -3; -5; -7; -9$.
- » **Câu 2.** Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $u_n = 2021^n$. **B.** $u_n = 2n + 2021$. **C.** $u_n = \frac{2}{n + 2021}$. **D.** $u_n = n^2 - 2$.
- » **Câu 3.** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = (-3)^{n+1}$. **C.** $u_n = 3n + 1$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.
- » **Câu 4.** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?
A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$. **B.** $u_n = 2^n, n \geq 1$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$. **D.** $u_n = 2n - 3, n \geq 1$
- » **Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 5 . **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** -5 . **D.** $\frac{7}{2}$.
- » **Câu 6.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng
A. 11 . **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 18 . **D.** 7 .
- » **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. $\frac{8}{3}$. **B.** 24 . **C.** 5 . **D.** 11 .
- » **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2022$ và công sai $d = 7$. Giá trị của u_6 bằng
A. 2043 . **B.** 2064 . **C.** 2050 . **D.** 2057 .
- » **Câu 9.** Tìm công sai d của cấp số cộng $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1; u_4 = 13$.
A. $d = 3$. **B.** $d = \frac{1}{4}$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = \frac{1}{3}$.
- » **Câu 10.** Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là
A. $u_2 = 4$ **B.** $u_2 = 0$ **C.** $u_2 = -4$ **D.** $u_2 = 3$
- » **Câu 11.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng
A. 1 . **B.** 3 . **C.** -2 . **D.** 2 .
- » **Câu 12.** Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho
A. $d = -5$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = 5$.
- » **Câu 13.** Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là $5; 9; 13; 17; \dots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?
A. $u_n = 4n + 1$. **B.** $u_n = 5n - 1$. **C.** $u_n = 5n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.
- » **Câu 14.** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$
A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 2n - 1$. **C.** $u_n = 2n + 1$. **D.** $u_n = 2n - 3$.



- » **Câu 15.** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là
A. $u_5 = 8$. **B.** $u_5 = 1$. **C.** $u_5 = -5$. **D.** $u_5 = -7$.
- » **Câu 16.** Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
A. $u_5 = 15$. **B.** $u_4 = 8$. **C.** $u_3 = 5$. **D.** $u_2 = 2$.
- » **Câu 17.** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .
A. 50. **B.** 28. **C.** 38. **D.** 44
- » **Câu 18.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:
A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.
- » **Câu 19.** Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d = -2$.
A. -21. **B.** 23. **C.** -19. **D.** -17.
- » **Câu 20.** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?
A. 6, 12, 18. **B.** 8, 13, 18. **C.** 7, 12, 17. **D.** 6, 10, 14.
- » **Câu 21.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.
- » **Câu 22.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
A. 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.
- » **Câu 23.** Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng
A. 800. **B.** 600. **C.** 570. **D.** 630
- » **Câu 24.** Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng (u_n) là
A. $d = 3$ **B.** $d = -2$. **C.** $d = 2$. **D.** $d = \frac{1}{2}$.
- » **Câu 25.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:
A. 1009000. **B.** 100800. **C.** 1008000. **D.** 100900.
- » **Câu 26.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$
A. $S = 2023736$. **B.** $S = 2023563$. **C.** $S = 6730444$. **D.** $S = 6734134$.
- » **Câu 27.** Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng:
A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.
- » **Câu 28.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính tổng

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$$
A. $S = \frac{100}{201}$. **B.** $S = \frac{200}{201}$. **C.** $S = \frac{198}{199}$. **D.** $S = \frac{99}{199}$.



- » **Câu 29.** Người ta trồng 820 cây theo một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
A. 42. **B.** 41. **C.** 40. **D.** 39.
- » **Câu 30.** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.
A. 83,7. **B.** 78,3. **C.** 73,8. **D.** 87,3.
- » **Câu 31.** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 2250. **B.** 1740. **C.** 4380. **D.** 2190.
- » **Câu 32.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:
A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.
- » **Câu 33.** Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,....Hỏi có bao nhiêu hàng cây.
A. 78. **B.** 243. **C.** 77. **D.** 244.
- » **Câu 34.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.
- » **Câu 35.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.
A. -4. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 4.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 36.** Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng		
(b)	Số hạng $u_1 = -1$		
(c)	Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$		
(d)	Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56		

- » **Câu 37.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$		
(b)	5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho		
(c)	$\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho		
(d)	Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620		



» **Câu 38.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công sai của cấp số cộng bằng 7		
(b)	Số hạng $u_{85} = 501$		
(c)	Số hạng $u_{10} = 52$		
(d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$		

» **Câu 39.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công sai của cấp số cộng bằng 6		
(b)	Số hạng $u_{85} = 341$		
(c)	Số hạng $u_{10} = 42$		
(d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$		

» **Câu 40.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2		
(b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3		
(c)	Số hạng $u_{15} = 58$		
(d)	Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350		

» **Câu 41.** Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 5$		
(b)	Tổng $u_1 + u_3 = 14$		
(c)	Công sai của cấp số cộng bằng		
(d)	Số hạng $u_{11} = 25$		

» **Câu 42.** Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 25$		
(b)	Công sai $d = -3$		
(c)	Số hạng $u_{10} = -11$		
(d)	Số hạng $u_{2024} = -8067$		

» **Câu 43.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{11} = -65$		
(b)	$u_5 + u_7 = -50$		
(c)	Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng		
(d)	Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng		



» **Câu 44.** Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 21$		
(b)	Công sai của cấp số cộng bằng -2		
(c)	Số hạng $u_{11} = -9$		
(d)	Số -6048 là số hạng thứ 2024		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 45.** Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng (u_n) biết rằng: $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 46.** Trong một khán phòng có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước đó 4 ghế, hỏi khán phòng đó có tất cả bao nhiêu ghế?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 47.** Cho bốn số thực tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tìm tích của bốn số đó.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 48.** Cho cấp số cộng có số hạng tổng quát $u_n = 5n - 7$, biết tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = 817$. Tìm n .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 49.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tìm u_9 .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 50.** Giải phương trình sau: $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 51.** Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh bởi rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè; ngôi nhà có chiều dài, chiều rộng là $6,8m$, chiều cao là $2,72m$. Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu hình hộp chữ nhật cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch nâu hình hộp chữ nhật là $0,2m - 0,08m - 1m$. Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.



Điền đáp số:

» **Câu 52.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: $x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$.

Điền đáp số:

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 02

Bài 3.

CẤP SỐ NHÂN

A

Lý thuyết

1. Cấp số nhân



Định nghĩa:

- Cấp số nhân** là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q .
Nghĩa là:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân } \Leftrightarrow n \geq 2, u_n = q.u_{n-1}$$

Số q được gọi là công bội của cấp số nhân $\left(q = \frac{u_n}{u_{n-1}}; n \geq 1 \right)$

- Đặc biệt:**

Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1, 0, 0, 0, \dots$

Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng u_1, u_1, u_1, \dots

Khi $u_1 = 0$, cấp số nhân có dạng $0, 0, 0, 0, \dots$

2. Số hạng tổng quát



Định lý:

- Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu là u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó tính bởi công thức

$$u_n = q^{n-1}.u_1, n \geq 2$$

3. Tính chất các số hạng của cấp số nhân



Định lý:

- Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình nhân của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = \sqrt{u_{k-1}.u_{k+1}} \text{ hay } u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1} (k \geq 2)$$

- Hệ quả:** Nếu a, b, c là ba số khác 0, thì "ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân khi và chỉ khi $ac = b^2$ "



4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng



Định lý:

- Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$.

$$\text{Đặt } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

» Nếu $q = 1$ thì $S_n = n$.

» Nếu $q \neq 1$ thì $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.



TOÁN TỬ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định dãy đã cho là cấp số nhân



Phương pháp

Nếu (u_n) là một cấp số nhân với công bội q thì $u_{n+1} = u_n q$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Để chứng minh một dãy đã cho là 1 cấp số cộng thì ta chứng minh:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = q; n \geq 1 \text{ với } q \text{ là một hằng số không đổi}$$



Ví dụ 1.1.

Chứng minh rằng dãy số $(v_n): v_n = (-1)^n \cdot 3^{2^n}$ là một cấp số nhân.

Lời giải

.....
.....
.....



Ví dụ 1.2.

Chứng minh các dãy số (u_n) sau là cấp số nhân biết:

(1) $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^n$

(2) $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 1.3.

Chứng minh các dãy số sau là một cấp số nhân. Xác định công bội và số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó?

(1) Dãy số (u_n) với $u_n = (-3)^{2n+1}$

(2) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n \cdot 5^{3n+2}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

(1) Dãy số (x_n) , với $x_n = n^2$.

(2) Dãy số (y_n) , với $y_n = \sqrt{5}^{2n-3}$.

(3) Dãy số (z_n) , với $z_n = \frac{2}{n}$.

(4) Dãy số (w_n) , với $w_n = \frac{3^n + 1}{3^{n+1}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 2. Xác định các yếu tố qua số hạng tổng quát



Phương pháp

- Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu là u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó tính bởi công thức:

$$u_n = q^{n-1} \cdot u_1, n \geq 2$$



Ví dụ 2.1.

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Tìm u_1 .

Lời giải

.....
.....
.....



Ví dụ 2.2.

Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$.

Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.3.

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$

(1) Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân.

(2) Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.4.

Cho tứ giác $ABCD$ có 4 góc tạo thành 1 cấp số nhân có công bội bằng 2.
Tìm số đo 4 góc ấy.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.5.

Cho 5 số lập thành một cấp số nhân. Biết công bội bằng một phần tư số hạng đầu tiên và tổng 2 số hạng đầu bằng 8.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 3. Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân



Phương pháp

- Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

» Nếu $q = 1$ thì $S_n = n$.

» Nếu $q \neq 1$ thì $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.



Ví dụ 3.1.

Tính tổng sau: $A = 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{512}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.2.

Cho n là số tự nhiên ≥ 2 , tính tổng sau: $S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2^2 + \frac{1}{2^2}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Tính tổng sau: $S_n = 5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\dots5}_n$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.4.

Giải phương trình sau: $2 + 4 + 8 + \dots + y = 1022$ biết y là số hạng thứ n của cấp số nhân.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.5.

Giải phương trình sau: $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^8 \dots 5^{2x} = (0,04)^{-63}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Dạng 4. Cấp số nhân liên quan hình học



Phương pháp

- Để giải các bài toán cấp số nhân liên quan hình học, ngoài vận dụng các tính chất của cấp số nhân, tính chất hình học thuần túy như vuông,.. cần vận dụng linh hoạt các hệ thức lượng trong tam giác, các công thức lượng giác.

Ta chú ý các tính chất sau:

(1) Tổng các góc ở đỉnh đa giác lồi bằng 360° .

(2) Định lí Cô-sin trong tam giác:

Cho tam giác $\triangle ABC$ với $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$, ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

(3) Định lí hàm sin: $a = 2R \sin A$, $b = 2R \sin B$, $c = 2R \sin C$.

...



Ví dụ 4.1.

Tìm 4 góc của một tứ giác, biết rằng các góc đó lập thành một cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.2.

Độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ lập thành một cấp số nhân. Chứng minh rằng $\triangle ABC$ có hai góc không quá 60° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.3.

Tìm điều kiện cho một cấp số nhân để ba số hạng liên tiếp của nó là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

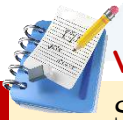
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.4.

Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là 125 cm^3 và diện tích toàn phần là 175 cm^2 . Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 4.5.

Cho α, β, γ đều khác $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Giả sử $\sin^2 \alpha, \sin^2 \beta, \sin^2 \gamma$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng đồng thời $\sin \beta \neq 0$ và $\tan \alpha \tan \gamma = 1$. Chứng minh rằng $\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$ lập thành cấp số nhân.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.6.

Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$ và $a, \frac{b\sqrt{6}}{3}, c$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính góc B, C .

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 4.7.

Cho tam giác ABC có $C - A = 60^\circ$ và $\sin A, \sin B, \sin C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính góc A, B, C (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 5. Nghiệm của phương trình liên quan cấp số nhân



Phương pháp

(1) Định lý Vi-ét đối với phương trình bậc ba:

Nếu phương trình bậc ba $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3

$$\text{Thì } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

(2) Sử dụng kết quả này kết hợp với giả thiết của bài toán để tìm ra nghiệm của phương trình hoặc xác định mối liên hệ giữa các hệ số của phương trình.

Trường hợp nếu $x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$ là hằng số thì điều kiện cần để phương trình bậc ba nói trên

có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân là $x = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}$ là nghiệm của phương trình bậc ba đó.



Ví dụ 5.1.

Cho phương trình $x^2 - 12x + m = 0$ (1) và $x^2 - 48x + q = 0$ (2). Giả sử (1) có hai nghiệm là x_1, x_2 ; (2) có hai nghiệm là x_3, x_4 . Tìm m, q biết rằng x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số nhân tăng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.2.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để phương trình $x^3 + x^2 + 2ax + a = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

Lời giải



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.3.

Chứng minh phương trình $x^3 - (m^2 + 3)x^2 + (m^2 + 3)x - 1 = 0$, với $m \neq 0$ luôn có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 6. Cấp số nhân & cấp số cộng



Phương pháp

» Để làm các bài toán dạng này học sinh cần nắm vững và vận dụng linh hoạt định nghĩa và các tính chất cấp số nhân và cấp số cộng

	Cấp số cộng	Cấp số nhân
Định nghĩa	$u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$ d được gọi là công sai.	$u_n = q.u_{n-1}$ với $n \geq 2$ q được gọi là công bội.
Số hạng tổng quát	$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 1.$	$u_n = q^{n-1}.u_1, n \geq 2$
Tính chất	$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 1.$	$u_k = \sqrt{u_{k-1}.u_{k+1}}$ hay $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1} (k \geq 2)$



Ví dụ 6.1.

Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là $\frac{148}{9}$, đồng thời, theo thứ tự, chúng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.2.

Tìm 4 số trong đó ba số đầu là ba số hạng kế tiếp của một cấp số nhân, còn ba số sau là ba số hạng kế tiếp của một cấp số cộng; tổng hai số đầu và cuối bằng 32, tổng hai số giữa bằng 24.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.3.

Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 6.4.

Chứng minh rằng nếu ba số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 6.5.

Một cấp số nhân và một cấp số cộng đều có số hạng thứ nhất bằng 5, số hạng thứ 2 của cấp số cộng lớn hơn số hạng thứ 2 của một cấp số nhân là 10, còn các số hạng thứ 3 thì bằng nhau. Tìm các cấp số ấy.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Dạng 7. Bài toán thực tế liên quan cấp số nhân



Ví dụ 7.1.

Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 7.2.

Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng, nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là *lãi kép*). Giả sử trong khoảng thời gian gửi người gửi không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, hỏi sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được gần với số tiền nào trong các số tiền dưới đây?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

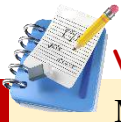


Ví dụ 7.3.

Một người gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền lãi tháng trước đó và tiền gốc của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có 180 triệu đồng?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 7.4.

Một cửa hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai lần tăng giá là bao nhiêu?

Lời giải

.....
.....
.....

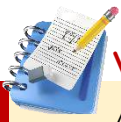


Ví dụ 7.5.

Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là 1,2%. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 7.6.

Anh An mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp

- (1) Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh An trả 6000000 và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5%/tháng thì sau bao lâu anh An trả hết số tiền trên?
- (2) Nếu anh An muốn trả hết nợ trong 3 năm và phải trả lãi với mức 6%/năm thì mỗi tháng anh phải trả bao nhiêu tiền? (Làm tròn đến nghìn đồng).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 7.7.

Bố bạn An tặng bạn ấy một máy vi tính trị giá 15 triệu đồng bằng cách cho bạn ấy tiền hàng tháng theo phương thức: tháng đầu tiên cho 300000 đồng, các tháng từ tháng thứ 2 trở đi mỗi tháng nhận được số tiền nhiều hơn tháng trước 50000 đồng.

- (1) Nếu chọn cách gửi tiết kiệm số tiền được nhận hàng tháng với lãi suất 0,6%/tháng thì bạn An gửi bao nhiêu tháng mới đủ mua máy vi tính?
- (2) Nếu bạn An muốn có ngay máy vi tính để học bằng phương thức mua trả góp hàng tháng bằng số tiền bố cho với lãi suất ngân hàng là 0,7%/tháng thì bạn An mất bao nhiêu tháng để trả đủ số tiền và tháng cuối cùng trả bao nhiêu?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?
A. $1; -3; 9; -27; 54.$ **B.** $1; 2; 4; 8; 16.$ **C.** $1; -1; 1; -1; 1.$ **D.** $1; -2; 4; -8; 16.$
- » **Câu 2.** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?
A. $1; 2; 3; 4; 5.$ **B.** $1; 3; 6; 9; 12.$ **C.** $2; 4; 6; 8; 10.$ **D.** $2; 2; 2; 2; 2.$
- » **Câu 3.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
A. $1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots$ **B.** $2; 4; 6; 8; 16; 32; \dots$
C. $-2; -3; -4; -5; -6; -7; \dots$ **D.** $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$
- » **Câu 4.** Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:
A. $1; 0, 2; 0, 04; 0, 0008; \dots$ **B.** $2; 22; 222; 2222; \dots$
C. $x; 2x; 3x; 4x; \dots$ **D.** $1; -x^2; x^4; -x^6; \dots$
- » **Câu 5.** Xác định x để 3 số $x-2; x+1; 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:
A. Không có giá trị nào của $x.$ **B.** $x = \pm 1.$
C. $x = 2.$ **D.** $x = -3.$
- » **Câu 6.** Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số nhân?
A. $u_n = n^2 + n + 1.$ **B.** $u_n = (n+2) \cdot 3^n.$
C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ **D.** $u_n = (-4)^{2n+1}.$
- » **Câu 7.** u_n được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?
A. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}.$ **B.** $u_n = n^2 - \frac{1}{2}.$ **C.** $u_n = \frac{1}{2^n} - 1.$ **D.** $u_n = n^2 + \frac{1}{2}.$
- » **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:
A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 12.$
B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = 2.$
C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 6.$
D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = 3.$
- » **Câu 9.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. $6.$ **B.** $9.$ **C.** $8.$ **D.** $\frac{2}{3}.$
- » **Câu 10.** Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16.$
A. $q = \frac{1}{2}.$ **B.** $q = -2.$ **C.** $q = 2.$ **D.** $q = -\frac{1}{2}.$
- » **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng
A. $3.$ **B.** $9.$ **C.** $27.$ **D.** $-3.$
- » **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?



- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.
- » **Câu 13.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng
A. $2 \cdot 3^{2018}$. B. $3 \cdot 2^{2018}$. C. $2 \cdot 3^{2019}$. D. $3 \cdot 2^{2019}$.
- » **Câu 14.** Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?
A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.
- » **Câu 15.** Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x + 3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là
A. $\{0; 1\}$. B. \emptyset . C. $\{1\}$. D. $\{0\}$
- » **Câu 16.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là sai?
A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.
C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.
- » **Câu 17.** Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.
- » **Câu 18.** Cho dãy số có các số hạng đầu là $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là
A. $\frac{1}{3^{n-1}}$ B. $\frac{1}{3^{n+2}}$. C. $\frac{1}{3^n}$. D. $\frac{1}{3^{n+1}}$.
- » **Câu 19.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là
A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.
- » **Câu 20.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. -6 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. 6 .
- » **Câu 21.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 9 . B. -9 . C. $\frac{1}{4}$. D. 4 .
- » **Câu 22.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. -12 . B. $\frac{1}{5}$. C. 5 . D. 12 .
- » **Câu 23.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 3 . B. -4 . C. 4 . D. $\frac{1}{3}$.
- » **Câu 24.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng
A. 8 . B. 9 . C. 6 . D. $\frac{3}{2}$.
- » **Câu 25.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?
A. $q = \pm \frac{1}{2}$. B. $q = \pm 2$. C. $q = \pm 4$. D. $q = \pm 1$.



- » **Câu 26.** Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng
A. $x=4$ **B.** $x=5$ **C.** $x=2$ **D.** $x=1$
- » **Câu 27.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:
A. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$ **B.** $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.
C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. **D.** $u_k = u_1 + (k-1)q$.
- » **Câu 28.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:
A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$. **B.** $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$.
C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$ ($n \geq 2$). **D.** $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}}$ ($n \geq 2$).
- » **Câu 29.** Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là
A. $-\frac{250}{3}$. **B.** $\frac{250}{3}$. **C.** 250 . **D.** -250 .
- » **Câu 30.** Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1, u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho
A. $q = 4$. **B.** $q = -4$. **C.** $q = 21$. **D.** $q = 2\sqrt{2}$.
- » **Câu 31.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_5 = -162$. Công bội q bằng:
A. $q = -3$. **B.** $q = 3$. **C.** $q = 3; q = -3$. **D.** $q = -2$.
- » **Câu 32.** Cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 9, u_5 = 81$ có công bội là
A. 3 . **B.** 72 . **C.** 18 . **D.** 9 .
- » **Câu 33.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
A. $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = 1023$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = -1025$.
- » **Câu 34.** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6, u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.
A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. **B.** $2^{12} - 1$. **C.** $3 \cdot 2^{12} - 1$. **D.** $3 \cdot 2^{12}$.
- » **Câu 35.** Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả
A. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{4039}{2}$. **C.** $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\frac{6057}{2}$.
- » **Câu 36.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12, u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng
A. 129 . **B.** -129 . **C.** 128 . **D.** -128 .
- » **Câu 37.** Biết rằng $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.
A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.
- » **Câu 38.** Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .



A. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$.

B. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.

C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$.

D. $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

» **Câu 39.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5 \cdot 4^9}$.

B. $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5 \cdot 4^8}$.

C. $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3 \cdot 2^6}$.

D. $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3 \cdot 2^7}$.

» **Câu 40.** Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tính S_{21} .

A. $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$

B. $S_{21} = 3^{21} - 1$.

C. $S_{21} = 1 - 3^{21}$.

D. $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

» **Câu 41.** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

A. $S = 2047,75$.

B. $S = 2049,75$.

C. $S = 4095,75$.

D. $S = 4096,75$.

» **Câu 42.** Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,121212\dots$ được biểu diễn bởi phân số

A. $\frac{3}{25}$.

B. $\frac{12}{99}$.

C. $\frac{1}{11}$.

D. $\frac{3}{22}$.

» **Câu 43.** Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right); n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

» **Câu 44.** Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

A. 2, 6, 18.

B. 4, 8, 20.

C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$.

D. $4, 4\sqrt{5}, 20$.

» **Câu 45.** Ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 30. Biết $x+2; y+2; z+18$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $T = x^2 + z^2$.

A. $T = 328$.

B. $T = 424$.

C. $T = 296$.

D. $T = 428$.

» **Câu 46.** Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng tăng có tổng bằng 24. Nếu cộng thêm lần lượt các số 1, 4, 13 vào ba số x, y, z ta được ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

A. 200.

B. 210.

C. 220.

D. 190.

» **Câu 47.** Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5} - 1}$.

D. 2.



» **Câu 48.** Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $8 m^2$. B. $6 m^2$. C. $10 m^2$. D. $12 m^2$.

» **Câu 49.** Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích S_4, S_5, \dots . Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

- A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$.

» **Câu 50.** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A. 40 m. B. 70 m. C. 50 m. D. 80 m.

» **Câu 51.** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A. 10. B. 11. C. 26. D. 50.

» **Câu 52.** Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0, q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng

$$a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}. \text{ Tính } \alpha + 2\beta?$$

- A. 13. B. 9. C. 11. D. 16.

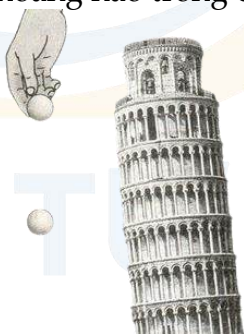
» **Câu 53.** Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(67m; 69m)$. B. $(60m; 63m)$. C. $(64m; 66m)$. D. $(69m; 72m)$.

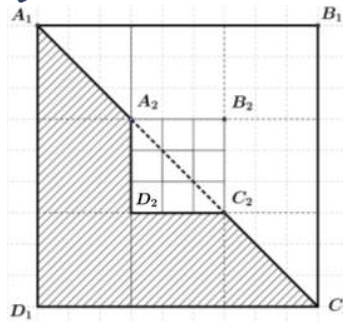
» **Câu 54.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

» **Câu 55.** Với hình vuông như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu "đẹp". Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



TOÁN TỪ TÂM



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước. B. 4 bước. C. 8 bước. D. 7 bước.

» **Câu 56.** Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

A. $|S| = 42$. B. $|S| = 62$. C. $|S| = 32$. D. $|S| = 52$.

» **Câu 57.** Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời, các số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y

A. $x = -3, y = -1$ hoặc $x = \frac{3}{8}, y = \frac{1}{8}$. B. $x = 3, y = 1$ hoặc $x = -\frac{3}{8}, y = -\frac{1}{8}$.
C. $x = 24, y = 8$ hoặc $x = -3, y = -1$. D. $x = -24, y = -8$ hoặc $x = 3, y = 1$

» **Câu 58.** Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 389$. hoặc $F = 395$. B. $F = 395$. hoặc $F = 179$.
C. $F = 389$. hoặc $F = 179$. D. $F = 441$ hoặc $F = 357$.

» **Câu 59.** Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là 0,7% số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8 \cdot (0,007)^5$ B. $10^8 \cdot (1,007)^5$ C. $10^8 \cdot (0,007)^6$ D. $10^8 \cdot (1,007)^6$

» **Câu 60.** Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là 1,2%. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

A. 10320 nghìn người. B. 3000 nghìn người.
C. 2227 nghìn người. D. 2300 nghìn người.

» **Câu 61.** Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. $1024 \cdot 10^{12}$ tế bào. B. $256 \cdot 10^{12}$ tế bào. C. $512 \cdot 10^{12}$ tế bào. D. $512 \cdot 10^{13}$ tế bào.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 62.** Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$		
(b)	Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$		
(c)	$-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8		
(d)	Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$		

» Câu 63. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 3$		
(b)	Số hạng $u_4 = 48$		
(c)	Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n)		
(d)	Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: 765.		

» Câu 64. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}$		
(b)	$u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$		
(c)	Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 8 của cấp số nhân		
(d)	Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.		

» Câu 65. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 2$		
(b)	Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số $q; 1; 3$ tạo thành một cấp số cộng		
(c)	Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân		
(d)	Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602		

» Câu 66. Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°		
(b)	Số đo góc lớn nhất bằng 196°		
(c)	Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°		
(d)	Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°		

» Câu 67. Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----



(a)	Số hạng $u_1 = 90$		
(b)	Công bội của cấp số nhân bằng 2		
(c)	Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân		
(d)	Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$		

» **Câu 68.** Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều		
(b)	Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều		
(c)	Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều		
(d)	Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3269 điều ước		

» **Câu 69.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thỏa mãn
$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9		
(b)	Công bội của cấp số nhân $q = 3$		
(c)	Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599		
(d)	Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 70.** Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tính tổng số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 71.** Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 72.** Biết $(u_1; q)$ là cặp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) :
$$\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43 \end{cases}$$
. Có bao nhiêu cặp $(u_1; q)$ thỏa cấp số nhân đã cho?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 73.** Biết $(u_1; q)$ là cặp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) :
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$$
. Có bao nhiêu cặp $(u_1; q)$ có công bội là số nguyên thỏa cấp số nhân đã cho?

» **Điền đáp số:**



» **Câu 74.** Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases}$$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 75.** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5, u_5 = 405$ và tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820$. Tìm n .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 76.** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 77.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $15u_1 - 4u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân đã cho.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 78.** Biết một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366. Tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có dạng $\overline{5a0b0}$, với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $S = a + b$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 79.** Kết quả của tổng sau theo n : $S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$ có dạng $-1 + \frac{a^{n+1}}{3} - \frac{1}{3 \cdot a^n} + \frac{a}{2}n$ với a là số tự nhiên. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 80.** Kết quả của tổng sau theo n : $S_n = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{88\dots8}_{n \text{ chũ số } 8}$ có dạng $\frac{a(10^n - b)}{81} - \frac{8}{9}n$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị của $P = a - 30b$ bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 81.** Tổng ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng là 21. Nếu lấy số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành một cấp số nhân. Tính tích ba số đó biết số hạng đầu có giá trị nhỏ hơn 4

» **Điền đáp số:**

» **Câu 82.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 83.** Chu kỳ bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm) có dạng $\approx a, 22 \cdot 10^{-b}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $S = b - 2a$



Điền đáp số:

- » **Câu 84.** Ông Minh gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng lãi suất 7%/năm. Giả sử trong khoảng thời gian gửi tiền ông Minh không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà ông nhận được là $\approx a9b7c5000$ với $a; b; c$ là các số tự nhiên và đơn vị: đồng, kết quả gần đúng đến hàng nghìn. Tính $S = a + b + c$

Điền đáp số:

- » **Câu 85.** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

Điền đáp số:

- » **Câu 86.** Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$ (trong đó S_2, S_3 theo thứ tự là tổng của hai và của ba số hạng đầu của cấp số nhân). Tổng của năm số hạng đầu của cấp số nhân có công bội dương có giá trị bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

- » **Câu 87.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để các số $2x - 1; x; 2x + 1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

Điền đáp số:

- » **Câu 88.** Cho các số $x + 6y; 5x + 2y; 8x + y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x - 1; y + 2; x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

Điền đáp số:

- » **Câu 89.** Kết quả của tổng $S = 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \dots + 79 \cdot 5^{78}$ được viết dưới dạng $a + \frac{315}{16} \cdot 5^b$ ($b \in \mathbb{N}, a$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{b}{16}$.

Điền đáp số:

- » **Câu 90.** Theo báo cáo của Chính phủ, dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỉ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là 1,33% thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu người? (Tính theo đơn vị triệu người, làm tròn đến hàng đơn vị)

Điền đáp số:

- » **Câu 91.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

Điền đáp số:

- » **Câu 92.** Một cấp số nhân hữu hạn có công bội $q = -3$, số hạng thứ ba bằng 27 và số hạng cuối bằng 1594323. Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng?

Điền đáp số:



» **Câu 93.** Cho các số nguyên x và y thỏa mãn $5x - y, 2x + 3y, x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời $(y + 1)^2; xy + 1; (x - 1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng giá trị x và y .

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 94.** Cho tam giác ABC cân tại A . Biết rằng độ dài cạnh BC , trung tuyến AM và độ dài cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội q . Có bao nhiêu giá trị công bội q nguyên của cấp số nhân đó?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 95.** Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng 21. Nếu thêm 2, 3, 9 lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Có bao nhiêu bộ 3 số thỏa các điều kiện trên?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 96.** Bạn Lan thả quả bóng cao su từ độ cao $12m$ theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng với độ cao bằng $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn là bao nhiêu mét?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 97.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n$. Tổng $S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10}$ có giá trị bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 98.** Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng. Nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tính tích 3 số đó?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 99.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thì phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

✎ **Điền đáp số:**

TOÁN TỪ TÂM
----- Hết -----